

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

# Дифракция света в плоскопараллельной слоистой структуре с параметрами линзы Пендри

Н.В. Селина

*Получено решение уравнений Максвелла для осесимметричной электромагнитной волны, распространяющейся в линзе Пендри. Математическая форма решения объясняет особенности построения изображения в такой структуре. Показано, что для такой волны, например для гауссова пучка, в рассматриваемом случае характерно отсутствие дифракции, поэтому гауссов пучок не расширяется при распространении в многослойной линзе Пендри любого размера.*

**Ключевые слова:** уравнения Максвелла, металло-диэлектрическая кусочно-однородная среда, линза Пендри, дифракция гауссова пучка

PACS numbers: 03.50.De, 42.25.–p, 42.79.–e, 78.67.–n

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.07.039002>

## Содержание

1. Введение (443).
  2. Распространение в линзе Пендри плоскополяризованной монохроматической волны. Литературные данные (444).
  3. Распространение в периодической линзе Пендри плоскополяризованной монохроматической волны. Теоретическое рассмотрение задачи (445).
  4. Алгоритм вычисления распределения электромагнитного поля в слоистой симметричной среде (449).
  5. Дифракция гауссова пучка в линзе Пендри (450).
  6. Заключение (451).
- Список литературы (451).

## 1. Введение

Классические оптические элемент или система не могут дать точного изображения объекта: ограничено угловое расстояние между точками объекта (измеряемое с позиции изображения), которые могут быть различимы на изображении. Указанный критерий ограничения различия двух точек на изображении носит имя Рэля и называется также дифракционным пределом. Ограничение вызвано дифракцией оптических волн. Волна, ограниченная в пространстве, испытывает дифракцию. Это уже не плоская волна, а волновой пучок, изменение волнового вектора в нём может включать и мнимые компоненты, соответствующие эванесцентным волнам. Такие волны быстро затухают в пространстве и не достигают плоско-

сти изображения. Поэтому изображаемая картина не точна, в ней отсутствуют затухающие волны. Согласно критерию Рэля детали объекта, меньшие половины длины волны, не могут быть различимы в изображаемой картине.

Развитие таких отраслей нанооптики, как нанофотоника и наноплазмоника, наблюдавшееся в последние десятилетия, позволило преодолеть дифракционный предел и получить изображение деталей объекта, много меньших длины волны. Это достижение связано с изучением плазмонных волн и созданием композитных сред, называемых метаматериалами [1–13]. Существование структур, в которых волна имеет отрицательную рефракцию, было известно к 1967 г., но характер основополагающей работы в теории отрицательно преломляющих сред, называемых также средами Веселаго или левыми средами, приобрела вышедшая в 1967 г. статья В.Г. Веселаго об особой электродинамике веществ с отрицательной рефракцией [14]. В 2000 г. мысль В.Г. Веселаго продолжил английский физик Дж. Пендри [15], показавший, что в этом случае преодолевается дифракционный предел, свойственный обычным линзам, и назвавший устройство "совершенной линзой" (perfect lens). Таким образом, для этих оптических элементов дифракция не проявляется [15–17].

В качестве модели суперлинзы рассматривают трёхслойную структуру, в которой два крайних слоя — диэлектрические полупространства, а средний слой состоит из металла или метаматериала. Различают суперлинзу Веселаго — слоистую структуру с параметрами крайних и среднего слоёв соответственно:  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\mu_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = -1$ ,  $\mu_2 = -1$  — и суперлинзу Пендри, слои в которой характеризуются материальными параметрами  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\mu_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = -1$ ,  $\mu_2 = 1$ . Экспериментально исследованная суперлинза Пендри представляет собой тонкую серебряную пластину, граничащую с диэлектрическими полупространствами. Эксперимент проведён для плоскополяри-

Н.В. Селина

Кубанский государственный технологический университет,  
ул. Московская 2, 350072 Краснодар, Российская Федерация  
E-mail: selina\_natalia@mail.ru

Статья поступила 17 октября 2020 г.,  
после доработки 29 июня 2021 г.

зованных монохроматических волн, имеющих частоту, соответствующую на дисперсионной кривой серебра диэлектрической проницаемости  $-1$  [18]. Разрешение в эксперименте составило  $1/5$  длины световой волны, тогда как разрешение рефрактивной линзы ограничено величиной, равной половине длины волны света.

Суперлинза не является собственно линзой в том смысле, что она не собирает и не рассеивает плоскопараллельный пучок света. Здесь нет понятия "глубина фокуса". Поэтому суперлинза, в отличие от рефрактивной линзы, позволяет получить изображение объекта не только в фокальной, но и в любой из плоскостей, параллельных плёнке. Каждую из таких плоскостей можно сравнить с плоскостями, отстоящими по обе стороны от освещённого объекта, когда плёнки нет. Если фиксировать свет на внешней границе плёнки, как в эксперименте [18], то изображение будет соответствовать положению наблюдения на ближней границе плёнки.

В таких средах, как метаматериал (линза Веселаго) или металл (линза Пендри), возможно распространение обратных волн, у которых фазовая и групповая скорости направлены противоположно [19]. Поскольку фаза эванесцентной волны содержит большую мнимую часть, что и определяет затухание волны, то чисто математически (как в традиционном расчёте изображения в суперлинзе, так и в расчётах настоящей работы) обратный отсчёт фазы волны приводит к эффекту усиления волны. Для того чтобы формировалось правильное изображение объекта, поля в волне должны усиливаться на участке оптического пути луча в метаматериале (металле) ровно настолько, насколько они ослабевают на диэлектрическом участке оптического пути луча.

Теоретическое обоснование феномена линзы Пендри заключается в аналитическом выводе закона усиления эванесцентной волны в металлических слоях металлодиэлектрической структуры и доказательстве отсутствия в линзе дифракции пространственно ограниченной волны. Рассмотрим, как решение этой задачи отражено в научной литературе. С целью теоретического объяснения эффекта сверхразрешения трёхслойной металлодиэлектрической структуры вычислены амплитуда и фаза электромагнитной волны, пропускаемой металлической плёнкой [20–25]. Исходя из полученных выражений проведена оценка минимального расстояния, различимого на изображении. Результат приводит к практически важному выводу: в качестве материала плёнки предпочтительны металлы с минимальными потерями.

Дисперсионное уравнение соответствует возбуждению поверхностных плазмонных мод на границах плёнки, что подтверждает численный расчёт [26]. Вместе с тем определение поля внутри среднего слоя может с достоверностью подтвердить существование поверхностных волн на границах плёнки. Для многослойных сред особенно важно, чтобы было известно поле внутри структуры, хотя бы на границах слоёв.

Определение пропускания света многослойной аperiодической структурой в традиционной матричной теории не даёт универсального инструмента аналитического точного исследования влияния вариации параметров структуры на её оптические свойства, поскольку перемножение большого числа матриц сложно анализировать. Для слоистых структур со сверхтонкими слоями уравнения матричной теории упрощаются, поэтому новая точная теория, позволяющая рассчитать фазу и

амплитуду световой волны внутри многослойной структуры, может помочь в анализе оптических свойств такой среды. Также обобщение теории для планарных слоистых сред и распространение её на подобные структуры с цилиндрической и сферической симметрией могут быть полезными при конструировании трёхмерных структур с металлическими нановключениями.

