

## Сверхпроводящая спинтроника: современное состояние и перспективы

А.С. Мельников, С.В. Миронов, А.В. Самохвалов, А.И. Буздин

*В последние годы достигнуты значительные успехи в новой области криоэлектроники — физике сверхпроводящих гибридных систем на основе сверхпроводников (С) и ферромагнетиков (Ф), получившей название сверхпроводящей спинтроники. Приведены теоретические и экспериментальные результаты по изучению эффекта близости с ферромагнетиком, формирующего необычное сверхпроводящее состояние в окрестности СФ-границы и позволяющего управлять бездиссипативным зарядовым и спиновым транспортом в гибридных структурах, изменяя текстуру и свойства магнитной подсистемы. Особое внимание уделено анализу особенностей генерации на СФ-интерфейсе спин-триплетных куперовских пар, обеспечивающих наиболее эффективное взаимодействие между сверхпроводимостью и ферромагнетизмом, в том числе в системах с полной поляризацией зон по спину (half-metals) и заметным спин-орбитальным взаимодействием. Подробно обсуждаются не затронутые в предыдущих обзорах по сверхпроводящей спинтронике вопросы электродинамики структур сверхпроводник–ферромагнетик, включая особенности формирования неоднородных сверхпроводящих и магнитных состояний, обусловленных спин-орбитальным взаимодействием, дальнедействующими триплетными корреляциями в ферромагнетиках, электродинамическим эффектом близости и неустойчивостью типа Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла с вектором модуляции в плоскости слоёв СФ-структуры. Отражено положение дел с современным экспериментом и указаны перспективные теоретические представления и проблемы, актуальные для дальнейшего развития сверхпроводящей спинтроники.*

**Ключевые слова:** эффект близости, электромагнитный отклик, синглетные и триплетные сверхпроводящие корреляции, гибридные структуры сверхпроводник–ферромагнетик, спин-орбитальное взаимодействие

PACS numbers: 74.20. – z, 74.78. – w, 85.25. – j

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.07.039020>

### Содержание

1. Введение (1340).
2. Устройства сверхпроводящей спинтроники (1343).
  - 2.1. Спиновые вентили.
  - 2.2. Джозефсоновский  $\pi$ -контакт.
  - 2.3. Джозефсоновский  $\phi_0$ -контакт. Фазовые батареи и джозефсоновские диоды.
3. Дальние сверхпроводящие корреляции в ферромагнетиках (1348).
  - 3.1. Дальнедействующие синглетные сверхпроводящие корреляции в ферромагнетике. Чистый предел.
  - 3.2. Дальнедействующие

триплетные сверхпроводящие корреляции в ферромагнетике. Грязный предел. 3.3. Спин-орбитальные эффекты и дальние сверхпроводящие корреляции. 3.4. Мезоскопические флуктуации.

#### 4. Электродинамика структур сверхпроводник–ферромагнетик (1356).

4.1. Электромагнитный отклик структур сверхпроводник–ферромагнетик. Диамагнитный и парамагнитный вклады в отклик. 4.2. Электромагнитный отклик джозефсоновских систем сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник. 4.3. Обратный эффект близости. Спиновый и электромагнитный механизмы. 4.4. Электромагнитный эффект близости в гибридных структурах сверхпроводник–ферромагнетик. 4.5. Неустойчивость Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла. 4.6. Спонтанные токи. Спин-орбитальные эффекты.

#### 5. Эффект близости в сильных ферромагнетиках с полной поляризацией зон по спину (1371).

5.1. Основные экспериментальные результаты. 5.2. Теоретические подходы к описанию эффекта близости в полуметаллах. 5.3. Джозефсоновский транспорт через слой полуметалла. 5.4. Эффект спинового вентили в системах со слоем полуметалла.

#### 6. Заключение (1376).

Приложение А. Основные уравнения микроскопической теории систем сверхпроводник–ферромагнетик (1377).

А.С. Мельников<sup>(1,2,a)</sup>, С.В. Миронов<sup>(1)</sup>,  
А.В. Самохвалов<sup>(1,2,b)</sup>, А.И. Буздин<sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> Институт физики микроструктур РАН,  
603950 Нижний Новгород, ГСП-105, Российская Федерация

<sup>(2)</sup> Национальный исследовательский Нижегородский  
государственный университет им. Н.И. Лобачевского,  
просп. Гагарина 23, 603950 Нижний Новгород,  
Российская Федерация

<sup>(3)</sup> Université de Bordeaux, LOMA UMR-CNRS 5798,  
F-33405 Talence Cedex, France

E-mail: <sup>(a)</sup> melnikov@ipmras.ru,

<sup>(b)</sup> samokh@ipmras.ru

Статья поступила 4 июня 2021 г.,  
после доработки 7 июля 2021 г.

А.1. Уравнения Боголюбова – де Жена. А.2. Квазиклассические методы. Уравнения Андреева. А.3. Квазиклассические методы: теория Эйленбергера. А.4. Квазиклассические методы: теория Узаделя.

**Приложение Б. Квазиклассические уравнения вдоль траекторий и токо-фазовые соотношения для чистых контактов сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник (1378).**

**Список литературы (1379).**

## 1. Введение

Конкуренция двух антагонистических явлений — сверхпроводимости (С) и ферромагнетизма (Ф) — привлекает внимание исследователей в течение уже более чем полувека. Важность этого вопроса обсуждалась ещё в 1950-х годах в пионерской работе В.Л. Гинзбурга [1]. Взаимный антагонизм сверхпроводимости и ферромагнетизма очевидным образом следует уже из фундаментального свойства сверхпроводящего состояния металлов — эффекта Мейсснера. Незатухающие токи сверхпроводящих электронов, которые отвечают при этом за экранирование внешних магнитных полей, оказывают разрушающее воздействие на саму сверхпроводимость: она исчезает при превышении приложенным магнитным полем некоторого критического значения. Любой магнитный материал представляет собой естественный источник магнитных полей, которые должны, таким образом, разрушать сверхтекучее состояние электронов в материале. Приведённые аргументы иллюстрируют так называемый электромагнитный (или орбитальный) механизм конкуренции сверхпроводимости и магнетизма. Такое взаимодействие должно существенно затруднить одновременное сосуществование этих явлений в естественных материалах или искусственных структурах.

В работе В.Л. Гинзбурга [1] подробно проанализирована лондоновская электродинамика ферромагнитного сверхпроводника, рассчитано распределение сверхпроводящих токов, компенсирующих токи намагнитченности, построены фазовые диаграммы ферромагнитных сверхпроводников во внешних полях. Обратное влияние сверхпроводимости на ферромагнетизм в рамках орбитального механизма впервые обсуждалось в работах [2–4].

Создание микроскопической теории сверхпроводящего состояния (теории Бардина – Купера – Шриффера) позволило установить ещё более сильный механизм [5], затрудняющий возникновение сверхпроводимости на фоне развитого ферромагнитного состояния: этот механизм связан с обменным взаимодействием между спинами электронов проводимости и упорядоченными спинами электронов ферромагнетика. Соответствующее обменное поле ферромагнетика стремится ориентировать спины электронов в одном направлении, что очевидным образом вступает в противоречие с механизмом образования синглетных куперовских пар из электронов с противоположными спинами в стандартном сверхпроводнике с s-типом спаривания [6]. Именно обменное взаимодействие ответственно за сильное подавление сверхпроводимости магнитными примесями. В упомянутой работе [5] было экспериментально показано, что даже очень малая (порядка нескольких процентов) относительная концентрация магнитных атомов оказывается достаточной для полного разрушения сверхпроводящего порядка.

Первый анализ влияния обменного поля и магнитного рассеяния на сверхпроводящее спаривание был выполнен в работах [7, 8]. Влияние магнитных примесей на сверхпроводящие свойства описано в рамках ставшей теперь классической теории Абрикосова – Горькова [9]. Как и в случае орбитального механизма, взаимодействие ферромагнетизма и сверхпроводимости в рамках обменного механизма также взаимно, что затрудняет появление магнетизма в сверхпроводящем состоянии [10]. В результате ферромагнитные сверхпроводники как естественные материалы могут существовать либо при достаточно низкой температуре Кюри [11, 12], либо в весьма экзотических ситуациях, когда взаимодействие электронов предполагает образование триплетных куперовских пар (сформированных электронами с сонаправленными спинами) [13, 14]. В отличие от электрон-фононного (куперовского) механизма спаривания, который является определяющим в стандартных s-волновых сверхпроводниках, наиболее вероятный механизм спаривания в триплетных сверхпроводниках связан со взаимодействием между электронами и магнонами [15]. Отметим, что возможность спаривания электронов через магнитные возбуждения активно обсуждалась в качестве механизма сверхпроводимости в сильно коррелированных системах, в том числе в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) (см., например, [16–21]).

Упомянутые эффекты конкуренции сверхпроводимости и магнетизма весьма непростое наблюдать в естественных материалах (см., например, обзоры [22, 23]), что не только затрудняет экспериментальные работы в данном направлении, но и создаёт, казалось бы, очевидное препятствие для использования этих эффектов в каких бы то ни было приложениях. Тем не менее сегодня мы можем утверждать: развитие технологии и успехи эксперимента в начале XXI в. показали, что конкуренция сверхпроводящего и магнитного состояний вещества — это не только интригующая и красивая физическая задача, она имеет перспективу практического использования в новом классе устройств криоэлектроники — твердотельных приборах, функционирующих при криогенных температурах. Такие уникальные возможности открываются благодаря использованию гибридных структур, состоящих из взаимодействующих ферромагнитных и сверхпроводящих подсистем (например, тонкоплёночных многослойных СФ-структур). Изменяя с помощью внешнего магнитного поля распределение магнитного момента, мы получаем возможность непосредственно управлять и спинами электронов в сверхпроводнике. Квантово-механический характер их движения приводит к весьма нетривиальному кругу явлений, которые можно объединить термином "сверхпроводящая спинтроника" (от англ. Spintronics — SPIN TRansport electrONICS) [24, 25].

Идея использования гибридных структур, изготовленных из комбинаций магнитных и сверхпроводящих материалов, которые разделены изоляционными или проводящими прослойками, для элементной базы криоэлектроники заключается в возможности управления сверхпроводящими токами путём изменения магнитного состояния ферромагнитной подсистемы. Безусловно, такой способ управления подразумевает использование достаточно слабых управляющих магнитных полей, приложенных к системе. Успехи современной технологии (напылительной техники и литографии) позволили экс-

периментаторам и технологам изготовить и исследовать весьма обширный класс обсуждаемых структур. Более того, в последнее десятилетие поток работ в данном направлении неуклонно возрастает, открывая вполне реальные перспективы для создания прототипов элементов так называемой сверхпроводящей спинтроники. Использование подобных устройств, несмотря на необходимость очень низких температур для их работы, может быть вполне целесообразным, поскольку позволяет существенно снизить диссипативные потери, присущие устройствам обычной (несверхпроводящей) спинтроники [26–28].

Электродинамические и транспортные свойства гибридных СФ-структур существенно определяются характеристиками интерфейса между сверхпроводящей и магнитной подсистемами. Так, в СФ-системах с малопрозрачными изолирующими барьерами на СФ-интерфейсах, приводящими к отсутствию электронного транспорта между сверхпроводящей и ферромагнитной подсистемами, либо в системах с ферромагнитными изоляторами следует ожидать подавления обменного механизма взаимодействия. Свойства таких магнитосвязанных структур сверхпроводник–изолятор–ферромагнетик подробно описаны в обзорах [29, 30].

Ферромагнитная подсистема, как правило, характеризуется неоднородным пространственным распределением намагниченности, т.е. доменной структурой. Как следствие, поля рассеяния ферромагнетика также могут быть сильно неоднородными и в конечном счёте приводить к модуляции плотности куперовских пар. При определённых условиях концентрация сверхпроводящих носителей может быть повышена вблизи границ магнитных доменов — такое явление получило название доменной сверхпроводимости (domain-wall superconductivity) [31, 32]. Формирование локализованной сверхпроводимости над протяжённой доменной стенкой может приводить к возникновению сверхпроводящего канала в образце, при этом положение и ширина такого канала могут контролироваться изменением температуры  $T$  и внешнего поля  $H$ , ориентированного перпендикулярно поверхности структуры. Экспериментальное подтверждение существования сверхпроводящих каналов над доменными стенками было получено с помощью низкотемпературной сканирующей лазерной микроскопии [33] и туннельной спектроскопии [34].

Увеличение прозрачности границ раздела СФ-структуры и соответствующее снижение сопротивления этих границ приводят к обмену электронами между С- и Ф-подсистемами, что создаёт условия для так называемого эффекта близости. Проникая в ферромагнетик, куперовские пары испытывают воздействие обменного поля, которое стремится разрушить связанное состояние двух электронов. Характерный масштаб затухания синглетных сверхпроводящих корреляций в Ф-металле не превышает обычно 10 нм даже для слабых ферромагнетиков типа CuNi [35]. Однако в некотором слое вблизи СФ-границы сверхпроводящие корреляции ещё сохраняются, формируя необычное сверхпроводящее состояние: из-за специфической квантово-механической интерференции затухание волновой функции куперовских пар в ферромагнетике сопровождается знакопеременными осцилляциями на масштабе порядка нескольких нанометров. Эти осцилляции, по существу, возникают вследствие извест-

ного механизма Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла (ЛОФФ) [36, 37], который приводит к неустойчивости однородного сверхпроводящего состояния в присутствии спинового расщепления за счёт зеемановского или обменного поля.

Основная идея, лежащая в основе рассматриваемого механизма формирования неоднородного сверхпроводящего состояния, может быть проиллюстрирована следующими соображениями. Энергетический сдвиг спиновых подзон, определяемый величиной обменного поля  $h$  в ферромагнитном слое, приводит к сдвигу импульсов электронов с противоположными спинами, образующих синглетную куперовскую пару:  $k_{\uparrow\downarrow} = k_F \pm h/(\hbar v_F)$ , где  $k_F$  — волновое число Ферми,  $v_F$  — скорость Ферми. Учитывая, что куперовская пара формируется из электронов разных спиновых подзон, её суммарный импульс в ферромагнетике оказывается отличным от нуля:  $Q = 2h/(\hbar v_F)$ . Появление этого импульса фактически и означает возникновение пространственных осцилляций волновой функции куперовской пары на масштабе  $\xi_h = \hbar v_F/(2h)$ .

Здесь следует оговорить, что полученная оценка масштаба осцилляций справедлива лишь для чистого предела, когда масштаб  $\xi_h$  мал по сравнению с длиной свободного пробега  $\ell$ . При рассмотрении обычной фазы ЛОФФ (например, в сверхпроводящих плёнках в параллельном магнитном поле) рассеяние на примесях подавляет ЛОФФ-неустойчивость [38]. В гибридных структурах формирование осцилляций волновой функции куперовских пар в направлении, перпендикулярном границе СФ, оказывается возможным и в грязном пределе, т.е. при  $\ell \ll \xi_h$ . В последнем случае оценка масштаба осцилляций в рамках диффузионного подхода может быть получена как характерная длина диффузии  $\xi_f \sim \sqrt{Dt}$  за некое время  $t$ , где  $D$  — коэффициент диффузии электронов. Взяв в качестве характерного времени  $t$  величину  $\xi_h/v_F$ , мы получаем  $\xi_f \sim \sqrt{\hbar D/h}$ .

Осцилляции волновой функции в ферромагнетике приводят к интересным эффектам, возникающим при соизмеримости периода осцилляций и толщины Ф-слоя (см. обзор [39] и приведённые там ссылки). Так, например, критическая температура  $T_c$  сверхпроводящего перехода СФ-бислоя немонотонно зависит от толщины ферромагнетика [40, 41]. Такая немонотонная зависимость  $T_c$  и возвратная сверхпроводимость [42, 43] наблюдались в многочисленных экспериментах со слоистыми СФ-гибридами [44–49].

Осцилляции волновой функции в СФС-слоистой структуре (рис. 1) могут также вызывать формирование необычного  $\pi$ -состояния [50], при котором устанавливается равновесная разность фаз  $\pi$  между параметрами порядка двух сверхпроводников и возникает инверсия

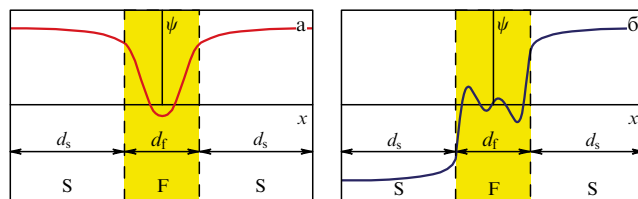


Рис. 1. Качественное поведение волновой функции куперовских пар в джозефсоновском СФС-контакте при отсутствии потенциального барьера на СФ-границе: (а) переход 0-типа, (б) переход  $\pi$ -типа.

джозефсоновского тока [51, 52] (см. также обзор [39]). Именно интерференционные явления в квантовой механике куперовских пар лежат в основе принципов работы наиболее известных на сегодняшний день спинтронных устройств: джозефсоновских контактов с инвертированным соотношением между сверхпроводящим током и разностью фаз сверхпроводящих электродов ( $\pi$ -контактов) [51–53] и спиновых вентилях (spin-valve — клапан, затвор), в которых критическая температура перехода контролируется взаимной ориентацией магнитных моментов в магнитной подсистеме [54–59].

Возможность формирования слабой джозефсоновской связи сверхпроводящих электродов через ферромагнитный слой (СФС-контакт) и  $\pi$ -инверсии фазы была предсказана в работах А.И. Буздина и М.Ю. Куприянова [51, 52], оказавших значительное влияние на всё последующее развитие данного направления. Экспериментальные доказательства возможности протекания сверхпроводящего тока через ферромагнетик и формирования  $\pi$ -состояния впервые были получены в группе В.В. Рязанова (Институт физики твёрдого тела (ИФТТ) РАН) [53]. Позднее эти результаты были подтверждены многочисленными работами других групп [60–64].

На рисунке 1 качественно показано распределение волновой функции куперовских пар в обычном джозефсоновском СФС-переходе (0-типа) и  $\pi$ -контакте. Переход между 0- и  $\pi$ -состояниями СФС-контакта сопровождается, как правило, немонотонной зависимостью критического тока СФС-перехода, т.е. максимального тока, протекающего через джозефсоновский переход без диссипации, от температуры и толщины  $\Phi$ -слоя, что, собственно, и было впервые подтверждено экспериментально в работе [53]. Подобные джозефсоновские инверторы фазы и более общая инженерия ток-фазового соотношения [65] могут быть использованы при конструировании кубитов (базовых элементов для хранения информации в квантовом компьютере) [66, 67] и создания малошумных СКВИД-магнитометров (от англ. Superconducting Quantum Interference Device) — высокоточных устройств для измерения магнитного потока [68].

Упомянутые интерференционные явления в квантовой механике куперовских пар становятся ещё более нетривиальными в присутствии неоднородных обменных полей, например, в системах, содержащих несколько ферромагнитных слоёв с различной ориентацией вектора намагниченности. Если намагниченность в одном из слоёв фиксирована, например, с помощью дополнительного антиферромагнитного слоя, то возникает возможность управления взаимной ориентацией векторов намагниченности в ферромагнитных плёнках при приложении сравнительно слабых внешних магнитных полей [54–56, 69].

Изменение профиля обменного поля вблизи поверхности сверхпроводника оказывает сильное влияние на проникновение куперовских пар в ферромагнитную подсистему и соответственно смещает критическую температуру сверхпроводящего перехода во всей системе в целом. В результате температурная зависимость сопротивления сдвигается, и мы получаем возможность эффективного управления сопротивлением образца слабым магнитным полем. Такая структура получила название спинового вентиля; её тоже можно отнести к перспективным элементам будущих криоэлектронных схем. К сожалению, сдвиг критической температуры для большин-

ства ферромагнитных металлов оказывается крайне малым (порядка доли градуса). Заметим, однако, что величина сдвига существенно возрастает (см. [70–73]) при использовании ферромагнетиков, у которых величина обменной энергии превышает энергию Ферми.

Следует отметить, что в целом проявления эффекта близости в СФ-системах существенно изменяются, если в качестве ферромагнетика используются материалы с предельно сильной поляризацией электронов проводимости по спину, часто называемые полуметаллическими ферромагнетиками или полуметаллами (соответствующий английский термин — half-metals) [74–78]. Такие материалы обладают ненулевой проводимостью для электронов с одной из возможных проекций спина на направление обменного поля и в то же время являются изоляторами или полупроводниками для электронов с проекцией спина противоположного знака. В результате синглетные куперовские пары, образованные электронами с противоположными спинами, не могут непосредственно проникать из сверхпроводника в полуметалл (ПМ) и эффект близости между этими материалами оказывается подавленным.

В то же время целый ряд экспериментов свидетельствует о возможности проникновения куперовских пар внутрь полуметаллов на расстояния, сравнимые с масштабом проникновения пар в нормальные металлы. Традиционное объяснение подобного эффекта основано на предположении о том, что на границах полуметалла возникают локальные неоднородности направления обменного поля, в результате чего граница становится спин-активной (при пересечении такой границы изменяется спиновое состояние электрона), приводя тем самым к генерации дальнедействующих триплетных корреляций с проекцией спина  $s_z = \pm\hbar$ . При этом если оба спина электронов направлены вдоль оси квантования в полуметалле ( $s_z = \hbar$ ), то соответствующие сверхпроводящие корреляции проникают в полуметалл, а если оба спина направлены против оси квантования ( $s_z = -\hbar$ ), то проникновение корреляций оказывается невозможным. К настоящему моменту изучение сверхпроводящего эффекта близости с полуметаллами стало одним из наиболее интенсивно развивающихся направлений сверхпроводящей спинтроники.

Заметим, что проблема несоответствия экспериментально детектируемой глубины проникновения сверхпроводящих корреляций в ферромагнитные материалы с теоретическими оценками характерна не только для полуметаллов (см. обзор [79]). Действительно, опираясь на простейшую оценку глубины проникновения сверхпроводящих корреляций в грязный ферромагнетик  $\xi_f \sim \sqrt{\hbar D_f / h}$ , где  $D_f$  — коэффициент диффузии в ферромагнетике,  $h$  — обменное поле, мы не можем объяснить экспериментальные свидетельства [80–89] о наблюдении аномально большой длины затухания сверхпроводящих корреляций в  $\Phi$ -металле, вплоть до 0,5 мкм. Для объяснения такого аномального эффекта близости и дальнего действия также обычно рассматривают различные механизмы генерации спин-триплетных пар, образованных из электронов с одинаковой проекцией спинов на ось квантования [90–92] (см. также обзоры [93, 94]).

Присутствие в ферромагнетике индуцированных триплетных корреляций и связанные с ними особенности эффекта близости между сверхпроводником и ферромагнетиком проявляются, в частности, при исследовании

экранирующих свойств гибридных СФ-структур. При температуре  $T$ , близкой к критической температуре  $T_c$ , эффективная глубина проникновения магнитного поля  $\Lambda$  определяется средней плотностью синглетных  $\langle n_s \rangle$  и триплетных  $\langle n_t \rangle$  пар [79]:  $\Lambda^{-1} \propto \langle n_s \rangle - \langle n_t \rangle$ . Поскольку поведение синглетных и триплетных сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике существенно различается, локальная плотность сверхтока  $\mathbf{j}_s = -e^2(n_s - n_t)\mathbf{A}/(mc)$  (здесь  $n_s$  и  $n_t$  — локальные плотности синглетных и триплетных корреляций) может стать локально парамагнитным в тех местах, где триплетные корреляции преобладают ( $n_t > n_s$ ).

В целом, надо отметить, что исследование электродинамического отклика СФ-структур предоставляет уникальные возможности как для выяснения вопросов фундаментальной физики эффекта близости, так и для разработки эффективных методик тестирования свойств прототипов приборов сверхпроводящей спинтроники. Важным вопросом при этом оказывается проблема обратного эффекта близости, а именно учёт обратного влияния ферромагнетика на куперовские пары в сверхпроводящей подсистеме. Обратное влияние возникает как благодаря спиновому механизму [10], так и вследствие орбитального (электромагнитного) эффекта [2–4]. Наблюдаемые проявления обратного влияния магнетика на сверхпроводник связаны как со спонтанными токами, сгенерированными в сверхпроводнике, так и с возможной неустойчивостью относительно появления пространственно модулированной плотности куперовских пар в плоскости сверхпроводящих слоёв. Эта неустойчивость, схожая с неустойчивостью типа ЛОФФ [36, 37], способна существенно изменять характеристики СФ-гибридных структур.

Отдельно следует упомянуть ряд важных проявлений эффекта близости, связанных с влиянием спин-орбитального (СО) взаимодействия на сверхпроводящие корреляции в СФ-структурах, в частности взаимодействия типа Рашбы [95], возникающего на интерфейсах СФ-структур. Спин-орбитальные эффекты способны привести как к новым механизмам возбуждения спонтанных токов, так и к формированию анизотропной структуры сверхпроводящих корреляций в импульсном пространстве, конкретнее корреляций р-типа. Совместное влияние сильного обменного поля и СО-взаимодействия приводит к топологическому переходу и формированию так называемых майорановских состояний, которые широко обсуждаются в литературе в контексте реализации топологически защищённых квантовых вычислений [96, 97]. Следует отметить, что СО-взаимодействие может также обеспечить условия для возникновения так называемых фи-контактов со спонтанной разностью фаз между сверхпроводящими электродами в основном состоянии.

Даже достаточно краткое описание некоторых наиболее интересных, на наш взгляд, направлений современных исследований в области сверхпроводящей спинтроники должно убедить читателей, что эта область действительно стала "горячей темой" в физике конденсированных сред. Таким образом, написание данного обзора представляется вполне актуальным и своевременным. Цель нашего обзора — более подробно познакомить читателей *УФН* с некоторыми наиболее важными результатами в области сверхпроводящей спинтроники, уделяя особое внимание эффектам, интересным для общефизической аудитории. Структура обзора следую-

щая. В разделе 2 мы более подробно, чем во введении, останавливаемся на описании наиболее известных типов устройств сверхпроводящей спинтроники. Такая конкретизация объектов исследования позволяет привязать дальнейшее изложение физических эффектов к возможным приложениям. Раздел 3 посвящён весьма интригующей проблеме эффектов дальнего действия при распространении сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике. Вопросы электродинамики СФ-структур освещены в разделе 4. Раздел 5 содержит описание современной экспериментальной и теоретической ситуации, связанной с использованием в сверхпроводящей спинтронике ферромагнитных металлов с предельно сильной спиновой поляризацией проводящих электронов. В заключении (раздел 6) мы подводим некоторые итоги и кратко обсуждаем возможные перспективы развития физики СФ-систем. В приложении А для удобства читателей мы приводим краткую справку по основным теоретическим подходам, которые используются в теории эффекта близости в СФ-системах, что позволяет ссылаться на уравнения базовой теории при изложении теоретических результатов в основном тексте.

## 2. Устройства сверхпроводящей спинтроники

Хотя исследования гибридных систем по-прежнему главным образом сосредоточены на изучении фундаментальных вопросов взаимодействия сверхпроводимости и ферромагнетизма, прикладная сверхпроводящая электроника и спинтроника в настоящее время бурно развиваются. Это связано с насущной потребностью в криогенной памяти для устройств квантовой логики, а также с разработкой новых приложений с использованием сверхпроводящих кубитов. Сверхпроводящая спинтроника даёт возможность создания схем, в которых логические операции, управляемые спиновыми токами, могут выполняться быстрее и с большей энергетической эффективностью [28, 98], чем аналогичные, основанные на переносе заряда в полупроводниковых устройствах [99]. Потенциальные возможности и свойства гибридных СФ-систем, которые отсутствуют у сверхпроводников и ферромагнетиков по отдельности, мотивируют прикладной интерес к подобным структурам, в том числе как к элементам сверхпроводящих вычислительных схем [66, 67] или других устройств с перестраиваемыми транспортными и магнитными свойствами на основе спин-поляризованного сверхтока [26, 79].

В разделах 2.1–2.3 мы рассмотрим возможные решения и примеры устройств, которые могут быть полезными для разработок в области сверхпроводящей спинтроники.

### 2.1. Спиновые вентили

Основы теории сверхпроводящих спиновых вентилях были заложены в работах групп Л.Р. Тагирова, А.И. Буздина и М.Р. Бисли [54–56], где было показано, что относительная ориентация намагниченностей  $\mathbf{M}_{1,2}$  в соседних слоях ферромагнетика в трёхслойных структурах  $\Phi_1\Phi_2\text{С}$  [56] (рис. 2а) или  $\Phi_1\text{С}\Phi_2$  [54, 55] (рис. 2б) может оказать существенное влияние на критическую температуру сверхпроводящего перехода  $T_c$ . При подходящем выборе параметров структуры различие критических температур сверхпроводящего перехода при сонаправленных,  $T_c^{\uparrow\uparrow}$ , и противоположно направленных,

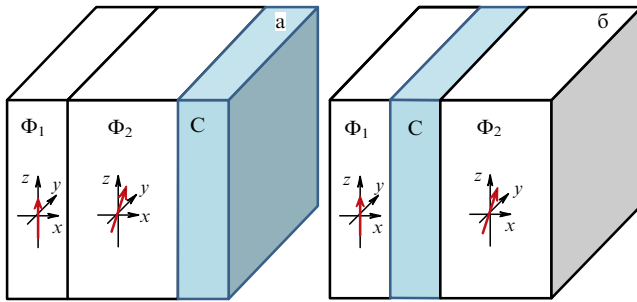


Рис. 2. (В цвете онлайн.) Варианты сверхпроводящих вентиляей: (а)  $\Phi_1\Phi_2$ -структуры; (б)  $\Phi_1C\Phi_2$ -структуры.

$T_c^{\uparrow\downarrow}$ , намагниченностях в  $\Phi$ -слоях может быть вполне наблюдаемым. Поскольку усреднённое по структуре обменное поле для конфигурации с противоположно направленными намагниченностями заведомо меньше, чем для конфигурации с сонаправленными намагниченностями, естественно ожидать, что  $T_c^{\uparrow\downarrow} > T_c^{\uparrow\uparrow}$ .

Подобные гибридные СФ-структуры являются аналогом обычного спинового вентиля (spin-valve) [99], в котором слой нормального (Н) металла заменён сверхпроводящим, и обладают колоссальным магнетосопротивлением при переключении системы из нормального (резистивного) состояния в сверхпроводящее, что делает их перспективными устройствами для управления электронным транспортом с помощью сравнительно слабых внешних магнитных полей.

Влияние взаимной ориентации намагниченностей  $\Phi$ -слоёв на  $T_c$  убедительно подтверждено экспериментально на структурах типа  $\Phi_1C\Phi_2$  со слабым раствором CuNi в качестве ферромагнетика [57, 58]. Однако измеренные значения  $\Delta T_c = T_c^{\uparrow\downarrow} - T_c^{\uparrow\uparrow}$  оказались намного меньше прогнозируемых и не превышали ширины сверхпроводящего перехода  $\delta T_c$ , что не обеспечивало полного переключения между нормальным и сверхпроводящим состояниями. Использование в подобных структурах сильных ферромагнитных металлов (Fe, Ni) позволило несколько увеличить  $\Delta T_c$  [100, 101] и даже реализовать случай  $\Delta T_c \gtrsim \delta T_c$  [102], соответствующий бесконечному магнетосопротивлению. В отдельных случаях наблюдалось нетипичное уменьшение критической температуры при замене сонаправленной ориентации намагниченности  $\Phi$ -слоёв противоположно направленной ( $T_c^{\uparrow\downarrow} < T_c^{\uparrow\uparrow}$ ), получившее название обратного эффекта спинового вентиля (*inverse spin-valve effect*) [103–108]. Такое поведение, противоречащее исходным представлениям [54, 55], может быть вызвано в том числе влиянием полей рассеяния магнитных доменов в ферромагнитных слоях, зависящих от взаимной ориентации их намагниченностей [109, 110].

Более обнадеживающие результаты получены на системах типа  $\Phi_1\Phi_2C$ , в которых на примере тонкоплёночной гетероструктуры  $\text{CoO}_x/\text{Fe}/\text{Cu}/\text{Fe}/\text{In}$  удалось наблюдать полное переключение между нормальным и сверхпроводящим состояниями, обеспечив  $\Delta T_c > \delta T_c$  [111, 112]. Дальнейшие исследования показали, что в подобных гибридных структурах возможны как обычный ( $T_c^{\uparrow\downarrow} > T_c^{\uparrow\uparrow}$ ), так и обратный ( $T_c^{\uparrow\downarrow} < T_c^{\uparrow\uparrow}$ ) эффекты спинового вентиля в зависимости от толщины ферромагнитного слоя  $\Phi_2$  [113, 114]. Изменение знака эффекта спинового вентиля и осцилляций  $\Delta T_c$  при изменении

толщины слоя  $\Phi_2$  объясняются интерференцией волновой функции куперовских пар в ферромагнитном слое в окрестности СФ-границы [115]. Физика гибридных СФ-структур с несколькими  $\Phi$ -слоями становится ещё более нетривиальной и богатой, если намагниченности в слоях неколлинеарны. В этом случае парные сверхпроводящие корреляции содержат спин-триплетные нечётные по мацубаровской частоте компоненты с проекцией спина  $s_z = \pm\hbar$  на ось квантования, которые не разрушаются обменным полем и слабо затухают в ферромагнитном металле на масштабе корреляционной длины  $\xi_n$  [90, 92] (см. также обзоры [93, 94]).

Появление дальнодействующих спин-триплетных корреляций создаёт дополнительный механизм подавления сверхпроводимости, вследствие чего минимум зависимости  $T_c(\theta)$  может соответствовать неколлинеарной конфигурации, при которой  $\theta \neq 0, \pi$  (триплетный эффект спинового вентиля — *triplet spin-valve effect*). Возможность триплетного эффекта спинового вентиля для  $\Phi_1\Phi_2C$ -систем с диффузным типом проводимости (грязный предел) теоретически показана в [115] и экспериментально подтверждена на примере структур  $\text{CoO}/\text{Fe}/\text{Cu}/\text{Fe}/\text{Pt}$  [59] и  $\text{Nb}/\text{CuNi}/\text{Nb}/\text{Co}/\text{CoO}_x$  [116]. Численные расчёты, основанные на самосогласованном решении уравнений Боголюбова–де Жена (БдЖ) (см. приложение А.1) для  $\Phi_1\Phi_2C$ -систем с баллистическим типом проводимости (чистый предел) также подтвердили возможность монотонной зависимости  $T_c(\theta)$  при  $0 \leq \theta \leq \pi$  [117]. Более подробно вопросы, связанные с физикой дальнодействующего триплетного эффекта близости, мы рассмотрим в разделе 3.

Для спиновых вентиляей типа  $\Phi_1C\Phi_2$  расчёты, выполненные для симметричных структур ФСФ (с идентичными ферромагнитными слоями), предсказывают только обычный эффект спинового вентиля, при котором  $T_c^{\uparrow\downarrow} > T_c^{\uparrow\uparrow}$  как в грязном [54, 55, 118–120], так и в чистом [121–123] пределах. Численные расчёты критической температуры асимметричных  $\Phi_1C\Phi_2$ -структур в грязном пределе [124, 125] показали, что  $T_c(\theta)$  монотонно возрастает с увеличением угла разориентации ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ), т.е. обычный эффект спинового вентиля сохраняется и в этом случае. Для гибридных ФСФ-структур с атомными слоями конфигурация с противоположно направленными магнитными моментами в  $\Phi$ -слоях оказывается предпочтительной для возникновения сверхпроводимости в таких системах и обладает более высокой  $T_c$  [126, 127], за исключением случаев инверсии зон в сильных ферромагнетиках из-за спинового расщепления [128].

В то же время результаты экспериментальных исследований спиновых вентиляей  $\Phi_1C\Phi_2$  не выглядят так однозначно. Хотя в большинстве экспериментов с  $\Phi_1C\Phi_2$ -структурами в соответствии с теорией наблюдались только обычный эффект спинового вентиля [57, 58, 100, 101, 129–132] и монотонное возрастание  $T_c(\theta)$  с увеличением  $\theta$  от 0 до  $\pi$  [133], в ряде случаев подбор параметров структуры приводил к обратному эффекту спинового вентиля, для которого  $T_c^{\uparrow\downarrow} < T_c^{\uparrow\uparrow}$  [104–108, 134]. Изменения знака эффекта спинового вентиля можно достичь, например, добавляя спин-активные слои между сверхпроводником и ферромагнетиком [135]. Для надёжного управления относительными направлениями намагниченности в плоскости слоёв обычно используются дополнительный слой антиферромагнетика и/или магнитная анизотропия. Максимально достигнутое подав-

ление критической температуры  $\Delta T_c$  в таких структурах варьируется от 20 мК для диффузных систем [59, 136, 137] до 120 мК при использовании тонких баллистических слоёв сильных ферромагнетиков [138]. Объяснения обратного эффекта спинового вентиля в трёхслойных диффузных структурах  $\Phi_1\text{СФ}_2$ , как правило, основаны на дополнительных предположениях, лежащих за пределами стандартной теории эффекта близости на СФ-границе. В случае сильных ферромагнетиков конфигурация со взаимно противоположным направлением магнитных моментов в  $\Phi$ -слоях должна приводить к накоплению спин-поляризованных квазичастиц в  $\text{С}$ -слое из-за относительно небольшой вероятности перехода квазичастиц между  $\Phi$ -слоями [104]. Обратный эффект спинового вентиля может быть также вызван паразитным полем от доменных стенок в ферромагнетиках [105, 110] или диссипативным движением вихрей, индуцированных доменными стенками [109]. В случае асимметричных трёхслойных структур  $\Phi_1\text{СФ}_2$  с баллистическим транспортом оказываются возможными кроме обычного обратный и триплетный эффекты спинового вентиля при соответствующем подборе толщин ферромагнитных слоёв [139].

Сравнительно недавние достижения в области физики СФ-структур, демонстрирующих свойства спинового вентиля, — это реализации полного переключения из сверхпроводящего состояния в нормальное и обратно слабым внешним магнитным полем [111], триплетный и инверсный спин-вентильные эффекты, продемонстрированные в работах групп И.А. Гарифуллина и Л.Р. Тагирова [59, 112, 116, 138, 140] (см. подробнее обзор [141]), а также эффект магнитной памяти [28, 142].

Подводя некоторые итоги, можно заключить, что к настоящему моменту эффект спинового вентиля в СФФ-и ФСФ-системах достаточно хорошо изучен как экспериментально, так и теоретически. Зависимость критической температуры сверхпроводящего слоя от угла разориентации магнитных моментов в ферромагнитных слоях определяется тремя основными факторами. Во-первых, подавление критической температуры  $T_c$  обусловлено обменным полем в ферромагнетиках, разрушающим спиновую структуру куперовских пар. Увеличение угла  $\theta$  между магнитными моментами в  $\Phi$ -слоях приводит к уменьшению среднего обменного поля в структуре, поэтому можно было бы ожидать монотонно возрастающей зависимости  $T_c(\theta)$ . Однако если толщина ферромагнитных слоёв превышает корреляционную длину  $\xi_f$ , то существенное влияние на зависимость  $T_c(\theta)$  оказывают интерференционные эффекты, связанные с осцилляторным поведением волновой функции куперовских пар в ферромагнетике. В результате, в зависимости от соотношения между толщиной  $\Phi$ -слоёв и  $\xi_f$ , максимум функции  $T_c(\theta)$  может соответствовать как сонаправленной, так и противоположно направленной ориентации магнитных моментов. Наконец, неколлинеарность магнитных моментов приводит к возникновению дальнедействующих триплетных корреляций, которые образуют дополнительный канал ухода куперовских пар из сверхпроводника и, как следствие, способствуют подавлению  $T_c$ . В результате на зависимости  $T_c(\theta)$  может возникать минимум, соответствующий углу  $\theta \neq 0, \pi$ .

Дальнейший прогресс в совершенствовании характеристик спиновых вентилях связывается с использованием сильных ферромагнетиков с полной поляризацией зон по

спину. Так, в недавнем эксперименте [70] продемонстрировано гигантское возрастание абсолютной величины сдвига критической температуры при изменении взаимной ориентации магнитных моментов. Мы отложим подробное обсуждение этого вопроса до раздела 5.

## 2.2. Джозефсоновский $\pi$ -контакт

Сходные эффекты лежат и в основе физики джозефсоновских СФС-контактов, содержащих ферромагнитный слой, заключённый между двумя обычными сверхпроводниками в спин-синглетном состоянии. Благодаря эффекту близости парные волновые функции частично проникают из сверхпроводников в ферромагнетик, образуя в области перекрытия слабую связь. Знакопеременные затухающие осцилляции сверхпроводящей волновой функции в ферромагнетике вблизи СФ-границ могут приводить к возникновению спонтанной разности фаз  $\pi$  на электродах, т.е. к переходу джозефсоновских СФС-контактов в  $\pi$ -состояние [50] с аномально сдвинутым на  $\pi$  ток-фазовым соотношением вида  $I(\varphi) = |I_c| \sin(\varphi + \pi) = -|I_c| \sin \varphi$ .

Переход из обычного состояния (0) в  $\pi$ -состояние достигается подбором толщины  $d_f$  и/или величины обменной энергии  $\Phi$ -слоя  $E_{ex}$  [41, 51, 52, 143]. Экспериментально формирование  $\pi$ -фазы чаще всего определяют по поведению критической температуры  $T_c$  перехода гибридной системы в нормальное состояние [41, 44, 45] или посредством измерения критического тока  $I_c$  джозефсоновских СФС-структур [53, 61, 144]. Формально изменение основного состояния СФС-контакта ( $0 \rightleftharpoons \pi$ ) описывается сменой знака  $I_c$  [51, 52], что должно означать заметное подавление критического тока при переходе контакта из 0-фазы в  $\pi$ -фазу. Немонотонная зависимость критического тока СФС-контакта в окрестности  $0-\pi$ -перехода впервые наблюдалась в [53, 145] и позднее была более детально измерена в [61, 63]. Заметное подавление критического тока при переходе контакта из 0-фазы в  $\pi$ -фазу может оказаться ненаблюдаемым из-за сильного ангармонизма СФС-контакта, в ток-фазовом соотношении которого

$$I(\varphi) = I_{c1} \sin \varphi + I_{c2} \sin(2\varphi) + \dots \quad (1)$$

амплитуды высших гармоник  $I_{cn}$  с  $n \geq 2$  играют заметную роль [146–152].

