

## ОБОЗРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Внешний масштаб турбулентности и его влияние на флуктуации оптических волн

В.П. Лукин

*На основе обобщений многочисленных измерений и расчётов анализируется влияние низкочастотного участка спектра атмосферной турбулентности, непосредственно примыкающего к инерционному интервалу, на статистические характеристики флуктуаций оптических волн, распространяющихся в атмосфере. Измеренные спектры атмосферной турбулентности сравниваются с изотропными моделями. Обнаружено, что в приземном слое атмосферы внешний масштаб турбулентности оказывается зависящим не только от высоты над подстилающей поверхностью, но и от типа атмосферной стратификации. Анализируется влияние низкочастотного участка спектра атмосферной турбулентности на фазовые флуктуации оптических волн как при распространении их на горизонтальных трассах, так и при наклонном прохождении через всю атмосферу.*

**Ключевые слова:** атмосфера, оптические волны, турбулентность, модель, внешний масштаб, распространение, зондирование

PACS numbers: 42.68.Bz, 47.27.-i, 92.60.hn

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.10.038849>

## Содержание

1. Введение (292).
  2. Гидродинамическое описание турбулентности (293).
    - 2.1. Статистическое описание турбулентности. Статистический подход А.Н. Колмогорова. 2.2. Оптические характеристики атмосферной турбулентности.
  3. Расчёты статистических характеристик флуктуаций оптических волн при распространении в турбулентной атмосфере (296).
    - 3.1. Расчёты флуктуаций интенсивности оптических волн при распространении в турбулентной среде. 3.2. Расчёты статистических характеристик фазовых флуктуаций оптических волн.
  4. Восстановление спектральной плотности флуктуаций показателя преломления атмосферы из оптических измерений (297).
    - 4.1. Фазовые оптические измерения флуктуаций показателя преломления атмосферы. 4.2. Оптические измерения спектров пульсаций показателя преломления в конвективном потоке. 4.3. Восстановления спектра турбулентности по данным синхронных измерений временных амплитудных и фазовых флуктуаций в атмосфере.
  5. Анализ моделей спектра атмосферной турбулентности в области низких частот (303).
    - 5.1. Наиболее употребительные модели спектра турбулентности в области низких частот. 5.2. Сопоставление параметров моделей спектра турбулентности с данными оптических измерений. 5.3. Сравнение различных моделей спектра турбулентности.
  6. Исследование анизотропии атмосферной турбулентности в низкочастотной области спектра (305).
  7. О связи величины внешнего масштаба турбулентности с изменением метеоситуации (307).
    - 7.1. Связь величины внешнего масштаба с параметром термодинамической устойчивости. 7.2. Измерение внешнего масштаба турбулентности в осадках.
  8. Исследование динамики атмосферной турбулентности на основе астрономических наблюдений (309).
    - 8.1. Эффективный внешний масштаб турбулентности для атмосферы в целом. 8.2. Влияние величины эффективного внешнего масштаба на расчётные характеристики изображения. 8.3. Расчёт дрожания изображения оптического источника в случайной среде с конечным внешним масштабом.
  9. Экспериментальные астрономические наблюдения проявления неколмогоровской турбулентности (313).
    - 9.1. Сравнение энергетических характеристик колмогоровской и неколмогоровской турбулентности. 9.2. Измерения радиуса когерентности и эффективного внешнего масштаба турбулентности из астрономических наблюдений. 9.3. Мировой опыт измерения и оценки величины внешнего масштаба турбулентности из астрономических наблюдений.
  10. Заключение (315).
- Список литературы (316).

## 1. Введение

Значительное влияние на распространение оптических волн оказывают неоднородности атмосферы, обусловленные такими явлениями, как регулярная рефракция, аэрозольное и молекулярное поглощение и рассеяние, турбулентность, нелинейные эффекты [1–5]. Успешное распространение оптических волн, как правило, имеет

**В.П. Лукин.** Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, пл. Академика Зуева 1, 634055 Томск, Российская Федерация  
E-mail: [lukin@iao.ru](mailto:lukin@iao.ru)

Статья поступила 14 февраля 2020 г.,  
после доработки 2 октября 2020 г.

место тогда, когда влияние вышеуказанных факторов на оптические волны минимально. Оптимальным выбором условий для оптических наблюдений является незамутнённая атмосфера в отсутствие облачности, когда можно минимизировать влияние поглощения и рассеяния. В таких условиях основное влияние на распространение оптических волн оказывает атмосферная турбулентность.

Рассеяние света на турбулентных неоднородностях атмосферы является одним из основных механизмов искажения оптических волн при их распространении через атмосферу. Случайные пространственно-временные изменения показателя преломления атмосферы [1–4] приводят к искажению структуры оптических пучков и формируемых изображений, флуктуациям интенсивности и фазы оптических волн и проявляются, в частности, в размытии, дрожании и мерцании изображений источников излучения, а также в турбулентном ослаблении средней принимаемой мощности сигнала.

Турбулентные неоднородности показателя преломления атмосферного воздуха, обусловленные изменениями его плотности, вызванными в первую очередь флуктуациями температуры, являются причиной случайного изменения направления распространения оптического излучения [4, 5–8]. Турбулентные неоднородности плотности воздуха создают в атмосфере прозрачные линзоподобные образования различных размеров без чётких границ с разными значениями показателя преломления и оптической силы [5, 7–12], которые, являясь сформированными и ориентированными случайным образом в атмосфере вследствие движения относительно друг друга и их общего совокупного движения, приводят к значительным искажениям световых пучков и формируемых изображений, случайным изменениям направления распространения излучения, перераспределению интенсивности и энергии в поперечном сечении пучков и плоских волн, дефокусировке пучков, а также к увеличению концентрации светового поля. В результате прохождения световой волны через турбулентную атмосферу [13] принимающее устройство будет регистрировать распределение амплитуды (интенсивности) и фазы как некоторую реализацию случайной функции.

## 2. Гидродинамическое описание турбулентности

В свою очередь сама турбулентность, в том числе атмосферная, представляет собой сложное физическое явление, изучение которого базируется на основных законах физики, выражающихся в уравнениях гидротермодинамики [7, 8] сплошных сред, описывающих движение газа и жидкости. Поэтому для введения в проблему в этом разделе кратко формулируются основные закономерности, характеризующие турбулентное состояние газа или жидкости.

Так, течение жидкости, как известно, характеризуется векторным полем скорости  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  и скалярными полями термодинамических характеристик среды: давления  $p(\mathbf{r}, t)$ , плотности  $\rho(\mathbf{r}, t)$  и температуры  $T(\mathbf{r}, t)$ , где  $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$ . Для определения физических свойств жидкости (или газа) используются значения молекулярных коэффициентов переноса: коэффициент динамической вязкости  $\mu$ , коэффициент кинематической вязкости  $\nu = \mu/\rho$ , второй коэффициент вязкости  $\zeta$ , коэффициент теплопроводности  $\kappa$ , теплоёмкость жидкости при постоянном

давлении  $c_p$ , коэффициент температуропроводности  $\chi = \kappa c_p^{-1} \rho^{-1}$ . Учитывая, что поля скорости и давления как в ламинарном, так и в турбулентном течении жидкости описываются функциями, которые являются решениями уравнений гидродинамики при соответствующих начальных и граничных условиях [7, 8], для исследования процесса возникновения турбулентности необходим анализ решений краевых задач для уравнений гидродинамики, так называемых уравнений Навье–Стокса, с надлежащими начальными и граничными условиями.

Ещё О. Рейнольдс показал [14, 15], что режим течения жидкости переходит в турбулентный при числах Рейнольдса  $Re$ , превышающих критическое значение (обычно порядка  $10^2 - 10^3$ ). Вместе с тем известны [16] особые условия сохранения ламинарного режима для  $Re \sim 10^4$  и более, при этом в условиях атмосферы  $Re$  принимает значения, многократно превышающие критическое (в [17], например, дана оценка  $Re \sim 10^{11} - 10^{12}$ ), из чего следует, что атмосфера находится, как правило, в турбулентном состоянии.

### 2.1. Статистическое описание турбулентности.

#### Статистический подход А.Н. Колмогорова

При турбулентном движении жидкости и газа практически невозможно описать обособленно изменения во времени полей скорости, температуры и плотности отдельного течения. Следствием чего является применение статистических подходов и методов для описания свойств движущихся жидкостей и газов, в основе которых лежит изучение уже сглаженных характеристик.

О. Рейнольдс, являющийся основоположником теории турбулентности, предложил разложить поля гидродинамических величин турбулентного течения (например, скорости [15]) на усреднённую (по временному интервалу или пространственной области) и пульсационную составляющие и изучать динамические уравнения для усреднённых величин. Однако простые усреднения течений по времени или пространству оказались не очень удобными в использовании.

Структура статистических моментов гидродинамических полей наиболее проста в однородной и изотропной турбулентности, понятие которой введено Дж. Тейлором в его статистической теории турбулентности [17]. Для пространственной однородности и изотропности требуются отсутствие границ и постоянная средняя скорость течения, по этой причине для описания реальных турбулентных течений модель такой турбулентности малоприменяема [12], поскольку является математической идеализацией для приближённого описания некоторых частных видов турбулентных течений, создаваемых в аэродинамических трубах в лабораториях.

А.Н. Колмогоров использовал статистический подход к механике турбулентности: исследовав весь ансамбль возможных турбулентных течений взамен усреднения отдельных гидродинамических полей, применил полученные вероятностные средние значения по ансамблю аналогичных течений. В этом случае поля характеристик турбулентности будут являться случайными функциями времени и пространства, для которых можно применять математический аппарат теории случайных полей [18–21].

А.Н. Колмогоровым даны [20] определения локально однородной и локально изотропной турбулентности и выдвинута важная гипотеза о том, что структура турбу-

лентности в "достаточно малых областях" с "достаточно большим числом Рейнольдса" обладает локальной однородностью и локальной изотропностью. Для пояснения приведём следующие определения: случайное поле  $f(\mathbf{r})$  локально однородно, если "функции распределения случайной величины  $f(\mathbf{r}_1) - f(\mathbf{r}_2)$  инвариантны относительно сдвигов пары точек  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ "; локально изотропное поле — это локально однородное поле, у которого "функции распределения величины  $f(\mathbf{r}_1) - f(\mathbf{r}_2)$  инвариантны относительно вращений и зеркальных отражений вектора  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ " [7].

Для локально изотропной турбулентности А.Н. Колмогоровым сформулированы первая и вторая фундаментальные гипотезы подобия турбулентных течений: согласно первой гипотезе [20] в интервале равновесия (совокупность инерционного и вязкого интервалов) спектр турбулентности (спектральная плотность энергии турбулентности) однозначно определяется величинами  $\nu$  и  $\varepsilon$ , где  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости,  $\varepsilon$  — средняя скорость диссипации энергии на единицу массы жидкости. Согласно второй гипотезе [20] спектр турбулентности в инерционном интервале однозначно определяется величиной  $\varepsilon$  и не зависит от  $\nu$  [19]. Позднее Колмогоров сформулировал третью гипотезу: о логнормальном распределении вероятностей скорости диссипации энергии  $\varepsilon_r$ , усреднённой по сфере радиусом  $r$ .

