

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Теория оптически детектируемых спиновых флуктуаций
в наносистемах

Д.С. Смирнов, В.Н. Манцевич, М.М. Глазов

Представлен обзор работ в области теории спиновых флуктуаций в низкоразмерных структурах и объёмных полупроводниках. Детектирование спинового шума обычно проводится оптическими методами при помощи непрерывного измерения угла поворота плоскости поляризации зондирующего луча, проходящего через образец. Спектры спиновых флуктуаций содержат богатую информацию о спиновых свойствах изучаемой системы, таких как g-факторы носителей заряда, времена спиновой релаксации, параметры сверхтонкого взаимодействия, константы спин-орбитального взаимодействия, частоты оптических резонансов и их ширины. Изложены основные модели спиновых флуктуаций и подходы к расчёту спиновых шумов, дано описание ряда экспериментов, обсуждается связь с квантовыми сильными и слабыми измерениями, с комбинационным рассеянием света с переворотом спина, а также анализируются схожие эффекты, в частности, проявления флуктуаций тока, заряда и долиной поляризации в оптическом отклике. Обозначены возможные направления дальнейшего развития спектроскопии спинового шума.

Ключевые слова: спиновые флуктуации, спиновые корреляционные функции, наносистемы, квантовые точки, нанопроволоки, квантовые ямы, спиновый эффект Фарадея, сверхтонкое взаимодействие, обменное взаимодействие, спин-орбитальное взаимодействие

PACS numbers: 72.70.+m, 78.67.-n

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.10.038861>

Содержание

1. Введение (973).
2. Методы расчёта спектров спиновых флуктуаций (974).
 - 2.1. Методы теории флуктуаций. 2.2. Соотношения Онзагера.
 - 2.3. Связь спектроскопии спиновых шумов с эффектом комбинационного рассеяния света.
3. Нульмерные системы (976).
 - 3.1. Модель центрального спина. 3.2. Роль обменного взаимодействия. 3.3. Роль прыжков. 3.4. Роль квантово-механического туннелирования. 3.5. Спиновые шумы в неравновесных условиях.
4. Спиновые цепочки (984).

5. Двумерные системы (986).
6. Спиновые корреляторы высоких порядков (990).
7. Возможности спектроскопии спиновых флуктуаций (993).
8. Заключение (996).
- Список литературы (997).

1. Введение

Исследования спиновых явлений с начала XXI в. сформировали широкое и бурно развивающееся направление в физике твёрдого тела. Такое стремительное развитие связано, с одной стороны, с перспективами реализации квантовых методов обработки информации, а с другой, — с новой фундаментальной физикой спиновых явлений, проявляющейся именно в конденсированных средах. Обычно динамика ансамблей электронных и ядерных спинов в полупроводниках исследуется путём изучения отклика спиновой системы на внешние воздействия, главным образом на переменные электрические и магнитные поля. Возбуждая спиновую поляризацию, например, циркулярно поляризованным светом, можно детектировать спиновую прецессию во внешних полях и релаксацию спина по поляризации излучаемого света или по спиновым эффектам Фарадея или Керра, т.е. по вращению плоскости поляризации зондирующего луча, прошедшего через спин-поляризованную среду или отражённого от неё.

Естественным образом возникает вопрос о том, что можно узнать о динамике спинов, исследуя фарадеевское

Д.С. Смирнов^(1,3,a), В.Н. Манцевич^(2,b), М.М. Глазов^(1,c)

⁽¹⁾ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, ул. Политехническая 26, 194021 Санкт-Петербург, Российская Федерация

⁽²⁾ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы, 119991 Москва, Российская Федерация

⁽³⁾ Исследовательская лаборатория оптики спина им. И.Н. Уралцева, Санкт-Петербургский государственный университет, ул. Ульяновская 1, 198504 Санкт-Петербург, Российская Федерация

E-mail: ^(a) smirnov@mail.ioffe.ru, ^(b) vmantsev@gmail.com, ^(c) glazov@coherent.ioffe.ru

Статья поступила 6 июля 2020 г.

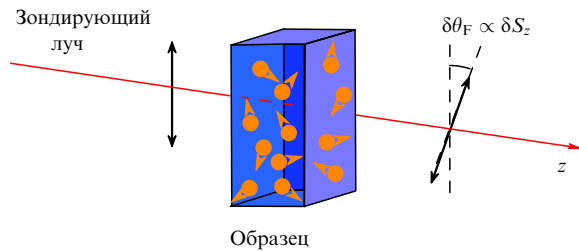


Рис. 1. Иллюстрация детектирования спиновых флуктуаций: z — направление распространения линейно поляризованного света, двойные стрелки показывают ориентацию линейной поляризации луча до и после прохождения среды с флуктуирующими спинами.

или керровское вращение, без всякого возбуждения системы. Неизбежные флуктуации электронных спинов, $\delta S_z(t)$, (рис. 1) приводят к случайному вкладу в угол фарадеевского вращения:

$$\delta\theta_F(t) \propto \delta S_z(t). \quad (1)$$

Здесь z — ось распространения света; считаем, что эффектами запаздывания при прохождении зондирующего луча через среду можно пренебречь. По определению, в среднем спиновые флуктуации отсутствуют, $\langle \delta S_z(t) \rangle = 0$. Здесь угловые скобки обозначают усреднение по времени, а именно

$$\langle \delta S_z(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \delta S_z(t) dt, \quad \alpha = x, y, z, \quad (2)$$

где T — макроскопическое время, значительно превосходящее период прецессии спина во внешних полях, время спиновой декогерентности и релаксации и т.п. Спиновые флуктуации — спиновый шум — характеризуются корреляционными функциями. Основным интерес представляют корреляционные функции второго порядка в стационарных условиях [1], которые определяются следующим образом:

$$C_{\alpha\beta}(\tau) = \langle \delta S_\alpha(t + \tau) \delta S_\beta(t) \rangle. \quad (3)$$

Согласно общей теории флуктуаций [2, 3] в выражении (3) усреднение осуществляется по времени t при фиксированной разности аргументов τ . Уравнение (3) предполагает, что величина $\delta S_\alpha(t)$ классическая. В общем случае требуется симметризация квантово-механических операторов [2]:

$$C_{\alpha\beta}(\tau) = \langle \{ \delta \hat{S}_\alpha(t + \tau) \delta \hat{S}_\beta(t) \}_s \rangle, \quad (4)$$

где $\{ \hat{A} \hat{B} \}_s = (\hat{A} \hat{B} + \hat{B} \hat{A})/2$, а оператор спиновой флуктуации $\delta \hat{S}_\alpha = \hat{S}_\alpha - \langle \hat{S}_\alpha \rangle$, здесь угловые скобки обозначают квантово-статистическое усреднение.

Автокорреляционная функция углов вращения Фарадея $\langle \delta\theta_F(t + \tau) \delta\theta_F(t) \rangle$ в силу (1) прямо пропорциональна автокорреляционной функции $C_{zz}(\tau)$. Тем самым, наблюдая флуктуации сигналов фарадеевского и керровского вращения (а также эллиптичности), можно непосредственно измерять спиновую корреляционную функцию. Последняя несёт существенную информацию о спиновой динамике. В условиях термодинамического равновесия функции $C_{\alpha\beta}(\tau)$ связаны посредством флуктуационно-

диссипационной теоремы со спиновой восприимчивостью системы. Детектирование спиновых флуктуаций и соответственно спиновой восприимчивости в шумах фарадеевского вращения было осуществлено впервые Е.Б. Александровым и В.С. Запасским в парах атомных газов [4]. Эти исследования 1980-х годов были воспроизведены в начале 2000-х [5–7]. Затем данный метод был применён к объёмным полупроводникам [8–10] и полупроводниковым наносистемам [11–14]. В результате сформировалась новая область исследования спиновой динамики — спектроскопия спиновых флуктуаций [15–20].

Для детектирования спиновых флуктуаций могут быть также использованы сверхпроводящие квантовые интерференционные устройства [21, 22], сканирующая туннельная микроскопия [23, 24] и магнитно-резонансная силовая микроскопия [25, 26]. Однако для полупроводниковых систем наиболее эффективными являются именно описанные выше оптические методы.

В разделе 2 обзора приведено последовательное описание простейших методов расчёта спектров спиновых флуктуаций на примере спиновой прецессии во внешнем постоянном магнитном поле и изотропной спиновой релаксации, что характерно для объёмных полупроводников. Затем в разделах 3–5 последовательно изложены особенности спиновых флуктуаций в нульмерных, одномерных и двумерных наносистемах. В разделе 6 отдельно описаны спиновые корреляционные функции высоких порядков. В разделе 7 обсуждаются возможности метода спектроскопии спинового шума, выходящие за рамки измерения спиновых корреляторов. В заключительном разделе 8 подведены итоги и отмечены перспективы дальнейшего развития теории спиновых флуктуаций в полупроводниках.

2. Методы расчёта спектров спиновых флуктуаций

2.1. Методы теории флуктуаций

Рассмотрим флуктуации спина одного электрона $\delta \mathbf{s}(t)$ в статическом магнитном поле $\mathbf{B}$, характеризуемом ларморовской частотой $\Omega_L = g\mu_B \mathbf{B}/\hbar$, где g — g -фактор, μ_B — магнетон Бора. Расчёт корреляционных функций может быть выполнен рядом методов. Изложим вначале метод случайных сил Ланжевена, основанный на решении уравнения Блоха для спиновой флуктуации:

$$\frac{d\delta \mathbf{s}(t)}{dt} + \frac{\delta \mathbf{s}(t)}{\tau_s} + \delta \mathbf{s}(t) \times \Omega_L = \xi(t), \quad (5)$$

где τ_s — феноменологическое время спиновой релаксации, $\xi(t)$ — случайные или ланжевенские силы. Эти фиктивные силы включены в правую часть уравнения (5), чтобы поддерживать среднеквадратичные значения флуктуаций компонент спина:

$$\langle \delta s_\alpha(t) \delta s_\beta(t) \rangle \equiv \langle \{ \delta \hat{S}_\alpha(t) \delta \hat{S}_\beta(t) \}_s \rangle = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{4}. \quad (6)$$

Выражение приведено в пределе высоких температур $k_B T \gg \hbar \Omega_L$, когда равновесной спиновой поляризацией в магнитном поле можно пренебречь. Формула (6) напрямую следует из определения операторов спина. Поскольку силы Ланжевена фиктивные, т.е. напрямую не связаны ни с какими реальными физическими про-

цессами, то их корреляционная функция не должна содержать никаких временных масштабов, она сводится к δ -функции [2, 27–29]:

$$\langle \xi_\alpha(t) \xi_\beta(t + \tau) \rangle = \frac{1}{2\tau_s} \delta_{\alpha\beta} \delta(\tau). \quad (7)$$

Решение уравнения (5) позволяет рассчитать спиновые корреляторы как во временном, так и в частотном представлении. По определению

$$\tilde{C}_{\alpha\beta}(\omega) = (\delta s_\alpha \delta s_\beta)_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \delta s_\alpha(t + \tau) \delta s_\beta(t) \rangle \exp(i\omega\tau) d\tau. \quad (8)$$

В системе координат x_1, y_1, z_1 с осью $z_1 \parallel \mathbf{\Omega}_L$ имеем [1, 30]

$$(\delta s_{z_1}^2)_\omega = \frac{\pi}{2} A(\omega), \quad (9a)$$

$$(\delta s_{x_1}^2)_\omega = (\delta s_{y_1}^2)_\omega = \frac{\pi}{4} [A(\omega - \Omega_L) + A(\omega + \Omega_L)], \quad (9b)$$

$$(\delta s_{y_1} \delta s_{x_1})_\omega = (\delta s_{x_1} \delta s_{y_1})_\omega^* = \frac{2i\omega\Omega_L\tau_s^2}{1 + \tau_s^2(\omega^2 + \Omega_L^2)} (\delta s_{x_1}^2)_\omega, \quad (9v)$$

где введена уширенная δ -функция согласно

$$A(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\tau_s}{1 + (x\tau_s)^2}. \quad (10)$$

Из формул (9) видно, что флуктуации продольной по отношению к магнитному полю компоненты спина не чувствительны к полю (зависимость от $\mathbf{B}$ может возникнуть в меру зависимости времени спиновой релаксации $\tau_s(B)$). Поперечные к полю спиновые флуктуации прецессируют с частотой Ω_L , это приводит как к сдвигу аргументов лоренцианов в $(\delta s_{x_1}^2)_\omega, (\delta s_{y_1}^2)_\omega$, так и к появлению кросс-корреляторов $(\delta s_{y_1} \delta s_{x_1})_\omega = (\delta s_{x_1} \delta s_{y_1})_\omega^*$.

Метод случайных сил Ланжевена является отнюдь не единственным способом расчёта спиновых корреляторов. Во многих случаях удобно выписать и решить кинетические уравнения на корреляционные функции $C_{\alpha\beta}(\tau)$ [31]. В рассматриваемом простейшем случае эти уравнения принимают вид (при $\tau > 0$)

$$\frac{\partial}{\partial \tau} C_{\alpha\beta}(\tau) + \sum_{\gamma\delta} \epsilon_{\alpha\gamma\delta} C_{\gamma\beta}(\tau) \Omega_\delta + \frac{C_{\alpha\beta}(\tau)}{\tau_s} = 0, \quad (11)$$

где $\epsilon_{\alpha\gamma\delta}$ — символ Леви-Чивиты. Согласно общему подходу уравнения (11) следует дополнить начальным условием (6), описывающим одновременные спиновые корреляторы. Такой подход оказывается особенно удобным для описания спинового шума в неравновесных условиях [32, 33].

Как уже отмечалось, в условиях термодинамического равновесия спиновые корреляционные функции $\tilde{C}_{\alpha\beta}(\omega)$ можно выразить через соответствующие компоненты спиновой восприимчивости. Это утверждение — флуктуационно-диссипационная теорема — формулируется следующим образом. Пусть имеются некоторые обобщённые силы $\mathbf{f}$ с декартовыми компонентами

$$f_\alpha(t) = f_{\alpha,\omega} \exp(-i\omega t) + \text{с.с.},$$

которые приводят к появлению следующего оператора возмущений в гамильтониане спиновой системы:

$$\hat{V} = - \sum_\alpha \hat{s}_\alpha f_\alpha. \quad (12)$$

Введём спиновую восприимчивость $\mu_{\alpha\beta}(\omega)$ по отношению к этим силам согласно теории линейного отклика:

$$\delta s_{\alpha,\omega} = \sum_\beta \mu_{\alpha\beta}(\omega) f_{\beta,\omega}. \quad (13)$$

Тогда в пределе высоких температур, $k_B T \gg \hbar\omega$, спектр спиновых флуктуаций можно записать как [1, 2]

$$(\delta s_\alpha \delta s_\beta)_\omega = \frac{ik_B T}{\omega} [\mu_{\beta\alpha}^*(\omega) - \mu_{\alpha\beta}(\omega)]. \quad (14)$$

Это выражение определяет связь между спектроскопией спинового шума и методом электронного спинового резонанса. Подчёркнём, что полученное соотношение верно лишь в условиях термодинамического равновесия. В неравновесных системах восприимчивость по отношению к внешним полям и спектр флуктуаций, вообще говоря, независимы [29, 33].

Также спектры спинового шума могут быть найдены по собственным волновым функциям и энергиям спиновой системы (см. далее раздел 3 и формулу (27)) [2].

2.2. Соотношения Онзагера

Проанализируем ряд основных свойств спиновых корреляционных функций. По определению (4) коррелятор второго порядка $C_{\alpha\beta}(\tau)$ удовлетворяет перестановочному соотношению

$$C_{\alpha\beta}(\tau) = C_{\beta\alpha}(-\tau). \quad (15a)$$

Симметрия по отношению к обращению времени накладывает в равновесных условиях дополнительные соотношения на корреляционные функции [2]. Если магнитных полей нет, то совершенно не важно, какая из компонент спина (δs_x или δs_y) берётся в выражениях (3) и (4) в более ранний или в более поздний момент времени. Поэтому при $\mathbf{\Omega}_L = 0$ имеем $C_{\alpha\beta}(\tau) = C_{\beta\alpha}(\tau) = C_{\alpha\beta}(-\tau) = C_{\beta\alpha}(-\tau)$. При наличии магнитного поля в дополнение к (15a) получаем

$$C_{\alpha\beta}(\tau; \mathbf{\Omega}_L) = C_{\beta\alpha}(\tau; -\mathbf{\Omega}_L), \quad (15b)$$

поскольку магнитное поле меняет знак при инверсии времени $t \rightarrow -t$: $\mathbf{\Omega}_L \rightarrow -\mathbf{\Omega}_L$. Естественно, аналогичные свойства демонстрируют и корреляторы в частотном представлении, причём, поскольку замена $\omega \rightarrow -\omega$ соответствует комплексному сопряжению, то

$$\tilde{C}_{\alpha\beta}(\omega) = \tilde{C}_{\beta\alpha}^*(\omega) = \tilde{C}_{\beta\alpha}(-\omega), \quad (16a)$$

$$\tilde{C}_{\alpha\beta}(\omega; \mathbf{\Omega}_L) = \tilde{C}_{\beta\alpha}(\omega; -\mathbf{\Omega}_L). \quad (16b)$$

Соотношения (15b) и (16b) называют соотношениями Онзагера. Они описывают принцип симметрии кинетических коэффициентов в условиях термодинамического равновесия [2, 34]. Очевидно, что выражения (9) удовлетворяют принципу симметрии кинетических коэффициентов (16).

2.3. Связь спектроскопии спиновых шумов с эффектом комбинационного рассеяния света

В оптических экспериментах по спектроскопии спиновых флуктуаций, как обсуждалось выше, спиновые шумы детектируются по флуктуациям эффектов Фарадея, Керра и эллиптичности. Флуктуации намагниченности образца

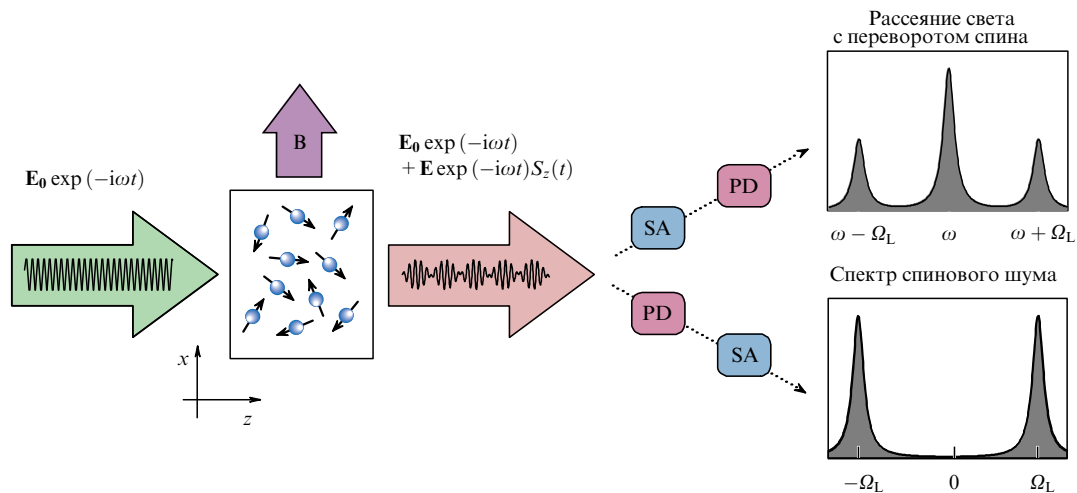


Рис. 2. Прохождение зондирующего луча через образец. SA — спектроанализатор, PD — фотодетектор. В экспериментах по рассеянию света с переворотом спина спектроанализатор используется в области оптических частот, в экспериментах по спиновым флуктуациям — в области радиочастот. (Из работы [36].)

приводят к модуляции поляризации проходящей через образец монохроматической волны, в результате чего спектр электромагнитного поля обогащается. Это приводит к связи флуктуаций фарадеевского или керровского вращения, а также эллиптичности с эффектом комбинационного рассеяния света с переворотом спина (спин-флип рамановского рассеяния) [35].

Проанализируем эти эффекты подробнее, следуя работе [36]. Пусть зондирующий луч, поляризованный по оси x , распространяется с частотой ω через среду вдоль оси z , тогда вклад в поляризацию среды, обусловленный спиновой флуктуацией $\delta S_z(t)$, записывается в виде [1, 36]

$$\delta P_y \propto \frac{\delta S_z(t) E_{0,x} \exp(-i\omega t)}{\omega_0 - \omega - i\gamma}, \quad (17)$$

где $E_{0,x}$ — амплитуда зондирующего поля, ω_0 и γ — собственная частота и затухание резонанса, используемого для детектирования спиновых флуктуаций. Предполагается, что величина $|\omega_0 - \omega|$ мала по сравнению с расстоянием до других резонансов в оптическом отклике; считаем также, что спиновые флуктуации $\delta S_z(t)$ "медленные" по сравнению с γ^{-1} . Наличие ортогональной к исходной поляризации зондирующего луча компоненты дипольной поляризации δP_y приводит к повороту плоскости поляризации света, причём мгновенная флуктуация угла фарадеевского вращения (ср. с (1))

$$\delta \theta_F(t) \propto \text{Re} \{ \delta P_y E_{0,x}^* \} \propto \delta S_z(t) \frac{\omega - \omega_0}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}. \quad (18)$$

В экспериментах по спектроскопии спиновых шумов измеряется $\langle \delta \theta_F(t) \delta \theta_F(t') \rangle$ (или его фурье-образ), для чего излучение, прошедшее через образец, попадает на фотодетектор, с помощью которого определяются значения интенсивности света и параметров Стокса (рис. 2). Затем этот сигнал поступает на спектроанализатор, который даёт спектр флуктуаций угла Фарадея, т.е., вообще говоря, спектр флуктуаций интенсивности света [36, 37].