Первые успешные экспериментальные исследования джозефсоновских характеристик СФС-переходов были выполнены на структурах, где в качестве ферромагнитного материала использовались ферромагнитные сплавы (CuNi [53, 63] и PdNi [61]) с относительно слабым обменным полем  $h/k_B \sim 100-500$  К ( $k_B$  — постоянная Больцмана), что позволило существенно увеличить длину затухания синглетных парных корреляций в слое ферромагнетика и обеспечило диффузионное протекание сверхтока через  $\Phi$ -слой толщиной до  $\sim 30$  нм. Наличие сдвига разности фаз джозефсоновского контакта на  $\pi$  подтверждено фазово-чувствительными измерениями зависимости критического тока сверхпроводящего интерферометра от магнитного поля [153, 154] и прямыми измерениями ток-фазового соотношения СФС-контакта [155]. Преимущество использования слабых ферромагнетиков заключается в том, что из-за низкой температуры Кюри  $T_{Curie}$  и присутствия в сплавах магнитных неоднородностей [156, 157], приводящих к рассеянию с пере-

воротом спина, оказывается возможным наблюдать несколько  $0-\pi$ -переходов при фиксированной температуре и температурный переход между состояниями  $0$  и  $\pi$  в одном и том же устройстве [144].

Характерным признаком формирования  $\pi$ -состояния является генерация спонтанного постоянного тока в сверхпроводящем кольце с нечётным числом  $\pi$ -контактов [50], которая сопровождается возникновением состояния с "захваченным" полуквантом магнитного потока  $\Phi_0/2$  [158, 159]. Поскольку основное состояние такого кольца оказывается двукратно вырожденным относительно направления спонтанного тока и магнитного потока,  $\pi$ -контакты были предложены в качестве одного из основных элементов сверхпроводящего кубита [68, 160, 161].

Использование в качестве  $\Phi$ -металла ферромагнетиков (Fe, Co, Ru) с более высокой  $T_{\text{Curie}}$  и сильным обменным полем предполагает формирование очень тонких  $\Phi$ -слоёв ( $\sim 2-10$  нм) для наблюдения перехода джозефсоновского контакта в  $\pi$ -состояние [64, 162–164]. Детальное исследование транспортных свойств контакта Nb/Co/Nb при  $0-\pi$ -переходе показало присутствие в ток-фазовом соотношении (1) заметной доли второй гармоники  $I_{c2} \sin(2\varphi)$  [64], знак амплитуды  $I_{c2}$  которой определяет вид фазового перехода между  $0$ - и  $\pi$ -состояниями джозефсоновского СФС-контакта (при  $I_{c2} > 0$  переход между состояниями  $0$  и  $\pi$  является фазовым переходом первого рода) [146, 147, 149].

Эффективное уменьшение обменной энергии, приводящее к увеличению характерного масштаба спада и периода осцилляций парной волновой функции, может быть достигнуто использованием в качестве слабой связи двухслойных (трёхслойных) структур из нормального и ферромагнитного металлов, соединяющих сверхпроводящие электроды таким образом, что сверхток направлен вдоль ФН-границы [165–168] (рис. 3). Экспериментальная реализация подобных структур в планарной геометрии показала, что эффект Джозефсона сохраняется в них при длине слабой связи, заметно большей длины когерентности, определяемой обменным полем ферромагнетика [169].

Влияние дополнительных нормальных и/или изолирующих (И) слоёв между сверхпроводником и ферромагнетиком подробно теоретически исследовано в [170]. Обнаружено, что даже тонкий дополнительный нормальный проводящий слой может смещать положение  $0-\pi$ -перехода в сторону больших или меньших значений

толщины ферромагнетика в зависимости от его проводящих свойств, в то время как наличие изолирующего слоя может сильно уменьшить толщину  $\Phi$ -слоя, соответствующую  $0-\pi$ -переходу [170–172]. В туннельных джозефсоновских структурах С/Ф/И/С свидетельством формирования  $\pi$ -состояния является инверсия спектра плотности состояний и туннельной проводимости [173], наблюдавшаяся в экспериментах [60, 62, 174, 175]. Возможность формирования  $\pi$ -состояния в туннельных СФС-контактах при замене композитного Ф/И-слоя ферромагнитным изолятором (ФИ) была теоретически показана в [176] и обсуждалась в дальнейшем в работах [177, 178]. Создание джозефсоновских устройств типа С/ФИ/С, как правило, затруднено большой эффективной спиновой поляризацией барьера [179], которая препятствует туннелированию синглетных пар. Перспективным может оказаться использование в качестве  $\Phi$ -барьера магнитно-мягкого изолятора GdN [180]. Показано, что структуры NbN/GdN/NbN с таким барьером демонстрируют значительный критический ток и обладают высокой спиновой поляризацией, что позволяет использовать их в качестве джозефсоновского спинового вентиля [181, 182].

В последние годы особый интерес вызывают джозефсоновские устройства на основе СФС-структур с неоднородным обменным полем, в которых возможна генерация дальнедействующих спин-триплетных корреляций. Для создания условий такой генерации в качестве прослойки между сверхпроводящими электродами используются, например, многослойные  $\Phi_1\Phi_2$ -структуры с неколлинеарными магнитными моментами в различных ферромагнитных слоях [88, 183–188] (рис. 4) или редкоземельные ферромагнетики (Ho, Gd), обладающие собственной магнитной текстурой [88, 189–193]. Дальнедействующие спин-триплетные корреляции также могут возникать при наличии поворота намагниченности в доменной стенке [90, 92, 194–196] или в магнитном вихре [197, 198]. Заметная конверсия в триплетные пары возможна также на спин-активной ФС-границе [199–201]. В случае СФ $_1$ ФФ $_2$ С-перехода триплетная компонента парной функции формируется тонким ( $\sim \xi_f$ ) слоем ферромагнетика между сверхпроводящим электродом и толстым ( $\gg \xi_f$ ) центральным доменом с неколлинеарной намагниченностью. Эксперименты [88, 186, 188, 202] показали, что триплетный джозефсоновский ток заметно возрастает при увеличении угла разориентации намагниченности между внешними и центральными слоями

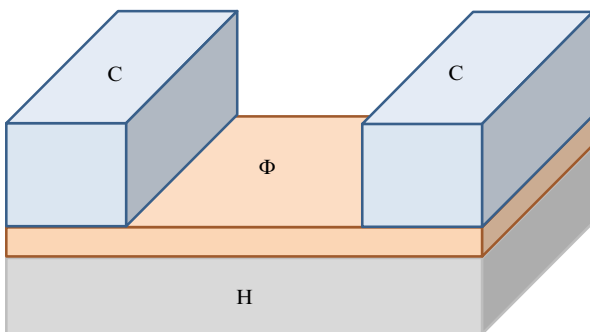


Рис. 3. (В цвете онлайн.) Планарный С/ФН/С джозефсоновский контакт со слабой связью из двухслойной структуры нормального (Н) и ферромагнитного (Ф) металлов.

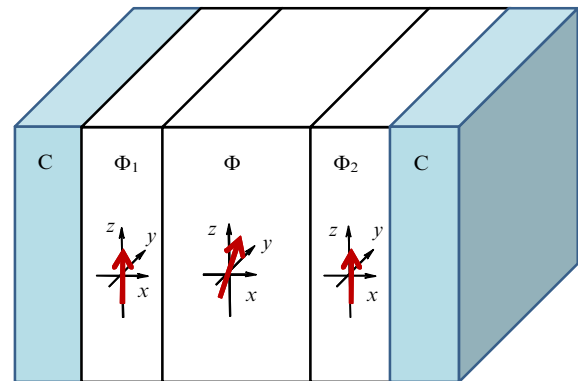


Рис. 4. (В цвете онлайн.) Джозефсоновский контакт на основе многослойной  $\Phi_1\Phi_2$ -ферромагнитной структуры.

( $\Phi_1\Phi$  и  $\Phi\Phi_2$ ). Подчеркнём, что в данном случае эффект дальнего действия обеспечивается распространением именно триплетных корреляций электронов с параллельными спинами, а использование бислоя  $\Phi_1\Phi$  в качестве ферромагнитного барьера СФС-контакта недостаточно для формирования дальнего действующего триплетного джозефсоновского тока [203–205]. Сильная зависимость амплитуды и фазы сверхтока от угла разориентации намагниченности внешних слоёв обеспечивает возможность управляемого перехода между состояниями 0 и  $\pi$  такого контакта [199, 206, 207].

Неоднородное обменное поле  $\mathbf{h}$  может способствовать эффекту дальнего действия в джозефсоновских СФС-структурах и в чистом пределе, когда характерная длина пробега электронов в ферромагнетике заметно превышает его размеры [195, 203, 204]. В работе [208] предложен и изучен способ, позволяющий управлять критическим током и  $0-\pi$ -переходом слабой СФС-связи между синглетными сверхпроводниками с помощью создания в ферромагнетике мелкомасштабной неколлинеарной текстуры обменного поля, которая меняет спиновую структуру распространяющихся куперовских пар.

Заметим, что при использовании ферромагнетиков в качестве барьера следует учитывать влияние магнитного потока, создаваемого  $\Phi$ -слоем в области перехода (за исключением случая, когда намагниченность ортогональна барьеру), что приводит к дополнительному сдвигу фразунгоферовой картины (зависимости критического тока контакта  $I_c$  от внешнего магнитного поля  $H$ ). Зависимость  $I_c(H)$  становится гистерезисной, если поле  $H$  превышает поле коэрцитивности ферромагнетика [209, 210], позволяя тем самым использовать такие СФС-контакты в качестве джозефсоновских магнитных переключателей или элементов памяти [211–218]. Компенсация магнитного потока при необходимости может быть достигнута использованием в качестве барьера композитного трёхслойного ферромагнетика  $\Phi/H/\Phi$  с антиферромагнитно упорядоченными  $\Phi$ -слоями [219]. Переключение между ферромагнитной и антиферромагнитной конфигурациями  $\Phi$ -слоёв позволяет заметно изменять критический ток баллистических контактов  $C/\Phi/H/\Phi/C$  [89, 90, 220].

### 2.3. Джозефсоновский $\varphi_0$ -контакт.

#### Фазовые батареи и джозефсоновские диоды

В последние годы внимание авторов привлекает возможность реализации джозефсоновских переходов с произвольным значением разности фаз в основном состоянии [221–223], ток-фазовое соотношение для которых имеет вид  $I(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \varphi_0)$ , а минимум джозефсоновской энергии  $E_J = [\hbar I_c / (2e)] [1 - \cos(\varphi + \varphi_0)]$  соответствует произвольному значению разности фаз  $\varphi = -\varphi_0$  ( $0 < \varphi_0 < \pi$ ).

Джозефсоновский контакт с такими необычными свойствами может быть реализован на основе: а) переходов, в которых искусственно сформирована  $0-\pi$ -модуляция разности фаз, а основное состояние реализуется при произвольном значении усреднённой джозефсоновской разности фаз  $\varphi$  [221, 224]; б) переходов с достаточно большой второй гармоникой ток-фазового соотношения  $I(\varphi) = I_{c1} \sin \varphi + I_{c2} \sin(2\varphi)$ , если  $I_{c2} < 0$ , а первая гармоника заметно подавлена ( $|I_{c2}| \sim |I_{c1}|$ ) [222]; в) переходов, у которых транспорт заряда между сверхпроводящими берегами происходит через магнитную систему со спин-

орбитальным взаимодействием [223]; г) переходов с неоднородным распределением обменного поля в  $\Phi$ -прослойке [225] или спин-активными интерфейсами [226, 227]; д) переходов, в которых сверхпроводящие электроды разделены антиферромагнетиком с нескомпенсированными магнитными моментами в подрешётках [228]; е) переходов, слабая связь которых содержат слои полуметалла (half-metal) — ферромагнетика с полной поляризацией электронов по спину [199, 229–235].

Такие  $\varphi_0$ -контакты с аномальным эффектом Джозефсона имеют хорошие перспективы их использования в сверхпроводниковой электронике [68, 161, 236–240]. Создание  $\varphi_0$ -контактов позволяет реализовать различные конструкции так называемых фазовых батареек [26, 241, 242], обеспечивающих фазовые сдвиги в сверхпроводящих контурах. Так, в работе [243] предложен оригинальный вариант устройства, состоящего из сверхпроводящего кольца, частично покрытого ферромагнетиком. Перестраиваемая фазовая батарея, основанная на комбинации СО-взаимодействия и обменного взаимодействия в нанопроводе InAs, недавно реализована авторами работы [244].

Заметим, что в работе [245] сформулированы дополнительные симметричные требования, при которых СФС-контакт с неоднородной текстурой намагниченности  $\mathbf{M}$  обладает нетривиальной ток-фазовой характеристикой вида  $I(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \varphi_0)$ , т.е. является  $\varphi_0$ -переходом. Симметрия относительно обращения времени накладывает общее ограничение на вид ток-фазовой зависимости джозефсоновских переходов — она должна удовлетворять условию  $I(\varphi, \mathbf{M}) = -I(-\varphi, -\mathbf{M})$ . Необходимыми условиями реализации нетривиального основного состояния при  $\varphi = -\varphi_0 \neq 0$ ,  $\pi$  являются: 1) некомпланарное распределение намагниченности, 2) нарушение симметрии относительно инверсии намагниченности в выражении для сверхпроводящего тока, т.е.  $I(\varphi, \mathbf{M}) \neq I(\varphi, -\mathbf{M})$ . Авторы показали, что указанная симметрия в общем случае может отсутствовать, даже если она сохраняется в рамках квазиклассического приближения. Подробно условия, при которых симметрия  $I(\varphi, \mathbf{M}) = I(\varphi, -\mathbf{M})$  нарушается в диффузионных структурах, и связанное с этим появление аномальной фазы  $\varphi_0$  обсуждались в недавнем обзоре [246].

Экспериментально основное  $\varphi_0$ -состояние джозефсоновского перехода исследовано, например, в асимметричном СФС-переходе  $0-\pi$  с переменной толщиной ферромагнитного слоя [247, 248]. Аномальный эффект Джозефсона с перестраиваемым фазовым сдвигом реализован также в работе [249] на основе контактов InAs/Al. Новые возможности для создания джозефсоновских  $\varphi_0$ -переходов появились в связи с успехами в синтезе гибридных сверхпроводящих структур с сильным спин-орбитальным взаимодействием [250] и переходов на основе топологических изоляторов [251] в условиях нарушения симметрии относительно пространственной инверсии [252, 253].

Очевидно, что нарушение пространственной инверсии может приводить к появлению своеобразного диодного эффекта в транспортных характеристиках джозефсоновских контактов: величина сверхпроводящего критического тока контакта зависит при этом от направления тока. Теоретически такой диодный эффект был предсказан для разнообразных джозефсоновских структур, включая топологические контакты на геликоидаль-

ных краевых состояниях [254], СФ-системы со спин-активными интерфейсами [226, 227], а также контакты на основе многоканальных полупроводниковых проводов с сильным спин-орбитальным взаимодействием и зеемановским расщеплением во внешнем магнитном поле [255]. В одноканальных полупроводниковых проводах с индуцированной сверхпроводимостью спонтанная разность фаз [256–258] и диодный эффект [259] могут появляться при изменениях их геометрии (см. также обзор [260]). Экспериментально сверхпроводящий диод реализован на основе сверхрешёток Nb/Va/Ta в недавней работе [261].

### 3. Дальние сверхпроводящие корреляции в ферромагнетиках

Приведённый в разделе 2 краткий обзор вариантов устройств сверхпроводящей спинтроники и принципов их работы показывает, что все они крайне чувствительны к квантово-механическим эффектам интерференции волновых функций куперовских пар, которые в свою очередь сильно зависят от характерных масштабов проникновения корреляций в ферромагнетик. Простейшие оценки этих масштабов в грязном пределе, приведённые во введении, явно указывают на их малость при реалистичных величинах обменных полей, что, казалось бы, должно накладывать существенные ограничения на допустимые толщины ферромагнитных слоёв и создавать дополнительные технологические трудности. В то же время известен целый ряд экспериментов [80–89], в которых наблюдается так называемый дальнедействующий эффект близости в ферромагнетике — распространение сверхпроводящих корреляций на аномально большие расстояния в ферромагнитных металлах, что противоречит традиционным представлениям о сильном подавлении синглетной сверхпроводимости обменным полем.

Экспериментальные данные свидетельствуют: сверхпроводящие корреляции сохраняются на расстояниях, сравнимых с длиной когерентности в нормальном (немagnetном) металле  $\xi_n$ . Так, в гибридных структурах Co/Al [80] и Ni/Al [81] влияние сверхпроводящих корреляций на проводимость ферромагнетика сохранялось на расстояниях от СФ-границы, существенно превышающих типичный масштаб эффекта близости для синглетной компоненты. В экспериментах [84] наблюдался заметный сверхток через тонкий проводник из кобальта длиной порядка 0,5 мкм, на несколько порядков превышающей характерную длину затухания синглетного сверхпроводящего параметра порядка в кобальте. Сильный эффект Джозефсона обнаружен в СФС-структурах с неоднородным ферромагнитным слоем с суммарной толщиной, заметно большей характерного масштаба  $\xi_f$  [83, 88, 188]. Такое загадочное несоответствие между теоретическими оценками и экспериментальными результатами, а также потребность в адекватном описании и объяснении дальнедействующих эффектов привели к появлению большого числа теоретических работ [90, 92, 187, 194, 195, 197, 198, 208, 262–267], в которых предлагаются различные механизмы дальнедействующего эффекта близости.

Прежде чем приступить к выяснению физики, стоящей за возможным увеличением длины проникновения сверхпроводящих корреляций в ферромагнетик, следует

более подробно рассмотреть стандартные механизмы подавления этих корреляций обменным полем. Как и в случае структур сверхпроводник – нормальный металл, эффект близости на СФ-границе можно понять, рассматривая квантовую механику квазичастичных возбуждений. Возникновение эффекта близости связано с андreeвским отражением квазичастиц [268], которое обеспечивает коррелированное движение электронов и дырок в металле и, как следствие, отличную от нуля амплитуду сверхпроводящих корреляций даже в отсутствие потенциала спаривания [269, 270]. В ферромагнитных металлах квазичастицы приобретают дополнительную обменную энергию, зависящую от направления спина, что сильно влияет на процесс андreeвского отражения [271].

Спиновое расщепление приводит к рассогласованию волновых векторов квазичастиц с энергией  $\varepsilon \ll h \ll \varepsilon_F$  и противоположным направлением проекции спина на величину  $|\delta q| = |q_{u\uparrow(l)} - q_{v\downarrow(l)}| \simeq 2h/(\hbar v_F)$ . Знак  $\delta q$  определяется спиновой структурой компонент волновой функции  $u$  и  $v$  относительно направления обменного поля (рис. 5б) и меняется на противоположный в двух случаях: 1) при изменении направления обменного поля ( $\mathbf{h} \rightarrow -\mathbf{h}$ ); 2) при рассеянии пары электрон – дырка с переворотом спина.

Действие обменного поля  $h$  на траектории длиной  $L$  приводит к появлению разности фаз  $\gamma \sim \delta q L = \pm L/\xi_h$  между компонентами  $u$  и  $v$  волновой функции  $\hat{\psi}$ , где  $\xi_h = \hbar v_F/(2h)$  — характерная длина, определяемая величиной обменного поля  $h$  [195, 203].

Поскольку вычисление любых измеряемых величин (плотности тока, контактанса и т.д.) предполагает усреднение по различным траекториям, т.е. вычисление суперпозиции быстро осциллирующих вкладов  $uv^* \sim \exp(i\gamma(L))$  от траекторий разной длины  $L$ , расфазировка компонент  $u$  и  $v$  волновой функции  $\hat{\psi}$  вызывает деструктивную интерференцию электронных и дырочных состояний в Ф-металле на характерной длине  $\sim 1/\delta q \sim \xi_h$ . В чистых системах с баллистическим транспортом это приводит к степенному закону убывания амплитуды сверхпроводящих корреляций по направлению в глубь Ф-слоя с характерным масштабом  $\xi_h$ . В диффузных (грязных) системах вычисление средних по беспорядку величин приводит к выражениям типа  $\langle uv^* \rangle \sim \langle \exp(i\gamma(L)) \rangle$ , которые затухают по мере удаления от СФ-границы по экспоненциальному закону [143, 272] на характерной длине  $\xi_f = \sqrt{\hbar D_f}/h$ . Сверхпроводящие корреляции при этом затухают по мере удаления в глубь Ф-металла по экспоненциальному закону на масштабе  $\xi_f$ .

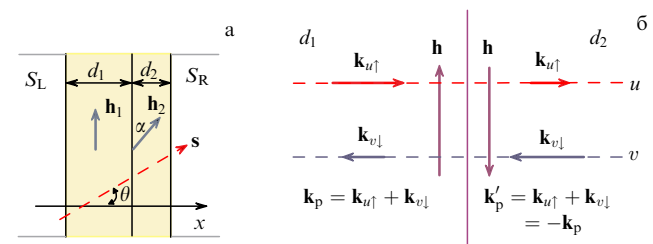


Рис. 5. (В цвете онлайн.) (а) Джозефсоновский СФС-переход с ферромагнитным бислоем. Траектория квазичастиц показана штриховой линией. (б) Спиновая структура  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_{u\uparrow} - \mathbf{k}_{v\downarrow}$  волновой функции пары  $\psi$  в ферромагнитном бислое с противоположным направлением обменного поля в слоях. (Из работ [263, 265].)

Создаваемую обменным полем деструктивную разность фаз  $\gamma$  можно существенно уменьшить или даже сделать равной нулю, если направление обменного поля изменяется вдоль квазиклассической траектории [195]. В отдельных случаях таким образом можно достичь полной компенсации деструктивной разности фаз  $\gamma$  и качественно изменить поведение сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике в условиях эффекта близости. По существу, в такой компенсации и заключается один из возможных путей достижения дальнего действия характера сверхпроводящих корреляций.

Альтернативным вариантом устранения интерференционных траекторных вкладов в сверхпроводящие корреляции является генерация в системе триплетных корреляций с проекциями спина куперовской пары  $\pm\hbar$ . Дело в том, что в предыдущих рассуждениях в произведениях  $uv^*$  имелись в виду компоненты  $u$  и  $v$ , соответствующие синглетной куперовской паре (синглетному аномальному среднему). Для триплетной куперовской пары с проекциями спина  $\pm\hbar$  волновая функция пропорциональна произведению электронной и дырочной компонент, которые уже не содержат упомянутого выше фазового множителя, расфазировывающего вклады отдельных траекторий в физические величины. Очевидно, что такие сверхпроводящие корреляции уже не будут испытывать столь сильного экспоненциального подавления за счёт влияния обменного поля.

Генерация спин-триплетных пар с проекциями спина  $\hbar$  и  $-\hbar$  на ось квантования позволяет разрешить патовую ситуацию между сверхпроводимостью и ферромагнетизмом: поскольку такие пары не разрушаются обменным полем, глубина проникновения триплетной компоненты в ферромагнетик оказывается существенно большей по сравнению с глубиной проникновения синглетной компоненты. Важным вопросом для реализации такого механизма дальнего действия является способ конверсии синглетных куперовских пар ( $\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow$ ), образующихся в сверхпроводнике, в триплетные пары ( $\uparrow\uparrow$ ) и ( $\downarrow\downarrow$ ) в ферромагнетике. Проблема заключается в том, что корреляции такого типа не возбуждаются непосредственно сверхпроводящим спариванием в сверхпроводнике, однако они могут генерироваться за счёт неоднородности обменного поля [273] или спин-зависимого рассеяния на СФ-интерфейсах. Триплетный механизм формирования дальнедействующих сверхпроводящих корреляций в СФ-системах предложен в работах [90, 92] (см. также обзор [93]).

Для дальнейшего изложения полезно обсудить техническую сторону описания синглетных и триплетных корреляций в рамках микроскопической теории, представленной в приложении А. Волновая функция триплетных куперовских пар (или, точнее, аномальная функция Грина) имеет три различные компоненты, соответствующие различным значениям проекции спинового момента пары на ось квантования спина:  $s_z = \pm\hbar, 0$ . Именно куперовские пары с проекцией  $s_z = \pm\hbar$  обладают медленно затухающей в грязном ферромагнетике волновой функцией, в отличие от пар с  $s_z = 0$ , имеющих быстро убывающую на масштабе  $\xi_f$  волновую функцию. Физически это обусловлено отсутствием спинового расщепления и, как следствие, распаривающего действия обменного поля на триплетные куперовские пары с проекциями спина  $\pm\hbar$ .

Рассмотрим поведение аномальной функции Грина

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} f_{\uparrow\downarrow} & -f_{\uparrow\uparrow} \\ f_{\downarrow\downarrow} & -f_{\downarrow\uparrow} \end{pmatrix} = f_s + \mathbf{f}_t \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} f_s + f_{tz} & f_{tx} - if_{ty} \\ f_{tx} + if_{ty} & f_s - f_{tz} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

являющейся матрицей  $2 \times 2$  в спиновом пространстве [93, 274, 275], на примере системы с диффузионным типом проводимости. Ради упрощения изложения мы ограничимся случаем слабых сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике, реализующимся либо в окрестности критической температуры сверхпроводящего перехода, либо при достаточно малой прозрачности интерфейсов сверхпроводник–ферромагнетик. При указанных условиях синглетная ( $f_s$ ) и триплетная ( $\mathbf{f}_t$ ) компоненты мацубаровской функции Грина удовлетворяют линеаризованным уравнениям Узаделя (см. приложение А.4):

$$\hbar D \nabla^2 f_s = 2\omega_n f_s + 2i\hbar \mathbf{f}_t, \quad (3)$$

$$\hbar D \nabla^2 \mathbf{f}_t = 2\omega_n \mathbf{f}_t + 2i\hbar f_s. \quad (4)$$

Отметим, что, согласно принципу Паули, индуцированная в ферромагнетике триплетная s-волновая компонента должна менять знак при обращении времени, а следовательно, иметь нечётную частотную зависимость (как функция мацубаровской частоты). Очевидно, что даже однородное обменное поле приводит к появлению триплетной аномальной функции, характеризующейся векторной функцией  $\mathbf{f}_t$ , направленной вдоль вектора обменного поля  $\mathbf{h}$  [274, 275]. Компонента  $\mathbf{f}_t$  аномальной функции характеризуется, впрочем, экспоненциальным убыванием в направлении от границы со сверхпроводником, как следует из приведённых выше уравнений. Масштаб убывания компоненты  $\mathbf{f}_t$ , параллельной  $\mathbf{h}$ , совпадает с масштабом убывания синглетной компоненты  $f_s$  и равняется  $\xi_f$ .

Совершенно иная пространственная зависимость возникает для компоненты векторной функции  $\mathbf{f}_t$ , ортогональной  $\mathbf{h}$ , поскольку она удовлетворяет уравнению Узаделя, которое не содержит обменного поля и совпадает с этой точки зрения с уравнением, описывающим сверхпроводящие корреляции в нормальном металле. Масштаб убывания таких корреляций совпадает, таким образом, с длиной когерентности  $\xi_n = \sqrt{\hbar D / (2\pi T)}$ , которая, как правило, существенно превосходит  $\xi_f$  для не слишком малых обменных полей  $h$  и, более того, расходится при низких температурах  $T$ .

К настоящему времени получено большое количество экспериментальных свидетельств проявления дальнедействующей триплетной компоненты в гибридных СФ-системах. Особенно выделяются эксперименты в СФС-переходах с композитным Ф-слоем [85–89], где дальнедействующая фазовая когерентность и аномально сильный джозефсоновский ток наблюдались при толщине Ф-слоя, значительно превышающей глубину проникновения синглетной компоненты. Возможность необычного "триплетного" эффекта спинового вентиля в структурах типа СФ<sub>1</sub>Ф<sub>2</sub> продемонстрирована в работах [59, 70, 112, 116, 138, 140, 276] по измерениям зависимости температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  от угла между намагниченностями ферромагнитных слоёв. Минимальная критическая температура  $T_c$  в таких структурах достигается при неколлинеарной ориентации намагниченностей, когда в системе генерируется дальнедей-

ствующая триплетная компонента. Экспериментальные свидетельства превращения синглетных куперовских пар в триплетные получены и при измерениях плотности состояний СФ-систем с различной магнитной текстурой [174, 175, 277].

### 3.1. Дальнодействующие синглетные сверхпроводящие корреляции в ферромагнетике. Чистый предел

Как отмечалось, создаваемую обменным полем деструктивную разность между фазами  $\gamma$  электронной и дырочной компонент волновой функции синглетных состояний можно существенно уменьшить с помощью формирования подходящей магнитной текстуры. Наличие неоднородной намагниченности может сильно изменить эффект близости в СФ-структурах, что проявляется, например, в заметном усилении андреевской проводимости СФ-границы [278] и плотности состояний в  $\Phi$ -слое [279] при наличии доменных стенок в ферромагнетике. Особенно наглядно эффект компенсации деструктивной разности фаз  $\gamma$  заметен на примере джозефсоновских СФС-систем, ток-фазовая зависимость которых

$$I(\varphi) = \sum_n I_n(\varphi) = \sum_n I_{cn} \sin(n\varphi) \quad (5)$$

оказывается крайне чувствительной к неоднородностям намагниченности  $\Phi$ -слоя. В случае короткого контакта основной вклад в сверхток вносят подщелевые состояния с энергией, зависящей как от джозефсоновской разности фаз  $\varphi$ , так и от дополнительного спин-зависимого фазового сдвига  $\gamma$  на квазиклассической траектории.

*Синглетный джозефсоновский транспорт в баллистических СФС-структурах с доменами.* Полная компенсация деструктивной разности фаз  $\gamma$  и дальнодействующий эффект Джозефсона реализуются в чистом СФС-контакте, если в качестве слабой связи использовать  $\Phi$ -бислой (рис. 5а), состоящий из двух ферромагнитных слоёв (доменов) с одинаковой толщиной  $d_1 = d_2 \ll \xi_s$  и с противоположным направлением обменного поля в слоях [195, 203, 280, 281]. В этом случае набег фаз волновых функций квазичастиц при баллистическом пролёте каждого из слоёв  $\gamma_{1,2}$  различаются только знаком:  $\gamma_{1,2} = \pm d_{1,2}/\xi_h$ . В результате суммарный набег фаз  $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$  в ферромагнетике обращается в нуль, деструктивный эффект обменного поля отсутствует, а амплитуда синглетных сверхпроводящих корреляций (синглетная компонента аномальной функции Грина) затухает по направлению в глубь ферромагнитного бислоя на той же длине  $\xi_h$ , что и в нормальном металле. Качественно такой процесс иллюстрируется на рис. 5б.

Эффект дального действия сохраняется и в более общем случае короткого контакта,  $d_1, d_2 \ll \xi_s$ , когда обменные поля  $\mathbf{h}_1$  и  $\mathbf{h}_2$  в слоях одинаковы по величине ( $|\mathbf{h}_1| = |\mathbf{h}_2| = h$ ), но повернуты на произвольный угол  $\alpha$  относительно друг друга (рис. 5а). Вычисление фазового сдвига  $\gamma$  сводится к решению линеаризованных уравнений Эйленберга для нулевой мацубаровской частоты (см. формулу (Б.4) в приложении Б). Первая гармоника ток-фазовой зависимости двумерного СФС-контакта с бислоем в качестве слабой связи определяется выражением [263]

$$I_1 = \left[ \cos^2 \frac{\alpha}{2} I_{c1} \left( \frac{d_1 + d_2}{\xi_h} \right) + \sin^2 \frac{\alpha}{2} I_{c1} \left( \frac{d_1 - d_2}{\xi_h} \right) \right] \sin \varphi, \quad (6)$$

где  $I_{c1}$  — критический ток первой гармоники СФС-перехода с толщиной  $\Phi$ -слоя  $d = \xi_h \delta$  и однородным обменным полем  $h$ ,

$$I_{c1}(\delta) = \frac{eT_c}{8\hbar} N \left( \frac{A}{T_c} \right)^2 \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta \cos \left( \frac{\delta}{\cos \theta} \right), \quad (7)$$

$N$  — число поперечных мод в переходе (см. приложение Б). Асимптотика зависимости (7) для случая  $d \gg \xi_h$  ( $\delta \gg 1$ ), вычисленная в [282], имеет вид

$$I_{c1}(\delta) \sim \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\cos \delta - \sin \delta}{\sqrt{\delta}}. \quad (8)$$

Таким образом, деструктивная интерференция вкладов от разных траекторий приводит к уменьшению по степенному закону критического тока  $I_{c1}$  при увеличении толщины  $\Phi$ -слоя  $d$ :  $I_{c1} \propto d^{-1/2}$  для двумерных (2D) переходов [282]. Подобная медленная степенная зависимость убывания критического тока  $I_{c1}$  при увеличении толщины ферромагнитного слоя является специфичной для джозефсоновских систем в чистом пределе. Аналогичная зависимость для трёхмерных (3D) переходов, полученная в работе [51]:  $I_{c1} \propto d^{-1}$ . В симметричном случае ( $d_1 = d_2$ ) из (6) немедленно получаем амплитуду дальнодействующей компоненты джозефсоновского тока:

$$I_1^{\text{LR}} = \sin^2 \frac{\alpha}{2} I_{c1}(0) \sin \varphi, \quad (9)$$

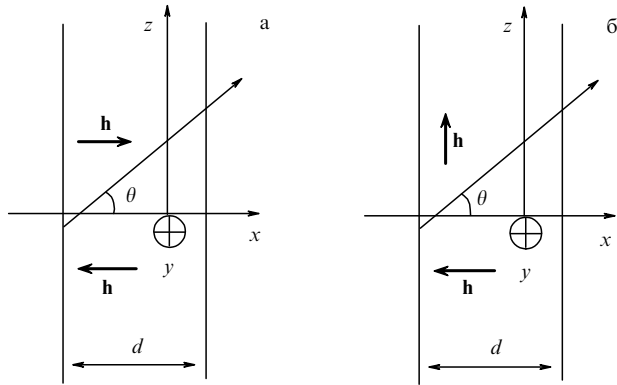
которая не зависит от толщины ферромагнитного бислоя  $d$  и сохраняется при любом отличном от нуля угле  $\alpha$  между магнитными моментами в соседних  $\Phi$ -слоях.

Эффект дального действия наблюдается также и для второй гармоники  $I_2(\varphi)$  ток-фазового соотношения (5) баллистического СФС-контакта с ферромагнитным бислоем. Амплитуда дальнодействующей компоненты второй гармоники сверхтока  $I_{c2}^{\text{LR}}$  осциллирует при изменении толщины  $\Phi$ -слоя  $d_2$  и фиксированной суммарной толщине бислоя  $d = d_1 + d_2 \gg \xi_h$  с периодом  $\sim \xi_h$  и, медленно убывая, стремится при  $d_2 \gg \xi_h$  к величине

$$I_{c2}^{\text{LR}} = -\frac{a_2 \sin^2 \alpha}{2}, \quad a_2 = -\frac{eT_c}{384\hbar} N \left( \frac{A(T)}{T_c} \right)^4.$$

Заметим, что с учётом вклада второй гармоники ток-фазовая зависимость (5) дальнодействующий джозефсоновский ток в СФС-переходе с ферромагнитным бислоем сохраняется и при  $d_1 \neq d_2$ ,  $d_{1,2} \gg \xi_h$  [263].

Подобное поведение сверхтока характерно для чётных гармоник ток-фазовой зависимости (5) баллистического СФС-контакта и в случае однородного  $\Phi$ -слоя с одной спин-активной границей [266], на которой андреевское отражение связывает электроны и дырки как с одинаковыми, так и с противоположными спинами. Тогда компенсация дополнительного фазового сдвига  $\gamma$  на квазиклассической траектории может происходить вследствие изменения спиновой структуры волновой функции  $\psi$  при рассеянии с переворотом спина. Можно ожидать, что для появления эффекта компенсации нам необходимо учитывать чётное число отражений с переворотом спина квазичастиц. Каждое из этих отражений, кроме того, сообщает волновым функциям квазичастиц дополнительный сдвиг фазы, определяемый разностью сверхпроводящих фаз на контакте. Таким образом, мы приходим к следующему выводу: эффекта дального дей-



**Рис. 6.** Джозефсоновский СФС-переход с доменной стенкой в плоскости  $z = 0$ . (а) Противоположно направленная намагниченность доменов. (б) Ортогональная намагниченность доменов. (Из работы [195].)

ствия следует ожидать только для чётных гармоник токовой фазовой зависимости (5).

С помощью предложенного подхода можно показать, что в случае баллистического джозефсоновского транспорта даже одиночная доменная стенка атомной толщины (рис. 6а) может обеспечить эффективный канал для сверхтока [195]. При коллинеарных магнитных доменах вклад в джозефсоновский ток, обусловленный наличием доменной стенки в 2D-переходе с толстым Ф-слоем ( $\xi_h \ll d \ll \xi$ ), описывается выражением

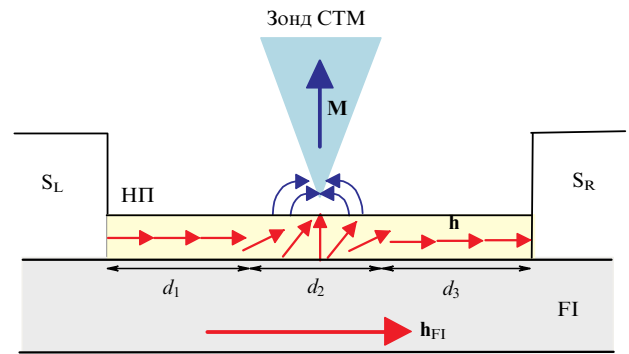
$$\delta I \simeq \frac{e\Delta_0^2 k_F \xi_h}{2\pi \hbar T} \sin \frac{d}{\xi_h} \sin \varphi. \quad (10)$$

Ток осциллирует с периодом  $\sim \xi_h$  и убывает при возрастании толщины Ф-слоя  $d$  (напомним, что в чистом 2D-СФС-контакте без доменов джозефсоновский ток затухает как  $\sqrt{\xi_h/d}$  [282]). Эти результаты, справедливые в чистом пределе, могут быть также получены с помощью подхода на основе уравнений Эйленберга (см. формулу (А.11) в приложении А.3) с учётом упругого рассеяния квазичастиц на немагнитных примесях.

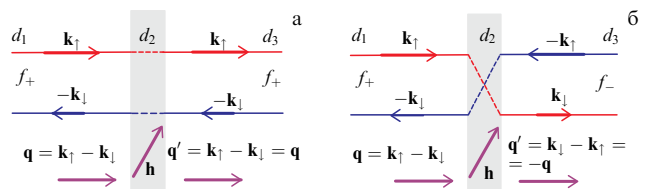
В подходе на основе уравнений Эйленберга в случае умеренной концентрации примесей  $\hbar\tau \gg 1$  (где  $\tau$  — время свободного пробега электронов) критический ток СФС-контакта просто приобретает дополнительный множитель  $\exp(-d/\ell)$  [93, 282, 283] (где  $\ell$  — длина свободного пробега электрона,  $\ell = v_F \tau \ll \xi$ ). То же самое справедливо и для вклада доменной стенки  $\delta I$  (10), в том числе в случае умеренно загрязнённого Ф-слоя.

*Синглетный джозефсоновский транспорт в баллистических СФС-структурах при рассеянии с переворотом спина.* Ещё один способ подавления деструктивной интерференции, вызванной влиянием обменного поля ферромагнетика, связан с изменением спиновой структуры распространяющихся куперовских пар при рассеянии [208]. Разность между фазами  $\gamma$  электронной и дырочной компонент волновой функции на квазиклассической траектории можно существенно уменьшить, если сформировать неоднородность обменного поля  $\mathbf{h}$ , которая рассеивает куперовскую пару, изменяя её спиновую структуру.

Подобная локализованная неоднородность может быть создана, например, магнитным зондом обменно-силового микроскопа или другим источником сильно



**Рис. 7.** (В цвете онлайн.) Схема изучаемой СФС-структуры: тонкий слой нормального немагнитного металла (нанопровода — НП) на поверхности ферромагнитного изолятора (ФИ), который индуцирует в металле эффективное обменное поле  $\mathbf{h}$ . Магнитный зонд  $\mathbf{M}$  сканирующего туннельного микроскопа (СТМ) перемагничивает домен в центральной части структуры, создавая неоднородность обменного поля. (Из работы [208].)



**Рис. 8.** (В цвете онлайн.) (а) Рассеяние куперовской пары на неоднородности обменного поля  $\mathbf{h}$  без переворота спина электронов. Спиновая структура пары  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_1$  остаётся неизменной по отношению к полю  $\mathbf{h}$ :  $\mathbf{q}' = \mathbf{q}$ . (б) Рассеяние куперовской пары на неоднородности обменного поля  $\mathbf{h}$  с переворотом спина электронов. Спиновая структура пары меняется на противоположную:  $\mathbf{q}' = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_1 = -\mathbf{q}$ . Рассеивающий домен с неоднородностью обменного поля  $\mathbf{h}$  выделен серым цветом. (Из работы [208].)

неоднородного магнитного поля, способного вызвать перемагничивание участка ферромагнитного канала с характерным размером  $\sim \xi_h$  (рис. 7). Созданная "магнитным затвором" область, в которой направление обменного поля  $\mathbf{h}$  отличается от исходного, является причиной появления дальнедействующей синглетной компоненты джозефсоновского тока.