Структурная функция для поля скорости в виде момента второго порядка, введённая А.Н. Колмогоровым [20] как  $[\mathbf{u}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}) - \mathbf{u}(\mathbf{r}_1)]^2$  (черта сверху означает статистическое усреднение), традиционно сейчас обозначается как  $D_{rr}(\mathbf{r})$ . Функция названа "структурной" А.М. Обухова [10], поскольку разность скоростей  $\mathbf{du} = [\mathbf{u}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}) - \mathbf{u}(\mathbf{r}_1)]$  принята А.Н. Колмогоровым за базовую кинематическую характеристику локальной структуры турбулентного потока, с помощью которой выводятся статистические характеристики локальной турбулентности. Характеристика структуры является "локальной", так как она отражает влияние только пульсаций-вихрей с масштабом, меньшим характерного масштаба заданной локальной области. Поскольку разность  $\mathbf{du}$  характеризует относительное движение одного элементарного объёма жидкости относительно другого, продольная структурная функция имеет значение усреднённого квадрата относительной скорости сближения элементарных объёмов жидкости в двух точках или удаления их друг от друга, поперечная структурная функция — квадрата относительной скорости вращения и сдвига двух таких объёмов.

Величина  $\eta = \lambda = \nu^{3/4}/\varepsilon^{1/4}$ , введённая Колмогоровым [20] в качестве масштаба поля пульсаций высших порядков, постепенно затухающих из-за вязкости, названа им "внутренним масштабом турбулентности" [23], традиционно сейчас обозначаемым как  $l_0$  и называемым *колмогоровским внутренним масштабом турбулентности*. Масштаб "пульсаций первого порядка" [20] получил наименование *масштаба турбулентности* [21], а "интегральный масштаб турбулентности" стал называться *внешним масштабом турбулентности* [13], традиционно сейчас обозначаемым через  $L_0$ .

Скорость диссипации турбулентной энергии  $\varepsilon$  характеризует величину энергии, которая диссипирует в единице объёма в единицу времени, т.е. отражает среднюю скорость перехода энергии от источника в низкочастотной области спектра (от вихрей большего масштаба) к

стоку в высокочастотной области (к меньшим вихрям) [11] и характеризует турбулентность во всех масштабах [22]. В стационарном режиме турбулентности  $\varepsilon$  предполагается равной скорости передачи энергии по спектру [7, 8, 11].

На основании сформулированных гипотез подобия А.Н. Колмогоров и А.М. Обухов сделали ряд важных выводов о статистических характеристиках мелкомасштабных компонент турбулентности [7–12, 13, 20–21]. Основной из них — "закон двух третей" для структурной функции:

$$D(r) = C\varepsilon^{2/3}r^{2/3} \quad \text{при } l_0 \ll r \ll L_0, \quad (1)$$

откуда следуют выражения для  $D_{rr}(r)$ ,  $D_T(r)$ ,  $D_n(r)$  — структурных функций продольной скорости  $V$ , температуры  $T$  и показателя преломления  $n$ :

$$\begin{aligned} D_{rr}(r) &= C_V^2 r^{2/3} (C_V^2 = C\varepsilon^{2/3}), \\ D_T(r) &= C_T^2 r^{2/3} (C_T^2 = C_\theta \varepsilon^{-1/3} N), \\ D_n(r) &= C_n^2 r^{2/3}, \quad C_n^2 = \text{const } C_T^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $C_V^2$ ,  $C_T^2$ ,  $C_n^2$  — структурные характеристики  $V$ ,  $T$  и  $n$  соответственно,  $N$  — скорость диссипации температуры,  $C$  и  $C_\theta$  — постоянные Колмогорова и Обухова соответственно с численными значениями:  $C = 1,9$ ,  $C_\theta = 3,0$  (с 10%-ной погрешностью [5, 13]).

Известно, что атмосферная турбулентность (как всякое движение с диссипацией) может [8, 9] существовать в качестве стационарного явления лишь при наличии источников энергии. Энергия в турбулентное движение поступает от внешних крупномасштабных движений. Это могут быть конвективные потоки за счёт нагрева Земли, изменение (сдвиг) скорости среднего ветра, гравитационные волны. Эти источники передают энергию в турбулентность в основном через энергетический интервал, в котором сосредоточена основная энергия турбулентности. Как правило, число Рейнольдса исходного потока [8, 9] велико, что приводит к потере его устойчивости и образованию вихрей с размерами порядка размера исходного потока, имеющего смысл внешнего масштаба турбулентного движения  $L_0$ . Утилизация энергии турбулентности происходит в интервале диссипации, где исходная энергия потока трансформируется в тепло под действием сил вязкости. Если число Рейнольдса исходного потока достаточно велико, то область диссипации энергии отделена от энергетического интервала областью волновых чисел  $\kappa$ , удовлетворяющих условию

$$L_0^{-1} \ll \kappa \ll l_0^{-1}, \quad (3)$$

называемой инерционным интервалом, где  $l_0$  — внутренний масштаб турбулентности.

Характер атмосферной турбулентности в инерционном интервале (3) полностью определяется скоростью диссипации энергии турбулентности  $\varepsilon$  и некоторым внешним параметром  $N$ , характеризующим источники. Следствием этого для локально-однородной и изотропной турбулентности является "закон 2/3" Колмогорова – Обухова, которому на спектральном языке соответствует "закон –5/3" [11]:

$$E(\kappa) = C_1 \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3}, \quad (4)$$

где  $E(\kappa)$  — одномерная спектральная плотность кинетической энергии,  $C_1 \approx 1,4$  [3, 4, 13],  $\kappa$  — пространственное волновое число.

Такова общая картина турбулентного движения по Колмогорову в самом кратком изложении. Образующаяся в такой картине турбулентность в литературе получила наименование "колмогоровской турбулентности" [12, 18, 22], а соответствующий спектр энергии — "колмогоровский спектр".

**2.2. Оптические характеристики атмосферной турбулентности**

В отсутствие облачности для ясной незамутнённой атмосферы именно атмосферная турбулентность оказывает наиболее значительное влияние на качество изображений и структуру пучков излучения при распространении этого излучения. Для описания атмосферной турбулентности используется множество оптических характеристик, при этом наиболее полная информация о структуре турбулентных потоков содержится в спектрах флуктуаций температуры.

Показатель преломления воздуха  $n(\lambda)$  как функция длины волны излучения в атмосфере отличается от единицы лишь в четвёртом знаке, и для диапазона длин волн  $\lambda$  от 0,2 до 20 мкм он может быть рассчитан по формуле

$$(n(\lambda) - 1) \times 10^6 = \frac{77,6P}{T} + \frac{0,584P}{T\lambda^2} - 0,06P_{w.v} \quad (5)$$

по известным значениям температуры  $T$  [К], атмосферного давления  $P$  [мбар] и парциального давления водяного пара  $P_{w.v}$ . Как показано в [4, 6], формула (5) даёт относительную погрешность определения показателя преломления не более 0,3 %. Если учесть, что в земной атмосфере давление водяного пара в средних широтах не превышает 40–50 мбар, то вклад водяного пара в показатель преломления в оптическом диапазоне волн 0,2–20 мкм невелик. Формула (5) справедлива в "окнах прозрачности" атмосферы [1].

Известно, что все основные параметры атмосферы связаны уравнением состояния идеального газа

$$P = \frac{\rho R_0 T}{\mu},$$

где  $\mu$  — молекулярный вес,  $\rho$  — плотность,  $R_0$  — универсальная газовая постоянная.

В атмосфере плотность воздуха изменяется с высотой, что обуславливает такое явление, как регулярная рефракция. В то же время основным искажающим фактором в атмосфере, безусловно, является температура. А.М. Обухова в работе [12] показал, что для спектра поля температуры как консервативной и пассивной примеси "закон пяти третей" также выполняется. Оценка влияния влажности и давления на показатель преломления в оптическом диапазоне показывает, что они не играют значимой роли.

Под действием сил инерции крупные вихри претерпевают каскадный распад на всё более мелкие, до тех пор пока влияние сил вязкости не превысит силы инерции. Внутренний масштаб турбулентности  $l_0$  определяет минимальный размер вихрей, ещё существующих в атмосфере "ламинарных ячеек" [7, 8], — при меньшем размере вихрей турбулентные движения диссипируют в тепло. В атмосфере вблизи земной поверхности  $l_0 \sim 10^{-3} - 10^{-2}$  м [1, 3, 5, 22], в условиях аэродинамических труб  $l_0$  составляет несколько десятых долей миллиметра. Масштаб

Монина–Обухова  $L$  в теории стратифицированной (термически расслоённой) атмосферы имеет значение толщины подслоя динамической турбулентности [9–12], в котором турбулентность обуславливают преимущественно динамические факторы [13]. Масштаб был определён из соображений размерности. Параметр температурной стратификации (число Монина–Обухова)  $\zeta = h/L$ , где  $h$  — высота над подстилающей поверхностью, характеризует различные режимы стратификации: устойчивая (поток тепла направлен вниз), неустойчивая (поток направлен вверх) и безразличная (поток стремится к нулю) [7, 8].

Структурные функции, введённые Колмогоровым [18–21] и Обуховым [12, 13], применяются для статистического описания флуктуаций температуры, показателя преломления, скорости и других характеристик. Структурная функция для локально однородной и изотропной турбулентности, согласно гипотезам Колмогорова, в инерционном интервале задаётся в виде "закона двух третей" Колмогорова–Обухова для показателя преломления  $n$ :

$$D_n(r) = C_n^2 r^{2/3} \quad \text{при } l_0 \ll r \ll L_0, \quad (6)$$

где  $C_n^2$  — структурная характеристика поля показателя преломления, в то же время для температуры  $T$  имеем

$$D_T(r) = C_T^2 r^{2/3} \quad \text{при } l_0 \ll r \ll L_0, \quad (7)$$

где  $C_T^2$  — структурная характеристика поля температуры.

При этом структурная характеристика для поля показателя преломления для "сухого воздуха"  $C_n^2$  связана со структурной характеристикой для поля температуры  $C_T^2$  следующим соотношением:

$$C_n^2 = \frac{10^{-12}}{T^2} \left( \frac{77,6}{T} P + \frac{0,584P}{T\lambda^2} \right)^2 C_T^2. \quad (8)$$

Структурные характеристики  $C_n^2$ ,  $C_T^2$  претерпевают в атмосфере изменения в горизонтальных и вертикальных направлениях, что играет существенную роль на практике распространения электромагнитных и акустических волн. Как правило, эти изменения детектируются метеорологическими и акустическими измерителями.

Теория, развитая А.Н. Колмогоровым и А.М. Обуховым, позволила определить вид спектра турбулентности в инерционном интервале волновых чисел (3). Соответствующий спектр для показателя преломления атмосферы в инерционном интервале записывается в следующем виде:

$$\Phi_n(\kappa) \approx 0,033 C_n^2 \kappa^{-11/3}. \quad (9)$$

Справедливость этой формулы была подтверждена многочисленными экспериментами [3, 4, 6, 8, 9]. В то же время для описания спектра вне инерционного интервала в настоящее время достаточно разработанной теории нет. Результаты обширных экспериментальных и теоретических исследований указывают [3, 5], что изменение температуры атмосферного воздуха на 1 градус приводит к изменению показателя преломления на величину порядка  $10^{-6}$ . Случайные временные пульсации температуры в фиксированной точке регистрации имеют ампли-

туду порядка нескольких десятых градуса с периодом  $10^{-3} - 10^0$  с. На горизонтальных трассах на дистанциях порядка  $10^2 - 10^3$  м амплитуда пространственных флуктуаций температуры может составить несколько градусов.

### 3. Расчёты статистических характеристик флуктуаций оптических волн при распространении в турбулентной атмосфере

В этом разделе даются основные выводы современной теории распространения волн в случайно-неоднородных средах. В её основе лежат работы [3, 5] научных школ С.М. Рытова и В.И. Татарского, которые используют результаты теории Колмогорова – Обухова для теоретических и экспериментальных исследований флуктуаций оптических волн, распространяющихся в турбулентной атмосфере.

Основой теоретических расчётов стали выражения (7), (8) для структурной функции поля показателя преломления и температуры, а также их фурье-преобразования — спектральные плотности, позволяющие рассчитать статистические характеристики флуктуаций оптического поля: интенсивности, поведение центров тяжести лазерных пучков и оптических изображений и других параметров оптических волн, формируемых при прохождении через слой турбулентной среды.