Из формулы (17) видно, что спектр зондирующего поля обогащается за счёт флуктуаций $\delta S_z(t)$. Например, в простейшем частном случае, когда к ансамблю спинов

приложено поперечное магнитное поле $\delta S_z(t) \propto \cos(\Omega_L t)$ (ср. с (96)), спиновые флуктуации приводят к появлению вторичных (рассеянных) волн с частотами $\omega \pm \Omega_L$. Это вторичное поле обычно детектируется в экспериментах по неупругому рассеянию света с переворотом спина [35–37], где прошедшее через образец излучение сначала пропускается через спектрометр, а затем конвертируется в фототок детектора, благодаря чему измеряются интенсивности соответствующих спектральных компонент (см. рис. 2). Приведённый анализ подчёркивает глубокую связь между методикой спектроскопии флуктуаций спина и методикой рассеяния света с переворотом спина: оба метода позволяют определить корреляционную функцию спиновых флуктуаций.

3. Нульмерные системы

Метод спектроскопии спинового шума активно применяется для исследования полупроводниковых систем с локализованными носителями заряда. Главной особенностью и привлекательностью таких систем является продолжительное время спиновой релаксации (вплоть до микро- или даже миллисекунд в типичных образцах с квантовыми точками), обусловленное подавлением механизмов спиновой релаксации, связанных с орбитальным движением электронов. Основной причиной потери спиновой когерентности локализованных носителей заряда является, как правило, сверхтонкое взаимодействие с ядрами кристаллической решётки [1]. В этом разделе мы дадим краткий обзор исследований спиновых флуктуаций электронов и дырок в условиях выраженного сверхтонкого взаимодействия в умеренных магнитных полях.

3.1. Модель центрального спина

Спиновый гамильтониан локализованного электрона во внешнем магнитном поле $\mathbf{B}$ с учётом сверхтонкого взаимодействия с ядрами основной решётки имеет вид

$$\mathcal{H} = \hbar \Omega_L \mathbf{S} + \sum_{k=1}^{N_n} A_k \mathbf{I}_k \mathbf{S}. \quad (19)$$

Здесь $\mathbf{S}$ — оператор спина электрона (шляпки над операторами здесь и далее опущены) и, как и ранее, $\Omega_L = g_e \mu_B \mathbf{B} / \hbar$ — частота ларморовской прецессии во внешнем магнитном поле, g_e — эффективный g -фактор (анизотропией которого будем пренебрегать), индекс k нумерует N_n ядерных спинов, с которыми эффективно взаимодействует спин данного электрона, $\mathbf{I}_k$ — операторы спинов ядер, A_k — константы сверхтонкого взаимодействия. Последние определяются как параметрами изотопов, из которых составлена решётка, так и волновой функцией электрона [1, 38]. Магнитное поле, как и ранее, предполагается достаточно слабым, а температура достаточно большой, поэтому средней тепловой спиновой поляризацией электронов можно пренебречь. В термодинамическом равновесии спины ядер ориентированы случайным образом, так что на электрон действует случайное эффективное ядерное поле

$$\hbar \Omega_N = \sum_{k=1}^{N_n} A_k \mathbf{I}_k. \quad (20)$$

В реальных системах на основе полупроводников III–V число ядер в квантовой точке составляет $N_n \sim 10^4 - 10^6$. Среднеквадратичная флуктуация ядерного поля может быть вычислена как $\langle \Omega_N^2 \rangle = 3\delta_c^2/2$, где параметр δ_c определён согласно

$$\delta_c^2 = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{N_n} I_k(I_k + 1) \frac{A_k^2}{\hbar^2}. \quad (21)$$

Описание совместной спиновой динамики электронов и ядер с помощью гамильтониана (19) известно в литературе как модель центрального спина [39, 40].

В рамках модели (19) динамика спинов ядер определяется действием на них электронного спина. В общем случае ядерная спиновая динамика в квантовых точках может быть обусловлена также квадрупольным взаимодействием, т.е. расщеплением ядерных спиновых подуровней за счёт упругих напряжений в структуре и градиентов электрических полей, их диполь-дипольным взаимодействием и прецессией спинов ядер во внешнем магнитном поле. Соответствующие характерные времена значительно превосходят период прецессии резидентного спина во флуктуационном поле ядер $\sim 1/\delta_c$. Это обуславливается как малостью ядерного g -фактора и квадрупольных расщеплений, так и малостью поля Найта, действующего на ядра со стороны электронов, по сравнению с полем Оверхаузера, действующим на электроны, по параметру $1/\sqrt{N_n}$. Благодаря разделению масштабов ядерную спиновую поляризацию на временах, соответствующих спиновой динамике электронов, можно считать замороженной [41]. Это позволяет развить "квазиклассический" подход к описанию электронного спинного шума [30], усреднив динамику флуктуаций электронного спина по распределению Ω_N .

Таким образом, при данном направлении ядерного поля электронные спиновые корреляционные функции даются выражением (9), где $\Omega = \Omega_L + \Omega_N$ — суммарная частота электронной спиновой прецессии. Ввиду большого количества ядер ($N_n \gg 1$) и статистической независимости их спинов, функция распределения ядерных полей, действующих на электрон, является гауссовой [41]:

$$\mathcal{F}(\Omega_N) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}\delta_c)^3} \exp\left(-\frac{\Omega_N^2}{\delta_c^2}\right). \quad (22)$$

В случае дырок сверхтонкое взаимодействие является анизотропным, так что дисперсия поля Оверхаузера, так же как и эффективный g -фактор, в разных направлениях могут отличаться [42, 43]. Используя (9), легко найти спектр спинного шума, нормированный на один электрон [30]:

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{2} \int d\Omega_N \mathcal{F}(\Omega_N) \times \left\{ \cos^2 \theta \Delta(\omega) + \sin^2 \theta \frac{\Delta(\omega - \Omega) + \Delta(\omega + \Omega)}{2} \right\}, \quad (23)$$

где θ — угол между Ω и осью z , а под τ_s в $\Delta(x)$ (см. (10)) подразумевается феноменологическое время спиновой релаксации электрона, не связанное со сверхтонким взаимодействием. В модели "ящика", когда все константы сверхтонкого взаимодействия равны, число ядерных спинов велико, а внешнего магнитного поля нет, выражение (23) является точным [44, 45]. Случай ненулевого поля проанализирован в работе [46].

Как правило, время спиновой релаксации существенно превышает период спиновой прецессии в ядерном поле, т.е. выполняется условие $\delta_c \tau_s \gg 1$. Это позволяет получить аналитическое выражение для спектра спинного шума в нулевом магнитном поле:

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{6} \Delta(\omega) + \frac{2\sqrt{\pi}\omega^2}{3\delta_c^3} \exp\left(-\frac{\omega^2}{\delta_c^2}\right), \quad (24)$$

которое показано чёрной кривой 1 на рис. 3. Спектр состоит из двух пиков. Первый пик, расположенный на нулевой частоте, очень высокий и узкий. Он соответствует релаксации компоненты спина, параллельной полю Ω_N , с характерным временем τ_s и называется релаксационным. Второй пик с максимумом на частоте $\omega = \delta_c$ соответствует прецессии электронного спина в случайном поле ядер, его форма повторяет функцию распределения абсолютной величины Ω_N и имеет ширину порядка δ_c .

Отметим, что спектральный вес пика на нулевой частоте составляет 1/3 от полной интенсивности спиновых флуктуаций, что обусловлено изотропным распределением ядерных полей. Приложение поперечного магнитного поля приводит к уменьшению вероятности того, что

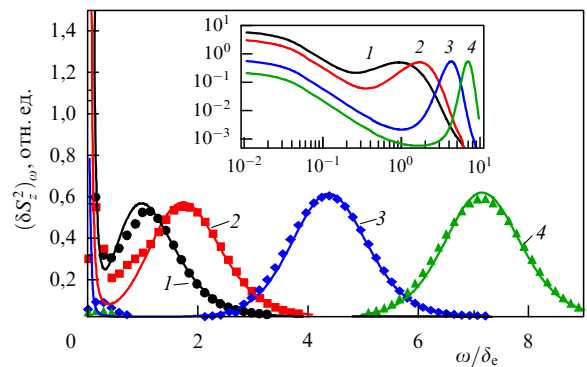


Рис. 3. (В цвете онлайн.) Спектры спинного шума, рассчитанные аналитически по формуле (23) (сплошные кривые) и численно в модели центрального спина с учётом динамики спинов ядер (точки) при различных величинах поперечного внешнего магнитного поля $\Omega_L = 0$ (чёрный цвет 1), $\Omega_L = \sqrt{2}\delta_c$ (красный 2), $\Omega_L = 3\sqrt{2}\delta_c$ (синий 3), $\Omega_L = 5\sqrt{2}\delta_c$ (зелёный 4) при $\tau_s \delta_c = 25\sqrt{2}$. На вставке показаны сплошные кривые в билогарифмическом масштабе.

суммарное поле Ω окажется параллельным оси z . Эта вероятность пропорциональна $\cos^2 \theta$. В результате происходит подавление пика на нулевой частоте и смещение прецессионного пика в спектре к большим частотам, как показано на рис. 3. В пределе большого магнитного поля ($\Omega_L \gg \delta_e$) спектр имеет вид

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\sqrt{\pi}}{4\delta_e} \exp\left(-\frac{(\omega - \Omega_L)^2}{\delta_e^2}\right). \quad (25)$$

Из (25) следует, что спектр имеет вид функции Гаусса, центрированной на частоте Ω_L , с шириной, определяемой характерной флуктуацией поля Оверхаузера. Для электронов, локализованных в квантовых точках, как правило, существует разброс эффективных g -факторов, который приводит к дополнительному уширению спектра, линейно увеличивающемуся с возрастанием магнитного поля [12].

Эффект продольного магнитного поля качественно противоположен. Оно приводит к уменьшению характерного угла θ в формуле (23), т.е. к подавлению прецессионного пика и усилению релаксационного пика. В пределе большого продольного магнитного поля, $\Omega_L \gg \delta_e$, спектр спинового шума имеет вид функции Лоренца:

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{2} A(\omega), \quad (26)$$

центрированной на нулевой частоте, при этом высота пика в три раза больше, чем в случае нулевого магнитного поля. В ансамблях квантовых точек форма пика может отличаться от лоренциана, что соответствует немонотонной спиновой релаксации в продольном магнитном поле [13]. В случае же одиночной квантовой точки пик на нулевой частоте с хорошей точностью является лоренцианом [14].

Рассмотренная модель успешно применяется для описания спиновых флуктуаций и определения параметров спиновой динамики для ансамблей квантовых точек, легированных электронами и дырками [47].

Представленные результаты получены в модели, пренебрегающей ядерной спиновой динамикой. Модель центрального спина позволяет учесть прецессию ядерных спинов в поле Найта. В общем случае спектр спинового шума может быть найден как

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{2\pi}{N} \sum_{n,m} \langle n|S_z|m\rangle \langle m|S_z|n\rangle A\left(\omega - \frac{E_n - E_m}{\hbar}\right), \quad (27)$$

где $n, m = 1, \dots, N$ нумеруют собственные состояния гамильтониана (19), а E_n и E_m — энергии соответствующих состояний.

Несмотря на то что модель центрального спина может быть решена точно с помощью анзаца Бете [39], оказывается, что реальный расчёт наиболее эффективно проводить во временном представлении с помощью разложения оператора эволюции $\exp(-iH\tau/\hbar)$ по полиномам Чебышева [48], что гарантирует равномерную сходимость независимо от начального состояния системы. Так как число собственных состояний N экспоненциально возрастает с числом ядер N_n , в реальных расчётах становится возможным анализировать лишь несколько десятков ядер (или использовать упрощённую модель ящика [44, 45]). Преимуществом численного подхода является возможность точного учёта, например, квадрупольного расщепления ядерных спиновых подуровней [49].

Результаты численного расчёта [50] показаны точками на рис. 3. Видно, что форма прецессионного пика в обоих расчётах практически совпадает и согласие становится тем лучше, чем большее число спинов учитывается при численном моделировании. Согласие также становится почти полным в случае поперечного магнитного поля $\Omega_L \gtrsim \delta_e$.

С точки зрения эксперимента уширение пиков за счёт сверхтонкого взаимодействия и разброса g -факторов может рассматриваться как паразитный для приложений эффект. В работах [51, 52] для его преодоления было предложено приложить переменное магнитное поле. Это приводит к появлению серии узких пиков шириной $1/\tau_s$ на частотах, определяемых частотой модуляции поля. Если помимо переменного поля система находится в сильном постоянном магнитном поле, то в спектре спиновых флуктуаций проявляется структура триплета Моллоу [53], что может быть использовано для определения времени спиновой релаксации τ_s в условиях, когда оно превышает время спиновой дефазировки $T_2^* \sim 1/\delta_e$. Такого рода эксперименты были выполнены на атомах калия [54], перспективно выполнить их и на полупроводниковых квантовых точках.

Помимо задачи о спиновом шуме электрона, взаимодействующего с большим числом ядер, аналитически можно описать спиновые флуктуации электрона, взаимодействующего с одиночным ядерным спином I . Такая ситуация реализуется, например, для электронов, локализованных на донорах в изотопически чистых полупроводниках II–VI [55, 56]. Поскольку изотропное сверхтонкое взаимодействие сохраняет суммарный спин, удобно спроецировать гамильтониан системы на подпространство, в котором проекция суммарного спина на направление внешнего поля $I_{z1} + S_{z1} = m + 1/2$. При $m = -I, \dots, I-1$ такой "укороченный" гамильтониан может быть записан в виде (в состояниях с $m = -I-1$ и I спиновая динамика отсутствует)

$$\mathcal{H}_m = \hbar(\Omega_m + \Omega_L) S - \frac{A}{4}, \quad (28)$$

где $\hbar\Omega_m \equiv \hbar\Omega = (I + 1/2)A$ — расщепление между состояниями с полным моментом $I \pm 1/2$ в отсутствие магнитного поля, A — константа сверхтонкого взаимодействия, а направление вектора Ω_m определяется проекцией $\hbar\Omega_{m,z} = (m + 1/2)A$. Здесь, как и ранее, мы пренебрегаем зеемановским расщеплением ядерных спиновых подуровней. Для случая нулевого магнитного поля после усреднения по всем m можно найти спиновую корреляционную функцию:

$$\begin{aligned} \langle S_z(0)S_z(t) \rangle &= \frac{\exp(-t/\tau_s)}{12(2I+1)^2} \times \\ &\times [4I^2 + 4I + 3 + 8I(I+1)\cos(\Omega t)]. \end{aligned} \quad (29)$$

Соответствующий спектр состоит из двух пиков на частотах $\omega = 0$ и $\omega = \Omega$. В поперечном магнитном поле для $I = 1/2$ спиновый коррелятор принимает вид

$$\begin{aligned} \langle S_z(0)S_z(t) \rangle &= \frac{\exp(-t/\tau_s)}{4} \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \times \\ &\times \left[\cos\left(\frac{\Omega_L t}{2}\right) \cos\left(\frac{\tilde{\Omega} t}{2}\right) - \frac{\Omega_L}{\tilde{\Omega}} \sin\left(\frac{\Omega_L t}{2}\right) \sin\left(\frac{\tilde{\Omega} t}{2}\right) \right], \end{aligned} \quad (30)$$

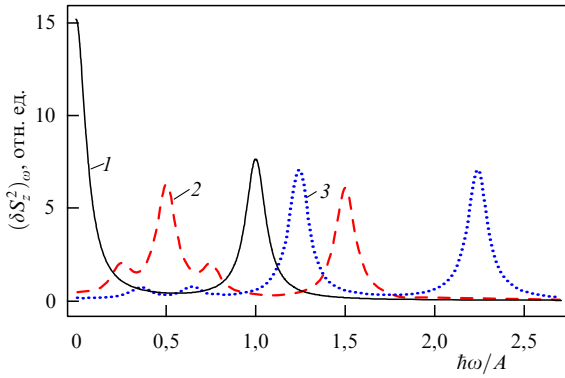


Рис. 4. Спектр спинового шума электронов, взаимодействующих со спином донора $I = 1/2$ во внешнем магнитном поле, $\hbar\Omega_L/A = 0$ (чёрная сплошная кривая 1), 0,75 (красная штриховая кривая 2) и 1,6 (синяя пунктирная кривая 3), рассчитанный по корреляционной функции (30).

где $\tilde{\Omega} = \sqrt{\Omega_L^2 + (A/\hbar)^2}$. Соответствующий спектр спинового шума показан на рис. 4. В общем случае он состоит из четырёх пиков, расположенных на частотах $\omega = |\Omega \pm \Omega_L \pm \tilde{\Omega}|/2$. В пределе сильного магнитного поля, $\Omega_L \gg \Omega$, спектр состоит из пары пиков на частотах $\Omega_L \pm \Omega/2$ [46, 57]. Слабое магнитное поле приводит к сдвигу пика с нулевой частоты на $\Omega_L/2$, что соответствует эффективному g -фактору $g_e/2$. Действительно, слабое внешнее магнитное поле не смешивает синглетное и триплетное состояния ядра и электрона, поэтому их суммарный спин вращается со вдвое меньшей частотой. В общем случае спина $I > 1/2$ эффективный g -фактор в малых магнитных полях равен $g_e/(2I + 1)$ [58].

3.2. Роль обменного взаимодействия

В ансамблях локализованных электронов могут быть существенными многочастичные эффекты. Рассмотрим, например, ансамбль электронов, локализованных на донорах в объёмном полупроводнике типа GaAs. Типичная величина частоты спиновой прецессии в поле ядерной флуктуации составляет $\delta_e \sim 2 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$ [10, 59]. Межэлектронное обменное взаимодействие сопоставимо со сверхтонким при расстоянии между донорами порядка 0,1 мкм, что соответствует концентрации доноров $n_d = 10^{14} - 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Так как в GaAs переход изолятор–металл происходит при значительно больших концентрациях доноров, $\sim 2 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$ [60], для описания спинового шума электронов, локализованных на донорах в объёмных полупроводниках, даже при достаточно низком уровне легирования следует учитывать конкуренцию обменного взаимодействия между электронами и сверхтонкого взаимодействия спинов электронов и ядер. В работе [61] теоретически исследована конкуренция сверхтонкого взаимодействия с межэлектронным обменным взаимодействием с точки зрения спиновых флуктуаций.

Для описания такой конкуренции предложена модель кластеров, в которой весь ансамбль разбивается на группы электронов, внутри которых обменное взаимодействие более эффективно, чем сверхтонкое взаимодействие. Внутри кластера спиновая динамика определяется как обменным, так и сверхтонким взаимодействием, а обменное взаимодействие между кластерами пренебрежимо мало. Можно сказать, что происходит многочас-

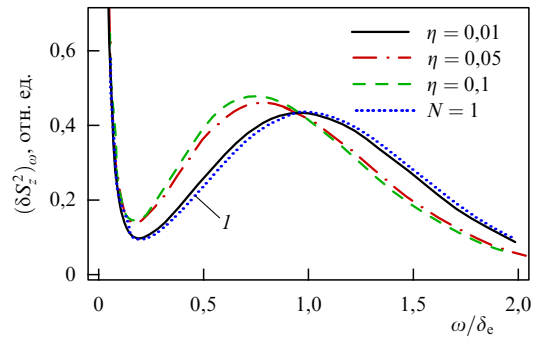


Рис. 5. (В цвете онлайн.) Спектр спинового шума ансамблей доноров с различными безразмерными концентрациями $\eta = \pi n_d R_c^3/6$. Синяя пунктирная кривая 1 получена в пренебрежении обменным взаимодействием и соответствует системе изолированных доноров. (Из работы [61].)

тичная локализация спиновых возбуждений на кластерах.

Конкуренцию эффектов сверхтонкого и обменного взаимодействий проще всего описать на примере двух электронов, связанных сильным обменным взаимодействием. В пренебрежении сверхтонким взаимодействием состояния пары электронов характеризуются полным спином пары $S = 0$ (синглет) или $S = 1$ (триплет) и проекцией спина S_z на заданную ось z . Если расщепление между синглетом и триплетом велико, то можно пренебречь смешиванием этих состояний за счёт сверхтонкого взаимодействия и рассмотреть отдельно динамику триплетного состояния с полным спином $S = 1$. Флуктуации δS спина триплетного состояния описываются уравнением (5), в котором эффективное ядерное поле

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2}. \quad (31)$$

Дисперсия Ω_{eff} в два раза меньше, чем дисперсия ядерных полей Ω_1 и Ω_2 , действующих на каждый электрон. При этом спектр спинового шума, нормированный на один электрон, определяется выражением (24) с заменой δ_e на $\delta_e/\sqrt{2}$. Таким образом, пик на $\omega = 0$ такой же, как и в пренебрежении обменным взаимодействием, а пик, обусловленный спиновой прецессией, сдвинут к частоте $\delta_e/\sqrt{2}$, его высота в $\sqrt{2}$ раз больше, а ширина, соответственно, меньше в $\sqrt{2}$ раз. Это обусловлено эффективным усреднением ядерных полей, вызванным обменным взаимодействием.

В ансамбле доноров при увеличении концентрации, характеризующейся безразмерным параметром $\eta = \pi n_d R_c^3/6$, где R_c — расстояние между донорами, при котором обменное взаимодействие равно по величине $\hbar\delta_e$, прецессионный пик в спектре спинового шума смещается к более низким частотам (рис. 5). Это качественно согласуется с экспериментальным наблюдением увеличения времени спиновой релаксации в ансамблях электронов, локализованных на донорах, в объёмном GaAs [60].

При достаточно высокой концентрации доноров изложенная модель кластеров оказывается неприменимой. В системе возникает бесконечный кластер, что на классическом языке соответствует протеканию, а на квантовомеханическом — делокализации спиновых возбуждений за счёт многочастичных эффектов. По бесконечному

кластеру идёт спиновая диффузия, которая за счёт сверхтонких полей приводит к спиновой релаксации [62]. Спектр спинового шума при этом состоит из единственного пика, центрированного на нулевой частоте, с шириной, определяемой временем спиновой релаксации. Более подробно модификация спектра спиновых флуктуаций при увеличении концентрации доноров обсуждается далее в разделе 3.4.