Таким образом, на сегодняшнем этапе теоретического исследования оптических свойств слоистых сред необходимы новые простые и эффективные инструменты, желательны применимые для структур с различной симметрией. В настоящей статье приведён алгоритм метода расчёта многокомпонентных слоистых сред с плоской, цилиндрической и сферической симметрией.

В традиционной матричной теории сферических и цилиндрических волн, к которым относятся собственные моды сферически- и цилиндрически-симметричных слоистых сред, используются функции Бесселя, что сильно усложняет расчёт. Предлагаемая в настоящей статье теория рассматривает другое решение уравнения Бесселя, следующее из преобразования Прюффера [27]. Такое представление результата также требует решения трансцендентного уравнения, но расчёты упрощаются и число различных слоёв можно учитывать в цикле.

Существуют статическая и волновая теории локализации электромагнитного поля на границах раздела металлодиэлектрических структур [22]. Поверхностные волны на границах металла и диэлектрика создают локализацию статических полей в точке изображения линзы Пендри. Здесь возникает вопрос о применении термина *преодоление дифракционного предела*, поскольку речь идёт не о волне. Однако волновая теория подтверждает локализацию поля волны в рассматриваемой точке [20, 21]. Дифракция гауссова пучка должна быть исследована именно с помощью волновой теории решения уравнения Гельмгольца, поскольку волновая функция пучка выводится из этого уравнения. В настоящей статье приведено именно такое рассмотрение поставленной задачи.

## 2. Распространение в линзе Пендри плоскополяризованной монохроматической волны. Литературные данные

Идея совершенного изображения была высказана Джоном Пендри [15] в 2000 г. Для описания распространения электромагнитной волны в трёхслойной среде из двух диэлектрических полупространств, разделённых тонкой металлической плёнкой, Пендри использовал оптическую теорию многослойных планарных структур [28]. Конечные уравнения этой теории являлись матричными и в случае большого числа различных слоёв вычисления достаточно сложными. Вместе с тем характеристики трёхслойной структуры могут быть рассчитаны довольно просто. Оптическое сверхразрешение подобной металлодиэлектрической структуры можно объяснить, анализируя формулы отражения и пропускания тонкой металлической плёнки [28]:

$$R = \frac{r + r' \exp(4ik_z d)}{1 - rr' \exp(4ik_z d)}, \quad T = \frac{tt' \exp(2ik_z d)}{1 - rr' \exp(4ik_z d)}, \quad (1)$$

$$r = -r' = \frac{k'_z - k_z \varepsilon}{k'_z + k_z \varepsilon}, \quad t = \frac{2k_z \varepsilon}{k'_z + k_z \varepsilon}, \quad t' = \frac{2k'_z}{k'_z + k_z \varepsilon},$$

где  $R$  и  $T$  — соответственно отражение и пропускание плёнки,  $k_z$  — поперечная плёнка компонента падающей на неё волны,  $k'_z$  — поперечная компонента волны по другую сторону плёнки,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость металла,  $2d$  — толщина плёнки; плёнка окружена воздухом.

Для дальнейших расчётов введём волновое число электромагнитной волны в вакууме  $k_0$ :

$$k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2}.$$

В квазистатическом пределе ( $k_0^2 \ll k_x^2 + k_y^2$ ), когда  $k_z \approx \approx k'_z \approx i(k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ , формула для пропускания принимает вид

$$T = \frac{4e^2 \exp(2ik_z d)}{(1 + \varepsilon)^2 + (1 - \varepsilon)^2 \exp(4ik_z d)}.$$

Квазистатическому пределу соответствуют эванесцентные волны, пропускание которых на выходной грани плёнки в пределе  $\varepsilon \rightarrow -1$  определяется равенством

$$T = \lim_{\varepsilon \rightarrow -1} \frac{4e^2 \exp(2ik_z d)}{(1 + \varepsilon)^2 + (1 - \varepsilon)^2 \exp(4ik_z d)} = \exp(-2ik_z d) = \exp\left(2d\sqrt{k_x^2 + k_y^2}\right).$$

Из полученного равенства следует, что на расстоянии  $4d$  от плоскости объекта фаза волны, исходящей первоначально из плоскости объекта, повторяет фазу, которую имела волна в его плоскости. Таким образом, эванесцентная волна ослабляется на диэлектрических участках пути структуры и эквивалентно усиливается в плёнке.

Минимальный размер светового пятна за плёнкой оценивался из следующих соображений [16]: границе пятна соответствует интенсивность волны, вдвое меньшая интенсивности волны в центре пятна. Откуда следует соотношение

$$\Delta \sim \frac{4\pi d}{\ln(\varepsilon - 1)} = \frac{4\pi d}{\ln \varepsilon''}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon'' = -1 + i\varepsilon''$ ,  $\Delta$  — минимальный размер светового пятна за плёнкой.

Таким образом, размер светового пятна ограничен только значением мнимой части диэлектрической проницаемости металла, и при минимальных потерях в плёнке он может быть сколь угодно малым.

В литературе отмечены и другие методы исследования оптических свойств рассматриваемой структуры. Например, в работе [23] также анализировалась формула пропускания (1), но выводы сделаны в общем случае, без ограничения квазистатическим пределом. Применялось соотношение неопределённостей, и результат близок к оценке (2).

В работе [25] также получена оценка размеров, различимых в плоскости за плёнкой, и она имеет характер зависимости (2). Вычисления проводились на основе преобразования интеграла Фурье–Бесселя для излучения внутри плёнки и за её выходной гранью, использовалась также формула оптического пропускания плёнки. Поле волны условно разделялось на динамическое и статическое, именно с последним связано сверхразрешение

линзы. Существуют также работы, где представлен численный расчёт поля в рассматриваемой структуре, они подтверждают аналитические выводы [27, 29]. В литературе отражены теоретические исследования многослойной структуры с параметрами линзы Пендри [30, 31] и цилиндрической структуры с такими параметрами [32].

Теория, представленная в настоящей статье, содержит в качестве одного из результатов формулу пропускания (1), выведенную непосредственно из уравнений Максвелла. Выводы теории в применении к металлической плёнке свидетельствуют о выполнении условия равенства амплитуд и фаз волн в плоскостях объекта и изображения, отстоящих друг от друга на расстояние  $4d$  и разделённых металлической плёнкой. На основе этой теории исследование расстояния, различного на изображении, можно провести описанными в работах [15, 24] способами, приводящими в результате к формуле (2).

Предлагаемая теория имеет некоторые преимущества по сравнению с матричным описанием слоистых структур:

1. Теория применима к любой по симметрии форме волнового фронта гармонической электромагнитной волны, являющейся решением уравнения Гельмгольца в однородной среде, в том числе к осесимметричным пучкам.

2. Формулы не усложняются при увеличении числа слоёв и компонентов структуры [33]. Нет необходимости разложения в ряд Фурье материальных характеристик структуры конечного размера, решение для бесконечных периодических структур также имеет простую форму. Решение обобщается для двух- и трёхмерных периодических структур, например для металлической плёнки с параллельными щелями [34, 35].