Модель турбулентности Колмогорова – Обухова действительно стала основой для развития теории распространения оптических волн в турбулентной атмосфере. Одним из важнейших достижений этой теории явилось развитие так называемого метода плавных возмущений [3, 5], позволяющего записать выражения для расчёта статистических характеристик, в частности структурных функций флуктуаций интенсивности и фазы оптической волны. При расчётах использована исходная плоская оптическая волна, в приближении метода плавных возмущений получены выражения для структурных функций интенсивности и фазы оптической волны, прошедшей слой турбулентной среды:

$$\left. \begin{aligned} D_\chi(\rho) \\ D_s(\rho) \end{aligned} \right\} = 4\pi^2 k^2 \int_0^X d\xi \int_0^\infty dk \kappa \Phi_n(\xi, \kappa) \times \\ \times [1 - J_0(\kappa\rho)] f_{\chi, s}(\kappa, \xi), \quad (10)$$

где  $X$  — расстояние, которое прошла оптическая волна в турбулентной среде,  $k$  — волновое число оптического излучения,  $\rho$  — расстояние между двумя точками наблюдения оптического поля. Для корреляционных функций флуктуаций интенсивности и фазы имеем соответственно

$$\left. \begin{aligned} B_\chi(\rho) \\ B_s(\rho) \end{aligned} \right\} = 4\pi^2 k^2 \int_0^X d\xi \int_0^\infty dk \kappa \Phi_n(\xi, \kappa) J_0(\kappa\rho) f_{\chi, s}(\kappa, \xi). \quad (11)$$

Функции

$$f_{\chi, s}(\kappa, \xi) = \left[ 1 \mp \cos \left( \frac{\kappa^2(x - \xi)}{k} \right) \right], \quad (12)$$

входящие в выражения (10), (11), называются спектральными фильтрующими функциями для интенсивности и фазы, они определяют, какой интервал спектра турбу-

лентности даёт наибольший вклад во флуктуации интенсивности и фазы.

#### 3.1. Расчёты флуктуаций интенсивности оптических волн при распространении в турбулентной среде

Следует отметить, что существует развитие модели Колмогорова – Обухова (9), расширяющее применимость спектра для описания так называемого вязкого интервала (т.е. интервала размеров неоднородностей, на которые влияет вязкость среды, — в этом интервале происходит переход кинетической энергии в тепло) [4]:

$$\Phi_n(\kappa, \xi) = 0,033 C_n^2(\xi) \kappa^{-11/3} \exp \left( -\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2} \right), \quad (13)$$

$$\kappa_m = \frac{5,92}{l_0}.$$

Отметим также, что выражения (9) и (10) записаны при условии, что спектр турбулентности является изотропным и может быть описан моделью (13) на всём бесконечном интервале неоднородностей. Особенности поведения спектральной фильтрующей функции для интенсивности позволяют рассчитать её статистические характеристики на всём бесконечном интервале турбулентных неоднородностей, используя спектр (13), поскольку

$$f_\chi(\kappa, \xi) = 1 - \cos \left( \frac{\kappa^2(x - \xi)}{k} \right) \approx \frac{\kappa^4(x - \xi)^2}{k^2} \quad (14)$$

для малых волновых чисел  $\kappa$ . Указанное обстоятельство и позволило распространить применимость моделей (9) и (13) на бесконечный интервал спектра при расчёте флуктуаций интенсивности. В связи с этим статистические характеристики флуктуации интенсивности оптической волны, прошедшей слой турбулентной атмосферы, могут быть корректно рассчитаны даже для чисто степенного спектра (9).

#### 3.2. Расчёты статистических характеристик фазовых флуктуаций оптических волн

В то же время для флуктуаций фазы модель (9) не позволяет вычислять корреляционную функцию и дисперсию флуктуаций. Это обусловлено тем, что ввиду особенностей поведения функций (12) фазовые флуктуации определяются наиболее крупными неоднородностями спектра турбулентности, тогда как флуктуации интенсивности наиболее чувствительны к малым неоднородностям спектра турбулентности. Для фазовых флуктуаций модель (9) обеспечивает расчёт только структурной функции фазы (10). В работах [3–6] показано, что при распространении оптических волн в атмосфере флуктуации показателя преломления приводят к возмущениям фазы излучения, которые характеризуются структурной функцией, определяемой для плоской волны как

$$D_\varphi(r) = 2,91 k_0^2 r^{5/3} \int_0^L C_n^2[h(z)] dz. \quad (15)$$

В формуле (15) учитывается зависимость структурной постоянной  $C_n^2$  от высоты над землёй  $h$ , а интеграл вычисляется вдоль всей длины трассы  $L$ .

С использованием структурной постоянной показателя преломления был также введён масштаб корреляции для плоской волны (или радиус Фрида [25]) в тур-

булентной среде:

$$r_0 = \left\{ 0,423k_0^2 \int_0^L C_n^2[h(z)] dz \right\}^{-3/5}, \quad (16)$$

$k_0$  — волновое число оптического излучения.

При использовании данного параметра выражение для структурной функции фазовых флуктуаций упрощается и принимает следующий вид:

$$D_\varphi(r) = 6,88 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{5/3}. \quad (17)$$

Радиус когерентности  $r_0$  является важной характеристикой оптической системы, определяющей размер апертуры (её диаметр), в пределах которого искажения могут учитываться в виде однородного наклона. Радиус когерентности  $r_0$  характеризует максимальное расстояние, на котором случайная разность фаз волнового фронта не превышает  $\pi$  [25]. Известно, что в отсутствие атмосферы угловое разрешение оптической системы определяется отношением  $\lambda/D$ , где  $\lambda$  — длина волны,  $D$  — диаметр передающей (или приёмной) апертуры, в то время как при наблюдении через случайную неоднородную среду угловой размер изображения точечного источника задаётся отношением  $\lambda/r_0$ .

Следует отметить, что измерения флуктуаций интенсивности оптического излучения — более простая задача, чем измерения фазовых флуктуаций. Поэтому впервые исследование спектров турбулентности в атмосфере по данным оптических измерений было осуществлено именно при измерениях флуктуаций интенсивности [14], в результате по данным оптических измерений в атмосфере был восстановлен спектр турбулентности в интервале диссипации [26–28].

Наряду с исследованием флуктуаций интенсивности оптических волн в турбулентной среде были сделаны попытки исследовать поведение флуктуаций фазы оптических волн. Фазовые измерения в оптическом диапазоне в атмосфере при большом динамическом диапазоне пространственных разбросов точек наблюдения — технически сложная задача [29]. Поэтому только во второй половине 1970-х годов впервые были получены [30–34] достаточно корректные экспериментальные данные измерений структурной функции оптической волны при пространственных разбросах точек наблюдения, сравнимых с высотой на приземных атмосферных трассах. Эти данные, а также корреляционные функции флуктуаций пространственного положения центров тяжести [6, 13] горизонтально разнесённых оптических пучков противоречили теоретическим расчётам [14], полученным при использовании для спектральной плотности флуктуаций показателя преломления атмосферы чисто степенной модели Колмогорова – Обухова.

Именно в публикациях [29–32] впервые было заявлено о влиянии внешнего масштаба на флуктуации оптических волн, распространяющихся в турбулентной атмосфере. Практически одновременно с этими измерениями подобные исследования [33, 34] были выполнены в США и в Италии. Результаты работ [30–34] позволяют сделать вывод, что структурная функция фазы для оптической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере, заметно отклоняется от степенной зависимости, соответствующей колмогоровской модели спектра турбулентности.

Следует отметить, что для хорошо известной колмогоровской модели [8, 9, 26] спектра турбулентности, которая соответствует "закону (вернее сказать, гипотезе)  $2/3$ " для структурной функции показателя преломления атмосферы, из всех статистических характеристик флуктуаций фазы оптической волны может быть корректно рассчитана только структурная функция фазы, так как для этой модели не определены дисперсия и корреляционная функция флуктуаций ввиду сингулярности поведения спектра турбулентности в области низких частот. Однако эта сингулярность в поведении спектральной плотности атмосферной турбулентности не является существенной при расчёте [14, 26] флуктуаций интенсивности оптической волны, распространяющейся в турбулентной среде, что связано с особенностями поведения спектральных фильтрующих функций (12).

#### 4. Восстановление спектральной плотности флуктуаций показателя преломления атмосферы из оптических измерений

Изучение флуктуаций параметров оптической волны, прошедшей слой турбулентности, может быть использовано для измерения этой турбулентности, что и привело к развитию методов дистанционной диагностики атмосферной турбулентности. Большое развитие получили работы по лазерному зондированию атмосферной турбулентности, поскольку применение лазеров для измерения параметров атмосферной турбулентности имеет ряд преимуществ. В частности, оптические измерения обеспечивают большие стабильность и достоверность получаемых статистических данных, так как по своей природе они связаны с дополнительным усреднением определяемой характеристики вдоль трассы распространения. Это и обусловило то, что в последние годы были выполнены серьёзные исследования структуры атмосферной турбулентности на основе анализа флуктуаций оптических волн, прошедших через слой турбулентной среды.

Известно, что при распространении световой волны через среду, содержащую неоднородности показателя преломления, происходят искажения её параметров [14, 26]. Эти искажения позволяют получать сведения о характеристиках неоднородностей. Измерения могут проводиться дистанционно, без непосредственного размещения измерительного датчика в исследуемой точке, что не возмущает изучаемую среду и позволяет исследовать среду, в которых невозможно размещать датчики. При попытке связать результаты измерений флуктуаций параметров оптической волны, прошедшей слой атмосферы, с параметрами атмосферы возникает ряд проблем. Во-первых, необходимо найти связь между интересующими нас параметрами атмосферы и экспериментальными данными в виде уравнения. Во-вторых, для извлечения из экспериментальных данных информации об атмосфере нужен удобный математический аппарат. Это далеко не тривиальная задача, поскольку измеряемые величины связаны с параметрами атмосферы посредством интегральных уравнений. Задача, таким образом, состоит в решении интегральных уравнений. Аналитические решения таких уравнений можно найти только для отдельных из представляющих интерес случаев, причём, как правило, необходимо использование численных методов. И наконец, измерения должны быть достаточно полными и точными.

Наиболее разработанным методом измерения энергетического спектра флуктуаций показателя преломления является метод восстановления последнего из измеренных статистических характеристик флуктуаций параметров оптических волн, прошедших слой турбулентной атмосферы. При распространении оптических волн в турбулентной атмосфере в случае, когда относительные флуктуации показателя преломления малы и изменения его на расстояниях порядка длины волны также невелики, из спектров и корреляционных функций флуктуаций параметров оптической волны можно определить спектры пульсаций показателя преломления среды [14, 26].

Следует иметь в виду, что применительно к световым волнам практически всегда рассматривают температурную турбулентность и подобие [26] спектров флуктуаций показателя преломления и температуры. Оптические и акустические методы измерений характеристик атмосферной турбулентности, дополняя друг друга при совместном применении, позволяют эффективно исследовать локальную структуру турбулентности.

#### 4.1. Фазовые оптические измерения флуктуаций показателя преломления атмосферы

При изучении спектров атмосферной турбулентности оптическими методами встаёт вопрос о чувствительности измеряемых характеристик оптических волн к функциональному виду спектральной плотности флуктуаций показателя преломления  $\Phi_n(\kappa)$ . Задача состоит в том, чтобы выбрать такую характеристику оптической волны, которая обеспечивала бы простоту экспериментальных измерений и была бы максимально чувствительной к виду спектра  $\Phi_n(\kappa)$  в той или иной его области пространственных частот  $\kappa$  турбулентных неоднородностей.