3.3. Роль прыжков

Помимо обменного взаимодействия прыжки электронов между центрами локализации могут также приводить к количественной и даже качественной модификации спектров спинового шума. В случае, когда лишь малая часть центров локализации занята электронами, спектр спиновых флуктуаций может быть найден из одночастичных кинетических уравнений:

$$\frac{d\mathbf{S}_i}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_i \times \mathbf{S}_i + \sum_j (W_{ij}\mathbf{S}_j - W_{ji}\mathbf{S}_i) - \frac{\mathbf{S}_i}{\tau_s}, \quad (32)$$

где $\mathbf{S}_i$ — средний спин на i -м центре, $\boldsymbol{\Omega}_i$ — соответствующая частота спиновой прецессии в ядерном поле, W_{ij} — скорости прыжков между центрами. Согласно общему правилу, корреляционные функции $\langle \delta S_{i,\alpha}(t+\tau) \delta S_{j,\beta}(t) \rangle$ удовлетворяют такой же системе уравнений [3], которая должна решаться совместно с начальными условиями, описывающими одновременные корреляторы (см. раздел 2). Эта система уравнений может быть решена аналитически в случае, когда темпы всех прыжков равны друг другу: $W_{ij} = W_0/N$, где W_0 — скорость ухода электрона с данного центра, N — полное число центров. Спектр флуктуаций полного спина $\mathbf{S} = \sum_i \mathbf{S}_i$, нормированный на один электрон, в такой модели имеет вид [64]

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\tau_\omega}{4} \frac{\mathcal{A}(\tau_\omega)}{1 - W_0 \tau_\omega \mathcal{A}(\tau_\omega)} + \text{с.с.}, \quad (33)$$

где $1/\tau_\omega = 1/\tau_s + W_0 - i\omega$ и

$$\mathcal{A}(\tau) = \left\langle \frac{1 + \Omega_{i,z}^2 \tau^2}{1 + \Omega_i^2 \tau^2} \right\rangle, \quad (34)$$

усреднение производится по всем центрам. Выражение для спектра (33) справедливо как в отсутствие внешнего магнитного поля, так и в поле, приложенном вдоль оси z . Выражения для спектра в поперечном магнитном поле более громоздки, они приведены в [64].

В отсутствие поля усреднение с функцией распределения (22) можно выполнить аналитически:

$$\mathcal{A}(\tau) = \frac{1}{3} + \frac{4}{3(\delta_e \tau)^2} - \frac{4\sqrt{\pi} \exp(1/(\delta_e \tau)^2) \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\delta_e \tau}\right)}{3(\delta_e \tau)^3}. \quad (35)$$

В зависимости от отношения W_0/δ_e форма спектра спиновых флуктуаций качественно разная, что будет более подробно обсуждаться в разделе 3.4. Такая модель хорошо описывает спиновый шум электронов, локализованных на донорах — как Si в GaAs [65], так и Al в CdTe [63], как это показано на рис. 6.

Представленная модель при $N \gg 1$ не учитывает эффекты возврата электрона на исходный центр локализации. Эти эффекты могут быть легко описаны для пары

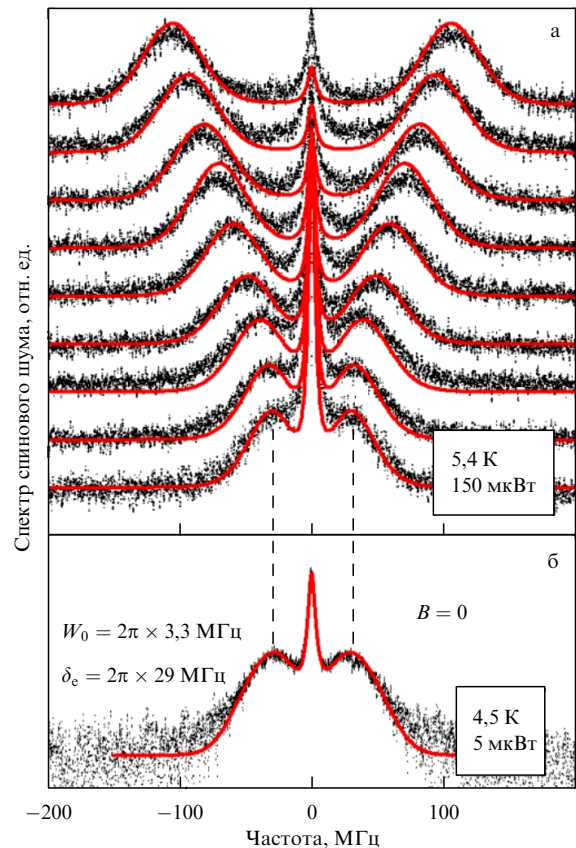


Рис. 6. (В цвете онлайн.) Спектры спинового шума в p -легированном CdTe (а) в поперечном магнитном поле от 0 до 4 мТл с шагом 0,5 мТл (спектры для наглядности сдвинуты по вертикали), (б) в нулевом магнитном поле. Красные кривые показывают подгонку модели (32). (Из работы [63].)

локализованных электронов [66]. Спектры спинового шума для двух электронов с учётом обменного и сверхтонкого взаимодействий, а также прыжков электронов между центрами имеют универсальную расходимость $\sim \ln(1/\omega)$ на низких частотах. Её причиной является конкуренция эффекта спиновой блокады [67, 68] и спиновой прецессии в поле ядер. Действительно, если для двух электронов частоты спиновой прецессии в поле ядер параллельны друг другу, $\boldsymbol{\Omega}_1 \parallel \boldsymbol{\Omega}_2$, то в триплетном состоянии, в котором спины обоих электронов направлены вдоль этой оси, прыжки электронов запрещены и спиновая релаксация отсутствует (в пренебрежении временем τ_s). В случае, когда угол между сверхтонкими полями мал и равен θ , спиновые флуктуации затухают на больших временах за счёт прыжков электронов из одной квантовой точки в другую как [69]

$$\delta \mathbf{S}(t) \propto \exp\left(-\frac{\gamma[1 - \cos(\theta)]t}{2}\right), \quad (36)$$

где γ — темп прыжков электронов в синглетном состоянии. Усреднение этого выражения по направлениям ядерных полей приводит к асимптотике $\propto 1/t$ на больших временах, которая соответствует логарифмической расходимости спектра на низких частотах. В случае небольшого числа N взаимодействующих электронов аналогичное рассуждение показывает, что спиновые флуктуации релаксируют как $1/t^{N-1}$, так что амплитуда

флуктуаций на низких частотах остаётся конечной даже при $\tau_s \rightarrow \infty$. Таким образом, эффекты возврата электронов на центры при прыжках приводят, вообще говоря, к качественной модификации спектров спиновых флуктуаций на низких частотах. Отметим, что в реальных системах имеется экспоненциально широкий разброс скоростей прыжков W_{ij} , что может приводить к дополнительным особенностям низкочастотных спиновых флуктуаций [69].

3.4. Роль квантово-механического туннелирования

Туннелирование электронов между центрами локализации, так же как обменное взаимодействие и прыжки, может приводить к модификации спектров спиновых флуктуаций. В этом разделе мы для простоты будем считать, что концентрация электронов много меньше концентрации центров локализации, так что взаимодействием электронов можно пренебречь, а неупругих прыжков не происходит, например, по причине низкой температуры. В этом случае гамильтониан системы имеет вид

$$\mathcal{H} = \sum_{i,j,\sigma} t_{ij} c_{i,\sigma}^\dagger c_{j,\sigma} + \hbar \sum_i \Omega_i S_i, \quad (37)$$

где t_{ij} — туннельные матричные элементы между центрами, а $c_{i,\sigma}$ — оператор уничтожения электрона на узле i в спиновом состоянии σ . Спектр спинового шума в этой модели может быть вычислен по формуле (27).

Анализ спектров удобно проводить, сравнивая модели, учитывающие обменное взаимодействие, прыжки электронов и процессы туннелирования. Для этого спектры спинового шума были вычислены для ансамбля из $N = 10$ случайно и независимо расположенных центров с различной концентрацией с периодическими граничными условиями. Для трёх рассмотренных моделей были выбраны аналогичные параметры спиновой динамики: 1) константы обменного взаимодействия $J_{ij} = J_0 \exp(-r_{ij}/a_B)$, 2) темпы прыжков $W_{ij} = W_0 \exp(-r_{ij}/a_B)$ и 3) константы туннелирования $t_{ij} = t_0 \exp(-r_{ij}/a_B)$, причём $J_0/(\hbar\delta) = W_0/\delta = t_0/(\hbar\delta) \gg 1$; a_B — борковский радиус. Результаты расчётов представлены на рис. 7.

Характерное расстояние между центрами $l = n^{-1/3}$, так что форма спектров определяется безразмерным параметром $\xi = J_0 \exp(-l/a_B)/(\hbar\delta) = W_0 \exp(-l/a_B)/\delta = t_0 \exp(-l/a_B)/(\hbar\delta)$. Для чёрных кривых на рис. 7 этот параметр мал ($\xi \sim 10^{-17}$), так что взаимодействие электронов с ядрами гораздо сильнее, чем с другими центра-

ми, и спектр спинового шума описывается формулой (24). При увеличении концентрации спин распространяется на несколько центров. В случае обменного взаимодействия (рис. 7а), как это было описано в разделе 3.2, сначала происходит многочастичная локализация на небольших кластерах [70, 71], а затем спин делокализуется по всем N центрам. При этом ядерные поля центров эффективно усредняются, так что пик спиновой прецессии сдвигается к меньшим частотам. В пределе бесконечного числа центров локализации и их высокой концентрации спектр будет состоять, как отмечалось выше, из единственного пика на нулевой частоте.

В случае прыжков электронов с увеличением концентрации центров также происходит делокализация спиновых флуктуаций. Качественная картина такова: спин электрона прецессирует в эффективном магнитном поле, которое меняется в зависимости от времени за счёт прыжков по центрам с разными $\Omega_{N,i}$. Если прыжки неэффективны, $W_0/\delta_e \ll 1$, то они приводят лишь к уширению пика на нулевой частоте, причём оказывается справедливым выражение (24) с заменой $\tau_s^{-1} \rightarrow \tau_s^{-1} + 2W_0/3$. При большой концентрации центров или высокой температуре, когда прыжки становятся частыми, $W_0/\delta_e \gg 1$, происходит динамическое усреднение ядерных полей. В бесконечной системе, $N \rightarrow \infty$, спектр спинового шума имеет вид функции Лоренца с шириной $\sim \delta_e^2/W_0$. В приведённом на рис. 7б численном расчёте для зелёной кривой 4 время обхода электроном всех N центров меньше, чем период спиновой прецессии, так что поля всех центров снова оказываются усреднёнными.

Случай квантово-механического туннелирования качественно отличается от двух предыдущих тем, что даже если параметр ξ не мал, то электроны оказываются локализованными по механизму Лифшица [72, 73]. Причиной этого является экспоненциально широкий разброс констант туннелирования (сильный "недиагональный" беспорядок). При увеличении концентрации радиус локализации медленно увеличивается и пик спиновой прецессии сдвигается к меньшим частотам. Однако, в отличие от предыдущих случаев, делокализация электронов происходит при гораздо больших концентрациях, когда $na_B^3 \sim 1$. Для параметров расчёта, выбранных на рис. 7, этот режим не достигается.

Интересно отметить, что в модели, в которой сверхтонкие поля отсутствуют, но есть случайное обменное взаимодействие между локализованными электронами с экспоненциально широким распределением обменных

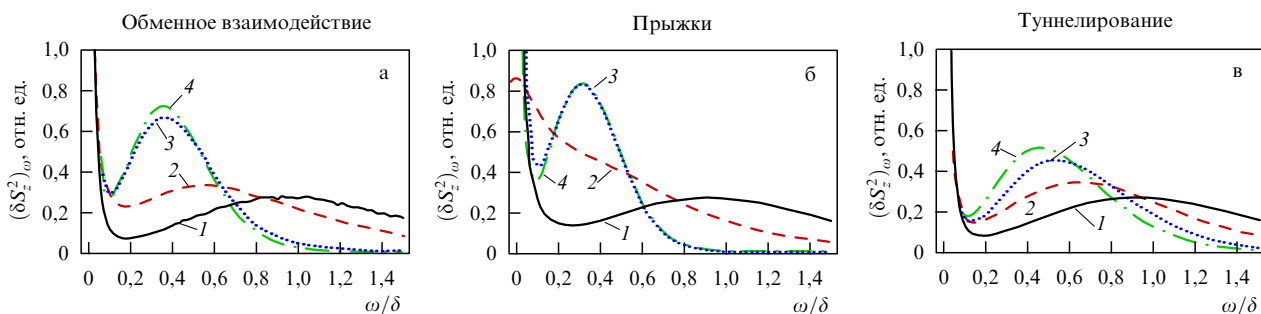


Рис. 7. (В цвете онлайн.) Спектры спиновых флуктуаций локализованных электронов, рассчитанные (а) с учётом обменного взаимодействия (раздел 3.2), (б) прыжков (раздел 3.3) и (в) квантово-механического туннелирования (раздел 3.4). Параметры расчёта $J_0/(\hbar\delta) = W_0/\delta = t_0/(\hbar\delta) = 10^3$ и $\tau_s\delta = 100$, концентрации центров $na_B^3 = 10^{-4}$ (чёрные кривые 1), 10^{-3} (красные кривые 2), 10^{-2} (синие кривые 3) и 10^{-1} (зелёные кривые 4).

констант, многочастичной локализации спиновых флуктуаций за счёт этого разброса (т.е. по механизму, аналогичному модели Лифшица) не происходит. Этому препятствует сохранение полного углового момента. Очевидно, например, что состояние с максимальным полным угловым моментом всех электронов является многочастично делокализованным [74]. При этом общий анализ симметрий гамильтониана показывает, что такая система является эргодической [70]. Если же закон сохранения полного момента обменным взаимодействием нарушен, например, в случае анизотропного обменного взаимодействия, то система допускает многочастичную локализацию. Более подробно такого рода ситуация анализируется в разделе 4 применительно к флуктуациям в одномерных спиновых цепочках.

3.5. Спиновые шумы в неравновесных условиях

Спектроскопия спиновых флуктуаций изначально рассматривалась в качестве инструмента исследования спиновых свойств системы в условиях, максимально близких к термодинамическому равновесию [11, 13]. Действительно, именно в этом случае оказывается применимой флуктуационно-диссипационная теорема, и спектр спиновых флуктуаций напрямую отражает частотную зависимость мнимой части спиновой восприимчивости системы (см. (14)). В случае выведения системы из равновесия, например, в условиях оптической ориентации спинов, флуктуационно-диссипационная теорема неприменима, так что требуется построение соответствующей микроскопической теории неравновесных спиновых флуктуаций по аналогии с теорией неравновесных флуктуаций электрического тока [27, 29, 33, 75, 76]. В этом случае спектроскопия спинового шума позволяет получить больше информации о динамике системы, чем в равновесных условиях [54]. Для объёмных полупроводников в условиях оптической ориентации электронов такая задача была решена в пионерской работе [77].

Спиновая динамика локализованных носителей заряда, как уже было показано, определяется в первую очередь сверхтонким взаимодействием с ядрами кристаллической решётки. Естественно возникает вопрос о модификации спектра спинового шума в случае, когда ядерная спиновая подсистема выведена из состояния термодинамического равновесия. Простейшим примером является неравновесная ядерная спиновая поляризация. Экспериментально она может достигаться за счёт динамической поляризации ядер под действием циркулярно поляризованного света, что будет более подробно проанализировано в разделе 7. Здесь мы лишь отметим, что существенная (более 50 %) поляризация ядер приводит к подавлению их спиновых флуктуаций и соответственно изменению функции распределения ядерных спинов $\mathcal{F}(\Omega_N)$ (22) [78]. За счёт этого пик в спектре флуктуаций электронных спинов может сужаться по сравнению с выражением (25) [79]. При поляризации ядер, приближающейся к 100 %, ширина пика может уменьшаться на несколько порядков.

В качестве другого примера можно привести эффект синхронизации мод спиновой прецессии электронов во внешнем поперечном магнитном поле, который возникает при оптической спиновой ориентации последовательностью циркулярно поляризованных импульсов [80, 81]. При этом ядерные спины подстраиваются таким

образом, чтобы частота электронной спиновой прецессии была соизмерима с частотой следования импульсов. В результате спектр спинового шума электронов оказывается состоящим из набора узких пиков на частотах, удовлетворяющих данному условию [82]. Такая структура спектра спиновых флуктуаций напрямую отражает функцию распределения ядерных полей в неравновесных условиях.

Наиболее естественной, с точки зрения эксперимента, является неравновесная ситуация, когда либо поглощение зондирующего луча, либо дополнительное нерезонансное возбуждение системы приводит к появлению в квантовой точке неравновесных электронов и/или дырок, что влияет как на спиновую динамику системы, так и на микроскопический механизм формирования эффектов Фарадея и Керра. Широкий класс экспериментов по неравновесной спектроскопии спинового шума может быть описан при помощи четырёхуровневой модели, сформулированной в работах [33] и [83], в которой кроме двукратно вырожденного по спину основного состояния учитывается также и двукратно вырожденное, например трионное, возбуждённое состояние (рис. 8).

Будем считать, что процессы возбуждения и рекомбинации в четырёхуровневой системе сохраняют z -компоненту спина, а их темпы, G и R соответственно, не зависят от его ориентации, как изображено на рис. 8. Тогда заселённость основного состояния n_g удовлетворяет уравнению

$$\frac{dn_g}{dt} = -Gn_g + Rn_{\text{exc}}, \quad (38)$$

где $n_{\text{exc}} = 1 - n_g$ — заселённость возбуждённых состояний. В стационарном состоянии

$$n_g = \frac{R}{R + G}. \quad (39)$$

Уравнения движения для спина в основном, $\mathbf{S}^g$, и возбуждённом, $\mathbf{S}^{\text{exc}}$, состояниях имеют вид

$$\frac{d\mathbf{S}^g}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_g \times \mathbf{S}^g - \frac{\mathbf{S}^g}{\tau_s^g} - G\mathbf{S}^g + GS^{\text{exc}} + \frac{1}{\tau_0} S_z^{\text{exc}} \mathbf{e}_z, \quad (40a)$$

$$\frac{d\mathbf{S}^{\text{exc}}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_{\text{exc}} \times \mathbf{S}^{\text{exc}} - \frac{\mathbf{S}^{\text{exc}}}{\tau_s^{\text{exc}}} - R\mathbf{S}^{\text{exc}} + GS^g, \quad (40b)$$

где $\boldsymbol{\Omega}_{g,\text{exc}}$ — частоты спиновой прецессии в основном и возбуждённом состоянии, связанные с внешним магнит-

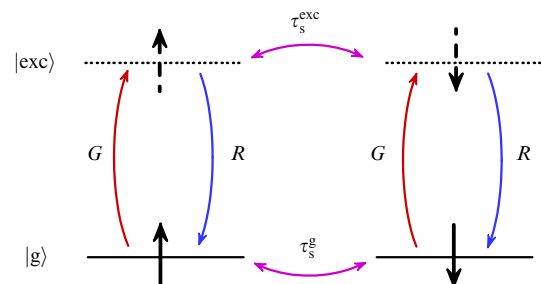


Рис. 8. Схема переходов между основными, $|g\rangle$, и возбуждёнными, $|exc\rangle$, состояниями центра локализации и спиновой релаксации в обоих состояниях. Сплошные и штриховые жирные стрелки обозначают компоненту спина $S_z^{g,\text{exc}}$ в основном и возбуждённом состоянии соответственно. (Из работы [84].)

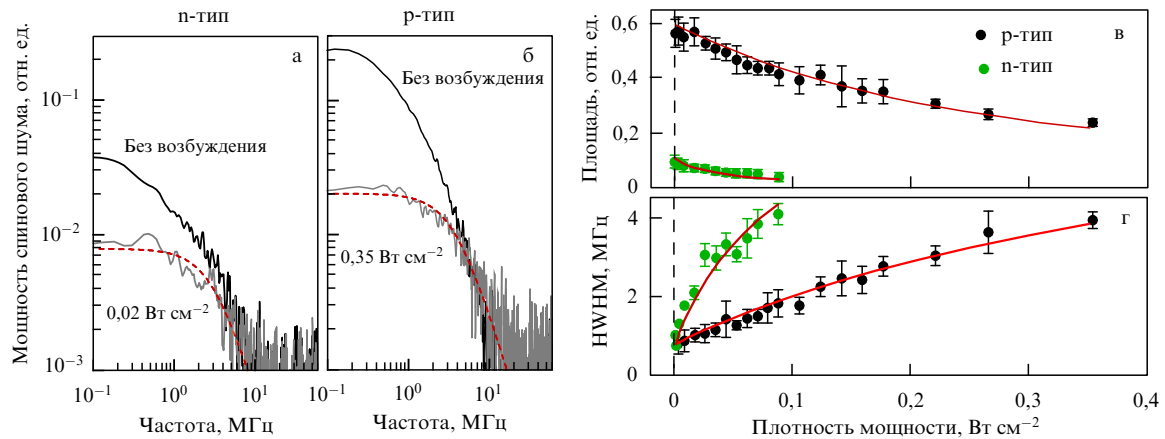


Рис. 9. (В цвете онлайн.) Спектры спинового шума без дополнительного возбуждения и его присутствия, как указано на рисунке, измеренные для образцов, содержащих квантовые точки (а) n-типа, (б) p-типа. Красные кривые показывают подгонку функцией Лоренца. (в) Площадь под спектром спинового шума как функция плотности мощности возбуждающего луча для образцов n-типа (зелёные точки) и p-типа (чёрные точки). (г) Аналогичная зависимость для полуширины спектра на полувысоте (HWHM). (Из работы [84].)

ным полем либо со сверхтонким взаимодействием, $\tau_s^{g,exc}$ — феноменологические времена спиновой релаксации, e_z — единичный вектор вдоль оси роста структуры. В уравнениях (40) учтено, что темп рекомбинации (с учётом эффектов насыщения двухуровневой системы) может быть представлен как $R = G + 1/\tau_0$, где τ_0 — время спонтанной рекомбинации триона, при которой в силу правил отбора сохраняется только z-компонента спина [33, 85]. Спектры спиновых флуктуаций в этой модели могут быть найдены аналитически из решения системы кинетических уравнений для спиновых корреляторов (см. раздел 2).

