

ОБОЗРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Фазовые переходы в атомных ядрах

Р.В. Джолос, Е.А. Колганова

Существует много примеров, демонстрирующих фазовые переходы в структуре атомных ядер при увеличении энергии возбуждения, момента вращения и при изменении чисел нуклонов. Это фазовые переходы равновесной формы и структуры основного и низколежащих возбуждённых состояний ядер, связанные с изменением их симметрии. Проблематика фазовых переходов вызвала новую волну исследований структуры атомных ядер. В обзоре рассматриваются примеры фазовых переходов. Обсуждаются возможности описания этих переходов в рамках коллективной модели ядра с гамильтонианом, зависящим от небольшого числа динамических переменных, и микроскопические аспекты фазовых переходов.

Ключевые слова: ядерная физика, фазовые переходы, структура ядра, форма ядра, деформация, коллективные возбуждения

PACS numbers: 21.10.Dr, 21.10.Re

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.06.038787>

Содержание

1. Введение (337).
 2. Механизм возникновения деформации (338).
 3. Коллективная модель ядра (339).
 - 3.1. Геометрическая коллективная модель.
 - 3.2. Алгебраическая коллективная модель.
 4. Описание фазовых переходов в алгебраической коллективной модели ядра (342).
 5. Фазовый переход от сферической формы к деформированной в ядрах начала редкоземельной области (343).
 6. Фазовые переходы и сосуществование форм в ядрах с числом нуклонов порядка 100 (345).
 7. Фазовые переходы в ротационных полосах молекулярного типа (347).
 8. Супер- и гипердеформированные состояния (350).
 9. Фазовые переходы и парные корреляции в ядрах (352).
 10. Выстраивание углового момента нечётного нуклона как фазовый переход в ротационных полосах нечётных деформированных ядер (353).
 11. Киральность в атомных ядрах (354).
 12. Заключение (356).
- Список литературы (356).

1. Введение

Предметом рассмотрения в настоящем обзоре являются в основном тяжёлые ядра, т.е. ядра с числом нуклонов A , большим 100. Однако имеются многочисленные примеры квантовых фазовых переходов и в более лёгких ядрах. Тяжёлые атомные ядра — это системы с огромным числом степеней свободы, а именно $3(A - 1)$. Причём удивительно то, что при небольших энергиях возбуждения, скажем 1–2 МэВ в случае тяжёлых ядер, их свойства можно описывать, основываясь на гамильтониане лишь с небольшим числом динамической переменной. Например, важнейшей динамической переменной, определяющей свойства ядер при относительно малых энергиях возбуждения, является квадрупольная мода [1, 2], которая включает в себя пять степеней свободы по числу проекций углового момента. Конечно, эти пять степеней свободы сложнейшим образом связаны с координатами, описывающими движение отдельных нуклонов (приближение хаотических фаз, метод генераторной координаты, бозонные разложения, модель взаимодействующих бозонов и т.д. [3]), но при феноменологическом рассмотрении гамильтониан содержит только эти динамические переменные. Такой гамильтониан описывает возбуждённые состояния ядер, связанные с вращением, квадрупольными колебаниями относительно равновесной формы, и их влияние на движение отдельных нуклонов.

Есть и другие динамические переменные, которые можно называть, как и квадрупольную моду, коллективными переменными, так как они связаны с изменением состояния движения большого числа нуклонов. Это динамические переменные, описывающие октупольные колебания формы [4], парные корреляции нуклонов [5, 6], флуктуации направления углового момента деформированного ядра относительно оси аксиальной симметрии [7], киральность в нечётно-нечётных ядрах [8].

Р.В. Джолос^(†), Е.А. Колганова^(‡)Объединённый институт ядерных исследований,
ул. Жолио-Кюри 6, 141980 Дубна, Московская обл.,
Российская Федерация;Государственный университет "Дубна",
ул. Университетская 19, 141980 Дубна, Московская обл.,
Российская ФедерацияE-mail: ^(†) jolos@theor.jinr.ru, ^(‡) kea@theor.jinr.ruСтатья поступила 12 апреля 2020 г.,
после доработки 12 июня 2020 г.

С коллективными переменными, относящимися к квадрупольной и октупольной степеням свободы, непосредственно связано представление о равновесной форме атомного ядра, прежде всего в основном состоянии. Отсюда появились такие понятия, как сферические, деформированные и переходные ядра. Последние занимают промежуточное положение между сферическими и деформированными ядрами. Исследования структуры ядер, прежде всего с использованием кулоновского возбуждения, показали, что форма ядра в основном состоянии зависит от протон-нейтронного состава ядра и изменяется с изменением чисел протонов и нейтронов. Таким образом возникло представление о фазовых переходах от сферических ядер к деформированным ядрам при изменении чисел нуклонов. Конечно, это не те, хорошо известные в термодинамике, фазовые переходы, которые происходят при изменении температуры и давления. Вследствие конечного числа нуклонов в ядрах эти переходы от одной формы ядра к другой размыты. Хотя наблюдаются и резкие изменения формы при незначительном изменении числа нуклонов. Кроме того, надо иметь в виду, что числа нуклонов из-за их дискретности не могут служить в качестве строго определённых контрольных параметров. Можно сказать, что те признаки, указания на квантовые фазовые переходы, которые наблюдаются в ядрах, строго говоря, являются "предшественниками" действительных фазовых переходов, которые могли бы происходить в ядрах, если бы последние имели бесконечный объём. В то же время расчёты позволяют использовать непрерывные вариации контрольных параметров, делая "предшественника" фазовых переходов более ярко выраженным.

При рассмотрении стабильных ядер фазовые переходы наблюдались при изменении не только числа нуклонов, но и углового момента ядра. В последние годы интерес физиков-ядерщиков смещается в сторону исследования ядер, удалённых от области стабильности. Именно в таких ядрах при разных энергиях возбуждения были обнаружены состояния, в которых ядро имеет совершенно различные формы. Так возникло понятие сосуществования форм [9–11].

2. Механизм возникновения деформации

Базовой характеристикой атомного ядра, отличающей его от многих других микросистем, является самосогласованное поле, формирующееся в результате согласованного движения большого числа нуклонов. Характерная черта самосогласованного поля ядра — присутствие ядерных оболочек, оболочечная структура [12]. Исследование структуры атомных ядер началось с попыток объяснить происхождение магических чисел протонов и нейтронов, т.е. таких чисел, при которых ядро наиболее стабильно. Объяснение было найдено: эти магические числа обусловлены оболочечной структурой ядер и наличием энергетической щели, разделяющей оболочки. Выяснилось также, что все магические ядра — сферические. Ситуация стала меняться, когда появилась возможность экспериментально исследовать ядра, удалённые от области стабильных ядер.

Рассмотрим механизм возникновения деформации ядра в рамках подхода, использующего представление о среднем поле ядра и движущихся в нём нуклонах. При таком рассмотрении деформация возникает в результате

поляризации остова ядра валентными нуклонами, заполняющими вполне определённые орбиты. Связь валентных нуклонов с колебаниями остова ядра приводит к ядерному эффекту Яна–Теллера [13], т.е. к неустойчивости сферической симметрии среднего поля ядра относительно понижающих эту симметрию деформаций. Тот факт, что атомное ядро может и не быть сферическим, отмечен ещё в 1936 г. Н. Бором в статье [14], в которой он сформулировал основные положения модели составного ядра. Модель, учитывающая связь колебаний поверхности ядра с движением отдельных нуклонов, сформулирована О. Бором [1] в 1952 г.

Оболочечная модель ядра содержит два основных элемента того механизма, который приводит к снижению симметрии среднего поля ядра: плотность одночастичных уровней как функцию заполняемости оболочек и связь движения нуклонов с колебаниями остова. Сама возможность разделения ядра на остов и несколько валентных нуклонов, взаимодействующих посредством двухчастичных сил, содержится в оболочечной модели. Стабильность той или иной формы атомного ядра непосредственно связана с плотностью одночастичных уровней вблизи поверхности Ферми. Вариации плотности одночастичных уровней по мере заполнения оболочек нашли прекрасную интерпретацию в терминах периодических орбит соответствующего данной задаче классического гамильтониана [15]. В подходе, основанном на оболочечной модели ядра, деформация связана с появлением при данной деформации энергетической щели в нейтронном и протонном спектрах одночастичных уровней [16, 17].

Расстояния между одночастичными уровнями в оболочке, их относительное расположение зависят от взаимодействия валентных нуклонов и могут изменяться по мере заполнения оболочки. Микроскопическим механизмом, ответственным за фазовые переходы от сферических ядер к деформированным, является механизм Фердермана–Питтеля [18], в котором ключевую роль играет монополюсное протон-нейтронное взаимодействие [19–21] нуклонов, заполняющих сильно пространственно перекрывающиеся одночастичные орбиты. Дело в том, что структура ядерных оболочек, их состав, т.е. те одночастичные уровни, которые их формируют, зависят от протон-нейтронного состава ядра. Взаимодействие нуклонов благодаря специфическому характеру его зависимости от ориентации спинов и изоспина может в ряде случаев существенно изменять расстояния между одночастичными уровнями. В результате возникают новые оболочки, т.е. новые магические числа, и новые подоболочки, т.е. "щели" между одночастичными уровнями в одной оболочке. Такие примеры впервые были приведены Л. Коэном [22] в 1968 г. на симпозиуме по структуре атомных ядер в Дубне. В частности, примером может служить взаимодействие протонов в состоянии $1g_{9/2}$ с нейтронами в состоянии $1g_{7/2}$.

Позднее в работах Т. Отцука и его группы [23] было показано, что именно тензорное взаимодействие нуклонов ответственно за наблюдаемые эффекты. Тензорное взаимодействие может существенно изменить расположение одночастичных уровней в оболочке не только при изменении протон-нейтронного состава ядра, но и при возбуждении ядра, когда благодаря частично-дырочным возбуждениям изменяется заполнение одночастичных уровней валентными нуклонами. Вновь возникшие под-

оболочки могут обладать иными характеристиками, чем те, которые свойственны конфигурации основного состояния. Например, это могут быть орбиты с большим орбитальным моментом, которые, как следствие, характеризуются и большими квадрупольными моментами. Такие возбуждённые конфигурации будут обладать большей деформацией, т.е. иметь форму, отличную от формы ядра в основном состоянии. В результате появляется возможность фазовых переходов от сферической формы ядра к деформированной при возрастании энергии возбуждения.

Таким образом, главную роль в генерации деформации ядра играет протон-нейтронное взаимодействие в канале с изоспином $T = 0$ [24], тогда как взаимодействие с $T = 1$ можно ассоциировать с короткодействующими парными силами, стабилизирующими сферическую форму ядра [25–28]. Например, полумагические ядра, у которых есть только один тип валентных нуклонов: или протоны, или нейтроны, — являются сферическими. Хорошими примерами служат сферическое ядро ^{20}O с четырьмя валентными нейтронами и деформированное ядро ^{20}Ne с двумя валентными протонами и двумя валентными нейтронами.

3. Коллективная модель ядра

Атомное ядро представляет собой полностью квантовую систему, гамильтониан которой обладает ротационной инвариантностью. Это означает, что у ядра нет выделенного направления в пространстве. Но в таком случае трудно определить форму ядра. И действительно, форма ядра не является наблюдаемой. Чтобы ввести в рассмотрение форму ядра, надо нарушить ротационную инвариантность, т.е. определить внутреннюю систему координат, жёстко связанную с ядром. Кроме того, надо ввести в рассмотрение полуклассическую модель, подобную модели жидкой капли, чтобы определить параметры, характеризующие форму ядра [1]. Возникает задача нахождения таких параметров с помощью волновой функции ядра, определённой в лабораторной системе координат.

Однако исторически исследования развивались иным образом. О. Бор и Б. Моттelson [29] в 1953 г. связали появление ротационных полос в спектрах возбуждения ядер с их деформацией во внутренней системе координат. С тех пор рассмотрение формы ядер проводилось с опорой на представление о среднем поле ядра, определённом во внутренней системе координат. Параметрами деформации в этом случае становятся компоненты квадрупольного момента плотности ядра, определённые во внутренней системе координат. Однако от квадрупольного момента, определённого во внутренней системе координат, можно перейти к квадрупольному моменту, заданному в лабораторной системе. Используя как динамические переменные компоненты квадрупольного момента и канонически сопряжённого импульса, можно построить ротационно инвариантный гамильтониан в лабораторной системе. Так возникла геометрическая коллективная модель ядра с гамильтонианом О. Бора [1].

Рассмотрение деформации ядер и, соответственно, их формы было также реализовано в алгебраических коллективных моделях, основанных на той или иной группе динамической симметрии. Однако первая из таких моде-

лей, предложенная Дж. Эллиотом [30, 31], в то время оказалась практически незамеченной отчасти вследствие ограниченности области её применения. Популярной стала алгебраическая коллективная модель, основанная на группе $\text{SU}(6)$ как группе динамической симметрии [32, 33].

3.1. Геометрическая коллективная модель

Геометрическая коллективная модель была сформулирована О. Бором как гидродинамическая коллективная модель на основе уже существовавшей жидкокапельной модели ядра [34, 35]. Однако многие из этих ранних представлений оказались слишком ограниченными, и, кроме того, не являлись необходимыми. В окончательной формулировке в качестве коллективных переменных были приняты мультипольные моменты плотности ядра. Это было удобно ещё и потому, что для них известны и микроскопические выражения в терминах нуклонных координат. Среди таких моментов основную роль играет квадрупольный момент ядерной плотности. В этом случае коллективными координатами являются пять компонент квадрупольного тензора $\alpha_{2\mu}$, пропорционального квадрупольному моменту ядра. Для рассмотрения вращательных возбуждений ядер и возбуждений, обусловленных колебаниями формы ядра, удобно выделить динамические переменные, связанные с вращательными степенями свободы, и динамические переменные, характеризующие форму ядра:

$$\alpha_{2\mu} = \beta \left[D_{\mu 0}^2(\Omega) \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{2}} (D_{\mu 2}^2(\Omega) + D_{\mu -2}^2(\Omega)) \sin \gamma \right]. \quad (1)$$

Здесь $D_{\mu k}^2(\Omega)$ — функция Вигнера, зависящая от трёх углов Эйлера Ω , определяющих ориентацию внутренней системы координат ядра относительно лабораторной системы. Переменная β характеризует отклонение формы ядра от сферической, а ненулевые значения γ означают, что ядро не обладает аксиальной симметрией. Например, в случае аксиально-симметричной квадрупольной деформации, когда форму ядра можно представлять как эллипсоид вращения, отношение длины меньшей полуоси эллипсоида к большей равно $[1 - (2/3)\beta]/[1 + (1/3)\beta]$. Типичные значения β для деформированных ядер из области актинидов и редкоземельных ядер 0,25–0,30.

Коллективный гамильтониан ядра в терминах переменных β , γ и Ω имеет следующий вид [36]:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2B} \nabla^2 + \hat{V}, \quad (2)$$

где \hat{V} — потенциальная энергия, зависящая только от β и γ , B — коэффициент инерции, ∇^2 — лапласиан в пятимерном пространстве,

$$\nabla^2 = \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{\hat{L}^2}{\beta^2}, \quad (3)$$

где

$$\hat{L}^2 = -\frac{1}{\sin(3\gamma)} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin(3\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} + \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{L}_k^2}{4 \sin^2(\gamma - 2\pi k/3)}, \quad (4)$$

\hat{L}_k — компоненты оператора углового момента. Потенциальная энергия \hat{V} является функцией двух ротационных инвариантов: β^2 и $\beta^3 \cos(3\gamma)$.

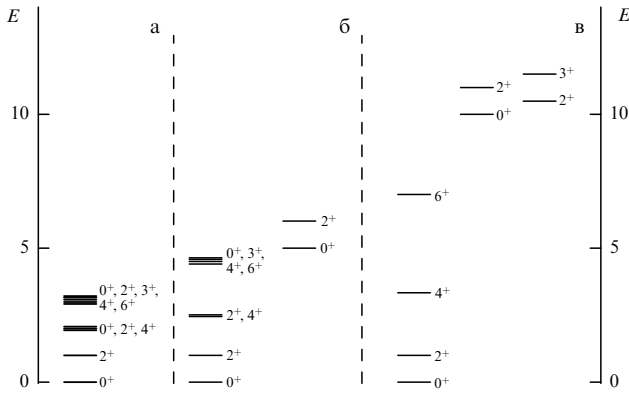


Рис. 1. Спектры низколежащих коллективных возбуждённых состояний: (а) пятимерного гармонического осциллятора, (б) мягкого неаксиального ротора и (в) аксиально-симметричного ротора.

Есть три хорошо известные общепринятые модели коллективного движения в чётно-чётных ядрах: вибратор, аксиально-асимметричный ротор (называемый также "мягкое по γ ядро") и аксиально-симметричный ротор. Эти три модели отвечают трём частным случаям коллективного движения, в которых гамильтониан Бора (2) имеет аналитические решения.