3. Решение обобщается для слоистых структур с цилиндрическими и сферическими границами раздела сред-компонентов [36–39], в том числе комбинированных структур, например металлического зонда с заострённым концом [39].

### 3. Распространение в периодической линзе Пендри плоскополяризованной монохроматической волны. Теоретическое рассмотрение задачи

В данном разделе будем рассматривать бесконечную периодическую структуру с параметрами линзы Пендри, схематически представленную на рис. 1. В структуре из двух компонентов слои с разными компонентами (диэлектрические проницаемости которых равны 1 и  $-1$ ) чередуются, все слои имеют одинаковую толщину. Обратимся к уравнениям Максвелла для плоскополяризованной поперечно-магнитной (ТМ) волны, распространяющейся в такой композитной среде.

Систему координат выберем следующим образом: ось  $z$  перпендикулярна слоям структуры, плоскость  $xy$  параллельна слоям и делит центральный металлический слой на две равные части. В этом разделе будем полагать, что на линзу падает плоская монохроматическая электромагнитная волна ТМ-поляризации, её волновой вектор лежит в плоскости  $xz$ . Соответственно поляризации вектор напряжённости магнитного поля волны имеет только  $y$ -компоненту.

Закон распространения электромагнитной волны описывается волновым уравнением, которое выводится из

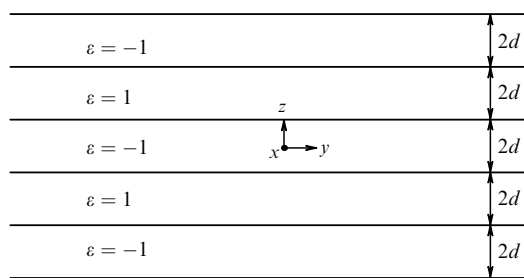


Рис. 1. Схематическое изображение плоскопараллельной слоистой структуры с параметрами линзы Пендри.

уравнений Максвелла для напряженностей электрического и магнитного полей в волне [40, с. 420, формула (88.2)]:

$$\Delta \mathbf{H} + \frac{1}{\varepsilon} [\text{grad } \varepsilon \times \text{rot } \mathbf{H}] + \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} \mathbf{H} = 0, \tag{3}$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды:

$$\varepsilon(x, z) = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)T(x, z),$$

$T(x, z)$  — ступенчатая функция Хевисайда, область 2 — диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_2$ , область 1 — металл с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$ ,

$$T(x, z) = \begin{cases} 1, & \varepsilon(x, z) = \varepsilon_2, \\ 0, & \varepsilon(x, z) = \varepsilon_1. \end{cases}$$

Уравнение для единственной компоненты напряженности магнитного поля получается из (3) с учетом того, что диэлектрическая проницаемость меняется в направлении  $z$ :

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \frac{\partial H_y}{\partial z} = -H_y (\varepsilon k_0^2 - k_x^2). \tag{4}$$

Для решения задачи кусочно-однородной среды с двумя возможными значениями диэлектрической проницаемости запишем квадрат волнового вектора в виде  $\varepsilon_m k_0^2 = \varepsilon_m k_x^2 + k_{zm}^2$ ,  $m = 1, 2$ .

Записывая уравнение (4) в таких обозначениях, а также прибавляя к полученному результату и вычитая из него выражение

$$\left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon H} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right)^2$$

в левой части уравнения, приводим это уравнение к виду

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon H_y} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon H_y} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right)^2 = -k_z^2, \tag{5}$$

где  $k_z = k_{z1}$  в областях с  $\varepsilon(x, z) = \varepsilon_1$ ,  $k_z = k_{z2}$  в областях с  $\varepsilon(x, z) = \varepsilon_2$ . Такая группировка множителей в членах уравнения (5) позволяет предположить возможность введения обобщенной для всех областей кусочно-однородной среды функции фазы  $b$  по направлению  $z$  согласно равенству

$$\frac{1}{H_y} \frac{\partial H_y}{\partial z} = -\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} k_{z1} \tan b. \tag{6}$$

Исходя из уравнений Максвелла для компонент электромагнитного поля замечаем, что при непрерывности введенной функции  $[\varepsilon_1 / (\varepsilon H_y)] \partial H_y / \partial z$  выполняются условия сохранения значений тангенциальных компонент электрического и магнитного полей при переходе границ слоёв. Построим решение таким образом, чтобы функция  $[\varepsilon_1 / (\varepsilon H_y)] \partial H_y / \partial z$  была непрерывной во всём пространстве.

Учитывая уравнение (6), приведём уравнение (5) к виду

$$k_{z1} \frac{\partial \tan b}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \left[ (k_{z1} \tan b)^2 + k_{z1}^2 + T(x, z) \left( k_{z2}^2 \frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2^2} - k_{z1}^2 \right) \right] = 0. \tag{7}$$

Из уравнения (7) следует, что в области, заполненной средой 1, производная функции  $b(x, z)$

$$\frac{\partial b(x, z)}{\partial z} = k_{z1}.$$

Для этой области решение уравнения (6) находится интегрированием (6) и имеет вид

$$H_y(x, z) = H_0 \cos b.$$

Запишем уравнение (7) для области, заполненной второй средой. С этой целью введём обозначение

$$\frac{1}{\beta^2} = \frac{k_{z2}^2 \varepsilon_1^2}{k_{z1}^2 \varepsilon_2^2}.$$

Уравнение (7) для области, заполненной средой 2, в сокращённой записи принимает вид

$$\frac{\partial \arctan(\beta \tan b(x, z))}{\partial z} = k_{z2}.$$

Интегрирование приводит к результату для функции фазы:

$$b(x, z + \Delta z) = \arctan \left\{ \frac{1}{\beta} \tan \left[ k_{z2} \Delta z + \arctan(\beta \tan b(x, z)) \right] \right\}.$$

Для получения записи уравнения (7) в инвариантной для любой однородной области форме введём функцию  $\tilde{b}(x, z)$  согласно равенству

$$\tilde{b}(x, z) = \arctan(\beta \tan b(x, z)).$$

Волновое уравнение для волны ТМ-поляризации во всех областях структуры удовлетворяется, если в нём заменить координату  $z$  в дифференциалах функций  $\tilde{b}$ . Это возможно, поскольку производная функции  $\tilde{b}$  и координаты  $z$ , умноженной на волновой вектор, совпадают. В результате получаем уравнение

$$-\frac{\partial \tan \tilde{b}}{\partial \tilde{b}} + \tan^2 \tilde{b} + 1 = 0,$$

справедливое во всех слоях структуры.