Наиболее иллюстративным является случай нерезонансного возбуждения ансамбля квантовых точек, однократно заряженных электронами или дырками [84]. Соответствующие спектры спинового шума показаны на рис. 9а, б. Спектры имеют вид лоренциана, а его площадь и полуширина показаны на рис. 9в, г как функции мощности возбуждения. Прецессионный пик в спектрах лежит на больших частотах и на рисунке не показан.

Несмотря на то что при нерезонансном возбуждении в системе задействованы не два, а множество возбуждённых состояний, представленная модель позволяет количественно описать спектры и их модификацию за счёт генерации неравновесных электронов и дырок. Считая, что процессы генерации и рекомбинации быстрее спиновой релаксации, можно показать, что средняя скорость спиновой релаксации является в этом случае взвешенной суммой темпов релаксации в основном и возбуждённом состояниях:

$$\frac{1}{\tau_s^*} = \frac{n_g}{\tau_s^g} + \frac{n_{exc}}{\tau_s^{exc}}, \quad (41)$$

где заселённости основного и возбуждённого состояний определяются выражением (39). Мощность же спиновых флуктуаций оказывается пропорциональной n_g^2 . Подгонка экспериментальных данных в рамках этой модели позволяет определить времена спиновой релаксации $\tau_s^g = 200$ нс и $\tau_s^{exc} = 19$ нс для двух исследованных образцов.

Для усиления оптических спиновых сигналов могут использоваться микрорезонаторы, которые, однако, увеличивают также и амплитуду электромагнитного поля, действующего на носители заряда [86]. В случае слабой связи в микрорезонаторе представленная модель позволяет также описать спектры неравновесных спиновых флуктуаций электронов, локализованных на флуктуациях ширины квантовой ямы, с учётом резонансного поглощения зондирующего луча и возбуждения трионов [83]. При увеличении мощности возбуждения спиновая релаксация резидентных носителей заряда ускоряется и становится анизотропной, а эффективная частота спиновой прецессии уменьшается. Причиной анизотропии является специфика правил отбора, при которой возбуждение триона с последующей оптической рекомбинацией приводит к потере компонент спина, поперечных к оси роста структуры, но не влияет на продольную компоненту спина электрона (см. (40)).

На рисунке 10 показаны спектры спинового шума, полученные экспериментально (а) и рассчитанные теоретически (б) для разных интенсивностей зондирующего луча. В общем случае спектры состоят из двух пиков, связанных со спиновой релаксацией (на нулевой частоте) и прецессией (на положительных частотах). Увеличение мощности луча приводит к подавлению прецессионного и уширению релаксационного пика.

Интересно, что упрощённое описание спиновой динамики при большой мощности зондирующего луча может быть выполнено в терминах квантового эффекта Зенона [87–89]. Согласно общим постулатам квантовой механики непрерывное детектирование электронного спинового состояния должно приводить к "замораживанию" спиновой динамики за счёт квантового обратного действия [90]. При этом частота спиновой прецессии во внешнем поперечном магнитном поле Ω_L перенормируется и становится равной [91, 92, 200]

$$\Omega = \sqrt{\Omega_L^2 - \lambda^2}. \quad (42)$$

Здесь феноменологический параметр λ характеризует "силу измерения", пропорциональную мощности зондирующего луча. В рамках четырёхуровневой системы

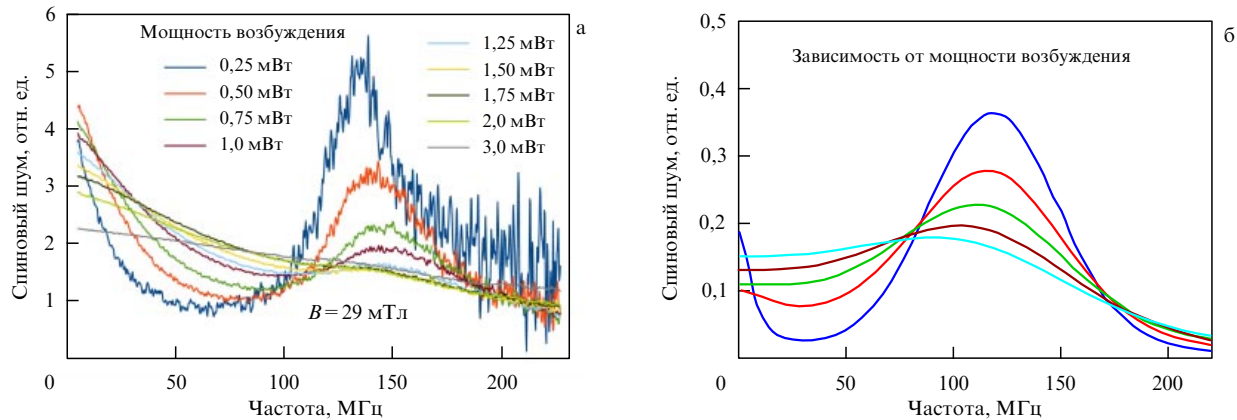


Рис. 10. (В цвете онлайн.) Спектры спиновых флуктуаций электронов в условиях генерации синглетных трионов в зависимости от мощности оптического возбуждения: (а) эксперимент, (б) теория. (Из работы [83].)

можно найти, что

$$\lambda = \frac{G\tau_s^{\text{exc}}}{2(\tau_s^{\text{exc}} + \tau_0)}, \quad (43)$$

и оба описания неравновесных спиновых флуктуаций оказываются эквивалентными друг другу.

В системе, состоящей из микрорезонатора, содержащего одиночную квантовую точку, может реализоваться режим сильной электрон-фотонной связи [86]. Спиновая поляризация электрона в такой структуре может приводить к макроскопическим углам поворота плоскости поляризации зондирующего луча [93], а также к возможности полного отражения одной из циркулярных поляризаций падающего света при полном прохождении другой поляризации. Важно отметить, что для одиночного спина не происходит усреднения спиновых флуктуаций по ансамблю, поэтому флуктуации оптических сигналов, в том числе коэффициентов отражения и прохождения света через систему, также оказываются макроскопическими.

Для теоретического описания спиновых флуктуаций в режиме сильной связи необходим учёт квантовой природы электромагнитного поля. Корреляционные функции сигналов Фарадея, Керра и эллиптичности сводятся в общем случае к средним значениям четвёрок полевых операторов рождения и уничтожения фотонов в резонаторе, аналогичным корреляционной функции $g^{(2)}(\tau)$, описывающей флуктуации интенсивности поля в резонаторе [94]. Она оказывается зависящей от спиновой динамики электрона из-за того, что при различной взаимной ориентации электронного спина и углового момента фотона свет может либо проходить через резонатор, либо отражаться от него. Простейшим оптическим сигналом, отражающим спиновый шум в такой системе, является коэффициент прохождения по интенсивности T циркулярно поляризованного света через микрорезонатор. Корреляционная функция флуктуаций коэффициента прохождения, $\langle \delta T(t) \delta T(t + \tau) \rangle$, может быть найдена как

$$\frac{\langle \delta T(t) \delta T(t + \tau) \rangle}{T_0^2} = g^{(2)}(\tau) - 1, \quad (44)$$

где T_0 — среднее значение коэффициента прохождения.

Время спиновой релаксации и период спиновой прецессии в магнитном поле обычно гораздо больше времени

рекомбинации триона и времени ухода фотона из микрорезонатора, а также периода осцилляций Раби между поляритонными состояниями. Разделение временных масштабов позволяет развить аналитический подход к описанию электронной и фотонной динамики в системе. В рамках этого подхода были получены аналитические выражения для корреляционной функции коэффициента прохождения света через структуру в пределе малой интенсивности света [94]. Эти выражения хорошо согласуются с численным расчётом в формализме матрицы плотности. Спектр флуктуаций коэффициента прохождения в общем случае состоит из спиновой и фотонной компонент, которые несут информацию соответственно о спиновой динамике в системе и о свойствах возбуждённых состояний, таких как расщепление между поляритонными состояниями и времена жизни возбуждённых состояний.

4. Спиновые цепочки

Одним из наиболее интересных объектов для изучения спиновой динамики и флуктуаций являются спиновые цепочки. Интерес к исследованию особенностей диффузии и локализации спина в одномерных цепочках, с одной стороны, обусловлен тем, что одномерные системы традиционно используются в качестве объектов для тестирования теоретических подходов, которые в дальнейшем применяются для систем большей размерности. С другой стороны, достаточно давно доступен целый ряд объектов, демонстрирующих ярко выраженные одномерные свойства [95–98]. В данном обзоре мы подробно остановимся на одной из наиболее изученных и часто применяемых моделей спиновых цепочек — XXZ-модели для спина 1/2 с беспорядком, гамильтониан которой имеет вид

$$H_{\text{XXZ}} = -J_{\perp} \sum_{m=1}^{N-1} (S_m^x S_{m+1}^x + S_m^y S_{m+1}^y) - J_z \sum_{m=1}^{N-1} S_m^z S_{m+1}^z + \hbar \sum_{m=1}^N \Omega_m S_m^z, \quad (45)$$

где индекс m нумерует N узлов в цепочке, $J_{\perp}$ и J_z — константы обменного взаимодействия между спинами на соседних узлах цепочки, S_m^{α} — соответствующие

спины на узлах цепочки ($\alpha = x, y, z$), Ω_m — случайные магнитные поля на узлах цепочки, направленные по оси z . Такая модель с помощью преобразования Йордана – Вигнера [99] может быть сведена к модели цепочки бесспиновых фермионов. В этом случае константы обменного взаимодействия $J_\perp$ и J_z описывают туннелирование между соседними узлами и взаимодействие между частицами на соседних узлах, а слагаемые $\Omega_m S_m^z$ соответствуют случайным энергиям на узлах цепочки. В этой модели проекция полного спина $\mathbf{S} = \sum_{m=1}^N \mathbf{S}_m$ на ось z является сохраняющейся величиной.

В частности, в случае ХХ-модели без беспорядка, когда $J_\perp = J$, а параметры $J_z = 0$ и $\Omega_m^z = 0$, гамильтониан системы после преобразований Йордана – Вигнера принимает простой вид

$$\mathcal{H} = \frac{J}{2} \sum_{m=1}^{N-1} (a_m^\dagger a_{m+1} + \text{h.c.}), \quad (46)$$

где операторы a_m и $a_m^\dagger$ подчиняются фермионным коммутационным соотношениям и описывают уничтожение и рождение квазичастиц на узлах цепочки. При этом z -компоненты спинов равны

$$S_m^z = a_m^\dagger a_m - 1/2, \quad (47)$$

так что задача о флуктуациях спина сводится к расчёту корреляционной функции плотности частиц. Гамильтониан (46) диагонализуетс преобразованием Фурье:

$$\mathcal{H} = \sum_k E_k a_k^\dagger a_k \quad (48)$$

с законом дисперсии

$$E_k = J \cos k, \quad (49)$$

где $a_k = \sqrt{2/(N+1)} \sum_{m=1}^N \sin(km) a_m$ и $k = \pi n/(N+1)$, а индекс n принимает значения $1, 2, 3, \dots, N$.

Для ХХ-модели без беспорядка были получены явные выражения для продольных корреляционных функций $\langle S_m^z(\tau) S_{m'}^z(0) \rangle$ между узлами с индексами m и m' [100, 101]. В пределе бесконечного числа узлов в цепочке выражение для корреляционных функций z -компонент спина принимает простой вид

$$\langle S_m^z(\tau) S_{m'}^z(0) \rangle = \frac{1}{4} J_{|\Delta m|}^2 \left(\frac{J\tau}{\hbar} \right), \quad (50)$$

где порядок функции Бесселя $J_{|\Delta m|}(J\tau/\hbar)$ определяется модулем разности номеров узлов в цепочке $\Delta m = m - m'$, а аргумент функции Бесселя напрямую зависит от величины обменного взаимодействия. Здесь, как и ранее, мы предполагаем, что температура значительно превосходит все другие энергетические масштабы в системе, но при этом время термализации оказывается достаточно большим, чтобы неупругими процессами можно было пренебречь. ХХ-модель также позволяет получить точные выражения для поперечных корреляционных функций $\langle S_m^\alpha(\tau) S_{m'}^\alpha(0) \rangle$, где $\alpha = x, y$, которые описывают корреляции фермионных операторов $a_m^\dagger, a_{m'}$ [102–105]. В случае большого числа узлов и высоких температур спиновые корреляционные функции для x - и y -компонент спина равны между собой и могут быть

записаны в простом виде

$$\langle S_m^x(\tau) S_{m'}^x(0) \rangle = \langle S_m^y(\tau) S_{m'}^y(0) \rangle = \frac{1}{4} \exp \left[- \left(\frac{J\tau}{2\hbar} \right)^2 \right] \delta_{m,m'}, \quad (51)$$

что соответствует спектру флуктуаций полного спина

$$(S_x^2)(\omega) = \frac{N\hbar\sqrt{\pi}}{2J} \exp \left[- \left(\frac{\hbar\omega}{J} \right)^2 \right]. \quad (52)$$

Эти выражения показывают, что спиновые флуктуации вдоль осей x и y не распространяются, а вдоль z распространяются с характерной скоростью $\propto J$ [106, 107], т.е. не диффузионно. В работе [108] было показано, что для ХХЗ-модели с $J_z \neq 0$ поведение корреляционных функций меняется и может становиться диффузионным.

Проанализируем теперь спиновые корреляторы в присутствии случайных полей Ω_m , которые могут быть вызваны, например, сверхтонким взаимодействием со спинами ядер кристаллической решётки. Будем считать в соответствии с (22), что распределение полей гауссово:

$$\mathcal{F}(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\delta} \exp \left(- \frac{\Omega^2}{\delta^2} \right). \quad (53)$$

В случае ХХ-модели сколь угодно малый беспорядок приводит к локализации спиновых флуктуаций. Формально данная задача эквивалентна задаче о локализации невзаимодействующих электронов в одномерной системе с "диагональным" беспорядком [109].

Во-первых, случайные поля приводят к модификации плотности состояний, которая без беспорядка имеет вид

$$\rho_0(E) = \frac{1}{\pi\sqrt{J^2 - E^2}} \quad (54)$$

и расходится вблизи $E = \pm J$, поскольку скорость носителей в этих точках равна нулю (см. (49)). Слабый беспорядок ($\delta \ll J$) приводит к изменению ρ вблизи краёв зоны согласно [109, 110]:

$$\rho(E) = \frac{1}{\pi^2} \sqrt{\frac{E_0}{J}} \frac{d}{d\Delta E} \frac{1}{\text{Ai}^2(-2\Delta E/E_0) + \text{Bi}^2(-2\Delta E/E_0)}, \quad (55)$$

где $\Delta E = \pm E - J$ вблизи соответствующих точек, $E_0 = \hbar\delta\sqrt{\hbar\delta/J}$, а $\text{Ai}(x)$ и $\text{Bi}(x)$ — функции Эйри первого и второго рода соответственно.

Во-вторых, беспорядок, как уже упоминалось, приводит к локализации волновых функций. Функция распределения обратных длин локализации $w(A)$ может быть найдена как среднее по всем волновым векторам от функции распределения обратных длин локализации частиц с заданной скоростью [111, 112]. Она имеет вид

$$w(A) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx x}{A_0 \sinh^2(\sqrt{x})} \times \exp \left(\frac{x A}{A_0} \right) \left[I_0 \left(\frac{x A}{A_0} \right) + I_1 \left(\frac{x A}{A_0} \right) \right], \quad (56)$$

где $A_0 = 3(\hbar\delta)^2/(2J^2)$. Интегрирование выполняется вдоль мнимой оси, $\text{Re}(x) = 0$.

Также легко может быть найдена и спиновая корреляционная функция $\langle S_m^z(0) S_{m'}^z(\infty) \rangle$ при больших време-

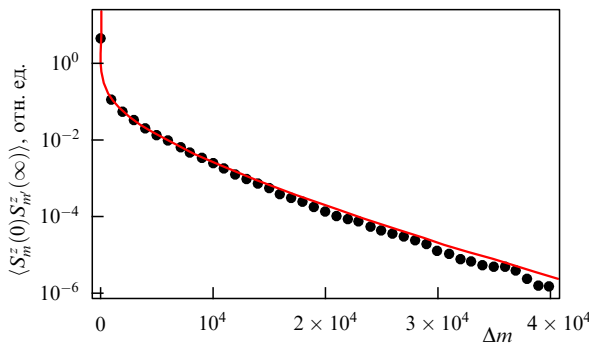


Рис. 11. Спиновая корреляционная функция на больших временах для XX-модели с беспорядком. Сплошная кривая рассчитана аналитически, а точки показывают результат численного расчёта для 10^5 узлов с периодическими граничными условиями для $\hbar\delta = 0,035J$.

нах, поскольку интерференцией волновых функций различных собственных состояний в этом пределе можно пренебречь. На рисунке 11 показан результат численного расчёта для 10^5 узлов. При заданном волновом векторе частицы $\mathbf{k}$ длина локализации равна $l_0 = 2J^2/(\hbar\delta)^2 \sin^2 k$ [113], а явный вид корреляционной функции для плотности частиц был найден в работе [114]. Его асимптотика на больших расстояниях имеет вид [115]

$$p(\Delta m) \approx \frac{\pi^3 \sqrt{\pi}}{16l_0} \left(\frac{l_0}{\Delta m} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\Delta m}{l_0} \right). \quad (57)$$

Усреднение точной корреляционной функции по волновым векторам позволяет получить выражение для спиновой корреляционной функции на больших расстояниях при высокой температуре:

$$\langle S_m^z(0) S_m^z(\infty) \rangle = \frac{\pi^3 J^2}{32\delta^2 \Delta m^2} \exp \left(-\frac{\delta^2}{8J^2} \Delta m \right). \quad (58)$$

В случае XXZ-модели локализации не происходит при сколь угодно малом беспорядке. Тогда говорят о пороге многочастичной локализации [116–118]. Однако в изотропной XXX-модели ($J_\perp = J_z$) сохранение полного углового момента делает полную многочастичную локализацию невозможной [70].

Роль неупругих процессов в динамике спиновых корреляторов в одномерных системах остаётся пока ещё малоизученной. В работе [119] была проанализирована конкуренция прыжков электронов между локализованными состояниями и сверхтонкого взаимодействия со спинами ядер решётки для квантового провода. В случае малой плотности узлов было показано, что локализация обуславливает экспоненциально широкое распределение времён прыжков, что в свою очередь приводит к низкочастотной сингулярности в спектре спинового шума. Динамика спиновых флуктуаций в этом режиме может быть хорошо описана в модели пар близко расположенных узлов и одиночных состояний, подобно модели кластеров, описанной в разделе 3.

5. Двумерные системы

Ключевое отличие двумерных и квазидвумерных систем от нульмерных и одномерных систем с беспорядком с точки зрения спиновой динамики и флуктуаций состоит в

том, что движение носителей заряда в них является свободным. Это приводит к значительному подавлению сверхтонкого взаимодействия, а в качестве движущей силы спиновой динамики выступает спин-орбитальное взаимодействие.

В структурах без центра пространственной инверсии эффективный гамильтониан электрона наряду с вкладом $\varepsilon_k = \hbar^2 k^2 / 2m$ (где $\mathbf{k}$ — квазиволновой вектор, а m — эффективная масса электрона), отвечающим за кинетическую энергию частицы, содержит спин-зависимые слагаемые, которые можно записать в виде [15, 120, 121]

$$\mathcal{H}_{\text{so}} = \frac{\hbar}{2} (\mathbf{\Omega}_k \boldsymbol{\sigma}). \quad (59)$$

Здесь $\mathbf{\Omega}_k$ — псевдовектор, величина и направление которого жёстко связаны с волновым вектором электрона $\mathbf{k}$. В структурах с квантовыми ямами на основе материалов III–V и II–VI, а также в ряде систем на основе кремния и германия компоненты вектора $\mathbf{\Omega}_k$ являются линейными функциями компонент $\mathbf{k}$. В частности, в квантовых ямах с решёткой цинковой обманки, выращенных вдоль направления $z \parallel [001]$, псевдовектор $\mathbf{\Omega}_k$ может быть представлен в виде [122–125]

$$\mathbf{\Omega}_k = (\beta_1 k_y, \beta_2 k_x, 0), \quad (60)$$

где оси $x \parallel [1\bar{1}0]$ и $y \parallel [110]$ — главные оси точечной группы C_{2v} , характеризующей в общем случае симметрию такой структуры. Константы $\beta_{1,2}$ определяются конкретной структурой и микроскопическими механизмами снятия спинового вырождения спектра. В частности, случай $\beta_1 = -\beta_2$ соответствует доминирующей структурной инверсионной асимметрии (или вкладу Рашбы в спиновое расщепление), а $\beta_1 = \beta_2$ — объёмной (или, в некоторых случаях, интерфейсной) инверсионной асимметрии (вкладу Дрессельхауза).