Первую модель — вибратор — мы получаем, если $\hat{V} = (1/2)C\beta^2$, где C — параметр жёсткости потенциала. В этом случае гамильтониан Бора сводится к гамильтониану пятимерного гармонического осциллятора с эквидистантным спектром возбуждённых состояний, состоящим из вырожденных мультиплетов (рис. 1а).

Часто используемой характеристикой формы ядра является отношение энергии возбуждения нижайшего 4^+ -состояния (4_1^+) к энергии возбуждения нижайшего 2^+ -состояния (2_1^+): $R_{4/2} \equiv E(4_1^+)/E(2_1^+)$. В случае гармонических колебаний относительно сферической формы ядра $R_{4/2} = 2$.

Следующая модель отвечает предположению, что потенциал \hat{V} не зависит от γ [37]. Тогда зависимость от γ в гамильтониане содержится только в \hat{L}^2 , где \hat{L}^2 — оператор Казимира группы $SO(5)$. Его собственные функции $\mathcal{Y}_{v\alpha LM}$ и собственные значения известны [36]:

$$\hat{L}^2 \mathcal{Y}_{v\alpha LM} = v(v+3) \mathcal{Y}_{v\alpha LM}, \quad v = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где L, M — соответственно угловой момент и его проекция, отвечающие вращению в трёхмерном пространстве, v — квантовое число углового момента в пятимерном пространстве (называемое сеньорити), α — дополнительное квантовое число. В этом случае гамильтониан Бора приобретает следующий вид:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2B} \left(\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{v(v+3)}{\beta^2} \right) + V(\beta) \right] R(\beta) = E_v R(\beta). \quad (6)$$

Если предположить, что потенциал имеет глубокий и узкий минимум при $\beta = \beta_0$, то спектр возбуждённых состояний принимает вид (рис. 1б)

$$E_v = \frac{\hbar^2}{2B\beta_0^2} v(v+3). \quad (7)$$

В этом случае $R_{4/2} = 2,5$.

Третья модель — аксиально-симметричный ротор — следует из гамильтониана Бора, если предположить, что "заморожены" и $\beta(=\beta_0)$, $\gamma(=0)$. Тогда спектр возбуждённых состояний выражается как

$$E_{L,K} = \frac{\hbar^2}{6B\beta_0^2} [L(L+1) - K^2], \quad (8)$$

где L — угловой момент, K — проекция углового момента на ось аксиальной симметрии ядра. В этом пределе $R_{4/2} = 3,33$. Если включить в рассмотрение в гармоническом приближении β -колебания относительно β_0 и γ -колебания относительно $\gamma = 0$, то спектр возбуждённых состояний будет описываться следующим выражением (рис. 1в):

$$E_{L,K} = \frac{\hbar^2}{6B\beta_0^2} [L(L+1) - K^2] + \left(n_\beta + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_\beta + (n_\gamma + 1) \hbar\omega_\gamma. \quad (9)$$

Здесь n_β — число квантов β -колебаний, ω_β — частота β -колебаний, n_γ — число квантов γ -колебаний, ω_γ — частота γ -колебаний.

3.2. Алгебраическая коллективная модель

Из экспериментальных данных всегда можно выделить последовательность различающихся лишь значениями некоторых квантовых чисел коллективных состояний данного ядра, связанных большими матричными элементами оператора квадрупольного момента. Эти коллективные квадрупольные возбуждения, если интерес представляют только их энергии, квадрупольные моменты и электрические квадрупольные ($E2$) переходы, могут быть описаны либо пятью коллективными координатами, как в геометрическом подходе в разделе 3.1, либо с помощью операторов рождения и уничтожения квадрупольных бозонов в алгебраическом подходе, о котором речь пойдёт ниже. В последнем случае проблема состоит в том, что микроскопический гамильтониан ядра зависит от большого числа динамических переменных, среди которых коллективные квадрупольные переменные изначально никак не выделены. Делались попытки построить коллективный гамильтониан в виде ряда по степеням бозонных операторов, в котором учитывалось лишь небольшое число членов. Но, как показали расчёты, в практически интересных случаях эти ряды плохо сходятся.

Рассмотрим ядра с чётными числами протонов и нейтронов. Поскольку в таких ядрах реализуются только состояния с чётными числами квазичастиц (элементарных возбуждений основного состояния фермионного типа), нас будут интересовать лишь алгебраические свойства парных фермионных операторов: $\alpha_s^+ \alpha_t^+$, $\alpha_s^+ \alpha_t$ и $\alpha_s \alpha_s^+$. Здесь α_s^+ (α_s) — операторы рождения (уничтожения) квазичастиц, которые вводятся в рассмотрение в случае сильных парных корреляций сверхтекучего типа нуклонов в ядрах. Если парные корреляции слабые, то квазичастицами являются дырочные и частичные состояния валентных нуклонов. Парные фермионные операторы образуют алгебру Ли в заданном конфигурационном пространстве [33, 38]:

$$A_{JMn}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{s,s'} \psi_{ss'}^{Jn} (\alpha_s^+ \alpha_{s'}^+), \quad (10)$$

$$A_{JMn} = (A_{JMn}^+)^+,$$

где

$$(\alpha_s^+ \alpha_{s'}^+)_{JM} = \sum_{m_s m_{s'}} C_{j_s m_s j_{s'} m_{s'}}^{JM} \alpha_{m_s}^+ \alpha_{m_{s'}}^+. \quad (11)$$

Здесь $C_{j_s m_s j_{s'} m_{s'}}^{JM}$ — коэффициент Клебша–Гордана, s, s' — полные наборы квантовых чисел, характеризующих одночастичные состояния, за исключением проекции их угловых моментов $m_s, m_{s'}$ на ось z лабораторной системы координат, $j_s, j_{s'}$ — угловые моменты нуклонов в состояниях s, s' . Операторы A_{JMn}^+ и A_{JMn} характеризуются угловым моментом J , его проекцией M и дополнительным квантовым числом n . Амплитуды $\psi_{ss'}^{Jn}$ удовлетворяют следующим соотношениям ортогональности:

$$\begin{aligned} \sum_{s, s'} \psi_{ss'}^{Jn} \psi_{ss'}^{Jn'} &= \delta_{nn'}, \\ \sum_n \psi_{ss'}^{Jn} \psi_{tt'}^{Jn} &= \frac{1}{2} (\delta_{st} \delta_{s't'} - (-1)^{j_s + j_{s'} + J} \delta_{st'} \delta_{s't}). \end{aligned} \quad (12)$$

Используя эти соотношения, можно вычислить коммутатор $[A_{JMn}, A_{J'M'n'}^+]$:

$$\begin{aligned} [A_{JMn}, A_{J'M'n'}^+] &= \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \delta_{nn'} + \\ &+ 2 \sum_{ss't'Lm} \psi_{ss'}^{Jn} \psi_{st'}^{J'n'} (-1)^{j_s + j_{s'} + J' + L} \sqrt{(2J+1)(2L+1)} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} j_{s'} & j_s & J \\ J' & L & j_{t'} \end{Bmatrix} C_{J'M'Lm}^{J'M'} (\alpha_t^+ \tilde{\alpha}_{s'})_{Lm}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $(\alpha_t^+ \tilde{\alpha}_{s'})_{Lm} = \sum_{m_t m_{s'}} C_{j_t m_t j_{s'} m_{s'}}^{Lm} \alpha_{m_t}^+ \alpha_{m_{s'}}^+ (-1)^{j_t + m_{s'}}$. Если пренебречь вторым слагаемым в последнем коммутаторе, то операторы $A_{JMn}, A_{J'M'n'}^+$ будут удовлетворять коммутационным соотношениям для операторов рождения и уничтожения бозонов.

Набор операторов $A_{JMn}, A_{J'M'n'}^+$ является только частью рассматриваемой алгебры Ли. Для того чтобы замкнуть алгебру, мы должны добавить к набору этих операторов все их линейно независимые коммутаторы, т.е. $[A_{JMn}, A_{J'M'n'}^+]$. Используя соотношения ортогональности (12), можно показать, что набор операторов $A_{JMn}, A_{J'M'n}^+$ и $[A_{JMn}, A_{J'M'n'}^+]$ полностью эквивалентен набору бинарных фермионных операторов $\alpha_s^+ \alpha_{s'}^+, \alpha_s \alpha_{s'}, \alpha_s^+ \alpha_{s'}$. Поэтому можно точно выразить гамильтониан ядра и все одночастичные операторы через операторы $A_{JMn}, A_{J'M'n'}^+$ и $[A_{JMn}, A_{J'M'n'}^+]$ [33, 38].

Из рассмотрения задачи о квадрупольных возбуждениях ядер в приближении хаотических фаз или Тамма–Данкова известно, что только одно из решений — нижайшее по энергии и отвечающее одному из операторов A_{JMn}^+ , а именно $A_{2Mn=1}^+$, — является коллективным [39], т.е., действуя на основное состояние ядра, генерирует коллективное состояние. Остальные по структуре близки к двухквaziчастичным. Фазы амплитуд $\psi_{ss'}^{21}$ согласованы с фазами матричных элементов оператора квадрупольного момента [39] так, что происходит когерентное усиление матричных элементов электрических квадрупольных переходов. Алгебра коллективных квадрупольных операторов включает в себя A_{2M1}^+, A_{2M1} и их коммутатор.

Рассмотрим выражение для двойного коммутатора [33]

$$\begin{aligned} [[A_{2M1}, A_{2M'1}^+], A_{2M''1}^+] &= -K (\delta_{MM'} A_{2M''1}^+ + \delta_{MM''} A_{2M'1}^+) - \\ &- \sum_{L, n \neq 1} K_{MM'M''M''}^{Ln} A_{LM''n}^+, \end{aligned} \quad (14)$$

где M, M', M'' и M''' — значения проекций углового момента, характеризующие соответствующие операторы, а коэффициент $K_{MM'M''M''}^{Ln}$ является суммой произведений двух коэффициентов Клебша–Гордана, двух $6j$ -символов и четырёх амплитуд $\psi_{ss'}^{Ln}$. Коэффициент K выражается через амплитуды $\psi_{ss'}^{21}$. Мы видим, что, строго говоря, алгебра операторов $A_{2M1}, A_{2M1}^+, [A_{2M1}, A_{2M'1}^+]$ незамкнута. Однако, во-первых, коэффициенты $K_{MM'M''M''}^{Ln}$ с $Ln \neq 21$ не содержат когерентных слагаемых и поэтому являются малыми. Во-вторых, если интерес представляют только те матричные элементы двойных коммутаторов, которые связывают коллективные состояния, то вкладом неколлективных операторов можно пренебречь ввиду их малости. В таком приближении операторы $A_{2M1}, A_{2M1}^+, [A_{2M1}, A_{2M'1}^+]$ образуют замкнутую алгебру и можно показать [33], что это алгебра SU(6). Тогда для операторов $A_{2M1}, A_{2M1}^+, [A_{2M1}, A_{2M'1}^+]$ справедливы следующие представления в терминах бозонных операторов:

$$\begin{aligned} A_{2M1}^+ &\rightarrow d_{2M}^+ \sqrt{1 - \frac{1}{N} \sum_v d_{2v}^+ d_{2v}} \rightarrow d_{2M}^+ s \frac{1}{\sqrt{N}}, \\ A_{2M1} &\rightarrow \sqrt{1 - \frac{1}{N} \sum_v d_{2v}^+ d_{2v}} d_{2M} \rightarrow s^+ d_{2M} \frac{1}{\sqrt{N}}, \\ [A_{2M1}, A_{2M'1}^+] &\sim d_{2M}^+ d_{2M}, \end{aligned} \quad (15)$$

где N — положительное число, задающее максимальное число бозонов, которые могут быть генерированы оператором A_{2M1}^+ , и характеризующее представление алгебры SU(6), значение N определяется величиной коэффициента K ; d_M^+ (d_M) — оператор рождения (уничтожения) квадрупольного бозона с проекцией углового момента M , $s^+(s)$ — оператор рождения (уничтожения) монополюсного бозона. Коллективный гамильтониан ядра можно построить, используя приближённые выражения для парных фермионных операторов через операторы $A_{2M1}, A_{2M1}^+, [A_{2M1}, A_{2M'1}^+]$. Этот гамильтониан имеет следующий вид [33, 38]:

$$\begin{aligned} H_{\text{coll}} &= \varepsilon \sum_{\mu} d_{2\mu}^+ d_{2\mu} + \kappa_1 \left(\sum_{\mu} d_{2\mu}^+ (-1)^{\mu} d_{2-\mu}^+ + \text{h.c.} \right) + \\ &+ \kappa_2 \left(\sum_{\mu} (d_2^+ d_2^+)_{2\mu} d_{2\mu} + \text{h.c.} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} C_L \sum_M (d_2^+ d_2^+)_{LM} (d_2 d_2)_{LM}, \end{aligned} \quad (16)$$

где скобки $(\dots)_{LM}$ обозначают векторную связь. Шесть констант, входящих в гамильтониан (16), являются функциями амплитуд $\psi_{ss'}^{21}$, т.е. одноквaziчастичных энергий и параметров, характеризующих эффективное взаимодействие нуклонов в ядрах. В принципе они могут быть рассчитаны в рамках какой-либо микроскопической модели ядра, но в подавляющем большинстве работ являются подгоночными параметрами.

Для простоты и компактности формул выражения для коллективных операторов через бинарные фермионные операторы выше были взяты в приближении Тамма–Данкова. Более общее рассмотрение, использующее приближение хаотических фаз, может быть проведено аналогичным образом. В общем случае наряду с

амплитудами $\psi_{ss'}^{21}$ в рассмотрение вводятся так называемые амплитуды назад (backward) $\phi_{ss'}^{21}$ [33].

Рассматривая все 36 операторов, образующих алгебру $U(6)$, а именно: $d_{2\mu}^+s$, $s^+d_{2\mu}$, $d_{2\mu}^+d_{2\mu'}$, s^+s , мы видим, что некоторые из этих операторов образуют подалгебры. В результате можно выделить три цепочки подалгебр [32]:

$$\begin{aligned} U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2), \\ U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2), \\ U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2). \end{aligned} \quad (17)$$

Хотя в общем случае гамильтониан необходимо диагонализировать численно, имеются случаи, в которых проблема собственных значений может быть решена аналитически, а именно случаи динамических симметрий, сыгравшие главную роль в разработке алгебраической коллективной модели ядра. Такие случаи возникают, когда гамильтониан может быть представлен суммой операторов Казимира групп, входящих в одну из цепочек подалгебр (17). В случае первой цепочки собственные функции гамильтониана являются одновременно и собственными функциями оператора числа квадрупольных бозонов. Этот случай эквивалентен в геометрической коллективной модели пределу сферического ядра. В зависимости от параметров гамильтониана спектр возбуждённых состояний состоит из вырожденных или расщеплённых мультиплетов квадрупольных бозонов. Из-за ограничения максимального числа квадрупольных бозонов спектр такого гамильтониана состоит из конечного числа возбуждённых состояний, в отличие от спектра в геометрической коллективной модели.

В случае второй редукционной цепочки собственные функции гамильтониана не являются собственными функциями оператора числа бозонов и спектр состояний подобен спектру возбуждения мягкого по γ неаксиального ротора в геометрической коллективной модели.

В третьем случае спектр возбуждённых состояний гамильтониана состоит из ротационных полос, как и в случае гамильтониана аксиально-симметричного ротора геометрической коллективной модели.

Таким образом, в рамках алгебраической коллективной модели мы приходим к тем же трём предельным случаям формы ядра и его спектра возбуждённых состояний, что и в геометрической коллективной модели.

4. Описание фазовых переходов в алгебраической коллективной модели ядра

В этом разделе мы приведём общую схему рассмотрения фазовых переходов между различными формами ядра в рамках модели взаимодействующих бозонов. В разделах 5 и 6 рассмотрение будет основываться на геометрической коллективной модели.

Как любая модель с определённой групповой структурой, модель взаимодействующих бозонов тесно связана с внутренней геометрической структурой ядра, в чём проявляется её схожесть с геометрической коллективной моделью. В то же время гамильтониан модели взаимодействующих бозонов имеет очень простую алгебраическую структуру, что позволяет получить многие результаты аналитически.