В зависимости от параметров центрального домена  $d_2$  суммарный импульс синглетной пары  $\hbar\mathbf{q} = \hbar\mathbf{k}_1 - \hbar\mathbf{k}_1$  может при таком рассеянии или остаться неизменным,  $\hbar\mathbf{q}' = \hbar\mathbf{q}$  (рис. 8а), или сменить своё направление на противоположное,  $\hbar\mathbf{q}' = -\hbar\mathbf{q}$  (рис. 8б). В первом случае спиновая структура пары по отношению к обменному полю  $\mathbf{h}$  не меняется и суммарный набег между фазами электронной и дырочной частей волновой функции  $\gamma \approx (d_1 + d_3)/\xi_h$  оказывается большим, что приводит к сильной деструктивной интерференции электронных и дырочных состояний на характерной длине  $\sim \xi_h$ . Во втором случае (рассеяние с переворотом спина) спиновая структура синглетной пары по отношению к обменному полю меняется на противоположную, набег фаз на участках  $d_1$  и  $d_3$  различаются по знаку, а суммарный набег фаз  $\gamma \approx (d_1 - d_3)/\xi_h$  зависит от относительного положения рассеивающего домена  $d_2$ . При симметричном расположении рассеивателя ( $d_1 \approx d_3$ ) суммарный набег фаз  $\gamma$  в ферромагнетике близок к нулю и деструктивный эффект обменного поля для синглетной состава

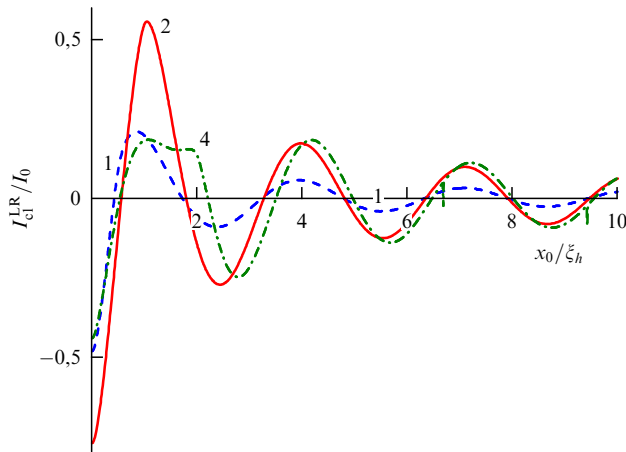


Рис. 9. (В цвете онлайн.) Зависимость критического тока  $I_{c1}^{LR}$  от смещения  $x_0$  центрального 90-градусного домена  $d_2$  при:  $d_2 = \xi_h$  — синяя штриховая кривая;  $d_2 = 2\xi_h$  — красная сплошная кривая;  $d_2 = 4\xi_h$  — зелёная штрихпунктирная кривая. Числа рядом с кривой указывают значения  $d_2/\xi_h$ .  $T = 0,9T_c$ ,  $d = 50\xi_h$ ,  $I_0 = [eT_c N/(8h)] \times (A/T_c)^2$ . (Из работы [265].)

вляющей волновой функции  $f_s$  является малым или вовсе отсутствует.

Таким образом, синглетная компонента  $f_s$  аномальной функции Грина в ферромагнетике с локализованной неоднородностью обменного поля в середине структуры будет затухать на том же расстоянии  $\xi_n = \sqrt{D_f/(2\pi T_c)} \gg \xi_h$ , что и в немагнитном металле. Это свидетельствует о появлении дальнего действия джозефсоновского транспорта в рассматриваемой гибридной СФС-системе. Ещё раз подчеркнём, что в данном случае речь идёт не о триплетном механизме дальнего действия [90, 92], а о стимуляции сверхтока синглетных пар.

На рисунке 9 приведены примеры расчётов зависимости критического тока  $I_{c1}^{LR}$  от смещения центрального домена  $x_0$  относительно центра слабой связи для нескольких значений толщины 90-градусного домена  $d_2$  со ступенчатым профилем обменного поля  $\mathbf{h}(x) = h\mathbf{x}_0[0 \leq x \leq d_1, d - d_3 \leq x \leq d]$ ;  $h\mathbf{y}_0[d_1 \leq x \leq d_1 + d_2]$ . Критический ток очень чувствителен к положению домена  $d_2$  и заметно изменяется как по величине, так и по знаку при изменении положения домена. При смещении домена  $d_2$  из центра структуры ( $x_0 \neq 0$ ) наблюдается последовательность переходов контакта из 0-состояния в  $\pi$ -состояние и обратно, причём при симметричном расположении домена  $d_2$  ( $d_1 = d_3$ )  $I_{c1}^{LR} < 0$ , т.е. для дальнего действия компоненты джозефсоновского тока СФС-структура представляет собой  $\pi$ -контакт.

Таким образом, меняя положение  $x_0$  магнитного зонда (и тем самым положение и свойства индуцированной неоднородности обменного поля), можно добиться существенного изменения как величины, так и знака критического тока  $I_{c1}$  такой джозефсоновской связи, т.е. модифицировать ток-фазовое соотношение контакта  $I(\varphi)$  в целом. Интересным следствием сильной зависимости критического тока  $I_c$  СФС-структуры от положения магнитного зонда  $x_0$  является возможность эффективной манипуляции джозефсоновским транспортом в СФС-системах посредством воздействия на спиновую структуру куперовской пары. При  $0-\pi$ -переходе, как отмечалось выше, первая гармоника исчезает ( $I_{c1}^{LR} = 0$ ) и доминирующей становится вторая гармоника ток-фазо-

вого соотношения.

Приведённые простые примеры демонстрируют принципиальную возможность существенно менять характерный масштаб затухания сверхпроводящего параметра порядка в ферромагнетике и, как следствие, транспортные свойства баллистических СФС-систем, изменяя структуру обменного поля в ферромагнитном слое вдоль траектории андreeвских квазичастиц. Аналогичный эффект возникает, как отмечалось выше, и при рассеянии куперовских пар с переворотом спина в однородном обменном поле.

### 3.2. Дальнедействующие триплетные сверхпроводящие корреляции в ферромагнетике. Грязный предел

Как отмечалось, неоднородная намагниченность может вызвать триплетные сверхпроводящие корреляции  $\mathbf{f}_t$ , которые являются дальнедействующими [93] и проникают в ферромагнетик на ту же характерную глубину  $\xi_n$ , что и в случае нормального металла. Эти наведённые за счёт эффекта близости дальнедействующие триплетные сверхпроводящие корреляции оказываются нечётными при обращении времени, т.е. по мацубаровской частоте, и должны приводить к заметному эффекту Джозефсона в СФС-структурах при большой толщине ( $\sim \xi_n$ ) ферромагнитного слоя.

Заметим, что парные триплетные корреляции с нечётной частотой приводят к повышению плотности электронных состояний (Density Of States, DOS) [284, 285], которое может наблюдаться с помощью туннельной спектроскопии. Показано, что эффект близости в диффузионных структурах типа ФНС или НФС (Н — нормальный немагнитный металл) с магнитно-активной границей раздела или прецессирующей намагниченностью также приводит к генерации нечётных по частоте сверхпроводящих корреляций [286, 287].

Доминирующее влияние дальнедействующих триплетных корреляций на ток Джозефсона может быть реализовано в СФС-переходах с магнитно-активными границами [199, 206] узкими доменными стенками между сверхпроводником и толстым  $\Phi$ -слоем с неколлинеарными намагниченностями [184, 187, 229, 288, 289] или сверхпроводниками со спин-орбитальным взаимодействием [290]. Ещё один тип джозефсоновской СФС-системы, в которой возможно дальнее действие, — это помещённый между двумя сверхпроводниками ферромагнетик с доменной структурой неелевского типа, в которой вектор намагниченности лежит параллельно границе раздела и вращается в направлении, параллельном границе раздела [194, 291, 292].

Для интерференции дальнедействующих триплетных корреляций, обеспечивающих протекание сверхтока, слабая связь должна иметь сложную трёхслойную  $\Phi_1\Phi_2$ -структуру [187], в которой магнитные моменты в слоях  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  неколлинеарны магнитному моменту центрального  $\Phi$ -слоя. При этом слои  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  играют роль конвертора, преобразующего синглетные пары в триплетные (и обратно), а центральный слой с сильным ферромагнетиком выступает в качестве фильтра, препятствующего сверхтоку синглетных куперовских пар.

Убедительные экспериментальные свидетельства дальнего действия триплетного эффекта Джозефсона через слабую связь, содержащую слой сильного ферромагнетика, на примере структур типа  $S\Phi_1\Phi_2S$  получены в работах [293, 294]. Триплетный эффект Джозефсона

возможен также в структуре  $\Phi_1\text{СФС}\Phi_2$  с тонкими С-слоями и неколлинеарной текстурой магнитных моментов в слоях [295]. Поскольку джозефсоновский ток возникает только при интерференции соответствующих сверхпроводящих корреляций, индуцируемых образующими контакт С-электродами, дальнедействующий триплетный эффект Джозефсона на основной гармонике ( $I(\varphi) \sim \sin \varphi$ ) невозможен в переходах  $\text{С}\Phi_1\Phi_2\text{С}$ -типа только с двумя ферромагнитными слоями [187, 205, 296–298]. Однако дальнедействие, подобное дальнедействию в случае контактов с баллистическим транспортом, всё же имеет место для чётных гармоник ток-фазового соотношения сильно асимметричного бислоя, состоящего из тонкого (слабого) ( $\Phi_1$ ) и толстого (сильного) ( $\Phi_2$ ) слоёв с неколлинеарными намагниченностями. В джозефсоновском ток-фазовом соотношении (5) такого контакта при низких температурах преобладает вторая гармоника  $I_2(\varphi)$ , в то время как первая гармоника  $I_1(\varphi)$  оказывается подавленной ( $I_{c2} \gg I_{c1}$ ). Контакт с ток-фазовой зависимостью  $I(\varphi) = I_{c2} \sin(2\varphi)$  оказывается при этом бистабильным — имеет два вырожденных основных состояния с джозефсоновской разностью фаз 0 или  $\pi$ .

Интересно, что однородная спиральная модуляция намагниченности в плоскости  $\Phi$ -слоя [289] и плоская доменная стенка атомарной толщины [299] не создают дальнедействующей триплетной компоненты в диффузионном пределе. В более общем случае, когда магнитные домены разделены неелевскими стенками, дальнедействующие триплетные компоненты присутствуют и возникают на доменных стенках, исчезая внутри доменов [194, 291].

Таким образом, из работ [194, 299] можно сделать вывод о том, что очень узкие или очень толстые неелевские доменные стенки в грязном пределе не могут служить эффективными источниками дальнедействующих триплетных корреляций, а оптимальная толщина доменной стенки оказывается порядка  $\xi_f$ . Наконец, индуцированные эффектом близости дальнедействующие триплетные компоненты генерируются ферромагнитным вихрем в мезоскопическом ферромагнитном диске в контакте со сверхпроводящими электродами, формируя 0- или  $\pi$ -переход, в зависимости от геометрии контакта [197, 198].

Как правило, исследования влияния доменной стенки на джозефсоновский ток ограничиваются весьма частным случаем коллинеарных противоположно направленных намагниченностей в доменах (рис. 6а), не учитывающим многообразия доменных структур, вид которых зависит от характера магнитной анизотропии [300]. Авторы [195] показали, что  $\Phi$ -слой, содержащий неколлинеарные плоские домены (см. геометрию на рис. 6б), служит эффективным источником дальнедействующих триплетных корреляций даже в случае доменной стенки атомарной толщины. В случае  $\Phi$ -слоя с диффузионным типом проводимости ( $l\tau \ll 1$  — грязный предел) для вычисления джозефсоновского тока можно использовать квазиклассические уравнения Узаделя (см. формулу (А.13) в приложении А, а также обзоры [39, 65, 93]) для аномальной волновой функции  $\hat{f}$  (2). При наличии высоких потенциальных барьеров на  $\text{С}\Phi$ -границах (или при температурах  $T$ , близких к критической  $T_c$ ) можно ограничиться более простыми линеаризованными уравнениями (3), (4), которые следует дополнить условиями

[39, 65, 93] на  $\text{С}\Phi$ -границах  $x = \pm d/2$ :

$$\left. \frac{\partial f_s}{\partial x} \right|_{\pm d/2} = \pm \frac{\pi \Delta}{\gamma_b \sqrt{\Delta^2 + \omega_n^2}} \exp\left(\pm \frac{i\varphi}{2}\right), \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}_t}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

где  $\Delta$  — сверхпроводящий параметр порядка в электродах контакта,  $\varphi$  — разность между их фазами. Параметр  $\gamma_b = R_b \sigma_f$  характеризует прозрачность  $\text{С}\Phi$ -границы и определяется её кондактансом на единицу площади  $1/R_b$  и удельной проводимостью ферромагнитного металла  $\sigma_f$ . Выражение для сверхтока через контакт имеет обычный вид:

$$I = \frac{2eDN_F T}{\pi} \int_S d^2s \sum_n \text{Im} \left( f_s^* \frac{\partial}{\partial x} f_s - \mathbf{f}_t^* \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{f}_t \right), \quad (13)$$

где суммирование проводится по всем мацубаровским частотам  $\omega_n$ ,  $N_F$  — плотность состояний на уровне Ферми ферромагнетика. В случае доменов с неколлинеарными магнитными моментами (рис. 6б) триплетная составляющая  $\mathbf{f}_t = (f_{tx}, f_{tz})$  мацубаровской функции Грина (2) кроме обычной компоненты  $f_{tz}$ , затухающей на масштабе  $\xi_f$ , содержит компоненту  $f_{tx}$ , описывающую дальнедействующие сверхпроводящие корреляции в ферромагнетике. Дополнительный вклад  $\delta I$  в джозефсоновский ток ввиду присутствия одиночной доменной стенки с ортогональной намагниченностью соседних доменов определяется выражением

$$\delta I = \frac{eN_F D L_y}{2} \frac{\xi_f^4}{\gamma_b^2 d^2} \Delta \tanh\left(\frac{\Delta}{2T}\right) \sin \varphi \quad (14)$$

и превышает критический ток однородного  $\text{С}\Phi\text{С}$ -контакта [39]

$$I_c \sim eN_F D L_y L_x \xi_f \frac{\Delta}{\gamma_b^2} \tanh\left(\frac{\Delta}{2T}\right) \exp\left(-\frac{d}{\xi_f}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{d}{\xi_f}\right),$$

если характерный размер доменов  $d_{\text{dom}}$  удовлетворяет условию  $d_{\text{dom}} < \xi_f^3 \exp(d/\xi_f)/d^2$ . Степенной закон убывания тока  $\delta I$  с увеличением толщины  $\Phi$ -слоя свидетельствует о генерации дальнедействующих сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике, затухающих на масштабах  $\xi_N \gg \xi_f$ .

### 3.3. Спин-орбитальные эффекты и дальние сверхпроводящие корреляции

В разделах 3.1, 3.2 рассмотрены механизмы превращения синглетных куперовских пар из сверхпроводника в триплетные пары, которые могут распространяться в ферромагнетике на большие расстояния. Принято считать, что эффект дальнедействия в гибридных  $\text{С}\Phi$ -системах имеет место только при наличии магнитных неоднородностей, таких как магнитные доменные стенки [90, 194, 195, 296] или композитные ферромагнитные слои с различной ориентацией намагниченности [187, 295].

Управление сверхпроводящими свойствами гибридных  $\text{С}\Phi$ -систем с помощью изменения магнитного состояния  $\Phi$ -подсистемы — одно из возможных направлений сверхпроводящей спинтроники, однако контролируемое изменение распределения намагниченности в подобных структурах представляет собой непростую

задачу. Альтернативным механизмом формирования дальнедействующих сверхпроводящих корреляций в СФ-структурах с эффектом близости является спин-орбитальное взаимодействие, которое может быть либо внутренним свойством материала без центра инверсии [301, 302], либо следствием геометрических ограничений, таких как низкая размерность структур или границы раздела между различными материалами [252, 253, 264, 303, 304].

Исследование СО-эффектов в сверхпроводящих системах имеет давнюю историю (см., например, обзоры [246, 301, 302]). В отличие от рассеяния на магнитных примесях, СО-рассеяние само по себе не оказывает разрушающего воздействия на сверхпроводящее состояние. В присутствии СО-взаимодействия импульс электрона  $\mathbf{p}$  оказывается связанным со спином  $\sigma$ , что делает состояния с различными проекциями спина (и соответственно импульса) неэквивалентными при наличии в системе какого-либо механизма спинового расщепления электронных состояний. Совместно СО-взаимодействие и воздействие обменного поля создают в баллистических системах различные типы сверхпроводящих состояний с геликоидальной структурой и отличным от нуля импульсом куперовских пар [305–310], которые играют важную роль в физике майорановских состояний [96, 97] и приводят к формированию необычных джозефсоновских переходов с произвольной разностью фаз в основном состоянии ( $\varphi_0$ -контактов) [223, 244–246, 311–317]. Таким образом, в достаточно сильном обменном поле (даже однородном) СО-взаимодействие обеспечивает анизотропное спаривание и преобразование синглетных куперовских пар в триплетные, формируя тем самым дальнедействующие сверхпроводящие корреляции в баллистических СФ-структурах. СО-взаимодействие способствует генерации нечётных по частоте триплетных сверхпроводящих корреляций и в присутствии примесного рассеяния. Интересно, что на такую генерацию может оказывать влияние суммарный импульс куперовских пар, т.е. протекание сверхтока вдоль СФ-интерфейса [318].

В баллистическом случае СО-взаимодействие способно обеспечить компенсацию деструктивной разности между фазами  $\gamma$  электронной и дырочной частей волновой функции даже в случае пространственно однородной намагниченности. Необходимое для этого изменение эффективного обменного поля  $\mathbf{h}$  вдоль произвольной квазиклассической траектории появляется из-за многократных отражений квазичастиц от поверхности ферромагнетика: СО-взаимодействие в данном случае приводит к зависимости обменного поля от направления импульса квазичастицы  $\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{k})$  [319]. Если в системе отсутствует анизотропия, описываемая каким-либо полярным вектором, то простейшая зависимость эффективного обменного поля  $\mathbf{h}$  имеет вид

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}) = \mathbf{h}_0 + \beta_{\text{SO}}(\mathbf{h}_0, \mathbf{k}) \frac{\mathbf{k}}{k_F^2}, \quad (15)$$

где  $\mathbf{h}_0 = h_0 \mathbf{x}_0$  — направленный вдоль провода псевдовектор, определяемый магнитным моментом  $\mathbf{M}$  ферромагнетика,  $\beta_{\text{SO}}$  — константа, определяемая СО-взаимодействием,  $k_F$  — волновое число, соответствующее импульсу Ферми  $p_F = \hbar k_F$ .

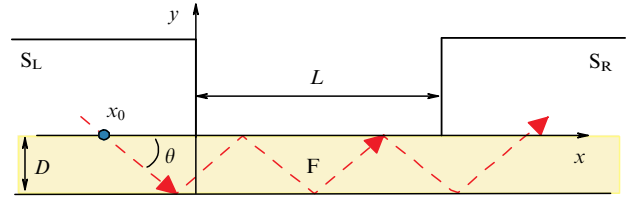


Рис. 10. (В цвете онлайн.) Схематическое изображение квазидвумерного джозефсоновского СФ-перехода, образованного ферромагнитным проводом толщиной  $D$ . Траектория квазичастицы  $s$ , многократно отражающаяся от свободной поверхности провода, показана штриховой линией. (Из работы [263].)

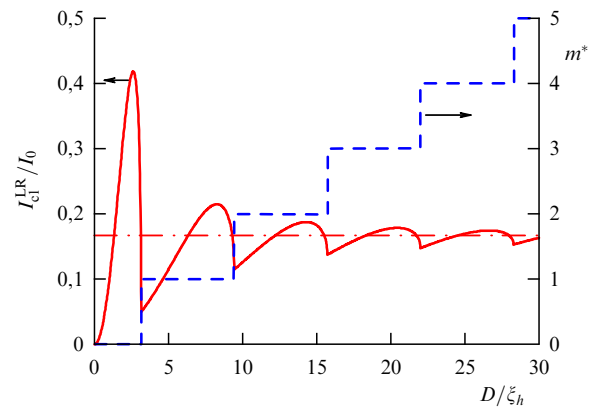


Рис. 11. (В цвете онлайн.) Зависимость амплитуды дальнедействующей компоненты первой гармоники сверхтока  $I_{cl}^{LR}$  (16) (сплошная линия) и номера  $m^*$  (штриховая линия) от толщины Ф-провода  $D$ . Для сравнения горизонтальная штрихпунктирная прямая показано асимптотическое значение амплитуды  $I_{cl}^{LR}$  для  $D \gg \xi_h$ , определяемое выражением  $I_{cl}^{LR} \simeq a_1 \sqrt{2} \beta_{\text{SO}} / 3$  ( $I_0 = a_1 2 \sqrt{2} \beta_{\text{SO}}$ ). (Из работы [265].)

Модель дальнедействующего синглетного эффекта близости с учётом зависящего от направления импульса квазичастиц  $\mathbf{h}(\mathbf{k})$  была предложена в [281] для описания баллистического транспорта через тонкий одномерный монокристаллический нанопровод с пространственно однородной намагниченностью. Эффективное обменное поле  $\mathbf{h}(\mathbf{k})$  (15) в такой системе изменяется с периодом  $s_\theta = 2D / \sin \theta$  на ломаной траектории, которая учитывает зеркальное отражение квазичастиц от поверхности провода (рис. 10). Такое периодическое изменение обменного поля на траектории обеспечивает выполнение условия  $\gamma(\theta_m) = 0$  для системы резонансных углов  $\theta_m$ , удовлетворяющих условию Брэгга  $\sin \theta_m = 2h_0 D / [\pi \hbar v_F (2m + 1)]$ . Предполагая, что резонансы являются достаточно узкими и слабо перекрываются друг с другом, можно выразить амплитуду  $I_{cl}^{LR}$  дальнедействующей компоненты первой гармоники сверхтока  $I_{cl}^{LR}(\varphi) = I_{cl}^{LR} \sin \varphi$  в виде суммы по системе резонансных углов  $\theta_m$ :

$$I_{cl}^{LR} \simeq a_1 \sum_{m \geq m^*} \frac{\sqrt{2} \pi \hbar v_F \beta_{\text{SO}}}{h_0 D} \sin^3 \theta_m \cos \theta_m, \quad (16)$$

где  $m^*$  — наименьшее целое число (или ноль), удовлетворяющее условию  $(2m^* + 1) \geq D / (\pi \xi_h)$ ,  $a_1$  — коэффициент фурье-разложения ток-фазового соотношения  $I_{\text{SNS}}(\varphi)$  джозефсоновского перехода с той же геометрией, в котором нормальный металл предполагается не-

магнитным (см. приложение Б). В пределе  $D \gg \hbar v_F / (2h_x)$  резонансные углы  $\theta_m$  плотно расположены в диапазоне  $0 < \theta_m < \pi/2$  и  $I_{cl}^{LR} \simeq a_1 \sqrt{2} \beta_{SO} / 3$  не зависит от длины провода  $L \ll \xi_n$ .

На рисунке 11 показана зависимость амплитуды дальнедействующей компоненты первой гармоники сверхтока  $I_{cl}^{LR}$  от толщины Ф-провода  $D$ . Осцилляции критического тока  $I_{cl}^{LR}(D)$  при изменении толщины провода с периодом  $\Delta D = 2\pi \xi_h$  вызваны изменением числа резонансных (брэгговских) квазиклассических траекторий, вдоль которых сдвиг между фазами  $\gamma$  электронной и дырочной частей волновой функции отсутствует. Понятно, однако, что существование такой дальнедействующей компоненты сверхтока весьма чувствительно как к конфигурации СФС-структуры, так и к возможному беспорядку, возникающему, например, из-за нарушения зеркального отражения траекторий от поверхности провода. Тем не менее, как и в случае ферромагнитного бислоя, дальнедействующий сверхток на высших (чётных) гармониках оказывается устойчивым к беспорядку и нечувствительным к геометрии СФС-структуры.

Развитие квазиклассического подхода для описания баллистических гибридных структур в присутствии произвольного эффективного поля, которое зависит как от координат, так и от импульса квазичастиц и описывает совместное влияние СО-взаимодействия и обменного или зеемановского спинового расщепления, было продолжено в работе [314]. Разработанный формализм был применён в [315] для изучения особенностей эффекта близости и эффекта Джозефсона в таких структурах с различными видами магнитного упорядочения. К данному направлению теоретических исследований можно отнести и работы [262, 320], в которых обсуждалось влияние различия эффективных масс электронов проводимости и анизотропии поверхности Ферми в спиновых подзонах ферромагнетика на дальнедействующий спин-синглетный джозефсоновский транспорт.

Эффект близости и генерация дальнедействующих сверхпроводящих корреляций в ферромагнитных элементах диффузионных СФ-структур при наличии СО-взаимодействия подробно изучались в работах [264, 321]. Авторы получили квазиклассические уравнения для функций Грина при наличии СО-взаимодействия, обменного поля и сверхпроводящих корреляций, обобщающие линеаризованные уравнения Узаделя, и показали, что СО-взаимодействие является дополнительным источником дальнедействующей триплетной компоненты. Для частного случая линейной по импульсу СО-связи установлена аналогия между процессом спиновой диффузии в нормальных металлах и генерацией всех триплетных компонент конденсата в гибридной СФ-структуре с диффузионной проводимостью при наличии СО-взаимодействия.

Покажем это на примере простейшей структуры — бислоя, СФ-граница которого перпендикулярна оси  $x$ , а обменное поле в Ф-слое однородно и направлено по  $z$ :  $\mathbf{h} = hz_0$ . Как и прежде, для упрощения изложения ограничимся случаем слабых сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике, когда синглетная ( $f_s$ ) и триплетная ( $\mathbf{f}_t$ ) компоненты мацубаровской функции Грина (2) удовлетворяют линеаризованным уравнениям Узаделя и граничным условиям Куприянова – Лукичева (см. формулу (А.14) в приложении А), которые, однако, следует модифицировать с учётом СО-взаимодействия. Для част-

ного случая линейной по импульсу  $\mathbf{p}$  спин-орбитальной связи вида

$$H_{SO} = \frac{\hbar}{2m} \mathcal{A}_k^a p_k \sigma^a$$

модифицированные линейные уравнения Узаделя для аномальной функции Грина  $\hat{f}$  (2) имеют обычный вид (3), (4) при замене производных  $\partial_k \psi$  ковариантным оператором  $\tilde{\nabla}_k \psi = \partial_k \psi - i[\mathcal{A}_k^a \sigma^a, \psi]/2$  [264]. (Здесь  $\sigma^a$  — матрицы Паули, а индексы  $k$  и  $a$  принимают значения  $x, y, z$ .) Аналогичную замену операторов  $\nabla_k \rightarrow \tilde{\nabla}_k$  следует провести и в граничных условиях Куприянова – Лукичева (см. формулу (А.14) в приложении А). Полагая структуру однородной в плоскости  $yz$ , а СО-взаимодействие — изотропным,  $\mathcal{A}_k^a = \alpha \delta_k^a$ , получим следующие уравнения для синглетной,  $f_s$ , и триплетной,  $\mathbf{f}_t = f_{tz} \mathbf{e}_z + f_{ty} \mathbf{e}_y$ , компонент аномальной функции Грина (2):

$$\hbar D_f \partial_x^2 f_s - 2|\omega_n| f_s - 2i \operatorname{sgn}(\omega_n) \hbar f_{tz} = 0, \quad (17)$$

$$\hbar D_f \partial_x^2 f_{tz} - 2(\hbar D_f \alpha^2 + |\omega_n|) f_{tz} + 2\hbar D_f \alpha \partial_x f_{ty} - 2i \operatorname{sgn}(\omega_n) \hbar f_s = 0, \quad (18)$$

$$\hbar D_f \partial_x^2 f_{ty} - 2(\hbar D_f \alpha^2 + |\omega_n|) f_{ty} - 2\hbar D_f \alpha \partial_x f_{tz} = 0, \quad (19)$$

где слагаемые, зависящие от константы СО-взаимодействия  $\alpha$ , описывают два механизма вращения спина: а) релаксацию спиновой плотности  $\sim \alpha^2$ , б) прецессию спина  $\sim \alpha$ .

Уравнения (17) и (18) описывают диффузию сильно связанных конденсатов: синглетных ( $\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow$ ) и триплетных ( $\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow$ ) с нулевой проекцией спина на ось  $z$ . В этих уравнениях доминирует последнее слагаемое  $\sim \hbar$ , описывающее синглет-триплетное взаимодействие. В результате компоненты  $f_s$  и  $f_{tz}$  затухают на масштабе  $\xi_f$ , определяемом обменным полем. Уравнение (19) определяет пространственное распределение ортогональной направлению обменного поля компоненты  $f_{ty}$ , описывающей диффузию триплетных конденсатов ( $\uparrow\uparrow$ ) и ( $\downarrow\downarrow$ ) с проекцией спина  $\pm \hbar$ . Эта составляющая генерируется вблизи границы раздела из-за прецессии спина и затухает на не зависящем от обменного поля  $\hbar$  масштабе, который намного превышает обычную длину  $\xi_f$ . Как и в случае неоднородного обменного поля (см. раздел 3.2), указанные медленно затухающие в ферромагнетике триплетные корреляции  $f_{ty}$  ответственны за эффект дальнего действия в гибридных СФ-структурах с СО-взаимодействием.

Хотя линеаризованные уравнения Узаделя, учитывающие СО-взаимодействие, отражают некоторые качественные эффекты, такие как дальнедействие [264, 321] и аномальный эффект Джозефсона [316, 322], они не позволяют полностью описать низкотемпературный режим и локальные спектральные свойства системы. Нелинейные уравнения Узаделя для материалов с СО-взаимодействием, справедливые как для сверхпроводящих, так и для нормальных систем, получены в работе [323]. В нормальном состоянии они сводятся к хорошо известным уравнениям спин-зарядовой диффузии [324–326] и подходят для описания различных магнитоэлектрических эффектов в диффузных гибридных структурах со спин-орбитальным взаимодействием.

Итак, неоднородное в реальном или импульсном пространстве обменное поле обеспечивает эффективную

взаимную конверсию синглетных (затухающих) сверхпроводящих корреляций в триплетные (незатухающие), что приводит к медленному затуханию парной корреляционной функции в ферромагнетике и заметному джозефсоновскому току в СФС-структуре. Возникающее при этом эффективное взаимодействие между сверхпроводящей и ферромагнитной подсистемами позволяет управлять сверхтекучим (бездиссипативным) транспортом, что необходимо для работы устройств сверхпроводящей спинтроники и наноплазмоники. В частности, недавние публикации [223, 311], посвящённые исследованиям СФС-систем со спин-орбитальным взаимодействием, показали, что влияние СО-взаимодействия на совместную динамику взаимодействующих сверхпроводящих и магнитных параметров порядка может оказаться новым многообещающим направлением в физике гибридных СФС-систем.

### 3.4. Мезоскопические флуктуации

Наконец, остановимся ещё на одном возможном механизме подавления деструктивного влияния интерференции различных траекторий квазичастиц на сверхпроводящий ток в СФС-контакте. Речь пойдёт о мезоскопических флуктуациях джозефсоновского тока. Дело в том, что рассмотренное выше экспоненциальное затухание сверхтока через Ф-прослойку на длине  $\xi_f$  подразумевает усреднение по случайным рассеивателям при вычислении тока. Другими словами, мы определяем ток  $\langle I \rangle$ , усреднённый по ансамблю различных конфигураций рассеивателей в различных образцах. На практике при измерениях мы, однако, имеем дело не с такой средней величиной, а с конкретным значением тока через данный контакт с заданным распределением рассеивателей. Это значение в отдельном образце может существенно отличаться от среднего по ансамблю ввиду случайных изменений знака критического тока (т.е. изменения равновесной разности фаз в контакте на  $\pi$ ) [272, 327–330]. Мерой таких мезоскопических флуктуаций является среднеквадратичное отклонение  $\delta I = (\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2)^{1/2}$ . Величина тока представляет собой сумму вкладов  $I_k$  от  $N$  различных транспортных каналов, в каждом из которых разность фаз сдвинута на случайную величину  $\gamma$  (см. приложение Б). При вычислении среднего квадрата  $\langle I^2 \rangle$  мы получаем двойную сумму  $N^2$  вкладов. Для  $N$  слагаемых из этой двойной суммы вида  $I_k^2$  случайные фазы  $\gamma$  должны компенсироваться, что даёт нам выражение  $\delta I \sim \sqrt{N}$ . Используя соотношение Ландауэра для связи нормального сопротивления контакта  $R$  с числом транспортных каналов, а также характерную величину вклада в сверхток от одной транспортной моды, мы получаем оценку  $\delta I \sim \Delta_0 / \sqrt{\hbar R}$ , где  $\Delta_0$  — величина сверхпроводящей щели в берегах контакта. Полученная оценка может давать весьма существенную величину критического тока контакта, значительно превосходящую среднее по ансамблю выражение

$$\langle I \rangle \sim \frac{\Delta_0 \exp(-d/\xi_f)}{eR}$$

для СФС-контакта с толщиной Ф-слоя  $d$ .

Заметим, что приведённая выше корневая зависимость среднеквадратичного отклонения  $\delta I$  от числа поперечных мод  $N$  согласуется с результатами работ [272, 328, 329], несмотря на различие принятых в них приближений и теоретических подходов. Расхождения в резуль-

татах [272, 328] предположительно связаны с существенно разными пределами по величине  $\hbar\tau$ , которая предполагается малой в [272] и достаточно большой ( $\hbar\tau \gtrsim 1$ ) в [328].

## 4. Электродинамика структур сверхпроводник – ферромагнетик

Одним из ключевых свойств сверхпроводников является их способность экранировать внешнее магнитное поле (эффект Мейсснера). Простейшее описание данного явления основано на лондоновском соотношении между плотностью сверхпроводящего тока  $\mathbf{j}_s$  и векторным потенциалом  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{j}_s = -\frac{c}{4\pi\lambda^2} \mathbf{A}, \quad (20)$$

где  $\lambda$  — лондоновская глубина проникновения магнитного поля, характеризующая масштаб спада магнитного поля по направлению в глубь сверхпроводника. Причём знак в соотношении (20) фиксирует диамагнитный характер мейсснеровского отклика. В гибридных системах сверхпроводник – ферромагнетик соотношение (20) существенно модифицируется с учётом влияния обменных эффектов. Эта модификация привлекает интерес теоретиков и экспериментаторов с точки зрения как стоящей за ней нетривиальной физики, так и важности электродинамических свойств для проектирования устройств сверхпроводящей спинтроники.

### 4.1. Электромагнитный отклик структур сверхпроводник – ферромагнетик.

#### Диамагнитный и парамагнитный вклады в отклик

Причиной существенных изменений соотношения (20) в СФС-системах является возникновение нечётных по мацубаровской частоте спин-триплетных корреляций. В отличие от синглетных куперовских пар (которые описываются чётной по мацубаровской частоте аномальной функцией Грина), индуцированные триплетные корреляции вносят не диамагнитный, а парамагнитный вклад в мейсснеровский отклик. При этом величина  $\lambda^{-2}$  становится существенно неоднородной. Так, например, в рамках теории Узаделя зависимость  $\lambda^{-2}$  от координаты  $\mathbf{r}$  для СФС-систем определяется выражением [331, 332]

$$\lambda^{-2}(\mathbf{r}) = \frac{16\pi^3 T}{ec\Phi_0} \sigma(\mathbf{r}) \sum_{n=0}^{\infty} \left[ |f_s(\mathbf{r})|^2 - |f_t(\mathbf{r})|^2 \right], \quad (21)$$

где  $\sigma(\mathbf{r})$  — локальная друдевская проводимость материалов СФС-структуры в нормальном состоянии,  $T$  — температура системы; суммирование проводится по положительным мацубаровским частотам  $\omega_n = \pi T(2n+1)$ . Следует отметить, что из-за пространственных осцилляций компонент аномальной функции Грина  $f_s(\mathbf{r})$  и  $f_t(\mathbf{r})$  в СФС-системах существуют как области пространства, в которых локальный мейсснеровский отклик является диамагнитным ( $\lambda^{-2}(\mathbf{r}) > 0$ ), так и области, в которых триплетные корреляции доминируют над синглетными, обеспечивая парамагнитный ( $\lambda^{-2}(\mathbf{r}) < 0$ ) характер отклика [91, 333, 334].

Экспериментальное измерение профилей  $\lambda^{-2}(\mathbf{r})$  является трудной задачей, поскольку требует восстановления пространственных распределений магнитного поля внутри СФС-структуры. Подобные измерения проводятся

с помощью мюонной спиновой спектроскопии [335–337] или в экспериментах по рассеянию нейтронов [338–341]. Вместе с тем большинство существующих методик чувствительно лишь к полному электромагнитному отклику СФ-систем. Для многослойных структур с толщиной  $d$ , существенно меньшей лондоновской глубины  $\lambda$ , полный отклик определяется эффективной глубиной проникновения магнитного поля  $\Lambda$ , величина которой находится усреднением  $\lambda^{-2}(\mathbf{r})$  по толщине структуры:

$$\Lambda^{-1} = \int \frac{dx}{\lambda^2(x)}, \quad (22)$$

где  $x$  — координата поперёк структуры [331]. Несмотря на локальную смену знака отклика, связанную с триплетными корреляциями, величина  $\Lambda^{-1}$  для СФ-систем, как правило, остаётся положительной. Вместе с тем оказывается возможным подобрать параметры систем, при которых величина  $\Lambda^{-1}$ , рассчитанная по формулам (21), (22), формально оказывается отрицательной. С физической точки зрения подобная смена знака сигнализирует о неустойчивости однородного сверхпроводящего состояния, для которого был рассчитан отклик, относительно возникновения пространственной модуляции сверхпроводящего параметра порядка [332]. При этом возникают состояния, аналогичные состояниям ЛОФФ с модуляцией параметра порядка в плоскости слоёв структуры. Причём результирующие неоднородные сверхпроводящие состояния обладают диамагнитным откликом. Подробнее механизм формирования продольных состояний ЛОФФ и их свойства рассмотрены в разделе 4.5.

Детальный экспериментальный анализ экранирующих свойств СФ- и СФС-структур проведён в работах [342, 343] на основе измерений взаимной индуктивности двух колец с расположенным между ними образцом [344]. Взаимная индуктивность в этом случае зависит от проводимости образца, которая в свою очередь определяется усреднённой по толщине структуры плотностью сверхтекучей компоненты, т.е. эффективной длиной экранирования  $\Lambda$  (22). Ранее подобная методика применялась для изучения экранирующих свойств тонких С-плёнок [345–347]. Из-за особенностей эффекта близости на СФ-границе возникает аномальное поведение экранирующих свойств слоистых гибридных структур, проявляющееся в немонокотонной зависимости  $\Lambda^{-1}(d_f)$  при низких температурах  $T \ll T_c$ , и впервые наблюдавшееся в бислоях Nb/Ni [342]. Поведение  $\Lambda^{-1}(d_f)$  коррелирует с немонокотонной зависимостью критической температуры  $T_c(d_f)$  СФ-бислоя.

Аналитические расчёты в рамках нелинейной теории Узаделя для тонкого СФ-бислоя ( $d_s + d_f \ll \lambda$ ) с диффузионным типом проводимости показали, что осцилляции  $\Lambda^{-1}(d_f)$  могут быть связаны с пространственными осцилляциями аномальной функции Грина в ферромагнетике и возникающими вследствие этого интерференционными эффектами при  $d_f \sim \xi_f$  [331]. Аналогичные осцилляции на зависимостях  $\Lambda^{-1}(d_f)$  наблюдаются также и для СФС-систем. Выполненные позднее температурные измерения эффективной длины экранирования  $\Lambda^{-1}(T)$  в трёхслойных СФС-структурах Nb/Ni/Nb позволили проследить эволюцию сверхпроводимости при изменении связи между С-слоями от слабой до сильной и переход структуры в  $\pi$ -состояние [343].

## 4.2. Электромагнитный отклик

### джозефсоновских систем

#### сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник

Гибридные СФ-структуры с эффектом близости являются удобным объектом для изучения различных фазовых переходов, вызванных взаимодействием двух конкурирующих параметров порядка: сверхпроводящего и ферромагнитного [39, 348]. Зависимость температуры перехода в нормальное состояние от параметров СФ-структур исследовалась как теоретически [118, 349–351], так и экспериментально [44, 45, 47, 164] (см. также обзоры [39, 46]).

Большинство эффектов в джозефсоновских СФС-системах связано с явлением  $\pi$ -сверхпроводимости [50], при котором в основном состоянии устанавливается нетривиальная разность  $\pi$  между фазами соседних сверхпроводящих слоёв. Особенный интерес с точки зрения эксперимента представляет возможность реализации перехода между 0- и  $\pi$ -состояниями при изменении температуры  $T$  гибридной системы. Экспериментальное свидетельство температурного 0– $\pi$ -перехода в джозефсоновской СФС-структуре Nb/Cu<sub>x</sub>Ni<sub>1-x</sub>/Nb получено из измерений критического тока в работах [144, 155, 352]. Выполненный в работе [146] анализ показал, что характер перехода между 0- и  $\pi$ -состояниями джозефсоновского СФС-контакта с однородным диффузным Ф-слоем определяется знаком амплитуды второй гармоники  $I_2$  ток-фазового соотношения (1) и данный переход является фазовым переходом первого рода при  $I_2 > 0$ .

Самосогласованные расчёты баллистической СФС-структуры с использованием уравнений БДЖ показали существование скачка амплитуды волновой функции куперовских пар и энтропии системы  $S(T)$  при температуре фазового 0– $\pi$ -перехода [353, 354]. Существование фазовых переходов первого рода в сверхпроводящее состояние характерно также для диффузных ФФС-структур с тонкими Ф-слоями [351]. Фазовый 0– $\pi$ -переход второго рода реализуется в джозефсоновских системах при  $I_2 < 0$  и является возможным, например, в СФС-контактах с неоднородным диффузным Ф-слоем [146, 149].