Из формы эффективного гамильтониана (59) следует, что спин электрона прецессирует в эффективном магнитном поле с частотой Ω_k , что определяет динамику и релаксацию спиновых флуктуаций. Режим спиновой динамики определяется соотношением между характерной частотой Ω_k и временем столкновений электрона τ^* (строго говоря, временем релаксации импульса одиночного электрона, учитывающего как рассеяние на статическом беспорядке, фононах, так и межэлектронные столкновения [126, 127]). Здесь и далее мы предполагаем, что характерные спиновые расщепления $\hbar\Omega_k$ значительно меньше, чем кинетическая энергия электронов, что позволяет пренебречь влиянием спиновой динамики на орбитальное движение электронов. В условиях частых столкновений,

$$\Omega_k \tau^* \ll 1, \quad (61a)$$

релаксация спиновых флуктуаций описывается экспоненциальным законом и корреляционные функции подчиняются системе уравнений (ср. с (11) и [2, 124])

$$\begin{aligned} \frac{dC_{\alpha\beta}(\tau)}{d\tau} + \Gamma_{\alpha\alpha'} C_{\alpha'\beta}(\tau) &= 0, \\ \Gamma_{\alpha\beta} &= \langle (\Omega_k^2 \delta_{\alpha\beta} - \Omega_{k,\alpha} \Omega_{k,\beta}) \tau^* \rangle. \end{aligned} \quad (61b)$$

В тензоре обратных времён спиновой релаксации $\Gamma_{\alpha\beta}$ подразумевается усреднение по ансамблю электронов,

описываемому равновесной функцией распределения Ферми – Дирака $f(\varepsilon_k)$ согласно

$$\langle F(\mathbf{k}) \rangle = \frac{\sum_{\mathbf{k}} F(\mathbf{k}) f'(\varepsilon_k)}{\sum_{\mathbf{k}} f'(\varepsilon_k)}.$$

Ситуация оказывается принципиально иной, когда столкновения относительно редки:

$$\Omega_k \tau^* \gtrsim 1. \quad (62a)$$

В этом случае в интервале между последовательными столкновениями спин электрона успевает повернуться на значительный угол, поэтому флуктуации спина демонстрируют осциллирующее поведение в зависимости от времени, аналогичное осцилляциям спиновой поляризации при импульсном оптическом возбуждении [128–131]. Приведём в качестве примера уравнения, описывающие динамику корреляционной функции z -компоненты полного спина двумерного электронного газа при произвольном $\Omega_k \tau^*$. Введём вспомогательную функцию

$$C_{zz}(\tau; \mathbf{k}, \mathbf{k}') = \langle \{ \delta s_{\mathbf{k},z}(t + \tau) \delta s_{\mathbf{k}',z}(t) \} \rangle,$$

где $s_{\mathbf{k},z}(t)$ — компонента спиновой поляризации с волновым вектором $\mathbf{k}$, причём $C_{zz}(\tau) = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} C_{zz}(\tau; \mathbf{k}, \mathbf{k}')$. Эта функция подчиняется уравнению

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{1}{\tau^*} \right) \frac{\partial}{\partial \tau} C_{zz}(\tau; \mathbf{k}, \mathbf{k}') + \Omega_k^2 C_{zz}(\tau; \mathbf{k}, \mathbf{k}') + \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{1}{\tau^*} \right) \frac{C_{zz}(\tau; \mathbf{k}, \mathbf{k}') - \bar{C}_{zz}(\tau; \mathbf{k}, \mathbf{k}')}{\tau^*} = 0, \quad (62b)$$

где черта сверху обозначает усреднение по углу вектора $\mathbf{k}$ при фиксированном его абсолютном значении. Дифференциальное уравнение второго порядка по τ (62b) получается из уравнений первого порядка для коррелятора $\langle \{ \delta s_{\mathbf{k},z}(t + \tau) \delta s_{\mathbf{k}',z}(t) \} \rangle$ и комбинации $\Omega_{\mathbf{k},y} \langle \{ \delta s_{\mathbf{k},x}(t + \tau) \times \delta s_{\mathbf{k}',z}(t) \} \rangle - \Omega_{\mathbf{k},x} \langle \{ \delta s_{\mathbf{k},y}(t + \tau) \delta s_{\mathbf{k}',z}(t) \} \rangle$ с учётом того, что частота $\Omega_{\mathbf{k}}$ поперечна оси z . В частности, для вырожденных электронов, изотропного в плоскости квантовой ямы спинового расщепления и $\Omega_{k_F} \tau^* \gg 1$, где k_F — фермиевский волновой вектор, $C_{zz}(\tau) \propto \cos(\Omega_{k_F} \tau) \times \exp(-\tau/2\tau^*)$ [128].

Обратим внимание на ещё одно немаловажное обстоятельство. Вырождение электронного газа приводит к подавлению интенсивности спиновых шумов. В этом несложно убедиться, непосредственно рассчитав равновесные значения корреляторов

$$C_{\alpha\beta}(0) = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{4} \sum_{\mathbf{k}} f(\varepsilon_k) [1 - f(\varepsilon_k)] \sim \sim \frac{N}{4} \begin{cases} \frac{k_B T}{E_F}, & k_B T \ll E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}, \\ 1, & k_B T \gg E_F. \end{cases} \quad (63)$$

Здесь N — концентрация электронов. Как и ожидается из качественных соображений, в вырожденном газе флуктуируют спины электронов только в состояниях в узкой тепловой полосе $k_B T$ в окрестности энергии Ферми. Заполненные состояния с $E_F - \varepsilon \gg k_B T$ вклада не вносят, так как в каждом таком орбитальном состоянии есть два электрона с противоположными спинами. Аналогичное подавление имеет место в трёхмерных системах со свободными электронами, оно наблюдалось экспериментально в кристаллах GaAs [9]. В ограниченной области в

бесконечном двумерном газе в случае нулевых температур квантовые корреляции [2] приводят к возникновению дополнительного вклада, который связан с конечной длиной волны электронов.

Линейная связь между эффективным магнитным полем $\Omega_{\mathbf{k}}$ и волновым вектором электрона $\mathbf{k}$, а также возможность свободного распространения электронов в плоскости квантовой ямы приводят к ряду ярких особенностей в пространственно-временных корреляциях спина. Проиллюстрируем эти эффекты на простейшем частном случае, когда имеется компенсация вкладов Дресельхауза и Рашбы, $\beta_1 \neq 0$, $\beta_2 = 0$. В этом случае ось спиновой прецессии совпадает с осью x структуры, а угол поворота спина при движении электрона определяется лишь его смещением вдоль оси y , Δy :

$$\theta = \frac{m\beta_1}{\hbar} \Delta y. \quad (64)$$

Примечательно, что в такой ситуации спиновые флуктуации в разных точках пространства оказываются коррелированными или антикоррелированными в зависимости от величины θ в формуле (64) и независимо от того, является ли движение электрона баллистическим или диффузионным. В такой ситуации говорят о формировании долгоживущей спиновой спирали (persistent spin helix) [132–135]. Если $\beta_1 = 0$, $\beta_2 \neq 0$, то спираль формируется не вдоль оси y , а вдоль оси x . Отсутствие точной компенсации вкладов структурной и объёмной асимметрии в спиновом расщеплении, а также наличие кубических по волновому вектору членов в эффективном гамильтониане приводит к нарушению связи (64), однако в широком диапазоне параметров в двумерных структурах формируются долгоживущие моды с нетривиальными спиновыми корреляциями.

Последовательная теория спиновых флуктуаций с пространственным и временным разрешением развивалась в работе [136] (см. также обзор [137]), где приведены данные по наблюдению спиновой спирали в экспериментах по спиновой диффузии. Пространственно-временные спиновые флуктуации характеризуются корреляционной функцией (ср. с (4))

$$\mathcal{K}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \tau) = \langle \{ \delta s_{\alpha}(\mathbf{r} + \mathbf{r}, t + \tau) \delta s_{\beta}(\mathbf{r}, t) \}_s \rangle, \quad (65)$$

где усреднение проводится как по t , так и по $\mathbf{r}$ (при фиксированных τ и $\mathbf{r}$). В случае частых столкновений (61a) авторами [136] получено компактное аналитическое выражение для фурье-образа коррелятора (65):

$$\mathcal{K}_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega) = \int \int \mathcal{K}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \tau) \exp(i\omega\tau - i\mathbf{q}\mathbf{r}) d\mathbf{r} d\tau = = \frac{mk_B T}{16\pi\hbar^2} \left(\frac{1}{-i\omega + \hat{\Gamma} + Dq^2 + i2\tau^* \hat{A}(\mathbf{q})} + \text{h.c.} \right)_{\alpha\beta}. \quad (66)$$

Здесь D — коэффициент диффузии электронов, $\hat{\Gamma}$ — тензор обратных времён спиновой релаксации (61б), тензор $\hat{A}$ с компонентами

$$A_{\alpha\beta}(\mathbf{q}) = -\epsilon_{\alpha\beta\gamma} \hbar \int_0^{2\pi} \Omega_{\gamma, \mathbf{k}}(\mathbf{q}\mathbf{k}) \frac{d\varphi_{\mathbf{k}}}{2\pi m^*},$$

где $\varphi_{\mathbf{k}}$ — полярный угол вектора $\mathbf{k}$, описывает электронную спиновую прецессию при диффузии, а электронный газ предполагается вырожденным.

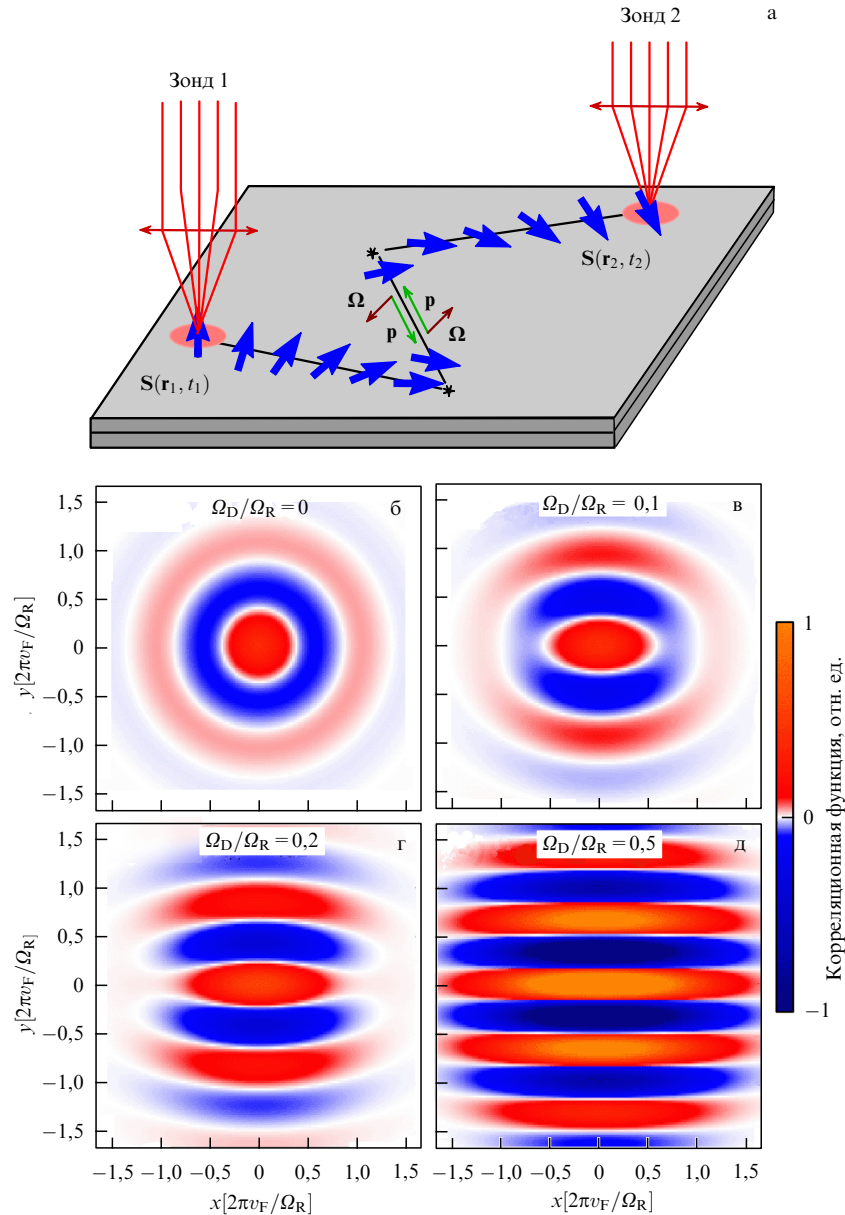


Рис. 12. (а) Схема возможного эксперимента по измерению пространственных корреляций флуктуаций спиновой плотности в квантовой яме. (б–д) Пространственная зависимость коррелятора нормальной компоненты спиновой плотности $K_{zz}(\mathbf{r}, \tau)$ в квантовой яме. Эффективные поля Рашбы и Дрессельхауза введены согласно $\Omega_R = (\beta_1 - \beta_2)k_F/2$, $\Omega_D = (\beta_1 + \beta_2)k_F/2$. Расчёт проведён для $\tau = 20/(\Omega_R^2 \tau^*)$, $\Omega_R \tau^* = 0,2$ и различных величин полей Дрессельхауза. (Из работы [136].)

На рисунке 12 представлена схема возможного эксперимента по детектированию пространственно-временных спиновых флуктуаций в структуре с квантовой ямой (а) и результаты расчёта пространственного распределения корреляционных функций спиновой плотности (б–д), выполненного в статье [136]. На рисунке хорошо видны пространственные осцилляции спиновой поляризации даже в тех случаях, когда вклады Рашбы и Дрессельхауза в спиновое расщепление существенно различаются. Это связано с тем, что, несмотря на то что в диффузионном режиме электроны могут попасть из одной точки образца в другую по большому количеству различных траекторий, основной вклад в спиновый коррелятор вносят траектории, близкие к прямолинейным.

Выше рассматривалась типичная ситуация, в которой спиновое расщепление $\Omega_{\mathbf{k}}$ не зависит от координат.

Имеется ряд систем, где спиновое расщепление зон "в среднем" отсутствует или существенно подавлено, но остаются пространственные флуктуации (см. обзор [138]). Динамика спина в таких системах может значительно отличаться от случая координатно-независимого спинового расщепления. Можно ожидать, что и флуктуации спина в таких системах будут обладать рядом особенностей. Этот вопрос недостаточно изучен, однако в квазиодномерных системах с пространственными флуктуациями спинового расщепления ожидаются степенные особенности в спектрах спиновых шумов на низких частотах [139].

Перейдём теперь к описанию спиновых флуктуаций в двумерных системах, которые выведены из состояния термодинамического равновесия. Роль спин-орбитальной связи здесь проявляется особенно ярко, если к систе-

ме приложено внешнее электрическое поле E , вызывающее дрейф электронов. Наличие среднего волнового вектора $\langle \mathbf{k}_{\text{dr}} \rangle = (m\mu/\hbar) E$, где μ — подвижность носителей заряда, приводит за счёт спин-орбитальной связи к появлению среднего эффективного магнитного поля, вызывающего регулярную прецессию спиновых флуктуаций на частоте Ω_{dr} . Это находит отражение в индуцированном электрическим током сдвиге пика в спектре спиновых флуктуаций. Эффект был предложен и теоретически описан в работе [140]. В случае, когда внешнего магнитного поля нет, пик в спектре спиновых шумов центрирован на частоте Ω_{dr} , а при наличии внешнего поля — на частоте $|\Omega_{\text{dr}} + \Omega_L|$, где Ω_L — ларморовская частота спиновой прецессии. Экспериментально аналогичный эффект наблюдался в электронном парамагнитном резонансе на нецентросимметричных квантовых ямах SiGe [141].

С увеличением электрического тока неравновесные эффекты в спектрах флуктуаций проявляются ещё ярче [29]. Общая теория неравновесных спиновых флуктуаций в таких условиях изложена в статье [33].

В работе [142] построена микроскопическая теория спиновой динамики и флуктуаций двумерного электронного газа в режиме стриминга с учётом спин-орбитального взаимодействия. Режим стриминга реализуется в достаточно чистых полупроводниковых структурах при приложении к ним умеренно сильного электрического поля и характеризуется тем, что электрон, двигаясь баллистически в течение времени t_{tr} , достигает энергии оптического фонона, после чего испускает фонон, теряет энергию и снова возвращается в область малых энергий [143].

В работе [142] получено кинетическое уравнение, описывающее спиновую динамику в режиме стриминга с учётом спин-орбитального взаимодействия. При этом удобно отделить область в импульсном пространстве с малой величиной компоненты импульса, поперечной к направлению приложенного электрического поля (так называемая "игла"), от всей остальной части импульсного пространства. Основная часть электронов в режиме стриминга сосредоточена именно в "игле". Упругое рассеяние на примесях или квазиупругое рассеяние на акустических фононах приводит к рассеянию электронов из иглы во всю остальную область импульсного пространства. Разделение двух вкладов в спиновую функцию распределения позволяет свести задачу об описании спиновой динамики и спектров спинового шума к расчёту и анализу собственных спиновых мод в системе.

Скорости затухания различных спиновых мод могут значительно различаться. В зависимости от соотношения между величинами спиновых расщеплений Рашбы и Дрессельхауза спиновое распределение в импульсном пространстве быстро релаксирует либо к однородному (нулевая собственная мода), либо к осциллирующему (одна из высших мод). В последнем случае реализуется режим спиновой спирали в импульсном пространстве. Затухание наиболее долгоживущей спиновой моды в зависимости от параметров системы определяется либо сочетанием влияния спин-орбитального взаимодействия и процессов квазиупругого рассеяния, аналогично механизму Дьяконова – Переля [144], либо слабым проникновением электронов в область, где энергия носителей превышает энергию оптического фонона.

Сложная спиновая динамика системы ярко проявляется в спектрах спиновых флуктуаций. Спектры флук-

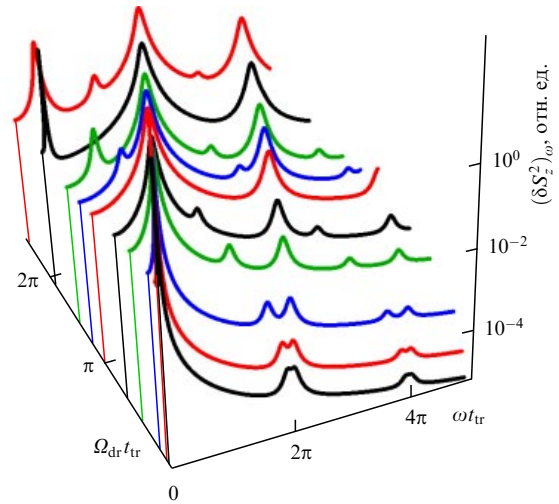


Рис. 13. Спектры спиновых флуктуаций электронов в режиме стриминга при различных величинах тянущего электрического поля. (Из работы [142].)

туаций состоят из серии пиков, положения которых определяются временем разгона электрона до энергии оптического фонона, $t_{\text{tr}} \propto 1/E$, и средней частотой спиновой прецессии в спин-орбитальном поле, Ω_{dr} . Вид спектров при различных значениях параметра $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}}$ показан на рис. 13. Центральные частоты и ширины пиков определяются собственными частотами и временами релаксации соответствующих спиновых мод в системе. Наибольший по амплитуде пик расположен на частоте Ω_{dr} . Однако в случае, когда $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}} = 2\pi k$, где k — целое число, в системе, как уже упоминалось, реализуется режим спиновой спирали в импульсном пространстве, при котором спин электрона поворачивается на угол, кратный 2π , между двумя последовательными испусканиями фонона независимо от числа упругих рассеяний между ними. В этом случае резко увеличивается амплитуда пика на наиболее низкой частоте (чёрная кривая на рис. 13, соответствующая $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}} \approx 2\pi$).

Помимо электронных систем, с точки зрения спиновых флуктуаций активно исследуются экситонные и экситон-поляритонные системы. Ключевой особенностью таких систем является их принципиальная неравновесность, так как экситоны в квантовых ямах и экситонные поляритоны в квантовых микрорезонаторах имеют конечное время жизни, поэтому в таких системах существенную роль играет накачка и сопутствующие ей флуктуации числа частиц (генерационно-рекомбинационный шум). Более того, экситонные системы обладают богатой тонкой структурой энергетического спектра: в квантовых ямах имеются как оптически-активные (светлые) экситоны с проекцией суммарного момента электронно-дырочной пары на ось роста $m_z = \pm 1$, так и тёмные состояния с $m_z = \pm 2$. В работе [32] развита теория спиновых флуктуаций светлых и тёмных экситонов в структурах с квантовыми ямами в поперечном магнитном поле и проанализированы эффекты конкуренции электронно-дырочного обменного взаимодействия, приводящего к расщеплению состояний с $|m_z| = 1$ и $|m_z| = 2$, и внешнего магнитного поля, смешивающего светлые и тёмные состояния. В статьях [145, 146] теоретически изучались спиновые флуктуации экситонных поляритонов.

Важными эффектами являются замедление флуктуаций за счёт бозе-стимуляции и изменение статистики флуктуаций с увеличением мощности накачки [147], значительную роль играют также межчастичные взаимодействия [146]. Как показано теоретически и экспериментально, в структурах с квантовыми микрорезонаторами возможно гигантское усиление спиновых флуктуаций за счёт эффектов оптической неустойчивости [148].

6. Спиновые корреляторы высоких порядков

В предыдущих разделах мы ограничивались рассмотрением только спиновых корреляционных функций второго порядка. Такие корреляторы несут информацию о спиновой динамике, однако характеризуют её, вообще говоря, не полностью. Исчерпывающая информация о спиновых свойствах содержится лишь в полном наборе корреляционных функций всех порядков. В случае флуктуаций классической величины $S(t)$ коррелятор порядка n имеет вид

$$\langle \delta S_z(t_1) \delta S_z(t_2) \dots \delta S_z(t_n) \rangle. \quad (67)$$

В общем случае для квантового оператора $\delta \hat{S}_z(t)$ это выражение необходимо симметризовать [90]:

$$\langle \{ \delta \hat{S}_z(t_1) \{ \delta \hat{S}_z(t_2) \dots \delta \hat{S}_z(t_n) \}_s \dots \}_s \rangle, \quad (68)$$

(ср. с выражением (4)), причём здесь подразумевается упорядочение времён $t_1 < t_2 < \dots < t_n$. Мы, как и раньше, предполагаем, что температура значительно превосходит зеемановское расщепление спиновых подуровней, так что средняя спиновая поляризация в системе отсутствует, $\langle S_z(t) \rangle = 0$, и все корреляторы нечётных порядков равны нулю.