Изучение геометрических свойств модели взаимодействующих бозонов связано с введением в рассмотрение

когерентных состояний [40–43]. Для наших целей удобно проводить рассмотрение, основываясь на так называемых проективных когерентных состояниях, которые имеют вид

$$|N; \alpha_\mu\rangle = \left(s^+ + \sum_\mu \alpha_\mu d_\mu^+ \right)^N |0\rangle. \quad (18)$$

Здесь N — максимальное число бозонов, характеризующее выделенное представление $U(6)$, N принято приравнять к половине числа валентных нуклонов в рассматриваемом ядре; вектор состояния $|0\rangle$ — бозонный вакуум; переменные α_μ непосредственно связаны с переменными, описывающими форму ядра. Как и в разделе 3, вместо пяти переменных α_μ можно использовать три угла Эйлера $\Omega \equiv (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ и две внутренние переменные, характеризующие форму ядра, β и γ :

$$\alpha_\mu = \sum_\nu D_{\mu\nu}^2(\theta_1, \theta_2, \theta_3) a_\nu, \quad (19)$$

где $a_0 = \beta \cos \gamma$, $a_{\pm 2} = (1/\sqrt{2})\beta \sin \gamma$, $a_{\pm 1} = 0$. Таким образом, нормированное когерентное состояние выражается как

$$|N; \beta, \gamma\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!(1+\beta^2)^N}} (B^+)^N |0\rangle, \quad (20)$$

где

$$B^+ = s^+ + \beta \left[d_0^+ \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{2}} (d_2^+ + d_{-2}^+) \sin \gamma \right]. \quad (21)$$

Введём в рассмотрение гамильтониан, часто используемый в исследованиях, основанных на модели взаимодействующих бозонов [32]:

$$\hat{H}(N, \xi, \chi) = (1 - \xi)\hat{n}_d - \frac{\xi}{N} \hat{Q}^\chi \hat{Q}^\chi. \quad (22)$$

Здесь $\hat{n}_d \equiv \sum_\mu d_\mu^+ d_\mu$ — оператор числа квадрупольных бозонов, оператор квадрупольного момента \hat{Q}^χ даётся выражением

$$\hat{Q}_\mu^\chi = d_\mu^+ s + s^+ \bar{d}_\mu + \chi (d^+ \bar{d})_{2\mu}, \quad \bar{d}_\mu = (-1)^\mu d_{-\mu}. \quad (23)$$

Параметры ξ и χ играют роль контрольных параметров, подобно температуре и давлению в термодинамике. Параметр ξ принимает значения между нулём и единицей, $\xi \in [0, 1]$. При $\xi = 1$ мы имеем предельный случай ядра с квадрупольной деформацией, который включает в себя случаи вытянутого аксиально-симметричного, сплюснутого аксиально-симметричного ядер и ядра с нарушенной аксиальной симметрией. При $\xi = 0$ мы имеем предельный случай сферического ядра, описываемого пятимерным гармоническим осциллятором. Параметр χ изменяется в пределах $\chi \in [-\sqrt{7}/2, \sqrt{7}/2]$. При $\xi = 1$ и $\chi = -\sqrt{7}/2$ имеет место случай вытянутого деформированного ядра, при $\xi = 1$, $\chi = \sqrt{7}/2$ — случай сплюснутого деформированного ядра. В обоих случаях ядро обладает аксиальной симметрией. При $\xi = 1$, $\chi = 0$ энергия ядра не изменяется при изменении его формы от вытянутой к сплюснутой. С теоретико-групповой точки зрения при $\xi = 0$ мы имеем случай $U(5)$ -динамической симметрии, при $\xi = 1$, $\chi = -\sqrt{7}/2$ — $SU(3)$ -динамической симметрии, при $\xi = 1$ и $\chi = \sqrt{7}/2$ — $SU(3)$ -динамической симметрии [44], при $\xi = 1$ и $\chi = 0$ — $O(6)$ -динамической симметрии.

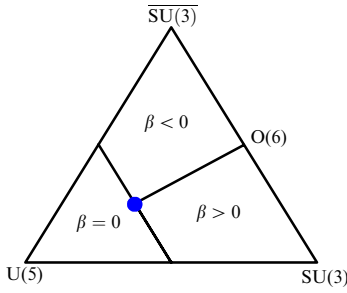


Рис. 2. Фазовая диаграмма модели взаимодействующих бозонов. Кружок в центре треугольника обозначает тройную точку, находящуюся на стыке сферической и двух деформированных фаз. Параметр ξ гамильтониана (22) изменяется в направлении от точки $U(5)$ к точке $O(6)$. Вдоль этого направления параметр оператора квадрупольного момента χ равен нулю. Параметр χ изменяется вдоль направления, заданного линией, соединяющей точки, отмеченные как $SU(3)$ и $\overline{SU(3)}$. На этой линии $\xi = 1$. В точке $U(5)$ $\xi = 0$.

Двумерное пространство, задаваемое параметрами ξ и χ , в литературе, посвящённой модели взаимодействующих бозонов, представлено расширенным треугольником Кастена [45], приведённым на рис. 2, где параметр ξ изменяется вдоль направления от точки $U(5)$ к точке $O(6)$. Вдоль этого направления $\chi = 0$. Параметр χ изменяется вдоль направления, определяемого линией, соединяющей точки, отмеченные как $SU(3)$ и $\overline{SU(3)}$. На этой линии $\xi = 1$. В точке $U(5)$ $\xi = 0$. Будем анализировать вместо термодинамического потенциала, используемого в классической физике, среднее значение гамильтониана (22) в когерентном состоянии (18) как функцию контрольных параметров ξ и χ [46]:

$$\begin{aligned}
 E(N, \xi, \chi; \beta, \gamma) &\equiv \langle N; \beta, \gamma | \hat{H}(N, \xi, \chi) | N; \beta, \gamma \rangle = \\
 &= -5\xi + \frac{1}{(1 + \beta^2)^2} \left\{ (N(1 - \xi) - \xi(4N + \chi^2 - 8))\beta^2 + \right. \\
 &+ 4(N - 1)\xi\sqrt{\frac{2}{7}}\chi\beta^3 \cos(3\gamma) + \\
 &\left. + \left[N(1 - \xi) - \xi\left(\frac{2N + 5}{7}\chi^2 - 4\right) \right] \beta^4 \right\}. \quad (24)
 \end{aligned}$$

Задача состоит в том, чтобы минимизировать энергетический функционал $E(N, \xi, \chi; \beta, \gamma)$, варьируя β и γ для каждого значения ξ и χ . Простая форма зависимости (24) от γ позволяет легко определить значение γ , которое отвечает минимуму $E(N, \xi, \chi; \beta, \gamma)$. В случае $\chi < 0$ минимум находится при $\gamma = 0$, а в случае $\chi > 0$ — при $\gamma = \pi/3$. В общем случае $\chi \cos(3\gamma) = -|\chi|$.

Значение функционала энергии в точке глобального минимума будем трактовать как приближённое значение энергии основного состояния ядра. Последняя величина является непрерывной функцией контрольных параметров ξ и χ , хотя положение глобального минимума в плоскости переменных β и γ может изменяться скачком. Однако производные $E(N, \xi, \chi; \beta, \gamma)$ по контрольным параметрам могут иметь точки разрыва. Разрывы производных первого и второго порядка отвечают фазовым переходам первого и второго рода соответственно.

Подход Л. Ландау [47] полностью применим к анализу фазовых переходов между различными формами ядра в модели взаимодействующих бозонов, т.е. к анализу энергетического функционала $E(N, \xi, \chi; \beta, \gamma)$. Раз-

лагая (24) в ряд по степеням β и полагая $\gamma = 0$, получаем

$$\begin{aligned}
 E(N, \xi, \chi; \beta, \gamma = 0) &= -5\xi + [N(1 - \xi) - \xi(4N + \chi^2 - 8)]\beta^2 - \\
 &- 4(N - 1)\xi\sqrt{\frac{2}{7}}|\chi|\beta^3 + \\
 &+ \left[\xi\left(8N - \frac{2N - 9}{7}\chi^2 - 12\right) - N(1 - \xi) \right] \beta^4 + \dots \quad (25)
 \end{aligned}$$

Равновесная конфигурация изменяет значение β от $\beta = 0$ к $\beta \neq 0$, если коэффициент при β^2 изменяется от положительного к отрицательному. Следовательно, в точке фазового перехода этот коэффициент обращается в нуль. Для того чтобы точка фазового перехода была устойчивой, необходимо, чтобы в ней обращался в нуль и коэффициент при β^3 . Однако последнее возможно, только если $\chi = 0$. При $\chi = 0$ коэффициент при β^2 обращается в нуль, если $\xi \equiv \xi_{\text{trip}} = N/(5N - 8)$. Эти значения ξ и χ являются координатами так называемой тройной точки внутри треугольника Кастена (см. рис. 2), которая находится на стыке сферической фазы ($\beta = 0$), принадлежащей области $\xi < \xi_{\text{trip}}$, и двух деформированных фаз, расположенных при $\xi > \xi_{\text{trip}}$. Причём если $\chi < 0$, то ядро является вытянутым, а если $\chi > 0$, — то сплюснутым. Две деформированные фазы разделены линией $\chi = 0$. За исключением тройной точки, в остальной области треугольника Кастена фазовые переходы между сферической и деформированными фазами и между двумя деформированными фазами в этой модели являются фазовыми переходами первого рода.

При $\chi \neq 0$ переход от деформированной фазы к сферической происходит следующим образом. Когда ξ , уменьшаясь от $\xi = 1$, достигает значения $\xi = N/(5N + \chi^2 - 8)$, у энергетического функционала $E(N, \xi, \chi; \beta, \gamma)$ появляется минимум при $\beta = 0$. Однако сначала это только локальный минимум. Глобальный минимум продолжает находиться при $\beta \neq 0$. При дальнейшем уменьшении ξ глубины сферического и деформированного минимумов уравниваются. Таким образом, при $\chi \neq 0$ мы имеем при определённых значениях ξ энергетический функционал с двумя минимумами. Последнее означает, что при $\chi \neq 0$ сферическая и деформированная фазы могут сосуществовать. Вместе с тем в тройной точке двух минимумов не возникает [48]. Что касается перехода от сплюснутой формы к вытянутой деформированной, то в этом случае картины с двумя минимумами также не возникает. Положение минимума по γ изменяется скачком от $\gamma = 0$ до $\gamma = \pi/3$ при изменении знака χ .

5. Фазовый переход от сферической формы к деформированной в ядрах начала редкоземельной области

Хорошо известный и экспериментально изученный пример ядер, демонстрирующих переход от сферической формы к деформированной, представляют собой изотопы Nd, Sm, Gd и Dy. При увеличении числа нейтронов спектры низколежащих возбуждённых состояний указанных ядер демонстрируют переход от типично вибрационного спектра к типично ротационному.

Из таблицы 1, в которой приведены экспериментальные значения отношения $R_{4/2}$ для различных чисел ней-

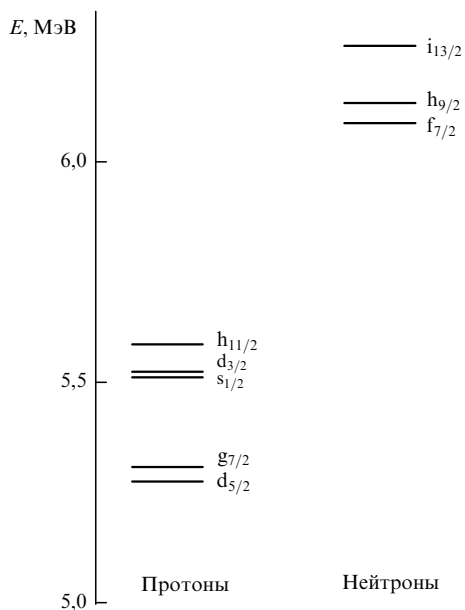


Рис. 3. Часть схемы сферических одночастичных уровней оболочечной модели ядра ($Z > 50$, $N > 82$).

Таблица 1. Значения $R_{4/2}$ в изотопах * Nd, Sm, Gd и Dy

$Z \backslash N$	84	86	88	90	92	94	96
${}^{60}\text{Nd}$	1,89	2,30	2,49	2,93	3,27	3,29	3,31
${}^{62}\text{Sm}$	1,85	2,14	2,32	3,08	3,28	3,29	3,30
${}^{64}\text{Gd}$	1,81	2,02	2,19	3,01	3,24	3,29	3,30
${}^{66}\text{Dy}$	1,81	2,05	2,24	2,93	3,21	3,27	3,29

* Экспериментальные данные взяты из [56].

тронов в изотопах этих элементов, видно, что $R_{4/2}$ резко возрастает при числах нейтронов $N \geq 90$, указывая на то, что переход от сферической формы к деформированной в изотопах Nd, Sm, Gd и Dy происходит при $N = 90$.

Переход от сферической формы к деформированной в изотопах Nd, Sm, Gd и Dy, по всей видимости, является фазовым переходом второго рода, поскольку в большинстве расчётов потенциальная энергия деформации этих ядер как функция параметра деформации имеет только один минимум, а энергия ядра в минимуме является монотонно убывающей функцией значения деформации в минимуме, так что первая производная не испытывает скачка.

В работе [49], однако, было высказано предположение, что фазовый переход в рассматриваемых ядрах всё же является фазовым переходом первого рода, а квадрупольная деформация ядер возникает благодаря следующему механизму. В рассматриваемых ядрах протоны заполняют одночастичные уровни: $d_{5/2}$ и $g_{7/2}$ (рис. 3). Следующий одночастичный уровень $h_{11/2}$ отделён от $d_{5/2}$ и $g_{7/2}$ энергетической щелью. При значениях N начиная с $N = 90$ нейтроны заполняют одночастичное состояние $h_{9/2}$, в котором они сильно взаимодействуют с протонами, если те находятся в состоянии $h_{11/2}$. Поэтому ядро "выигрывает" в энергии, если протоны начинают заполнять состояние $h_{11/2}$. В результате энергия связи протона в состоянии $h_{11/2}$ возрастает, а энергетическая щель между одночастичными состояниями протона $d_{5/2}$ и $g_{7/2}$

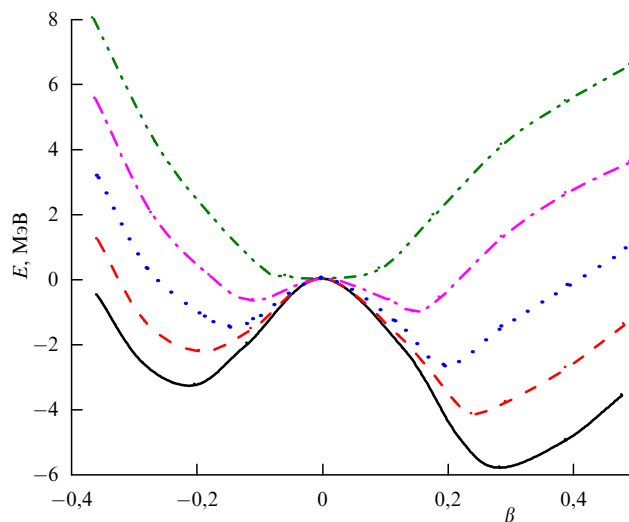


Рис. 4. Пример эволюции потенциальной энергии деформации ядер начала редкоземельной области при увеличении числа нейтронов. Сферическому ядру отвечает штрихпунктирная кривая с двумя точками. Сплошная кривая — сильно деформированное аксиально-симметричное ядро. Штрихпунктирная, пунктирная и штриховая кривые отвечают переходным ядрам с нарастающими значениями квадрупольной деформации.

с одной стороны и $h_{11/2}$ с другой резко уменьшается. Пространство одночастичных состояний, которые могут занимать валентные протоны, увеличивается, что усиливает коллективные эффекты в движении нуклонов и способствует возникновению деформации.

Приведённая выше аргументация, однако, основывается на схеме одночастичных уровней сферического ядра и не учитывает изменений среднего поля, вызванных деформацией [50]. Вследствие деформации среднего поля ядра изменяется роль специфических протонных и нейтронных одночастичных уровней, порядок заполнения которых важен для реализации механизма Федермана – Питтеля. При $N = 90$ для нейтронов становится более энергетически выгодным заполнять одночастичный уровень $i_{13/2}$. Благодаря большой величине орбитального момента данного состояния и связанной с этим большой величине квадрупольного момента значение равновесной деформации ядра плавно возрастает от нуля, а энергия деформации ядра в минимуме плавно изменяется по мере заполнения нейтронами состояния $i_{13/2}$. И хотя число нейтронов в ядре — величина дискретная, формально это можно рассматривать как указание на то, что производная от энергии деформации ядра в минимуме по параметру деформации изменяется плавно. Большая часть расчётов потенциальной энергии деформации рассматриваемых ядер также указывает на то, что с увеличением числа нейтронов потенциальная энергия в ядрах начала редкоземельной области эволюционирует так, как показано на рис. 4.

Обратимся к экспериментальным данным. В ядрах ${}^{150}\text{Nd}$, ${}^{152}\text{Sm}$ и ${}^{154}\text{Gd}$ известны низколежащие состояния 0_2^+ и 2_2^+ , связанные сильными E2-переходами. Однако вероятности этих переходов сравнимы по величине с вероятностями переходов $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$, а в ${}^{154}\text{Gd}$ E2-переход $2_2^+ \rightarrow 0_2^+$ в три раза слабее перехода $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$. Поэтому нет оснований утверждать, что, например, в состояниях 2_2^+ и 0_2^+ рассматриваемые ядра более деформированы, чем в состояниях 2_1^+ и 0_1^+ . Если бы указанные E2-пере-

ходы сильно различались по величине, то можно было бы говорить о сосуществовании в одном ядре при разных энергиях возбуждения состояний, характеризуемых различной формой ядра. Это указывало бы на то, что в ядрах ^{150}Nd , ^{152}Sm , ^{154}Gd переход от сферической формы к деформированной можно рассматривать как фазовый переход первого рода. Однако нельзя исключить, что, хотя потенциальная энергия этих ядер и имеет два минимума, амплитуда колебаний по β велика и волновые функции коллективных состояний не локализуются в каком-то одном минимуме. В [51] предложена простая аналитическая модель для рассмотрения именно такой ситуации.