Спектр атмосферной турбулентности даже в приземном слое отличается большим динамическим диапазоном (пространственные масштабы  $\kappa$  простираются от нескольких метров до нескольких десятых долей миллиметра), в связи с этим ввиду конечной точности самих оптических измерений спектр не может быть восстановлен из измерений флуктуаций какого-либо одного из параметров оптической волны. Исследования чувствительности различных параметров оптических волн к виду спектра турбулентности в различных его областях показали, что характеристики, связанные с фазой оптической волны, в основном определяются низкочастотными неоднородностями флуктуаций показателя преломления, тогда как флуктуации интенсивности оптического излучения — высокочастотной областью спектра турбулентности [4, 14]. Другими словами, измерения флуктуаций фазы оптической волны могут быть использованы для изучения энергетического интервала спектра турбулентности, а измерения флуктуаций интенсивности — для изучения интервала равновесия, который включает в себя инерционный и вязкий интервалы этого спектра [27–29].

Первые попытки расчёта указанных характеристик флуктуаций оптических волн в рамках различных изотропных моделей спектральной плотности, учитывающих отклонение спектра от степенного закона в области внешнего масштаба турбулентности, были сделаны в работах [30–37]. Однако степень достоверности используемых тогда моделей спектра турбулентности оставалась невыясненной. В связи с этим были предприняты попытки восстановления двумерного спектра флуктуаций показателя преломления из измерений структурной

функции фазы. Одной из первых таких попыток стала работа [37], в которой для восстановления спектра турбулентности использовались результаты эксперимента, проведённого в атмосфере на горизонтальной атмосферной трассе длиной 110 м. Высота трассы над подстилающей поверхностью составляла в среднем 1,5 м.

Флуктуации фазы оптической волны, обусловленные действием турбулентности атмосферы, измерялись в следующем эксперименте. Излучение гелий-неонового лазера формировалось в два одинаковых коллимированных пучка с выходным диаметром 2 см. Расстояние между пучками (по одной координате вдоль оси  $y$ ) последовательно изменялось с шагом  $\Delta y = 5$  см до значения  $y_m = 1,1$  м. В плоскости приёма с помощью цифрового оптического фазометра [29] регистрировались флуктуации разности фаз между центрами двух интерферирующих пучков. Реализации разности фаз длительностью 50 с (объём выборки 5000 отсчётов) использовались для оценки структурной функции фазы  $D_s(y)$ .

Структурные функции, нормированные на значение при максимальном разное  $D_s(y_m)$ , показаны на рис. 1 для четырёх серий измерений. Видно, что структурные функции отклоняются от степенной зависимости (15) и даже насыщаются, выходя на постоянный уровень. Следовательно, в рамках гипотезы "замороженной" турбулентности [14, 32] в пределах масштабов  $y \approx V_{\perp} T$  ( $V_{\perp}$  — поперечная к трассе компонента скорости ветра, в эксперименте  $V_{\perp} \approx 2$  м с<sup>-1</sup>) флуктуации фазы можно считать однородными. В качестве оценки коэффициента корреляции флуктуаций фазы было взято следующее выражение:

$$\hat{b}_s(y) = \begin{cases} 1 - \frac{D_s(y)}{D_s(y_m)}, & y \leq y_m, \\ 0, & y > y_m. \end{cases} \quad (18)$$

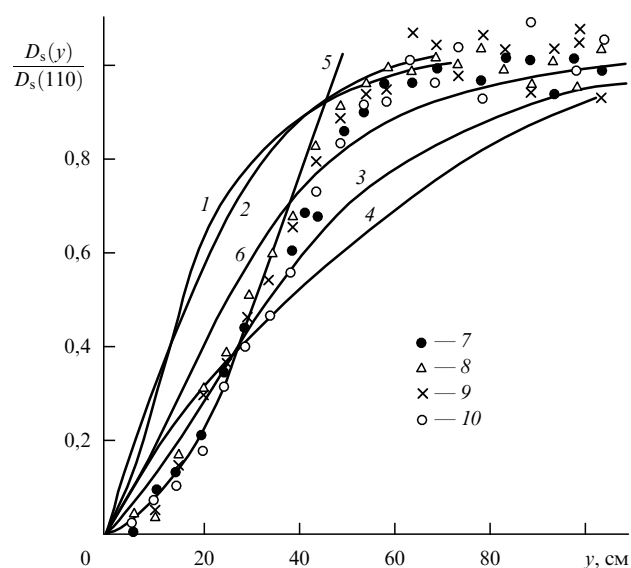
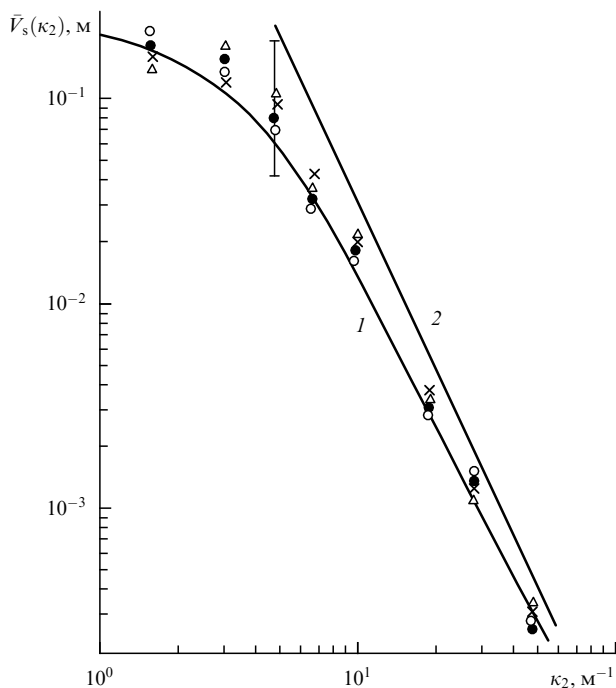


Рис. 1. Нормированные структурные функции фазы. Кривые 1, 3 — результаты расчёта при использовании модели спектра (26) (см. раздел 5): 1 —  $\kappa_{0K} = 6,5$  м<sup>-1</sup>, 3 —  $\kappa_{0K} = 3,2$  м<sup>-1</sup>. Кривые 2, 4 — результаты расчёта при использовании спектра (27): 2 —  $\kappa_{0R} = 26,5$  м<sup>-1</sup>, 4 —  $\kappa_{0R} = 11,8$  м<sup>-1</sup>. Кривая 5 — функция  $ay^{5/3}$ , где  $a$  выбирается по наилучшему совпадению с экспериментальными данными. Кривая 6 — расчёт по формуле (31) при  $\kappa_0 = 4,3$  м<sup>-1</sup>. Различными символами показаны экспериментальные данные из работы [37].



**Рис. 2.** Восстановленный по данным рис. 1 одномерный спектр флуктуаций фазы: 1, 2 — модельный спектр (20), асимптотика этого спектра при  $\kappa_0 = 4,3 \text{ м}^{-1}$  соответственно. Обозначения экспериментальных точек соответствуют рис. 1. Вертикальным отрезком показан 80%-ный доверительный интервал. (Из работы [37].)

Если также воспользоваться [37] представлением для корреляционной функции флуктуаций фазы в первом приближении [14] метода плавных возмущений, то по измеренным значениям коэффициента корреляции флуктуаций фазы (18) можно определить спектр флуктуаций фазы, обусловленный действием турбулентности. На рисунке 2 приведены результаты расчёта одномерной спектральной плотности флуктуаций фазы  $V_s(\kappa_2)$  по экспериментальным данным измерения структурной функции фазы  $D_s(y)$  (см. рис. 1).

Для обсуждения результатов этого эксперимента было также проведено сравнение экспериментальных данных с результатами расчётов на основе изотропной кармановской модели [24, 36] для спектральной плотности флуктуаций показателя преломления атмосферы  $\Phi_n(0, \kappa_2, \kappa_3)$ , учитывающей конечность внешнего масштаба, следующего вида:

$$\Phi_n(0, \kappa_2, \kappa_3) = 0,033 C_n^2 (\kappa_0^2 + \kappa_2^2 + \kappa_3^2)^{-11/6}, \quad (19)$$

здесь  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$  — волновое число, соответствующее внешнему масштабу турбулентности  $L_0$ ,  $C_n^2$  — структурный параметр [14, 26] показателя преломления.

В связи с тем, что в эксперименте были выполнены измерения одномерной структурной функции фазы (18), с использованием модели (19) было рассчитано выражение для одномерного спектра флуктуаций фазы  $V_s(\kappa_2)$ :

$$V_s(\kappa_2) = 2\pi k^2 L V_n(0, \kappa_2), \quad (20)$$

где  $V_n(0, \kappa_2) = \int_0^\infty d\kappa_3 \Phi_n(0, \kappa_2, \kappa_3)$  — одномерный спектр флуктуаций показателя преломления,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны излучения,  $L$  — длина однородной трассы.

На рисунке 2 проведено сравнение экспериментальных и модельных спектров флуктуаций фазы. Волновое число, соответствующее внешнему масштабу для модельного спектра (20),  $\kappa_0 = 4,3 \text{ м}^{-1}$  было выбрано по совпадению с экспериментальными значениями в точке максимальной частоты.

Соответствующая этому спектру нормированная структурная функция приведена на рис. 1 (кривая 1), кривая 2 на рис. 1 соответствует модели Колмогорова – Обухова

$$\Phi_n(0, \kappa_2, \kappa_3) = 0,033 C_n^2 (\kappa_2^2 + \kappa_3^2)^{-11/6}, \quad (21)$$

когда  $\kappa_0 \ll \kappa_2, \kappa_0 \ll \kappa_3$ .

Как видно из рис. 1, 2, спектры и структурные функции в целом соответствуют модели (21), однако отклонения экспериментальных функций от степенных зависимостей (кривые 2 на рис. 1, 2) наблюдаются при меньших пространственных частотах (больших масштабах) по сравнению с модельными функциями (кривые 1 на рис. 1, 2). Это означает, что при использовании кармановской модели спектра турбулентности (19) для расчётов характеристик оптических волн можно ожидать совпадения с результатами экспериментов только для конечного интервала пространственных и временных масштабов.

#### 4.2. Оптические измерения спектров пульсаций показателя преломления в конвективном потоке

Анализируя выводы, сделанные в разделе 4.1, следует отметить, что измерения в [37] проводились в реальной атмосфере, где присутствуют как конвективная составляющая турбулентности, так и её динамическая составляющая, обусловленная изменением среднего ветра. Теоретические оценки [8, 9, 26] показывают, что для атмосферы естественно принять гипотезу, согласно которой [38] вертикальные конвективные движения непосредственно не взаимодействуют с мелкомасштабной динамической турбулентностью, обусловленной наличием градиента средней скорости. Хотя турбулентность динамического происхождения порождает и вертикальные пульсации, их вклад в суммарную дисперсию при развитой конвекции пренебрежимо мал, и можно считать, что вертикальные движения обусловлены только конвекцией. Таким образом, атмосферную турбулентность следует рассматривать [24–26] в спектральном плане как сумму конвективной и динамической составляющих. Поэтому представляет интерес разделить поведение спектров каждой из этих составляющих турбулентности.

Такие исследования спектров пульсаций температуры [40] были проведены в искусственно создаваемом конвективном потоке. Экспериментальная установка, на которой моделируются условия чисто термической конвекции, представляла собой нагреваемую поверхность размером  $2 \times 1 \text{ м}^2$ . Нагревательные элементы, находящиеся под поверхностью, позволяют получать условия с различными градиентами температуры; величина градиента определяется током нагревательных элементов. Такой режим чисто термической турбулентности в отсутствие ветра в свободной атмосфере реализуется при неустойчивой температурной стратификации. Исследование турбулентности проводилось на основе оптических измерений.