Функция  $\tilde{b}$  является универсальной, уравнения, включающие её, инвариантны относительно смены сред-

компонентов плоскопараллельной структуры, в частности, имеющей параметры линзы Пендри. Изменение функции  $\tilde{b}$  на однородном участке распространения волны совпадает со значением  $k_{z2}\Delta z$ , в свою очередь совпадающим с традиционным решением в однородной области, только вместо "сшивания" на границе областей мы записываем константы в функции фазы по общему правилу:

$$\tilde{b}(x, z) = \begin{cases} k_{z1}(z), & 0 < |z| < d, \\ k_{z2}(z - d) + C_1, & d < |z| < 3d, \\ k_{z1}(z - 3d) + C_2, & 3d < |z| < 5d, \\ k_{z2}(z - 5d) + C_3, & 5d < |z| < 7d, \\ k_{z1}(z - 7d) + C_4, & 7d < |z| < 9d, \end{cases}$$

$$C_1 = \arctan(\beta \tan k_{z1}(d)),$$

$$C_2 = \arctan\left(\frac{1}{\beta} \tan(k_{z2}(3d) + C_1)\right),$$

$$C_3 = \arctan(\beta \tan(k_{z1}(5d) + C_2)),$$

$$C_4 = \arctan\left(\frac{1}{\beta} \tan(k_{z2}(7d) + C_3)\right).$$

Решение волнового уравнения, записанное в таком обозначении, имеет вид

$$H_y(x, z) = H_0 \cos \tilde{b} = \frac{\cos b}{\sqrt{1 + (\beta^2 - 1) \cos^2 b}}.$$

Определим пропускание плёнки исходя из полученных равенств. Условие плазмонного резонанса, иначе говоря дисперсионное соотношение, определяющее собственные моды трёхслойной структуры, выражается уравнением

$$1 + (\beta^2 - 1) \cos^2 b = \sqrt{\sin b + i\beta \cos b} \sqrt{\sin b - i\beta \cos b} = 0.$$

Преобразуем это уравнение:

$$\begin{aligned} -\sin b + i\beta \cos b &= \frac{i}{2} (\exp(ib)(1 + \beta) + \exp(-ib)(\beta - 1)) = \\ &= \frac{i}{2} (1 + \beta) \exp(-ib) \left( \exp(2ib) + \frac{\beta - 1}{\beta + 1} \right). \end{aligned}$$

Таким образом, условие плазмонного резонанса принимает вид

$$\exp(2ib) + \frac{\beta - 1}{\beta + 1} = \exp(2ib) + \frac{\beta^2 - 1}{(\beta + 1)^2} = 0,$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\beta^2 - 1}{(\beta + 1)^2} &= \frac{k_{z1}^2/\varepsilon_1^2 - k_{z2}^2/\varepsilon_2^2}{(k_{z1}/\varepsilon_1 + k_{z2}/\varepsilon_2)^2} = \\ &= \frac{k_0^2/\varepsilon_1 - k_0^2/\varepsilon_2 - (k_x^2 + k_y^2)(1/\varepsilon_1 - 1/\varepsilon_2)(1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2)}{k_0^2/\varepsilon_1 + k_0^2/\varepsilon_2 - (k_x^2 + k_y^2)(1/\varepsilon_1^2 + 1/\varepsilon_2^2) + 2(k_{z1}/\varepsilon_1)(k_{z2}/\varepsilon_2)}. \end{aligned}$$

В квазистатическом пределе справедливо равенство

$$\lim_{\substack{k_x, k_y \rightarrow \infty \\ \varepsilon_1 = 1 \\ \varepsilon_2 = -1 + i\varepsilon''}} \frac{\beta^2 - 1}{(\beta + 1)^2} = \frac{i\varepsilon''}{2}.$$

Отсюда следует

$$\exp(2ib) = -\frac{i\varepsilon''}{2}.$$

Последнее означает, что в рассматриваемом случае поле на границах линзы неограниченно возрастает с уменьшением потерь в материале плёнки.

Дополнительно исследуем резонансное условие трёхслойной структуры (бесконечные диэлектрические полупространства, разделённые тонкой металлической плёнкой), где обе границы структуры, бесконечно удалённые от плёнки, имеют координаты  $z = -h$ ,  $z = h$ ,  $h \rightarrow \infty$ . Собственные моды структуры удовлетворяют условию согласования на границах структуры:

$$\begin{aligned} \tilde{b}(x, d) + k_{z2}(h - d) &= \arctan(\beta \tan(k_{z1}d)) + \\ &+ k_{z2}(h - d) = \pi m, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad h \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (8)$$

Получаем полезное равенство:

$$\arctan[\beta \tan(k_{z1}d)] = k_{z2}(d - h). \quad (9)$$

Последнее равенство с учётом комплексного значения волновых векторов представляет собой условие плазмонного резонанса:

$$\tan(k_{z1}d)\beta = -\lim_{h \rightarrow \infty} \tan(k_{z2}(d - h)) = -i.$$

Для симметричной структуры, состоящей из трёх слоёв, рассчитаем функцию  $z$ -компоненты фазы в плоскостях объекта и изображения. Условие согласования фаз (8) определяет разность фаз между границами бесконечной структуры, равную  $2\pi m$  ( $m = 1, 2, \dots$ ). Таким образом, бесконечно удалённые от плёнки границы трёхслойной структуры в нашей модели являются плоскостями с нулевой  $z$ -компонентой фазы, и от одной из них можно начинать отсчёт фазы. Положим, что фаза возрастает в положительном направлении оси  $z$ . Тогда  $z$ -компонента фазы в плоскости объекта будет равна  $k_{z2}(h - 2d)$ . В свою очередь  $z$ -компонента фазы в плоскости изображения также будет равна  $k_{z2}(h - 2d)$ . Значения фазы в плоскостях, совпадающих с гранями плёнки, выражаются как

$$P_1 = k_{z2}(h - 2d) + k_{z2}d + \varphi_1,$$

$$P_2 = k_{z2}(h - 2d) + k_{z2}d + \varphi_2,$$

где  $\varphi_1$  — дополнительная к фазе расположения объекта в нашей модели фаза луча, освещающего точку объекта,  $\varphi_2$  — дополнительная фаза изображения этой точки.

Рассчитаем разность двух результатов вычисления фазы на второй грани плёнки:

$$\begin{aligned} 0 &= k_{z2}(h - d) + \varphi_2 + \\ &+ \arctan\left\{\beta \tan\left[2k_{z1}d + \arctan\left(\frac{1}{\beta} \tan P_1\right)\right]\right\}. \end{aligned}$$

Положим  $\varphi_1 = 0$ , тогда

$$\begin{aligned} -k_{z2}(h - d) - \varphi_2 &= \\ &= \arctan\left\{\beta \tan\left[2k_{z1}d + \arctan\left(\frac{1}{\beta} \tan(k_{z2}(h - d))\right)\right]\right\}. \end{aligned}$$

Используем равенство (9):

$$-k_{z2}(h-d) - \varphi_2 = \arctan\left(\beta \tan(k_{z1}d)\right).$$

Применим равенство (9) ещё раз:

$$-k_{z2}(h-d) - \varphi_2 = -k_{z2}(h-d).$$

Из последнего равенства следует, что при фазе  $\varphi_1$ , равной нулю,  $\varphi_2$  тоже равна нулю. Таким образом, волна имеет в плоскостях объекта и изображения одинаковые фазы.