В работах [51, 52] представлено простое описание переходных ядер в рамках геометрической модели ядра, основанное на потенциалах очень простой формы, позволяющих получить аналитическое решение задачи. Основная идея работ [51, 52] проиллюстрирована на рис. 5, где штриховая кривая представляет потенциальную энергию ядра, переходного между сферическими и деформированными ядрами. Этот потенциал имеет два минимума, отвечающих сферической и деформированной формам ядра, но разделённых небольшим барьером, и резко возрастает при деформациях, больших, чем деформация во втором минимуме. Ф. Якелло [51] предложил аппроксимировать такой потенциал прямоугольной ямой с бесконечной глубиной (сплошная линия на рис. 5), что, конечно, является очень серьёзным упрощением, но результаты расчёта оказались близки к экспериментальным данным для переходных ядер начала редкоземельной области. Было предложено на основе такого потенциала рассматривать два случая, различающихся характером зависимости потенциала от γ . В первом случае предполагалось, что потенциал как функция γ имеет глубокий минимум при $\gamma = 0$, а во втором случае рассматривался потенциал, не зависящий от γ . Вместе с предположением о разделении переменных β и γ это приводит к аналитическому решению уравнения Шрёдингера с гамильтонианом Бора. Итак, в обоих случаях собственной функцией гамильтониана Бора факторизуется:

$$\Psi(\beta, \gamma, \Omega) = f(\beta)\varphi(\gamma, \Omega). \quad (26)$$

В первом случае функция $f(\beta)$ является решением следующего дифференциального уравнения:

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{3\beta^2} I(I+1) + u(\beta) \right] f(\beta) = \varepsilon f(\beta), \quad (27)$$

где $u(\beta) = 0$ при $\beta \leq \beta_b$ и $u(\beta) = \infty$ при $\beta > \beta_b$, β_b — ширина потенциальной ямы. Функция $\varphi(\gamma, \Omega)$ имеет вид $\varphi(\gamma, \Omega) = \eta_K(\gamma) D_{MK}^I(\Omega)$, где $\eta_K(\gamma)$ является решением уравнения

$$\left[-\frac{1}{\langle \beta^2 \rangle} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{(K/2)^2}{\langle \beta^2 \rangle} \frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{2} C_\gamma \gamma^2 \right] \eta_K(\gamma) = \varepsilon_\gamma \eta_K(\gamma), \quad (28)$$

$\langle \beta^2 \rangle$ — эффективное значение β^2 , появившееся как следствие предположения о разделении переменных β и γ . Решением уравнения (27) является функция $\beta^{-3/2} J_\nu(x_{sI}\beta/\beta_b)$, где J_ν — функция Бесселя, x_{sI} — s -й нуль функции Бесселя, $\nu = \sqrt{(1/3)I(I+1) + 9/4}$. В этом случае отношение энергий нижайших 4_1^+ - и 2_1^+ -состояний $R_{4/2} \equiv E(4_1^+)/E(2_1^+) = 2,91$ находится как раз между зна-

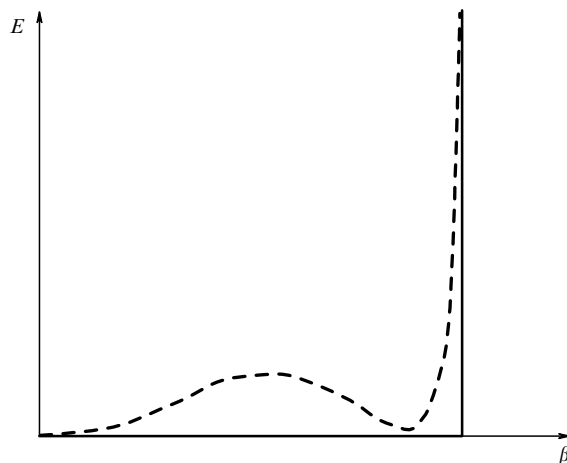


Рис. 5. Пример потенциальной энергии деформации переходного ядра (штриховая кривая) и потенциал прямоугольной ямы бесконечной глубины.

чениями, характерными для сферических ($R_{4/2} = 2,0$) и аксиально-деформированных ($R_{4/2} = 3,33$) ядер. Ключевым является предсказанное в рассматриваемом приближении значение отношения $R_{0/2} \equiv E(0_2^+)/E(2_1^+) = 5,67$. Данный результат не зависит от параметров гамильтониана. В переходном ядре ^{152}Sm такое отношение равно 5,62. Многие другие экспериментальные результаты, относящиеся к энергиям возбуждения и вероятностям электрических квадрупольных (E2) переходов в ^{150}Nd , ^{152}Sm и ^{154}Gd , также оказались близкими к полученным в этом приближении результатам. Заметные отклонения теоретических результатов от экспериментальных данных были обнаружены для E2-переходов между состояниями, принадлежащими различным квазиротационным полосам, т.е. полосам, базирующимся на основном (0_1^+) состоянии и состояниях 0_2^+ и 2_3^+ . Однако, как показано в [53], согласие с экспериментальными данными значительно улучшится, если учесть различие в значениях коэффициента инерции для вращательной и колебательной мод.

Если предположить, что потенциальная энергия не зависит от γ , то функция $f(\beta)$ удовлетворяет следующему уравнению:

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{v(v+3)}{\beta^2} + u(\beta) \right] f(\beta) = \varepsilon f(\beta), \quad (29)$$

где $u(\beta)$ имеет тот же вид, что и в предыдущем случае. Решение уравнения (29) имеет вид $\beta^{-3/2} J_{v+3/2}(x_{sv}\beta/\beta_b)$, где x_{sv} — s -й нуль функции Бесселя $J_{v+3/2}$, v — сеньорити состояния (см. (5)). Спектр собственных состояний уравнения (29) и отношения вероятностей E2-переходов, полученные с использованием собственных функций этого уравнения, близки к соответствующим экспериментальным данным для некоторых изотопов Xe и Ba [54].

6. Фазовые переходы и сосуществование форм в ядрах с числом нуклонов порядка 100

Квантовые фазовые переходы, обнаруженные в атомных ядрах, можно разделить на две группы. К первой группе относятся переходы в ядрах, средние поля которых имеют только одну стабильную конфигурацию при

любых значениях контрольных параметров. Другими словами, потенциальная энергия ядра имеет только один минимум, который, однако, может отвечать как сферической, так и деформированной форме, в зависимости от значений контрольных параметров. Контрольными параметрами могут быть числа протонов и нейтронов. В этом случае фазовый переход, т.е. изменение симметрии среднего поля, происходит при изменении чисел протонов и нейтронов.

Ко второй группе относятся переходы в ядрах, средние поля которых, зависящие от многих динамических переменных, имеют две стабильные конфигурации с различными симметриями среднего поля и полными энергиями. В этом случае фазовый переход из одной конфигурации в другую будет происходить при изменении энергии возбуждения ядра.

Оба варианта фазовых переходов обсуждались в разделе 5 в связи с фазовыми переходами от сферических ядер начала редкоземельной области к деформированным. Были приведены обе интерпретации, хотя большинство исследователей склоняется к тому, что фазовые переходы в указанных ядрах относятся к первой группе. В этом разделе мы рассмотрим ситуацию в ядре ^{96}Zr , в котором фазовый переход, происходящий с возрастанием энергии возбуждения, относится ко второй группе.

Атомные ядра с массовым числом $A \sim 100$ представляют собой ядра, в которых сосуществуют состояния, характеризующие сферической или деформированной формой. При этом переход от одной формы ядра к другой происходит при увеличении энергии возбуждения. К таким ядрам относятся изотопы Sr, Zr и Mo (см. ссылки в [10, 55]). В качестве примера рассмотрим изотопы Zr, в которых с точки зрения одночастичной модели оболочек протонами заполнено состояние $r_{1/2}$, а следующее по энергии одночастичное протонное состояние $g_{9/2}$ отделено от $r_{1/2}$ энергетической щелью, так что Zr можно рассматривать и как полумагическое ядро. Число валентных нейтронов в лёгких изотопах Zr невелико.

На рисунке 6 приведены экспериментальные спектры низколежащих состояний $^{96-106}\text{Zr}$ [56]. Видно, что в $^{96-100}\text{Zr}$ среди низколежащих состояний находится и возбуждённое 0^+ -состояние (0_2^+). Значения вероятностей E2-переходов между первым возбуждённым 2^+ -состоянием (2_1^+) и основным состоянием в $^{96-98}\text{Zr}$ являются характерными для переходов в сферических ядрах и составляют несколько одночастичных единиц (единиц Вайскопфа) ($2-6 \text{ W.u.}$) [56]. В то же время измеренная в ^{96}Zr приведённая вероятность E2-перехода $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$ равна 36 W.u. Такая величина характерна для деформированных ядер. Это указывает на то, что в лёгких изотопах Zr основное состояние (0_1^+) и 2_1^+ -состояния характеризуются сферической формой, тогда как 0_2^+ - и 2_2^+ -состояния деформированы. Ситуация резко изменяется в ^{100}Zr , в котором $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = 75 \text{ W.u.}$ Такая большая величина приведённой вероятности E2-перехода характерна для деформированных ядер. Кроме того, соотношение энергетических интервалов в полосе, базирующейся на основном состоянии ^{100}Zr ($0_1^+, 2_1^+, 4_1^+, 6_1^+$), указывает на ротационный характер этих состояний, что также говорит о том, что основное состояние этого ядра — деформированное.

В итоге складывается следующая картина. Основное состояние лёгких изотопов Zr — сферическое. Однако уже при сравнительно небольших энергиях возбуждения

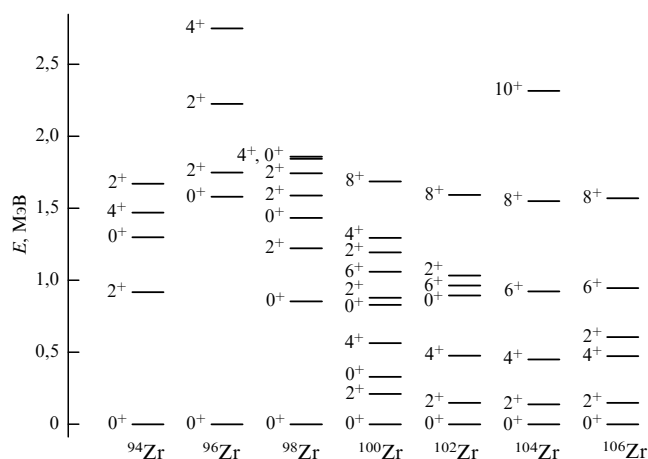


Рис. 6. Экспериментальные спектры ядер $^{94-106}\text{Zr}$.

в этих ядрах есть деформированное 0_2^+ -состояние. С увеличением числа валентных нуклонов деформированное состояние опускается по энергии и становится в ^{100}Zr основным. Механизм, способствующий в данном случае появлению деформации в основном состоянии ядра, — это механизм Федермана–Питтеля. Когда валентные нейтроны начинают заполнять следующее за $d_{5/2}$ одночастичное состояние $g_{7/2}$, для ядра становится энергетически "выгодным", чтобы одновременно и протоны заполняли следующее за $r_{1/2}$ одночастичное состояние $g_{9/2}$. Известно [23], что протоны в состоянии $g_{9/2}$ и нейтроны в состоянии $g_{7/2}$ сильно взаимодействуют благодаря тензорным силам. Таким образом, энергия связи нейтронов в состоянии $g_{7/2}$ возрастает, и оно "опускается" по энергии в одночастичном спектре ядра. Пространство одночастичных состояний, доступных для валентных нейтронов, резко увеличивается, что усиливает коллективную квадрупольную моду, увеличивая амплитуду коллективного квадрупольного движения. Кроме того, одночастичное состояние $g_{9/2}$, заселяемое протонами, характеризуется большим квадрупольным моментом, что также способствует деформации ядра. Благодаря этому механизму деформированное возбуждённое состояние и существует в лёгких изотопах Zr. Однако вследствие того что переход нейтронов из состояния $d_{5/2}$ в состояние $g_{7/2}$ требует дополнительной энергии возбуждения, деформированное состояние реализуется при большей энергии, чем сферическое.

Наиболее полный набор экспериментальных данных о низколежащих коллективных квадрупольных возбуждениях получен для ^{96}Zr [57]. Рассмотрим это ядро, опираясь на геометрическую коллективную модель. Конечно, интерпретация явления сосуществования состояний различной формы у ядра является задачей микроскопической теории. Но коллективная модель, которая непосредственно использует переменные формы ядра в качестве динамических переменных, может описать динамические следствия сосуществования форм наиболее простым образом. Кроме того, интересно узнать, в какой степени коллективная модель способна воспроизвести экспериментальные данные.

Резкое изменение формы основного состояния в изотопах Zr является исключением. Однако возможно смешивание сферической и деформированной компонент в волновых функциях собственных состояний ядра.

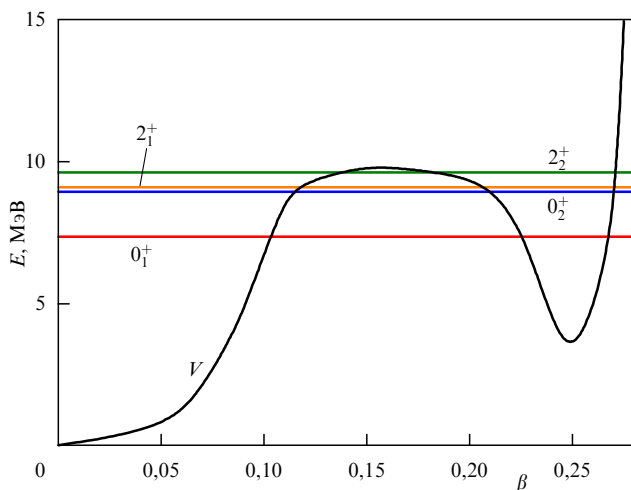


Рис. 7. (В цвете онлайн.) Потенциальная энергия $V(\beta)$ и рассчитанные уровни энергии ядра ${}^{96}\text{Zr}$ [59].

Поэтому интересен вопрос о том, насколько сильным является такое смешивание. Этот вопрос может быть проанализирован в рамках коллективной модели ядра. Данные о E2-переходах между возбуждёнными состояниями [58] говорят о том, что в ${}^{96}\text{Zr}$ сферические и деформированные состояния являются очень чистыми.

В [59] свойства ${}^{96}\text{Zr}$ исследованы в рамках коллективной модели с потенциалом, имеющим два минимума (рис. 7): сферический и деформированный. Аналогом этой картины в алгебраической модели ядра является рассмотрение в бозонном пространстве, объединяющем конфигурации с разными значениями максимального числа бозонов, а именно N и $N + 2$. Чтобы упростить задачу, было введено предположение, что переменная γ может быть отделена в гамильтониане от β . Это предположение оправдывалось ещё и тем, что в экспериментальных данных отсутствует указание на существование среди низколежащих состояний таких, которые явно связаны с возбуждением по γ . Предполагалось также, что γ осциллирует с небольшой амплитудой вблизи $\gamma = 0$. Результаты расчёта приведены в табл. 2. Как видно, полученные результаты находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными.

Отметим, однако, следующие обстоятельства. В работах [60, 61] в результате анализа экспериментальных данных для ротационных и вибрационных состояний деформированных ядер показано, что коэффициент инерции для вращательного движения в несколько раз меньше, чем коэффициент инерции для вибрационной моды. Учёт этого обстоятельства позволил получить хорошее описание энергии 2_2^+ -состояния в ${}^{96}\text{Zr}$.

Расчёт величины $B(M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$ в рамках геометрической коллективной модели приводит к результату, на три порядка меньшему, чем экспериментальная величина. Поэтому в [59] было учтено то обстоятельство, что расчёт в рамках оболочечной модели, выполненный при предположении сферической формы ядра, приводит к отрицательной величине g_R -фактора, а именно к $g_R = -0,26$, в противоположность значению g_R -фактора, равного Z/A , следующему из геометрической коллективной модели, в которой учитывается только вклад в магнитный момент орбитального движения протонов. Надо отметить, что результат, полученный в рамках оболочечной модели, ожидаем, поскольку в случае чисто сфериче-

Таблица 2. Результаты расчёта энергий и приведённых вероятностей электромагнитных переходов * для ${}^{96}\text{Zr}$

Энергии и вероятности переходов	Расчёт	Эксперимент
$E(2_1^+)$	1748	1750
$E(2_2^+)$	2268	2226
$E(0_2^+)$	1582	1582
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$	26,1	36(11)
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	3,6	2,3(3)
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	0,26	0,26(8)
$\rho^2(0_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	0,0013	0,0075
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	2,25	$2,8_{-1,0}^{+1,5}$
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_2^+)$	6,8	—
$B(M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	0,11	0,14(5)
$Q(2_2^+)$	-0,51	—

* Значение b_{rot} , характеризующее отношение ротационного коэффициента инерции к вибрационному, взято равным 0,2. Значения $B(E2)$ даны в единицах W.u., а $B(M1)$ — в ядерных магнетонах. Значение $Q(2_2^+)$ дано в е бн. Энергии возбуждения приведены в кэВ. Безразмерная величина $\rho^2(0_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ характеризует величину электрического монополюсного перехода между состояниями 0_2^+ и 0_1^+ . Экспериментальная энергия 0_2^+ -состояния использована, чтобы фиксировать значение B_0 . Экспериментальные данные взяты из [58].