Наряду с резистивными измерениями, используемыми в большинстве экспериментов с гибридными ФС-системами, удобным инструментом для изучения фазовых переходов является исследование особенностей экранирующих свойств таких систем, позволяющее получить информацию как о величине, так и о температурной зависимости эффективной плотности сверхтекучей компоненты. Подобные измерения помогают глубже понять свойства сверхпроводящего состояния в гибридных системах и являются естественным развитием более ранних работ о поведении СН-гибридов во внешнем магнитном поле [355–357].

Влияние эффекта близости на экранирующие свойства джозефсоновских СФС-структур становится особенно заметным в случае тонких С-слоёв (порядка сверхпроводящей длины когерентности  $\xi_s$ ), когда подавление сверхпроводящего параметра порядка  $\Lambda$  становится достаточно сильным. В работах [358, 359] с использованием диэлектрических микрорезонаторов (см., например, обзоры [360, 361]) были выполнены микроволновые измерения температурной зависимости эффективной глубины проникновения (22) трёхслойных структур Nb/PdNi/Nb. Обнаружено возвратное поведение  $\Lambda(T)$ , при котором эффективная глубина проникнове-

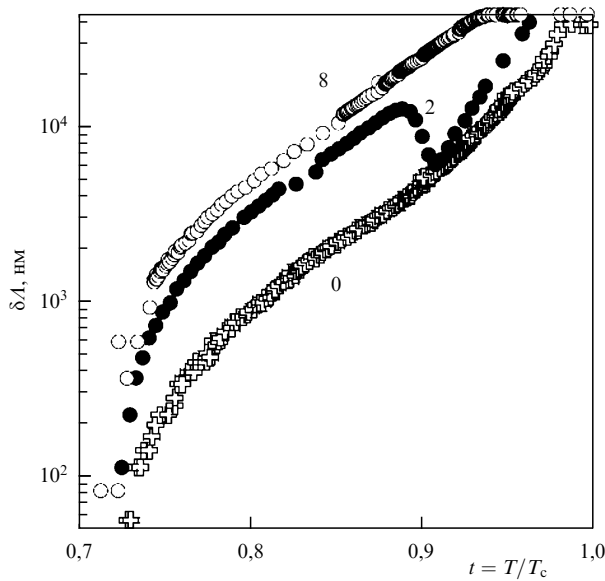


Рис. 12. Зависимость экранирующих свойств трёхслойной СФС-структуры Nb/Pd<sub>0,84</sub>Ni<sub>0,16</sub>/Nb с  $d_f = 0, 2, 8$  нм от температуры  $T$ :  $\delta A = A(T/T_c) - A(0,72)$ . (Из работы [358].)

ния резко увеличивалась при понижении температуры  $T$  в окрестности  $T_0 \sim 0,9T_{c0}$ , если толщина Ф-слоя составляла  $d_f \simeq d_f^* = 2$  нм. При другой толщине Ф-слоя,  $d_f \neq d_f^*$ , подобный скачок  $A(T)$  не наблюдался, а эффективная глубина проникновения монотонно уменьшалась с понижением температуры (рис. 12). Подобная температурная аномалия свидетельствует о резком уменьшении средней концентрации куперовских пар  $n \sim 1/A(T)$  в структуре при  $T \lesssim T_0$  и соответственном подавлении сверхпроводящего параметра порядка  $\Delta(T)$ . Сопоставление экспериментальных данных с результатами расчётов [358, 362] позволило ассоциировать данную аномалию с переключением между 0- и  $\pi$ -состояниями джозефсоновского СФС-контакта.

Предложенный теоретический подход, основанный на совместном решении нелинейных уравнений Узаледа (А.13) и уравнения самосогласования (А.4) (см. приложение А), учитывал влияние структуры парной волновой функции в ферромагнетике на равновесное значение сверхпроводящего параметра порядка  $\Delta$  в С-слоях. Утечка куперовских пар из С-слоёв ослабляет сверхпро-

водимость вблизи границы с Ф-металлом вследствие эффекта близости. Величина подавления параметра  $\Delta$  зависит от характеризующих систему параметров, таких как прозрачность СФ-интерфейса, толщины С- и Ф-слоёв и т.д. Влияние указанных параметров оказывается особенно сильным в случае высокой прозрачности интерфейса и тонких С-слоёв, когда использование обычных "жёстких" граничных условий [65] для аномальной функции Грина оказывается неправомерным.

Отметим, что принципиальное значение имеет учёт рассеяния на магнитных примесях, поскольку именно этот процесс обеспечивает основной механизм, ответственный за 0– $\pi$ -переход при изменении температуры  $T$  [144, 172].

Типичный вид зависимости критической температуры перехода  $T_c^{0,\pi}$  диффузной СФС-структуры из нормального состояния в сверхпроводящее состояние 0 ( $d_f \leq d_f^*$ ) или  $\pi$ -состояние ( $d_f \geq d_f^*$ ) от толщины Ф-слоя показан на рис. 13а. Значение толщины Ф-слоя  $d_f^*$ , при которой  $T_c^0(d_f^*) = T_c^\pi(d_f^*)$ , определяет положение трикритической точки на фазовой диаграмме на плоскости переменных  $(T, d_f)$ . Если толщина  $d_f$  ферромагнитного слоя лишь незначительно меньше значения  $d_f^*$ , а  $T_c^0 > T_c^\pi$ , то при понижении температуры  $T$  до значений, меньших  $T_c^0$ , система сначала переходит из нормального состояния в сверхпроводящее, соответствующее 0-фазе СФС-структуры, поскольку  $E^0(T) < E^\pi(T)$ . Здесь  $E^0(T)$  и  $E^\pi(T)$  — свободные энергии 0- и  $\pi$ -состояний соответственно. При достижении температурой  $T$  значения  $T_0$ , при котором  $E^0(T_0) = E^\pi(T_0)$ , происходит переход СФС-структуры из 0-состояния в  $\pi$ -состояние. Скачок энтропии  $S(T)$  при  $T_0$

$$\frac{S^\pi(T_0)}{S^0(T_0)} = \frac{T_c^0 - T_0}{T_c^\pi - T_0} > 1 \quad (23)$$

свидетельствует о том, что система переходит из 0-состояния в  $\pi$ -состояние посредством фазового перехода первого рода с соответствующим выделением скрытой теплоты

$$Q = T_0[S^\pi(T_0) - S^0(T_0)] > 0. \quad (24)$$

Одновременно при температуре перехода  $T_0$  происходит скачок сверхпроводящего параметра порядка от значения  $\Delta_0$ , соответствующего 0-фазе, до  $\Delta_\pi < \Delta_0$ , соответствующего  $\pi$ -фазе. Из-за сильной зависимости сверхпроводимости в тонких С-слоях от структуры парной

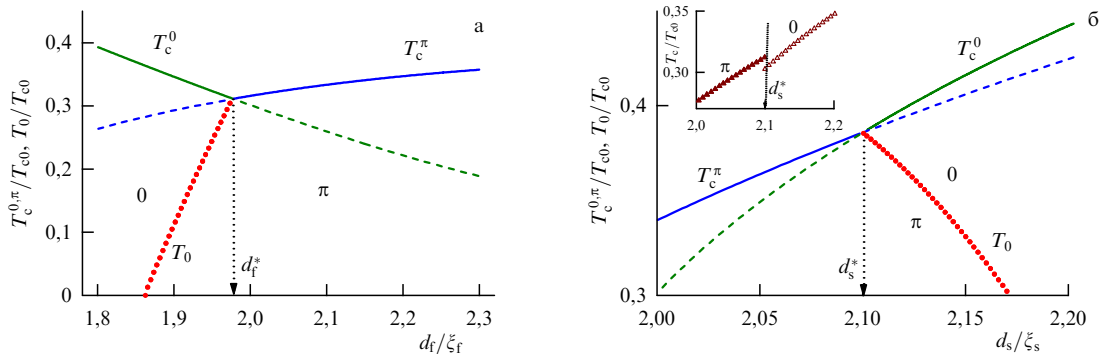


Рис. 13. (В цвете онлайн.) Типичный вид фазовой диаграммы СФС-структуры в окрестности трикритической точки на плоскости переменных  $(T, d_f)$  (а) и  $(T, d_s)$  (б). Пунктирными линиями показаны кривые  $T_0(d_f)$  и  $T_0(d_s)$  фазового перехода первого рода между 0- и  $\pi$ -состояниями системы. На вставке рис. б приведён типичный вид зависимости  $T_c(d_s)$ , соответствующей фиксированному значению плотности внешнего тока  $j_{ex}$ .

волновой функции в ферромагнитном слое ток-фазовое соотношение  $I(\varphi)$  для такого контакта существенно отличается от простого синусоидального даже при температурах  $T$ , близких к  $T_c$  [362]. Сильный ангармонизм  $I(\varphi)$  при  $T \approx T_0 \sim T_c$  приводит к исчезновению типичной немоноотонной температурной зависимости амплитуды критического тока в окрестности 0– $\pi$ -перехода, появлению метастабильных 0- и  $\pi$ -состояний контакта и особенностям поведения радиочастотного сквида (rf-SQUID) с таким переходом.

Влияние толщины сверхпроводящих слоёв на основное состояние и особенности фазового 0– $\pi$ -перехода в гибридных СФС-структурах Nb/CuNi/Nb с диффузным типом проводимости экспериментально и теоретически изучены в работе [363]. Для измерения критической температуры  $T_c$  перехода СФС-структуры с тонкими ( $d_s \lesssim \xi_s$ ) слоями в сверхпроводящее состояние использовалась локальная методика, основанная на обнаружении нелинейного сверхвысокочастотного (СВЧ) отклика гибридной структуры с помощью ближнепольного зонда [364, 365]. Переключение между 0- и  $\pi$ -состояниями сопровождалось аномальным повышением измеряемой температуры  $T_c$  при уменьшении толщины сверхпроводящих слоёв в окрестности  $d_s^* = d_{\text{Nb}} \approx 15$  нм. Эффект наблюдался при толщине Ф-слоя  $d_{\text{CuNi}} = 5$  нм и отсутствовал в других образцах с меньшей толщиной Ф-слоя. Подобная аномалия возникала из-за различия значений эффективной критической плотности тока распаривания  $j_c^{0,\pi}(T)$  для 0- и  $\pi$ -состояний структуры. Выполненные в рамках подхода [362] расчёты показали, что при одном и том же отклонении  $T_c^{0,\pi} - T$  температуры  $T$  от своего критического значения  $T_c^{0,\pi}$  в широком диапазоне параметров гибридной СФС-структуры выполняется условие  $j_c^\pi(T) > j_c^0(T)$ . Создаваемое ближнепольным зондом квазистатическое магнитное поле  $\mathbf{H}_{\text{ex}}$  индуцирует в области локализации высокочастотный ток  $\mathbf{j}_{\text{ex}} = [c/(4\pi)] \text{rot } \mathbf{H}_{\text{ex}}$ , препятствующий переходу СФС-структуры в сверхпроводящее состояние. В этом случае условие

$$j_{\text{ex}} = \begin{cases} j_c^\pi(T_c), & d_s < d_s^*, \\ j_c^0(T_c), & d_s \geq d_s^* \end{cases} \quad (25)$$

определяет сдвиг  $\delta T_c^{0,\pi}$  критической температуры  $T_c = T_c^{0,\pi} - \delta T_c^{0,\pi}$  перехода СФС-структуры в сверхпроводящее состояние относительно своего термодинамического значения  $T_c^{0,\pi}$ .

На рисунке 13б показана определяемая соотношением (25) зависимость  $T_c(d_s)$ , на которой виден скачок критической температуры  $\Delta T_c = \delta T_c^0 - \delta T_c^\pi > 0$  с уменьшением толщины сверхпроводника при  $d_s = d_s^*$ .

Таким образом, оказывается возможным определять поперечную структуру парной волновой функции в джозефсоновских СФС-структурах с тонкими С-слоями в окрестности 0– $\pi$ -перехода на основе измерений латерального (продольного) транспорта в слоях. Поскольку при этом плотность тока распаривания в  $\pi$ -состоянии оказывается несколько выше, чем в 0-состоянии, изменение внешнего тока в слоях позволяет изменить основное состояние СФС-структуры ( $0 \rightarrow \pi$ ) [366].

#### 4.3. Обратный эффект близости.

##### Спиновый и электромагнитный механизмы

Возможность обмена электронами между сверхпроводником и ферромагнетиком в СФ-системах приводит не

только к возникновению сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике, но и к обратному явлению — проникновению магнитного момента из ферромагнетика в сверхпроводник. На первый взгляд в подобном проникновении нет ничего удивительного. Действительно, даже в отсутствие электрического контакта между С- и Ф-подсистемами неоднородности магнитного момента в ферромагнетике приводят к формированию магнитных полей рассеяния, которые способны проникать в сверхпроводник на глубину порядка лондоновской длины (см., например, обзор [367]). Причём существенно, что данный эффект чувствителен к структуре намагниченности и форме ферромагнетика. Так, бесконечная однодоменная ферромагнитная плёнка с продольной намагниченностью не создаёт поля рассеяния и, следовательно, не индуцирует магнитного поля в сверхпроводнике — магнитное поле оказывается "запертым" внутри ферромагнетика. Однако ситуация кардинально меняется, если граница между сверхпроводником и ферромагнетиком прозрачна для электронов. В этом случае, даже если ферромагнетик не создаёт полей рассеяния, в сверхпроводнике возникает индуцированное ферромагнетиком магнитное поле, что представляет собой проявление так называемого обратного эффекта близости.

Существует два основных механизма возникновения магнетизма в сверхпроводнике из-за эффекта близости. Первый связан со спиновой поляризацией электронов, образующих куперовскую пару, вблизи СФ-границы (так называемый спиновый механизм обратного эффекта близости) [368–372]. Вторым является чисто электромагнитным: прямой эффект близости возбуждает сверхпроводящий ток, текущий внутри ферромагнитного слоя, и, как следствие, компенсирующие мейснеровские токи внутри сверхпроводника (электромагнитный эффект близости) [373, 374] (см. также обзор [375]).

Физический механизм возникновения спинового обратного эффекта близости связан с куперовскими парами, локализованными вблизи СФ-границы. Ввиду конечного размера пары возможна ситуация, когда один электрон в паре находится в сверхпроводнике, а другой — в ферромагнетике. В этом случае магнитному моменту электрона в Ф-слое энергетически выгодно быть направленным вдоль намагниченности ферромагнетика. Причём, так как куперовская пара имеет нулевую проекцию спина, оставшийся в сверхпроводнике электрон должен иметь противоположно направленный спин. Таким образом, в поверхностном слое сверхпроводника толщиной порядка размера куперовской пары (т.е. корреляционной длины  $\xi_0 \sim 1 - 10$  нм) индуцируется магнитный момент, направленный против вектора намагниченности в ферромагнетике.

Впервые возможность возникновения магнитного момента в сверхпроводнике вблизи СФ-границы, обусловленного спиновыми эффектами, была предсказана в работе [368]. Расчёт локальной плотности состояний  $N_\uparrow(x)$  и  $N_\downarrow(x)$  для электронов с противоположными проекциями спина, выполненный на основе численного решения уравнения Узалея, позволил проанализировать профиль намагниченности свободных электронов  $M_e(x) = \mu_B[N_\uparrow(x) - N_\downarrow(x)]$  как функцию расстояния  $x$  от СФ-границы. Одно из удивительных предсказаний работы [368] заключается в возможности смены направления индуцированного в сверхпроводнике магнитного мо-

мента на некотором расстоянии от СФ-границы внутри сверхпроводника.

Однако построенная в работе [369] аналитическая теория обратного эффекта близости не выявила существования пространственных осцилляций магнитного момента в С-слое. В то же время сам магнитный момент внутри сверхпроводника вполне может быть направлен и против намагниченности ферромагнетика. Именно такая ситуация реализуется для СФ-структур с ферромагнетиком, у которого намагниченность обусловлена свободными электронами.

С другой стороны, для ферромагнетика с намагниченностью, обусловленной антиферромагнитным взаимодействием электронов с локализованными моментами, направление индуцированного момента в сверхпроводнике оказывается обратным — параллельным намагниченности ферромагнетика. Направление индуцированного магнитного момента также зависит от того, для какой из двух спиновых подзон в ферромагнетике плотность электронных состояний на уровне Ферми больше: если DOS больше для нижней по энергиям подзоны, то индуцированный магнитный момент в С-слое направлен против намагниченности ферромагнетика, а если DOS больше для верхней спиновой подзоны — то вдоль намагниченности Ф-слоя [376]. Наконец, для СФ-структур в чистом пределе ( $\hbar\tau \gg 1$ , где  $\hbar$  — обменная энергия в ферромагнетике,  $\tau$  — характерное время релаксации импульса электронов) интерференция квазичастичных траекторий приводит к осцилляторной зависимости индуцированного в сверхпроводнике магнитного момента от произведения  $hd_f$ , где  $d_f$  — толщина Ф-слоя [370, 377].

В отличие от спинового механизма возникновения магнетизма в сверхпроводящей части СФ-структур, электромагнитный эффект близости является чисто орбитальным. Проникновение куперовских пар из сверхпроводника в ферромагнетик приводит к возникновению *внутри* ферромагнетика мейснеровских токов, экранирующих присутствующее в нём поле намагниченности. Эти токи являются источником магнитного поля в сверхпроводнике, которое убывает на масштабе порядка лондоновской глубины  $\lambda$ . В сверхпроводниках второго рода такой масштаб существенно превышает  $\xi_0$ , что делает электромагнитный эффект близости дальнедействующим по сравнению с обратным эффектом близости.

Сравнение двух механизмов генерации магнитного момента сверхпроводника в СФ-системах показывает, что для типичных ферромагнитных материалов электромагнитный механизм является доминирующим [374]. Действительно, весьма общая оценка для намагниченности сверхпроводника  $M_s$ , связанной со спиновым обратным эффектом близости, может быть получена посредством вычисления производной сверхпроводящей энергии конденсации  $E_s \sim -\Delta^2 N(0)$  по величине обменного поля  $h$ :  $M_s = -\mu_B \partial E_s / \partial h$  (здесь  $\Delta$  — величина сверхпроводящей щели,  $N(0)$  — плотность состояний на уровне Ферми,  $\mu_B$  — магнетон Бора). При низких температурах поправка к сверхпроводящей щели  $\delta\Delta$ , обусловленная подавлением сверхпроводимости обменным полем, пропорциональна некоторому распаривающему фактору  $\nu$ , зависящему от обменного поля, так что  $\delta\Delta \propto \nu(h)$ . Предполагая, что  $\partial\nu/\partial h \sim T_c/h$  и  $\Delta \sim T_c$ , мы получаем следующую оценку для намагниченности сверхпроводника:

$M_s \sim \mu_B n (T_c/h) (T_c/E_F) \sim \mu_B n \times 10^{-5}$ , где  $n$  — концентрация электронов. Полученная оценка для  $M_s$  оказывается даже меньше намагниченности Паули невзаимодействующих электронов  $M_P \sim \mu_B n (h/E_F)$  для большинства типичных ферромагнетиков, у которых  $h \gg T_c$ . С другой стороны, намагниченность  $M_{em}$  внутри сверхпроводника, связанная с электромагнитным эффектом близости, определяется величиной намагниченности ферромагнетика  $M$ , так что  $M_{em} \propto M$ . Если не ограничиваться материалами, в которых магнитное упорядочение возникает из-за свободных электронов, и учесть существенный вклад от локализованных моментов, то легко получить, что намагниченность ферромагнетика должна быть порядка  $\mu_B$  в расчёте на атом. Результирующая намагниченность  $M_{em}$  существенно превышает намагниченность, обусловленную спиновым обратным эффектом близости.

Таким образом, для типичных ферромагнетиков, для которых магнитный порядок возникает из-за взаимодействия электронов с локализованными спинами, вклад от спинового обратного эффекта близости в намагниченность внутри сверхпроводника оказывается пренебрежимо малым. Вместе с тем если доминирующий механизм формирования магнитного порядка в ферромагнетике связан именно со свободными электронами, то вклад спинового механизма обратного эффекта близости в результирующую намагниченность сверхпроводника будет существенным [378].

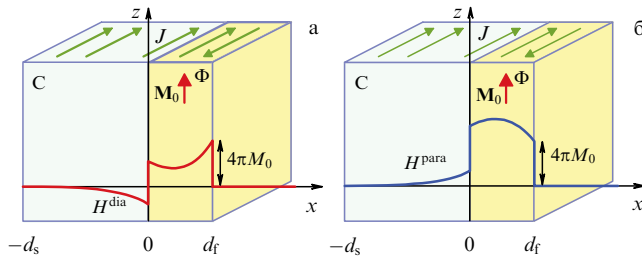
Экспериментально возникновение магнитного поля в сверхпроводящей части СФ-структур детектировалось с помощью целого ряда методик, включая спектральные измерения ядерного магнитного резонанса [379], анализ полярного эффекта Керра [380], спин-поляризованную нейтронную рефлектометрию [339, 341, 381, 382] и мюонную спиновую спектроскопию [335–337, 383]. При этом лишь две последние методики позволяют сделать количественный вывод о характерном масштабе проникновения магнитного поля в сверхпроводящую подсистему, который оказался существенно превышающим длину когерентности  $\xi_0$  [336, 337, 339, 382, 383]. Подобное дальнедействующее проникновение магнитного поля в сверхпроводящий слой может быть следствием электромагнитного эффекта близости.

#### 4.4. Электромагнитный эффект близости в гибридных структурах сверхпроводник – ферромагнетик

Аналитическое описание электромагнитного эффекта близости в СФ-системах может быть построено на основе решения уравнений Максвелла для векторного потенциала  $\mathbf{A}$ , в которых учтена характерная для сверхпроводящих систем линейная связь сверхпроводящего тока  $\mathbf{j}_s$  с векторным потенциалом [373]. При этом полный ток  $\mathbf{j}$ , текущий в СФ-системе, удобно представить в виде суммы двух компонент:  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_m$ , где  $\mathbf{j}_m = c \text{rot } \mathbf{M}$  — ток намагниченности в ферромагнетике. Тогда векторный потенциал удовлетворяет следующему уравнению:

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j}_s + \mathbf{j}_m). \quad (26)$$

В качестве наиболее простой системы, в которой реализуется электромагнитный эффект близости, рассмотрим бислой СФ (рис. 14). Для простоты сначала предположим, что намагниченность  $\mathbf{M} = M_0 \mathbf{e}_z$  в ферро-



**Рис. 14.** (В цвете онлайн.) Схематическое изображение спонтанного магнитного поля, возникающего в бислое СФ из-за электромагнитного эффекта близости, в случаях, когда интегральный сверхпроводящий ток в ферромагнетике (а) диамагнитный, (б) парамагнитный. (Из работы [375].)

магнетике однородна и направлена вдоль оси  $z$ , параллельной СФ-границе ( $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор в направлении оси  $z$ ). Выбранное направление намагниченности исключает возникновение магнитных полей рассеяния снаружи ферромагнетика, когда граница между С и Ф непрозрачна для электронов. В результате в отсутствие эффекта близости магнитное поле внутри ферромагнетика  $\mathbf{B} = 4\pi\mathbf{M}$ , а вне ферромагнетика  $\mathbf{B} = 0$  и сверхпроводящие токи в С-слое отсутствуют (мы предполагаем также отсутствие приложенного к СФ-системе внешнего магнитного поля).

Теперь рассмотрим ситуацию, когда граница между С- и Ф-слоями прозрачна для электронов. В данном случае проникающие в ферромагнетик сверхпроводящие корреляции обеспечивают возможность протекания сверхпроводящего тока *внутри* ферромагнетика. Конкретный вид связи  $\mathbf{j}_s(\mathbf{A})$  при этом определяется соотношением между сверхпроводящей корреляционной длиной и длиной свободного пробега. Наиболее простая картина возникает в случае локальной связи  $\mathbf{j}_s(\mathbf{A})$ , характерной для сверхпроводящих систем в грязном пределе:

$$\mathbf{j}_s(x) = -\frac{c}{4\pi} \frac{1}{\lambda^2(x)} \mathbf{A}, \quad (27)$$

где лондоновская длина  $\lambda$  определяется локальной амплитудой сверхпроводящих корреляций (21) и, следовательно, зависит от координаты  $x$  поперёк слоёв (см. рис. 14). Причём внутри ферромагнетика из-за эффекта близости величина  $\lambda^{-2}$  отлична от нуля. В дальнейшем для простоты будем предполагать толщину сверхпроводника  $d_s \gg \lambda$ , а толщину ферромагнетика  $d_f \ll \lambda$ . Кроме того, будем считать проводимость ферромагнетика существенно меньшей проводимости сверхпроводника в нормальном состоянии, что позволяет пренебречь локальным подавлением аномальной функции Грина на масштабе  $\sim \xi_0$  вблизи СФ-границы из-за эффекта близости, полагая лондоновскую длину внутри сверхпроводника константой  $\lambda_0$ .

Сделанные упрощения позволяют получить максимально простой вид решения уравнения Максвелла (26): в сверхпроводнике  $A_y(x) = A_0 \exp(x/\lambda_0)$ , а в ферромагнетике  $A_y(x) = A_0 + 4\pi M_0 x$ . Константа  $A_0$  может быть найдена из условия, что интегральный сверхпроводящий ток, текущий вдоль СФ-системы, в основном состоянии должен равняться нулю. В качестве альтернативного (но полностью эквивалентного) способа расчёта  $A_0$  достаточно проинтегрировать уравнение (26) по толщине

Ф-слоя. Рассматривая случай, когда к системе не приложено внешнее магнитное поле и  $B_z(d_f) = 0$ , получаем

$$B_z(0) = -4\pi M_0 \int_0^{d_f} \frac{x' dx'}{\lambda^2(x')} - A_0 \int_0^{d_f} \frac{dx'}{\lambda^2(x')}. \quad (28)$$

Нетрудно показать, что в рассматриваемом пределе  $d_f \ll \lambda_0$  вторым слагаемым в правой части (28) можно пренебречь ввиду его малости по сравнению с членом  $B_z(0)$  в левой части. Действительно, из решения уравнения (26) для сверхпроводника следует  $A_0 = B_z(0)\lambda_0$ , так что слагаемое с  $A_0$  в правой части (28) имеет порядок  $(d_f/\lambda_0)B_z(0)$ , что много меньше  $B_z(0)$ . Подставляя найденное значение  $B_z(0)$  в решение уравнения Максвелла, внутри С-слоя получаем итоговый профиль спонтанного магнитного поля, возникающего в сверхпроводнике:

$$B_z(x) = -4\pi M_0 Q \exp\left(\frac{x}{\lambda_0}\right), \quad (29)$$

где  $Q = \int_0^{d_f} \lambda^{-2}(x') x' dx'$ .

Для СФ-систем в чистом пределе профиль магнитного поля, возникающего в сверхпроводнике вследствие электромагнитного эффекта близости, также описывается выражением (29), однако ядро  $Q$  оказывается перенормированным. Для нахождения  $Q$  необходимо учесть, что в чистом пределе связь  $\mathbf{j}_s(\mathbf{A})$  нелокальна. В наиболее общем виде она может быть выражена как

$$\mathbf{j}_s(x) = -\frac{c}{4\pi} \int K(x, x') \mathbf{A}(x') dx'. \quad (30)$$

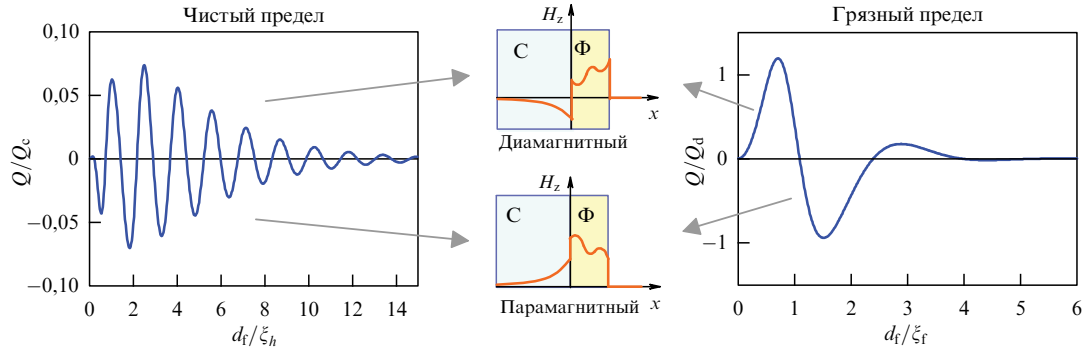
Далеко в глубине сверхпроводника (при  $|x| \gg \xi_N = \hbar v_F/T$ ) ядро  $K(x, x')$  в выражении (30) приобретает локальный вид, характеризующийся лондоновской глубиной  $\lambda_0$ . Здесь  $\xi_N$  — глубина когерентности в чистом нормальном металле. Тогда, интегрируя уравнение Максвелла, так же как и в случае грязного предела, мы получаем следующее выражение для ядра  $Q$ :

$$Q = \int_{-x_0}^{d_f} dx \int_0^{d_f} dx' x' [K(x, x') - \lambda_0^{-2} \delta(x - x') \theta(-x)], \quad (31)$$

где  $\theta(x)$  — ступенчатая функция Хевисайда, а предел интегрирования  $x_0$  должен быть выбран таким образом, чтобы выполнялось неравенство  $\xi_N \ll x_0 \ll \lambda_0$ .

Дальнейшая конкретизация выражений для ядра  $Q$  требует микроскопических расчётов. Для иллюстрации подобных расчётов рассмотрим СФ-бислой в грязном пределе. Тогда координатная зависимость обратного квадрата лондоновской длины  $\lambda^{-2}$  определяется выражением (21). В случае, когда проводимость ферромагнетика  $\sigma_f$  существенно меньше проводимости сверхпроводящего слоя  $\sigma_s$ , граничные условия Куприянова–Лукичева для уравнения Узаделя сводятся к так называемым жёстким граничным условиям, при которых внутри ферромагнитного слоя на СФ-границе синглетная часть аномальной функции Грина совпадает с синглетной компонентой внутри сверхпроводника,  $f_s(0) = f_{s0} = \Delta/(\omega^2 + \Delta^2)^{1/2}$  (здесь  $\Delta$  — величина сверхпроводящей щели в сверхпроводнике,  $\omega$  — мацубаровская частота), а триплетная часть аномальной функции Грина  $f_t$  обращается в нуль.

Выбирая величину щели  $\Delta$  действительной, мы получаем следующее решение уравнения Узаделя внутри



**Рис. 15.** (В цвете онлайн.) Зависимости ядра  $Q$ , определяющего электромагнитный эффект близости, от толщины ферромагнитного слоя  $d_f$  в чистом и грязном пределе. В чистом пределе параметры системы:  $h = 10\pi T$ ,  $\Delta = 2\pi T$ . Величины  $Q_d = \pi^2 \sigma_f \xi_f^2 \tanh[\Delta/(2T)]/(2\hbar c^2)$  и  $Q_c = e^2 v_0 \xi_h^2 (v_F/c)^2$ , где  $v_0$  — плотность состояний на уровне Ферми в расчёте на одну проекцию спина и на единицу объёма,  $\xi_h = \hbar v_F/h$  — корреляционная длина в чистом ферромагнетике. (Из работы [373].)

Ф-слоя:  $f_s(x) = \text{Re } F(x)$ ,  $f_z(x) = \text{Im } F(x)$ , где комплексная функция  $F$  имеет вид  $F(x) = f_{s0} \cosh[q(x - d_f)]/\cosh(qd_f)$ ,  $q = 2(\omega + i\hbar)/D_f$ ,  $D_f$  — коэффициент диффузии в ферромагнетике. Подставляя найденное решение в выражение (21) и проводя суммирование по мацубаровским частотам и интегрирование по координате, мы приходим к итоговому выражению для ядра  $Q$  [373]:

$$Q = \frac{\pi^2 \sigma_f \xi_f^2 \Delta}{2\hbar c^2} \tanh\left(\frac{\Delta}{2T}\right) \text{Im} \left[ \frac{q^2 d_f^2 - 1}{\cosh^2(qd_f)} \right]. \quad (32)$$

На рисунке 15 показаны типичные зависимости  $Q$  от толщины ферромагнитного слоя для грязного и чистого пределов. Пространственные осцилляции синглетной и триплетной компонент аномальной функции Грина в слое ферромагнетика приводят к возникновению внутри Ф-слоя областей с диамагнитным и парамагнитным откликом (см. раздел 4.1). В результате знак ядра  $Q$  определяется соотношением между толщиной Ф-слоя и сверхпроводящей корреляционной длиной  $\xi_f$ , а зависимость  $Q(d_f)$  является осциллирующей. При этом вектор магнитного поля, индуцируемого в сверхпроводнике, и вектор намагниченности в Ф-слое могут быть как сонаправленными (в случае  $Q < 0$ ), так и противоположно направленными (в случае  $Q > 0$ ). Причём для типичных структур (например, на основе Nb) с толщиной ферромагнитного слоя  $d_f \sim \xi_f$  величина ядра порядка  $Q \sim (d_f/\lambda)^2 \sim 10^{-2}$ .

До сих пор мы рассматривали СФ-бислой с однородной намагниченностью, в котором возникают лишь короткодействующие триплетные корреляции с нулевой проекцией спина, тогда как дальнедействующие триплетные корреляции отсутствуют. Вместе с тем в системах с неколлинеарным распределением намагниченности электромагнитный эффект близости оказывается значительно усиленным за счёт увеличения интегральной амплитуды сверхпроводящих корреляций и суммарного сверхпроводящего тока внутри ферромагнетика [373, 374].

В качестве иллюстрации рассмотрим СФ-систему в грязном пределе, у которой ферромагнетик состоит из двух слоёв с неколлинеарными магнитными моментами. Будем считать, что сверхпроводник расположен в области  $x < 0$ , ферромагнитный слой  $\Phi_1$  — в области  $0 < x < d_1$ , а второй ферромагнитный слой  $\Phi_2$  занимает область  $d_1 < x < d_1 + d_2$  (рис. 16). Предположим также,

что модули намагниченности в обоих ферромагнитных слоях одинаковы и равны  $M_0$ , однако в слое  $\Phi_1$  намагниченность направлена вдоль оси  $z$ , а в слое  $\Phi_2$  — вдоль оси  $y$ . Влияние дальнедействующих триплетных корреляций на электромагнитный эффект близости оказывается наиболее заметным, если толщина слоя  $\Phi_2$  существенно превышает корреляционную длину  $\xi_n = \sqrt{D_f/T}$ . Предполагая, тем не менее, что  $d_2 \ll \lambda$ , мы можем записать решение уравнения Максвелла для СФ $\Phi_1\Phi_2$ -системы в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{A}_0 \exp\left(\frac{x}{\lambda_0}\right) \quad \text{при } x < 0, \\ \mathbf{A} &= (A_{0y} + 4\pi M_0 x) \mathbf{e}_y + A_{0z} \mathbf{e}_z \quad \text{при } 0 < x < d_1, \\ \mathbf{A} &= (A_{0y} + 4\pi M_0 d_1) \mathbf{e}_y + [A_{0z} - 4\pi M_0 (x - d_1)] \mathbf{e}_z \\ &\quad \text{при } d_1 < x < d_1 + d_2, \end{aligned}$$

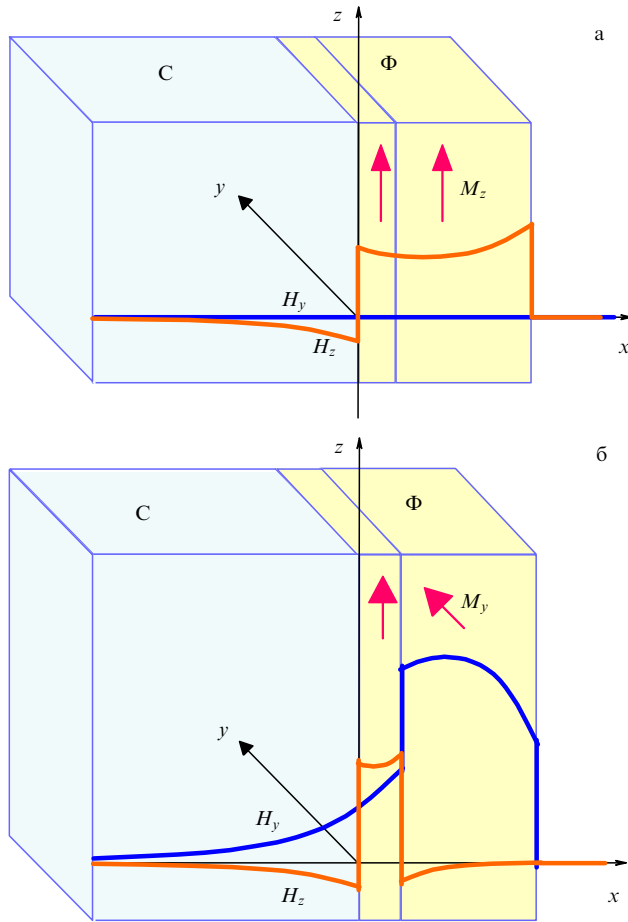
где векторная величина  $\mathbf{A}_0$  изменяется на масштабах порядка  $\lambda$  только внутри ферромагнетиков и может считаться константой,  $\mathbf{e}_y$  и  $\mathbf{e}_z$  — единичные векторы в направлении осей  $y$  и  $z$  соответственно. Как и в случае СФ-бислойа, интегрирование уравнения Максвелла (26) по толщине ферромагнитных слоёв позволяет представить профиль магнитного поля внутри сверхпроводника в виде

$$\mathbf{B}(x) = -4\pi M_0 \mathbf{Q} \exp\left(\frac{x}{\lambda_0}\right), \quad (33)$$

где вектор  $\mathbf{Q}$  имеет компоненты

$$Q_z = \int_0^{d_1} \frac{x' dx'}{\lambda^2(x')}, \quad Q_y = \int_{d_1}^{d_1+d_2} \frac{(x' - d_1) dx'}{\lambda^2(x')}. \quad (34)$$

На рисунке 16 схематически изображены профили магнитного поля для двух различных взаимных ориентаций намагниченностей в ферромагнитных слоях. В случае взаимно ортогональной ориентации намагниченностей оценка величины  $Q_y$  даёт  $Q_y \sim (\xi_n/\xi_f)^2 Q_z \gg Q_z$ . В результате в экспериментах, позволяющих изменять ориентацию магнитного момента в одном из ферромагнитных слоёв, должно наблюдаться значительное усиление магнитного поля в сверхпроводнике при взаимно ортогональной ориентации магнитных моментов в ферромагнетиках. На рисунке 17 показаны зависимости компонент векторного ядра  $\mathbf{Q}$  от толщины ферромагнетика  $\Phi_1$ ,

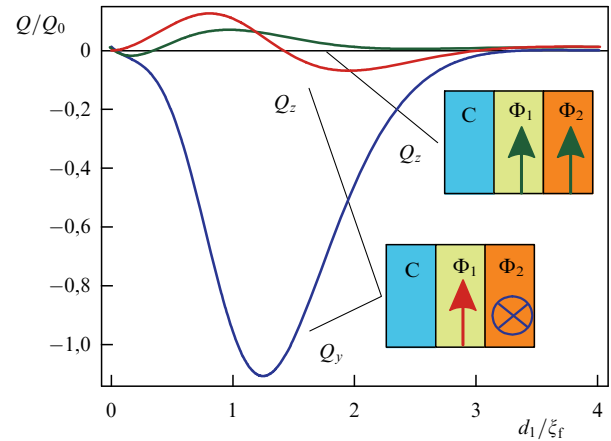


**Рис. 16.** (В цвете онлайн.) Схематическое изображение профилей магнитного поля в СФ-структуре с композитным ферромагнитным слоем для двух различных (указанных на рисунке) взаимных ориентаций намагниченности в Ф-слоях. (Из работы [373].)

полученные на основе решения уравнения Узаделя [374]. Результаты расчётов полностью подтверждают приведённые выше качественные аргументы об усилении электромагнитного эффекта близости для систем с неколлинеарным распределением намагниченности.

С экспериментальной точки зрения электромагнитный эффект близости приводит к ряду особенностей магнитных и транспортных свойств СФ-структур. Наиболее прямое и очевидное следствие электромагнитного эффекта близости — возникновение магнитного поля в сверхпроводнике, убывающего на масштабе лондоновской длины  $\lambda$ , которая в сверхпроводниках второго рода существенно превышает масштаб проникновения сверхпроводящих корреляций из ферромагнетика в сверхпроводник (последний масштаб имеет порядок сверхпроводящей корреляционной длины  $\xi_0 = \sqrt{D_s/T}$ , где  $D_s$  — коэффициент диффузии в сверхпроводнике).

Экспериментально распределение магнитного поля внутри СФ-системы может быть восстановлено при анализе рассеяния спин-поляризованных нейтронов и мюонов. Так, в работах [336–339, 384, 385] наблюдалось аномальное увеличение (до пяти раз) пространственного масштаба проникновения магнитного момента внутрь сверхпроводника по сравнению с корреляционной длиной  $\xi_s = \sqrt{D_s/T}$ , что может быть связано с проявлением электромагнитного эффекта близости. При этом теоре-



**Рис. 17.** (В цвете онлайн.) Зависимости компонент векторного ядра  $\mathbf{Q}$  для систем  $\text{C}\Phi_1\Phi_2$  в грязном пределе от толщины  $d_1$  ферромагнитного слоя  $\Phi_1$ . Зелёная кривая соответствует единственной компоненте  $Q_z$  в случае сонаправленных магнитных моментов в двух Ф-слоях, а красная и синяя кривые соответствуют компонентам  $Q_z$  и  $Q_y$  для взаимно ортогональных магнитных моментов. Параметры:  $A = 2\pi T$ ,  $h = 50\pi T$ ,  $d_2 = 10\xi_f$ ,  $Q_0 = 16\pi^2 T\sigma_f \xi_f^2/c^2$ . (Из работы [374].)