Для структуры, состоящей из  $2n+1$  слоёв, вместо (9) надо применить дисперсионное равенство для многослойной структуры:

$$\beta \tan(k_{z1}d + C_n) = -\lim_{h \rightarrow \infty} \tan(k_{z2}(d-h)) = -i.$$

Обсудим полученный результат. Обозначим магнитное поле в центральной плоскости структуры как  $H_0(x)$ . Тогда на бесконечно удалённых границах структуры поле будет равно  $H_0(x) \exp(i2\pi m) = H_0(x)$ . Усиление поля на гранях плёнки в условиях плазмонного резонанса полностью компенсируется только на бесконечности. Если мы помещаем источник света на расстоянии  $d$  от плёнки, то мы как будто получаем в этом расположении источника волну с фазой  $k_{z2}(h-2d)$ , т.е. по отношению к бесконечно удалённой плоскости затухающая волна ослаблена, и её ослабление в совокупности с усилением на границе плёнки (9) даёт конечный результат для фазы:  $-k_{z2}d$ . В плоскости изображения по отношению к бесконечности волна также ослаблена, и добавление фазы такое же:  $-k_{z2}d$ . Общее усиление равно затуханию волны на диэлектрическом участке оптического пути в линзе (между плоскостями объекта и изображения).

Бесконечное возрастание поля между областями происходит в металле, в металлической части структуры поле имеет большую плотность энергии только в узких приповерхностных участках, оно быстро убывает при прохождении в глубь металла практически до нуля. Математически это представлено вкладом в фазу волны функции арктангенса, в условиях плазмонного резонанса на границе косинус от функции  $\arctan[(1/\beta) \tan(k_{z1}d + C_n)]$  бесконечен. Физически арктангенс определяет фазу волны при отражении от металло-диэлектрической границы. Косинус арктангенса, таким образом, описывает отражённую от двух граней плёнки волну внутри плёнки, неограниченно возрастающую в условиях плазмонного резонанса.

Определим изменение продольных линзе компонент фазы:

$$\frac{\partial a(x, z)}{\partial x} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} k_{x1} = -k_{x1},$$

где  $a(x, z)$  — фаза в направлении оси  $x$ . Как и поперечная линзе компонента фазы,  $x$ -компонента фазы волны убывает в металле, поскольку производная отрицательна. Следовательно, волна обратная, направление луча меняется на зеркальное, что соответствует отрицательной рефракции. Оптический путь волны, излучаемой источником, в такой ситуации показан на рис. 2. Если

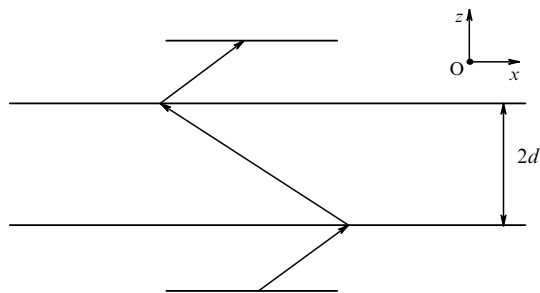


Рис. 2. Оптический путь волны, излучаемой источником света, в линзе Пендри.

диэлектрические проницаемости равны по модулю, но обратны по знаку, то на изображении сохраняются пропорции объекта.

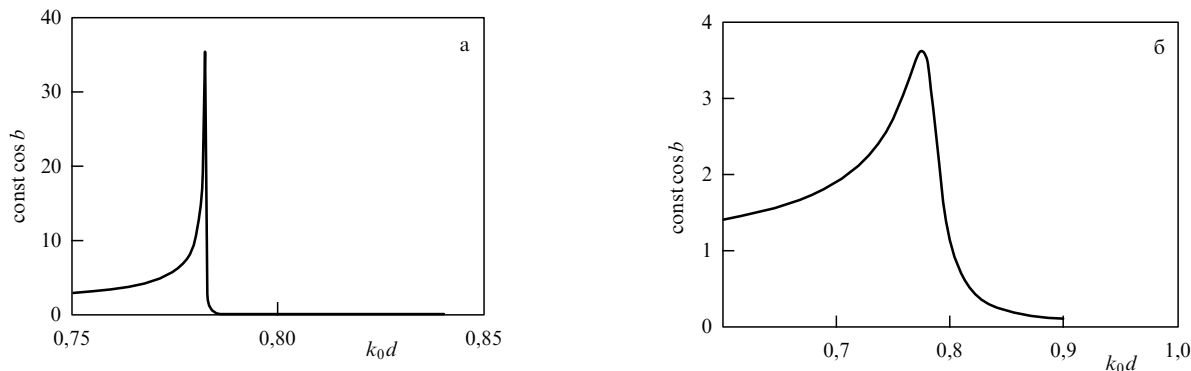
Как следует из полученного результата, в отсутствие потерь диэлектрическая проницаемость должна полагаться равной  $-1$  для получения идеального изображения. Но в металлах, где действительная часть диэлектрической проницаемости отрицательна, существуют потери, определяющие ненулевое значение мнимой части диэлектрической проницаемости. Тогда изображение тем точнее, чем меньше последнее число. В этом смысле предпочтительны материалы с минимальными потерями.

На сегодняшний день существуют различные методы синтеза металлов, удовлетворяющих этому требованию [41]. Наиболее подходящий металл — серебро. Плёнка "мечты", по оценкам специалистов, должна иметь параметр  $\varepsilon'^2/\varepsilon'' > 2000$ . Хорошие параметры имеют монокристаллы серебра, выращенные определёнными методами. В поликристаллических образцах из-за разграничения зёрен и различной ориентации их границ рассматриваемый параметр значительно меньше [38].

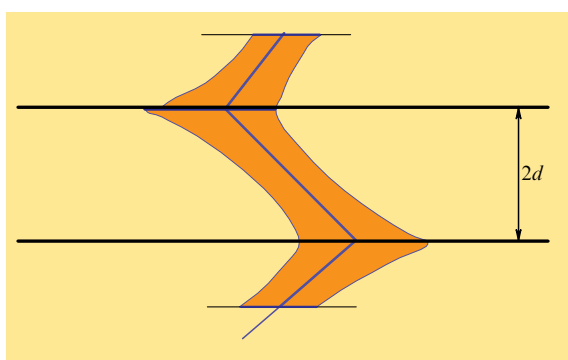
Одной из важнейших характеристик образцов для изготовления плоскопараллельных слоистых оптических элементов является "шероховатость" поверхности. Это существенный фактор, который может увеличить длину распространения поверхностных плазмон-поляритонов или качество суперлинз. Критическое значение такого параметра для устройств, основой которых служит суперлинза, 1 нм, монокристаллы имеют размер шероховатости 0,5 нм.

На рисунке 3а показан результат расчёта поля волны в идеальной плёнке. Сравним его с аналогичным результатом для плёнки с параметром  $\varepsilon'^2/\varepsilon'' = 20$ , приведённым на рис. 3б. Сравнительный анализ показывает, что в первом случае резонанс более ярко выражен и ширина максимума меньше, чем во втором. Поскольку максимумы на графиках достаточно узкие, для оценки разрешающей способности линзы предполагалось, что для такой задачи частотную дисперсию диэлектрической проницаемости можно не учитывать.

Рассчитаем минимальный размер светового пятна на изображении. С этой целью применим соотношение неопределённостей:  $\Delta x \Delta k \approx 1$ . Значение ширины максимума на рисунках, делённое на толщину плёнки, определяет  $\Delta k$ . Для двух рассматриваемых случаев рассчитанные по приведённым на рисунках значениям соответственно  $\Delta x \approx 30$  нм,  $\Delta x \approx 2$  мкм. Длина волны излу-



**Рис. 3.** Зависимость относительной интенсивности электромагнитной волны на границе трёхслойной структуры ( $H(z) = \text{const} \cos b(z)$ ) от частоты излучения, параметры структуры: (а)  $d = 30$  нм,  $\epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_1 = -1 + i0,0005$ ; (б)  $d = 30$  нм,  $\epsilon_2 = 1$ ,  $\epsilon_1 = -1 + i0,05$ . Частотная дисперсия диэлектрической проницаемости не учитывалась.