ской конфигурации валентными являются только нейтроны, а спиновый g -фактор нейтронов отрицателен. В [59] предполагалось, что оператор магнитного дипольного момента имеет вид $\hat{M}1 = g_R(\beta)\mathbf{I}$, где \mathbf{I} — оператор углового момента ядра, а также, что $g_R(\beta)$ равняется $-0,26$ в сферическом минимуме и Z/A в деформированном минимуме, т.е. меняет знак в области барьера, разделяющего два минимума.

7. Фазовые переходы в ротационных полосах молекулярного типа

Рассмотрим примеры фазовых переходов второго рода в ядрах, связанные с октупольной деформацией. Это фазовые переходы в ротационных полосах, объединяющих состояния обеих чётностей, — именно такие ротационные полосы встречаются в асимметричных двухатомных молекулах. Фактически это фазовые переходы от состояний, в которых ядро не является октупольно деформированным, к состояниям с октупольной деформацией, происходящие при увеличении момента вращения. Контрольным параметром в данном случае является момент вращения ядра. Мы увидим, что октупольная деформация ядер стабилизируется при увеличении момента вращения.

Рассмотрение будем вести при предположении, что основную роль при описании ротационных полос переменной чётности играет октупольная степень свободы ядра, сохраняющая аксиальную симметрию, т.е. β_{30} . Динамическая переменная β_{30} аналогична переменной β , введённой в разделе 3. Однако, в отличие от последней, которая описывает квадрупольную деформацию ядра, β_{30} описывает его октупольную деформацию. Переменную β в разделе 3 можно было бы обозначить как β_{20} . Ненулевые значения во втором индексе означают отклонения от аксиальной симметрии. Другие октупольные динамические переменные, не сохраняющие аксиальную симметрию формы ядра, а именно β_{31} , β_{32} , β_{33} , также проявляются в возбуждениях ядра, но соответствующие состояния имеют большие энергии возбуждения.

Несколько слов о спектре низколежащих возбуждённых состояний чётно-нечётных деформированных ядер, у которых при относительно небольших энергиях возбуждения есть состояния отрицательной чётности. Нижайшие возбуждённые состояния таких ядер — это ротационные полосы, которые вблизи основного состояния включают в себя состояния положительной чётности с чётными моментами вращения, т.е. 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ и т.д. При больших энергиях возбуждения появляются состояния отрицательной чётности с нечётными моментами вращения: 1^- , 3^- , 5^- и т.д. Но если при небольших значениях момента вращения ядра состояния отрицательной чётности сдвинуты по энергии на несколько сотен кэВ вверх относительно состояний положительной чётности с близкими значениями углового момента, то с возрастанием углового момента этот сдвиг уменьшается и формируется ротационная полоса молекулярного типа со следующей последовательностью состояний: I^+ , $(I+1)^-$, $(I+2)^+$ и т.д. Формирование такой ротационной полосы является следствием стабилизации октупольной деформации ядра. Состояния отрицательной и положительной чётности связаны сильными Е1-переходами, значительно превышающими по величине одночастичные оценки, что говорит о сходстве микроскопической структуры таких состояний. Ниже данная проблема рассматривается более детально.

Ограничившись только одной динамической переменной β_{30} , будем основываться на следующем гамильтониане [62, 63]:

$$H_I = -\frac{\hbar^2}{2B} \frac{d^2}{d\beta_{30}^2} + V_I(\beta_{30}). \quad (30)$$

Индекс I у потенциала означает, что форма потенциала зависит от момента вращения. Это связано с тем, что потенциал $V_I(\beta_{30})$ включает в себя и энергию вращения. Мы также предполагаем, что квадрупольная деформация ядра фиксирована, т.е. не является динамической переменной. Таким образом, данное рассмотрение относится только к ядрам со статической квадрупольной деформацией, а именно к ядрам редкоземельной области и актинидам. Мы не будем предполагать какую-то конкретную форму потенциала $V_I(\beta_{30})$, а воспользуемся применяемой в суперсимметричной квантовой механике процедурой, которая позволяет определять форму потенциала, опираясь на выражение для волновой функции основного состояния. Следующий анзац для волновой функции нижайшего для данного I состояния содержит все необходимые черты рассматриваемого явления:

$$\Psi_I(\beta_{30}) \sim \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} s_3^2(I) \left(\frac{\beta_{30}}{\beta_m(I)} - 1 \right)^2 \right] + \exp \left[-\frac{1}{2} s_3^2(I) \left(\frac{\beta_{30}}{\beta_m(I)} + 1 \right)^2 \right] \right\}. \quad (31)$$

Волновая функция (31) является суммой двух гауссоид с максимумами при $\beta_{30} = \pm\beta_m(I)$. Поскольку изменение знака β_{30} означает просто пространственное отражение системы координат и оно не связано с изменением состояния ядра, гамильтониан (30) инвариантен относительно преобразования $\beta_{30} \rightarrow -\beta_{30}$, а волновая функция обладает определённой чётностью относительно такого преобразования. Формально уравнение Шрёдингера с

потенциалом V_I имеет для каждого значения I целое семейство решений с обеими чётностями. Однако, как следует из свойств симметрии волновой функции в лабораторной системе координат [17], нижайшая по энергии ротационная полоса переменной чётности имеет только одно состояние для данного значения I , чётность которого равна $(-1)^I$. То есть для нечётного I это состояние отрицательной чётности. Но среди собственных решений уравнения Шрёдингера с потенциалом V_I (30) решение с отрицательной чётностью является не нижайшим, а первым возбуждённым состоянием. Соответствующая энергия возбуждения характеризует экспериментально наблюдаемый сдвиг по чётности в энергиях состояний ротационной полосы, базирующейся на основном состоянии.

Предложенный анзац (31) позволяет описывать как состояния ядра, не обладающие октупольной деформацией, так и октупольно-деформированные состояния. В первом случае величина β_m близка к нулю и мала по сравнению с $s_3(I)$, а волновая функция (31) имеет только один максимум при $\beta_{30} = 0$. Это означает, что наиболее вероятной формой ядра является форма без октупольной деформации. При $\beta_m(I) \gg s_3(I)$ максимум волновой функции смещается в область октупольной деформации. Что касается параметра $s_3(I)$, то из выражения (31) видно, что $s_3(I)$ характеризует мягкость ядра по отношению к октупольной деформации. При $s_3(I) \rightarrow \infty$ волновая функция имеет резкий максимум при $\beta_{30} = \pm\beta_m(I)$. При $s_3(I) \rightarrow 0$ волновая функция распределена по большой области значений β_{30} .

Подставим волновую функцию (31) в уравнение Шрёдингера с гамильтонианом (30). В результате получим следующее соотношение для потенциала $V_I(\beta_{30})$:

$$V_I(\beta_{30}) = \frac{\hbar^2}{2B} \Psi_I^{-1}(\beta_{30}) \frac{d^2 \Psi_I(\beta_{30})}{d\beta_{30}^2} + E_I^*, \quad (32)$$

где для чётных I величина E_I^* совпадает с экспериментальной энергией возбуждения нижайшего для данного I состояния ядра. Для нечётных значений момента вращения E_I^* определяется интерполяцией между экспериментальными энергиями соседних состояний с чётными значениями момента вращения, т.е. между E_{I-1}^* и E_{I+1}^* . Такая процедура связана с тем, что состояния с нечётными I имеют отрицательную чётность и сдвинуты вверх по энергии по отношению к состояниям с положительной чётностью. В то же время энергии возбуждения состояний с чётными I являются плавными функциями момента вращения. Мы предполагаем, что и производные E_I^* также являются плавными функциями I .

Подставив в (32) выражение для Ψ_I (31), получаем следующее выражение для потенциала V_I :

$$V_I(\beta_{30}) = \frac{\hbar\omega}{2} \left[-1 + s_3^2(I) \left(1 + \frac{\beta_{30}^2}{\beta_m^2(I)} \right) - 2s_3^2(I) \frac{\beta_{30}}{\beta_m(I)} \times \frac{\exp(s_3^2(I)\beta_{30}/\beta_m(I)) - \exp(-s_3^2(I)\beta_{30}/\beta_m(I))}{\exp(s_3^2(I)\beta_{30}/\beta_m(I)) + \exp(-s_3^2(I)\beta_{30}/\beta_m(I))} \right] + E_I^*, \quad (33)$$

из которого видно, что форма потенциала полностью определяется параметром $s_3(I)$. Анализ экспериментальных данных об энергиях состояний ротационных полос переменной чётности показал [64], что $s_3(I)$ с хорошей точ-

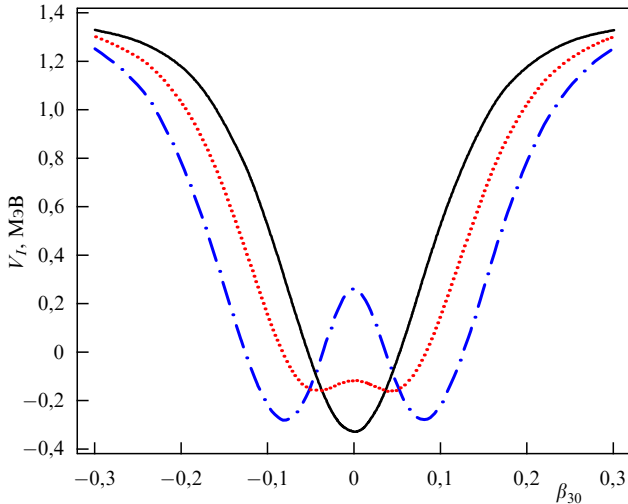


Рис. 8. Коллективный потенциал $V_I(\beta_{30})$ для ядра ^{240}Pu . Потенциал рассчитан при значениях углового момента: $I = 2$ (сплошная кривая), $I = 12$ (пунктирная кривая), $I = 22$ (штрихпунктирная кривая).

ностью является линейной функцией момента вращения:

$$s_3(I) = c_0 + c_1 I, \quad (34)$$

где константы c_0 и c_1 определяются для каждого ядра экспериментальными данными.

На рисунке 8 приведены результаты расчёта на основе экспериментальных данных о ^{240}Pu потенциала $V_I(\beta_{30})$ для $I = 2, 12, 22$ [65]. Ядро ^{240}Pu выбрано в связи с тем, что о нём имеется больше экспериментальной информации, чем о других ядрах с известными ротационными полосами переменной чётности. Из рисунка 8 видно, что при $I = 2$ потенциал по форме близок к потенциалу гармонического осциллятора вблизи минимума при $\beta_{30} = 0$. При $I = 22$ потенциал имеет два минимума, которые указывают на то, что ядро имеет октуольно-деформированную форму. При $I = 12$ потенциал принимает вид, характерный для переходной области от октуольно-недеформированной формы к октуольно-деформированной. Хотя минимум потенциала при $I = 12$ локализован при $\beta_{30} = 0$, амплитуда колебаний относительно минимума велика. Таким образом, в ротационных полосах, объединяющих состояния обеих чётностей, при увеличении момента вращения происходит фазовый переход.

В нашем случае роль свободной энергии в теории Ландау [47] играет значение V_I в минимуме, β_{30} — параметр порядка, момент вращения I — контрольный параметр. Положение минимума потенциала определяется условием

$$\left. \frac{dV_I(\beta_{30})}{d\beta_{30}} \right|_{\beta_{30}=(\beta_{30})_{\min}} = \hbar\omega s_3^2(I) \frac{(\beta_{30})_{\min}}{\beta_m^2(I)} \times \left(1 - \frac{(\beta_{30})_{\min}}{\beta_m(I)} \tanh \left[s_3^2(I) \frac{(\beta_{30})_{\min}}{\beta_m(I)} \right] - \frac{s_3^2(I)}{\cosh^2 \left[s_3^2(I) (\beta_{30})_{\min} / \beta_m(I) \right]} \right) = 0. \quad (35)$$

Одно из решений этого уравнения — тривиальное: $(\beta_{30})_{\min} = 0$, имеющее место, если $s_3(I) < 1/\sqrt{2}$, когда вторая производная $V_I(\beta_{30})$ по β_{30} в точке минимума положительная. Если $s_3(I) > 1/\sqrt{2}$, то в точке $\beta_{30} = 0$

потенциал достигает максимума, а минимум плавно сдвигается в сторону ненулевых значений β_{30} . Значение минимума является корнем уравнения

$$1 - \frac{(\beta_{30})_{\min}}{\beta_m(I)} \tanh \left[s_3^2(I) \frac{(\beta_{30})_{\min}}{\beta_m(I)} \right] - \frac{s_3^2(I)}{\cosh^2 \left[s_3^2(I) (\beta_{30})_{\min} / \beta_m(I) \right]} = 0. \quad (36)$$

Если $s_3(I)$ превышает $1/\sqrt{2}$, но близко к $1/\sqrt{2}$, то корень уравнения (36) приближённо выражается как

$$(\beta_{30})_{\min} = \beta_m(I) \sqrt{\frac{3}{2s_3^6(I)} \left(s_3^2(I) - \frac{1}{2} \right)}. \quad (37)$$

Найдём значение потенциала в минимуме. Если $s_3(I) < 1/\sqrt{2}$, то $(\beta_{30})_{\min} = 0$ и

$$V_I((\beta_{30})_{\min}) = \frac{1}{2} \frac{\hbar^2 s_3^2(I)}{B \beta_m^2(I)} (-1 + s_3^2(I)) + E_I^*. \quad (38)$$

Если $s_3(I) > 1/\sqrt{2}$, но близко к $1/\sqrt{2}$, то

$$V_I((\beta_{30})_{\min}) \approx \frac{\hbar^2 s_3^2(I)}{B \beta_m^2(I)} \times \left[-1 + s_3^2(I) - \frac{3}{s_3^4(I)} \left(s_3^2(I) - \frac{1}{2} \right)^2 \right] + E_I^*. \quad (39)$$

В выражениях (38), (39) члены более высокого порядка по $(s_3^2(I) - 1/2)^2$ опущены. Сравнивая (38) и (39), мы видим, что $V_I((\beta_{30})_{\min})$ является непрерывной функцией I при $s_3(I) = 1/\sqrt{2}$. Первые производные выражений (38) и (39) по I также совпадают при $s_3 = 1/\sqrt{2}$. Однако вторые производные при $s_3(I) = 1/\sqrt{2}$ терпят разрыв. При дифференцировании мы использовали тот факт, что $s_3(I)$ является линейной функцией I . Таким образом, в данном случае мы имеем фазовый переход второго рода.

Так как значение $s_3(I) = 1/\sqrt{2}$ является критическим для рассматриваемого фазового перехода, критическое значение момента вращения I_{crit} определяется, согласно (34), соотношением

$$c_0 + c_1 I_{\text{crit}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (40)$$

Тогда выражение для $(\beta_{30})_{\min}$ может быть представлено следующим образом:

$$(\beta_{30})_{\min}(I) = \beta_m(I_{\text{crit}}) [12\sqrt{2} c_1 (I - I_{\text{crit}})]^{1/2}. \quad (41)$$

Соотношение (41) справедливо вблизи критической точки. Из (41) следует, что критический индекс, т.е. величина, описывающая поведение различных характеристик системы в непосредственной окрестности точки фазового перехода, равен 1/2. Точная зависимость $(\beta_{30})_{\min}$ может быть получена численно из (36). Точный результат для ^{240}Pu показан на рис. 9 наряду с приближённым результатом (41).

Значения I_{crit} , определённые для ^{232}Th , ^{238}U и ^{240}Pu , следующие: 14,6 для ^{232}Th , 12,7 для ^{238}U и 12,1 для ^{240}Pu . Так как наш анализ рассматриваемого фазового перехода — полуклассический, неудивительно, что для I_{crit} уравнение (36) даёт нецелые значения.

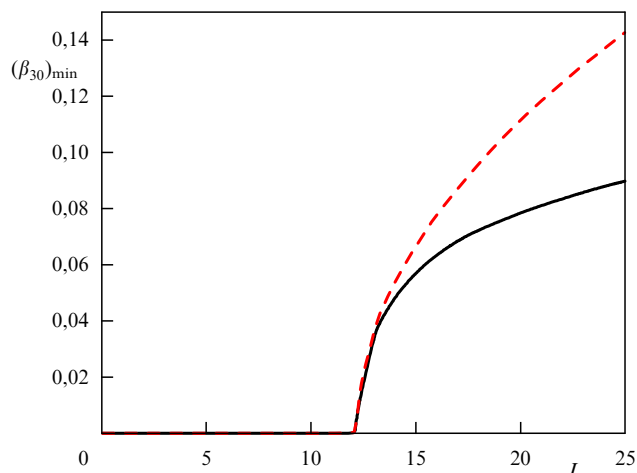


Рис. 9. Зависимость $(\beta_{30})_{\min}$ от углового момента I для ядра ^{240}Pu . Штриховая кривая соответствует приближённой зависимости, заданной уравнением (41). Сплошная кривая — точный результат.