тический вывод об усилении индуцированного магнитного поля при взаимно ортогональной ориентации магнитных моментов в  $\text{C}\Phi_1\Phi_2$ -структурах полностью согласуется с данными работы [336]. Также в экспериментах [383, 384] проведено сравнение величины индуцированного магнитного поля для структур  $\text{Cu}/\text{Nb}$  и  $\text{Cu}/\text{Nb}/\text{Co}$ . Показано, что добавление в систему слоя  $\text{Co}$  усиливает индуцированное поле, причём профили магнитного поля внутри структуры оказываются различными для коллинеарных магнитных моментов, одинаково и противоположно направленных, в двух ферромагнитных слоях. Таким образом, к настоящему моменту накопилось довольно много экспериментальных данных, свидетельствующих о важной роли электромагнитного эффекта близости в электродинамике СФ-систем.

Описанная выше теория возникновения магнитных полей в СФ-системах позволяет предложить несколько альтернативных способов обнаружения электромагнитного эффекта близости и его возможных приложений. Одним из возможных способов является прямое детектирование мейсснеровских токов, текущих по сверхпроводнику. Если толщина сверхпроводящего слоя мала по сравнению с лондоновской длиной  $\lambda$ , то плотность тока вблизи внешней границы сверхпроводника отлична от нуля. Причём сканирование поверхности сверхпроводника нормальным (несверхпроводящим) зондом сканирующего туннельного микроскопа может позволить обнаружить изменение локальной плотности состояний, связанное с доплеровским сдвигом в спектре квазичастиц из-за протекающего по поверхности структуры сверхпроводящего тока, тогда как использование сверхпроводящего зонда может позволить детектировать сдвиг фраунгоферовской зависимости критического тока джозефсоновского контакта, образованного С-слоем и зондом микроскопа, от внешнего магнитного поля [374].

Ещё одним любопытным следствием электромагнитного эффекта близости является дальнедействующее электромагнитное взаимодействие магнитных моментов двух слоёв ферромагнетика, разделённых слоем сверхпроводника толщиной  $d_s \lesssim \lambda$ . Чтобы проиллюстри-

ровать возможность подобного взаимодействия, достаточно рассмотреть свободную энергию  $\Phi_1/C/\Phi_2$ -структуры, которая в грязном пределе может быть записана следующим образом:

$$F = \int \left[ \frac{(\mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M})^2}{8\pi} + \frac{A^2}{8\pi\lambda^2} \right] dx. \quad (35)$$

Здесь  $\mathbf{B}(x)$  — магнитное поле внутри структуры,  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1$  ( $\mathbf{M} = \mathbf{M}_2$ ) — намагниченность внутри слоя  $\Phi_1$  ( $\Phi_2$ ), при этом величина  $\mathbf{M}$  внутри сверхпроводника равна нулю. Вследствие электромагнитного эффекта близости намагниченность в слое  $\Phi_1$  индуцирует в сверхпроводнике спадающее на масштабе  $\lambda$  магнитное поле, которое проникает внутрь слоя  $\Phi_2$ . В результате из-за перекрёстного члена  $\propto \mathbf{B}\mathbf{M}$  энергии состояний с одинаково и противоположно направленными коллинеарными намагниченностями  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_2$  оказываются различными. Интересно, что, в зависимости от толщин ферромагнитных слоёв, знаки ядер  $Q_1$  и  $Q_2$ , определяющих направление индуцируемого ферромагнетиками магнитного поля, могут различаться, соответствуя ферромагнитному либо антиферромагнитному упорядочению магнитных моментов в двух  $\Phi$ -слоях. Таким образом, подбор толщин слоёв позволяет осуществлять инженерию дальнего действующего магнитного взаимодействия в  $\Phi_1\text{СФ}_2$ -системах.

В заключение отметим, что наличие электромагнитного эффекта близости не позволяет избавиться от магнитных полей рассеяния в СФ-структурах с прозрачными границами с помощью специального выбора ориентации магнитного момента в  $\Phi$ -слое. Поэтому учёт данного эффекта имеет ключевое значение при разработке устройств сверхпроводящей спинтроники — для многих из них наличие полей рассеяния является нежелательным эффектом.

#### 4.5. Неустойчивость

##### Ларкина – Овчинникова – Фульде – Феррелла

Парамагнитный эффект Мейсснера в планарных СФ-структурах, обусловленный спин-триплетными сверхпроводящими корреляциями, может приводить к потере устойчивости однородного сверхпроводящего состояния и формированию состояний с модуляцией параметра порядка в плоскости слоёв [332, 386]. Такие неоднородные состояния аналогичны состояниям ЛОФФ, возникающим в тонких плёнках сверхпроводников, помещённых в сильное продольное магнитное поле [36, 37].

Необходимость возникновения неоднородных состояний ЛОФФ в СФ-системах с парамагнитным откликом на слабое продольное магнитное поле видна уже из зависимости свободной энергии системы  $F$  от векторного потенциала  $\mathbf{A}$ , характеризующего поле. Когда толщина СФ-структуры существенно меньше лондоновской длины  $\lambda$ , изменением продольной компоненты векторного потенциала  $A_{\parallel}$  в направлении поперёк слоёв можно пренебречь. Интегрирование локального лондоновского соотношения (20)  $\mathbf{j}_s(\mathbf{A})$  поперёк слоёв даёт связь между поверхностной плотностью тока  $\mathbf{I}_s = \int \mathbf{j}_s(x) dx$  ( $x$  — координата поперёк слоёв) и  $A_{\parallel}$ , которая определяется эффективной обратной длиной  $A^{-1} = \int \lambda^{-2}(x) dx$ :

$$\mathbf{I}_s = -\frac{c}{4\pi} A^{-1} \mathbf{A}_{\parallel}. \quad (36)$$

Выражение (36) позволяет восстановить зависимость  $F(\mathbf{A}_{\parallel})$ , поскольку плотность тока может рассматриваться как вариационная производная свободной энергии по векторному потенциалу ( $\mathbf{j}_s = -c \delta F / \delta \mathbf{A}$ ). При этом следует учесть калибровочную инвариантность свободной энергии и ввести в рассмотрение фазу сверхпроводящего параметра порядка  $\varphi$ . В результате свободная энергия  $F$  может быть представлена в виде

$$F = F_0 + \frac{S}{8\pi} A^{-1} \left( \mathbf{A}_{\parallel} - \frac{\Phi_0}{2\pi} \mathbf{k} \right)^2, \quad (37)$$

где вектор  $\mathbf{k} = \nabla_{\parallel} \varphi$  — градиент фазы в плоскости слоёв,  $S$  — площадь СФ-структуры, а часть свободной энергии  $F_0$  не зависит от векторного потенциала.

Из выражения (37) видно, что в отсутствие внешнего поля (при  $\mathbf{A}_{\parallel} = 0$ ) устойчивость однородного сверхпроводящего состояния с  $\mathbf{k} = 0$  определяется знаком эффективной длины  $A$ . Так, при  $A > 0$  минимум свободной энергии соответствует однородному состоянию, тогда как при  $A < 0$  однородное состояние теряет устойчивость — состояния с  $\mathbf{k} \neq 0$  становятся энергетически более выгодными.

Таким образом, смена знака величины  $A$  соответствует возникновению в системе состояния ЛОФФ с модуляцией параметра порядка в плоскости слоёв. При этом вопрос о величине вектора  $\mathbf{k}$ , соответствующей минимуму энергии, не может быть решён в рамках теории линейного отклика и требует учёта членов, нелинейных по векторному потенциалу, в зависимости  $\mathbf{j}_s(\mathbf{A})$ . Также важно отметить, что в состоянии ЛОФФ отклик СФ-системы остаётся диамагнитным, несмотря на формальную отрицательность величины  $A^{-1}$ . Действительно, направление сверхпроводящего тока определяется знаком второй производной свободной энергии по векторному потенциалу в точке минимума, но при смещении минимума энергии из состояния с  $\mathbf{k} = 0$  в состояние с ненулевым  $\mathbf{k}$  знак второй производной не изменяется, оставаясь положительным.

Представленные выше качественные аргументы подтверждаются микроскопическими расчётами. Для примера рассмотрим простейшую систему — СФ-бислой, находящийся в грязном пределе. Для простоты расчётов предположим, что граница между С- и  $\Phi$ -слоями абсолютно прозрачна для электронов, толщина сверхпроводящего слоя  $d_s$  существенно меньше корреляционной длины  $\sqrt{D_s/(2\pi T)}$  (здесь  $D_s$  — коэффициент диффузии в сверхпроводнике), а величина обменного поля  $h$  в ферромагнетике существенно превышает критическую температуру  $T_{c0}$  сверхпроводящего фазового перехода для изолированной плёнки сверхпроводника. Для описания перехода в продольное состояние ЛОФФ предположим, что величина сверхпроводящей щели  $\Delta(\mathbf{r}_{\parallel}) = \Delta_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_{\parallel})$  может иметь фазовую модуляцию в плоскости слоёв (здесь  $\mathbf{r}_{\parallel}$  — двумерный радиус-вектор в плоскости структуры). Рассматривая модуль вектора  $\mathbf{k}$  в качестве параметра, мы можем вычислить температуру  $T_c(k)$  — при более низких температурах сверхпроводящее состояние с данным  $k$  обладает меньшей свободной энергией, чем нормальное состояние, а затем найти максимум функции  $T_c(k)$ , который соответствует критической температуре фазового перехода из нормального состояния в продольное состояние ЛОФФ.

Расчёт зависимости  $T_c(k)$  может быть проведён с помощью линеаризованного уравнения Узаледа для

аномальной функции Грина  $\hat{f}(k) = f_s + \mathbf{f}_t \sigma$ :

$$D\nabla^2 \hat{f} - 2\omega_n \hat{f} - i(\mathbf{h}\sigma \hat{f} + \hat{f}\mathbf{h}\sigma) + 2\hat{A} = 0, \quad (38)$$

где  $\hat{A} = A(k)i\hat{\sigma}_y$ ,  $\omega_n = \pi T(2n+1)$  — мацубаровские частоты,  $D$  — коэффициент диффузии (различный в С- и Ф-слоях). Заметим, что модуляция аномальной функции Грина в плоскости бислоя присутствует при этом в обоих слоях, тогда как для состояния, предсказанного в [348], модуляция имеет место только в Ф-слое (возникающее в последнем случае противоречие с граничными условиями на интерфейсе обсуждалось в [387]). В отсутствие потенциального барьера на границе между слоями граничные условия Куприянова–Лукичева сводятся к непрерывности функции Грина  $\hat{f}$ , а также комбинации  $\sigma \partial_x \hat{f}$  на СФ-границе (здесь  $\sigma$  — друдевская проводимость каждого из слоёв в нормальном состоянии). Для простоты предположим равенство скоростей Ферми в С- и Ф-слоях, которое обеспечивает равенство отношений коэффициентов диффузии и проводимостей в двух слоях. Искомая функция  $T_c(k)$  определяется уравнением самосогласования

$$A(k) \ln \frac{T_c(k)}{T_{c0}} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{A(k)}{|2n+1|} - \pi T_c(k) f_{12}^S \right) = 0, \quad (39)$$

где  $f_{12}^S$  — контрдиагональная компонента аномальной функции Грина в сверхпроводнике. Эффективная обратная длина экранирования  $\Lambda^{-1}$  определяется следующим интегралом по толщине СФ-структуры:

$$\Lambda^{-1} = \frac{16\pi^3 T_c}{ec\Phi_0} \sum_{n=0}^{\infty} \int \sigma(|f_s|^2 - |\mathbf{f}_t|^2) dx. \quad (40)$$

Для дальнейших расчётов будем считать, что обменное поле  $h$  в ферромагнетике однородно и направлено вдоль оси  $z$ . Тогда вектор  $\mathbf{f}_t$  имеет лишь одну компоненту, сонаправленную с обменным полем, следовательно, диагональные компоненты аномальной функции Грина равны нулю ( $f_{11} = f_{22} = 0$ ). Также будем считать, что сверхпроводник находится в области  $-d_s < x < 0$ , а ферромагнетик — в области  $0 < x < d_f$ . Тогда решение уравнения Узаделя может быть получено из известного решения для однородного сверхпроводящего состояния в СФ-бислое (см., например, [39]) формальной заменой  $\omega_n \rightarrow \omega_n + Dk^2/2$ . Результат имеет вид

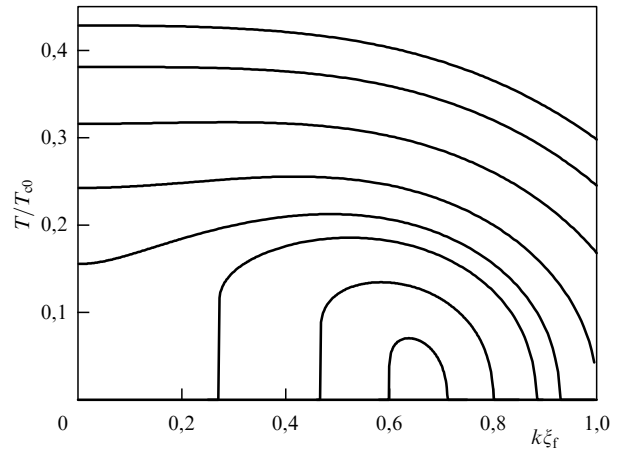
$$f_{12}^S = \frac{\Delta_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_{\parallel})}{\omega_n + \tau_s^{-1}(k)}, \quad f_{12}^F = f_{12}^S \frac{\cosh[q_k(x - d_f)]}{\cosh(q_k d_f)}, \quad (41)$$

где  $q_k = \sqrt{q^2 + k^2}$ ,  $q = (1+i)/\xi_f$ ,  $\xi_f = \sqrt{D_f/h}$  — корреляционная длина в ферромагнетике, а распаривающий фактор  $\tau_s^{-1}(k)$  определяется выражением

$$\tau_s^{-1}(k) = \frac{D_s k^2}{2} + \frac{D_s}{2d_s} \frac{\sigma_f}{\sigma_s} q_k \tanh(q_k d_f). \quad (42)$$

Подстановка полученных решений для аномальной функции Грина в выражения (39) и (40) позволяет установить связь между параметром экранирования  $\Lambda^{-1}$  и зависимостью  $T_c(k)$ :

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{16\pi^2 d_s \sigma_s \Delta_0^2}{ec\Phi_0 D_s T_c(0)} \left[ \operatorname{Re} \left\{ v \Psi_1 \left( \frac{1}{2} + v \right) \right\} - 1 \right] \frac{\partial T_c}{\partial k^2} \Big|_{k=0}, \quad (43)$$



**Рис. 18.** Зависимости критической температуры  $T_c$  от модуля вектора модуляции  $k$  для различных толщин  $d_s$  сверхпроводящего слоя. Параметры системы:  $\xi_{s0} = \sqrt{D_s/(4\pi T_{c0})} = 0,1\xi_f$ ,  $d_f = 1,2\xi_f$ . Безразмерная величина  $(d_s/\xi_f)(\sigma_s/\sigma_f)$  принимает следующие значения: 0,13; 0,125; 0,12; 0,1165; 0,1148; 0,114; 0,113; 0,1125. Увеличение толщины сверхпроводника  $d_s$  соответствует увеличению максимума на зависимостях  $T_c(k)$ . (Из работы [332].)

где  $v = \tau_s^{-1}(0)/(2\pi T_c(0))$ ,  $\Psi_1$  — тригамма-функция. Выражение (43) прямо подтверждает качественные рассуждения, приведённые выше: потеря устойчивости однородного сверхпроводящего состояния, проявляющаяся в смене знака производной  $\partial T_c/\partial k^2$ , сопровождается сменой знака параметра экранирования  $\Lambda^{-1}$ .

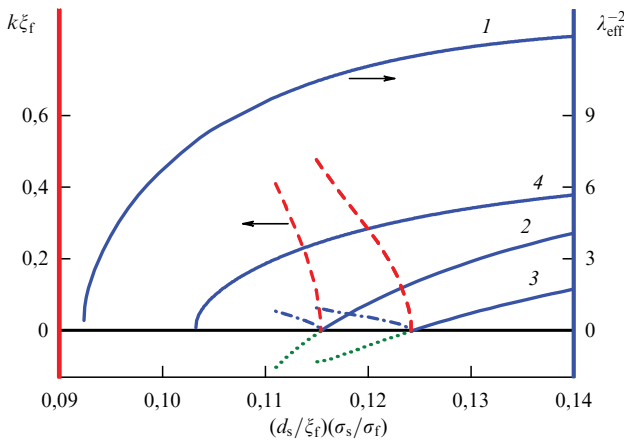
Неявное выражение для функции  $T_c(k)$  может быть получено из уравнения самосогласования (39):

$$\ln \frac{T_c(k)}{T_{c0}} = \Psi \left( \frac{1}{2} \right) - \operatorname{Re} \Psi \left[ \frac{1}{2} + \frac{\tau_s^{-1}(k)}{2\pi T_c(k)} \right], \quad (44)$$

где  $\Psi$  — дигамма-функция. Типичные зависимости  $T_c(k)$  показаны на рис. 18. При сравнительно больших толщинах сверхпроводящего слоя  $d_s$  вклад триплетных корреляций  $\mathbf{f}_t$  в полный отклик СФ-системы существенно меньше вклада от синглетной компоненты  $f_s$  аномальной функции Грина, так что  $\Lambda^{-1} > 0$  и зависимость  $T_c(k)$  — монотонно убывающая с максимумом при  $k = 0$  (что соответствует формированию однородного сверхпроводящего состояния). С уменьшением толщины  $d_s$  триплетный вклад корреляций в  $\Lambda^{-1}$  становится сравнимым с вкладом  $f_s$ , и в случае  $D_f/D_s \gg h/T_{c0}$  при некотором критическом значении толщины С-слоя  $d_{sc} \sim (\sigma_f/\sigma_s)\xi_f$  параметр экранирования  $\Lambda^{-1}$  может обратиться в нуль. При дальнейшем уменьшении  $d_s$  максимум  $T_c(k)$  соответствует состоянию ЛОФФ с  $k = k_0 \neq 0$ .

Интересно, что состояния ЛОФФ могут возникать в области параметров, где однородное сверхпроводящее состояние подавлено при любых температурах. Зависимости эффективной лондоновской длины  $\Lambda^{-1}$  и оптимального вектора модуляции  $k_0$  в состоянии ЛОФФ от толщины сверхпроводника показаны на рис. 19.

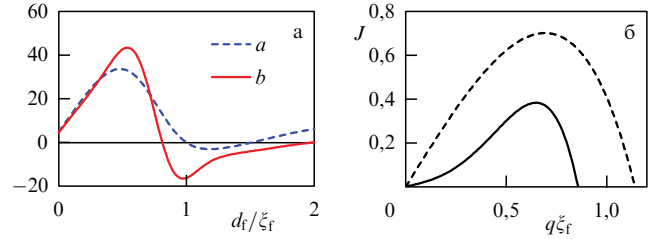
Описанные продольные состояния ЛОФФ в СФ-системах имеют ряд существенных отличий от состояний ЛОФФ, предсказанных для тонких плёнок сверхпроводников во внешнем продольном магнитном поле. Во-первых, классические состояния ЛОФФ являются чувствительными к беспорядку и могут возникать только в чистых плёнках. Во-вторых, в отличие от классической



**Рис. 19.** (В цвете онлайн.) Зависимости эффективной лондоновской длины  $\lambda^{-1}$  (синие сплошные кривые) и оптимального волнового вектора модуляции ЛОФФ  $k_0$  (красные кривые) от толщины слоя сверхпроводника  $d_s$ . Синие штрихпунктирные линии, нарисованные от руки, иллюстрируют поведение параметра экранирования в ЛОФФ-фазе, а зелёные пунктирные кривые соответствуют зависимостям  $\lambda^{-1}$ , рассчитанным для нестабильного однородного сверхпроводящего состояния (физически не реализуются). Выбраны следующие параметры:  $\xi_{s0} = \sqrt{D_s/(4\pi T_{c0})} = 0,1\xi_f$ ,  $d_f = 0,75\xi_f$  (1),  $d_f = 1,0\xi_f$  (2),  $d_f = 1,2\xi_f$  (3),  $d_f = 2,0\xi_f$  (4). Также введено обозначение  $\lambda_{\text{eff}}^{-2} = \lambda^{-1}[T_c(0)ec\Phi_0/(2\pi\sigma_s d_s \Delta_0^2)]$ . (Из работы [332].)

ЛОФФ-фазы, возникающей в области низких температур, состояния ЛОФФ в СФ-системах могут формироваться при температурах, близких к  $T_{c0}$ . Наиболее ярко данное обстоятельство может проявляться в трёхслойных системах из сверхпроводника, ферромагнетика и нормального металла. В такой системе для реализации неустойчивости ЛОФФ проводимость ферромагнетика  $\sigma_f$  может быть выбрана малой по сравнению с  $\sigma_s$ , а проводимость нормального металла  $\sigma_n$  — существенно превышающей  $\sigma_s$ . В этом случае подавление критической температуры за счёт эффекта близости определяется преимущественно свойствами ферромагнетика и оказывается слабым. В то же время область нормального металла благодаря высокой проводимости вносит существенный вклад в параметр экранирования  $\lambda^{-1}$ . Подбирая толщину ферромагнетика так, чтобы на ФН-границе триплетная компонента аномальной функции Грина доминировала над синглетной, можно добиться существенного парамагнитного вклада в  $\lambda^{-1}$  от Н-слоя, который станет сравнимым с диамагнитным вкладом от сверхпроводника. Следовательно, существует область параметров, в которой продольная неустойчивость ЛОФФ в СФН-системах возникает при температурах, лишь незначительно меньших  $T_{c0}$ .

Наконец, одной из наиболее важных особенностей состояний ЛОФФ в СФ-системах является возможность осуществления фазового перехода в модулированное состояние посредством изменения температуры. Если для классических состояний ЛОФФ изменение температуры может приводить лишь к переходу между нормальным и модулированным состоянием, то для СФ-систем существует широкая область параметров, в которой возможен переход между однородным сверхпроводящим состоянием и фазой ЛОФФ. В результате на диаграмме температура–обменное поле область существования неоднородной фазы может быть полностью



**Рис. 20.** (В цвете онлайн.) (а) Зависимости коэффициентов  $a = \alpha(2\pi T_c)^2 \Lambda_c$  и  $b = \beta(2\pi T_c)^2 \Lambda_c$  в выражении (45) от толщины слоя ферромагнетика. (б) Зависимости величины сверхпроводящего тока  $J = j_s \Lambda_c T_c / (\xi_f T_{c0})$  от сверхпроводящей скорости  $q$  для  $T = 0,8T_c(d_f)$ , где  $T_c(d_f)$  — зависимость критической температуры СФ-бислоя от толщины ферромагнетика. Сплошная (штриховая) кривая соответствует значению толщины Ф-слоя  $d_f = 0,91\xi_f$  ( $d_f = 0,3\xi_f$ ). В расчётах использовались параметры  $\xi_f = 10\xi_s$  и  $\sigma_s d_s / (\sigma_f \xi_f) = 0,06$ , а также определена величина  $\Lambda_c = ec\Phi_0/(16\pi^3 \sigma_s d_s T_c)$ . (Из работы [386].)

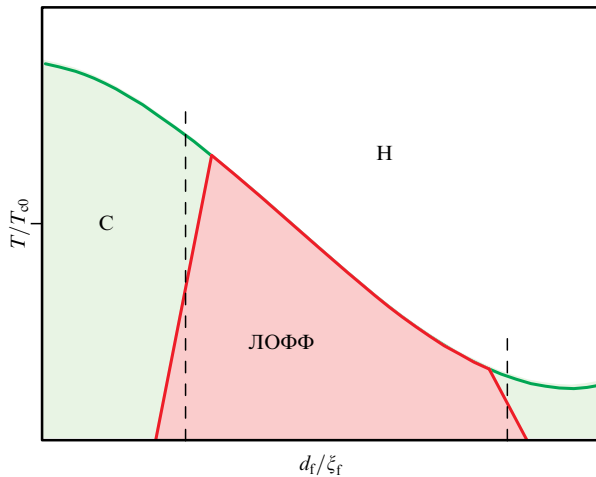
изолирована от области устойчивости нормальной (несверхпроводящей) фазы.

Для иллюстрации механизма, ответственного за фазовый переход между однородной и модулированной фазами при изменении температуры, рассмотрим ситуацию, когда температура  $T$  близка к критической температуре сверхпроводящего фазового перехода  $T_c$  в однородную фазу. В данной области температур величина сверхпроводящей щели  $\Delta$  мала, так что эффективная обратная лондоновская длина  $\Lambda^{-1}$  может быть разложена в ряд по степеням  $\Delta$ :

$$\Lambda^{-1} = \alpha \Delta^2(T) + \beta \Delta^4(T), \quad (45)$$

где коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  не зависят от температуры, а сверхпроводящая щель  $\Delta(T)$  обращается в нуль при  $T = T_c$  и монотонно увеличивается при понижении температуры. Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  для СФ-бислоя в грязном пределе могут быть рассчитаны на основе решения нелинейного уравнения Узалея [386]. Типичные зависимости данных коэффициентов от толщины ферромагнитного слоя  $d_f$  для случая СФ-системы с тонким С-слоем ( $d_s \ll \xi_s$ ) и большим обменным полем в Ф-слое ( $h \gg T_c$ ) показаны на рис. 20а. При достаточно больших значениях отношения проводимостей  $\sigma_f/\sigma_s$  коэффициент  $\alpha$  может стать отрицательным в некотором интервале толщин  $d_f$ , что соответствует формированию состояния ЛОФФ при температуре, равной критической. В то же время в точках, где  $\alpha = 0$ , коэффициент  $\beta$  всегда отрицателен. В результате даже при малых положительных значениях  $\alpha$  второй член в выражении (45) полностью компенсирует член, пропорциональный  $\Delta^2$ , при некоторой температуре  $T_F < T_c$ . При этом обращение в нуль параметра  $\Lambda^{-1}$  сопровождается фазовым переходом из однородной сверхпроводящей фазы в состояние ЛОФФ (типичный вид фазовой диаграммы системы схематично показан на рис. 21).

Другой интересной особенностью низкотемпературной фазы ЛОФФ является изменение знака нелинейного вклада в соотношение между сверхпроводящим током  $j_s$  и сверхскоростью, которая пропорциональна величине  $\mathbf{q} = \nabla\varphi - (2\pi/\Phi_0)\mathbf{A}$ . На качественном уровне данный эффект может быть проиллюстрирован в рамках теории Гинзбурга–Ландау. Вблизи фазового перехода в фазу ЛОФФ вклад в плотность свободной энергии, связанный со сверхпроводящим параметром порядка  $\Delta$ , имеет



**Рис. 21.** (В цвете онлайн.) Схематическое изображение типичной фазовой диаграммы структуры сверхпроводник – ферромагнетик в области параметров, соответствующей возникновению фазы ЛОФФ. Штриховые линии показывают пример толщины ферромагнетика, при которых изменение температуры приводит к фазовому переходу в состояние ЛОФФ. (Из работы [375].)

вид [388]

$$F = (-\alpha_0\tau + \beta_0q^2 + \delta_0q^4)\Delta^2 + (\gamma_0 + \eta_0q^2)\Delta^4, \quad (46)$$

где  $\tau = (T_c - T)/T_c$ . При этом сверхпроводящий ток пропорционален производной свободной энергии по сверхскорости ( $j_s \propto \partial F/\partial q$ ). При фиксированном  $q$  минимизация  $F$  по величине сверхпроводящей щели  $\Delta$  даёт оптимальное значение  $\Delta^2 = (\alpha_0\tau - \beta_0q^2)/(2\gamma_0) + O(q^4)$ , соответствующее минимуму  $F$ . Подставляя найденное значение  $\Delta^2$  в выражение для тока, получаем

$$j_s \propto \frac{\beta_0\alpha_0\tau q - \beta_0^2q^3 + 2\delta_0\alpha_0\tau q^3}{\gamma_0}. \quad (47)$$

Вдали от области параметров, соответствующей фазе ЛОФФ на фазовой диаграмме, третий член в правой части (47) пренебрежимо мал по сравнению со вторым и, как следствие,  $\partial^2 j_s/\partial q^2 < 0$ . Однако вблизи порога неустойчивости ЛОФФ коэффициент  $\beta_0$  оказывается существенно подавленным и последний член в (47) с  $\delta_0 > 0$  изменяет знак кривизны зависимости  $j_s(q)$  при малых  $q$ .

Результаты микроскопических расчётов зависимости  $j_s(q)$  в рамках нелинейной теории Узалея [386] представлены на рис. 20б. Предсказанное изменение знака кривизны зависимости  $j_s(q)$  должно проявляться в экспериментах по измерению третьей гармоники электромагнитного отклика СФ-структур [363–365], и оно может быть использовано в качестве дополнительного инструмента обнаружения состояний ЛОФФ.

Заметим, что здесь, согласно нашему предположению, параметр порядка имеет вид плоской волны  $\Delta \sim \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r})$ , и это, безусловно, оправданно при анализе проблемы существования неустойчивости ЛОФФ. При температурах ниже порога появления ЛОФФ-фазы вопрос о реализации безвихревого состояния типа Фульде – Феррелла (рассматриваемого также в [366, 389]) и его конкуренции по энергии с состояниями, характеризующимися неоднородностью модуля параметра порядка, требует отдельного рассмотрения.

Условия возникновения неустойчивости ЛОФФ оказываются более мягкими для трёхслойных СФН-систем. В таких структурах нормальный металл может существенно усиливать вклад триплетных корреляций в параметр экранирования  $\Lambda^{-1}$ , в результате температура перехода в фазу ЛОФФ по оценкам может достигать нескольких кельвинов [386].

В целом, СФ-системы открывают новые перспективы для экспериментального обнаружения состояний ЛОФФ. Несмотря на то что впервые эти состояния были предсказаны больше 50 лет тому назад, до сих пор существует лишь несколько экспериментов, убедительно свидетельствующих о неустойчивости ЛОФФ. В качестве образцов при этом используются квазидвумерные органические сверхпроводники, такие как  $\lambda$ -(BETS)<sub>2</sub>GaCl<sub>4</sub> [390],  $\lambda$ -(BETS)<sub>2</sub>FeCl<sub>4</sub> [391],  $\kappa$ -(BEDT-TTF)<sub>2</sub>Cu(NCS)<sub>2</sub> [392–396],  $\beta''$ -(ET)<sub>2</sub>SF<sub>5</sub>CH<sub>2</sub>CF<sub>2</sub>SO<sub>3</sub> [397, 398]. Слоистая структура указанных соединений способствует подавлению орбитального эффекта для магнитного поля, параллельного слоям, сильная анизотропия поверхности Ферми — дополнительной стабилизации состояний ЛОФФ [399].

Вместе с тем СФ-структуры, по-видимому, обладают рядом преимуществ перед перечисленными выше системами. Во-первых, фаза ЛОФФ в СФ-системах может возникать в грязном пределе, что существенно снижает требования к чистоте образцов. Во-вторых, неустойчивость ЛОФФ в СФН-системах может возникать при сравнительно больших температурах. В-третьих, СФ-системы позволяют осуществлять контролируемые переключения между нормальной фазой, однородными сверхпроводящими состояниями и состояниями ЛОФФ с помощью изменения температуры. Экспериментально возникновение фазы ЛОФФ может детектироваться по подавлению электромагнитного отклика в точке фазового перехода, а также по изменению знака третьей гармоники электромагнитного отклика в продольном магнитном поле.

В заключение этого раздела отметим, что описанный здесь механизм неустойчивости ЛОФФ не является специфичным для планарных СФ-систем. Аналогичные состояния ЛОФФ предсказаны для ферромагнитных цилиндров, покрытых слоем сверхпроводника [400–403], а также для бислоев СН в условиях неравновесного распределения квазичастиц по энергиям [404, 405].

#### 4.6. Спонтанные токи. Спин-орбитальные эффекты

Электродинамика гибридных систем сверхпроводник – ферромагнетик становится существенно более богатой при наличии спин-орбитального взаимодействия на границе между материалами. При этом дополнительное наличие в системе какого-либо механизма спинового расщепления электронных состояний делает состояния с различными проекциями спина (и соответственно импульса) неэквивалентными. В качестве механизма спинового расщепления может выступать как обычное зеемановское взаимодействие спина электрона с внешним магнитным полем [307–310], так и обменное взаимодействие электронов проводимости с локализованными спинами при наличии в системе магнитного упорядочения [406–408].

В данном разделе особое внимание уделено системам с обменным механизмом спинового расщепления, возникающего в гибридных системах сверхпроводник – ферро-

магнетик, которые рассматриваются в качестве перспективной платформы для инженерии необычных сверхпроводящих состояний [77, 243, 245, 264, 304, 321, 409–414]. В таких системах естественно ожидать наличия спин-орбитального взаимодействия типа Рашбы [95], связанного с нарушением симметрии относительно пространственной инверсии на границе между сверхпроводником и ферромагнетиком [252, 253, 264, 304, 321] либо с добавлением дополнительной тонкой прослойки с сильной СО-связью [409].

С электродинамической точки зрения один из наиболее интересных вопросов заключается в следующем: могут ли геликоидальные состояния в присутствии спинового расщепления генерировать спонтанный электрический ток? Первоначально данный вопрос рассматривался для сверхпроводников без центра инверсии, помещённых во внешнее магнитное поле. На первый взгляд возникновение спонтанных токов в таких системах кажется естественным. Действительно, вклад СО-взаимодействия типа Рашбы в гамильтониан пропорционален смешанному произведению  $[\mathbf{n} \times \mathbf{p}]\sigma$ , где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор вдоль направления, в котором нарушена симметрия относительно инверсии. При этом спиновое расщепление под действием магнитного поля  $\mathbf{H}_0$  приводит к различию в энергиях состояний с  $\mathbf{p} \propto \pm[\mathbf{H}_0 \times \mathbf{n}]$ . В результате одно из направлений импульса становится энергетически более выгодным, а волновая функция куперовских пар приобретает вид плоской волны  $\propto \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r})$ , что может свидетельствовать о возникновении спонтанного тока.

Однако при более детальном рассмотрении оказывается, что наличие или отсутствие спонтанного тока существенно зависят от механизма спинового расщепления. Так, в объёмных s-волновых сверхпроводниках без центра инверсии генерация спонтанного тока оказывается невозможной из-за значительной кинетической энергии движущегося конденсата. В случае квазидвумерных сверхпроводников, помещённых в продольное магнитное поле, геликоидальные состояния с выделенным направлением импульса возникают, однако СО-взаимодействие модифицирует квантово-механическое выражение для тока таким образом, что спонтанный ток для данных состояний отсутствует [306, 310, 415–417]. При этом в системах на основе сверхпроводников с d- или киральным p-типом спаривания, а также на границах между s-волновыми сверхпроводниками и полуметаллами (ферромагнетиками с полной поляризацией зон по спину) возникновение спонтанного тока оказывается возможным благодаря формированию состояний с нарушенной симметрией относительно обращения времени [418–428]. Следует отметить, что в перечисленных системах токовые состояния возникают при температурах, существенно меньших критической температуры сверхпроводящего фазового перехода.

Вместе с тем картина полностью меняется, если спиновое расщепление обусловлено обменным взаимодействием спинов электронов, образующих куперовскую пару, с обменным полем ферромагнетика (например, в СФ-системах с развитым эффектом близости). Структура геликоидальных волновых функций куперовских пар тогда совпадает со структурой волновых функций для случая плёнки сверхпроводника в продольном магнитном поле. Однако в то время как для плёнки в магнитном поле основное состояние является бестоко-

вым, в СФ-системах с существенным СО-взаимодействием спонтанный ток отличен от нуля.

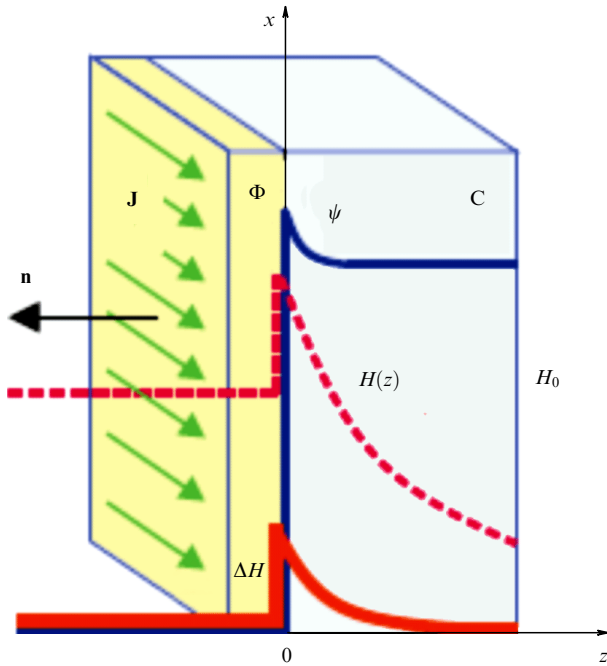
Ключевое различие между двумя рассматриваемыми системами становится ясным, если представить сверхпроводящий ток  $\mathbf{j}_s$  как вариационную производную свободной энергии по векторному потенциалу:  $\mathbf{j}_s = -c\delta F/\delta \mathbf{A}$ . Когда спиновое расщепление обусловлено магнитным полем  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ , производная магнитного поля, входящего в спин-орбитальный член гамильтониана, по векторному потенциалу даёт ненулевой вклад в ток. Этот вклад в точности компенсирует спонтанный ток, обусловленный геликоидальностью сверхпроводящего состояния. В то же время для обменного поля отсутствует орбитальный механизм взаимодействия со сверхпроводящим конденсатом (обменное поле не связано с векторным потенциалом), так что описанного выше компенсирующего вклада в ток не возникает. В результате формирование состояний с ненулевым спонтанным током оказывается возможным в широком классе СФ-структур: в СФ-бислоях [410, 429], сверхпроводящих плёнках с магнитными частицами на их поверхности [430–433], а также в сверхпроводящих кольцах, частично покрытых ферромагнитным изолятором [243].

Для описания механизма формирования спонтанных токов в СФ-структурах при температурах, близких к критической температуре сверхпроводящего фазового перехода, достаточно использовать феноменологическую модель Гинзбурга–Ландау (ГЛ). Эффекты СО-взаимодействия при этом могут быть учтены включением в функционал свободной энергии сверхпроводника  $F = \int f(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}$  инварианта Лифшица [301, 302]. В результате плотность свободной энергии может быть представлена в виде [308, 309, 434]

$$f(\mathbf{r}) = a|\psi|^2 + \frac{b}{2}|\psi|^4 + \frac{1}{4m}|\hat{\mathbf{D}}\psi|^2 + \frac{(\text{rot } \mathbf{A})^2}{8\pi} + \{ \varepsilon(\mathbf{r})[\mathbf{n} \times \mathbf{h}] \psi^* \hat{\mathbf{D}}\psi + \text{с.с.} \}, \quad (48)$$

где  $\psi = |\psi| \exp(i\varphi)$  — сверхпроводящий параметр порядка,  $a = -\alpha(T_c - T)$ ,  $\alpha$  и  $b$  — стандартные коэффициенты функционала ГЛ,  $\hat{\mathbf{D}} = -i\hbar\nabla + (2e/c)\mathbf{A}$  — калибровочно-инвариантный оператор импульса ( $e > 0$ ), параметр  $\varepsilon(\mathbf{r}) \propto v_R/E_F$  [434] характеризует силу СО-связи (здесь  $v_R$  — скорость Рашбы,  $E_F$  — энергия Ферми).

В качестве примера системы, в которой формируются сверхпроводящие состояния со спонтанным током, рассмотрим двухслойную систему, состоящую из сверхпроводника, покрытого слоем ферромагнитного изолятора (рис. 22) [410]. Требование малой проводимости ферромагнетика позволяет считать, что сверхпроводящие корреляции проникают в глубь ферромагнетика лишь на атомные масштабы, и пренебречь подавлением сверхпроводящего состояния из-за эффекта близости, полагая модуль параметра порядка  $|\psi|$  не зависящим от координаты поперёк структуры. Кроме того, мы будем предполагать, что СО-взаимодействие присутствует лишь в узком слое атомарной толщины  $|z| \lesssim l_{SO} \ll \xi = \hbar/\sqrt{4m|a|}$  в окрестности СФ-границы. Для простоты ограничимся рассмотрением ситуации, когда обменное поле в ферромагнетике  $\mathbf{h}$  и внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}_0$  направлены вдоль оси  $x$ , так что спонтанный ток, обусловленный СО-взаимодействием, локализован вблизи плоскости  $z = 0$  на атомном масштабе и параллелен оси  $y$ . Тогда слабое в свободной энергии (48), связанное с СО-взаимо-



**Рис. 22.** (В цвете онлайн.) Гибридная структура сверхпроводник (С)–ферромагнетик (Ф), в которой СО-взаимодействие Рашбы создаёт спонтанный ток  $\mathbf{J} = J_y \mathbf{e}_y$  (50) в окрестности СП/ФМ-границы раздела. Соответствующий профиль магнитного поля и сверхпроводящий параметр порядка  $\psi$  показаны сплошными кривыми. Штриховой кривой показан профиль магнитного поля при наличии внешнего поля  $H_0$ . (Из работы [410].)