**Рис. 4.** (В цвете онлайн.) Распространение гауссова пучка в линзе Пендри.

чения для рассчитываемых параметров структуры, соответствующая максимумам на графиках,  $\approx 240$  нм. Согласно критерию Рэлея, для рефрактивной линзы максимальный размер пятна не превышает половины длины волны излучения. Таким образом, идеальная плёнка должна создавать изображение с разрешённым расстоянием, в восемь раз меньшим длины волны, что превосходит дифракционный предел, тогда как плёнка с параметрами, рассчитанными для рис. 4, таким свойством не обладает. Заметим, что графики построены по формулам, выведенным из уравнений Максвелла в общем случае, результаты вычисления не ограничиваются статическим пределом.

Как аналитически показано выше, чем меньше значение мнимой части диэлектрической проницаемости металла, тем сильнее возрастание поля на границах линзы. К такому же выводу приводит и анализ графиков на рис. 3.

Здесь мы рассматриваем два предельных случая оптимальных и неподходящих параметров плёнки. Реальные поликристаллические и монокристаллические плёнки имеют промежуточные характеристики. Оптимальная линза может быть изготовлена из монокристаллической серебряной плёнки, она имеет улучшенные параметры и высокое разрешение. Как видим, линза с менее подходящими параметрами имеет разрешение, не превышающее дифракционного предела (разрешения рефрактивной линзы). Монокристаллическая плёнка из серебра толщиной 30 нм, т.е. с параметрами, рассчитанными для гра-

фика на рис. 3а, может быть изготовлена несколькими современными методами [41].

#### 4. Алгоритм вычисления распределения электромагнитного поля в слоистой симметричной среде

В разделе 3 рассмотрена основная идея метода расчёта полей электромагнитной волны в слоистой структуре с плоскопараллельной, цилиндрической и сферической симметрией. Она заключается в следующем алгоритме.

1. Проводятся расчёт дисперсионной картины и построение диаграммы. В слое одномерной структуры 1 с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ , граничащем с окружающей средой ( $\epsilon$ ), фаза волны

$$b(z) = \arctan \left( \frac{1}{\beta_1} \tan \Delta b_1 \right),$$

где

$$\beta_1 = \frac{k}{k_1} \frac{\epsilon_1}{\epsilon}, \quad k^2 = \epsilon k_0^2 - k_{\perp}^2, \quad k_1^2 = \epsilon_1 k_0^2 - k_{\perp}^2.$$

В слое 2 с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$  фаза волны

$$b(z) = \arctan \left( \frac{1}{\beta_2} \tan \left( \Delta b_2 + \arctan \left( \frac{1}{\beta_1} \tan \Delta b_1 \right) \right) \right),$$

$$\beta_2 = \frac{k_1}{k_2} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}, \quad k_2^2 = \epsilon_2 k_0^2 - k_{\perp}^2.$$

В слое 3 фаза волны

$$b(z) = \arctan \left\{ \frac{1}{\beta_3} \tan \left( \Delta b_3 + \arctan \left[ \frac{1}{\beta_2} \tan \left( \Delta b_2 + \arctan \left( \frac{1}{\beta_1} \tan \Delta b_1 \right) \right) \right] \right) \right\},$$

$$\beta_3 = \frac{k_2}{k_3} \frac{\epsilon_3}{\epsilon_2}, \quad k_3^2 = \epsilon_3 k_0^2 - k_{\perp}^2,$$

где  $\epsilon_3$  — диэлектрическая проницаемость материала третьего слоя. В следующих слоях структуры приращение фазы записывается аналогично. В последнем слое  $m$

фаза волны имеет вид

$$b(L) = \Delta b_m + \arctan \left[ \frac{1}{\beta_m} \tan \left( \Delta b_m + \dots + \arctan \left( \frac{1}{\beta_1} \tan \Delta b_1 \right) \right) \right], \quad (10)$$

$$\beta_m = \frac{k_{m-1}}{k_m} \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_{m-1}}, \quad k_m^2 = \varepsilon_m k_0^2 - k_{\perp}^2,$$

где  $\varepsilon_m$  — диэлектрическая проницаемость материала слоя  $m$ ,  $L$  — линейный размер структуры в направлении, перпендикулярном слоям.

Для вычисления компоненты волнового вектора, перпендикулярной слоям, определяемой термином "постоянная распространения моды", запишем дисперсионное уравнение

$$\tan b(L) = \frac{i}{\beta_{m+1}}, \quad \beta_{m+1} = \frac{k_m}{k} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{m+1}}. \quad (11)$$

Приращение фазы внутри однородной области определяется различными формулами для различной симметрии:

— плоскопараллельная среда (формула для слоя  $m$ ),

$$\Delta b_m = k_m d_m,$$

где  $d_m$  — ширина слоя;

— цилиндрическая симметрия для фундаментальной моды структуры (слой  $m$ ),

$$\Delta b_m = k_m r_m + \frac{\sin^2 b(R)}{R} - \frac{\sin^2 [b(R - r_m)]}{R},$$

где  $r_m$  — разность внешнего и внутреннего радиусов слоя,  $R$  — радиус слоя;

— сферическая симметрия для фундаментальной моды структуры (слой  $m$ ),

$$\Delta b_m = k_m \rho_m + 2 \frac{\sin^2 b(P)}{P} - 2 \frac{\sin^2 [b(P - \rho_m)]}{P},$$

где  $\rho_m$  — разность внешнего и внутреннего радиусов слоя,  $P$  — радиус слоя.

2. *Магнитное поле в точке одномерной слоистой структуры с координатой определяется формулой*

$$H(z) = \text{const} \cos b(z). \quad (12)$$

Изложенный алгоритм вычисления электромагнитного поля волны в слоистой симметричной структуре может быть использован для анализа, проектирования, оптимизации оптоэлектронных устройств на основе супер- и гиперлинз.

Расчёт для сферической и цилиндрической симметрий требует решения трансцендентного уравнения при переходе от слоя к слою, что приводит к вычислительным затратам, но в пределе малых размеров структуры (малая ширина слоёв) рассматриваемая теория имеет очень интересные и важные следствия, каковыми являются, например, формула для мод высокого порядка сферической симметрии, позволяющая вычислить поляризуемость сферических трёхслойных наночастиц [36], или формула, определяющая спадающую дисперсионную

ветвь на диаграмме для многослойных нанопроволок [37].

## 5. Дифракция гауссова пучка в линзе Пендри

В разделах 3, 4 мы пришли к выводу о высоком разрешении линзы Пендри, основываясь на результате вычисления затухания эванесцентных волн. В отличие от эванесцентных волн в классическом оптическом элементе, где они быстро затухают, в линзе такие волны в полном объёме присутствуют в плоскости изображения, тем самым преодолевается дифракционный предел. Далее рассмотрим дифракцию расходящегося осесимметричного пучка в плоскопараллельной слоистой структуре с параметрами линзы Пендри на примере гауссова пучка.