При предположении однородности и изотропности флуктуаций показателя преломления на однородной ат-



мосферной трассе (в приближении плоской волны) существует следующая функциональная связь [14, 39] между статистическими характеристиками флуктуаций оптических волн  $B(\rho)$  и изотропным спектром турбулентности  $\Phi_n(\kappa)$  ( $\kappa^2 = \kappa_2^2 + \kappa_3^2$ ):

$$B(\rho) = \int_0^\infty d\kappa \kappa f(\kappa, L) \Phi_n(\kappa) J_0(\kappa \rho), \quad (22)$$

где  $\rho$  — расстояние между точками наблюдения в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света,  $f(\kappa, L)$  — спектральная фильтрующая функция, определяющая область спектра  $\Phi_n(\kappa)$ , дающего основной вклад во флуктуации данного параметра (интенсивности или фазы) волны,  $J_0(\kappa \rho)$  — функция Бесселя первого рода.

Показано [37, 38, 40], что решение интегрального уравнения (22) для получения спектра турбулентности из измерений  $B(\rho)$  на конечном интервале значений  $\rho$  является типичной обратной задачей [41]. Чтобы восстановить вид функции  $\Phi_n(\kappa)$  в инерционном и энергетическом интервалах волновых чисел  $\kappa$ , необходимо проводить одновременно измерения флуктуаций как интенсивности, так и фазы.

В работах [38, 40] описана экспериментальная схема для измерений флуктуаций фазы, представляющая собой интерферометр Майкельсона с двумя пучками. База  $\rho$  (расстояние между центрами пучков) изменялась от 1 см до 50 см. Измерение разности фаз между центрами пространственно разнесённых гауссовых пучков выполнялось с помощью аналого-цифрового измерителя фазы ИФАС (измеритель фазы аналоговый следящий) [29], пороговая чувствительность которого составляла 0,1 рад. Флуктуации интенсивности фиксировались на оси одного из пучков.

По данным синхронных реализаций конечной длительности для флуктуаций интенсивности и разности фаз рассчитывались временные коэффициенты корреляции флуктуаций фазы и интенсивности оптической волны. Восстановление спектра  $\Phi_n(\kappa)$  из (22) проводилось по совокупности коэффициентов корреляции фазы и интенсивности, соответствующих одной и той же реализации. Как известно, турбулентный режим [8, 9, 26] при конвекции обладает свойством автомодельности, т.е. коэффи-

циенты вязкости и температуропроводности не должны входить в число определяющих параметров, турбулентные характеристики зависят от единственного параметра, имеющего размерность длины, — высоты над нагретой поверхностью. Поэтому представляет интерес исследование спектров пульсаций показателя преломления в создаваемом потоке в зависимости от высоты над нагретой поверхностью.

Для этой цели проводились измерения флуктуаций интенсивности и разности фаз излучения, распространяющегося в конвективном потоке на трассе длиной 2 м. Высота трассы над подстилающей поверхностью нагревателя составляла последовательно 8, 14, 21 см. Излучение гелий-неонового лазера формировалось в два одинаковых коллимированных пучка, по структуре близких к неограниченной плоской волне. Пучки разносились в горизонтальном направлении на расстояние  $\rho$ . Измерялась величина  $V$  — средняя скорость всплывания температурных неоднородностей воздуха, что позволяло перейти от временных корреляционных функций к пространственным.

На рисунке 3 приведены оценки нормированных корреляционных функций флуктуаций интенсивности (рис. 3а) и фазы (рис. 3б) для различных высот над поверхностью. Можно отметить, что с возрастанием высоты над поверхностью увеличивается радиус корреляции флуктуаций фазы, что можно интерпретировать как высотное возрастание внешнего масштаба  $L_0$ , поскольку в условиях свободной конвекции происходит укрупнение турбулентных элементов с увеличением высоты. Корреляционная функция фазы измерялась в диапазоне от 1 до 13 см, что позволяло восстанавливать спектр  $\Phi_n(\kappa)$  для  $0,08 \text{ см}^{-1} \leq \kappa \leq 1 \text{ см}^{-1}$ , корреляция интенсивности измерялась в 100 точках с шагом  $\Delta = 0,026 \text{ см}$ , соответствующий интервал для спектра  $0,4 \text{ см}^{-1} \leq \kappa \leq 20 \text{ см}^{-1}$ . Сшивание спектров, восстановленных по данным интенсивности и фазы, позволило расширить интервал достоверного восстановления по сравнению с таковым в измерениях, в которых фиксировались флуктуации либо интенсивности, либо фазы. Расчёты показали, что при 8%-ной случайной ошибке измерения коэффициентов корреляции (22) спектр турбулентности оценивался в интервале  $0,05 \text{ см}^{-1} \leq \kappa \leq 20 \text{ см}^{-1}$  с ошибкой, не превосходящей измеряемую величину.

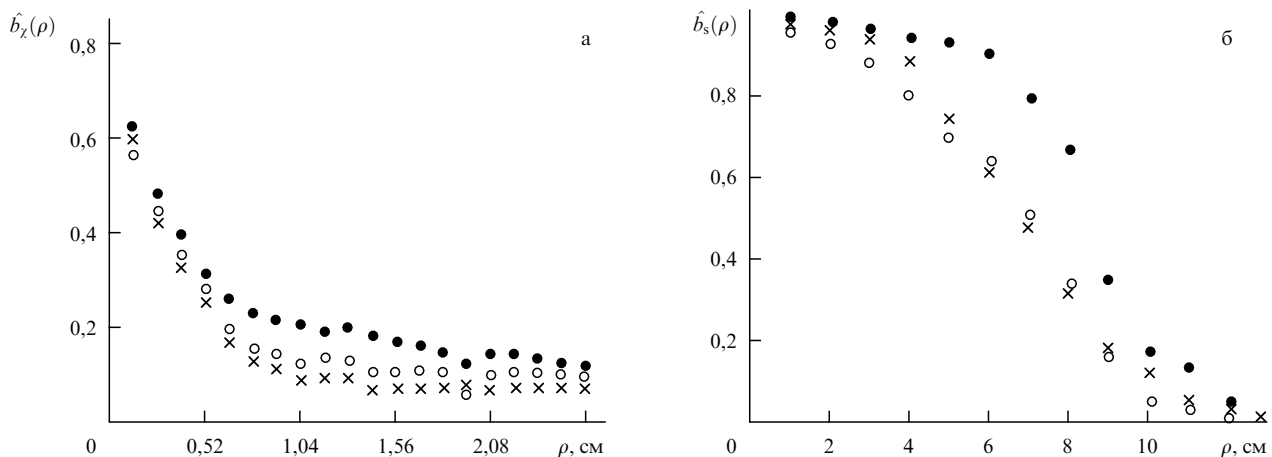


Рис. 3. Нормированная корреляционная функция флуктуаций интенсивности (а) и фазы (б) для высоты  $h = 8$  см (кресты), высоты 14 см (светлые кружки), высоты 21 см (тёмные кружки). (Из работы [40].)

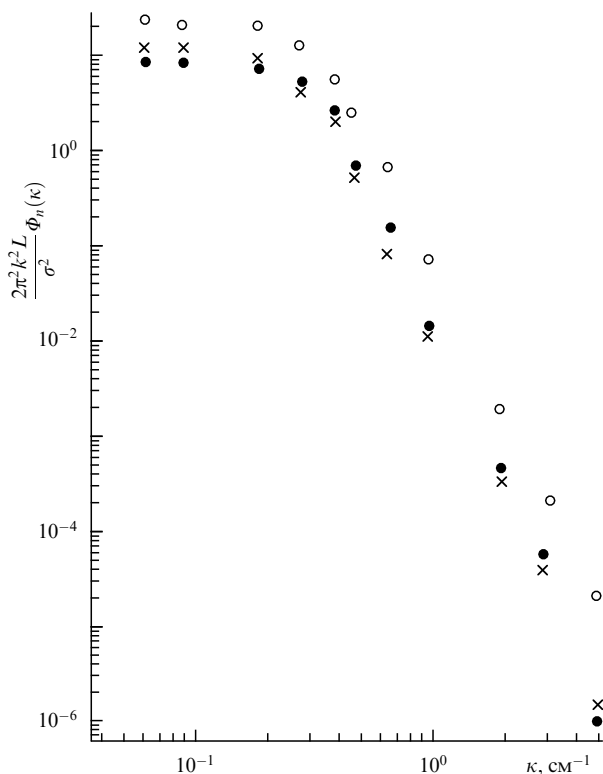


Рис. 4. Восстановленная спектральная плотность флуктуаций показателя преломления для различных высот [40] (обозначения те же, что и на рис. 3).

На рисунке 4 приведены спектры пульсаций показателя преломления для различных высот над подстилающей поверхностью. В ходе каждого спектра чётко различаются две области: область насыщения спектра и область, в которой поведение функции  $\Phi_n(k)$  описывается степенным законом. Наклон спектров близок к  $-11/3$ . Наиболее значительно спектры различаются в низкочастотной области, что связано с существованием монотонного возрастания внешнего масштаба турбулентности с высотой [42].

Восстановленные спектры  $\Phi_n(k)$  подчиняются степенному закону при  $k$  вплоть до  $20 \text{ см}^{-1}$ , что позволяет сделать вывод [43] о том, что величина внутреннего масштаба турбулентности  $l_0$  для данной турбулентной среды не превосходит нескольких миллиметров.

**4.3. Восстановления спектра турбулентности по данным синхронных измерений временных амплитудных и фазовых флуктуаций в атмосфере**

Используемые в разделах 4.1, 4.2 при восстановлении спектра турбулентности пространственные корреляционные функции флуктуаций фазы требуют достаточно длительных измерений, связанных с необходимостью изменения расстояния между интерферирующими лазерными пучками, но при этом практически невозможно обеспечить постоянство атмосферных характеристик. Поэтому возникла идея восстановить спектр из синхронных измерений спектров временных флуктуаций интенсивности и разности фаз.

Это заставило в конце 1970-х годов [44] объединить усилия Института оптики атмосферы СО АН СССР и Института физики атмосферы АН СССР. В качестве ис-

ходных уравнений были использованы выражения для спектров временных флуктуаций интенсивности и фазы оптической волны, прошедшей слой турбулентной атмосферы. Можно показать, что на основе результатов работ [3, 4] может быть выведено следующее уравнение:

$$\omega W_\chi(\omega) = 2,6 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6} X \int_X^\infty dk \left(1 - \frac{\sin \kappa^2}{\kappa^2}\right) \times \kappa^{-8/3} (\kappa^2 - X^2)^{-1/2} \varphi(\kappa D^{-1/2}), \tag{23}$$

связывающее временной спектр флуктуаций интенсивности  $W_\chi(\omega)$  с функцией  $\varphi$ , которая является поправкой (характеризующей отклонение от колмогоровского спектра) к одномерному степенному спектру показателя преломления следующего вида:

$$E_n(\kappa) \cong 0,4 C_n^2 \kappa^{-8/3} \varphi(\kappa \eta), \tag{24}$$

здесь  $X = \omega \sqrt{L/k} / V$  — безразмерная частота,  $L$  — длина оптической трассы в атмосфере,  $k$  — волновое число излучения,  $V$  — скорость ветра поперёк направления распространения света,  $D = L/(k\eta^2)$ ,  $C_n^2$  — структурный параметр показателя преломления,  $\eta = v^{3/4} \langle \epsilon \rangle^{-1/4}$  — колмогоровский масштаб,  $\epsilon$  — скорость диссипации энергии турбулентности,  $v$  — кинематическая вязкость воздуха.