действием, может быть представлено в виде поверхностного члена

$$F_{SO} = 2|\psi|^2 \varepsilon l_{SO} S [\mathbf{n} \times \mathbf{h}] \left( \hbar \nabla \varphi + \frac{2e}{c} \mathbf{A} \right) \Big|_{z=0}, \quad (49)$$

где  $S$  — площадь СФ-границы. Заметим, что в (49) мы пренебрегли спиновым расщеплением электронных состояний, связанным с магнитным полем, считая его малым по сравнению с обменным полем ( $\mu_B H_0 \ll \hbar$ ). Поверхностная плотность спонтанного тока  $\mathbf{J}_{SO}$ , текущего вдоль СФ-границы, определяется производной выражения (49) по векторному потенциалу:

$$\mathbf{J}_{SO} = -\frac{1}{S} \frac{c \partial F_{SO}}{\partial \mathbf{A}} = -\frac{c \Phi_{SO}}{2\pi \lambda^2} \mathbf{e}_y, \quad (50)$$

где  $\Phi_{SO} = q_{SO} l_{SO} \Phi_0 / (4\pi)$  — эффективный магнитный поток ( $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$  — квант магнитного потока),  $q_{SO} = 4\pi m e \hbar / \hbar$  — волновое число, характеризующее величину спинового расщепления в присутствии СО-связи и обменного поля ( $q_{SO} l_{SO} \sim 1$ ),  $\lambda = [m c^2 / (8\pi e^2 |\psi|^2)]^{1/2}$  — лондоновская длина,  $\mathbf{e}_y$  — единичный вектор в направлении оси  $y$ . Найденный спонтанный поверхностный ток приводит к возникновению скачка магнитного поля на плоскости  $z = 0$ . Из уравнений Максвелла находим, что величина скачка поля  $\Delta H = 2c \Phi_{SO} / \lambda^2$ . При этом избыточное спонтанное поле, возникающее в сверхпроводнике, должно экранироваться мейснеровскими токами, текущими в объёме С-слоя.

Подчёркнём, что, в отличие от спонтанных токов в d- и p-волновых сверхпроводниках или на границах между s-волновыми сверхпроводниками и полуметаллами, по-

являющихся в пределе низких температур [418–428], спонтанные токи и поля в СФ-системах возникают непосредственно при температуре сверхпроводящего фазового перехода, оказываясь тем самым экспериментально различимыми на фоне других магнитных эффектов. Оценки показывают, что для сверхпроводников второго рода спонтанное поле имеет порядок  $\Delta H \sim \sim q_{SO} l_{SO} H_{c1}(T)$  (где  $H_{c1}(T) = \Phi_0 / (4\pi \lambda^2(T))$  — нижнее критическое поле сверхпроводника) и для типичных значений  $l_{SO} \sim 1–10$  нм может даже превышать поле  $H_{c1}(T)$ . В этом случае спонтанный ток может сделать выгодным вход в образец абрикосовских вихрей.

Характер влияния спонтанного поверхностного тока на свойства сверхпроводящего состояния, особенности сверхпроводящего фазового перехода и транспортные свойства СФ-системы существенно зависят от соотношения между толщиной сверхпроводящего слоя  $L$ , сверхпроводящей длиной когерентности  $\xi$  и лондоновской глубиной  $\lambda$ . Рассмотрим последовательно несколько случаев.

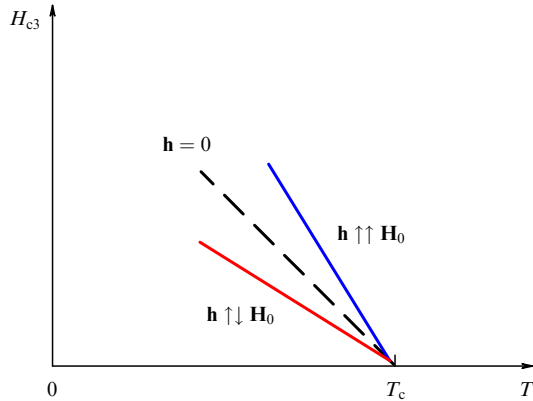
Сначала остановимся на пределе толстого сверхпроводника:  $L \gg \max \{\lambda, \xi\}$  [410]. Тогда мейснеровские токи, экранирующие спонтанный ток  $\mathbf{J}_{SO}$ , локализованы на масштабе  $\lambda$  вблизи СФ-границы и профиль магнитного поля внутри сверхпроводника имеет вид  $H_x(z) = (H_0 + \Delta H) \exp(-z/\lambda)$ . При этом в области шириной порядка  $\xi$  вблизи СФ-интерфейса наблюдается усиление сверхпроводящего параметра порядка на относительную величину порядка  $\sim (\lambda/\xi)(\Delta H/H_{cm})^2$  (здесь  $H_{cm} = 2\sqrt{2}e\lambda\xi$  — термодинамическое критическое поле), что, однако, не приводит к изменению критической температуры сверхпроводящего фазового перехода в отсутствие внешнего магнитного поля. Вместе с тем в сверхпроводниках второго рода спонтанный ток существенно влияет на температурную зависимость критического магнитного поля  $H_{c3}$ , которое соответствует возникновению локализованной сверхпроводимости при полях, превышающих объёмное критическое поле. Данный эффект является следствием взаимодействия спонтанного тока с мейснеровским током, экранирующим внешнее поле  $H_0$ .

Расчёты показывают [410], что при температурах, близких к  $T_c$ , зависимость  $H_{c3}(T)$  имеет вид

$$H_{c3}(T) \approx H_{c3}^0(T) \left( 1 + v \xi \frac{\Phi_{SO}}{\Phi_0} \right), \quad (51)$$

где  $H_{c3}^0(T) = 1,69(2m\alpha/e)(T_c - T)$  — температурная зависимость критического поля поверхностной сверхпроводимости для изолированного С-слоя, константа  $\xi \approx 24,9$ , а параметр  $v$  принимает два значения:  $v = 1$ , если обменное поле в слое Ф сонаправлено с внешним магнитным полем, и  $v = -1$ , если эти поля противоположно направлены. Таким образом, изменение направления внешнего магнитного поля должно приводить к изменению наклона зависимости  $H_{c3}(T)$  (рис. 23), что может быть использовано в качестве инструмента экспериментального обнаружения спонтанных токов.

Описанная выше картина несколько изменяется, если толщина сверхпроводника  $L$  мала по сравнению со сверхпроводящей длиной когерентности  $\xi$  [429]. В случае сверхпроводника первого рода, для которого выполнено соотношение  $\lambda \ll L \ll \xi$ , локальное усиление сверхпроводимости вблизи СФ-границы за счёт СО-взаимодействия



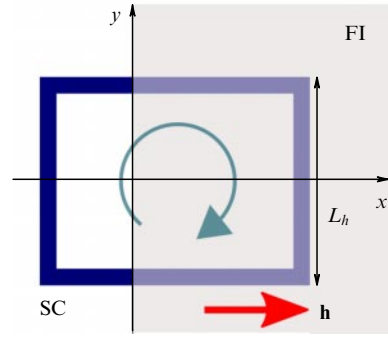
**Рис. 23.** (В цвете онлайн.) Зависимость критического поля формирования поверхностной сверхпроводимости от температуры  $H_{c3}(T)$  для толстого сверхпроводника, покрытого тонкой плёнкой ферромагнитного изолятора с сильным СО-взаимодействием на границе (для случая  $\varepsilon > 0$ ). Красная и синяя кривые соответствуют разным взаимным ориентациям внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}_0$  и обменного поля  $\mathbf{h}$  в слое ферромагнетика. Чёрная штриховая линия соответствует температурной зависимости критического поля в отсутствие ферромагнетика. (Из работы [410].)

уже способно приводить к повышению критической температуры  $T_c$  СФ-бислоя по сравнению с критической температурой  $T_{c0}$  изолированного сверхпроводника. При этом с понижением температуры переход из нормального состояния в сверхпроводящее осуществляется в виде фазового перехода первого рода. Предполагая, что к СФ-бислою приложено слабое магнитное поле ( $H_0 \ll \Delta H$ ), можно показать, что

$$\frac{T_c^\pm}{T_{c0}} = 1 + \frac{1}{8} \left( \frac{\lambda_0}{L} \right)^2 \left( \frac{\Delta H}{H_{cm}} \right)^4 \pm \frac{2|H_0|}{\Delta H}, \quad (52)$$

где  $\lambda_0$  — лондоновская длина при нулевой температуре, знак  $\pm$  перед последним слагаемым соответствует сонаправленным (противоположно направленным) внешнему магнитному полю  $\mathbf{H}_0$  и обменному полю  $\mathbf{h}$  в ферромагнетике. Зависимость критической температуры от ориентации внешнего магнитного поля позволяет использовать полученный результат для детектирования спонтанных токов, в частности для анализа знака константы СО-связи. Действительно, критическая температура оказывается выше для сонаправленных  $\mathbf{H}_0$  и  $\mathbf{h}$  лишь в случае  $\varepsilon > 0$ , тогда как при  $\varepsilon < 0$  соотношение между  $T_c^+$  и  $T_c^-$  обратное.

Наконец, для тонких СФ-бислоев с сильным СО-взаимодействием должен наблюдаться своеобразный диодный эффект — зависимость величины критического тока распаривания от направления тока в плоскости слоёв [429]. Подобная анизотропия критического тока, на первый взгляд, не представляется возможной, поскольку полный сверхпроводящий ток, обусловленный СО-взаимодействием и эффектом Мейсснера, равен нулю. Вместе с тем ключевым обстоятельством является пространственная неоднородность распределения мейсснеровского тока, экранирующего ток  $\mathbf{J}_{SO}$  по толщине СФ-структуры. В результате при фиксированной ориентации обменного поля локальная плотность тока (и соответственно локальное подавление сверхпроводящего параметра порядка) в некоторой точке сверхпроводника становится зависимой от угла  $\theta$  между внешним транспортным



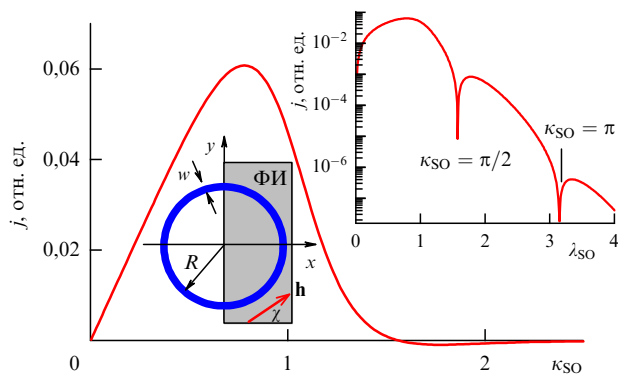
**Рис. 24.** (В цвете онлайн.) Сверхпроводящий контур (SC), частично покрытый ферромагнитным изолятором (FI) с обменным полем  $\mathbf{h}$ . (Из работы [243].)

током и спонтанным током  $\mathbf{J}_{SO}$ , текущим вдоль СФ-границы. Максимальный ток, который может протекать вдоль СФ-структуры, не разрушая сверхпроводимости, также начинает зависеть от угла  $\theta$ . Описанный диодный эффект позволяет детектировать спонтанные токи в транспортных измерениях.

Иной способ обнаружения спонтанного сверхтока, индуцированного совместным действием СО-взаимодействия Рашбы и обменного поля на СФ-интерфейсе, может быть реализован в системах с неоднородной геометрией [243], например в сверхпроводящем контуре, частично покрытом ферромагнитным изолятором (рис. 24). Обменное поле  $\mathbf{h}$  в области СФ-границы формируется на масштабе  $l_{SO} \sim \hbar / \sqrt{2mE_g} \lesssim 2 \text{ \AA}$ , где  $E_g \sim 1-2 \text{ эВ}$  — типичное значение щели в зонном спектре ФИ. Поскольку и эффективное обменное поле  $\mathbf{h}$ , и СО-взаимодействие Рашбы присутствуют в области порядка межатомного расстояния  $l_{SO}$ , константу  $\varepsilon$  в (48) следует усреднить по толщине С-контра:  $\varepsilon \propto (l_{SO}/d) v_R/E_F$  [435–437]. Полагая контур тонким и узким,  $d, w \ll \xi_0 \sim \hbar v_F/\Delta_0$ , а температуру  $T$  — заметно ниже  $T_c$ , можно считать, что амплитуда волновой функции пар однородна вдоль контура ( $|\psi| = \text{const}$ ). Присутствие СО-взаимодействия и обменного поля создаёт фазовую модуляцию  $\psi = |\psi| \exp(iq_1 \zeta)$  с волновым вектором  $q_1$  на участке контура длиной  $L_h$ , ориентированном вдоль вектора  $\mathbf{n} \times \mathbf{h}$ , который в данном случае направлен по оси  $y$  ( $\zeta$  — координата вдоль контура, а вектор Рашбы  $\mathbf{n}$  ортогонален плоскости контура). Соответствующая плотность сверхтока

$$j = \frac{e\hbar}{m} |\psi|^2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} - q_{SO} \right)$$

в этой области определяется выражением  $j_1 = (e\hbar/m) \times |\psi|^2 (q_1 - q_{SO})$ . На оставшемся участке контура длиной  $L_0$  СО-взаимодействие и обменное поле отсутствуют ( $q_{SO} = 0$ ) и плотность сверхтока определяется обычным выражением  $j_2 = (e\hbar/m) |\psi|^2 q_2$ , в котором волновое число  $q_2$  находится из условия непрерывности тока  $q_2 = q_1 - q_{SO}$  и однозначности фазы волновой функции  $q_1 L_h + q_2 L_0 = 2\pi n$ . Из этих условий легко получить, что волновое число  $q_2 = (2\pi n - q_{SO} L_h) / (L_h + L_0)$  в общем случае отлично от нуля, а последнее означает возможность спонтанной генерации сверхтока в контуре. Таким образом, сверхпроводник с обменным полем и СО-взаимодействием при определённых условиях может



**Рис. 25.** (В цвете онлайн.) Зависимость плотности спонтанного тока в тонком сверхпроводящем кольце, которое покрыто при  $x \geq 0$  ферромагнитным изолятором (ФИ) с обменным полем  $\mathbf{h}$ , от параметра  $\kappa_{SO} = q_{SO}R$  для температуры  $T/T_c = 1 - 0,3(\xi_0/R)^2$ . (Из работы [260].)

играть роль фазовой батареи, создающей разность фаз  $\Delta\varphi = q_1 L_h$  на участке контура [243]. Перестраиваемая фазовая батарея, основанная на комбинации СО-взаимодействия и обменного взаимодействия в нанопроводе InAs, недавно реализована авторами работы [244].

Характерной особенностью структур с неодносвязной геометрией является эффект Литтла–Паркса (ЛП) [438, 439] — осцилляции критической температуры сверхпроводящего перехода  $T_c(H)$  при изменении внешнего магнитного потока  $\Phi = HS$ , пронизывающего замкнутый сверхпроводящий контур площадью  $S$ . Эффект ЛП, являющийся классической и наглядной иллюстрацией орбитального механизма подавления сверхпроводимости, выражается в переходах между состояниями с различной завихренностью  $L$ , инициируемых внешним полем  $H$ . Нетривиальное взаимодействие между эффектом ЛП и геликоидальными состояниями с индуцированным током изучено в [243] с помощью функционала ГЛ (48) на примере тонкого и узкого сверхпроводящего кольца радиусом  $R \gg \xi_0$ , покрытого ФИ при  $x \geq 0$  (см. вставку на рис. 25).

Качественно влияние спинового расщепления в присутствии СО-взаимодействия на эффект ЛП можно понять, полагая, что возникающий в таком кольце спонтанный ток имитирует дополнительный магнитный поток  $\Delta\Phi = \Phi_0(q_{SO}R/\pi) \cos \chi$ , определяющий сдвиг положения максимумов осцилляций ЛП  $T_c(H)$ . Направление и величина смещения  $\Delta\Phi$  зависят от ориентации обменного поля. Сильное СО-взаимодействие и обменное поле вызывают заметное смещение осцилляций Литтла–Паркса, которое вполне может быть обнаружено экспериментально. При отсутствии внешнего магнитного поля ( $\Phi = 0$ ) плотность спонтанного тока  $j$  при фиксированном радиусе кольца  $R$  зависит от импульса спинового расщепления подзон  $q_{SO}$  и средней концентрации сверхпроводящих электронов  $|\psi|^2$ , т.е. от отклонения температуры  $T$  от  $T_c$ . Амплитуда сверхтока  $j$  достигает абсолютного максимума при  $q_{SO} \sim 1/R$ , осциллирует и меняет знак при изменении  $q_{SO}$ , как показано на рис. 25. Затухающие знакопеременные осцилляции связаны с изменением направления циркуляции сверхтока в кольце из-за создаваемой на участке кольца с ФИ разности фаз  $\Delta\varphi$  в результате совместного действия обменного поля и СО-взаимодействия Рашбы.

Отметим, что рассмотренная выше спонтанная генерация сверхтока не специфична для СФ-гибридов со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы, но должна быть актуальной для широкого класса интерфейсов между сверхпроводниками и материалами со спиновой поляризацией и нарушенной симметрией пространственной инверсии, такими, например, как топологические изоляторы, материалы с полной спиновой поляризацией.

## 5. Эффект близости в сильных ферромагнетиках с полной поляризацией зон по спину

Физические явления, связанные с влиянием обменного поля на эффект близости и, в частности, с генерацией спин-триплетных корреляций на границе между сверхпроводником и ферромагнетиком, становятся особенно ярко выраженными, когда величина спинового расщепления электронных зон в ферромагнетике оказывается порядка энергии Ферми. В таких соединениях, называемых полуметаллическими ферромагнетиками или полуметаллами, плотность состояний на уровне Ферми для электронов с одной из двух возможных проекций спина (например,  $s_z = \hbar/2$ ) отлична от нуля, что соответствует металлической проводимости, тогда как для противоположной проекции спина  $s_z = -\hbar/2$  плотность состояний на уровне Ферми равна нулю [74–78]. При этом эффект близости оказывается подавленным, поскольку два электрона с противоположными проекциями спина, образующие спин-синглетную куперовскую пару, не могут одновременно проникнуть в полуметалл (ПМ), где одна из спиновых подзон значительно выше уровня Ферми.

В то же время проникновение сверхпроводящих корреляций внутрь полуметалла оказывается возможным при наличии в системе дополнительного ферромагнитного слоя или спин-активной границы, приводящих к генерации дальнедействующих триплетных корреляций с проекцией спина  $s_z = \pm\hbar$ . Причём если оба спина электронов направлены вдоль оси квантования в полуметалле ( $s_z = \hbar$ ), то соответствующие сверхпроводящие корреляции проникают в ПМ, а если оба спина направлены против оси квантования ( $s_z = -\hbar$ ), то проникновение корреляций невозможно.

К настоящему времени известно несколько широких классов полуметаллических ферромагнетиков (см., например, обзоры [78, 440]). К ним относятся, в частности, сплавы Гейслера (например,  $\text{Co}_2\text{MnGe}$  или соединения вида  $X\text{MnSb}$ , где  $X = \text{Ni, Pt, Co, Fe, Cr}$  и др.), некоторые оксиды (например,  $\text{CrO}_2$ ,  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  или  $\text{Sr}_2\text{FeMoO}_6$ ), перовскиты (например,  $\text{LaMnO}_3$  или  $\text{SrMnO}_3$ ), халькогениды переходных металлов (например,  $\text{CrSe}$ ), манганиты (например,  $\text{La}_{0,7}\text{Sr}_{0,3}\text{MnO}_3$ ) и др. Исторически существование полуметаллов сначала было предсказано на основе первопринципных расчётов электронной зонной структуры  $\text{NiMnSb}$  [74] и лишь затем подтверждено экспериментально [441].

С точки зрения магнитных и транспортных измерений отличительными особенностями полуметаллов являются целочисленное отношение магнитного момента элементарной ячейки к магнетону Бора, а также комбинация металлической проводимости и подавленной спиновой восприимчивости (см., например, [75]). Для иссле-

дования полуметаллов используются также магнито-оптические измерения [442–444], позитронная аннигиляционная спектроскопия [445], спин-зависимая фото-электронная спектроскопия [446] и др. Однако наиболее информативной методикой, позволяющей экспериментально определить разницу электронных плотностей состояний в двух спиновых подзонах и ключевые транспортные характеристики полуметаллических ферромагнетиков, является исследование спин-зависимого электронного туннелирования между ПМ и сверхпроводником [447, 448].

Конверсия нормального тока в сверхток на границе нормальный металл – сверхпроводник, как известно, связана с андреевским отражением: электрон с проекцией спина  $s_z$ , проникая из Н-металла в сверхпроводник, образует пару с электроном с проекцией спина  $-s_z$ , в результате в Н-электроне образуется дырка с проекцией спина  $-s_z$ , распространяющаяся в глубь Н-металла. Таким образом, дырки, возникающие в процессе андреевского отражения, формируют дополнительный проводящий канал, вследствие чего контактанс системы оказывается в два раза больше контактанса системы при температурах, превышающих критическую температуру сверхпроводящего перехода. При замене Н-металла ферромагнетиком обменное поле приводит к частичному подавлению андреевского отражения от ФС-границы [271]. Если ферромагнетик является полуметаллом, то андреевское отражение просто запрещено, поскольку плотность состояний в спиновой подзоне, соответствующей проекции спина отражённой дырки, равна нулю. В результате в сверхпроводящем состоянии контактанс системы полуметалл – сверхпроводник оказывается сильно подавленным. В промежуточном случае неполной поляризации носителей по спину отношение контактансов в сверхпроводящем и нормальном состоянии даёт информацию о величине спиновой поляризации  $P_n$  ферромагнетика [449]:

$$P_n = \frac{N_{\uparrow} v_{F\uparrow}^n - N_{\downarrow} v_{F\downarrow}^n}{N_{\uparrow} v_{F\uparrow}^n + N_{\downarrow} v_{F\downarrow}^n}, \quad (53)$$

где  $N_{\uparrow(\downarrow)}$  — плотность электронных состояний в подзоне со спином вдоль (против) оси квантования,  $v_{F\uparrow(\downarrow)}$  — соответствующие спин-зависимые скорости Ферми, показатель степени  $n = 1$  для баллистического электронного транспорта и  $n = 2$  для диффузного транспорта. Важно отметить, что именно величины  $P_1$  или  $P_2$  определяют спин-зависимый ток в структурах с полуметаллами и играют главную роль в транспортных явлениях, в отличие от спиновой поляризации  $P_0$ , которая определяет спиновый отклик [449].

Для исследования сверхпроводящего эффекта близости с полуметаллами наиболее часто используются сплавы Гейслера, а также  $\text{CrO}_2$  [76]. Основными преимуществами оксидного соединения  $\text{CrO}_2$  являются высокая спиновая поляризация (близкая к единице), возможность эпитаксиального выращивания однородных слоёв и создания качественных электрических контактов со сверхпроводниками (см., например, [450, 451]). В разделах 5.1–5.4 мы приведём ключевые экспериментальные результаты, связанные с эффектом близости в системах сверхпроводник – полуметалл, а также остановимся на основных теоретических концепциях, используемых для описания данного эффекта.

## 5.1. Основные экспериментальные результаты

Одним из первых экспериментальных наблюдений эффекта близости в полуметаллах стало обнаружение дальнедействующего сверхпроводящего тока, текущего через джозефсоновский контакт С/ПМ/С [83, 452]. В качестве ПМ использовался слой  $\text{CrO}_2$ . Вольт-амперные характеристики контактов указывали на возможность бездиссипативного протекания слабых джозефсоновских токов через ПМ-слой толщиной вплоть до нескольких сотен нанометров. При этом обнаружилась существенная роль материала подложки: критический ток джозефсоновских контактов, выращенных на  $\text{TiO}_2$ , на два порядка превышал критический ток контактов, выращенных на сапфире [83, 185, 452]. Существование сверхпроводящего тока через ПМ предполагает конверсию синглетных куперовских пар в триплетные корреляции на границе полуметалла. Предполагается, что такая конверсия может осуществляться на дефектах границы слоя  $\text{CrO}_2$  при её очистке от окислов [83], несмотря на отсутствие в системе дополнительных ферромагнитных слоёв или искусственно созданных спин-активных границ.

Зависимости критического тока контакта от внешнего магнитного поля, приложенного вдоль слоя полуметалла, демонстрировали наличие характерных фраунгоферовских осцилляций с периодом, примерно соответствующим отношению кванта магнитного потока к площади торца слоя полуметалла. Однако при нулевом поле в обоих экспериментах наблюдался минимум критического тока, в отличие от его максимума, наблюдаемого в традиционных джозефсоновских контактах. Данная особенность связывалась авторами с наличием встроенного поля намагниченности в полуметалле либо с зернистостью структуры ПМ и туннелированием электронов между зёрнами, однако последовательное объяснение сдвига фраунгоферовской картины в настоящее время отсутствует.

Позднее возможность протекания джозефсоновского тока через полуметалл была также продемонстрирована для контактов на основе высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), где в качестве ПМ использовался слой  $\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$  (LCMO) [453]. О существовании эффекта близости в многослойных структурах ВТСП/ПМ свидетельствуют также резистивные измерения, фиксирующие характерное подавление критической температуры сверхпроводящих слоёв  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  (YBCO) при их электрическом контакте с полуметаллом [454, 455].

Другим экспериментальным подтверждением возможности возникновения триплетных сверхпроводящих корреляций в полуметаллах является наблюдение эффекта спинового вентиля в структурах С/Ф/ПМ [70–73]. Отметим существенное отличие систем С/Ф/ПМ от спиновых вентилях на основе слабых ферромагнетиков (обменное поле в которых много меньше энергии Ферми): в системах С/Ф/ПМ синглетные и короткодействующие триплетные корреляции не проникают в слой ПМ и зависимость критической температуры  $T_c$  от угла  $\theta$  между магнитными моментами в ферромагнитных слоях обусловлена лишь наличием в системе дальнедействующих триплетных корреляций с проекцией спина  $s_z = \pm \hbar$ . В результате и стандартный, и обратный эффект спинового вентиля оказываются невозможными и зависимость  $T_c(\theta)$  обладает симметрией  $T_c(\pi - \theta) = T_c(\theta)$  с

минимумом при  $\theta = \pi/2$  (триплетный эффект спинового вентилля). При этом вариация критической температуры  $T_c(0) - T_c(\pi/2)$  для С/Ф/ПМ-структур [70] может существенно превышать величину триплетного эффекта спинового вентилля в системах С/Ф<sub>1</sub>/Ф<sub>2</sub>, где типичные изменения критической температуры менее 1% [59, 116, 136].

Ещё одним экспериментальным подтверждением эффекта близости в полуметаллах является осцилляционное поведение кондактанса бислоя YBCO/LCMO как функции напряжения, приложенного поперёк структуры, с ярко выраженным пиком при нулевом напряжении [456]. Такие осцилляции интерпретируются авторами как следствие интерференции квазичастичных волновых функций внутри ПМ. Приложение к структуре YBCO/LCMO внешнего магнитного поля приводит к подавлению обнаруженных осцилляций кондактанса, однако степень подавления существенно зависит от ориентации границы между слоями относительно кристаллографических осей материалов. Так, для бислоёв LCMO/YBCO с осью *a*, перпендикулярной границе, осцилляции исчезают уже в поле, меньшем поля насыщения LCMO [457], тогда как для структур с перпендикулярной осью *c* размытие осцилляций начинает наблюдаться лишь в полях, больших поля насыщения LCMO [458]. Такое странное поведение осцилляций связывается авторами [458] с влиянием магнитных неоднородностей, возникающих в структурах LCMO/YBCO с перпендикулярной осью *c* вследствие электронной реконструкции вблизи границы [459–461].

Наконец, в недавних экспериментах [462] обнаружено необычное подавление джозефсоновского транспорта в структурах С/Ф/ПМ/С/ПМ/Ф/С при переходе центрального С-слоя из нормального состояния в сверхпроводящее. Необычное поведение джозефсоновского тока может быть связано с тем, что зарядовый транспорт в подобных структурах обеспечивается исключительно спин-триплетными сверхпроводящими корреляциями, которые разрушаются при возникновении в центральном слое синглетного сверхпроводящего спаривания.

Таким образом, джозефсоновские системы с полуметаллами открывают возможность изучения не только процессов зарождения триплетных корреляций на границах с синглетными сверхпроводниками, но и обратного влияния сверхпроводящего спаривания на индуцированные вследствие эффекта близости дальнедействующие триплетные корреляции.

В целом, к настоящему времени накоплено значительное количество экспериментальных данных, подтверждающих возможность проникновения сверхпроводящих корреляций из синглетных сверхпроводников в полуметаллические ферромагнетики. Вместе с тем такие экспериментальные исследования находятся в начальной фазе — остаётся много загадок, связанных с микроскопическими механизмами генерации триплетных корреляций на границах полуметалла, особенностями вольт-амперных характеристик джозефсоновских С/ПМ/С-контактов, поведением кондактанса бислоёв С/ПМ и другими нетривиальными эффектами.

## 5.2. Теоретические подходы

### к описанию эффекта близости в полуметаллах

Построение теории эффекта близости с полуметаллами существенно осложняется неприменимостью квазиклас-

сического приближения, широко используемого для описания проникновения сверхпроводящих корреляций в ферромагнетики со слабым обменным полем [39, 93]. Поскольку в полуметалле расщепление спиновых подзон в электронном спектре сравнимо с энергией Ферми, разность между фазами электронно- и дырочноподобных квазичастичных волновых функций становится значительной уже на атомных масштабах. Данное обстоятельство в общем случае не позволяет корректно определить квазиклассические функции Грина внутри полуметалла и вынуждает использовать более сложные методы, включая подход Блондера–Тинкхама–Клапвайка [463–466] и другие модификации формализма уравнений Боголюбова–де Жена [329, 467–469].

В рамках указанных подходов была показана возможность протекания джозефсоновского тока через полуметалл, имеющий спин-активные границы. В качестве такой границы может использоваться, например, тонкий слой ферромагнетика, в котором обменное поле неколлинеарно оси квантования спина в полуметалле. В ряде магнетиков намагниченность на поверхности может быть неколлинеарной объёмной намагниченности. Рассеяние квазичастиц с переворотом спина на спин-активной границе полуметалла может приводить к новому типу андреевского отражения, при котором электрон и андреевски-отражённая дырка принадлежат одной и той же спиновой подзоне, в то время как при обычном андреевском отражении электрон и дырка имеют противоположные проекции спина [79, 470–472]. Такое необычное андреевское отражение соответствует формированию триплетных сверхпроводящих корреляций, которые могут распространяться внутри полуметалла, обеспечивая протекание джозефсоновского тока. Аналогичное заключение ранее было сделано в работе [229], где рассматривался джозефсоновский транспорт через полуметаллическую квантовую точку в рамках феноменологического подхода эквивалентных электрических цепей.

В некоторых частных случаях, однако, для описания эффекта близости в полуметаллах всё же оказывается возможным применение техники квазиклассических функций Грина. Так, в случае, когда обменное поле в полуметалле существенно превосходит энергию Ферми, заполнение верхней спиновой подзоны пренебрежимо мало и фактически внутри ПМ присутствуют электроны только с одной проекцией спина. Для этих электронов определение квазиклассических гриновских функций, в которых отличны от нуля лишь триплетные компоненты с проекцией спина  $s_z = +\hbar$ , является корректным [79]. Однако при таком подходе возникает трудность с выводом граничных условий, связывающих компоненты гриновских функций внутри и снаружи полуметалла. В отличие от условий Куприянова–Лукичева, справедливых на границах между сверхпроводниками и слабыми ферромагнетиками [473], условия на границе с полуметаллом оказываются существенно более сложными из-за различного числа компонент гриновских функций с противоположных сторон границы.

Для решения указанной проблемы, как правило, применяются различные подходы, основанные на формализме матриц рассеяния. Получающиеся при этом граничные условия активно применяются для описания эффекта близости с полуметаллами в рамках как теории Эйленбергера для чистых систем [199, 206, 230, 235, 470,

474], так и формализма Узаделя для систем в грязном пределе [231, 475–477]. В частности, в работе [231] представлен вывод наиболее общих граничных условий для уравнений Узаделя, учитывающих как различие в вероятности туннелирования электронов с противоположными проекциями спинов, так и квантово-механические набег фазы, связанные с особенностями спин-зависимого рассеяния электронов на границе полуметалла.

Очевидным достоинством подходов на основе матриц рассеяния является их общность. Вместе с тем, несмотря на ряд качественных предсказаний [199, 235], большинство результатов, получаемых в рамках описанных моделей, существенно зависит от микроскопических механизмов генерации триплетных корреляций на границе полуметалла и от большого числа феноменологических параметров [471, 478], которые нельзя непосредственно извлечь из экспериментальных данных. Более простые граничные условия могут быть получены в рамках так называемого адиабатического приближения [232], однако применимость такого подхода ограничена случаем, когда обменное поле изменяется в пространстве на масштабах, существенно превышающих межатомные расстояния. Очевидно, данное приближение нарушается в многослойных структурах, где обменное поле испытывает скачок на атомарном масштабе при переходе из слоя полуметалла в граничащие слои. Отметим, что похожие варианты граничных условий получены также в рамках техники Келдыша [479, 480].

Для анализа особенностей эффекта близости в многослойных сверхпроводящих системах, содержащих слой полуметалла, оказывается также полезной модель, в которой слои имеют атомную толщину и отделены друг от друга туннельным барьером [127, 234, 481]. Для подобных модельных систем возможно нахождение точных аналитических решений уравнений Горькова за рамками квазиклассического приближения. Это позволяет рассматривать ферромагнитные материалы с произвольной величиной обменного поля и учитывать возможный относительный сдвиг по энергии для электронных зон в разных слоях. Однако очевидным недостатком данной модели является невозможность анализа интерференционных эффектов, связанных с конечной толщиной ферромагнетика.

Перечисленные теоретические подходы позволили не только качественно объяснить наблюдаемые явления (джозефсоновский транспорт через слои полуметалла, аномальное усиление эффекта спинового вентиля и др.), но и предсказать целый ряд новых эффектов. Среди них формирование фи-контактов в С/Ф/ПМ/Ф/С-структурах [199, 229–235], возникновение пиков в плотности электронных состояний С/ПМ-систем, обусловленное триплетными корреляциями [279, 329, 482–484], инверсия эффекта спинового вентиля в С/Ф/ПМ-структурах из-за относительного сдвига электронных зон в сверхпроводнике и полуметалле [481] и др.

### 5.3. Джозефсоновский транспорт через слой полуметалла

Джозефсоновские контакты, содержащие слой полуметалла, существенно отличаются по свойствам от аналогичных структур с обычными ферромагнетиками. Одно из наиболее ярких отличий — возможность формирования  $\varphi_0$ -контактов в системах С/ПМ/С со спин-активными

границами полуметалла [199, 229–235]. Включённый в замкнутое сверхпроводящее кольцо  $\varphi_0$ -контакт является источником незатухающего тока [26], что представляет значительный интерес с точки зрения возможности использования таких контактов для изготовления так называемых тихих кубитов.

Для иллюстрации механизма возникновения  $\varphi_0$ -контакта удобно рассмотреть модельную систему, в которой сверхпроводящие берега разделены тремя ферромагнитными слоями. Наибольший интерес представляет ситуация, когда намагниченности в ферромагнитных слоях такой С/Ф<sub>1</sub>/Ф<sub>2</sub>/Ф<sub>3</sub>/С-структуры образуют некопланарную тройку векторов, так что скалярный инвариант  $\mathbf{M}_1(\mathbf{M}_2 \times \mathbf{M}_3)$  отличен от нуля. В этом случае джозефсоновский транспорт определяется углом  $\chi$  между проекциями векторов намагниченности  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_3$  на плоскость, перпендикулярную намагниченности  $\mathbf{M}_2$ . Данный угол входит в ток-фазовое соотношение аддитивно с джозефсоновской разностью фаз  $\varphi$ , однако с разным знаком для противоположных проекций спина. В результате, если обменное поле в слое Ф<sub>2</sub> мало по сравнению с энергией Ферми, обе спиновые подзоны вносят вклад в джозефсоновский транспорт, так что джозефсоновский ток пропорционален  $\sin \varphi$ :

$$j_s \sim \sin(\varphi - \chi) + \sin(\varphi + \chi) \sim \sin \varphi, \quad (54)$$

а величина  $\chi$  лишь перенормирует критический ток контакта. Если слой Ф<sub>2</sub> является полуметаллическим, то ток через контакт определяется лишь одной спиновой подзоной и ток-фазовое соотношение имеет вид [26, 79, 229]

$$j_s \sim \sin(\varphi - \chi) \quad (55)$$

с ненулевой джозефсоновской разностью фаз в основном состоянии.

Преимуществом  $\varphi_0$ -контактов на основе структур С/Ф/ПМ/Ф/С является возможность перестройки джозефсоновской разности фаз в основном состоянии в диапазоне от 0 до  $2\pi$  с помощью внешнего магнитного поля, перемагничивающего один из ферромагнитных слоёв. Альтернативные способы создания  $\varphi_0$ -контактов, основанные на использовании С/Ф/С-структур со спин-орбитальным взаимодействием [223] или с переменной толщиной ферромагнитной прослойки [221], имеют существенные ограничения. Так, в структурах со спин-орбитальным взаимодействием спонтанная разность фаз в основном состоянии оказывается ограниченной из-за малости константы СО-связи в типичных материалах. В случае С/Ф/С-контактов с переменной толщиной Ф-слоя  $\varphi_0$ -контакт возникает в узком диапазоне параметров, при этом спонтанная разность фаз определяется геометрией системы и не может быть изменена в готовой структуре.

Другим отличием контактов С/Ф/ПМ/Ф/С от традиционных С/Ф<sub>1</sub>/Ф<sub>2</sub>/Ф<sub>3</sub>/С-контактов является необычная зависимость критического тока от взаимной ориентации магнитных моментов. Наиболее ярко данное отличие проявляется, когда намагниченности в трёх ферромагнитных слоях взаимно ортогональны и толщина центрального слоя  $d_2$  существенно превышает корреляционную длину  $\xi_f$ . В случае, когда обменное поле в центральном слое Ф<sub>2</sub> мало по сравнению с энергией

Ферми, критический ток контакта экспоненциально мал. В то же время джозефсоновский ток в С/Ф/ПМ/Ф/С-контактах остаётся конечным при  $d_2 > \xi_f$ .

Для иллюстрации механизма дальнедействующего джозефсоновского транспорта в С/Ф/ПМ/Ф/С-структурах рассмотрим максимально упрощённую ситуацию, когда температура близка к критической и система находится в грязном пределе. Предполагаем, что магнитные примеси отсутствуют, а значит, рассеяние электронов не сопровождается переворотом спина. Кроме того, считаем, что в слое полуметалла только одна спиновая подзона заполнена электронами, тогда как другая подзона сильно удалена по энергиям. Данные предположения позволяют определить квазиклассические функции Грина во всей системе, включая слой полуметалла. В частности, аномальная функция (2), являющаяся матрицей  $2 \times 2$  в спиновом пространстве, внутри полуметалла содержит лишь одну ненулевую компоненту  $f_{\uparrow\uparrow}$ , в то время как остальные компоненты равны нулю. За пределами полуметалла синглетная и триплетные компоненты мацубаровской функции Грина удовлетворяют линеаризованным уравнениям Узалея (3). Намагниченность в слое  $\Phi_1$  полагаем направленной вдоль оси  $x$ , в слое  $\Phi_2$  — вдоль оси  $z$ , а в слое  $\Phi_3$  — вдоль оси  $y$ . Тогда синглетная компонента функции Грина  $f_s$  при проникновении из сверхпроводника в ферромагнитный слой  $\Phi_1$  становится источником триплетной компоненты  $f_{tx}$ , направленной вдоль обменного поля в слое  $\Phi_1$ .

Сценарий дальнейшего распространения сверхпроводящих корреляций существенно зависит от величины обменного поля в слое  $\Phi_2$ . Если этот слой представляет собой обычный ферромагнетик со слабым обменным полем, то компонента  $f_{tx}$  проникает сквозь него и попадает в слой  $\Phi_3$ . Однако вклада в джозефсоновский ток компонента  $f_{tx}$  не даёт, поскольку магнитный момент в слое  $\Phi_3$ , направленный вдоль оси  $y$ , не может конвертировать её обратно в синглетную компоненту  $f_s$ . В результате критический ток джозефсоновского контакта оказывается экспоненциально подавленным. Если слой  $\Phi_2$  является полуметаллическим, то на границе  $\Phi_1$ /ПМ должна дополнительно возникать компонента  $f_{ty}$ , несмотря на то что ни в слое  $\Phi_1$ , ни в слое ПМ обменное поле не имеет проекции на ось  $y$ . Необходимость генерации этой компоненты непосредственно связана с полной спиновой поляризацией электронов в полуметалле. Действительно, из условий  $f_{\downarrow\downarrow} = 0$ ,  $f_{\uparrow\uparrow} \neq 0$  следует, что внутри слоя ПМ  $f_{ty} = if_{tx} \neq 0$ . В слое  $\Phi_3$  компонента  $f_{ty}$  эффективно взаимодействует с обменным полем и становится источником синглетных корреляций, которые дают вклад в джозефсоновский ток. В результате критический ток С/Ф/ПМ/Ф/ПМ-контакта со взаимно ортогональными магнитными моментами в трёх ферромагнитных слоях оказывается существенно отличным от нуля.

Перечисленные особенности джозефсоновского транспорта представляют существенный интерес с точки зрения использования С/Ф/ПМ/Ф/С-контактов в устройствах сверхпроводящей спинтроники в качестве фазовых батарей, создающих незатухающие токи в замкнутых цепях. Ток-фазовое соотношение С/Ф/ПМ/Ф/С-контактов, в отличие от такового в широко распространённых  $\pi$ -контактах, может динамически перестраиваться изменением ориентации магнитных моментов в ферромагнитных слоях.

#### 5.4. Эффект спинного вентиля в системах со слоем полуметалла

В последние годы наблюдается заметная активность в изучении эффекта спинного вентиля в гибридных устройствах, содержащих слои ферромагнетика со 100%-ной спиновой поляризацией (полуметалл) [70, 485], когда в слой полуметалла проникают только парные корреляции с одной проекцией спина  $s_z = \hbar$ , а остальные исчезают на его границе. Интерес к подобным структурам вызван прежде всего реализацией в них триплетного эффекта спинного вентиля, при котором переключение между состояниями с коллинеарной и неколлинеарной конфигурациями намагниченности в Ф-слоях сопровождается аномально большим изменением критической температуры ( $\Delta T_c \sim 1$  К).