Поскольку пучок осесимметричный, вычисления проведём в цилиндрической системе координат. Будем полагать, что направление пучка перпендикулярно слоям линзы. Начнём с записи волнового уравнения (3) в цилиндрической системе координат:

$$\Delta \mathbf{H} - \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} = -\mathbf{H} \varepsilon k_0^2. \quad (13)$$

Преобразуем это уравнение аналогично преобразованию (4)–(7) уравнения (3), результат имеет вид

$$-\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \left( \frac{\partial f}{\partial r} \right)^2 - \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - k_z^2 \frac{\partial \tan \tilde{b}}{\partial \tilde{b}} + \left( k_z \tan \tilde{b} - \frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 + k_z^2 = 0,$$

где

$$H_y(z) = H_0(z) \exp f(r, z), \quad \tan \tilde{b} + \frac{\partial f(r, z)}{\partial k_{zz}} = \frac{1}{H_y} \frac{\partial H_y}{\partial k_{zz}}.$$

В разделе 1 мы рассматривали функцию

$$\tan b = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon H_y} \frac{\partial H_y}{\partial k_{zz}}.$$

Условия сохранения тангенциальных компонент поля выполняются, если эта функция непрерывна, непрерывной также должна быть функция  $H_y$ . Функция пучка будет удовлетворять этим условиям, если переменную  $k_{zz}$ , присутствующую в функции  $f(r, z)$  для пучка в однородной среде, заменить функцией  $(\varepsilon/\varepsilon_2)k_{zz}$ .

Подставляя выражение  $(1/H_y)(\partial H_y/\partial k_{zz})$  в (13), приходим к уравнению

$$-\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \left( \frac{df}{dr} \right)^2 + i \frac{k_z^2}{k_{z2}} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} \frac{\partial f[(\varepsilon/\varepsilon_2)k_{zz}]}{\partial z} = 0, \quad (14)$$

где  $k_z$  — текущий волновой вектор в структуре,  $k_z = k_{z1}$  в первой среде и  $k_{z2}$  во второй среде. Из уравнения (13), записанного для однородной среды, выводится волновая функция гауссова пучка [42]:

$$H_y(r, z) = \exp(f(r, z) + i\sqrt{\varepsilon}k_0 z) = \exp\left(\frac{\sqrt{\varepsilon}k_0^2 r^2}{ik_0 z + \text{const}} + i\sqrt{\varepsilon}k_0 z\right). \quad (15)$$



Анализ уравнений (14), (15) приводит к выводу: в слоистой структуре с параметрами линзы Пендри волновая функция гауссова пучка выражается в виде

$$H_y(r, \tilde{b}) = \exp(f(r, \tilde{b}) + i\tilde{b}) = \exp\left(\frac{\varepsilon k_0^2 r^2}{i(\varepsilon/\varepsilon_2)k_{z2}z + \text{const}} + i\tilde{b}\right). \quad (16)$$

Такое решение соответствует зеркальному отражению фазы пучка на ближней и дальней гранях линзы. Этот вывод можно обобщить для случая наклонного падения пучка на линзу, когда волновой вектор пучка имеет  $z$ - и  $x$ -компоненты. Сделанный вывод определяется следующими факторами.

Во-первых, приращение продольной пучку фазы между гранями линзы равно  $-2k_{z2}d$ , в то время как изменение фазы волны на каждом из двух диэлектрических участков пути между плоскостями объекта и изображения равно  $k_{z2}d$ .

Во-вторых, луч распространяется в положительном направлении оси  $z$  и в обратном первоначальному направлению оси  $x$  ( $k_x$  на границах линзы меняет знак), в линзе он проходит вдоль оси  $x$  расстояние, равное сумме расстояний, пройденных на диэлектрическом участке пути.

В-третьих, поскольку угол наклона пучка к оси  $z$  в металле равняется по модулю углу наклона пучка в диэлектрике, хотя имеет обратный знак, радиальная координата в наклонных системах координат зеркально-симметрична относительно грани линзы в средах 1 и 2.

Отрицательное приращение координат  $z$  и  $x$  определяет не только обратную по фазе волну, но и обратный отсчёт продольной пучку координаты в функции  $f$ . Если до линзы пучок расходился, то в линзе он начинает сужаться, увеличивая радиус кривизны волнового фронта, и наоборот. Перетяжка перед положением объекта на расстоянии от него, не большем  $d$ , отражается в области линзы с координатой из интервала  $(0, d)$ . Такое условное построение хода пучка в линзе показано на рис. 4. Как видно из рисунка, в плоскости объекта и изображения пучок имеет равные характеристики.

Представленная картина гауссова пучка соответствует формулам (15), (16), поскольку они выведены не только для эванесцентных волн в статическом пределе, как в работе [29], но и для всех видов волн, в том числе радиационных. Рисунок 4 показывает изменение в плёнке полностью всего пучка, вывод формул (15), (16) соответствует волновой теории локализации электромагнитного поля. Здесь действует условие: оптический путь между точкой в плоскости объекта и её изображением равен нулю, оно должно выполняться для каждой точки в плоскости объекта.

Поскольку в рассматриваемой среде отсутствует набег фазы от ячейки к ячейке, функция  $\tilde{b}$ , в отличие от координаты  $z$ , изменяется только на протяжении ячейки структуры и является постоянной при переходе между одинаковыми точками разных ячеек. Таким образом, поперечный размер пучка не изменяется на протяжении оптического пути, в слоистой структуре с параметрами линзы Пендри отсутствует дифракция гауссова пучка.

Слоистая структура с параметрами линзы Пендри создаёт изображение луча, т.е. транслирует его в пространстве. Подобная структура с другими соотноше-

ниями геометрических и материальных параметров может быть использована, например, для фокусировки пучка, в этом случае необходимо рассчитать положение пучка относительно линзы. Расходящийся пучок будет сфокусирован до размеров ближайшей перетяжки. Такая фокусировка будет более точной, без искажений, свойственных обычной линзе.

## 6. Заключение

Получен результат проведённого теоретического исследования распространения плоской волны и гауссова пучка в периодической структуре с параметрами линзы Пендри, а также рассмотрен частный случай, когда структура моделируется расположенной в воздухе металлической пластиной с субволновой толщиной. Параметры компонентов среды: диэлектрическая и магнитная проницаемости равны  $-1$  и  $1$  соответственно, слои имеют одинаковую толщину  $2d$ . Конечные формулы дают возможность рассчитать интенсивность и фазу волны в любой точке рассматриваемой структуры. Они объясняют характер изображения в линзе Пендри.

Для положений, находящихся на расстоянии от границ линзы (металлического слоя структуры), равном полуширине её поперечного размера, направление, интенсивность и фаза волны совпадают. Следовательно, для волн с резонансным волновым вектором, исходящих из плоскости объекта, расположенной на расстоянии  $d$  от границы линзы, в симметричном относительно линзы положении строится изображение, полностью повторяющее начальную волну.