Таким образом, выше показано, что в ротационных полосах, объединяющих состояния обеих чётностей, при увеличении момента вращения происходит фазовый переход второго рода от октупольно-недеформированных состояний к октупольно-деформированным.

Для того чтобы охарактеризовать ядро, недостаточно сведений только о равновесном значении октупольной деформации. Важно также, чтобы была известна величина флуктуации параметра деформации относительно равновесного значения. Если ядро октупольно-деформировано, то потенциальная энергия октупольной деформации имеет два физически эквивалентных минимума, локализованных при положительном и отрицательном значениях β_{30} , разделённых барьером. Вероятность проникновения через барьер определяет сдвиги энергий уровней отрицательной чётности с близкими значениями углового момента. Она же определяет амплитуду флуктуаций. Для того чтобы охарактеризовать амплитуду флуктуаций, целесообразно ввести в рассмотрение безразмерную величину R_{oct} — отношение двух энергий: энергии, которую состояние с угловым моментом I имело бы в случае стабилизации октупольной деформации, к экспериментальной энергии этого состояния:

$$R_{\text{oct}}(I) = \frac{E_{\text{interpol}}(I)}{E_{\text{exp}}(I)}. \quad (42)$$

Значение энергии $E_{\text{interpol}}(I)$ можно определить интерполяцией между энергиями состояний положительной чётности с моментами вращения $I-1$ и $I+1$. Зависимость R_{oct} от I для различных ядер показана на рис. 10, из которого видно, что при малых значениях I R_{oct} близко к нулю. Причиной является большая вероятность прохождения через барьер. С возрастанием I значение R_{oct} увеличивается, приближаясь асимптотически к единице. Это указывает на то, что при больших I состояния положительной и отрицательной чётности формируют единую полосу состояний с близкой микроскопической структурой. Показанная на рис. 10 зависимость R_{oct} от момента вращения с хорошей точностью аппроксимируется экспоненциальной функцией, подобно зависимо-

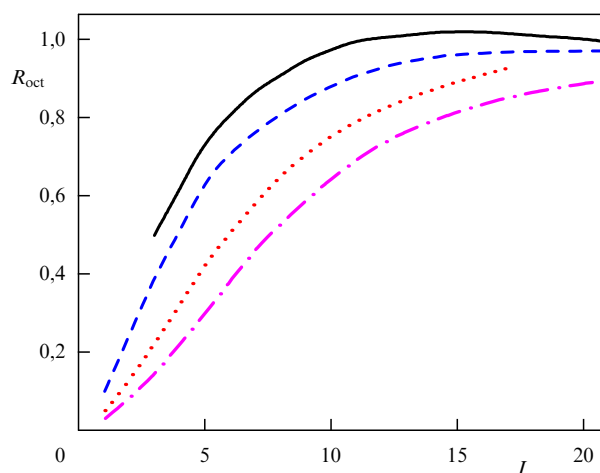


Рис. 10. R_{oct} в зависимости от углового момента I . Сплошная кривая соответствует ^{150}Sm , пунктирная — ^{152}Sm , штриховая — ^{152}Gd , штрихпунктирная — ^{156}Gd .

сти релаксации диэлектрической поляризации в теории Дебая [66].

8. Супер- и гипердеформированные состояния

Ещё одним, особенно ярким, примером сосуществования различных форм ядра при разных энергиях возбуждения являются супердеформированные состояния, деформация которых отвечает форме эллипсоида с отношением полуосей 2:1. Такие состояния известны уже более 40 лет начиная с обнаружения в Дубне делительного изомера [67]. Однако наиболее интенсивные исследования супердеформированных состояний начались в конце 1980-х годов [68] благодаря их проявлению как высокоспиновых ираст-состояний ротационных полос, т.е. нижайших по энергии среди состояний с заданным моментом вращения, с очень большими моментами инерции. В течение длительного времени не удавалось экспериментально установить все состояния таких полос при I вплоть до $I^\pi = 0^+$ в чётно-чётных ядрах, что не позволяло определить абсолютные значения энергий возбуждения и угловых моментов этих состояний. Причиной являлось то обстоятельство, что при относительно небольших угловых моментах супердеформированные состояния находятся в той области энергий возбуждения, где велика плотность состояний с теми же значениями углового момента, но с другой структурой. Высокая плотность таких состояний и приводит к тому, что супердеформированные состояния начиная с некоторого значения углового момента переходят, испуская гамма-кванты, в состояния иной структуры, а не в супердеформированные состояния с меньшим угловым моментом. Позднее, однако, в области ядер с $A \sim 50$ были определены абсолютные значения энергий супердеформированных состояний [69–71].

Стабильность супердеформированных состояний является следствием оболочечных эффектов, которые особенно значительны при определённых соотношениях между параметрами деформации среднего поля ядра. Например, супердеформация стабилизируется, если среднее поле ядра аппроксимируется осцилляторным деформированным потенциалом, у которого отношения час-

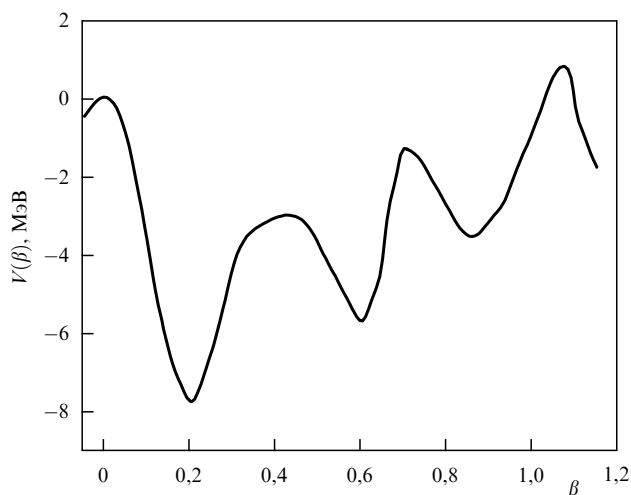


Рис. 11. Типичная форма потенциальной энергии квадрупольной деформации ядра, имеющего в спектре супердеформированную ротационную полосу.

тот, отвечающих разным полуосям, являются рациональными числами [17].

Типичная форма потенциальной энергии деформации ядра, имеющего в спектре возбуждения супердеформированную ротационную полосу, показана на рис. 11. Видно, что помимо минимума, в котором локализовано основное состояние ядра, потенциал имеет второй, находящийся при большей деформации и большей энергии, минимум, в котором локализованы состояния супердеформированной полосы. При увеличении углового момента благодаря значительно большему моменту инерции, величина которого приближённо пропорциональна квадрату деформации, супердеформированные состояния становятся нижайшими по энергии среди состояний ядра с заданным угловым моментом. Вследствие этого обстоятельства при столкновении с другим тяжёлым ядром, когда ядру передаётся достаточно большой угловой момент, наблюдаются именно супердеформированные состояния.

На рисунке 11 виден ещё один минимум, который появляется в расчётах потенциальной энергии деформации ядер. Ему отвечают гипердеформированные состояния, т.е. состояния ядра с деформацией, значительно превышающей $\beta = 0,6$. Гипердеформированные состояния известны в лёгких ядрах. Классическим примером являются гипердеформированные состояния ^{12}C , базирующиеся на 0_2^+ -состоянии с энергией возбуждения 7,65 МэВ. Форма ^{12}C в этом состоянии представляется как линейная цепочка из трёх альфа-частиц. Расчёты предсказывают, что гипердеформированные состояния существуют и в тяжёлых ядрах. Ожидается, что они становятся ираст-состояниями при значениях момента вращения около $80\hbar$. Гипердеформированные состояния, симметричные и несимметричные относительно пространственного отражения, ожидаются в Hg и Pb при энергиях возбуждения порядка 6–8 МэВ.

Примером более лёгкого ядра с супердеформированной полосой, с чётко зафиксированным E2-переходом в полосу основного состояния является ^{60}Zn . Интересно, что в ядрах с $A \sim 60$ и в более лёгких ядрах супердеформация тесно связана с формированием кластерной структуры.

Типичные примеры кластеризации в лёгких ядрах хорошо известны — это ^{16}O и ^{20}Ne , в которых структуры $^{12}\text{C} + \alpha$ и $^{16}\text{O} + \alpha$ особенно стабильны [72–74]. Интересно, что кластерная структура в ^{20}Ne реализуется в ротационной полосе основного состояния, тогда как в ^{16}O кластерная структура связана с ротационной полосой, построенной на возбуждённом состоянии с энергией возбуждения 6,06 МэВ. В работах Т. Ямайи и др. [74] и В. фон Оэртцена и др. [75] кластеризация связывается с возбуждённой деформированной ротационной полосой в ^{40}Ca и полосой основного состояния в ^{44}Ti . В парах ядер $^{16}\text{O} - ^{20}\text{Ne}$ и $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$ один из партнёров — дважды магическое ядро, а другой — дважды магическое ядро + альфа-частица. Следующая пара такого типа — ^{56}Ni и ^{60}Zn . Известно, что в ^{56}Ni деформированная ротационная полоса, базирующаяся на возбуждённом состоянии, существует при значениях I вплоть до $I^\pi = 12^+$. В ^{60}Zn порог α -распада всего лишь на 2,7 МэВ выше энергии основного состояния. Поэтому вполне вероятно, что волновые функции полосы основного состояния имеют большую α -кластерную компоненту. Однако в ^{60}Zn известна и супердеформированная полоса [69], в которой при $I > 12$ наблюдаются только E2-переходы между состояниями этой полосы. Однако в области $I = 8 - 12$ E2-переходы из состояний супердеформированной полосы идут только в состоянии основной полосы. Таким образом, ситуацию в ^{60}Zn можно характеризовать как сосуществование различных форм ядра, а фазовый переход от одной формы к другой происходит при увеличении энергии возбуждения.

Момент инерции супердеформированной полосы ^{60}Zn , который зависит от углового момента, принимает значения в интервале $(692 - 750)m$ фм², где m — масса нуклона. Эти значения момента инерции близки к твердотельному моменту инерции кластерной конфигурации $^{52}\text{Fe} + ^8\text{Be}$, который равен $750m$ фм². Отметим, что пороги распада ^{60}Zn в $^{52}\text{Fe} + ^8\text{Be}$ (10,8 МэВ) и в $^{48}\text{Cr} + ^{12}\text{C}$ (11,2 МэВ) близки к экстраполированному значению энергии 0^+ -состояния, являющемуся основанием супердеформированной полосы, 7,5 МэВ.

Таким образом, вполне вероятно, что в ^{60}Zn реализуются два семейства состояний. Первое включает в себя состояния основной полосы с кластерной конфигурацией $^{56}\text{Ni} + \alpha$ как основной компонентой, а второе — состояния супердеформированной полосы, основной компонентой которой является кластерная конфигурация $^{52}\text{Fe} + ^8\text{Be}$ (или $\alpha + ^{52}\text{Fe} + \alpha$). Добавим также, что экспериментальное значение квадрупольного момента ^{60}Zn , извлечённое из значений приведённых вероятностей E2-переходов при $I = 12 - 22$, равно $(2,75 \pm 0,45)e$ бн. Для кластерной конфигурации $^{52}\text{Fe} + ^8\text{Be}$ мы получаем, в зависимости от принятой величины межкластерного расстояния (0 или 0,5 фм), $(2,96 - 3,43)e$ бн. Таким образом, кластерная интерпретация структуры супердеформированной полосы ^{60}Zn вполне обоснована.

Ядерные системы, имеющие кластерную структуру и состоящие из одного тяжёлого с массой A_1 и одного лёгкого с массой A_2 фрагментов, относятся к классу двойных ядерных систем. Для описания их формы удобно использовать не мультипольные разложения формы поверхности, а следующие две переменные: массовую асимметрию $\eta = (A_1 - A_2)/(A_1 + A_2)$ и расстояние между центрами фрагментов R [76]. Так как в сильно асимметричных двойных ядерных системах час-

тота осцилляций R значительно превышает частоту осцилляций η , усредняя по осцилляциям, можно полагать $R = R_m(\eta)$, где $R_m(\eta)$ — расстояние между фрагментами в минимуме потенциала взаимодействия. В результате задача сводится к описанию системы с одной динамической переменной η и гамильтонианом

$$H = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{d\eta} \frac{1}{B(\eta)} \frac{d}{d\eta} + U(\eta, I), \quad (43)$$

где $U(\eta, I)$ — потенциальная энергия, $B(\eta)$ — коэффициент инерции. Собственные функции гамильтониана (43) характеризуются определённой чётностью относительно преобразования $\eta \rightarrow -\eta$, которое фактически является пространственным отражением. Для двойных ядерных систем потенциал $U(\eta, I)$ имеет следующий вид:

$$U(\eta, I) = B_1 + B_2 - B_{12} + V_C + V_n + V_{\text{rot}}, \quad (44)$$

где B_1, B_2 — экспериментальные значения энергий связи фрагментов, B_{12} — энергия связи моноядра с $A = A_1 + A_2$, V_C — кулоновский, V_n — ядерный потенциалы взаимодействия фрагментов, V_{rot} — энергия вращения двойной ядерной системы. Расчёты показывают, что конфигурация ^{60}Zn с лёгким фрагментом, α -частицей, имеет потенциальную энергию, на 4,5 МэВ меньшую потенциальной энергии моноядра. Следующие важные минимумы потенциала, отвечающие конфигурациям с лёгкими фрагментами ^8Be и ^{12}C , находятся выше значения потенциала моноядра на 5,1 и 9,0 МэВ соответственно (рис. 12).

На рисунке 13 показаны распределения по x ($x = \eta + 1$, если $\eta \leq 0$, и $x = \eta - 1$, если $\eta \geq 0$) квадратов волновых функций состояний с $I = 8$ основной и супердеформированной полос. Видно, что волновые функции состояний разных полос чётко разделены, однако величина перекрытия "хвостов" волновых функций уже достаточна для того, чтобы состояние супердеформированной полосы распалось преимущественно в основную полосу. При больших значениях I разделение волновых функций более сильное.

9. Фазовые переходы и парные корреляции в ядрах

Концепция, разработанная для описания парных корреляций электронов, связанная с явлением сверхпроводимости, немедленно нашла применение в ядерной физике [77, 78] и сыграла ключевую роль в объяснении спектров возбуждённых состояний чётно-нечётных ядер, чётно-нечётной разности масс, ротационных моментов инерции и многих других явлений в ядерной физике.

Коллективная модель для описания парных корреляций была построена как по аналогии с геометрической коллективной моделью ядра [79–82], так и на основе микроскопической модели парных корреляций с использованием бозонных представлений бифермионных операторов [83, 84]. При рассмотрении парных корреляций нуклонов одного типа (протонов или нейтронов) в качестве динамических переменных используются величина парных корреляций A и канонически сопряжённый оператору числа частиц угол ϕ , описывающий ориентацию в калибровочном пространстве. Для описания коллективного движения, связанного с парными корреля-

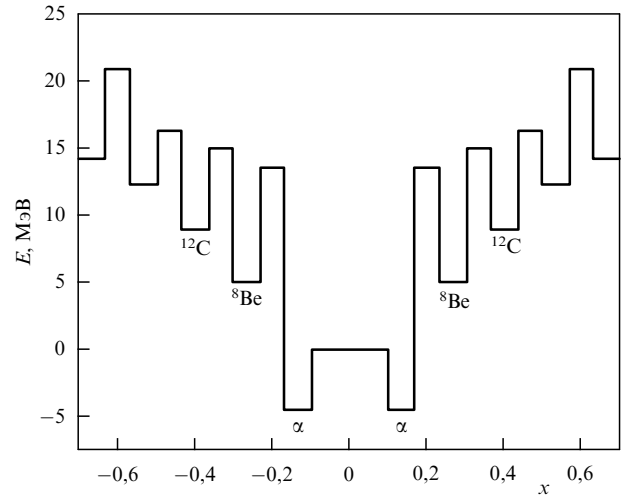


Рис. 12. Потенциальная энергия ^{60}Zn как функция параметра массовой асимметрии x .

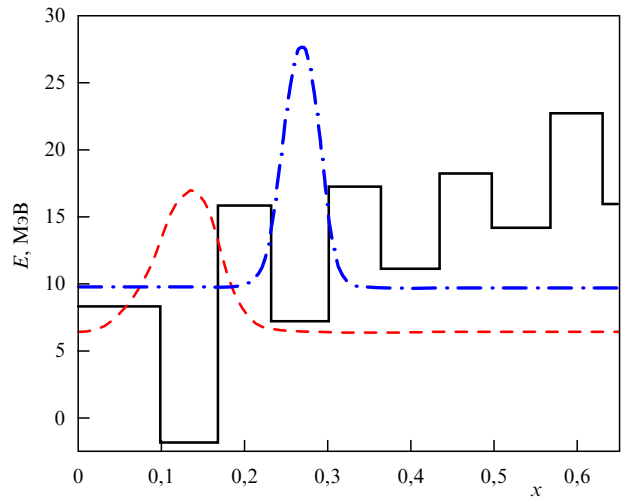


Рис. 13. Распределение квадратов волновых функций основного (штриховая кривая) и супердеформированного (штрихпунктирная кривая) состояний с $I = 8$ по переменной массовой асимметрии x ; сплошная кривая — потенциальная энергия.