Теория триплетного эффекта спинного вентиля для случая диффузионных и баллистических гибридных структур со слоем полуметалла развита в работах [234, 486] соответственно. Открытие того факта, что использование полуметаллических ферромагнетиков обеспечивает значительное подавление  $T_c$ , создаёт перспективы для разработки управляемых намагниченностью сверхпроводящих переключателей. Поскольку  $T_c$  изменяется в широком диапазоне, сопротивление такого устройства оказывается устойчивым к возможным колебаниям температуры. Триплетные сверхпроводящие спинные вентили могут выполнять при низких температурах почти те же операции, что и устройства, основанные на эффекте гигантского магнетосопротивления, но обладают потенциально большей энергетической эффективностью благодаря отсутствию диссипации в сверхпроводящем состоянии.

Для систем, в которых один из Ф-слоёв является полуметаллическим ферромагнетиком, общая теория эффекта близости пока не построена. Количественные результаты, основанные на квазиклассическом приближении, оказываются чувствительными к виду граничных условий для функций Грина на границах полуметалла. Так, один из простейших видов феноменологических граничных условий для линеаризованного уравнения Узалея предполагает, что на границе с полуметаллом все компоненты аномальной функции Грина обращаются в нуль, за исключением компоненты  $f_{\uparrow\uparrow}$ , которая может проникать внутрь ПМ [234]. При этом на границе величины  $f_{\uparrow\uparrow}$  и  $\sigma(x) \partial_x f_{\uparrow\uparrow}$  предполагаются непрерывными (здесь  $\sigma$  — проводимость каждого из слоёв в нормальном состоянии,  $x$  — координата поперёк слоёв).

Выбор таких граничных условий приводит к двум интересным особенностям зависимости  $T_c(\theta)$ . Во-первых, поскольку синглетные и триплетные сверхпроводящие корреляции, характеризующиеся нулевой проекцией спина, не проникают в слой полуметалла, значения критической температуры для сонаправленных ( $\theta = 0$ ) и противоположно направленных ( $\theta = \pi$ ) магнитных моментов совпадают, так что не возникает ни стандартного, ни обратного эффектов спинного вентиля. Вместе с тем зависимость  $T_c(\theta)$  имеет минимум при  $\theta = \pi/2$ , причём различие между температурами  $T_c(0)$  и  $T_c(\pi/2)$  намного превосходит характерные изменения критической температуры, наблюдаемые в системах С/Ф/Ф и Ф/С/Ф (гигантский эффект спинного вентиля). Так, анализ зависимости критической температуры С/Ф/ПМ-системы от толщины Ф-слоя показал, что при некото-

рых параметрах максимально возможная температура  $T_c(0)$  соответствует толщине ферромагнетика, для которой  $T_c(\pi/2) = 0$ . Учёт конечной электронной прозрачности Ф/ПМ-границы в рамках формализма уравнений Узалея приводит к подавлению эффекта спинового вентилля [487], однако качественно не влияет на поведение  $T_c(\theta)$ .

Численные расчёты критической температуры структур С/Ф/Н/ПМ (Н — нормальный металл) в рамках формализма Боголюбова–де Жена без использования квазиклассического приближения также свидетельствуют о значительном усилении эффекта спинового вентилля в случае полной спиновой поляризации электронов в крайнем ферромагнитном слое [486]. Однако критическая температура, в отличие от  $T_c$ , полученной в квазиклассических подходах, оказывается разной для сонаправленных и противоположно направленных коллинеарных магнитных моментов в слоях Ф и ПМ, что связывается авторами с нелокальными эффектами.

Наконец, существенное влияние на эффект спинового вентилля в системах Ф/С/ПМ и С/Ф/ПМ должны оказывать особенности зонной структуры используемых ферромагнитных материалов. Наиболее простая физическая модель, учитывающая такие особенности, предполагает, что система представляет собой набор туннельно-связанных слоёв атомной толщины [127, 234, 481]. Такая упрощённая модель, несмотря на то что она не позволяет анализировать физику интерференционных эффектов, связанных с конечной толщиной Ф-слоя, обладает важным преимуществом, поскольку позволяет построить точное аналитическое решение уравнений Горькова для двухточечных функций Грина.

Расчёт критической температуры подобных модельных систем позволил выявить сильную чувствительность зависимости  $T_c(\theta)$  к положению дна зоны проводимости в Ф- и ПМ-слоях относительно положения дна зоны в сверхпроводнике [481]. Так, для С/Ф/ПМ-систем в случае, когда дно единственной заполненной спиновой подзоны в полуметалле находится ниже дна зоны проводимости, наблюдается стандартный эффект спинового вентилля ( $T_c(0) < T_c(\pi)$ ), в то время как в противном случае, когда дно зоны в слое ПМ выше дна зоны в С-слое, наблюдается обратный эффект спинового вентилля ( $T_c(0) > T_c(\pi)$ ). При этом, если величина относительного сдвига зон в С- и ПМ-слоях достаточно мала по модулю, на зависимости  $T_c(\theta)$  присутствует локальный минимум, характерный для триплетного эффекта спинового вентилля, тогда как для больших сдвигов зависимость  $T_c(\theta)$  оказывается монотонной. Указанная чувствительность поведения критической температуры к особенностям зонной структуры должна учитываться при построении теории эффекта спинового вентилля в структурах с конечной толщиной слоёв.

В целом, несмотря на то что исследования сверхпроводящих спиновых вентилей, содержащих слой полуметалла, находятся в начальной фазе, они привлекают значительный интерес в связи как с колоссальным изменением критической температуры системы вследствие неколлинеарности магнитных моментов, так и с принципиально новыми физическими явлениями, обусловленными полной спиновой поляризацией электронов в одном из ферромагнитных слоёв.

## 6. Заключение

В завершение полезно подвести определённые итоги бурного развития в последние годы физики взаимодействия сверхпроводимости и магнетизма и обсудить некоторые перспективы дальнейшего прогресса в сформировавшемся за последнее десятилетие новом направлении — сверхпроводящей спинтронике.

Прежде всего следует отметить успехи эксперимента [53], реализовавшего предсказанные в ранних теоретических работах [50–52] квантово-механические интерференционные эффекты для электронов, находящихся под воздействием как потенциала сверхпроводящего спаривания, так и обменного поля. Экспериментальное подтверждение такой интерференции — безусловно, существенный шаг в понимании фундаментальных основ физики сверхпроводящих и магнитных взаимодействий в конденсированных средах.

Следующее важное продвижение в этом направлении — теоретическое предсказание и экспериментальная реализация систем с совершенно новым типом индуцированных состояний куперовских пар, находящихся в триплетном состоянии с проекцией полного спина пар, равной  $\pm\hbar$  [90, 92]. Устойчивость таких триплетных пар к воздействию обменного поля позволила существенно увеличить масштабы проникновения сверхпроводящих корреляций в ферромагнитные материалы и соответственно ослабить ограничения на условия наблюдения интерференционных эффектов в СФ-структурах.

Новые интересные возможности в развитии физики эффекта близости и инженерии структуры сверхпроводящего спаривания открылись благодаря работам по изучению структур с сильным спин-орбитальным взаимодействием. Данное направление представляется особенно перспективным в аспекте проблемы топологически защищённых квантовых вычислений. Использование СФ-структур в устройствах криоэлектроники требует углублённого понимания физики нестационарных и неравновесных процессов в этих системах, которая включает в себя проблему совместной динамики сверхпроводящих корреляций и магнитного момента. Учитывая целый ряд интригующих теоретических [311, 488–493] и экспериментальных [494–497] результатов в данной области, можно надеяться, что в ближайшее время её развитие приведёт к новым увлекательным физическим идеям и прикладным предложениям. Обзор недавних работ по изучению особенностей неравновесных эффектов в СФ-системах можно найти в [498].

Успешное применение перечисленных эффектов в приборных приложениях, безусловно, ставит вопрос о наиболее подходящих материалах, позволяющих оптимизировать параметры устройств сверхпроводящей спинтроники. И здесь, несомненно, важную роль играют работы по ферромагнитным материалам с сильной поляризацией носителей по спину (полуметаллы). Использование полуметаллов не только приводит к изменению количественных характеристик спиновых вентилей и других устройств, но и открывает интересные перспективы для принципиально новых проявлений эффекта близости.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российским фондом фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-12-50113. Работа А.И.Б. по части разделов 3–5 обзора поддержана проектом Российского научного фонда № 20-12-00053.

## Приложение А. Основные уравнения микроскопической теории систем сверхпроводник – ферромагнетик

Кратко рассмотрим основные уравнения микроскопической теории сверхпроводимости, используемые для описания эффекта близости с ферромагнетиками.

### А.1. Уравнения Боголюбова – де Жена

Обзор теоретических подходов естественно начать с теории Боголюбова – де Жена, которая не только показала свою эффективность для описания чистых (баллистических) систем, но и часто позволяет получать наиболее прозрачную качественную интерпретацию физических эффектов. Термин "чистые системы" используется в данном контексте как характеристика структур с длиной свободного пробега  $\ell$ , существенно превосходящей длины когерентности как в сверхпроводнике ( $\xi_s$ ), так и в ферромагнетике ( $\xi_h$ ) или нормальном металле ( $\xi_n$ ). В рамках приближения самосогласованного поля гибридные СФ-системы с обменным полем  $\mathbf{h}(\mathbf{r})$  описываются гамильтонианом

$$\mathcal{H} = \sum_{\alpha\beta} \int \hat{\psi}_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{r}) [\hat{H}_0(\mathbf{r})\delta_{\alpha\beta} + \mathbf{h}(\mathbf{r})\boldsymbol{\sigma}] \hat{\psi}_{\beta}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \int [\Delta^*(\mathbf{r})\hat{\psi}_{\uparrow}(\mathbf{r})\hat{\psi}_{\downarrow}(\mathbf{r}) + \Delta(\mathbf{r})\hat{\psi}_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r})\hat{\psi}_{\uparrow}^{\dagger}(\mathbf{r})] d\mathbf{r}. \quad (\text{A.1})$$

Здесь  $\hat{\psi}_{\alpha}^{\dagger}$  ( $\hat{\psi}_{\alpha}$ ) — оператор рождения (уничтожения) электрона с координатой  $\mathbf{r}$  и проекцией спина  $\alpha = \uparrow, \downarrow$  на ось  $z$ ,

$$\hat{H}_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{2m} \left( -i\hbar\nabla - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 - \mu, \quad (\text{A.2})$$

где  $m$  — масса электрона,  $\mathbf{A}$  — векторный потенциал магнитного поля,  $\mu$  — химический потенциал,  $\Delta(\mathbf{r})$  — сверхпроводящий параметр порядка,  $\boldsymbol{\sigma} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$  — вектор матриц Паули в спинном пространстве. Диагонализация билинейного по операторам  $\hat{\psi}_{\alpha}$  и  $\hat{\psi}_{\alpha}^{\dagger}$  гамильтониана (A.1), (A.2) с помощью канонического преобразования Боголюбова [499] даёт соответствующие уравнения БдЖ,

$$\hat{\tau}_z \left[ \frac{1}{2m} \left( -i\hbar\nabla - \hat{\tau}_z \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 - \mu \right] \hat{\Psi} + \mathbf{h}(\mathbf{r}) \boldsymbol{\sigma} \hat{\Psi} + \begin{pmatrix} 0 & \hat{\Delta}(\mathbf{r}) \\ \hat{\Delta}^*(\mathbf{r}) & 0 \end{pmatrix} \hat{\Psi} = \epsilon \hat{\Psi}, \quad (\text{A.3})$$

для электронной ( $u(\mathbf{r})$ ) и дырочной ( $v(\mathbf{r})$ ) компонент волновой функции  $\hat{\Psi} = (u, i\sigma_y v)$ , где  $u = (u_{\uparrow}, u_{\downarrow})$  и  $v = (v_{\uparrow}, v_{\downarrow})$  являются спинорами,  $(\hat{\tau}_x, \hat{\tau}_y, \hat{\tau}_z)$  — матрицы Паули в пространстве Намбу (электрон – дырка). Детали вывода уравнений БдЖ приведены, например, в книгах [500–502]. Сверхпроводящий параметр порядка  $\Delta$  представляет собой произведение скалярной функции  $\Delta(\mathbf{r})$  и единичной матрицы в спинном пространстве, при этом  $\Delta(\mathbf{r})$  удовлетворяет уравнению самосогласования

$$\Delta(\mathbf{r}) = K(\mathbf{r}) \sum_p \{ u_{p\uparrow}(\mathbf{r}) v_{p\downarrow}^*(\mathbf{r}) [1 - n_F(\epsilon_p)] + u_{p\downarrow}(\mathbf{r}) v_{p\uparrow}^*(\mathbf{r}) n_F(\epsilon_p) \}, \quad (\text{A.4})$$

где  $K(\mathbf{r})$  — потенциал сверхпроводящего спаривания,  $n_F$  — функция распределения Ферми, а сумма по квантовым числам  $p$  учитывает только состояния с положительной энергией.

### А.2. Квазиклассические методы. Уравнения Андреева

Для большинства типичных металлов выполняется условие малости фермиевской длины волны по сравнению с соответствующей длиной когерентности, что позволяет существенно упростить приведённые выше уравнения БдЖ с использованием квазиклассического приближения. При этом волновые функции электронов и дырок представляются в виде произведений быстро осциллирующих экспонент  $\exp(i\mathbf{k}_F \mathbf{r})$  и медленно изменяющихся в пространстве огибающих волновых функций  $\hat{g}$ . Данная процедура позволяет написать систему укороченных уравнений для  $\hat{g}$  пониженного порядка по производным вдоль квазиклассических лучей — траекторий. Такие уравнения получили название уравнений Андреева:

$$-i\hbar v_F \hat{\tau}_z \frac{d}{ds} \hat{g} + \mathbf{h}(\mathbf{R} + s \mathbf{n}_F) \boldsymbol{\sigma} \hat{g} + \begin{pmatrix} 0 & \hat{\Delta}(\mathbf{R} + s \mathbf{n}_F) \\ \hat{\Delta}^*(\mathbf{R} + s \mathbf{n}_F) & 0 \end{pmatrix} \hat{g} = \epsilon \hat{g}. \quad (\text{A.5})$$

Здесь мы используем систему линейных траекторий, проходящих через точку  $\mathbf{R}$  с единичным вектором  $\mathbf{n}_F = \mathbf{k}_F/k_F$ , направленным вдоль траектории,  $s$  — координата вдоль траектории.

### А.3. Квазиклассические методы: теория Эйленберга

Подходы с использованием приведённых в разделах А.1, А.2 уравнений БдЖ или Андреева без учёта рассеяния на случайном потенциале примесей являются адекватными лишь для баллистических систем, что существенно ограничивает область их применимости. Последовательный учёт беспорядка может быть весьма эффективно реализован в рамках другого варианта микроскопического подхода, использующего для описания гибридных СФ-структур формализм функций Грина, которые можно представить в виде следующих разложений по собственным функциям уравнений БдЖ [500]:

$$\mathcal{G}_{\alpha\beta}(\epsilon, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_p \frac{u_{p\alpha}(\mathbf{r}) u_{p\beta}^*(\mathbf{r}')}{\epsilon - \epsilon_p}, \quad (\text{A.6})$$

$$\mathcal{F}_{\alpha\beta}(\epsilon, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_p \frac{v_{p\alpha}(\mathbf{r}) u_{p\beta}^*(\mathbf{r}')}{\epsilon - \epsilon_p}, \quad (\text{A.7})$$

для нормальной ( $G$ ) и аномальной ( $F$ ) функций соответственно. Если в выражениях (A.6), (A.7) положить  $\epsilon = i\omega$ , где  $\omega = \pi T(2n + 1)$  — мацубаровская частота ( $n$  — целое), то получим являющиеся матрицами  $2 \times 2$  в спинном пространстве мацубаровские функции Грина

$$\mathcal{G}_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{pmatrix} \mathcal{G}_{\uparrow\uparrow} & \mathcal{G}_{\uparrow\downarrow} \\ \mathcal{G}_{\downarrow\uparrow} & \mathcal{G}_{\downarrow\downarrow} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.8})$$

$$\mathcal{F}_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{pmatrix} \mathcal{F}_{\uparrow\uparrow} & \mathcal{F}_{\uparrow\downarrow} \\ \mathcal{F}_{\downarrow\uparrow} & \mathcal{F}_{\downarrow\downarrow} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.9})$$

которые обычно используются в термодинамически равновесных задачах. В рамках упомянутого выше квазиклассического подхода принято использовать так называемые квазиклассические нормальные ( $G_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{n}_F)$ ) и

аномальные ( $F_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{n}_F)$ ) функции Грина, которые получают после усреднения (А.8), (А.9) по быстрым пространственным осцилляциям на масштабе  $\sim k_F^{-1}$ . Эти функции заданы на определяемых единичным вектором  $\mathbf{n}_F$  прямолинейных траекториях, проходящих через точку  $\mathbf{r}$ . В присутствии неоднородного обменного поля  $\mathbf{h}(\mathbf{r})$  функции Грина  $G_\omega$  и  $F_\omega$  обладают сложной спиновой структурой. Соответствующие уравнения для них удобно записать в матричном виде, вводя матричную функцию Грина в пространстве  $4 \times 4$  Горькова–Намбу:

$$\check{G}_\omega = \begin{pmatrix} G_\omega & F_\omega \\ F_\omega^+ & \bar{G}_\omega \end{pmatrix}, \quad (\text{А.10})$$

где  $G_\omega$ ,  $F_\omega$ ,  $F_\omega^+$ ,  $\bar{G}_\omega$  — матрицы  $2 \times 2$  в спиновом пространстве. Функция Грина  $\bar{G}$  определяется выражением (А.6), в котором следует заменить электронные волновые функции  $u_{px}(\mathbf{r})$  дырочными  $v_{px}^*(\mathbf{r})$ . При этом полная матричная функция Грина удовлетворяет условию нормировки  $\check{G}_\omega \check{G}_\omega = -1$ .

В случае синглетного спаривания удобно перейти к новой функции Грина  $\check{g}_\omega$ , совершив преобразование

$$\check{G}_\omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i\sigma_y \end{pmatrix} \check{g}_\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i\sigma_y \end{pmatrix}$$

и определив

$$\check{g}_\omega = \begin{pmatrix} g_\omega & f_\omega \\ -f_\omega^+ & \bar{g}_\omega \end{pmatrix},$$

где  $G_\omega = g_\omega$ ,  $F_\omega = f_\omega i\sigma_y$ ,  $F_\omega^+ = i\sigma_y f_\omega^+$ ,  $\bar{G}_\omega = \sigma_y \bar{g}_\omega \sigma_y$ . Данное преобразование не изменяет условия нормировки, так что  $\check{g}_\omega \check{g}_\omega = -1$ , отсюда

$$\begin{aligned} g_\omega g_\omega - f_\omega f_\omega^+ &= -1, & g_\omega f_\omega + f_\omega \bar{g}_\omega &= 0, \\ \bar{g}_\omega \bar{g}_\omega - f_\omega^+ f_\omega &= -1, & f_\omega^+ g_\omega + \bar{g}_\omega f_\omega^+ &= 0. \end{aligned}$$

Уравнения Эйленберга [503], записанные для набора квазиклассических траекторий, имеют вид

$$i\hbar v_F \mathbf{n}_F \nabla \check{g}_\omega + \left[ i\omega \hat{\tau}_z - \hat{\tau}_z \hat{A} - \hat{\tau}_z \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma} - \frac{\hbar}{2\tau} \langle \check{g}_\omega \rangle, \check{g}_\omega \right] = 0, \quad (\text{А.11})$$

где  $\hat{\sigma}_v$  и  $\hat{\tau}_v$  ( $v = x, y, z$ ) — матрицы Паули в спиновом пространстве и пространстве Горькова–Намбу,  $[A, B] = AB - BA$ , член с усреднённой по углам ориентаций траекторий функцией Грина

$$\langle \check{g}_\omega(\mathbf{r}) \rangle = \int \check{g}_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{n}_F) \frac{d\mathbf{n}_F}{4\pi} \quad (\text{А.12})$$

введён для учёта упругого рассеяния квазичастиц на точечных немагнитных примесях с временем свободного пробега  $\tau$ ,

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & \hat{A} \\ \hat{A}^* & 0 \end{pmatrix},$$

где матрица  $\hat{A}$  представляет собой произведение величины сверхпроводящей щели  $\Delta$  и единичной матрицы в спиновом пространстве.

#### А.4. Квазиклассические методы: теория Узаделя

Следующим шагом по упрощению уравнений микроскопической теории сверхпроводимости является вывод замкнутой системы уравнений для функций Грина  $\langle \check{g}_\omega \rangle$  (А.12), усреднённых по углам ориентаций квазиклассических траекторий. Такое продвижение в теоретическом описании оказывается справедливым лишь для так называемого диффузионного (или грязного) предела, в котором длина свободного пробега  $\ell = v_F \tau$  оказывается малой по сравнению со всеми характерными масштабами задачи, включая все возможные длины когерентности в различных материалах, составляющих исследуемую структуру.

Заметим, что с учётом стандартного выражения  $\xi_f = \sqrt{\hbar D / \hbar}$  для длины когерентности в грязном ферромагнетике (где  $D = \ell v_F / 3$  — коэффициент диффузии), упомянутое ограничение на малость длины свободного пробега одновременно означает ограничение сверху на величину обменного поля в ферромагнетике. Такое ограничение в реальных ферромагнетиках справедливо отнюдь не всегда, что, очевидно, может влиять на адекватность использования диффузионного предела. В основе теории Узаделя лежит физически очевидное предположение об изотропизации функций Грина по мере увеличения концентрации примесей:  $\check{g}_\omega \simeq \langle \check{g}_\omega \rangle$ . Уравнения для усреднённых по углам ориентации  $\mathbf{n}_F$  функций Грина получили название уравнений Узаделя [504]:

$$\hbar D \nabla (\check{g}_\omega \nabla \check{g}_\omega) + [\hat{\tau}_z (i\omega - \hat{A} - \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma}), \check{g}_\omega] = 0. \quad (\text{А.13})$$

Решение данных уравнений в слоистых структурах, содержащих сверхпроводящие, нормальные и ферромагнитные материалы с различными параметрами, требует соответствующих граничных условий. Такие условия для уравнения Узаделя сформулированы Куприяновым и Лукичевым [473]. Для двух граничащих материалов, которые мы будем обозначать индексами 1 и 2, граничные условия могут быть записаны в виде

$$\sigma_1 \check{g}_1 \frac{\partial \check{g}_1}{\partial x} = \sigma_2 \check{g}_2 \frac{\partial \check{g}_2}{\partial x}, \quad 2\sigma_2 R_b \check{g}_2 \frac{\partial \check{g}_2}{\partial x} = [\check{g}_1, \check{g}_2], \quad (\text{А.14})$$

где перпендикулярная интерфейсу ось  $x$  направлена от материала 1 к материалу 2,  $\sigma_i$  — удельная проводимость материала  $i$  в нормальном состоянии,  $1/R_b$  — контактанс границы между материалами на единицу её площади, характеризующий прозрачность границы для электронов. Аналогичные граничные условия для уравнения Эйленберга получены в работе [505].

#### Приложение Б. Квазиклассические уравнения вдоль траекторий и ток-фазовые соотношения для чистых контактов сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник

Для вычисления спин-зависимого фазового сдвига  $\gamma$  при произвольном распределении обменного поля  $\mathbf{h}(\mathbf{r})$  в Ф-слое удобно использовать подход, предложенный в работе [195]. Суть метода состоит в подборе такого унитарного преобразования  $\hat{S}_{u,v} = \alpha_{u,v} + i\beta_{u,v} \hat{\boldsymbol{\sigma}}$ , чтобы уравнения Андреева (А.5) для компонент новой волновой функции

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} f_u \\ f_v \end{pmatrix} = \hat{S} \hat{g}, \quad \hat{S} = \begin{pmatrix} \hat{S}_u & 0 \\ 0 & \hat{S}_v \end{pmatrix}, \quad (\text{Б.1})$$

не зависели от обменного поля  $\mathbf{h}$ , т.е. совпадали с уравнениями, описывающими баллистический СНС-контакт. Для этого функции  $\alpha_{u,v}(s)$  и  $\beta_{u,v}(s)$  в произвольной точке  $s$  траектории должны удовлетворять дифференциальным уравнениям

$$\hbar v_F \partial_s \alpha_{u,v} = \mp \mathbf{h} \beta_{u,v}, \quad \hbar v_F \partial_s \beta_{u,v} = \pm \alpha_{u,v} \mathbf{h} - [\mathbf{h}, \beta_{u,v}] \quad (\text{Б.2})$$

с начальными условиями

$$\alpha_{u,v}(0) = 1, \quad \beta_{u,v}(0) = 0$$

на левой границе Ф-слоя ( $s = 0$ ). Оператор, преобразующий исходный параметр порядка  $\Delta(\mathbf{r})$ , выражается через функции  $\alpha_{u,v}$  и  $\beta_{u,v}$  и при выборе оси квантования спина вдоль вектора  $\alpha_v \beta_u - \alpha_u \beta_v + [\beta_u, \beta_v]$  обеспечивает дополнительный набег фазы  $\Delta(\mathbf{r}) \exp(i\gamma)$ , создаваемый обменным полем:

$$\exp(i\gamma) = \alpha_u \alpha_v + (\beta_u \beta_v) \pm i |\alpha_v \beta_u - \alpha_u \beta_v + [\beta_u, \beta_v]|. \quad (\text{Б.3})$$

Выражая аномальную функцию Грина в ферромагнетике  $\hat{f}$  в виде (2), где амплитуда синглетной компоненты

$$f_s = \cos \gamma = \alpha_u \alpha_v + \beta_u \beta_v,$$

а вектор

$$\mathbf{f}_t = i(\alpha_u \beta_v - \alpha_v \beta_u + [\beta_u, \beta_v])$$

описывает триплетную компоненту, получим, что функции  $f_s(s)$  и  $\mathbf{f}_t(s)$  подчиняются линеаризованным уравнениям Эйлера-Бергера [503] для нулевой мацубаровской частоты,

$$-i\hbar v_F \partial_s f_s + 2\mathbf{h} \mathbf{f}_t = 0, \quad -i\hbar v_F \partial_s \mathbf{f}_t + 2f_s \mathbf{h} = 0, \quad (\text{Б.4})$$

с граничными условиями на левом сверхпроводящем электроде

$$f_s(s=0) = 1, \quad \mathbf{f}_t(s=0) = 0. \quad (\text{Б.5})$$

Таким образом, сдвиг фаз  $\gamma$  между электронной и дырочной частями волновой функции на квазиклассической траектории в СФС-переходе с произвольным распределением обменного поля  $\mathbf{h}(\mathbf{r})$  определяется синглетной частью аномальной квазиклассической функции Грина  $f_s(s=s_R) = \cos \gamma$ , вычисленной на границе правого сверхпроводящего электрода.

Основной вклад в сверхток дают пересекающиеся короткий контакт траектории, соответствующие подщелевым андреевским состояниям, спектр которых имеет вид [506, 507]:

$$\epsilon = \pm \Delta_0 \cos\left(\frac{\varphi + \gamma}{2}\right), \quad (\text{Б.6})$$

и зависит как от джозефсоновской разности фаз  $\varphi$ , так и от дополнительного набег фаз  $\gamma$ . Суммируя по всем траекториям, получим следующее соотношение между током и разностью фаз:

$$I = \frac{1}{s_0} \int ds \int d\mathbf{n}_F (j(\varphi + \gamma) + j(\varphi - \gamma))(\mathbf{n}_F, \mathbf{n}), \quad (\text{Б.7})$$

где  $s_0^{-1} = k_F/(2\pi)$  ( $s_0^{-1} = [k_F/(2\pi)]^2$ ) для двумерных (трёхмерных) переходов,  $\int \dots ds$  — интеграл по поперечному сечению перехода,  $j(\chi)$  — ток-фазовое соотношение

джозефсоновского перехода с той же геометрией и нулевым обменным полем,

$$j(\chi) = \sum_{n \geq 1} \frac{j_n}{2} \sin(n\chi) = \frac{e\Delta}{2\hbar} \sin \frac{\chi}{2} \tanh\left(\frac{\Delta_0 \cos(\chi/2)}{2T}\right). \quad (\text{Б.8})$$

Коэффициенты  $j_n$  в разложении по фурье-гармоникам (Б.8) можно записать в виде

$$j_n = \frac{2eT}{\pi\hbar} \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{2\pi} d\chi \frac{\sin \chi \sin(n\chi)}{\mu_m + \cos \chi}, \quad (\text{Б.9})$$

где  $\mu_m = 2\pi^2 T^2 (2m+1)^2 / \Delta^2 + 1$ . Окончательное соотношение между током  $I$  и разностью фаз  $\varphi$  короткого джозефсоновского СФС-перехода имеет вид

$$I = \sum_n I_n = \sum_n a_n \sin(n\varphi) \frac{\langle \langle \mathbf{n}, \mathbf{n}_F \rangle \cos(n\gamma) \rangle}{\langle \langle \mathbf{n}, \mathbf{n}_F \rangle \rangle}. \quad (\text{Б.10})$$

Угловые скобки обозначают усреднение по различным квазиклассическим траекториям, которые характеризуются углом  $\theta$  и положением начала траектории на поверхности сверхпроводника. Коэффициенты

$$a_n = j_n N = j_n \frac{1}{s_0} \int ds \int d\mathbf{n}_F (\mathbf{n}_F, \mathbf{n})$$

в выражении (Б.10) совпадают с коэффициентами фурье-разложения соотношения  $I_{\text{SNS}}(\varphi)$  для джозефсоновского перехода сверхпроводник – нормальный металл – сверхпроводник с той же геометрией:

$$a_n = \frac{4eT}{\hbar} N(-1)^{n-1} \sum_{m=0}^{\infty} \left( \mu_m - \sqrt{\mu_m^2 - 1} \right)^n, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (\text{Б.11})$$

а фактор  $N$  определяется числом поперечных мод в переходе:

$$N = \frac{1}{s_0} \int ds \int d\mathbf{n}_F (\mathbf{n}_F, \mathbf{n}) \sim \frac{S}{s_0},$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения перехода. Для температур  $T \approx T_c$  коэффициенты (Б.11) определяются следующими простыми соотношениями:

$$a_1 = \frac{eT_c}{8\hbar} N \left( \frac{\Delta}{T_c} \right)^2, \quad a_2 = -\frac{eT_c}{384\hbar} N \left( \frac{\Delta}{T_c} \right)^4, \quad (\text{Б.12})$$

где  $\Delta$  — зависящий от температуры сверхпроводящий параметр порядка в электродах контакта. В случае 3D-структур усреднение имеет вид

$$\frac{\langle \langle \mathbf{n}, \mathbf{n}_F \rangle \cos(n\gamma) \rangle}{\langle \langle \mathbf{n}, \mathbf{n}_F \rangle \rangle} = 2 \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \cos \theta \cos(n\gamma), \quad (\text{Б.13})$$

где  $\cos \theta = (\mathbf{n}, \mathbf{n}_F)$ .

## Список литературы

1. Гинзбург В Л ЖЭТФ **31** 202 (1956); Ginzburg V L *Sov. Phys. JETP* **4** 153 (1957)
2. Blount E I, Varma C M *Phys. Rev. Lett.* **42** 1079 (1979)
3. Ferrel R A, Bhattarachee J K, Bagchi A *Phys. Rev. Lett.* **43** 154 (1979)

4. Matsumoto H, Umezawa H, Tachiki M *Solid State Commun.* **31** 157 (1979)
5. Matthias B T, Suhl H, Corenzwit E *Phys. Rev. Lett.* **1** 92 (1958)
6. Saint-James D, Sarma D, Thomas E J *Type II Superconductivity* (Oxford: Pergamon Press, 1969)
7. Вонсовский С В, Свирский М С *ЖЭТФ* **39** 384 (1960); Vonsovskii S V, Svirskii M S *Sov. Phys. JETP* **12** 272 (1961)
8. Вонсовский С В, Свирский М С *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **28** 418 (1964)
9. Абрикосов А А, Горьков Л П *ЖЭТФ* **39** 1781 (1961); Abrikosov A A, Gor'kov L P *Sov. Phys. JETP* **12** 1243 (1961)
10. Anderson P W, Suhl H *Phys. Rev.* **116** 898 (1959)
11. Вещунов И С и др. *Письма в ЖЭТФ* **105** 87 (2017); Veshchunov I S et al. *JETP Lett.* **105** 98 (2017)
12. Stolyarov V S et al. *Sci. Adv.* **4** (7) eaat1061 (2018)
13. Aoki D, Flouquet J J. *Phys. Soc. Jpn.* **81** 011003 (2012)
14. Flouquet J, Buzdin A *Phys. World* **15** (1) 41 (2002)
15. Вонсовский С В, Свирский М С *ЖЭТФ* **46** 1619 (1964); Vonsovskii S V, Svirskii M S *Sov. Phys. JETP* **19** 1095 (1961)
16. Вонсовский С В, Изюмов Ю А, Курмаев Э З *Сверхпроводимость переходных металлов, их сплавов и соединений* (М.: Наука, 1977); Пер. на англ. яз.: Vonsovsky S V, Izyumov Yu A, Kurmaev E Z *Superconductivity of Transition Metals: Their Alloys and Compounds* (Berlin: Springer-Verlag, 1982)
17. Изюмов Ю А, Кацнельсон М И, Скрябин Ю Н *Магнетизм коллективизированных электронов* (М.: Наука, 1994)
18. Maple M B et al. "Unconventional superconductivity in novel materials", in *The Physics of Superconductors* Vol. 2 (Eds K H Bennemann, J B Ketterson) (Berlin: Springer, 2004) p. 555
19. Carlson E W et al. "Concepts in high temperature superconductivity", in *The Physics of Superconductors* Vol. 2 (Eds K H Bennemann, J B Ketterson) (Berlin: Springer, 2004) p. 275
20. Изюмов Ю А *УФН* **161** (11) 1 (1991); Izyumov Yu A *Sov. Phys. Usp.* **34** 935 (1991)
21. Изюмов Ю А, Плакида Н М, Скрябин Ю Н *УФН* **159** 621 (1989); Izyumov Yu A, Plakida N M, Skryabin Yu N *Sov. Phys. Usp.* **32** 1060 (1989)
22. Бuzдин А И и др. *УФН* **144** 597 (1984); Buzdin A I et al. *Sov. Phys. Usp.* **27** 927 (1984)
23. Бuzдин А И, Булаевский Л Н *УФН* **149** 45 (1986); Buzdin A I, Bulaevskii L N *Sov. Phys. Usp.* **29** 412 (1986)
24. Ферт А *УФН* **178** 1336 (2008); Fert A *Rev. Mod. Phys.* **80** 1517 (2008)
25. Žutić I, Fabian J, Das Sarma S *Rev. Mod. Phys.* **76** 323 (2004)
26. Linder J, Robinson J W A *Nat. Phys.* **11** 307 (2015)
27. Гарифуллин И А *УФН* **176** 676 (2006); Garifullin I A *Phys. Usp.* **49** 652 (2006)
28. Soloviev I I et al. *Beilstein J. Nanotechnol.* **8** 2689 (2017)
29. Lyuksyutov I F, Pokrovsky V L *Adv. Phys.* **54** 67 (2005)
30. Aladyshkin A Yu et al. *Supercond. Sci. Technol.* **22** 053001 (2009)
31. Buzdin A I, Melnikov A S *Phys. Rev. B* **67** 020503 (2003)
32. Aladyshkin A Yu et al. *Phys. Rev. B* **68** 184508 (2003)
33. Werner R et al. *Phys. Rev. B* **84** 020505 (2011)
34. Iavarone M et al. *Nat. Commun.* **5** 4766 (2014)
35. Рязанов В В и др. *Письма в ЖЭТФ* **77** 43 (2003); Ryazanov V V et al. *JETP Lett.* **77** 39 (2003)
36. Ларкин А И, Овчинников Ю Н *ЖЭТФ* **47** 1136 (1964); Larkin A I, Ovchinnikov Y N *Sov. Phys. JETP* **20** 762 (1965)
37. Fulde P, Ferrell R A *Phys. Rev.* **135** A550 (1964)
38. Асламазов Л Г *ЖЭТФ* **55** 1477 (1968); Aslamazov L G *Sov. Phys. JETP* **28** 773 (1969)
39. Buzdin A I *Rev. Mod. Phys.* **77** 935 (2005)
40. Бuzдин А И, Куприянов М Ю *Письма в ЖЭТФ* **52** 1089 (1990); Buzdin A I, Kupriyanov M Yu *JETP Lett.* **52** 487 (1990)
41. Radović Z et al. *Phys. Rev. B* **44** 759 (1991)
42. Khusainov M G, Proshin Yu N *Phys. Rev. B* **56** R14283 (1997)
43. Tagirov L R *Physica C* **307** 145 (1998)
44. Jiang J S et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 314 (1995)
45. Muhge Th et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 1857 (1996)
46. Sidorenko A S et al. *Ann. Physik* **515** 37 (2003)
47. Garifullin I A et al. *Phys. Rev. B* **66** 020505 (2002)
48. Zdravkov V et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 057004 (2006)
49. Zdravkov V I et al. *Phys. Rev. B* **82** 054517 (2010)
50. Булаевский Л Н, Кузий В В, Собянин А А *Письма в ЖЭТФ* **25** 314 (1977); Bulaevskii L N, Kuzii V V, Sobyenin A A *JETP Lett.* **25** 290 (1977)
51. Бuzдин А И, Булаевский Л Н, Панюков С В *Письма в ЖЭТФ* **35** 147 (1982); Buzdin A I, Bulaevskii L N, Panyukov S V *JETP Lett.* **35** 178 (1982)
52. Бuzдин А И, Куприянов М Ю *Письма в ЖЭТФ* **53** 308 (1991); Buzdin A I, Kupriyanov M Yu *JETP Lett.* **53** 321 (1991)
53. Ryazanov V V et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 2427 (2001)
54. Tagirov L R *Phys. Rev. Lett.* **83** 2058 (1999)
55. Buzdin A I, Vedyayev A V, Ryzhanova N V *Europhys. Lett.* **48** 686 (1999)
56. Oh S, Youm D, Beasley M R *Appl. Phys. Lett.* **71** 2376 (1997)
57. Gu J Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 267001 (2002)
58. Potenza A, Marrows C H *Phys. Rev. B* **71** 180503 (2005)
59. Leksin P V et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 057005 (2012)
60. Kontos T et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 304 (2001)
61. Kontos T et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 137007 (2002)
62. Kontos T et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 137001 (2004)
63. Sellier H et al. *Phys. Rev. B* **68** 054531 (2003)
64. Robinson J W A et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 177003 (2006)
65. Golubov A A, Kupriyanov M Y, Il'ichev E *Rev. Mod. Phys.* **76** 411 (2004)
66. Рязанов В В и др. *УФН* **174** 795 (2004); Ryazanov V V et al. *Phys. Usp.* **47** 732 (2004)
67. Feofanov K et al. *Nat. Phys.* **6** 593 (2010)
68. Ioffe L B et al. *Nature* **398** 679 (1999)
69. de Gennes P G *Phys. Lett.* **23** 10 (1966)
70. Singh A et al. *Phys. Rev. X* **5** 021019 (2015)
71. Srivastava A et al. *Phys. Rev. Appl.* **8** 044008 (2017)
72. Kamashev A A et al. *Beilstein J. Nanotechnol.* **9** 1764 (2018)
73. Kamashev A A et al. *Beilstein J. Nanotechnol.* **10** 1458 (2019)
74. de Groot R A et al. *Phys. Rev. Lett.* **50** 2024 (1983)
75. Pickett W E, Moodera J *Phys. Today* **54** (5) 39 (2001)
76. Coey J M D, Venkatesan M *J. Appl. Phys.* **91** 8345 (2002)
77. Katsnelson M I et al. *Rev. Mod. Phys.* **80** 315 (2008)
78. Ирхин В Ю, Кацнельсон М И *УФН* **164** 705 (1994); Irkhin V Yu, Katsnel'son M I *Phys. Usp.* **37** 659 (1994)
79. Eschrig M *Rep. Prog. Phys.* **78** 104501 (2015)
80. Giroud M et al. *Phys. Rev. B* **58** R11872 (1998)
81. Petrashov V T et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 3281 (1999)
82. Sosnin I et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 157002 (2006)
83. Keizer R S et al. *Nature* **439** 825 (2006)
84. Wang J et al. *Nat. Phys.* **6** 389 (2010)
85. Khaire T S et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 137002 (2010)
86. Klose C et al. *Phys. Rev. Lett.* **108** 127002 (2012)
87. Banerjee N et al. *Nat. Commun.* **5** 3048 (2014)
88. Robinson J W A, Witt J D S, Blamire M G *Science* **329** 59 (2010)
89. Robinson J W A et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 207001 (2010)
90. Bergeret F S, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. Lett.* **86** 4096 (2001)
91. Bergeret F S, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. B* **64** 134506 (2001)
92. Kadigrobov A, Shekhter R I, Jonson M *Europhys. Lett.* **54** 394 (2001)
93. Bergeret F S, Volkov A F, Efetov K B *Rev. Mod. Phys.* **77** 1321 (2005)
94. Linder J, Balatsky A V *Rev. Mod. Phys.* **91** 045005 (2019)
95. Рашба Е И *ФТТ* **2** 1224 (1960); Rashba E I *Sov. Phys. Solid State* **2** 1109 (1960)
96. Kitaev A Yu *УФН* **171** (Suppl. 10) 131 (2001); Kitaev A Yu *Phys. Usp.* **44** (10S) 131 (2001)
97. Alicea J *Rep. Prog. Phys.* **75** 076501 (2012)
98. Zutić I, Fabian J, Das Sarma S. *Rev. Mod. Phys.* **76** 323 (2004)
99. Diény B et al. *Phys. Rev. B* **43** 1297 (1991)
100. Moraru I C et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 037004 (2006)
101. Moraru I C et al. *Phys. Rev. B* **74** 220507 (2006)
102. Miao G-X, Ramos A V, Moodera J S *Phys. Rev. Lett.* **101** 137001 (2008)
103. Peca V et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 057002 (2005)
104. Rusanov A Y, Habraken S, Aarts J *Phys. Rev. B* **73** 060505 (2006)
105. Steiner R, Ziemann P *Phys. Rev. B* **74** 094504 (2006)
106. Singh A et al. *Appl. Phys. Lett.* **91** 152504 (2007)
107. Singh A, Surgers C, v Lohneysen H *Phys. Rev. B* **75** 024513 (2007)