Проведено исследование с помощью оригинальной волновой теории уравнения Гельмгольца для гауссова пучка в суперлинзе. Результат объясняет отсутствие дифракции в линзе Пендри для гауссова пучка и позволяет рассчитать все параметры пучка в линзе, его фазу и пространственное распределение амплитуд в его сечении.

Гауссов пучок в линзе Пендри изменяет (сужает, расширяет) свой поперечный размер только на протяжении одного слоя, в следующем слое идёт обратное изменение (расширение, сужение). В такой структуре нет макроскопического набега продольной компоненты фазы и, как следствие, дифракционное расплывание в данном случае отсутствует.

В статье приведён алгоритм расчёта дисперсии, а также распределения электрического и магнитного полей собственных оптических мод плоской, цилиндрической и сферической многокомпонентных слоистых сред (10)–(12). Теоретические выводы статьи дают инструмент исследования многослойных структур с различной симметрией, которые могут служить основой для наноплазмонных устройств.

## Список литературы

1. Климов В В *Наноплазмоника* (М.: Физматлит, 2009); Klimov V V *Nanoplasmonics* (Singapore: Pan Sanford Publ., 2014)
2. Sadatgol M et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 035502 (2015)
3. Savo S, Di Gennaro E, Andreone A *Opt. Express* **17** 19848 (2009)
4. Климов В В *УФН* **191** 1044 (2021); Klimov V V *Phys. Usp.* **64** 990 (2021)
5. Давидович М В *УФН* **189** 1249 (2019); Davidovich M V *Phys. Usp.* **62** 1173 (2019)
6. Рыбин М В, Лимонов М Ф *УФН* **189** 881 (2019); Rybin M V, Limonov M F *Phys. Usp.* **62** 823 (2019)

7. Ремнев М А, Климов В В *УФН* **188** 169 (2018); Remnev M A, Klimov V V *Phys. Usp.* **61** 157 (2018)
8. Кильдишев А В, Шалаев В М *УФН* **181** 59 (2011); Kildishev A V, Shalaev V M *Phys. Usp.* **54** 53 (2011)
9. Мелентьев П Н, Балькин В И *УФН* **189** 282 (2019); Melentiev P N, Balykin V I *Phys. Usp.* **62** 267 (2019)
10. Балькин В И, Мелентьев П Н *УФН* **188** 143 (2018); Balykin V I, Melentiev P N *Phys. Usp.* **61** 133 (2018)
11. Лепешов С И и др. *УФН* **188** 1137 (2018); Lepeshov S I et al. *Phys. Usp.* **61** 1035 (2018)
12. Попов Н Л и др. *УФН* **190** 820 (2020); Popov N L et al. *Phys. Usp.* **63** 766 (2020)
13. Петров В М и др. *УФН* **191** 760 (2021); Petrov V M et al. *Phys. Usp.* **64** 722 (2021)
14. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967); Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)
15. Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
16. Adams W et al. *New J. Phys.* **18** 125004 (2016)
17. Parimi P V et al. *Nature* **426** 404 (2003)
18. Fang N et al. *Science* **308** 534 (2005)
19. Манделъштам Л И "Лекции по некоторым вопросам теории колебаний (1944 г.). Четвертая лекция", в кн. Манделъштам Л И *Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике* (М.: Наука, 1972) с. 431
20. Barnes W L, Dereux A, Ebbesen T W *Nature* **424** 824 (2003)
21. Podolskiy V A, Kuhta N A, Milton N A *Appl. Phys. Lett.* **87** 231113 (2005)
22. Шевченко В В *УФН* **181** 1171 (2011); Shevchenko V V *Phys. Usp.* **54** 1131 (2011); Шевченко В В *УФН* **182** 342 (2012); Shevchenko V V *Phys. Usp.* **55** 324 (2012)
23. Буров В А и др. *УФН* **181** 1205 (2011); Burov V A et al. *Phys. Usp.* **54** 1165 (2011)
24. Дорофеев А В *Радиотехника и электроника* **52** 1116 (2007); Dorofeev A V *J. Commun. Technol. Electron.* **52** 1031 (2007)
25. Шатров А Д *Радиотехника и электроника* **52** 1430 (2007); Shatrov A D *J. Commun. Technol. Electron.* **52** 1324 (2007)
26. Анютин А П, Шатров А Д *Радиотехника и электроника* **57** 1012 (2012); Anutin A P, Shatrov A D *J. Commun. Technol. Electron.* **57** 1024 (2012)
27. Hartman Ph *Ordinary Differential Equations* (New York: Wiley, 1964); Пер. на русск. яз.: Хартман Ф *Обыкновенные дифференциальные уравнения* (М.: Мир, 1970)
28. Born M, Wolf E *Principles of Optics* (Oxford: Pergamon Press, 1968); Пер. на русск. яз.: Борн М, Вольф Э *Основы оптики* (М.: Наука, 1973)
29. Pendry J B *Opt. Express* **11** 755 (2003)
30. Melville D O S, Blaikie R J *Opt. Express* **13** 2127 (2005)
31. Ramakrishna S A et al. *J. Mod. Opt.* **50** 1419 (2003)
32. Nielsen R B et al. *Appl. Phys. B* **100** 93 (2010)
33. Селина Н В, Тумаев Е Н *Российские нанотехнологии* **11** (5–6) 78 (2016); Selina N V, Tumayev E N *Nanotechnol. Russia* **11** 349 (2016)
34. Селина Н В *Компьютерная оптика* **44** 552 (2020)
35. Селина Н В *Оптика и спектроскопия* **127** 648 (2019); Selina N V *Opt. Spectrosc.* **127** 700 (2019)
36. Селина Н В *Российские нанотехнологии* **14** (9–10) 59 (2019); Selina N V *Nanotechnol. Russia* **14** 451 (2019)
37. Селина Н В *Наноструктуры. Математическая физика и моделирование* **18** (1) 45 (2018)
38. Селина Н В *Композиты и наноструктуры* **11** (1) 28 (2019)
39. Селина Н В *Композиты и наноструктуры* **11** (3) 95 (2019)
40. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Физматлит, 2003); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)
41. Baburin A S et al. *Opt. Mater. Express* **9** 611 (2019)
42. Гончаренко А М *Гауссовы пучки света* (Минск: Наука и техника, 1977)

### Light diffraction in a plane-parallel layered structure with the parameters of a Pendry lens

N.V. Selina

Kuban State Technological University,  
ul. Moskovskaya 2, 350072 Krasnodar, Russian Federation  
E-mail: selina\_natalia@mail.ru

The solution of Maxwell's equations for a plane electromagnetic wave and a Gaussian beam propagating in a Pendry lens has been obtained. The mathematical form of the solution explains details of image formation in such a structure. It is shown that not only the plane wave but also the Gaussian beam in this case is characterized by the absence of diffraction, so the Gaussian beam does not expand when propagated in a multilayer Pendry lens of any size.

**Keywords:** Maxwell's equations, metal–dielectric piecewise homogeneous medium, Pendry lens, Gaussian beam diffraction

PACS numbers: 03.50.De, **42.25. – p**, **42.79. – e**, **78.67. – n**

Bibliography — 42 references

Received 17 October 2020, revised 29 June 2021

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **192** (4) 443–452 (2022)

*Physics – Uspekhi* **65** (4) (2022)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.07.039002>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2021.07.039002>