Поправка  $\varphi(\kappa \eta)$  в инерционном интервале спектра тождественно равняется единице, а в интервале диссипации обеспечивает затухание. Задача восстановления спектра по данным оптических измерений фактически сводится к нахождению этой функции.

В то же время для исследования спектра  $E_n(\kappa)$  в инерционном и энергетическом интервалах следует отдать предпочтение фазовым измерениям [48, 65]. Соответствующее уравнение

$$\omega W_{\delta s}(\omega) = 10,4 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6} \sin^2 \left( \frac{\rho}{2} \sqrt{\frac{k}{L}} X \right) \times X \int_X^\infty dk \left(1 + \frac{\sin \kappa^2}{\kappa^2}\right) \kappa^{-8/3} (\kappa^2 - X^2)^{-1/2} \varphi(\kappa D^{-1/2}) \tag{25}$$

связывает временной спектр флуктуаций разности фаз  $W_{\delta s}(\omega)$  в точках, разнесённых на расстояние  $\rho$  в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, с функцией  $\varphi(\kappa \eta)$ . Спектр (разности) фаз  $W_{\delta s}(\omega)$  несёт большую информацию о спектре  $E_n(\kappa)$  в области малых волновых чисел, чем  $W_\chi(\omega)$ . В области высоких частот трудно обеспечить достаточно высокую точность измерения разности фаз [29, 30], поэтому для восстановления спектра турбулентности были использованы синхронные измерения обоих спектров и совместное решение уравнений (23) и (25).

Для определения перпендикулярной трассе компоненты средней скорости ветра  $V$ , входящей в уравнения (23) и (25), проводились измерения скорости и направления ветра синхронно с оптическими измерениями. Также выполнялись независимые измерения структурной постоянной поля температуры  $C_T^2$ , поскольку [14] для оптического диапазона длин волн  $C_n^2 \approx C_T^2 \langle dn/dT \rangle^2$ .

Блок-схема синхронных оптических измерений [43, 44] представлена на рис. 5. Измерения проводились в условиях степи близ г. Цимлянска. Пучки гелий-неонового лазера распространялись над ровной горизонталь-

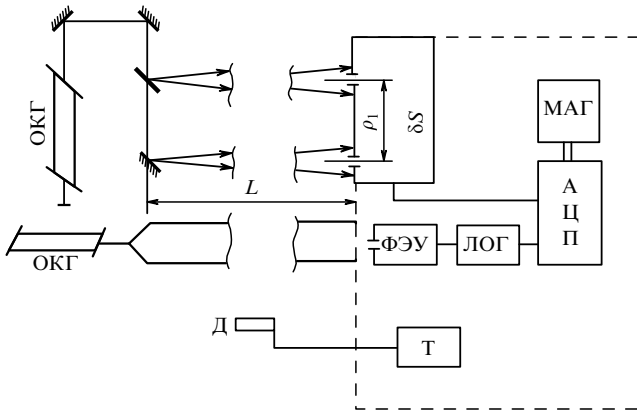


Рис. 5. Блок-схема эксперимента: ОКГ — гелий-неоновый лазер;  $\delta S$  — фазометр оптического диапазона; ФЭУ, ЛОГ, АЦП — составляющие схемы (фотоприёмник, усилитель, аналого-цифровой преобразователь); МАГ — многоканальный магнитофон; Д и Т — датчик и измеритель пульсаций температуры.

ной поверхностью на высоте 1,5 м. Протяжённость трассы составляла 47 м. В амплитудных измерениях использовался широкий (диаметром 5 см) коллимированный гауссов пучок. Параллельно первому пучку формировались ещё два пространственно разнесённых одинаковых пучка. В плоскости приёма с помощью оптического фазометра [29] регистрировались флуктуации разности фаз между центрами интерферирующих оптических пучков. Разности фаз измерялись на базах 55 и 5 см. Запись флуктуаций разности фаз и логарифма амплитуды проводилась с частотой выборки 46 кГц.

Средняя скорость и направление ветра измерялись чашечным анемометром и румбометром, укреплённым на высоте 1,5 м вблизи середины оптической трассы. Здесь же размещался датчик для измерения микропульсаций температуры. Определение  $C_T^2$  основывалось на измерении среднего квадрата флуктуаций температуры на фиксированной частоте около 3 Гц.

Для вычисления спектров  $W_{\delta s}$  использовались [43, 44] записи флуктуаций разности фаз длительностью 24 с, для вычислений  $W_\chi(\omega)$  — флуктуаций интенсивности длительностью 8 с. На рисунке 6 приведены три экспериментальных спектра флуктуаций интенсивности в верхней полосе рисунка, нижняя полоса представляет собой соответствующие спектры фаз на базах  $\rho$ , равных 55 и 5 см. Вертикальными отрезками на рисунке показана величина разброса экспериментальных данных. Рисунок 6 наглядно демонстрирует различную чувствительность  $\omega W_\chi(\omega)$  и  $\omega W_{\delta s}(\omega)$  к спектру показателя преломления на разных частотах. При обработке экспериментальных данных впервые была реализована идея совместного решения уравнений (23) и (25) для восстановления спектра турбулентности во всём диапазоне частот. Вертикальной штриховой линией на рис. 6 показано значение, на котором происходило сшивание восстановленных спектров.

Следует отметить, что уравнения (23) и (25) — это интегральные уравнения Абеля, определение решения которых при использовании экспериментальных данных представляет собой некорректную обратную задачу, требующую регуляризации [41, 45–47]. Решение этих уравнений проводилось методом статистической регуляризации [45, 46].

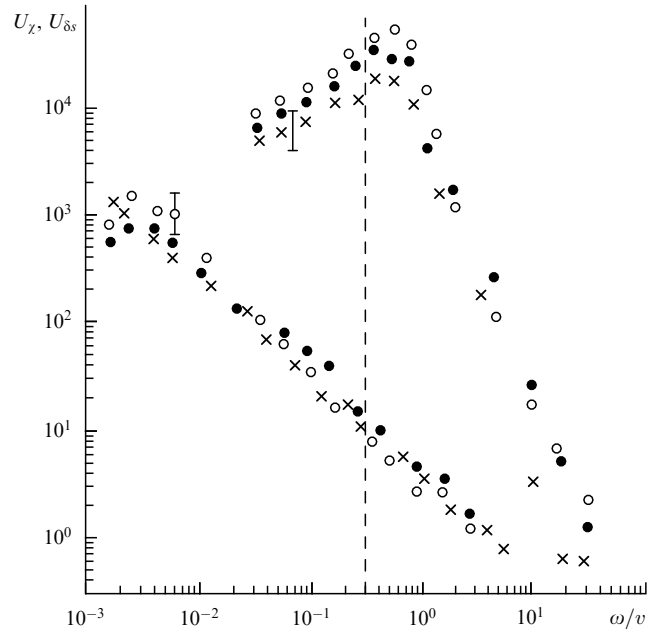


Рис. 6. Безразмерные спектры флуктуаций логарифма интенсивности световой волны  $U_\chi = \omega W_\chi(\omega)/(2,6C_n^2 k^{7/6} L^{11/6})$  — верхняя полоса экспериментальных данных; нижняя — безразмерные спектры флуктуаций разности фаз  $U_{\delta s} = \omega W_{\delta s}(\omega)/(1,04 \times 10^{-6} C_n^2 k^{7/6} L^{11/6})$ . Светлые кружки и косые кресты соответствуют измерениям на базе  $\rho = 55$  см, тёмные кружки — измерениям на базе  $\rho = 5$  см;  $v$  — поперечная скорость ветра. (По данным работы [44].)

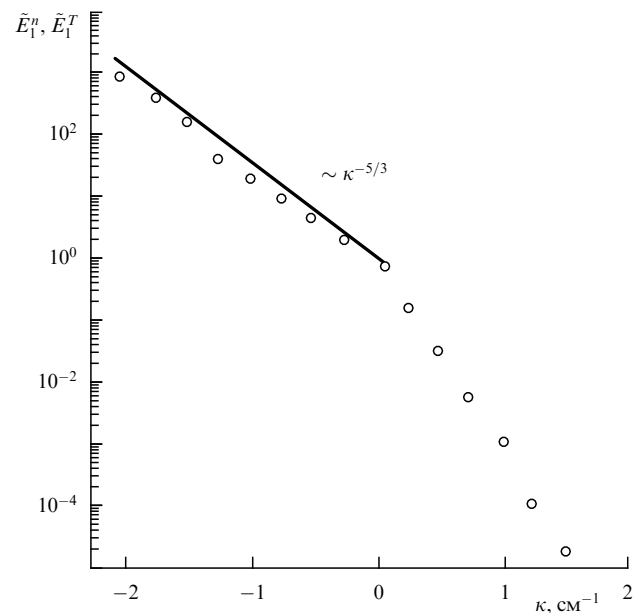


Рис. 7. Одномерный спектр показателя преломления, восстановленный по экспериментальным данным [44] (кружки), и одномерный спектр температуры из [7, 8] (сплошная кривая).

На рисунке 7 приведён спектр, рассчитанный по измеренным значениям. В области малых масштабов спектр имеет крутой спад, соответствующий интервалу диссипации энергии. Подобный результат был ранее получен в [48]. В результате совместных измерений [44] удалось существенно продвинуться в область низких частот (по сравнению с результатом [48]) в измерениях спектра показателя преломления. В этой области частот

имеются подобные измерения спектров температуры, полученные с помощью термометров сопротивления [49, 50]. Флуктуации показателя преломления в оптическом диапазоне определяются в основном флуктуациями температуры, поэтому можно сравнивать формы спектров этих величин. На рисунке 7 сплошной кривой показан спектр температуры [48], являющийся обобщением серии измерений при малых значениях числа Ричардсона ( $Ri = 0-2$ ) [7, 8].

Предложенная методика оптических измерений [43, 44] и обработки результатов позволила восстановить спектр показателя преломления в очень широком диапазоне масштабов (от 1,5 мм до 5 м), охватывающем энергетический, инерционный и вязкий интервалы. Эти результаты также показали, что для корректного описания спектра турбулентности в атмосфере требуется учёт его отклонения от модели Колмогорова–Обухова.

### 5. Анализ моделей спектра атмосферной турбулентности в области низких частот

В этом разделе проводится сравнительный анализ различных моделей спектров турбулентности, в которых используется конечный размер внешнего масштаба турбулентности. Такой анализ выполняется с целью как выбора наиболее удобной модели для проведения теоретических расчётов, так и поиска наиболее эффективной модели спектра турбулентности.

При анализе результатов натуральных измерений турбулентности в атмосфере (см. рис. 1 и 4) всегда возникал справедливый вопрос о том, чем обусловлено отклонение в области низких частот спектра турбулентности от классического степенного вида.

Спектр  $E(\kappa)$  или соответствующий ему спектр пульсаций показателя преломления  $\Phi_n(\kappa)$  не позволяют рассчитывать статистические характеристики флуктуаций фазы оптических волн, распространяющихся в турбулентной атмосфере, поскольку последние определяются поведением спектра энергии турбулентности в области энергетического интервала. В то же время ряд экспериментальных результатов: измерений корреляционных и структурных функций флуктуаций фазы оптических волн [30–34], корреляции смещения центров тяжести пространственно ограниченных гауссовых пучков [35, 36], а также прямых измерений структурной функции флуктуаций температуры [49, 50] — указывают на существенное отклонение реальных спектров  $E(\kappa)$  (и соответствующих спектров  $\Phi_n(\kappa)$ ) от модели (9) в области малых  $\kappa$ .

Вместе с тем результаты измерения спектров пульсаций показателя преломления (или температуры) по данным измерений флуктуаций оптических волн, распространяющихся в атмосфере, в частности, показали, что восстановленные спектры пульсаций показателя преломления неплохо описываются моделью Кармана, учитывающей конечность внешнего масштаба турбулентности [31, 44, 51].