108. Leksin P V et al. *Письма в ЖЭТФ* **90** 64 (2009); *JETP Lett.* **90** 59 (2009)
109. Zhu J et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 027004 (2009)
110. Flokstra M, van der Knaap J M, Aarts J *Phys. Rev. B* **82** 184523 (2010)
111. Leksin P V et al. *Appl. Phys. Lett.* **97** 102505 (2010)
112. Leksin P V et al. *Phys. Rev. B* **93** 100502 (2016)
113. Leksin P V et al. *Phys. Rev. Lett.* **106** 067005 (2011)
114. Leksin P V et al. *Phys. Rev. B* **85** 024502 (2012)
115. Fominov Ya V et al. *Письма в ЖЭТФ* **91** 329 (2010); *JETP Lett.* **91** 308 (2010)
116. Zdravkov V I et al. *Phys. Rev. B* **87** 144507 (2013)
117. Wu C-T, Valls O T, Halterman K *Phys. Rev. B* **86** 014523 (2012)
118. Baladie I, Buzdin A *Phys. Rev. B* **67** 014523 (2003)
119. You C-Y et al. *Phys. Rev. B* **70** 014505 (2004)
120. Fominov Ya V, Golubov A A, Kupriyanov M Yu *Письма в ЖЭТФ* **77** 609 (2003); *JETP Lett.* **77** 510 (2003)
121. Bozovic M, Radovic Z *Europhys. Lett.* **70** 513 (2005)
122. Halterman K, Valls O T *Phys. Rev. B* **72** 060514 (2005)
123. Linder J, Zareyan M, Sudbo A *Phys. Rev. B* **79** 064514 (2009)
124. Lofwander T, Champel T, Eschrig M *Phys. Rev. B* **75** 014512 (2007)
125. Cadden-Zimansky P et al. *Phys. Rev. B* **77** 184501 (2008)
126. Buzdin A, Daumens M *Europhys. Lett.* **64** 510 (2003)
127. Tollis S, Daumens M, Buzdin A *Phys. Rev. B* **71** 024510 (2005)
128. Montiel X et al. *Europhys. Lett.* **86** 67002 (2009)
129. Kinsey R J, Burnell G, Blamire M G *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **11** 904 (2001)
130. Westerholt K et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 097003 (2005)
131. Kim D H, Hwang T J. *Phys. C* **455** 58 (2007)
132. Luo Y, Samwer K *Europhys. Lett.* **91** 37003 (2010)
133. Zhu J et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 207002 (2010)
134. Aarts J, Rusanov A Yu *C.R. Phys.* **7** 99 (2006)
135. Banerjee N et al. *Nat. Commun.* **5** 3048 (2014)
136. Jara A J et al. *Phys. Rev. B* **89** 184502 (2014)
137. Flokstra M G et al. *Phys. Rev. B* **91** 060501 (2015)
138. Wang X L et al. *Phys. Rev. B* **89** 140508 (2014)
139. Mironov S V, Buzdin A *Phys. Rev. B* **89** 144505 (2014)
140. Gu Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 067201 (2015)
141. Garifullin I A *Письма в ЖЭТФ* **106** 58 (2017); *JETP Lett.* **106** 57 (2017)
142. Zdravkov V I et al. *Appl. Phys. Lett.* **103** 062603 (2013)
143. Demler E A, Arnold G B, Beasley M R *Phys. Rev. B* **55** 15174 (1997)
144. Oboznov V A et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 197003 (2006)
145. Veretennikov A V et al. *Physica B* **284** 495 (2000)
146. Buzdin A *Phys. Rev. B* **71** 180501 (2005)
147. Houzet M, Vinokur V, Pistoletti V F *Phys. Rev. B* **72** 220506 (2005)
148. Frolov S M et al. *Phys. Rev. B* **74** 020503 (2006)
149. Goldobin E et al. *Phys. Rev. B* **76** 224523 (2007)
150. Golubov A A, Kupriyanov M Yu, Fominov Ya V *Письма в ЖЭТФ* **75** 223 (2002); *JETP Lett.* **75** 190 (2002)
151. Golubov A A, Kupriyanov M Yu, Fominov Ya V *Письма в ЖЭТФ* **75** 709 (2002); *JETP Lett.* **75** 588 (2002)
152. Bakurskiy S V et al. *Phys. Rev. B* **95** 094522 (2017)
153. Ryazanov V V et al. *Phys. Rev. B* **65** 020501 (2001)
154. Guichard W et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 167001 (2003)
155. Frolov S M et al. *Phys. Rev. B* **70** 144505 (2004)
156. Levin K, Mills D L *Phys. Rev. B* **9** 2354 (1974)
157. Houghton R W, Sarachik M P, Kouvel J S *Phys. Rev. Lett.* **25** 238 (1970)
158. Bauer A et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 217001 (2004)
159. Frolov S M et al. *Nat. Phys.* **4** 32 (2008)
160. Orllepp T et al. *Science* **312** 1495 (2006)
161. Feofanov A K et al. *Nat. Phys.* **6** 593 (2010)
162. Blum Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 187004 (2002)
163. Bell C et al. *Phys. Rev. B* **71** 180501 (2005)
164. Shelukhin V et al. *Phys. Rev. B* **73** 174506 (2006)
165. Карминская Т Ю, Куприянов М Ю *Письма в ЖЭТФ* **85** 343 (2007); Karminskaya T Yu, Kupriyanov M Yu *JETP Lett.* **85** 286 (2007)
166. Карминская Т Ю, Куприянов М Ю *Письма в ЖЭТФ* **86** 65 (2007); Karminskaya T Yu, Kupriyanov M Yu *JETP Lett.* **86** 61 (2007)
167. Karminskaya T Yu et al. *Phys. Rev. B* **79** 214509 (2009)
168. Karminskaya T Yu et al. *Phys. Rev. B* **81** 214518 (2010)
169. Golikova T. E. et al. *Phys. Rev. B* **86** 064416 (2012)
170. Heim D M et al. *New J. Phys.* **17** 113022 (2015)
171. Buzdin A *Письма в ЖЭТФ* **78** 1073 (2003); Buzdin A *JETP Lett.* **78** 583 (2003)
172. Faure M et al. *Phys. Rev. B* **73** 064505 (2006)
173. Buzdin A *Phys. Rev. B* **62** 11377 (2000)
174. SanGiorgio P et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 237002 (2008)
175. Boden K M, Pratt W P, Birge N O *Phys. Rev. B* **84** 020510 (2011)
176. Tanaka Y, Kashiwaya S *Physica C* **274** 357 (1997)
177. Barash Yu S, Bobkova I V *Phys. Rev. B* **65** 144502 (2002)
178. Barash Yu S, Bobkova I V, Kopp T *Phys. Rev. B* **66** 140503 (2002)
179. Strambini E et al. *Phys. Rev. Mater.* **1** 054402 (2017)
180. Senapati K et al. *Phys. Rev. B* **83** 014403 (2011)
181. Senapati K, Blamire M G, Barber Z H *Nat. Mater.* **10** 849 (2011)
182. Cascales J P et al. *Appl. Phys. Lett.* **114** 022601 (2019)
183. Alidoust M et al. *Phys. Rev. B* **81** 014512 (2010)
184. Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. B* **81** 144522 (2010)
185. Anwar M S et al. *Appl. Phys. Lett.* **100** 052602 (2012)
186. Klose C et al. *Phys. Rev. Lett.* **108** 127002 (2012)
187. Houzet M, Buzdin A I *Phys. Rev. B* **76** 060504 (2007)
188. Khaire T S et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 137002 (2010)
189. Halasz G B et al. *Phys. Rev. B* **79** 224505 (2009)
190. Sosnin I et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 157002 (2006)
191. Witt J D S, Robinson J W A, Blamire M G *Phys. Rev. B* **85** 184526 (2012)
192. Chiodi F et al. *Europhys. Lett.* **101** 37002 (2013)
193. Di Bernardo A et al. *Nat. Commun.* **6** 8053 (2015)
194. Fominov Ya V, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. B* **75** 104509 (2007)
195. Buzdin A I, Melnikov A S, Pugach N G *Phys. Rev. B* **83** 144515 (2011)
196. Robinson J W A et al. *Sci. Rep.* **2** 106 (2012)
197. Silaev M A *Phys. Rev. B* **79** 184505 (2009)
198. Kalenkov M S, Zaikin A D, Petrashov V T *Phys. Rev. Lett.* **107** 087003 (2011)
199. Eschrig M, Lofwander T *Nat. Phys.* **4** 138 (2008)
200. Diesch S et al. *Nat. Commun.* **9** 5248 (2018)
201. Linder J, Sudbo A *Phys. Rev. B* **76** 134509 (2007)
202. Gingrich E C et al. *Phys. Rev. B* **86** 224506 (2012)
203. Blanter Ya M, Hekking F W J *Phys. Rev. B* **69** 024525 (2004)
204. Pajovic Z et al. *Phys. Rev. B* **74** 184509 (2006)
205. Crouzy B, Tollis S, Ivanov D A *Phys. Rev. B* **75** 054503 (2007)
206. Eschrig M et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 137003 (2003)
207. Grein R et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 227005 (2009)
208. Samokhvalov A V, Buzdin A I, Shekhter R I *Sci. Rep.* **4** 05671 (2014)
209. Khaire T S, Pratt W P (Jr.), Birge N O *Phys. Rev. B* **79** 094523 (2009)
210. Weides M *Appl. Phys. Lett.* **93** 052502 (2008)
211. Болыгинов В В и др. *Письма в ЖЭТФ* **95** 408 (2012); Bol'ginov V V et al. *JETP Lett.* **95** 366 (2012)
212. Bakurskiy S V et al. *Appl. Phys. Lett.* **102** 192603 (2013)
213. Bakurskiy S V et al. *Phys. Rev. B* **88** 144519 (2013)
214. Vernik I V et al. *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **23** 1701208 (2013)
215. Ruppelt N et al. *Appl. Phys. Lett.* **106** 022602 (2015)
216. Golovchanskiy I A et al. *Phys. Rev. B* **94** 214514 (2016)
217. Bakurskiy S V et al. *Appl. Phys. Lett.* **108** 042602 (2016)
218. Klenov N et al. *Beilstein J. Nanotechnol.* **10** 833 (2019)
219. Khasawneh M A, Pratt W P, Birge N O *Phys. Rev. B* **80** 020506 (2009)
220. Зайцев А *Письма в ЖЭТФ* **90** 521 (2009); Zaitsev A *JETP Lett.* **90** 475 (2009)
221. Buzdin A, Koshelev A E *Phys. Rev. B* **67** 220504 (2003)
222. Goldibin E et al. *Phys. Rev. B* **76** 224523 (2007)
223. Buzdin A *Phys. Rev. Lett.* **101** 107005 (2008)
224. Самохвалов А В *ЖЭТФ* **131** 500 (2007); Samokhvalov A V *J. Exp. Theor. Phys.* **104** 451 (2007)
225. Meng Hao, Samokhvalov A V, Buzdin A I *Phys. Rev. B* **99** 024503 (2019)
226. Margaritis I, Paltoglou V, Flytzanis N *J. Phys. Condens. Matter* **22** 445701 (2010)
227. Pal S, Benjamin C *Europhys. Lett.* **126** 57002 (2019)

228. Rabinovich D S, Bobkova I V, Bobkov A M *Phys. Rev. Res.* **1** 033095 (2019)
229. Braude V, Nazarov Y V *Phys. Rev. Lett.* **98** 077003 (2007)
230. Eschrig M et al. *J. Low Temp. Phys.* **147** 457 (2007)
231. Eschrig M et al. *New J. Phys.* **17** 083037 (2015)
232. Bobkova I V, Bobkov A M, Silaev M A *Phys. Rev. B* **96** 094506 (2017).
233. Moor A, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. B* **92** 180506 (2015)
234. Mironov S, Buzdin A *Phys. Rev. B* **92** 184506 (2015)
235. Grein R et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 227005 (2009)
236. Terzioğlu E, Beasley M R *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **8** 48 (1998)
237. Yamashita T et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 097001 (2005)
238. Ustinov A V, Kaplunenko V K *J. Appl. Phys.* **94** 5405 (2003)
239. Tsuei C C, Kirtley J R *Physica C* **367** 1 (2002)
240. Ortlev T et al. *Science* **312** 1495 (2006)
241. Ioffe L B et al. *Nature* **398** 679 (1999)
242. Feofanov K et al. *Nat. Phys.* **6** 593 (2010)
243. Robinson J W A, Samokhvalov A V, Buzdin A I *Phys. Rev. B* **99** 180501 (2019)
244. Strambini E et al. *Nat. Nanotechnol.* **15** 656 (2020)
245. Silaev M A, Tokatly I V, Bergeret F S *Phys. Rev. B* **95** 184508 (2017)
246. Шукринов Ю М *УФН* **192** 345 (2022); Shukrinov Yu M *Phys. Usp.* **65** 317 (2022)
247. Goldobin E et al. *Phys. Rev. Lett.* **107** 227001 (2011)
248. Sickinger H et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 107002 (2012)
249. Mayer W et al. *Nat. Commun.* **11** 212 (2020)
250. Szombati D B et al. *Nat. Phys.* **12** 568 (2016)
251. Assouline A et al. *Nat. Commun.* **10** 126 (2019)
252. Gor'kov L P, Rashba E I *Phys. Rev. Lett.* **87** 037004 (2001)
253. Edelstein V M *Phys. Rev. B* **67** 020505 (2003)
254. Dolcini F, Houzet M, Meyer J S *Phys. Rev. B* **92** 035428 (2015)
255. Yokoyama T, Eto M, Nazarov Yu V *Phys. Rev. B* **89** 195407 (2014)
256. Ying Z-J et al., in *2017 16th Intern. Superconductive Electronics Conf. (ISEC)* (Piscataway, NJ: IEEE, 2017) <https://doi.org/10.1109/ISEC.2017.8314198>; arXiv:1803.07900
257. Spänslätt C *Phys. Rev. B* **98** 054508 (2018)
258. Kutlin A G, Mel'nikov A S *Phys. Rev. B* **101** 045418 (2020)
259. Kopasov A A, Kutlin A G, Mel'nikov A S *Phys. Rev. B* **103** 144520 (2021)
260. Самохвалов А В и др. *Письма в ЖЭТФ* **113** 38 (2021); Samokhvalov A V et al. *JETP Lett.* **113** 34 (2021)
261. Ando F et al. *Nature* **584** 373 (2020)
262. Proshin Yu N, Avdeev M V *Phys. Rev. B* **97** 100502 (2018)
263. Mel'nikov A S et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 237006 (2012)
264. Bergeret F S, Tokatly I V *Phys. Rev. Lett.* **110** 117003 (2013)
265. Самохвалов А В, Мельников А С, Буздин А И *УФН* **186** 640 (2016); Samokhvalov A V, Mel'nikov A S, Buzdin A I *Phys. Usp.* **59** 571 (2016)
266. Trifunovic L *Phys. Rev. Lett.* **107** 047001 (2011)
267. Trifunovic L, Popović Z, Radović Z *Phys. Rev. B* **84** 064511 (2011)
268. Андреев А Ф *ЖЭТФ* **46** 1823 (1964); Andreev A F *Sov. Phys. JETP* **19** 1228 (1964)
269. Blonder G E, Tinkham M, Klapwijk T M *Phys. Rev. B* **25** 4515 (1982)
270. Pannetier B, Courtois H J *J. Low Temp. Phys.* **118** 599 (2000)
271. de Jong M J M, Beenakker C W J *Phys. Rev. Lett.* **74** 1657 (1995)
272. Mel'nikov A S, Buzdin A I *Phys. Rev. Lett.* **117** 077001 (2016)
273. Bulaevskii L N, Rusinov A I, Kulic M J *J. Low Temp. Phys.* **39** 255 (1980)
274. Ivanov D A, Fominov Ya V *Phys. Rev. B* **73** 214524 (2006)
275. Champel T, Eschrig M *Phys. Rev. B* **71** 220506 (2005)
276. Eschrig M, Lofwander T *Nat. Phys.* **4** 138 (2008)
277. Usman I T M et al. *Phys. Rev. B* **83** 144518 (2011)
278. Chtchelkatchev N M, Burmistrov I S *Phys. Rev. B* **68** 140501 (2003)
279. Knežević M, Trifunovic L, Radović Z *Phys. Rev. B* **85** 094517 (2012)
280. Pajovic Z et al. *Phys. Rev. B* **74** 184509 (2006)
281. Mel'nikov A S et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 237006 (2012)
282. Konschelle F, Cayssol J, Buzdin A I *Phys. Rev. B* **78** 134505 (2008)
283. Bulaevskii L N, Buzdin A I, Panyukov S V *Solid State Commun.* **44** 539 (1982)
284. Cottet A *Phys. Rev. Lett.* **107** 177001 (2011)
285. Annunziata G et al. *Phys. Rev. B* **83** 060508 (2011)
286. Yokoyama T, Tanaka Y, Golubov A A *Phys. Rev. B* **75** 134510 (2007)
287. Yokoyama T, Tserkovnyak Y *Phys. Rev. B* **80** 104416 (2009)
288. Trifunovic L, Radovic Z *Phys. Rev. B* **82** 020505 (2010)
289. Alidoust M, Linder J *Phys. Rev. B* **82** 224504 (2010)
290. Duckheim M, Brouwer P W *Phys. Rev. B* **83** 054513 (2011)
291. Volkov A F, Fominov Ya V, Efetov K B *Phys. Rev. B* **72** 184504 (2005)
292. Champel T, Eschrig M, Löfwander T *Phys. Rev. Lett.* **100** 077003 (2008)
293. Khaire T S et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 137002 (2010)
294. Robinson J W A, Witt J D S, Blamire M G *Science* **329** 59 (2010)
295. Volkov A F, Bergeret F S, Efetov K B *Phys. Rev. Lett.* **90** 117006 (2003)
296. Volkov A F et al. *Phys. Rev. B* **78** 024519 (2008)
297. Blanter Ya M, Hekking F W J *Phys. Rev. B* **69** 024525 (2004)
298. Pajović Z et al. *Phys. Rev. B* **74** 184509 (2006)
299. Crouzy B, Tollis S, Ivanov D A *Phys. Rev. B* **76** 134502 (2007)
300. Hubert A, Schäfer R *Magnetic Domains: the Analysis of Magnetic Microstructures* (Berlin: Springer, 2000)
301. Mineev V P, Sigrist M, in *Non-Centrosymmetric Superconductors* (Lecture Notes in Physics, Vol. 847, Eds E Bauer, M Sigrist) (Berlin: Springer, 2012) p. 129
302. Smidman M et al. *Rep. Prog. Phys.* **80** 036501 (2017)
303. Edelstein V M *Письма в ЖЭТФ* **77** 212 (2003); *JETP Lett.* **77** 182 (2003)
304. Annunziata G, Manske D, Linder J *Phys. Rev. B* **86** 174514 (2012)
305. Эдельштейн В М *ЖЭТФ* **95** 2151 (1989); Edelstein V M *Sov. Phys. JETP* **68** 1244 (1989)
306. Mineev V P, Самохин К В *ЖЭТФ* **105** 747 (1994); Mineev V P, Samokhin K V *J. Exp. Theor. Phys.* **78** 401 (1994)
307. Barzykin V, Gor'kov L P *Phys. Rev. Lett.* **89** 227002 (2002)
308. Samokhin K V *Phys. Rev. B* **70** 104521 (2004)
309. Kaur R P, Agterberg D F, Sigrist M *Phys. Rev. Lett.* **94** 137002 (2005)
310. Dimitrova O, Feigel'man M V *Phys. Rev. B* **76** 014522 (2007)
311. Konschelle F, Buzdin A *Phys. Rev. Lett.* **102** 017001 (2009)
312. Krive I V et al. *Low Temp. Phys.* **30** 398 (2004)
313. Szombati D B et al. *Nat. Phys.* **12** 568 (2016)
314. Konschelle F, Bergeret F S, Tokatly I V *Phys. Rev. Lett.* **116** 237002 (2016)
315. Konschelle F, Tokatly I V, Bergeret F S *Phys. Rev. B* **94** 014515 (2016)
316. Bergeret F S, Tokatly I V *Europhys. Lett.* **110** 57005 (2015)
317. Reynoso A A et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 107001 (2008)
318. Silaev M A, Bobkova I V, Bobkov A M *Phys. Rev. B* **102** 100507 (2020)
319. Kadigrobov A et al. *Europhys. Lett.* **67** 948 (2004)
320. Proshin Yu N, Avdeev M V *J. Magn. Magn. Mater.* **459** 359 (2018)
321. Bergeret F S, Tokatly I V *Phys. Rev. B* **89** 134517 (2014)
322. Konschelle F, Tokatly I V, Bergeret F S *Phys. Rev. B* **92** 125443 (2015).
323. Tokatly I V *Phys. Rev. B* **96** 060502 (2017)
324. Burkov A A, Nunez A S, MacDonald A H *Phys. Rev. B* **70** 155308 (2004)
325. Shen K, Raimondi R, Vignale G *Phys. Rev. B* **90** 245302 (2014)
326. Raimondi R et al. *Ann. Phys.* **524** 153 (2012)
327. Альтшулер Б Л, Спивак В З *ЖЭТФ* **92** 609 (1987); Altshuler B L, Spivak B Z *Sov. Phys. JETP* **65** 343 (1987)
328. Zyuzin A Yu, Spivak B, Hruska M *Europhys. Lett.* **62** 97 (2003)
329. Asano Y et al. *Phys. Rev. B* **76** 224525 (2007)
330. Ioselevich P A, Ostrovsky P M, Fominov Ya V *Phys. Rev. B* **98** 144521 (2018)
331. Houzet M, Meyer J S *Phys. Rev. B* **80** 012505 (2009)
332. Mironov S, Mel'nikov A, Buzdin A *Phys. Rev. Lett.* **109** 237002 (2012)
333. Asano Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **107** 087001 (2011)
334. Yokoyama T, Tanaka Y, Nagaosa N *Phys. Rev. Lett.* **106** 246601 (2011)
335. Bernardo A Di et al. *Phys. Rev. X* **5** 041021 (2015)
336. Flokstra M G et al. *Nat. Phys.* **12** 57 (2016)
337. Flokstra M G et al. *Phys. Rev. Lett.* **120** 247001 (2018)
338. Stahn J et al. *Phys. Rev. B* **71** 140509 (2005)

339. Khaydukov Yu N et al. *Письма в ЖЭТФ* **98** 116 (2013); *JETP Lett.* **98** 107 (2013)
340. Nagy B et al. *Europhys. Lett.* **116** 17005 (2016)
341. Овсянников Г А и др. *ЖЭТФ* **149** 852 (2016); Ovsyannikov G A et al. *J. Exp. Theor. Phys.* **122** 738 (2016)
342. Lemberger T R et al. *J. Appl. Phys.* **103** 07C701 (2008)
343. Hinton M J et al. *Phys. Rev. B* **94** 014518 (2016)
344. Claassen J H, Reeves M E, Soulen R J *Rev. Sci. Instrum.* **62** 996 (1991)
345. Turneare S J, Ulm E R, Lemberger T R *J. Appl. Phys.* **79** 4221 (1996)
346. Turneare S J, Pesetski A, Lemberger T R *J. Appl. Phys.* **83** 4334 (1998)
347. Kamlapure A et al. *Appl. Phys. Lett.* **96** 072509 (2010)
348. Изюмов Ю А, Прошин Ю Н, Хусаннов М Г *УФН* **172** 113 (2002); Izyumov Yu A, Proshin Yu N, Khusainov M G *Phys. Usp.* **45** 109 (2002)
349. Буздин А И, Вуйичич Б, Куприянов М Ю *ЖЭТФ* **101** 231 (1992); Buzdin A I, Bujicic B, Kupriyanov M Yu *Sov. Phys. JETP* **74** 124 (1992)
350. Buzdin A I, Kupriyanov M Yu, Vujčić B *Physica C* **185–189** 2025 (1991)
351. Tollis S *Phys. Rev. B* **69** 104532 (2004)
352. Sellier H et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 257005 (2004)
353. Barsic P H, Valls O T, Halterman K *Phys. Rev. B* **73** 144514 (2006)
354. Barsic P H, Valls O T, Halterman K *Phys. Rev. B* **75** 104502 (2007)
355. Zaikin A D *Solid State Commun.* **41** 533 (1982)
356. Visani P, Mota A C, Pollini A *Phys. Rev. Lett.* **65** 1514 (1990)
357. Muller-Allinger F B, Mota A C *Phys. Rev. Lett.* **84** 3161 (2000)
358. Pompeo N et al. *Phys. Rev. B* **90** 064510 (2014)
359. Loria R et al. *Phys. Rev. B* **92** 184106 (2015)
360. Трунин М Р *Письма в ЖЭТФ* **72** 845 (2000); Trunin M R *JETP Lett.* **72** 583 (2000)
361. Трунин М Р *УФН* **175** 1017 (2005); Trunin M R *Phys. Usp.* **48** 979 (2005)
362. Samokhvalov A V, Buzdin A I *Phys. Rev. B* **92** 054511 (2015)
363. Вдовичев С Н и др. *Письма в ЖЭТФ* **104** 336 (2016); Vdovichev S N et al. *JETP Lett.* **104** 329 (2016)
364. Pestov E E et al. *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **11** 131 (2001)
365. Baryshev S V et al. *Phys. Rev. B* **76** 054520 (2007)
366. Marychev P M, Vodolazov D Yu *Phys. Rev. B* **98** 214510 (2018)
367. Aladyshkin A Yu *Supercond. Sci. Technol.* **22** 053001 (2009)
368. Krivoruchko V N, Koshina E A *Phys. Rev. B* **66** 014521 (2002)
369. Bergeret F S, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. B* **69** 174504 (2004)
370. Bergeret F S, Yeyati A L, Matín-Rodero A *Phys. Rev. B* **72** 064524 (2005)
371. Löfwander T et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 187003 (2005)
372. Faure M, Buzdin A, Gusakova D *Physica C* **454** 61 (2007)
373. Mironov S, Mel'nikov A S, Buzdin A *Appl. Phys. Lett.* **113** 022601 (2018)
374. Devizorova Zh et al. *Phys. Rev. B* **99** 104519 (2019)
375. Миронов С В и др. *Письма в ЖЭТФ* **113** 102 (2021); Mironov S V et al. *JETP Lett.* **113** 92 (2021)
376. Bergeret F S, García N *Phys. Rev. B* **70** 052507 (2004)
377. Kharitonov M Yu, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. B* **73** 054511 (2006)
378. Volkov A F, Bergeret F S, Efetov K B *Phys. Rev. B* **99** 144506 (2019)
379. Salikhov R I et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 087003 (2009)
380. Xia J et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 087004 (2009)
381. Nagy B et al. *Europhys. Lett.* **116** 17005 (2016)
382. Khaydukov Yu N et al. *Phys. Rev. B* **99** 140503 (2019)
383. Stewart R et al. *Phys. Rev. B* **100** 020505 (2019)
384. Flokstra M G et al. *Appl. Phys. Lett.* **115** 072602 (2019)
385. Hoppler J et al. *Nat. Mater.* **8** 315 (2009)
386. Mironov S V et al. *Phys. Rev. Lett.* **121** 077002 (2018)
387. Фоминов Я В, Куприянов М Ю, Фейгельман М В *УФН* **173** 113 (2003); Fominov Ya V, Kupriyanov M Yu, Feigel'man M V *Phys. Usp.* **46** 105 (2003)
388. Buzdin A I, Kachkachi H *Phys. Lett. A* **225** 341 (1997)
389. Plastovets V D, Vodolazov D Yu *Phys. Rev. B* **101** 184513 (2020)
390. Coniglio W A et al. *Phys. Rev. B* **83** 224507 (2011)
391. Uji S et al. *Phys. Rev. B* **85** 174530 (2012)
392. Lortz R et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 187002 (2007)
393. Bergk B et al. *Phys. Rev. B* **83** 064506 (2011)
394. Wright J A et al. *Phys. Rev. Lett.* **107** 087002 (2011)
395. Mayaffre H et al. *Nat. Phys.* **10** 928 (2014)
396. Agosta C C et al. *Phys. Rev. B* **85** 214514 (2012)
397. Beyer R et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 027003 (2012)
398. Koutroulakis G et al. *Phys. Rev. Lett.* **116** 067003 (2016)
399. Matsuda Y, Shimahara H *J. Phys. Soc. Jpn.* **76** 051005 (2007)
400. Samokhvalov A V, Mel'nikov A S, Buzdin A I *Phys. Rev. B* **76** 184519 (2007)
401. Samokhvalov A V et al. *Phys. Rev. B* **79** 174502 (2009)
402. Самохвалов А В *ЖЭТФ* **152** 350 (2017); Samokhvalov A V *J. Exp. Theor. Phys.* **125** 298 (2017)
403. Samokhvalov A V, Robinson J W A, Buzdin A I *Phys. Rev. B* **100** 014509 (2019)
404. Moor A, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. B* **80** 054516 (2009)
405. Bobkova I V, Bobkov A M *Phys. Rev. B* **88** 174502 (2013)
406. Lutchyn R M, Sau J D, Das Sarma S *Phys. Rev. Lett.* **105** 077001 (2010)
407. Oreg Y, Refael G, von Oppen F *Phys. Rev. Lett.* **105** 177002 (2010)
408. Alicea J *Phys. Rev. B* **81** 125318 (2010)
409. Jacobsen S H, Kulagina I, Linder J *Sci. Rep.* **6** 23926 (2016)
410. Mironov S, Buzdin A *Phys. Rev. Lett.* **118** 077001 (2017)
411. Rabinovich D S et al. *Phys. Rev. B* **99** 180501 (2019)
412. de Groot R A et al. *Phys. Rev. Lett.* **50** 2024 (1983)
413. Lewis S P, Allen P B, Sasaki T *Phys. Rev. B* **55** 10253 (1997)
414. Kobayashi K-I et al. *Nature* **395** 677 (1998)
415. Agterberg D F, in *Non-Centrosymmetric Superconductors* (Lecture Notes in Physics, Vol. 847, Eds E Bauer, M Sigrist) (Berlin: Springer, 2012) p. 155
416. Samokhin K V *Phys. Rev. B* **89** 094503 (2014)
417. Edelstein V M *Phys. Rev. Lett.* **75** 2004 (1995)
418. Fogelstrom M, Rainer D, Sauls J A *Phys. Rev. Lett.* **79** 281 (1997)
419. Vorontsov A B *Phys. Rev. Lett.* **102** 177001 (2009)
420. Hakansson M, Lofwander T, Fogelstrom M *Nat. Phys.* **11** 755 (2015)
421. Barash Yu S, Kalenkov M S, Kurkijarvi J *Phys. Rev. B* **62** 6665 (2000)
422. Higashitani S *J. Phys. Soc. Jpn.* **66** 2556 (1997)
423. Honerkamp C, Wakabayashi K, Sigrist M *Europhys. Lett.* **50** 368 (2000)
424. Fauchere A L, Belzig W, Blatter G *Phys. Rev. Lett.* **82** 3336 (1999)
425. Bobkova I V, Barash Yu S *Письма в ЖЭТФ* **80** 563 (2004); *JETP Lett.* **80** 494 (2004)
426. Matsumoto M, Sigrist M *J. Phys. Soc. Jpn.* **68** 994 (1999)
427. Stone M, Roy R *Phys. Rev. B* **69** 184511 (2004)
428. Kwon H-J, Yakovenko V M, Sengupta K *Synth. Met.* **133–134** 27 (2003)
429. Devizorova Zh et al. *Phys. Rev. B* **103** 064504 (2021)
430. Pershoguba S S et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 116602 (2015)
431. Mal'shukov A G *Phys. Rev. B* **93** 054511 (2016); *Phys. Rev. B* **95** 064517 (2017)
432. Olde Olthof L A B et al. *Phys. Rev. B* **100** 220505 (2019)
433. Baumard J et al. *Phys. Rev. B* **99** 014511 (2019)
434. Edelstein V M *J. Phys. Condens. Matter* **8** 339 (1996)
435. Pal A, Blamire M G *Phys. Rev. B* **92** 180510 (2015)
436. Pal A et al. *Nat. Commun.* **5** 3340 (2014)
437. Zhu Y et al. *Nat. Mater.* **16** 195 (2017)
438. Little W A, Parks R D *Phys. Rev. Lett.* **9** 9 (1962)
439. Little W A, Parks R D *Phys. Rev.* **133** A97 (1964)
440. Galanakis I, Dederichs P H (Eds) *Half-Metallic Alloys: Fundamentals and Applications* (Berlin: Springer, 2005)
441. Castelliz L *Monatshefte Chemie* **82** 1059 (1951)
442. Buschow K H J, van Engen P G, Jongebreur R *J. Magn. Magn. Mater.* **38** 1 (1983)
443. Ebert H *Rep. Prog. Phys.* **59** 1665 (1996)
444. van Engen P G et al. *Appl. Phys. Lett.* **42** 202 (1983)
445. Hanssen K E H M et al. *Phys. Rev. B* **42** 1533 (1990)
446. Park J H et al. *Nature* **392** 794 (1998)
447. Soulen R J (Jr.) et al. *Science* **282** 85 (1998)
448. Ji Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 5585 (2001)
449. Mazin I I *Phys. Rev. Lett.* **83** 1427 (1999)
450. Li X W, Gupta A, Xiao G *Appl. Phys. Lett.* **75** 713 (1999)
451. DeSisto W J et al. *Appl. Phys. Lett.* **76** 3789 (2000)

452. Anwar M S et al. *Phys. Rev. B* **82** 100501 (2010)
453. Egilmez M et al. *Europhys. Lett.* **106** 37003 (2014)
454. Sefrioui Z et al. *Phys. Rev. B* **67** 214511 (2003)
455. Pena V et al. *Phys. Rev. B* **69** 224502 (2004)
456. Visani C et al. *Nat. Phys.* **8** 539 (2012)
457. Kalcheim Y et al. *Phys. Rev. B* **89** 180506 (2014)
458. Visani C et al. *Phys. Rev. B* **92** 014519 (2015)
459. Salafranca J et al. *Phys. Rev. Lett.* **112** 196802 (2014)
460. Salafranca J, Okamoto S *Phys. Rev. Lett.* **105** 256804 (2010)
461. Chakhalian J et al. *Nat. Phys.* **2** 244 (2006)
462. Komori S et al. *Sci. Adv.* **7** eabe0128 (2021)
463. Linder J, Cuoco M, Sudbo A *Phys. Rev. B* **81** 174526 (2010)
464. Enoksen H, Linder J, Sudbo A *Phys. Rev. B* **85** 014512 (2012)
465. Zheng Z M, Xing D Y *J. Phys. Condens. Matter* **21** 385703 (2009)
466. Feng C D et al. *Phys. Rev. B* **81** 224510 (2010)
467. Asano Y, Tanaka Y, Golubov A A *Phys. Rev. Lett.* **98** 107002 (2007)
468. Sawa Y, Tanaka Y, Asano Y *J. Phys. Chem. Solids* **69** 3247 (2008)
469. Beri B et al. *Phys. Rev. B* **79** 024517 (2009)
470. Grein R et al. *Phys. Rev. B* **81** 094508 (2010)
471. Kupferschmidt J N, Brouwer P W *Phys. Rev. B* **83** 014512 (2011)
472. Wilken F B, Brouwer P W *Phys. Rev. B* **85** 134531 (2012)
473. Куприянов М Ю, Лукичев В Ф *ЖЭТФ* **94** (6) 139 (1988);  
Kupriyanov M Y, Lukichev V F *Sov. Phys. JETP* **67** 1163 (1988)
474. Tokuyasu T, Sauls J A, Rainer D *Phys. Rev. B* **38** 8823 (1988)
475. Cottet A et al. *Phys. Rev. B* **80** 184511 (2009)
476. Bergeret F S, Verso A, Volkov A F *Phys. Rev. B* **86** 060506 (2012)
477. Bergeret F S, Verso A, Volkov A F *Phys. Rev. B* **86** 214516 (2012)
478. Takahashi S et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 057003 (2007)
479. Bergeret F S, Verso A, Volkov A F *Phys. Rev. B* **86** 214516 (2012)
480. Зайцев А В *Письма в ЖЭТФ* **108** 206 (2018); Zaitsev A V *JETP Lett.* **108** 205 (2018)
481. Devizorova Zh, Mironov S *Phys. Rev. B* **95** 144514 (2017)
482. Baladie I, Buzdin A *Phys. Rev. B* **64** 224514 (2001)
483. Bergeret F S, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. B* **65** 134505 (2002)
484. Alidoust M, Halterman K, Valls O T *Phys. Rev. B* **92** 014508 (2015)
485. Voltan S, Singh A, Aarts J *Phys. Rev. B* **94** 054503 (2016)
486. Halterman K, Alidoust M *Phys. Rev. B* **94** 064503 (2016)
487. Ouassou J A et al. *Sci. Rep.* **7** 1932 (2017)
488. Richard C, Houzet M, Meyer J S *Phys. Rev. Lett.* **109** 057002 (2012)
489. Trif M, Tserkovnyak Y *Phys. Rev. Lett.* **111** 087602 (2013)
490. Shukrinov Yu M, Rahmonov I R, Sengupta K *Phys. Rev. B* **99** 224513 (2019)
491. Silaev M A *Phys. Rev. B* **102** 180502 (2020)
492. Silaev M A *Phys. Rev. B* **102** 144521 (2020)
493. Rabinovich D S et al. *Phys. Rev. Lett.* **123** 207001 (2019)
494. Golovchanskiy I A et al. *Adv. Sci.* **6** 1900435 (2019)
495. Jeon K-R et al. *Phys. Rev. Appl.* **11** 014061 (2019)
496. Golovchanskiy I A et al. *Phys. Rev. Appl.* **14** 024086 (2020)
497. Golovchanskiy I A et al. *Sci. Adv.* **7** eabe8638 (2021)
498. Bergeret F S et al. *Rev. Mod. Phys.* **90** 041001 (2018)
499. Боголюбов Н И *ДАН СССР* **119** 224 (1958)
500. Свидзинский А В *Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости* (М.: Наука, 1982)
501. Kopnin N B *Theory of Nonequilibrium Superconductivity* (New York: Oxford Univ. Press, 2001)
502. de Gennes P *Superconductivity of Metals and Alloys* (New York: W.A. Benjamin, 1966); Пер. на русск. яз.: де Жен П *Сверхпроводимость металлов и сплавов* (М.: Мир, 1968)
503. Eilenberger G Z. *Phys.* **214** 195 (1968)
504. Usadel K D *Phys. Rev. Lett.* **25** 507 (1970)
505. Зайцев А В *ЖЭТФ* **86** 1742 (1984); Zaitsev A V *Sov. Phys. JETP* **59** 1015 (1984)
506. Beenakker C W J, van Houten H *Phys. Rev. Lett.* **66** 3056 (1991)
507. Beenakker C W J *Phys. Rev. Lett.* **67** 3836 (1991)

### Superconducting spintronics: state of the art and prospects

A.S. Mel'nikov<sup>(1,2,a)</sup>, S.V. Mironov<sup>(1)</sup>, A.V. Samokhvalov<sup>(1,2,b)</sup>, A.I. Buzdin<sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> Institute for Physics of Microstructures, Russian Academy of Sciences, 603950 Nizhny Novgorod, GSP-105, Russian Federation

<sup>(2)</sup> National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, prosp. Gagarina 23, 603950 Nizhny Novgorod, Russian Federation

<sup>(3)</sup> Université de Bordeaux, LOMA UMR-CNRS 5798, F-33405 Talence Cedex, France

E-mail: <sup>(a)</sup> melnikov@ipmras.ru, <sup>(b)</sup> samokh@ipmras.ru

Significant progress has been achieved recently in a new field of low-temperature electronics, the physics of superconducting hybrid systems based on superconductors (Ss) and ferromagnets (Fs), which is known as superconducting spintronics. We present theoretical and experimental results on studies of the proximity effect with a ferromagnet, which forms an unusual superconducting state in the vicinity of the S/F interface and allows controlling dissipationless charge and spin transport in hybrid structures by changing the texture and properties of the magnetic subsystem. Particular attention is devoted to the properties of the generation of spin-triplet Cooper pairs at the S/F interface that ensure the most efficient interplay between superconductivity and ferromagnetism, including in systems with full spin-polarization of bands (semimetals) and considerable spin-orbit coupling. Problems with the electrodynamics of S/F structures, which have not been covered by previous reviews on superconducting spintronics, are discussed in detail, including the features of the formation of inhomogeneous superconducting and magnetic states due to spin-orbit coupling, long-range triplet correlations in ferromagnets, the electrodynamic proximity effect, and Larkin-Ovchinnikov-Fulde-Ferrell-type instability with a modulation vector in the plane of S/F structure layers. We also discuss the current state of experimental work and promising theoretical concepts and problems relevant to the further development of superconducting spintronics.

**Keywords:** proximity effect, electromagnetic response, singlet and triplet superconducting correlations, hybrid superconductor-ferromagnet structures, spin-orbit coupling

PACS numbers: **74.20.** – z, **74.78.** – w, **85.25.** – j

Bibliography — 507 references

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **192** (12) 1339–1384 (2022)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.07.039020>

Received 4 June 2021, revised 7 July 2021

*Physics – Uspekhi* **65** (12) (2022)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2021.07.039020>