Для ансамбля N независимых спинов вместо корреляционной функции (67) удобно рассматривать полуинварианты или кумулянты [149–151]. Они определяются производящей функцией

$$\ln \left\langle \exp \left(\sum_{i=1}^n x_i \delta S_z(t_i) \right) \right\rangle. \quad (69)$$

В частности, аналогом (67) является коэффициент C_n в разложении производящей функции в ряд Тейлора по $x_1, x_2, \dots, x_n$. Например, для $n = 2$ и $n = 4$ кумулянты имеют вид

$$C_2 \{ \delta S_z(t) \} = \langle \delta S_z(t_1) \delta S_z(t_2) \rangle, \quad (70a)$$

$$\begin{aligned} C_4 \{ \delta S_z(t) \} = & \langle \delta S_z(t_1) \delta S_z(t_2) \delta S_z(t_3) \delta S_z(t_4) \rangle - \\ & - \langle \delta S_z(t_1) \delta S_z(t_2) \rangle \langle \delta S_z(t_3) \delta S_z(t_4) \rangle - \\ & - \langle \delta S_z(t_1) \delta S_z(t_3) \rangle \langle \delta S_z(t_2) \delta S_z(t_4) \rangle - \\ & - \langle \delta S_z(t_1) \delta S_z(t_4) \rangle \langle \delta S_z(t_2) \delta S_z(t_3) \rangle. \end{aligned} \quad (70b)$$

В общем случае для каждого усреднения необходимо симметризовать выражения аналогично (68).

Преимуществом кумулянтов по сравнению с обычными корреляторами является их аддитивность, как это следует из вида производящей функции (69). Если пол-

ный спин состоит из N независимых вкладов $S_k(t)$,

$$S(t) = \sum_{k=1}^N S_k(t), \quad (71)$$

то кумулянты также распадаются на сумму независимых вкладов:

$$C_n \{ \delta S_z(t) \} = \sum_{k=1}^N C_n \{ \delta S_{k,z}(t) \}. \quad (72)$$

Отсюда видно, что в случае $N \gg 1$ основной вклад в коррелятор (67) даёт кумулянт второго порядка и более высокими порядками можно пренебречь. Таким образом, шум большого числа независимых спинов является гауссовым, так что корреляторы высоких порядков могут вычисляться аналогично с теоремой Вика.

Флуктуации малого числа спинов, вообще говоря, не являются гауссовыми. Например, для одиночного электрона ($S = 1/2$) одновременной кумулянт четвёртого порядка

$$C_4 = \langle \delta S_z^4 \rangle - 3 \langle \delta S_z^2 \rangle^2 = -\frac{1}{8} \quad (73)$$

не равен нулю. Для различных времён $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$ кумулянт равен

$$\begin{aligned} C_4 \{ \delta S_z(t) \} = & - \langle \delta S_z(t_1) \delta S_z(t_3) \rangle \langle \delta S_z(t_2) \delta S_z(t_4) \rangle - \\ & - \langle \delta S_z(t_1) \delta S_z(t_4) \rangle \langle \delta S_z(t_2) \delta S_z(t_3) \rangle. \end{aligned} \quad (74)$$

Кумулянт порядка n зависит от $n - 1$ временных интервалов, так что его спектр зависит от $n - 1$ частот. Простейшей иллюстрацией спектра высокого порядка служит биспектр, который является срезом спектра спиновых флуктуаций четвёртого порядка и определяется как фурье-образ коррелятора (70b) при временах $t_1 = t$, $t_2 = t + \tau_1$, $t_3 = t + \tau$, $t_4 = t + \tau + \tau_2$, проинтегрированного по t :

$$B(\omega_1, \omega_2) = \iint dt_1 dt_2 \exp(i\omega_1 \tau_1 + i\omega_2 \tau_2) C_4(\tau_1, \tau_2), \quad (75)$$

где

$$\begin{aligned} C_4(\tau_1, \tau_2) = & \int dt C_4 \{ \delta S_z(t) \delta S_z(t + \tau_1) \times \\ & \times \delta S_z(t + \tau) \delta S_z(t + \tau + \tau_2) \}. \end{aligned} \quad (76)$$

Биспектр отражает степень скоррелированности спиновых шумов на частотах ω_1 и ω_2 . При вычислении биспектра для квантовых величин необходимо выполнить симметризацию операторов (68). В результате для ансамбля электронов из (74) находим

$$\begin{aligned} NC_4(\tau_1, \tau_2) = & -(|\tau_1| + |\tau_2|) C_2(\tau_1) C_2(\tau_2) - \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} [C_2(\tau - |\tau_2|) C_2(\tau + |\tau_1|) + \\ & + C_2(|\tau| + |\tau_1|) C_2(|\tau| + |\tau_2|)] d\tau, \end{aligned} \quad (77)$$

где

$$C_2(\tau) = \langle \{ \delta S_z(t) \delta S_z(t + \tau) \}_s \rangle. \quad (78)$$

Если спиновые флуктуации прецессируют в поперечном магнитном поле с частотой Ω_L и релаксируют с харак-

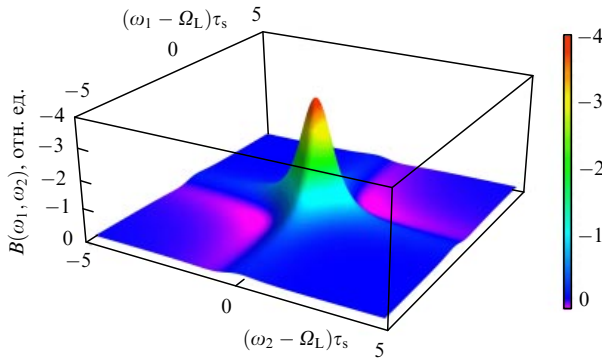


Рис. 14. (В цвете онлайн.) Биспектр спиновых флуктуаций в поперечном магнитном поле, рассчитанный по выражению (79). Вертикальная ось идёт для наглядности сверху вниз, так что небольшим положительным значениям $B(\omega_1, \omega_2)$ соответствуют розовые области.

терным временем τ_s (как при выводе (9)), то биспектр при положительных ω_1 и ω_2 имеет вид

$$NB(\omega_1, \omega_2) = \frac{\tau_s^3 [(\delta_1 + \delta_2)^2 + 4](\delta_1 \delta_2 - 1)}{16(1 + \delta_1^2)^2(1 + \delta_2^2)^2}, \quad (79)$$

где $\delta_{1,2} = (\omega_{1,2} - \Omega_L)\tau_s$ и предполагается, что $\Omega_L \tau_s \gg 1$. Результат расчётов по этому выражению представлен на рис. 14. Биспектр сосредоточен вблизи $\omega_1 = \omega_2 = \Omega_L$, при этом в области, где $\omega_1 - \Omega_L$ и $\omega_2 - \Omega_L$ имеют одинаковый знак, биспектр может быть положительным, а в оставшейся области — отрицательным. Эти случаи могут быть интерпретированы как положительная и отрицательная корреляции между шумом на частотах ω_1 и ω_2 [20].

Предложенный подход применим для описания так называемых квантово-механически слабых измерений спинового шума, когда в процессе измерения матрица плотности системы практически не меняется [152]. Учёт конечной силы взаимодействия системы с измерительным прибором может быть выполнен, например, при помощи операторов Краусса [153, 154]:

$$K(s) = \left(\frac{2\lambda}{\pi}\right)^{1/4} \exp[-\lambda(s - S_z)^2], \quad (80)$$

где S_z — оператор спина, s — непрерывный вещественный параметр, а λ характеризует силу измерения. Вероятность измерения спина равна $1 - \exp(-\lambda/2)$. В результате импульсного измерения матрица плотности принимает вид

$$\rho(s) = K(s)\rho K(s), \quad (81)$$

а между измерениями матрица плотности эволюционирует свободно. После n измерений среднее значение спиновой корреляционной функции может быть найдено как

$$\begin{aligned} \langle S_z(t_1) S_z(t_2) \dots S_z(t_n) \rangle = \\ = \iint \dots \int s_1 s_2 \dots s_n \text{Tr}[\rho(s_1, s_2, \dots, s_n)] ds_1 ds_2 \dots ds_n, \end{aligned} \quad (82)$$

где параметры s_i ($i = 1, 2, \dots, n$) характеризуют измерения, проводимые в моменты времени t_i .

В пределе слабых измерений, когда параметр $\lambda \rightarrow 0$, такое определение корреляционной функции совпадает с (68) [155]. В пределе сильных измерений ($\lambda \rightarrow \infty$) коррелятор можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \langle S_z(t_1) S_z(t_2) \dots S_z(t_n) \rangle = \sum_{m_1 m_2 \dots m_n} m_1 m_2 \dots m_n \times \\ \times \text{Tr}[P_{m_n} U_{t_n - t_{n-1}} (P_{m_{n-1}} \times \\ \times U_{t_{n-1} - t_{n-2}} (\dots U_{t_2 - t_1} (P_{m_1} \rho P_{m_1}) \dots) P_{m_{n-1}}) P_{m_n}], \end{aligned} \quad (83)$$

где m — собственные числа оператора S_z , P_m — проекторы на соответствующие собственные состояния ($S_z = \sum_m m P_m$), а супероператор $U_\tau(\rho)$ описывает свободную эволюцию матрицы плотности в течение времени τ . Выражение (83) фактически представляет собой среднее по всем возможным путям эволюции системы между значениями спина m_i в моменты времени t_i , при этом в каждый момент измерения матрица плотности системы проецируется на соответствующее состояние (кратность собственных чисел m_i предполагается равной единице).

В качестве простейшего нетривиального примера, иллюстрирующего различие между сильными и слабыми измерениями с точки зрения спектроскопии спиновых шумов, можно рассмотреть корреляторы одиночного спина S во внешнем поперечном магнитном поле. Коррелятор второго порядка не зависит от силы измерения λ и может быть вычислен методами, описанными в разделе 2. Для $S = 1/2$ коррелятор четвёртого порядка также не зависит от λ . Однако различия появляются, если рассмотреть $S = 1$. Например, для трёх равных интервалов времени можно показать, что

$$\begin{aligned} \langle \delta S_z(0) \delta S_z(\tau) \delta S_z(2\tau) \delta S_z(3\tau) \rangle = \frac{1}{36} \left[16 \cos^2(\Omega_L \tau) \times \right. \\ \times \exp\left(-\frac{2\tau}{\tau_s}\right) + \exp\left(-\frac{3\tau}{\tau_s}\right) + \cos(2\Omega_L \tau) \exp\left(-\frac{3\tau}{\tau_s}\right) + \\ \left. + 6 \cos(4\Omega_L \tau) \exp\left(-\frac{3\tau}{\tau_s}\right) \right], \end{aligned} \quad (84a)$$

$$\begin{aligned} \langle \delta S_z(0) \delta S_z(\tau) \delta S_z(2\tau) \delta S_z(3\tau) \rangle_{\text{strong}} = \frac{1}{18} \cos^2(\Omega_L \tau) \times \\ \times \exp\left(-\frac{2\tau}{\tau_s}\right) \left[8 + \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_s}\right) + 3 \cos(2\Omega_L \tau) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_s}\right) \right], \end{aligned} \quad (84b)$$

где первая строка описывает "обычный" коррелятор (68), соответствующий слабым измерениям, а индекс "strong" соответствует пределу $\lambda \rightarrow \infty$. Спиновая релаксация здесь для простоты описывается в τ -приближении для матрицы плотности. Эти корреляторы показаны на рис. 15 чёрной сплошной (1) и красной штриховой (2) кривыми соответственно.

В пределе большого числа частиц спиновые флуктуации становятся гауссовыми, так что кумулянт четвёртого порядка обнуляется и коррелятор четвёртого порядка сводится к сумме попарных произведений корреляторов второго порядка (см. (70б)). В этом случае получаем

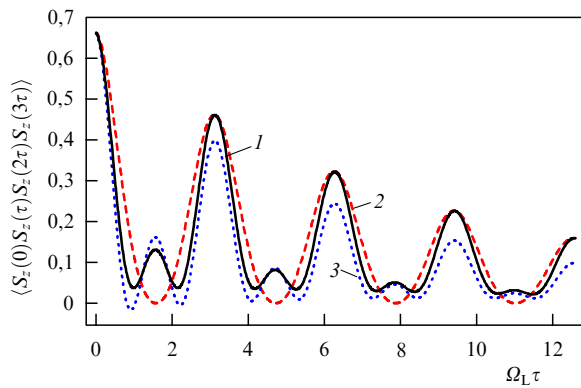


Рис. 15. (В цвете онлайн.) Коррелятор четвёртого порядка для одиночного спина $S = 1$ для случая слабых измерений (чёрная сплошная кривая 1, формула (84а)), сильных измерений (красная штриховая кривая 2, формула (84б)) и для большого ансамбля спинов $S = 1$ (синяя пунктирная кривая 3, формула (85)).

выражение (спектр нормирован на число спинов)

$$\begin{aligned} \langle \delta S_z(0) \delta S_z(\tau) \delta S_z(2\tau) \delta S_z(3\tau) \rangle_{\text{Gauss}} = & \frac{1}{9} \left[2 \cos^2(\Omega_L \tau) \times \right. \\ & \times \exp\left(-\frac{2\tau}{\tau_s}\right) + \exp\left(-\frac{4\tau}{\tau_s}\right) + \cos(2\Omega_L \tau) \times \\ & \left. \times \exp\left(-\frac{4\tau}{\tau_s}\right) + 2 \cos(4\Omega_L \tau) \exp\left(-\frac{4\tau}{\tau_s}\right) \right], \end{aligned} \quad (85)$$

показанное синей пунктирной кривой (3) на рис. 15.

В случае обычного измерения фарадеевского вращения для одиночного спина параметр λ можно оценить как $\bar{N}\theta_F^2$ [91], где $\bar{N}$ — среднее число фотонов в зондирующем импульсе, а θ_F — угол фарадеевского вращения для полностью поляризованного спина. Для типичных экспериментов приводится оценка $\lambda \sim 10^{-4}$ [91]. Измерение спиновых корреляторов высоких порядков позволяет, например, разделять однородное и неоднородное уширение спиновых резонансов (времени дефазировки и декогеренции спина) [91, 156, 157] или исследовать свойства резервуара, обеспечивающего спиновую релаксацию [158, 159], а также изучать эффекты многочастичного взаимодействия, которые не проявляются в спиновом корреляторе второго порядка [160]. Для электронов, локализованных в квантовых точках, измерение спиновых корреляторов четвёртого порядка позволяет определять параметры динамики ядерного поля, вызванной прецессией во внешнем магнитном поле, в поле Найта или квадрупольным расщеплением ядерных подуровней [161, 162].

В случае моноэкспоненциальной спиновой релаксации обычный спектр спиновых флуктуаций (второго порядка) состоит из серии лоренцианов соответствующей ширины, центрированных на собственных частотах системы (см. (27)). Интересно, что, выполняя разложение свободной энергии по степеням оператора спина, можно показать, что спектр корреляторов высоких порядков также описывается универсальными выражениями с небольшим числом параметров [163]. Этот же подход позволяет использовать симметрию к обращению хода времени для установления общих соотношений между спиновыми корреляционными функциями высоких порядков и нелинейной спиновой восприимчивостью или полевой зависимостью спиновых корреляторов более низких порядков [20, 164].

Обычно при изучении спиновых флуктуаций используется не импульсное (как обсуждалось выше), а непрерывное детектирование. В этом случае измерения в промежуточные моменты времени не входят напрямую в коррелятор (82), но модифицируют матрицу плотности [91, 200]. Это было продемонстрировано в эксперименте по измерению спиновой корреляционной функции второго порядка для одиночной квантовой точки [157]. Так, например, если между измерениями спина в моменты времени 0 и t проводилось сильное измерение в момент времени τ ($0 < \tau < t$), то коррелятор имеет вид

$$\langle S_z(0)S_z(t) \rangle_\tau = 4 \langle S_z(0)S_z^2(\tau)S_z(t) \rangle, \quad (86)$$

где рассматривается спин, равный $1/2$. Для сильных промежуточных измерений такой коррелятор, вообще говоря, не равен $\langle S_z(0)S_z(t) \rangle$ [161, 162].

В пределе сильных непрерывных измерений динамика спиновых флуктуаций в системе практически замораживается в силу квантового эффекта Зенона, как это было описано в разделе 3.5. Спиновый шум в таких условиях является телеграфным: в каждый момент времени спин находится в одном из собственных состояний [89].

В заключение отметим, что, поскольку прямое измерение спиновых корреляторов высоких порядков оказывается затруднительным, в последнее время появляются альтернативные методы их детектирования. Так, например, с целью преодоления параметрического подавления кумулянтов высоких порядков для большого числа независимых спинов могут изучаться "вынужденные" спиновые флуктуации [165], когда либо внешнее поле [166], либо оптическая ориентация синхронизируют отдельные спины, так что их уже нельзя считать независимыми. Другая возможность наблюдения спиновых флуктуаций высоких порядков заключается в реализации нелинейной связи между детектируемым углом фарадеевского вращения и спиновой поляризацией. Этот метод позволил наблюдать шумы оптического выстраивания в атомных газах [167]. Этот же метод позволяет исследовать корреляторы высоких порядков для спинов, которые напрямую не участвуют в оптических переходах [168]. В качестве таких спинов могут выступать спины ядер основной кристаллической решётки, спины магнитных примесей, спины ядер доноров или акцепторов, создающих локализованные электронные состояния [169, 170].

В типичных экспериментальных условиях основной механизм фарадеевского вращения за счёт ядерной спиновой флуктуации $\delta \mathbf{I}$ основан на расщеплении частоты трионного резонанса ω_0 на величину $2a\delta I_z$ за счёт сверхтонкого взаимодействия [65, 168] (a — вещественная константа, см. также далее раздел 7). Для $\sigma^\pm$ поляризованного света на частоте ω вклад в коэффициент прохождения, связанный с одиночным резонансом, имеет вид

$$t_\pm \propto \frac{1}{\omega - \omega_0 \mp a\delta I_z + i\gamma}, \quad (87)$$

где γ — однородная ширина резонанса. Угол фарадеевского вращения определяется разностью набегов фаз и имеет вид

$$\theta_F \propto \text{Im}[(t_+ - t_-)t^*] \propto \frac{a\delta I_z \gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}, \quad (88)$$

где $t = (t_+ + t_-)/2$, и мы учли, что $a\delta I_z \ll \gamma$. Видно, что, в отличие от фарадеевского вращения за счёт флуктуаций спинов носителей заряда (18), этот эффект максимален точно в резонансе ($\omega = \omega_0$). Для описания фарадеевского вращения в реальных системах выражение (88) может

быть необходимо усреднить по неоднородному уширению резонанса. Альтернативными механизмами фарадеевского вращения являются изменение тепловой заселённости электронных спиновых подуровней и вклады от межзонных оптических переходов [169, 170].

Например, при нулевой отстройке, $\omega = \omega_0$, сигнал фарадеевского вращения (см. (18) и (88)) можно представить в виде

$$\mathcal{F} = \text{Re} \{ \delta P_y E_{0,x}^* \} = C \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a \delta I_z}{\gamma} \right)^{2n+1}, \quad (89)$$

где C — вещественная константа. Из этого выражения видно, что даже корреляционная функция фарадеевского вращения второго порядка будет содержать вклады от спиновых корреляционных функций высоких порядков:

$$\langle \mathcal{F}(0) \mathcal{F}(\tau) \rangle = C^2 \sum_{n,n'} \left(\frac{a}{\gamma} \right)^{2(n+n'+1)} \langle \delta I_z^{2n+1}(0) \delta I_z^{2n'+1}(\tau) \rangle. \quad (90)$$

Ограничением такого подхода является то, что все спиновые операторы берутся лишь в один из двух моментов времени: 0 или τ .

7. Возможности спектроскопии спиновых флуктуаций

Чаще всего спектроскопия спинового шума в том виде, как она была описана выше, применяется для изучения спиновых свойств электронов и дырок. В то же время фарадеевское вращение может индуцироваться флуктуациями любых физических величин, которые преобразуются при операциях симметрии так же, как компонента псевдовектора S_z . В этом разделе мы кратко представим возможности детектирования флуктуаций спинов ядер кристаллической решётки, магнитных примесей, электрических зарядов в магнитном поле, долиной поляризации и электрического тока в гиротропных системах. Помимо этого, мы обсудим возможности исследования оптических спектров систем и пространственного разрешения спиновых флуктуаций, которые были экспериментально продемонстрированы в последние годы.

Спины ядер кристаллической решётки не участвуют напрямую в оптических межзонных переходах. Однако механизм эффекта Фарадея для ядер, обсуждавшийся в предыдущем разделе, позволяет детектировать их спиновые флуктуации. Например, на рис. 16 представлен спектр флуктуаций фарадеевского вращения для объёмного GaAs, легированного Si, для частоты зондирующего луча, близкой к оптическому резонансу нейтральных доноров. В спектре чётко видны пики на частотах спиновой прецессии ядер ^{69}Ga , ^{71}Ga , ^{75}As [65]. В этой системе сверхтонкое взаимодействие с резидентным электроном и дыркой в трионе приводит к сдвигу резонанса на величину

$$a \delta I_z = \frac{1}{\hbar} \left(\frac{1}{2} A^e + \frac{3}{2} A^h \right) \sum_{k=1}^{N_n} \delta I_{k,z}, \quad (91)$$

как обсуждалось в разделе 6. Здесь константы сверхтонкого взаимодействия для электрона, A^e , и дырки в трионе, A^h , положены равными для всех ядер вблизи донора (ср. с (20)). Аналогично за счёт обменного взаимодействия возможно также детектировать флуктуации спинов магнитных примесей, например марганца [168, 171].

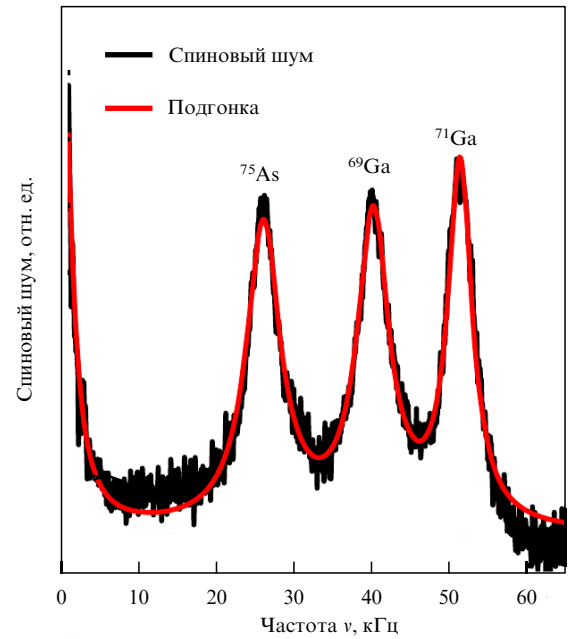


Рис. 16. Спектр спиновых флуктуаций ядер, детектируемых вблизи трионного резонанса электронов, связанных на донорах Si в объёмном GaAs, в поперечном магнитном поле 3,75 мТл. (Из работы [65].)