#### 5.1. Наиболее употребительные модели спектра турбулентности в области низких частот

Спектральная плотность флуктуаций показателя преломления  $\Phi_n(\kappa)$  в энергетическом интервале ( $\kappa < L_0^{-1}$ ), в отличие от таковой в инерционном интервале волновых чисел, не является универсальной функцией [14, 51–55]. Высказывались мнения [8, 14, 38, 39, 49], что спектр в

области низких частот зависит как от профиля подстилающей поверхности (для малых высот), так и от метеоусловий. Естественно, форма спектра турбулентности будет изменяться, например, при изменении высоты над подстилающей поверхностью, а также при вариации степени термодинамической устойчивости турбулентности. Поэтому предположение о локальной однородности и изотропности спектра турбулентности уже может не выполняться.

Вместе с тем для расчёта статистических характеристик оптических волн (оценки дисперсий флуктуаций) необходимы достаточно простые и удобные модели спектра. Уже достаточно давно широкое применение нашли следующие изотропные модели спектра  $\Phi_n(\kappa)$ , учитывающие отклонение от степенного закона в области внешнего масштаба турбулентности, а именно:

— модель Кармана (von Karman) [24, 26, 30, 51]

$$\Phi_n(0, \kappa) = 0,033 C_n^2 (\kappa_{0K}^2 + \kappa^2)^{-11/6}, \quad (26)$$

— экспоненциальная модель [36, 56, 57], которую иногда называют "русской моделью",

$$\Phi_n(0, \kappa_2, \kappa_3) = 0,033 C_n^2 \kappa^{-11/6} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_{0R}^2}\right) \right], \quad (27)$$

— модель Гринвуда–Таразано (Greenwood–Tarazano) [54]

$$\Phi_n(0, \kappa) = 0,033 C_n^2 \left( \frac{\kappa^2}{\kappa_{0G}^2} + \frac{\kappa}{\kappa_{0G}} \right)^{-11/6}. \quad (28)$$

Здесь  $\kappa_{0K} = 2\pi/L_{0K}$ ,  $\kappa_{0R} = 2\pi/L_{0R}$ ,  $\kappa_{0G} = 2\pi/L_{0G}$ ,  $L_{0K}$ ,  $L_{0R}$ ,  $L_{0G}$  — внешние масштабы моделей (26)–(28).

Естественно, модели (26)–(28) только частично описывают поведение спектра в низкочастотной области. В частности, эти модели по-разному ведут себя в области низких частот, а общим для всех них является наличие инерционного интервала и конечность интеграла по спектру вида  $\int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi_n(0, \kappa)$ . Следовательно, для всех этих моделей объёмная плотность турбулентной энергии также конечна. Кроме того, все эти модели правильно описывают инерционный интервал спектра, в котором имеет место степенная колмогоровская зависимость вида (9).

В свою очередь параметры моделей (26)–(28), такие как структурный параметр показателя преломления  $C_n^2$  и внешний масштаб турбулентности  $L_0$ , могут описываться самостоятельными моделями, например, как функции высоты  $h$  над подстилающей поверхностью. В литературе известны прежде всего различные модели [58–66] высотного поведения (хода) структурного параметра показателя преломления атмосферы  $C_n^2$ . При этом в совокупное понятие модели для структурного параметра показателя преломления атмосферы обычно входит следующая информация:

— характерное значение структурного параметра показателя преломления атмосферы  $C_n^2$  у Земли для данной местности и её возможные вариации (суточные и сезонные);

— изменение  $C_n^2(h)$  с высотой  $h$  над подстилающей поверхностью;

— суточные, сезонные и другие вариации на вертикальных атмосферных трассах интегрального значения

$\int_0^H dh C_n^2(h)$  от уровня подстилающей поверхности до некоторой высоты  $H$ .

В то же время информация о поведении внешнего масштаба турбулентности  $L_0$  достаточно ограничена. Вместе с тем для малых высот над подстилающей поверхностью  $h$  в условиях конвективной турбулентности общепринятым [24, 65] считается, что величина внешнего масштаба возрастает с высотой,  $L_0 \sim h$ . Для высот  $h$  более 20 м некоторые авторы, в том числе Д. Фрид [42], рекомендуют использовать модель  $L_0 \approx 2\sqrt{h}$  (при этом  $h$  и  $L_0$  измеряются в метрах). Для высот более 100 м обычно принимают значение  $L_0 = \text{const}$ . В то же время известны [52] измерения  $L_0(h)$  во Франции в Обсерватории Верхнего Прованса (ОВП) (Observatory de Haute Provence), которые аппроксимированы аналитической формулой:

$$L_0(h) = \frac{4}{1 + [(h - 8500)/2500]^2}, \quad (29)$$

а также имеются данные измерений [55] в Чили в Обсерватории Ла-Силла (La Silla) (принадлежащей Европейской южной обсерватории), где предложена похожая формула:

$$L_0(h) = \frac{5}{1 + [(h - 7500)/2000]^2}. \quad (30)$$

В последних двух моделях высота  $h$  измеряется в метрах.

Известна также модель [55] внешнего масштаба  $L_0$ , которая использует определение, введённое В.И. Татарским [14]. Конечно, следует отдавать себе отчёт в том, что внешние масштабы во всех этих моделях должны несколько отличаться друг от друга, но, безусловно, они должны быть сравнимыми величинами.

## 5.2. Сопоставление параметров моделей спектра турбулентности с данными оптических измерений

Вместе с тем представляется, что наиболее объективно вести речь о сопоставлении не самих моделей (26)–(28), а некоторых измеряемых оптических параметров. Это впервые было сделано с использованием данных измерений структурной функции фазы в работе [44]. Результаты приведены на рис. 1, где проводится сопоставление трёх моделей: моделей (26), (27) и Колмогорова – Обухова (9). Предварительно с использованием моделей (26), (27) были рассчитаны коэффициенты корреляции фазы  $b_s(y)$ , которые соответственно представляются следующим образом:

$$b_s(y) = \frac{\Gamma(1/6)}{\pi} \left( \frac{y\kappa_{0K}}{2} \right)^{5/6} K_{-5/6}(y\kappa_{0K}), \quad (31)$$

$$b_s(y) = \frac{{}_1F_1\left(-5/6, 1; \left(\frac{y\kappa_{0R}}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{y\kappa_{0R}}{2}\right)^{5/3}}{\Gamma(11/6)}, \quad (32)$$

где  $K_{-5/6}(x)$  — функция Макдональда,  ${}_1F_1(\alpha, \beta; x)$  — вырожденная гипергеометрическая функция Гаусса.

При сравнении [44] расчётных и экспериментальных коэффициентов корреляции (см. рис. 1) специально подбирались параметры  $\kappa_{0K}$  и  $\kappa_{0R}$  по наилучшему совпадению измеренных значений  $D_s(y)/D_s(y_m)$  с величиной  $(1 - b_s(y))$  в области насыщения (кривые 1, 3) и на участке степенного ( $D_s(y) \sim y^{5/3}$ ) возрастания (кривые 2, 4).

Кривая 5 соответствует рассчитанной структурной функции фазы для чисто колмогоровской модели (9), т.е. функции  $ay^{5/3}$ , где  $a$  выбирается по наилучшему согласию с экспериментальными данными.

Из сравнения видно, что модели (26), (27) в целом хорошо описывают тенденцию поведения структурной функции фазы, однако не могут обеспечить совпадение во всём интервале точек наблюдения. Для модели (26) значения внешнего масштаба  $L_{0K}$ , обеспечивающие наилучшее совпадение (см. рис. 1), лежат в интервале 0,96–1,96 м. Таким образом, наиболее вероятное значение внешнего масштаба действительно оказывается сопоставимым с высотой 1,2–1,5 м над подстилающей поверхностью, на которой проводились измерения в работе [44]. Напомним, что измерения в этой работе выполнялись на горизонтальной атмосферной трассе над ровной подстилающей поверхностью.

## 5.3. Сравнение различных моделей спектра турбулентности

Первые попытки сопоставления расчётов дисперсии флуктуаций фазы оптической волны в турбулентной среде на основе моделей (26)–(28), учитывающих конечность величины внешнего масштаба турбулентности, были предприняты в работах [67–73]. Следует отметить, что позднее эти расчёты были повторены специалистами из Мексики [74], правда, без какого-либо цитирования российских работ [67–73].

В статьях [67–69] были проанализированы несколько моделей двумерной спектральной плотности флуктуаций показателя преломления  $\Phi_n(0, \kappa)$  атмосферы. Для взаимного сравнения были взяты наиболее употребительные модели, а именно модель Кармана (26), экспоненциальная модель (27) и модель Гринвуда – Таразино (28). Естественно, внешние масштабы в этих моделях несколько отличаются друг от друга. Сопоставление указанных моделей было проведено [70, 71, 73] на основе расчёта дисперсии флуктуаций фазы оптической волны, распространяющейся в приземном слое турбулентной атмосферы. Причём в качестве исходного использовалось выражение для описания флуктуаций фазы оптической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере, в приближении метода плавных возмущений [14].

Для простоты анализа выполнено сравнение дисперсии флуктуаций фазы для моделей (26)–(28) на однородной атмосферной трассе. Имеем соответственно [71–73] для этих моделей

$$\langle S \rangle_K \approx \frac{12}{5} 0,033\pi^2 k^2 C_n^2 L \kappa_{0K}^{5/3}, \quad (33)$$

$$\langle S \rangle_R \approx \frac{12}{5} 0,033\pi^2 \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) k^2 C_n^2 L \kappa_{0R}^{5/3}, \quad (34)$$

$$\langle S \rangle_G \approx 4\pi^2 0,033 \frac{\Gamma(1/6)\Gamma(5/3)}{\Gamma(11/6)} k^2 C_n^2 L \kappa_{0G}^{5/3}. \quad (35)$$

Из условия равенства дисперсий флуктуаций фазы, вычисленных с использованием различных моделей,

$$\langle S \rangle_K = \langle S \rangle_R = \langle S \rangle_G \quad (36)$$

получим взаимные соотношения между их соответствующими внешними масштабами и их волновыми па-

раметрами для моделей (26)–(28):

$$\kappa_{0K}^{-1} = 2,84\kappa_{0R}^{-1}, \quad \kappa_{0K}^{-1} \approx 3,71\kappa_{0G}^{-1}, \quad \kappa_{0R}^{-1} \approx 1,32\kappa_{0G}^{-1}. \quad (37)$$

В результате расчёты оптических характеристик, выполненные с использованием одной модели спектра, можно привести к другой модели, используя соотношения (37). В связи с этим следует заметить, что российская модель (27) является наиболее удобной для проведения аналитических расчётов. Отметим, что в работе [73] приведены полезные для астрономов расчёты параметров оптических волн для случая спектра турбулентности с конечным внешним масштабом турбулентности. Этими результатами можно пользоваться для практических оценок.

### 6. Исследование анизотропии атмосферной турбулентности в низкочастотной области спектра

Отметим одно из важнейших свойств атмосферной турбулентности — непрерывность движения, а именно то, что вклад в пульсации показателя преломления в каждый момент времени дают неоднородности всех масштабов. Наиболее крупные неоднородности — это неоднородности, вызванные распадом крупномасштабных средних движений: зональных ветров, атмосферных фронтов, неоднородностей радиационного режима. Все эти движения, распадаясь вследствие неустойчивости, служат основой всего спектра турбулентных неоднородностей. Область крупномасштабных неоднородностей наиболее сильно связана со всеми местными метеорологическими параметрами, прежде всего с распределениями скорости ветра, температуры и их градиентов. Для приземного слоя эта область (с неоднородностями размером, превышающим несколько метров) носит название области энергопроизводящих вихрей и характеризуется, как правило, неизотропностью свойств, т.е. неоднородности обладают свойствами, зависящими от направления.