циями, был предложен следующий гамильтониан [80]:

$$H_{\text{pair}} = -\frac{\hbar^2}{2B} \frac{\partial^2}{\partial A^2} - \frac{\hbar^2}{4} \left(\frac{1}{\Im B} \frac{\partial \Im}{\partial A} - \frac{1}{A^2} \frac{\partial B}{\partial A} \right) \frac{\partial}{\partial A} + \left(V(A) + \frac{\hbar^2 \hat{N}^2}{2\Im} \right). \quad (45)$$

В выражении (45) \Im и B — коэффициенты инерции для парных вращений и парных вибраций соответственно, $N = A - A_0$ — число частиц в ядре A относительно числа частиц в базовом ядре A_0 . Вид потенциала $V(A)$ зависит от характера парных корреляций в рассматриваемом ядре. В ядрах с небольшим числом частиц (дырок) в незаполненной оболочке нет статических парных корреляций, а флуктуации "парного" поля порождают вибрационный спектр [79]. Например, парные вибрационные состояния реализуются в ядрах, соседних с дважды магическим ^{208}Pb , хотя и с заметной ангармоничностью. В ядрах, валентная оболочка которых заполнена приблизительно наполовину, возникают статические парные

Таблица 3. Энергии нижайших для каждого значения N состояний, нормированные на энергию состояния с $N = 2$

N	Вибрационный предел	Потенциал бесконечной прямоугольной ямы	Предел статических парных корреляций	Экспериментальные данные *
0	0	0	0	0
2	1	1	1	1
4	2	2,31	4	2,29
6	3	3,92	9	3,77
8	4	5,82	16	5,46
10	5	7,99	25	7,36
12	6	10,44	36	9,46

* Для изотопов Pb с числом нейтронов, меньшим 126 (из работы [56]).

корреляции, а основные состояния соседних ядер, различающихся на два нуклона одного типа, формируют так называемую парную ротационную полосу [79]. Роль угловой переменной тогда играет угол ϕ , канонически сопряжённый оператору числа частиц \hat{N} . В этом случае, по аналогии с геометрической коллективной моделью ядра, можно говорить о спонтанном нарушении симметрии.

В вибрационном пределе потенциал $V(\Delta)$ имеет минимум при $\Delta = 0$ и может быть аппроксимирован гармоническим осциллятором, следовательно, можно полагать $B = \text{const}$, $\mathfrak{S} = 4B\Delta^2$ [80]. Решение уравнения Шрёдингера с гамильтонианом (45) приводит в этом пределе к эквидистантному спектру парных возбуждений: $E \sim |A - A_0|$. Переход к статическим парным корреляциям связан со смещением минимума потенциала к ненулевому значению $\Delta = \Delta_0$. Предполагая большую жёсткость потенциала в минимуме, мы получаем параболическую зависимость энергии парных возбуждений от числа частиц: $E \sim (A - A_0)^2$. Такая зависимость энергий основных состояний от числа нейтронов наблюдается в изотопах Sn, если базовым ядром считать ^{114}Sn .

Для описания перехода от вибрационного предела к статическим парным корреляциям в [85] предложено использовать в качестве потенциала $V(\Delta)$ бесконечную прямоугольную яму.

В таблице 3 представлены энергии нижайших для каждого значения N состояний в единицах энергии состояния с $N = 2$. Результаты приведены для потенциала гармонического осциллятора, потенциала, отвечающего пределу статических парных корреляций, и бесконечной прямоугольной ямы, моделирующей область фазового перехода от вибрационного предела к ротационному. В последней колонке табл. 3 приведены экспериментальные данные для изотопов Pb с числом нейтронов, меньшим магического числа 126. Видно, что эти результаты близки к полученным для области фазового перехода.

Выше мы рассмотрели парные корреляции между нуклонами одного сорта в случае тяжёлых ядер, в которых протоны и нейтроны заполняют разные оболочки, вследствие чего их волновые функции слабо перекрываются, а разность одночастичных энергий велика по сравнению с константой парного взаимодействия. Иная ситуация в более лёгких ядрах с $N = Z$, где необходимо рассматривать не только нейтрон-нейтронные и протон-протонные, но и нейтрон-протонные парные корреляции. Таким образом, при рассмотрении этих ядер в рассмотрении надо ввести изоспин. Поскольку до сих пор не

получено явных экспериментальных указаний на присутствие изоскалярных парных корреляций, ниже мы приведём коллективный парный гамильтониан, учитывающий только изовекторные парные корреляции. При предположении, что коэффициент инерции не зависит от коллективных переменных, этот гамильтониан имеет вид [82, 83]

$$H_{\text{pair}} = \frac{\hbar^2}{2B} \left\{ -\frac{1}{\Delta^5} \frac{\partial}{\partial \Delta} \Delta^5 \frac{\partial}{\partial \Delta} - \frac{1}{\Delta^2 \sin(4\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin(4\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\Delta^2} \left[\frac{(\hat{N}/2 + \hat{T}_3 \sin(2\theta))^2}{\cos^2(2\theta)} + \hat{T}_3^2 + \frac{\hat{T}_1^2}{\cos^2 \theta} + \frac{\hat{T}_2^2}{\sin^2 \theta} \right] \right\} + \frac{1}{2} c\Delta^2 + d\Delta^4 [3 - \cos(4\theta)]. \quad (46)$$

Здесь переменная Δ определяет величину парных корреляций, а θ — их изоспиновую структуру. Оператор \hat{N} характеризует число частиц, отсчитанное от числа частиц базового ядра, \hat{T}_i — компонента оператора изоспина.

Детальный анализ экспериментальных данных о ядрах с $N = Z$ показал [86], что в качестве базовых могут быть взяты ядра ^{56}Ni и ^{100}Sn . Однако из-за эффекта подоболочек в ядрах ^{28}Si и ^{80}Zr можно рассматривать как парные возбуждённые состояния лишь небольшое число ядер с $N = Z$, расположенных вблизи ^{56}Ni и ^{100}Sn . Расчёты на основе гамильтониана (46) для состояний с $T = 0$ показали, что спектры первых возбуждённых состояний в этой области ядер близки к эквидистантным. Таким образом, в экспериментальных данных об энергиях основных состояний рассматриваемых ядер нет указаний на фазовые переходы от несверхтекучего состояния к сверхтекучему.

10. Выстраивание углового момента нечётного нуклона как фазовый переход в ротационных полосах нечётных деформированных ядер

Важную роль в определении свойств ротационных полос нечётных деформированных ядер играет связь углового момента нечётного нуклона и углового момента чётно-чётного остова, т.е. кориолисово взаимодействие. При малых значениях полного углового момента ядра I эта связь слаба, значение проекции углового момента нечётного нуклона на ось аксиальной симметрии ядра K является хорошим квантовым числом, а её величина определяется средним полем ядра и порядком заполнения одночастичных уровней [17]. С возрастанием полного углового момента энергетически более выгодным становится выстраивание углового момента нечётного нуклона вдоль оси вращения остова, которая перпендикулярна оси аксиальной симметрии ядра, так как связанное с этим увеличение одночастичной энергии компенсируется большим уменьшением ротационной энергии. В результате K перестаёт быть хорошим квантовым числом, а волновая функция нечётного нуклона становится суперпозицией компонент, характеризуемых различными значениями K [7]. Таким образом, K становится динамической переменной.

Конечно, значения, которые принимает K , дискретны, но если интервал изменений K не мал, т.е. угловой момент нечётного нуклона достаточно велик, то становится возможным квазиклассическое рассмотрение задачи, при

котором K , как предложил Б. Моттelson, рассматривается в качестве непрерывной переменной. Предполагая для простоты, что угловой момент нечётного нуклона может принимать только одно значение j (например, в случае так называемого вторгнувшегося состояния с противоположной чётностью: $h_{11/2}, i_{13/2}$), мы получаем следующий гамильтониан [87]:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \sqrt{(I^2 - K^2)(j^2 - K^2)} \frac{d^2}{dK^2} + U(K), \quad (47)$$

где $U(K)$ — потенциальная энергия как функция K :

$$U(K) = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} (I-j)^2 \left(1 + \frac{K^2}{Ij}\right) + \sqrt{\Delta^2 + (\kappa K^2 - \lambda)^2}. \quad (48)$$

Здесь \mathfrak{I} — момент инерции остова, Δ — параметр, характеризующий силу парных корреляций, λ — химический потенциал, κ — константа квадрупольной связи нечётного нуклона и остова.

Потенциальная энергия $U(K)$ содержит вклады как от энергии вращения ядра, так и от энергии нечётного нуклона. Первое слагаемое имеет минимум при $K = 0$, который обусловлен тем, что энергия вращения минимальна в случае полного выстраивания углового момента нечётного нуклона вдоль оси, перпендикулярной оси симметрии ядра. Второе слагаемое минимально при том значении K , которое характеризует одночастичный уровень, ближайший к поверхности Ферми. В результате минимум полной потенциальной энергии определяется конкуренцией этих двух слагаемых. Если

$$\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} (I-j)^2 < \frac{\lambda \kappa I j}{\sqrt{\lambda^2 + \Delta^2}}, \quad (49)$$

то $U(K)$ имеет минимум при $K = \pm K_0$, где $K_0 \neq 0$. Такое решение реализуется, если деформация ядра велика или полный угловой момент I близок к j . Это случай сильной связи нечётного нуклона с деформацией среднего поля ядра. Волновая функция нижайшего для данного I состояния может быть представлена в виде суммы двух гауссоид, локализованных симметрично при положительном и отрицательном значениях K . Вследствие симметрии гамильтониана относительно изменения знака K волновые функции должны быть симметричными или антисимметричными комбинациями двух гауссоид. Туннелирование через барьер сдвигает состояние с симметричной волновой функцией вниз по энергии, а с несимметричной — вверх. В итоге выражение для энергии состояния приобретает следующий схематический вид:

$$E(I) = A(I) - (-1)^{I-j} B(I), \quad (50)$$

где $A(I)$ и $B(I)$ — плавные функции I . В рассматриваемом случае $B(I)$ является малым по сравнению с $A(I)$ и может трактоваться по теории возмущений. Уравнение (50) описывает обнаруженный экспериментально эффект скачкообразного изменения энергии состояния ядра при сдвиге I на единицу.

Если условие (49) не выполняется, то минимум потенциала находится при $K = 0$, что соответствует полному выстраиванию углового момента нечётного нуклона вдоль оси вращения ядра, т.е. фазовому переходу от одной схемы связи углового момента нечётного нуклона

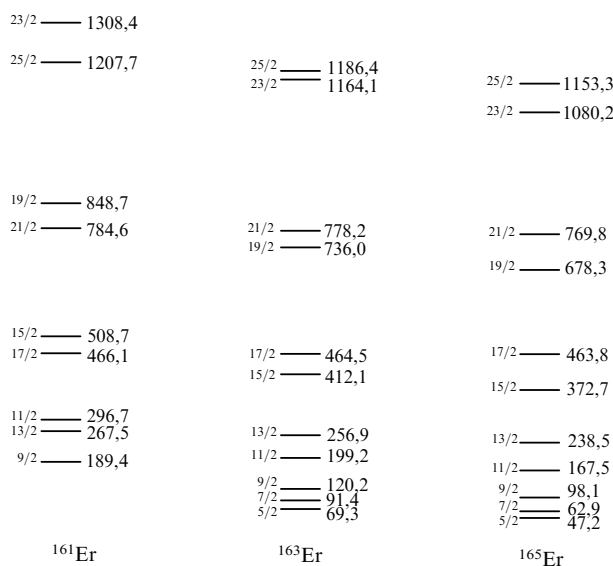


Рис. 14. Экспериментальные спектры ротационных состояний изотопов Er, иллюстрирующие случай выстраивания углового момента нечётного нуклона вдоль оси вращения чётно-чётного остова.

и углового момента чётно-чётного остова к другой. Потенциал тогда можно аппроксимировать гармоническим осциллятором с центром при $K = 0$. Энергии состояний с различными I по-прежнему описываются выражением (50), но величина $B(I)$ уже не мала по сравнению с $A(I)$.

На рисунке 14 приведён спектр возбуждённых состояний изотопов Er [57], отвечающий случаю выстраивания углового момента нечётного нуклона вдоль оси вращения чётно-чётного остова при больших значениях углового момента. Как видно, при увеличении углового момента в спектре начинают формироваться дублеты, объединяющие состояния с $\Delta I = 1$. Дублеты возникают вследствие того, что состояния с симметричной волновой функцией (9/2, 13/2, 17/2) сдвигаются по энергии вниз, а с несимметричной (11/2, 15/2) — вверх.

11. Киральность в атомных ядрах

У вращающихся нечётно-нечётных ядер, форма которых не обладает аксиальной симметрией, три угловых момента: угловой момент чётно-чётного остова вместе с угловыми моментами валентных частицы и дырки — могут сформировать киральную геометрию. Эти три взаимно перпендикулярных угловых момента образуют две физически эквивалентные системы координат: левостороннюю и правостороннюю, которые связаны киральным преобразованием, включающим в себя отражение времени и поворот на 180° вокруг одной из осей. Когда киральная симметрия нарушена во внутренней системе координат, связанной с деформированным остовом ядра, в лабораторной системе появляются две ротационные полосы с $\Delta I = 1$, в состав каждой из которых входит один из членов вырожденных дублетов, имеющих одинаковые угловые моменты (рис. 15).

Статическая киральность — явление, хорошо известное в химии и биологии как геометрическое свойство многих молекул, в особенности биомолекул. В физике частиц киральность характеризует динамическое свой-

$$\begin{aligned} & \equiv \frac{I+2}{I+2} \\ & \equiv \frac{I+1}{I+1} \\ & \equiv \frac{I}{I} \end{aligned}$$

Рис. 15. Пример спектра вырожденных ротационных полос с $\Delta I = 1$ в случае возникновения потенциального барьера, разделяющего левостороннюю и правостороннюю конфигурации угловых моментов.

ство, разделяющее безмассовые фермионы на группы с однонаправленными и противоположенными спинами и моментами.

В случае атомных ядер обе киральные структуры, которые переходят одна в другую при отражении времени и повороте на 180° вокруг одной из главных осей остова, реализуются как собственные состояния ядра, в противоположность рассмотренному выше случаю ротационных полос, включающих в себя состояния обеих чётностей. Поэтому с киральностью в атомных ядрах связано появление двух тождественных вращательных полос с одинаковой чётностью.

Проявление киральности в атомных ядрах было предсказано в [88] при рассмотрении связи угловых моментов в неаксиальных нечётно-нечётных ядрах. С тех пор было идентифицировано более 20 таких полос в областях карты нуклидов с $A \sim 100, 130, 190$ [88–92]. Наблюдаемое небольшое различие в энергиях состояний с одинаковыми угловыми моментами I в ротационных полосах киральных партнёров указывает на существование киральных вибраций из правосторонней (левосторонней) конфигурации в левостороннюю (правостороннюю) [93, 94]. Уменьшение энергетического расщепления указывает на то, что киральные вибрации переходят в туннелирование между хорошо стабилизированными киральными конфигурациями (статическая киральность). Это происходит при увеличении углового момента I ядра. В расчётах для ядра ^{135}Nd [94] киральность достигает максимальной статичности при $I = 39/2$, когда обе ротационные полосы-партнёры становятся очень близки по энергии.