Расчёт спектров спиновых флуктуаций ядер может быть выполнен, например, в модели центрального спина (см. раздел 3.1) [46, 172]. Спектр спинового шума ядер $I = 1/2$ в достаточно сильном поперечном магнитном поле имеет вид [57]

$$\langle \delta I_z^2 \rangle_{\omega} = \frac{\pi \hbar N_n}{2} \mathcal{P}(|2\hbar\omega - \mu_n g_n B|), \quad (92)$$

где $\mathcal{P}(A)$ — функция распределения констант обменного взаимодействия. Таким образом, форма спектра спинового шума ядер, в отличие от электронов, позволяет определить функцию распределения не поля Оверхаузера, а поля Найта.

Такая методика позволяет изучать спиновую динамику ядер на субмиллисекундных временах. Однако ядерная спиновая динамика может развиваться на временах порядка нескольких минут или часов в случае динамической поляризации ядер или релаксации ядерной поляризации. Так как скорость обмена энергией между ядерными спинами заметно превышает скорость передачи энергии кристаллической решётке или резидентным носителям заряда, ядерная спиновая система может быть описана при помощи эффективной ядерной спиновой температуры $\Theta_N(t)$, медленно изменяющейся со временем. В реальных условиях эта температура может быть на несколько порядков меньше температуры кристаллической решётки и иметь как положительный, так и отрицательный знак [38].

Для экспериментального изучения медленной ядерной спиновой динамики на первом этапе ядра динамически поляризуются в продольном магнитном поле при помощи мощного циркулярно поляризованного луча, вызывающего межзонные переходы в полупроводнике. На втором этапе происходит выключение оптической накачки и опциональная переориентация магнитного поля. Ядерная спиновая температура $\Theta_N(t)$ с лабораторным временем t медленно релаксирует к температуре решётки, в ходе чего происходит измерение спиновых

флуктуаций резидентных электронов с временным разрешением. В поперечном магнитном поле (геометрия Фойгта) прецессионный пик в спектре спинового шума расположен на частоте $\Omega_{\text{tot}}(t) = \Omega_B + \Omega_N(t)$ (ср. с (96)). Здесь

$$\bar{\Omega}_N(t) = \frac{AIB}{\hbar B} \mathcal{B}_I \left(\frac{\mu_n g_n BI}{k_B \Theta_N(t)} \right) \quad (93)$$

— усреднённая по ансамблю электронов частота спиновой прецессии в поле Оверхаузера [1], где A — константа сверхтонкого взаимодействия, I — величина ядерного спина, $\mathcal{B}_I(x)$ — функция Бриллюэна, μ_n и g_n — ядерный магнетон и g -фактор соответственно.

Так как ядерная спиновая температура $\Theta_N(t)$ релаксирует к температуре кристаллической решётки, измерение спектров спиновых флуктуаций электронов с временным разрешением даёт возможность исследовать нестационарную ядерную спиновую поляризацию в отсутствие внешнего возбуждения [78]. Эта возможность была реализована экспериментально [173, 174]. Расчёт и экспериментальные данные приведены на рис. 17. Цвет показывает интенсивность спинового шума на данной частоте в данный момент времени. В зависимости от знака ядерной спиновой температуры суммарная частота спиновой прецессии $\Omega_{\text{tot}}(t)$ может либо оставаться положительной (рис. 17а, б), либо проходить через нуль (рис. 17в, г). Интересно, что при возбуждении электронов частично циркулярно поляризованным светом они могут испытывать воздействие дополнительного эффективного продольного магнитного поля, вызванное динамическим эффектом Зеемана, что также проявляется в спиновых шумах [174]. Ширина прецессионного пика, как уже упоминалось в разделе 3, вообще говоря, зависит от степени поляризации ядер [78].

Подобно поляризации ядерных спинов, внешнее магнитное поле $\mathbf{B}$ приводит к фарадеевскому вращению, описываемому выражением (88), где роль расщепления $2a\delta I_z$ играет $(g_e - g_h)\mu_B B_z/\hbar$ (g_e и g_h — g -факторы электрона и дырки в трионе). При этом эффект Фарадея имеет место, только если локализованное состояние заселено одним носителем заряда. В случае когда заселённость состояния может принимать два значения, $n = 0, 1$, её флуктуации δn приводят к шуму сигнала Фарадея:

$$\delta\theta_F \propto \frac{B_z \gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2} \delta n. \quad (94)$$

На рисунке 18 показаны спектры флуктуаций керровского вращения, измеренные на одиночной квантовой точке [175, 176]. Вдали от резонанса (рис. 18а) спектр состоит из пика на нулевой частоте, который соответствует дырочным спиновым флуктуациям. При приближении к резонансу (рис. 18б) этот пик уширяется (см. раздел 3.5) и в согласии с выражением (94) появляется новый пик, связанный с флуктуациями заселённости квантовой точки (синяя кривая 1). Детальный анализ спектров позволяет в дополнение к параметрам спиновой динамики определить темп оже-рекомбинации триона.

Дополнительные возможности для спектроскопии спинового шума обеспечиваются спин-орбитальным взаимодействием, которое может приводить к снятию спинового вырождения в многодолинных полупроводниках. При этом симметрия по отношению к инверсии времени переводит блоховский волновой вектор в противоположный, так что все состояния остаются двукратно вы-

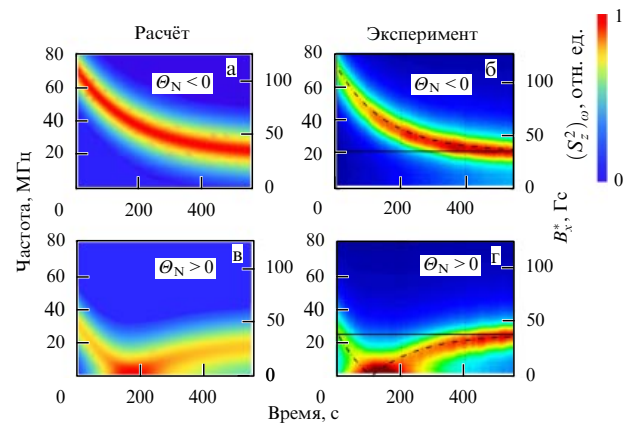


Рис. 17. (В цвете онлайн.) Разрешённые по времени спектры спиновых флуктуаций электронов, взаимодействующих с неравновесной ядерной спиновой поляризацией, поперечной по отношению к направлению распространения зондирующего луча. (а, б) Отрицательная ядерная спиновая температура, (в, г) положительная. (а, в) Результаты теоретического расчёта, (б, г) экспериментальные данные. (Рисунок частично взят из работы [173].)

рожденными согласно теореме Крамерса. Пара вырожденных состояний может характеризоваться долинным псевдоспином τ . Таким образом, в многодолинных полупроводниках спектр шума фарадеевского вращения может состоять из двух вкладов:

$$(\delta\theta_F^2)_\omega = A(\delta S_z^2)_\omega + B(\delta\tau_z^2)_\omega, \quad (95)$$

описывающих спиновые и долинные флуктуации (также возможен вклад от кросс-корреляционных функций $\langle \delta S_z(t) \delta\tau_z(t') \rangle$). Для монослоёв дихалькогенидов переходных металлов не только развита микроскопическая теория этого эффекта [177], но и выполнены измерения долинного шума [178].

Спин-орбитальное взаимодействие может также приводить к связи направления спина с направлением движения электрона. Классическим примером этого является объёмный кристалл теллура, в котором протекание тока вызывает спиновую поляризацию и индуцирует оптическую активность [179–181]:

$$\theta_F \propto j_z \propto S_z, \quad (96)$$

где ось z — главная ось кристалла, совпадающая с направлением распространения света. В этом случае спектр флуктуаций фарадеевского вращения определяется флуктуациями тока [182]. Такого рода эффекты возможны в любой гиротропной системе, например, в ансамбле хиральных нанотрубок [183] или квантовых ямах из полупроводников типа GaAs ориентации [001] при наклонном падении света [184] (в этом случае возможен также вклад, связанный с флуктуациями спинового тока). Весьма наглядным является случай квантовых ям ориентации [110] с точечной группой симметрии C_{2v} , где гамильтониан спин-орбитального взаимодействия допускает слагаемые вида [123, 185]:

$$\mathcal{H}_{\text{SO}} = \beta_e \sigma_z^{(e)} k_x^e + \beta_h \sigma_z^{(h)} k_x^h. \quad (97)$$

Здесь $\beta_{e,h}$ — параметры спин-орбитального взаимодействия для нижних подзон электронов и дырок, $\sigma_z^{(e,h)}$ — матрицы Паули, действующие на псевдоспин, а $k_x^{e,h}$ — компоненты соответствующих волновых векторов

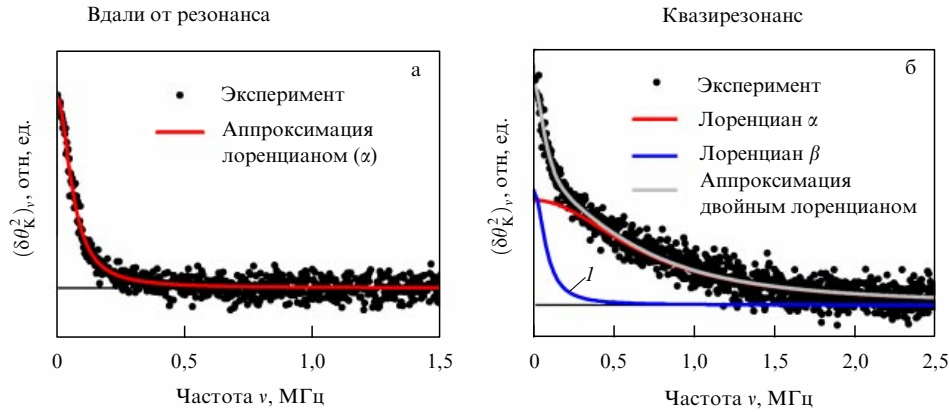


Рис. 18. (В цвете онлайн.) Спектры шума керровского вращения при (а) $|\omega - \omega_0| \gg \gamma$ и (б) $|\omega - \omega_0| \ll \gamma$ во внешнем продольном магнитном поле $B_z = 31$ мТл, измеренные на одиночной квантовой точке In GaAs. Синяя кривая 1 показывает вклад от флуктуаций заселённости квантовой точки. (Из работы [175].)

($x \parallel [110]$, $y \parallel [001]$). Из выражения (97) видно, что k_x преобразуется аналогично σ_z , так что флуктуации тока вдоль оси x могут приводить к вращению плоскости поляризации падающего луча, так же как и спиновые флуктуации. При отражении нормально падающей волны конверсия поляризации определяется недиагональным коэффициентом отражения [182]:

$$r_{xy} = -r_{yx} = P_s s_z + P_j j_x, \quad (98)$$

где $\mathbf{s}$ и $\mathbf{j}$ — спиновая плотность и плотность тока соответственно, а коэффициенты P_s и P_j в спектральной области вблизи перехода между нижним электронным и дырочным подуровнями равны

$$P_s = \frac{2\pi\omega|d|^2}{c(E_0 - \hbar\omega)}, \quad P_j = \frac{\pi\omega|d|^2\beta m}{e\hbar(E_0 - \hbar\omega)^2}. \quad (99)$$

Здесь d — дипольный матричный элемент перехода, E_0 — энергия перехода (затуханием резонанса пренебрегаем), $\beta = \beta_e - \beta_h$, c — скорость света, m — эффективная масса электронов; валентная зона предполагается полностью заполненной. Таким образом, спектр флуктуаций керровского вращения состоит из вкладов от спиновых флуктуаций, флуктуаций тока и кросс-корреляций. При этом вблизи резонанса доминирующим является вклад флуктуаций тока, а вдали — спиновых флуктуаций.

Измерение интенсивности флуктуаций фарадеевского вращения в зависимости от частоты детектирования ω получило название оптической спектроскопии спиновых флуктуаций [186]. Эта методика позволяет разделять отличающиеся по своей природе вклады в флуктуации оптических сигналов, а также различать однородное и неоднородное уширение оптического резонанса. Действительно, в случае однородного уширения резонанса интенсивность флуктуаций пропорциональна квадрату фарадеевского вращения:

$$\langle \delta\theta_F^2 \rangle \propto \frac{(\omega - \omega_0)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2} \langle \delta S_z^2 \rangle, \quad (100)$$

(см. (18)) и имеет провал на частоте резонанса при $\omega = \omega_0$. Если же в системе присутствует неоднородное уширение с характерной величиной $\Delta\omega_0$, то это выражение необходимо усреднить по соответствующему распределению. Например, для гауссова уширения с $\Delta\omega_0 \gg \gamma$ получаем

$$\langle \delta\theta_F^2 \rangle \propto \exp\left(-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\Delta\omega_0^2}\right) \langle \delta S_z^2 \rangle, \quad (101)$$

так что интенсивность флуктуаций максимальна в центре неоднородно уширенной линии. Интересно, что в атомных газах, где неоднородное уширение определяется эффектом Доплера, за счёт быстрой релаксации атомов по импульсу в центре неоднородно уширенной линии может наблюдаться провал, аналогичный тому, который имеет место в случае однородного уширения [187].

Стоит отметить, что, так как интенсивность спиновых флуктуаций пропорциональна числу носителей заряда в области зондирования (см., например, (63)), перемещение фокуса лазерного луча по структуре позволяет определять распределение концентрации носителей заряда [188].

Использование двух зондирующих лучей вместо одного даёт возможность анализировать кросс-корреляции фарадеевского вращения для двух лучей [189, 190]. Эти флуктуации максимальны, когда лучи пересекаются [18, 191], но даже если их пересечение отсутствует, то кросс-корреляции могут возникать за счёт баллистического или диффузионного распространения электронов из одной области в другую [133, 192] (см. раздел 5). Такого рода измерения позволяют исследовать спиновую динамику не только с временным, но и с пространственным разрешением, и определять, например, параметры спин-орбитального взаимодействия для электронов и дырок в квантовых ямах.

В настоящее время несколькими экспериментальными группами проводятся исследования возможности пространственного разрешения спиновых флуктуаций за счёт тесной связи спектроскопии спиновых флуктуаций с комбинационным рассеянием света с переворотом спина (см. раздел 2.3). А именно, исследуется интерференция зондирующего луча, прошедшего через образец, с дополнительным (опорным) лучом, осуществляющим гомоили гетеродинамирование [193, 194]. При этом параметр Стокса, пропорциональный углу фарадеевского вращения (см. (18)), имеет вид

$$\delta\xi_1(t) = \frac{2 \operatorname{Re} [\delta E_y^{\text{pr}}(t) E_{0,x}^*]}{|E_{0,x}|^2}, \quad (102)$$

где зондирующий и опорный лучи поляризованы вдоль оси x , $E_{0,x}$ — амплитуда опорного луча, а E^{pr} — амплитуда прошедшего через образец, и предполагается, что $E_{0,x} \gg E^{\text{pr}}$. Экспериментально такая методика может

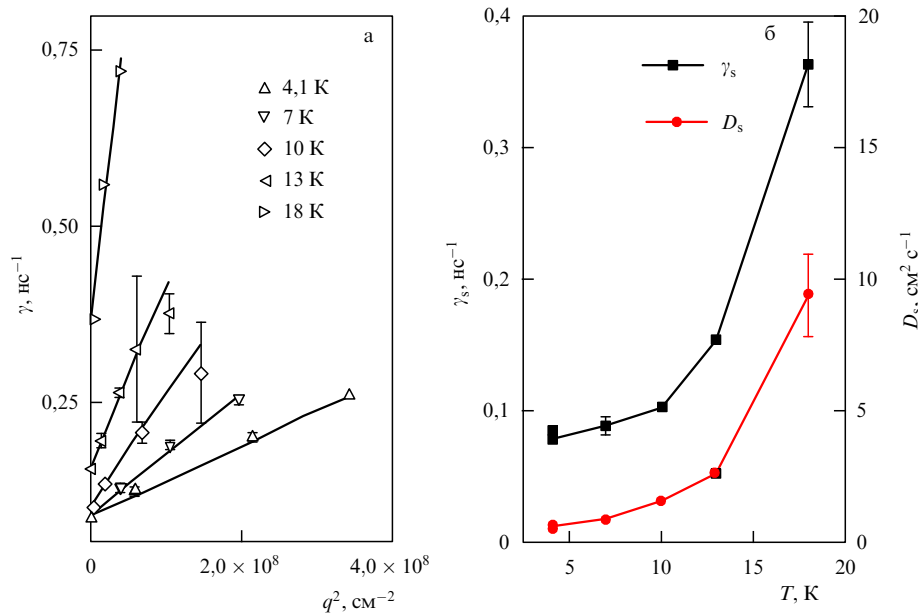


Рис. 19. (В цвете онлайн.) Ширина спектра спиновых флуктуаций $(\delta S_z^2)_{\omega, q}$ как функция (а) q и (б) температуры, измеренная для объёмного CdTe n-типа. Красные точки на рис. б показывают определённый из этих измерений коэффициент спиновой диффузии электронов. Мощность зондирующего луча 470 мВт. (Из работы [193].)

использоваться для увеличения чувствительности детектирования шумов спина [195] или для анализа высокочастотных спиновых флуктуаций [37]. Важно, что при рассеянии зондирующего луча на некоторый угол с передачей волнового вектора $\mathbf{q}$ фарадеевское вращение определяется не интегральной спиновой флуктуацией, а её пространственной гармоникой $\delta S_z(t, \mathbf{q})$ [193]:

$$\delta \xi_1(t) \propto \int \delta S_z(t, \mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) d\mathbf{r} \equiv \delta S_z(t, \mathbf{q}). \quad (103)$$

Например, в случае когда спиновая динамика характеризуется временем спиновой релаксации τ_s и коэффициентом диффузии D_s , спектр фарадеевского вращения имеет обычный вид

$$(\delta S_z^2)_{\omega, q} = \frac{\tau/2}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (104)$$

(ср. с (9а)), однако его ширина зависит от волнового вектора:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_s} + D_s q^2. \quad (105)$$

Такого рода измерения позволяют изучать переход от локализованных электронов к свободным при повышении температуры по изменению коэффициента диффузии [63, 196]. Пример измерения зависимости ширины спектра спиновых флуктуаций от волнового вектора и температурной зависимости коэффициента диффузии представлен на рис. 19 для электронов, локализованных на донорах в объёмном теллуриде кадмия.

8. Заключение

В настоящем обзоре представлено введение в теорию спиновых флуктуаций в объёмных полупроводниках и наноструктурах. Спиновый шум в таких системах детектируется, как правило, по флуктуациям фарадеевского вращающего непрерывного зондирующего луча. Общие теоретические подходы проиллюстрированы набором экспериментальных результатов для структур различной размерности — от нульмерных до трёхмерных. При

этом обзор содержит и ряд оригинальных результатов, касающихся роли туннелирования электронов в спектрах спиновых флуктуаций и многочастичной спиновой локализации (раздел 3.4), спиновых флуктуаций в одномерных системах (раздел 4) и вычисления спиновых корреляторов четвёртого порядка в зависимости от силы измерения (раздел 6).

Перспективы дальнейшего развития методики спектроскопии спиновых флуктуаций вытекают из разделов 6 и 7. Это, во-первых, теоретическое и экспериментальное изучение спиновых корреляторов высоких порядков, во-вторых, развитие экспериментальной методики для измерения спинового шума с пространственным разрешением, и, в третьих, измерение тем же методом зарядовых и долинных флуктуаций носителей заряда в полупроводниках. Кроме того, так как повышение чувствительности методики уже достигнуто за счёт гомо- и гетеродинамирования [37, 195] и за счёт использования сжатого света [197], может оказаться перспективным объединить эти методики. Для усиления шумового сигнала можно было бы использовать и оптомеханические резонансы, как это уже реализовано в магнитометрии [198].

Малоизученным остаётся проявление квантового обратного действия при измерении спиновых флуктуаций. Несмотря на то что квантовый эффект Зенона, по-видимому, уже наблюдался экспериментально [83], его микроскопическое описание и связь силы измерения с величинами спиновых сигналов ещё не до конца ясны [89]. Фундаментальным вызовом для теории является описание спиновых флуктуаций в мезоскопических системах. В настоящий момент развиты лишь модели, которые описывают спектры спинового шума для малого числа спинов или для их большого ансамбля. В мезоскопическом случае, например, когда спин электрона взаимодействует с несколькими десятками спинов ядер или магнитных примесей, теория остаётся неразвитой, и теоретические предсказания новых эффектов в таких системах пока отсутствуют. Другим вызовом является описание спинового шума в нелинейных системах, например, вблизи фазовых переходов или при формировании спиновых поляронов [199]. Нелинейным уравнениям движения может

подчиняться также поле ядер, действующее на локализованные электроны, поскольку оно является классической, а не квантовой величиной.

Развитие теории спиновых флуктуаций во многом определяется технологическим прогрессом и появлением новых систем, в которых предсказываются и обнаруживаются новые неожиданные эффекты. В связи с этим можно указать на интерес к дальнейшему изучению с точки зрения спиновых шумов таких систем, как "скрученные" ван-дер-ваальсовы структуры на основе монослоёв дихалькогенидов переходных металлов, перовскиты, топологические изоляторы, полуметаллы Вейля, а также органические полупроводники.

Авторы выражают благодарность В.С. Запасскому и Г.Г. Козлову за критическое чтение обзора и полезные обсуждения. Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 19-12-50293.

Список литературы

- Glazov M M *Electron and Nuclear Spin Dynamics in Semiconductor Nanostructures* (New York: Oxford Univ. Press, 2018)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* Ч. 1 (М.: Физматлит, 2005); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics* Pt. 1 (Oxford: Pergamon Press, 1980)
- Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Физическая кинетика* (М.: Физматлит, 2007); Пер. на англ. яз.: Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Physical Kinetics* (Oxford: Pergamon Press, 1981)
- Александров Е Б, Запасский В С *ЖЭТФ* **81** 132 (1981); Aleksandrov E B, Zapasskii V S *Sov. Phys. JETP* **54** 64 (1981)
- Sørensen J L, Hald J, Polzik E S *Phys. Rev. Lett.* **80** 3487 (1998)
- Mitsui T *Phys. Rev. Lett.* **84** 5292 (2000)
- Crooker S A et al. *Nature* **431** 49 (2004)
- Oestreich M et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 216603 (2005)
- Crooker S A, Cheng L, Smith D L *Phys. Rev. B* **79** 035208 (2009)
- Römer M et al. *Phys. Rev. B* **81** 075216 (2010)
- Müller G M et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 206601 (2008)
- Crooker S A et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 036601 (2010)
- Li Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **108** 186603 (2012)
- Dahbashi R et al. *Phys. Rev. Lett.* **112** 156601 (2014)
- Dyakonov M I (Ed.) *Spin Physics in Semiconductors* (Cham: Springer Intern. Publ., 2017)
- Aleksandrov E B, Zapasskii V S *J. Phys. Conf. Ser.* **324** 012002 (2011)
- Müller G M et al. *Physica E* **43** 569 (2010)
- Zapasskii V S *Adv. Opt. Photon.* **5** 131 (2013)
- Hübner J et al. *Phys. Status Solidi B* **251** 1824 (2014)
- Sinitsyn N A, Pershin Yu V *Rep. Prog. Phys.* **79** 106501 (2016)
- Sleator T et al. *Phys. Rev. Lett.* **55** 1742 (1985)
- Reim W et al. *Phys. Rev. Lett.* **57** 905 (1986)
- Manassen Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 2531 (1989)
- Durkan C, Welland M E *Appl. Phys. Lett.* **80** 458 (2002)
- Rugar D et al. *Nature* **430** 329 (2004)
- Degen C L et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 250601 (2007)
- Lax M *Rev. Mod. Phys.* **32** 25 (1960)
- Lax M *Rev. Mod. Phys.* **38** 541 (1966)
- Gantsevich S V, Gurevich V L, Katilius R *Riv. Nuovo Cimento* **2** 1 (1979)
- Glazov M M, Ivchenko E L *Phys. Rev. B* **86** 115308 (2012)
- Glazov M M *J. Appl. Phys.* **113** 136503 (2013)
- Smirnov D S, Glazov M M *Phys. Rev. B* **90** 085303 (2014)
- Глазов М М *ЖЭТФ* **149** 547 (2016); Glazov M M *J. Exp. Theor. Phys.* **122** 472 (2016)
- Onsager L *Phys. Rev.* **37** 405 (1931)
- Горбовитский П М, Перель В И *Оптика и спектр.* **54** 388 (1983); Gorbovitskii P M, Perel' V I *Opt. Spectrosc.* **54** 229 (1983)
- Glazov M M, Zapasskii V S *Opt. Express* **23** 11713 (2015)
- Cronenberger S, Scalbert D *Rev. Sci. Instrum.* **87** 093111 (2016)
- Abragam A *The Principles of Nuclear Magnetism* (Oxford: Clarendon Press, 1961); Пер. на русск. яз.: Абрагам А *Ядерный магнетизм* (М.: Рипол Классик, 2013)
- Gaudin M *J. Phys. France* **37** 1087 (1976)
- Yang W, Ma W-L, Liu R-B *Rep. Prog. Phys.* **80** 016001 (2017)
- Merkulov I A, Efros A L, Rosen M *Phys. Rev. B* **65** 205309 (2002)
- Ivchenko E L *Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures* (Harrow: Alpha Science, 2005)
- Urbaszek B et al. *Rev. Mod. Phys.* **85** 79 (2013)
- Bortz M, Stolze J *J. Stat. Mech.* **6** P06018 (2007)
- Козлов Г Г *ЖЭТФ* **132** 918 (2007); Kozlov G G *J. Exp. Theor. Phys.* **105** 803 (2007)
- Shumilin A V, Smirnov D S *Phys. Rev. Lett.* **126** 216804 (2021)
- Glazenapp Ph et al. *Phys. Rev. B* **93** 205429 (2016)
- Hackmann J, Anders F B *Phys. Rev. B* **89** 045317 (2014)
- Hackmann J et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 207401 (2015)
- Hackmann J et al. *Phys. Status Solidi B* **251** 1270 (2014)
- Braun M, König J *Phys. Rev. B* **75** 085310 (2007)
- Yue Z, Raikh M E *Phys. Rev. B* **91** 155301 (2015)
- Poshakinskiy A V, Tarasenko S A *Phys. Rev. B* **101** 075403 (2020)
- Glazenapp P et al. *Phys. Rev. Lett.* **113** 156601 (2014)
- Horn H et al. *Phys. Rev. B* **87** 045312 (2013)
- Kopteva N E et al. *Phys. Rev. B* **100** 205415 (2019)
- Fröhling N, Anders F B, Glazov M *Phys. Rev. B* **97** 195311 (2018)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика (нерелятивистская теория)* (М.: Физматлит, 2004); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics. Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)
- Dzhioev R I et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 256801 (2002)
- Dzhioev R I et al. *Phys. Rev. B* **66** 245204 (2002)
- Смирнов Д С, Глазов М М, Ивченко Е Л *ФТТ* **56** 254 (2014); Smirnov D S, Glazov M M, Ivchenko E L *Phys. Solid State* **56** 254 (2014)
- Kavokin K V *Semicond. Sci. Technol.* **23** 114009 (2008)
- Cronenberger S et al., arXiv:1910.11805
- Glazov M M *Phys. Rev. B* **91** 195301 (2015)
- Berski F et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 176601 (2015)
- Mantsevich V N, Smirnov D S *Phys. Rev. B* **100** 075409 (2019)
- Ono K et al. *Science* **297** 1313 (2002)
- Johnson A C et al. *Phys. Rev. B* **72** 165308 (2005)
- Shumilin A V, Kabanov V V *Phys. Rev. B* **92** 014206 (2015)
- Parameswaran S A, Vasseur R *Rep. Prog. Phys.* **81** 082501 (2018)
- Abanin D A et al. *Rev. Mod. Phys.* **91** 021001 (2019)
- Лифшиц И М *УФН* **83** 617 (1964); Lifshitz I M *Sov. Phys. Usp.* **7** 549 (1965)
- Шкловский Б И, Эфрос А Л *Электронные свойства легированных полупроводников* (М.: Наука, 1979); Пер. на англ. яз.: Shklovskii B I, Efros A L *Electronic Properties of Doped Semiconductors* (Berlin: Springer-Verlag, 1984)
- Shumilin A V *J. Phys. Condens. Matter* **28** 395301 (2016)
- Коган Ш М, Шульман А Я *ЖЭТФ* **56** 862 (1969); Kogan Sh M, Shul'man A Ya *Sov. Phys. JETP* **29** 467 (1969)
- Kogan Sh *Electronic Noise and Fluctuations in Solids* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2008)
- Ивченко Е Л *ФТП* **7** 1489 (1973); Ivchenko E L *Sov. Phys. Semicond.* **7** 998 (1973)
- Gangloff D A et al. *Science* **364** 62 (2019)
- Smirnov D S *Phys. Rev. B* **91** 205301 (2015)
- Greilich A et al. *Science* **317** 1896 (2007)
- Glazov M M, Yugova I A, Efros A L *Phys. Rev. B* **85** 041303 (2012)
- Jäschke N, Anders F B, Glazov M M *Phys. Rev. B* **98** 045307 (2018)
- Poltavtsev S V et al. *Phys. Rev. B* **89** 081304 (2014)
- Smirnov D S et al. *Phys. Rev. B* **95** 241408 (2017)
- Astakhov G V et al. *Semicond. Sci. Technol.* **23** 114001 (2008)
- Kavokin A et al. *Microcavities* (Ser. on Semiconductor Science and Technology, No. 16) (Oxford: Oxford Univ. Press, 2011)
- Халфин Л А *ЖЭТФ* **33** 1371 (1957); Khalfin L A *Sov. Phys. JETP* **6** 1053 (1958)
- Facchi P, Pascasio S *J. Phys. A* **41** 493001 (2008)
- Leppenen N V, Lanco L, Smirnov D S *Phys. Rev. B* **103** 045413 (2021)
- Misra B, Sudarshan E C G *J. Math. Phys.* **18** 756 (1977)
- Liu R-B et al. *New J. Phys.* **12** 013018 (2010)
- Bednorz A, Belzig W, Nitzan A *New J. Phys.* **14** 013009 (2012)
- Arnold C et al. *Nat. Commun.* **6** 6236 (2015)
- Smirnov D S et al. *Phys. Rev. B* **96** 165308 (2017)
- Skalyo J (Jr.) et al. *Phys. Rev. B* **2** 4632 (1970)
- Dingle R, Lines M E, Holt S L *Phys. Rev.* **187** 643 (1969)
- Birgeneau R J et al. *Phys. Rev. Lett.* **26** 718 (1971)
- Hutchings M T et al. *Phys. Rev. B* **5** 1999 (1972)
- Jordan P, Wigner E Z. *Phys.* **47** 631 (1928)
- Niemeijer Th *Physica* **36** 377 (1967)
- Katsura S, Horiguchi T, Suzuki M *Physica* **46** 67 (1970)
- Sur A, Jasnow D, Lowe I J *Phys. Rev. B* **12** 3845 (1975)
- Brandt U, Jacoby K Z. *Phys. B* **25** 181 (1976)
- Capel H W, Perk J H H *Physica A* **87** 211 (1977)
- Florencio J (Jr.), Lee M H *Phys. Rev. B* **35** 1835 (1987)
- Luther A, Peschel I *Phys. Rev. B* **12** 3908 (1975)
- Fogedby H C J. *Phys. C* **11** 4767 (1978)
- Böhm M et al. *Phys. Rev. B* **49** 15669 (1994)
- Лифшиц И М, Гредескул С А, Пастур Л А *Введение в теорию неупорядоченных систем* (М.: Наука, 1982); Пер. на англ. яз.: Lifshits I M, Gredeskul S A, Pastur L A *Introduction to the Theory of Disordered Systems* (New York: Wiley, 1988)

110. Halperin B I *Phys. Rev.* **139** A104 (1965)
111. Березинский В Л, Горьков Л П *ЖЭТФ* **77** 2498 (1979); Berezin-skii V L, Gor'kov L P *Sov. Phys. JETP* **50** 1209 (1979)
112. Березинский В Л, Горьков Л П *ЖЭТФ* **78** 812 (1980); Berezin-skii V L, Gor'kov L P *Sov. Phys. JETP* **51** 409 (1980)
113. Березинский В Л *ЖЭТФ* **65** 1251 (1973); Berezin-skii V L *Sov. Phys. JETP* **38** 0 (1973)
114. Гоголин А А *ЖЭТФ* **71** 1912 (1976); Gogolin A A *Sov. Phys. JETP* **44** 1003 (1976)
115. Гоголин А А, Мельников В И, Рашба Э И *ЖЭТФ* **69** 327 (1975); Gogolin A A, Mel'nikov V I, Rashba E I *Sov. Phys. JETP* **42** 168 (1975)
116. Znidarič M, Prosen T, Prelovšek P *Phys. Rev. B* **77** 064426 (2008)
117. Pal A, Huse D A *Phys. Rev. B* **82** 174411 (2010)
118. Throckmorton R E, Das Sarma S *Phys. Rev. B* **103** 165431 (2021)
119. Shumilin A V, Sherman E Ya, Glazov M M *Phys. Rev. B* **94** 125305 (2016)
120. Dresselhaus G *Phys. Rev.* **100** 580 (1955)
121. Рашба Э И, Шека В И *ФТТ* **1** 162 (1959)
122. Bychkov Yu A, Rashba E I *J. Phys. C* **17** 6039 (1984)
123. Дьяконов М И, Качоровский В Ю *ФТП* **20** 178 (1986); D'yakonov M I, Kachorovskii V Yu *Sov. Phys. Semicond.* **20** 110 (1986)
124. Averkiev N S, Golub L E *Phys. Rev. B* **60** 15582 (1999)
125. Ganichev D D, Golub L E *Phys. Status Solidi B* **251** 1801 (2014)
126. Глазов М М, Ивченко Е Л *Письма в ЖЭТФ* **75** 476 (2002); Glazov M M, Ivchenko E L *JETP Lett.* **75** 403 (2002)
127. Leyland W J H et al. *Phys. Rev. B* **75** 165309 (2007)
128. Гриднев В Н *Письма в ЖЭТФ* **74** 417 (2001); Gridnev V N *JETP Lett.* **74** 380 (2001)
129. Brand A M et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 236601 (2002)
130. Glazov M M *Solid State Commun.* **142** 531 (2007)
131. Griesbeck M et al. *Phys. Rev. B* **80** 241314 (2009)
132. Гриднев В Н *Письма в ЖЭТФ* **76** 583 (2002); Gridnev V N *JETP Lett.* **76** 502 (2002)
133. Schliemann J, Carlos Egués J, Loss D *Phys. Rev. Lett.* **90** 146801 (2003)
134. Bernevig B A, Orenstein J, Zhang S-C *Phys. Rev. Lett.* **97** 236601 (2006)
135. Koralek J D et al. *Nature* **458** 610 (2009)
136. Poshakinskiy A V, Tarasenko S A *Phys. Rev. B* **92** 045308 (2015)
137. Passmann F et al. *Semicond. Sci. Technol.* **34** 093002 (2019)
138. Glazov M M, Sherman E Ya, Dugaev V K *Physica E* **42** 2157 (2010)
139. Glazov M M, Sherman E Ya *Phys. Rev. Lett.* **107** 156602 (2011)
140. Li F et al. *Phys. Rev. Lett.* **111** 067201 (2013)
141. Wilamowski Z et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 187203 (2007)
142. Smirnov D S, Golub L E *Phys. Rev. B* **92** 035437 (2015)
143. Воробьев Л Е и др. *Кинетические и оптические явления в сильных электрических полях в полупроводниках и наноструктурах* (Под общ. ред. В И Ильина, А Я Шика) (СПб.: Наука, 2000)
144. Дьяконов М И, Перель В И *ФТТ* **13** 3581 (1971); D'yakonov M I, Perel' V I *Sov. Phys. Solid State* **13** 3023 (1972)
145. Glazov M M et al. *Phys. Rev. B* **88** 041309 (2013)
146. Glazov M M, Kavokin A V *Phys. Rev. B* **91** 161307 (2015)
147. Ryzhov I I et al. *Phys. Rev. B* **93** 241307 (2016)
148. Ryzhov I I et al. *J. Appl. Phys.* **117** 224305 (2015)
149. Kubo R *J. Phys. Soc. Jpn.* **17** 1100 (1962)
150. Mendel J M *Proc. IEEE* **79** 278 (1991)
151. Gardiner C W *Stochastic Methods: a Handbook for the Natural and Social Sciences* (Berlin: Springer, 2009)
152. Clerk A A et al. *Rev. Mod. Phys.* **82** 1155 (2010)
153. Kraus K *States, Effects, and Operations: Fundamental Notions of Quantum Theory: Lectures in Mathematical Physics at the University of Texas at Austin* (Lecture Notes in Physics, Vol. 190, Eds A Böhm, J D Dollard, and W H Wootters) (Berlin: Springer-Verlag, 1983)
154. Aharonov Y, Albert D Z, Vaidman L *Phys. Rev. Lett.* **60** 1351 (1988)
155. Bednorz A et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 250404 (2013)
156. Starosielec S et al. *Rev. Sci. Instrum.* **81** 125101 (2010)
157. Bechtold A et al. *Phys. Rev. Lett.* **117** 027402 (2016)
158. Schad P et al. *Phys. Rev. B* **90** 205419 (2014)
159. Schad P et al. *Ann. Physics* **361** 401 (2015)
160. Li F et al. *New J. Phys.* **15** 113038 (2013)
161. Fröhling N, Anders F B *Phys. Rev. B* **96** 045441 (2017)
162. Fröhling N, Jäschke N, Anders F B *Phys. Rev. B* **99** 155305 (2019)
163. Li F, Sinitsyn N A *Phys. Rev. Lett.* **116** 026601 (2016)
164. Bochkov G N, Kuzovlev Yu E *Physica A* **106** 444 (1981)
165. Sharipova M M et al. *J. Appl. Phys.* **126** 143901 (2019)
166. Li F, Crooker S A, Sinitsyn N A *Phys. Rev. A* **93** 033814 (2016)
167. Fomin A A et al. *Phys. Rev. Res.* **2** 012008 (2020)
168. Smirnov D S, Kavokin K V *Phys. Rev. B* **101** 235416 (2020)
169. Артемова Е С, Меркулов И А *ФТТ* **27** 1558 (1985); Artemova E S, Merkulov I A *Sov. Phys. Solid State* **27** 941 (1985)
170. Giri R et al. *Phys. Rev. Lett.* **111** 087603 (2013)
171. Cronenberger S et al. *Nat. Commun.* **6** 8121 (2015)
172. Smirnov D S, Shumilin A V *Phys. Rev. B* **103** 195440 (2021)
173. Ryzhov I I et al. *Appl. Phys. Lett.* **106** 242405 (2015)
174. Ryzhov I I et al. *Sci. Rep.* **6** 21062 (2016)
175. Wiegand J et al. *Phys. Rev. B* **97** 081403 (2018)
176. Wiegand J et al. *Phys. Rev. B* **98** 125426 (2018)
177. Tse W-K et al. *Phys. Rev. Lett.* **113** 046602 (2014)
178. Goryca M et al. *Sci. Adv.* **5** eaau4899 (2019)
179. Ивченко Е Л, Пикус Г Е *Письма в ЖЭТФ* **27** 640 (1978); Ivchenko E L, Pikus G E *JETP Lett.* **27** 604 (1978)
180. Baranova N B, Bogdanov Yu V, Zel'dovich B Ya *Opt. Commun.* **22** 243 (1977)
181. Воробьев Л Е и др. *Письма в ЖЭТФ* **29** 485 (1979); Vorob'ev L E et al. *JETP Lett.* **29** 441 (1979)
182. Smirnov D S, Glazov M M *Phys. Rev. B* **95** 045406 (2017)
183. Ivchenko E L, Spivak B *Phys. Rev. B* **66** 155404 (2002)
184. Kotova L V et al. *Phys. Rev. B* **94** 165309 (2016)
185. Nestoklon M O et al. *Phys. Rev. B* **85** 205307 (2012)
186. Zapasskii V S et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 176601 (2013)
187. Petrov M Yu et al. *Phys. Rev. A* **97** 032502 (2018)
188. Römer M, Hübner J, Oestreich M *Appl. Phys. Lett.* **94** 112105 (2009)
189. Dellis A T, Loulakis M, Kominis I K *Phys. Rev. A* **90** 032705 (2014)
190. Roy D et al. *Sci. Rep.* **5** 9573 (2015)
191. Kozlov G G, Zapasskii V S, Shapochkin P Yu *Appl. Opt.* **57** B170 (2018)
192. Pershin Yu V et al. *Appl. Phys. Lett.* **102** 202405 (2013)
193. Cronenberger S et al. *Phys. Rev. Lett.* **123** 017401 (2019)
194. Kozlov G G, Ryzhov I I, Zapasskii V S *Phys. Rev. A* **95** 043810 (2017)
195. Petrov M Yu et al. *Phys. Rev. B* **97** 125202 (2018)
196. Cronenberger S et al. *Phys. Rev. B* **103** 205208 (2021)
197. Lucivero V G et al. *Phys. Rev. A* **93** 053802 (2016)
198. Li B-B et al. *Optica* **5** 850 (2018)
199. Fischer A et al. *Phys. Rev. B* **102** 165309 (2020)
200. Hägele D, Sifft M, Scheffczyk F *Phys. Rev. B* **102** 119901 (2020)

Theory of optically detected spin noise in nanosystems

D.S. Smirnov^(1,3,a), V.N. Mantsevich^(2,b), M.M. Glazov^(1,c)

⁽¹⁾ Ioffe Institute, ul. Politekhnicheskaya 26, 194021 Saint-Petersburg, Russian Federation

⁽²⁾ Lomonosov Moscow State University, Leninskie gory, 119991 Moscow, Russian Federation

⁽³⁾ Spin Optics Laboratory, St. Petersburg State University, ul. Ulyanovskaya 1, 198504 Saint-Petersburg, Russian Federation

E-mail: ^(a) smirnov@mail.ioffe.ru, ^(b) vmantsev@gmail.com, ^(c) glazov@coherent.ioffe.ru

The theory of spin noise in low-dimensional systems and bulk semiconductors is reviewed. Spin noise is usually detected by optical means continuously measuring the rotation angle of the polarization direction of a probe beam passing through a sample. Spin noise spectra yield rich information about the spin properties of the system, for example, *g*-factors of the charge carriers, spin relaxation times, parameters of the hyperfine interaction, spin-orbit coupling constants, and frequencies and widths of the optical resonances. The review describes basic models of spin noise, methods to theoretically describe it, and its relation to experimental results. We also discuss the relation between spin noise spectroscopy and strong and weak quantum measurements, as well as spin flip Raman scattering, and analyze similar effects, including manifestations of the charge, current, and valley polarization fluctuations in the optical response. Possible directions for further development of spin noise spectroscopy are outlined.

Keywords: spin noise, spin correlation functions, nanosystems, quantum dots, nanowires, quantum wells, spin Faraday effect, hyperfine interaction, exchange interaction, spin-orbit coupling

PACS numbers: **72.70.+m**, **78.67.-n**

Bibliography — 200 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **191** (9) 973–998 (2021)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.10.038861>

Received 6 July 2020

Physics – Uspekhi **64** (9) (2021)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.10.038861>