Для того чтобы описать энергетическое расщепление киральных дублетов, надо выйти за рамки приближения среднего поля, каковым является модель принудительного вращения, в которой в общем случае направление момента вращения не совпадает ни с одной из главных осей ядра [95], и построить соответствующий коллективный гамильтониан. Ориентация оси вращения ядра по отношению к главным осям распределения плотности в деформированном ядре задаётся следующим образом:

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega \sin \theta \cos \varphi, \omega \sin \theta \sin \varphi, \omega \cos \theta), \quad (51)$$

где $\boldsymbol{\omega}$ — вектор угловой скорости вращения. Система главных осей может быть определена с помощью квадрупольного момента распределения плотности Q_m . В системе координат, связанной с главными осями,

$$Q_1 = Q_{-1} = 0, \quad Q_2 = Q_{-2}. \quad (52)$$

В [96] введён оператор $\hat{\sigma}$, характеризующий киральную степень свободы ядра:

$$\hat{\sigma} = (\hat{\mathbf{j}}_\pi \times \hat{\mathbf{j}}_v) \hat{\mathbf{R}} = |j_\pi| |j_v| |R| \sin \theta_{pN} \sin \theta \sin \varphi, \quad (53)$$

где $\hat{\mathbf{j}}_\pi$ — оператор углового момента протонной частицы, $\hat{\mathbf{j}}_v$ — оператор углового момента нейтронной дырки, $\hat{\mathbf{R}}$ — оператор углового момента чётно-нечётного остова, θ_{pN} — угол между $\hat{\mathbf{j}}_\pi$ и $\hat{\mathbf{j}}_v$. Собственные значения оператора $\hat{\sigma}$ имеют противоположные знаки для левосторонних и правосторонних систем. Как определено в [88], угол θ изменяется в пределах $0 \leq \theta \leq \pi/2$, а угол φ — в пределах $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$. Таким образом, φ оказывает динамической переменной, которая описывает переход от левосторонней системы к правосторонней. В результате коллективный гамильтониан, включающий в себя киральную степень свободы, принимает вид

$$\hat{H}_{\text{coll}} = T_{\text{vib}}(\varphi) + V(\varphi), \quad (54)$$

или в квантованном виде

$$\hat{H}_{\text{coll}} = -\frac{\hbar^2}{2\sqrt{B(\varphi)}} \frac{d}{d\varphi} \sqrt{B(\varphi)} \frac{d}{d\varphi} + V(\varphi). \quad (55)$$

Детали расчёта массового коэффициента можно найти в [97]. Элемент объёма в данном коллективном пространстве задаётся как

$$\int d\tau_{\text{coll}} = \int d\varphi \sqrt{B(\varphi)}, \quad (56)$$

таким образом, с учётом коллективной меры (56) \hat{H}_{coll} является эрмитовым. Потенциал $V(\varphi)$ может быть рассчитан в приближении среднего поля ядра при заданных величине и направлении углового момента ядра [98]. Потенциал $V(\varphi)$ симметричен по отношению к $\varphi = 0$. Это означает, что собственные функции гамильтониана (55) характеризуются определённой чётностью относительно изменения знака φ .

С возрастанием частоты вращения минимум потенциала, который сначала был локализован при $\varphi = 0$, смещается в сторону ненулевых значений φ . При малых значениях углового момента потенциал $V(\varphi)$ может быть аппроксимирован потенциалом гармонического осциллятора. При больших значениях углового момента у $V(\varphi)$ появляется два симметричных минимума. Соответственно, барьер, их разделяющий, увеличивается с возрастанием частоты вращения ω .

На рисунке 16 показано, как эволюционируют потенциал и спектр возбуждённых состояний [98] при увеличении частоты вращения. На рисунке приведены шесть нижайших по энергии собственных состояний рассматриваемого гамильтониана. Видно, что с возрастанием углового момента уровни в трёх парах, а именно 1-й и 2-й, 3-й и 4-й, 5-й и 6-й, сближаются. Так как с возрастанием углового момента барьер в потенциале становится выше и шире, вероятность туннелирования убывает и энергетическое расщепление уровней в паре стремится к нулю.

Волновая функция нижайшего по энергии состояния является симметричной относительно преобразования $\varphi \rightarrow -\varphi$ и не имеет узлов. Волновая функция следующего по энергии состояния асимметрична. Среди состо-

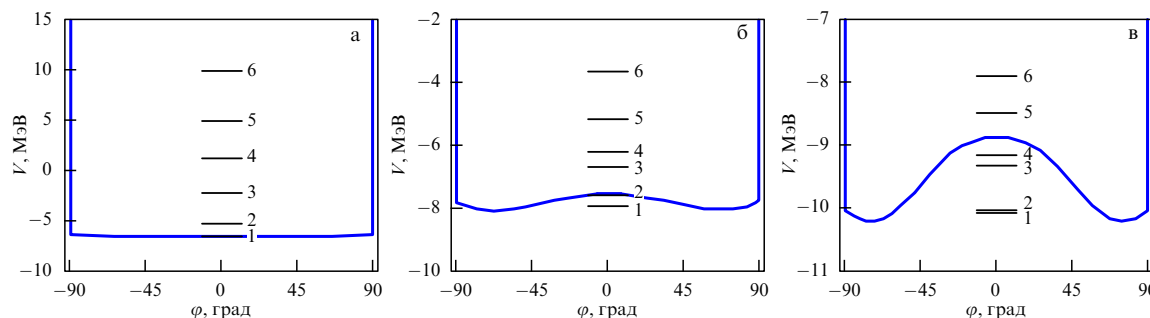


Рис. 16. Эволюция потенциала $V(\varphi)$ и нижайших шести уровней спектра при увеличении частоты вращения ω в ядрах, в которых возникают конфигурации с левосторонней и правосторонней ориентациями угловых моментов нечётных нуклонов и чётно-чётного острова. (а) $\hbar\omega = 0,25$ МэВ, (б) $\hbar\omega = 0,35$ МэВ, (в) $\hbar\omega = 0,45$ МэВ.

яний следующих дублетов ниже по энергии находится состояние, волновая функция которого симметрична относительно преобразования $\varphi \rightarrow -\varphi$.

Обе ротационные полосы, являющиеся киральными партнёрами, обнаружены в ряде ядер. Примерами служат ^{134}Pr и его изотоны: ^{130}Cs , ^{132}La , ^{134}Pm [89].

12. Заключение

Фазовые переходы в атомных ядрах, сосуществование форм, которые обнаружены в различных областях карты нуклидов, уже перестали быть редким явлением, как это было на начальном этапе исследований структуры ядер. Исследование указанных явлений естественно проводить в рамках коллективных моделей ядра, содержащих небольшое число важнейших для описания фазовых переходов степеней свободы ядра. В то же время для понимания механизма этих явлений важно опираться на микроскопический подход, на его важнейшую составляющую — концепцию среднего поля ядра, характернейшей чертой которого являются оболочки и подоболочки в спектре одночастичных состояний.

Все рассмотренные выше примеры фазовых переходов, связанных с различными степенями свободы ядра и характеризующихся различными контрольными параметрами, в простейшем приближении могут рассматриваться в рамках общей схемы: одномерные или двумерные уравнения Шрёдингера с потенциалом, имеющим два минимума. Это позволяет находить общие черты у различных наблюдаемых явлений и проводить аналогии с хорошо известными явлениями фазовых переходов в макрофизике.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 19-12-50172.

Список литературы

- Bohr A *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **26** 14 (1952)
- Давыдов А С, Филиппов Г Ф *ЖЭТФ* **35** 440 (1958); Davydov A S, Filippov G F *Sov. Phys. JETP* **8** 303 (1959)
- Ring P, Schuck P *The Nuclear Many-Body Problem* (Berlin: Springer-Verlag, 2004)
- Butler P A, Nazarewicz W *Rev. Mod. Phys.* **68** 349 (1996)
- Боголюбов Н Н *ДАН СССР* **119** 52 (1958)
- Bohr A, Mottelson B R, Pines D *Phys. Rev.* **110** 936 (1958)
- Stephens F S *Rev. Mod. Phys.* **47** 43 (1975)
- Frauendorf S, Meng J *Nucl. Phys. A* **617** 131 (1997)
- Morinaga H *Phys. Rev.* **101** 254 (1956)
- Heyde K, Wood J L *Rev. Mod. Phys.* **83** 1467 (2011)
- Poves A *J. Phys. G* **43** 024010 (2016)
- Goeppert Mayer M, Jensen J H D *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure* (New York: Wiley, 1955); Пер. на русск. яз.: Гепперт-Майер М, Йенсен И *Элементарная теория ядерных оболочек* (М.: ИЛ, 1958)
- Reinhardt P-G, Otten E W *Nucl. Phys. A* **420** 173 (1984)
- Bohr N *Nature* **137** 344 (1936)
- Balian R, Bloch C *Ann. Physics* **60** 401 (1970)
- Brack M et al. *Rev. Mod. Phys.* **44** 320 (1972)
- Bohr A, Mottelson B R *Nuclear Structure* (New York: W.A. Benjamin, 1969); Пер. на русск. яз.: Бор А, Моттelson Б *Структура атомного ядра* Т. 2 (М.: Мир, 1977)
- Federman P, Pittel S *Phys. Lett. B* **69** 385 (1977)
- de-Shalit A, Goldhaber M *Phys. Rev.* **92** 1211 (1953)
- Talmi I *Rev. Mod. Phys.* **34** 704 (1962)
- Heyde K et al. *Phys. Lett. B* **155** 303 (1985)
- Cohen B L, in *Proc. Intern. Symp. on Nuclear Structure, Dubna, 4–11 July, 1968* (Vienna: IAEA, 1968) p. 3
- Otsuka T et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 232502 (2005)
- Talmi I *Simple Models of Complex Nuclei* (Harwood, CA: Harwood Acad. Publ., 1993)
- Belyaev S T *Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat.-Fys. Medd.* **31** 11 (1959)
- Соловьев В Г *ЖЭТФ* **35** 823 (1958); Solov'ev V G *Sov. Phys. JETP* **8** 572 (1959)
- Соловьев В Г *ЖЭТФ* **36** 1869 (1959); Solov'ev V G *Sov. Phys. JETP* **9** 1331 (1959)
- Lane A *Nuclear Theory* (New York: W.A. Benjamin, 1964)
- Bohr A, Mottelson B *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **27** 16 (1953)
- Elliott J P *Proc. R. Soc. Lond. A* **245** 128 (1956)
- Elliott J P *Proc. R. Soc. Lond. A* **245** 562 (1958)
- Iachello F, Arima A *The Interacting Boson Model* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987)
- Janssen D, Jolos R V, Dönauf F *Nucl. Phys. A* **224** 93 (1974)
- Gamow G *Proc. R. Soc. Lond. A* **126** 632 (1930)
- v. Weizsäcker C F *Z. Phys.* **96** 431 (1935)
- Rowe D J, Wood J L *Fundamentals of Nuclear Models. Foundational Models* (Hackensack, NJ: World Scientific, 2010)
- Wilets L, Jean M *Phys. Rev.* **102** 788 (1956)
- Джолос Р В, Дёнау Ф, Янсен Д *ТМФ* **20** 112 (1974); Jolos R V, Dönauf F, Janssen D *Theor. Math. Phys.* **20** 704 (1974)
- Соловьев В Г *Теория сложных ядер* (М.: Наука, 1971); Пер. на англ. яз.: Soloviev V G *Theory of Complex Nuclei* (Oxford: Pergamon Press, 1976)
- Bohr A, Mottelson B R *Phys. Scripta* **22** 468 (1980)
- Ginocchio J N, Kirson M W *Phys. Rev. Lett.* **44** 1744 (1980)
- Ginocchio J N, Kirson M W *Nucl. Phys. A* **350** 31 (1980)
- Dieperink A E L, Scholten O, Iachello F *Phys. Rev. Lett.* **44** 1747 (1980)
- Jolie J et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 182502 (2002)
- Jolie J et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 162501 (2001)
- Cejnar P, Jolie J, Casten R F *Rev. Mod. Phys.* **82** 2155 (2010)
- Ландау Л Д *ЖЭТФ* **7** 19 (1937); Landau L *Phys. Z. Sowjetunion* **11** 26 (1937); Ландау Л Д *ЖЭТФ* **7** 627 (1937); Landau L *Phys. Z. Sowjetunion* **11** 545 (1937)
- Джолос Р В *ЭЧАЯ* **35** 407 (2004)

49. Casten R F *Nat. Phys.* **2** 811 (2006)
50. Fossion R *Rev. Mexicana Fisica S* **54** 42 (2008)
51. Iachello F *Phys. Rev. Lett.* **85** 3580 (2000)
52. Iachello F *Phys. Rev. Lett.* **87** 052502 (2001)
53. Jolos R V, von Brentano P *Phys. Rev. C* **80** 034308 (2009)
54. Casten R F, Zamfir N V *Phys. Rev. Lett.* **85** 3584 (2000)
55. García-Ramos J E, Heyde K *Phys. Rev. C* **100** 044315 (2019)
56. National Nuclear Data Center, <https://www.nndc.bnl.gov/>
57. Witt W et al. *Eur. Phys. J. A* **55** 79 (2019)
58. Kremer C et al. *Phys. Rev. Lett.* **117** 172503 (2016)
59. Sazonov D A et al. *Phys. Rev. C* **99** 031304(R) (2019)
60. Jolos R V, von Brentano P *Phys. Rev. C* **76** 024309 (2007)
61. Jolos R V, von Brentano P *Phys. Rev. C* **77** 064317 (2008)
62. Jolos R V, von Brentano P *Phys. Rev. C* **84** 024312 (2011)
63. Jolos R V, von Brentano P, Jolie J *Phys. Rev. C* **86** 024319 (2012)
64. Jolos R V, von Brentano P *Phys. Rev. C* **92** 044318 (2015)
65. Jolos R V, von Brentano P, Casten R F *Phys. Rev. C* **88** 034306 (2013)
66. Джолос Р В и др. *ЯФ* **83** 309 (2020); Jolos R V et al. *Phys. Atom. Nucl.* **83** 550 (2020)
67. Поликанов С М и др. *ЖЭТФ* **42** 1464 (1962); Polikanov S M et al. *Sov. Phys. JETP* **15** 1016 (1962)
68. Twin P J et al. *Phys. Rev. Lett.* **57** 811 (1986)
69. Svensson C E et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 1233 (1997)
70. Svensson C E et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 3400 (1999)
71. Rudolf D et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 1450 (2001)
72. Buck B, Dover C B, Vary J P *Phys. Rev. C* **11** 1803 (1975)
73. Michel F, Okhubo S, Reidermeister G *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **132** 7 (1998)
74. Yamaya T et al. *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **132** 73 (1998)
75. von Oertzen W, Freer M, Kanada-En'yo Y *Phys. Rep.* **432** 43 (2006)
76. Adamian G G et al. *Phys. Rev. C* **67** 054303 (2003)
77. Broglia R A, Zelevinsky V (Eds) *Fifty Years of Nuclear BCS: Pairing in Finite Systems* (Singapore: World Scientific, 2013)
78. Brink D, Broglia R A *Nuclear Superfluidity: Pairing in Finite Systems* (New York: Cambridge Univ. Press, 2005)
79. Bohr A, in *Proc. Intern. Symp. on Nuclear Structure, Dubna, 4–11 July, 1968* (Vienna: IAEA, 1968) p. 179
80. Bès D R et al. *Nucl. Phys. A* **143** 1 (1970)
81. Dussel G G, Perazzo R P J, Bès D R *Nucl. Phys. A* **183** 298 (1972)
82. Dussel G G et al. *Nucl. Phys. A* **175** 513 (1971)
83. Джолос Р В и др. *ТМФ* **14** 70 (1973); Djolos R V et al. *Theor. Math. Phys.* **14** 51 (1973)
84. Джолос Р В, Картавенко В Г, Колганова Е А *ЭЧАЯ* **49** 229 (2018); Jolos R V, Kartavenko V G, Kolganova E A *Phys. Part. Nucl.* **49** 125 (2018)
85. Clark R M et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 032501 (2006)
86. Nikoghosyan G, Kolganova E A, Sazonov D A, Jolos R V *Eur. Phys. J. A* **55** 189 (2019)
87. Jolos R V, Gelberg A *Phys. Lett. B* **317** 495 (1993)
88. Frauendorf S, Meng J Z. *Phys. A* **356** 263 (1996)
89. Starosta K et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 971 (2001)
90. Koike T et al. *Phys. Rev. C* **63** 061304(R) (2001)
91. Zhu S et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 132501 (2003)
92. Joshi P et al. *Phys. Lett. B* **595** 135 (2004)
93. Mukhopadhyay S et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 172501 (2007)
94. Qi B et al. *Phys. Lett. B* **675** 175 (2009)
95. Frauendorf S *Nucl. Phys. A* **557** 259 (1993)
96. Starosta K et al. *Nucl. Phys. A* **682** 375 (2001)
97. Rowe D J *Nuclear Collective Motion: Models and Theory* (London: Methuen, 1970)
98. Chen Q B et al. *Phys. Rev. C* **87** 024314 (2013)

Phase transitions in atomic nuclei

R.V. Jolos^(†), E.A. Kolganova^(‡)

Joint Institute for Nuclear Research, ul. Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow region, Russian Federation;
Dubna State University, ul. Universitetskaya 19, 141980 Dubna, Moscow region, Russian Federation
E-mail: ^(†)jolos@theor.jinr.ru, ^(‡)kea@theor.jinr.ru

Numerous examples show phase transitions in the structure of atomic nuclei as the excitation energy and the moment of rotation increase and the number of nucleons changes. These are phase transitions of the equilibrium shape and structure of the ground and low-lying excited states of the nuclei, associated with a change in their symmetry. The subject of phase transitions has given rise to a new wave of investigations into the structure of atomic nuclei. In this review, we consider examples of phase transitions, discuss the feasibility of describing them within a collective model of the nucleus with a Hamiltonian depending on a small number of dynamic variables, and also touch upon microscopic aspects of phase transitions.

Keywords: nuclear physics, phase transitions, nucleus structure, nucleus shape, deformation, collective excitations

PACS numbers: 21.10.Dr, 21.10.Re

Bibliography — 98 references

Received 12 April 2020, revised 12 June 2020

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **191** (4) 337–357 (2021)

Physics – Uspekhi **64** (4) (2021)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.06.038787>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.06.038787>