Корректное описание фазовых флуктуаций оптических волн требует уже учёта отклонения спектра атмосферной турбулентности от степенного закона Колмогорова–Обухова в области низких пространственных частот [8, 9, 39, 70, 71]. В то же время именно эта область спектра турбулентности является наиболее плохо изученной. Представляется, что одним из важных свойств спектра турбулентности в низкочастотной области может быть анизотропия.

Если оставаться в рамках модельного описания для спектральной плотности флуктуаций показателя преломления атмосферы при расчёте фазовых флуктуаций оптических волн, то можно предложить как наиболее приемлемую [67, 68] следующую модель:

$$\begin{aligned} \Phi_n(0, \kappa_2, \kappa_3) &= 0,033C_n^2(X)(\kappa_2^2 + \kappa_3^2)^{-11/6} \times \\ &\times \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\kappa_2^2}{\kappa_{02}^2} - \frac{\kappa_3^2}{\kappa_{03}^2}\right) \right], \end{aligned} \quad (38)$$

где  $X$  — координата, вдоль которой происходит распространение оптической волны,  $\kappa_{02}$  и  $\kappa_{03}$  — ортогональные спектральные составляющие двумерного волнового вектора, соответствующие компонентам размеров внешнего масштаба.

Модель (38) является изотропной в инерционном интервале волновых чисел и может описывать анизотропию спектра при неравенстве составляющих ( $\kappa_{02} \neq \kappa_{03}$ ) внешнего масштаба вне инерционного интервала.

Среди характеристик оптических волн, распространяющихся в турбулентной атмосфере, наиболее чувствительными к анизотропии турбулентного спектра являются дисперсии ортогональных составляющих случайных смещений центра тяжести формируемого изображения (или оптического пучка излучения) оптического источника. Естественно, свойства соответствующих статистических характеристик оптических волн также оказываются зависящими от направления.

Рассмотрим особенности случайных смещений оптического изображения, формируемого в приземном слое атмосферы на горизонтальной атмосферной трассе. Известно, что положение оптического изображения для удалённого источника, формируемого в фокальной плоскости оптического (линзы) объектива (радиус  $R$ , фокусное расстояние  $F$ ), определяется [4, 35, 75, 76] положением его центра тяжести:

$$\mathbf{p}_{c.g.} = \frac{\iint d^2\rho \rho I_F(\rho)}{\iint d^2\rho I_F(\rho)}, \quad (39)$$

где  $I_F(\rho)$  — распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы, которое даётся следующей формулой [4, 5]:

$$\begin{aligned} I_F(\rho) &= \frac{k^2}{4\pi^2 F^2} \iint d^2\rho_1 d^2\rho_2 U(\rho_1)U^*(\rho_2) \times \\ &\times \exp\left[-i\frac{k\rho}{F}(\rho_1 - \rho_2)\right], \end{aligned} \quad (40)$$

где  $U(\rho_1)$  — оптическое поле, прошедшее турбулентный слой.

В (39) интегрирование выполняется по освещённой поверхности объектива. Поскольку основную роль в явлении дрожания изображения играют фазовые флуктуации, пренебрегая амплитудными флуктуациями, получаем для дисперсии смещений центра тяжести  $\langle \rho_{c.g.}^2 \rangle$  следующее выражение:

$$\langle \rho_{c.g.}^2 \rangle = \frac{F^2}{k^2 \Sigma^2} \iint d^2\rho \rho \nabla^2 B_s(\rho). \quad (41)$$

Здесь  $\Sigma$  — площадь освещённой поверхности линзы,  $B_s(\rho)$  — корреляционная функция флуктуаций фазы оптической волны  $U(\rho)$ , угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю флуктуаций.

Используя определение (39), можно записать соответствующие выражения для составляющих компонент  $(\rho_y, \rho_z)$  вектора дрожания изображения  $\mathbf{p}_{c.g.}$ . Оценка как суммарной дисперсии  $\langle \rho_{c.g.}^2 \rangle = \langle \rho_y^2 \rangle + \langle \rho_z^2 \rangle$ , так и её составляющих  $\langle \rho_y^2 \rangle$ ,  $\langle \rho_z^2 \rangle$  возможна только при известной корреляционной (или структурной) функции флуктуаций фазы.

Результаты расчётов таких величин сопоставлялись с данными экспериментов [75–79]. Для проведения экспериментов по изучению дисперсии дрожания изображения в двух взаимно перпендикулярных направлениях  $\langle \rho_y^2 \rangle$  и  $\langle \rho_z^2 \rangle$  было разработано следящее устройство [77] на основе координатно-чувствительного фотоприёмника, позволяющее измерять эти дисперсии одновременно. Эксперименты проводились в условиях как модельной

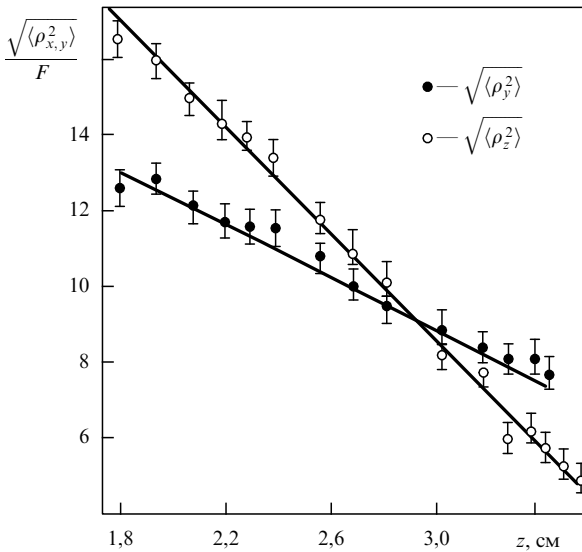


Рис. 8. Высотная зависимость среднеквадратического отклонения случайного смещения пучка. (Данные из работ [75, 76].)

термической турбулентности [75–77], так и реальной атмосферы [78–81].

Прежде всего рассмотрим результаты [75, 76] модельного эксперимента, в котором использовалась описанная в разделе 4.2 установка, генерирующая на трассе длиной 2 м конвективную развитую турбулентность. Величина дисперсий, составляющих дрожание изображения,  $\langle \rho_y^2 \rangle$  и  $\langle \rho_z^2 \rangle$  оценивались по данным измерений за 100 с. При анализе полученных данных (рис. 8) отмечалось резкое различие среднеквадратичных значений случайных смещений пучка в вертикальном  $\langle \rho_z^2 \rangle$  и в поперечном  $\langle \rho_y^2 \rangle$  направлениях, что указывает на анизотропию турбулентности. Измерения дисперсий  $\langle \rho_y^2 \rangle$  и  $\langle \rho_z^2 \rangle$  проводились на нескольких фиксированных высотах (на рис. 8 это соответствует изменению значения величины  $z$ ) при различных режимах турбулентности. На малых высотах над генератором турбулентности с повышением градиента температуры (с возрастанием термодинамической неустойчивости) увеличивается различие между соответствующими дисперсиями  $\langle \rho_y^2 \rangle$  и  $\langle \rho_z^2 \rangle$ , т.е. возрастает анизотропия спектра. Вытянутость наиболее крупномасштабных неоднородностей показателя преломления, по-видимому, максимальна на малых высотах, именно поэтому анизотропия свойств среды здесь наиболее существенна. С увеличением высоты распространения оптических волн турбулентные неоднородности становятся более изотропными, а дисперсии  $\langle \rho_y^2 \rangle$  и  $\langle \rho_z^2 \rangle$  уравниваются.

Подобные измерения на открытых атмосферных трассах были выполнены [75, 56] в г. Цимлянске и г. Томске. Измерения проводились на научной базе Института физики атмосферы АН СССР (Цимлянск) и на научном полигоне Института оптики атмосферы СО АН СССР (Томск). Оптические измерения флуктуаций дрожания изображения оптического пучка на трассе протяженностью 40,4 м (высота распространения лазерного пучка 1,15 м над подстилающей поверхностью) сопровождалась синхронными измерениями градиентов температуры  $T$ , а также вертикальной и поперечной компонент средней скорости ветра  $V_y$  и  $V_z$ . В результате обработки данных измерений оптических и метеорологических параметров получены значения дисперсии дрожания изобра-

жения оптического излучения  $\langle \rho_y^2 \rangle$ ,  $\langle \rho_z^2 \rangle$  а также соответствующие частотные спектры флуктуаций  $W_y$ ,  $W_z$ . По измеренному положению максимума в спектрах и известным компонентам средней скорости  $V_y$  и  $V_z$  можно оценить величину внешнего масштаба турбулентности  $L_0$ , а также его составляющих  $L_{0y}$ ,  $L_{0z}$ . При этом  $L_{0y}$  и  $L_{0z}$  понимаются как размеры внешнего масштаба по двум направлениям: вертикальному и поперечному. Отношение дисперсий  $\langle \rho_y^2 \rangle / \langle \rho_z^2 \rangle$ , характеризующее анизотропию спектра турбулентности в области низких частот, изменялось от величины порядка 1 до 2,1.

В измерениях [75, 76] было обнаружено, что как сама величина  $L_0$ , так и её составляющие  $L_{0y}$ ,  $L_{0z}$  изменяются в зависимости от величины термодинамической устойчивости атмосферы. По данным этих оптических измерений рассчитывались значения внешнего масштаба турбулентности  $L_0$ , и, как оказалось, его величина лежит в интервале от 4 до 1,25 м (отметим, что высота оптической трассы в измерениях составляла 1,15 м).

Данные синхронных метеорологических измерений, сопровождающие оптические измерения, позволяли провести расчёты структурного параметра температуры  $C_T^2$ , вертикального градиента средней температуры  $(\Delta T / \Delta z)$ , а далее рассчитать внешний масштаб по метео данным  $L_{0\text{meteo}}$ , используя определение, данное В.И. Татарским в работе [14], по следующей формуле:

$$L_{0\text{meteo}} = \left( \frac{C_T^2}{2,8(\Delta T / \Delta z)^2} \right)^{3/4}. \quad (42)$$

В результате оказалось, что сопоставление [75–79] оптических измерений  $L_0$  и  $L_{0\text{meteo}}$  по формуле (42) даёт высокую корреляцию, хотя о полном совпадении значений  $L_0$  и  $L_{0\text{meteo}}$  говорить всё же нельзя.

Отметим, что соответствующие составляющие внешнего масштаба  $L_{0y}$  и  $L_{0z}$  рассчитывались по данным измерений положения максимумов частотных спектров  $fW_y(f)$ ,  $fW_z(f)$  на основе [81, 86] использования простой зависимости следующего вида:

$$f_{\text{max}} = \frac{\sqrt{3}V_{y,z}}{L_{0y,z}}, \quad (43)$$

где  $f_{\text{max}}$  — положение максимума на спектрах  $fW_y$ ,  $fW_z$ ;  $V_y$ ,  $V_z$  — составляющие поперечной скорости ветра, измеряемые в эксперименте с помощью лазерного доплеровского анемометра,  $L_{0y}$ ,  $L_{0z}$  — составляющие внешнего масштаба,  $L_0^2 = L_{0y}^2 + L_{0z}^2$ .

В 1982 г. в районе станции Зеленчукской (на вершине горы Семиродники) вблизи астрономического шестиметрового телескопа БТА (Большой телескоп азимутальный) на горизонтальной трассе  $L = 1685$  м подобные измерения были повторены, но в условиях турбулентности на высоте порядка 2000 м над уровнем моря. При этом также измерялись [79] дисперсии случайного дрожания изображения оптического источника в двух взаимно перпендикулярных направлениях,  $\langle \rho_y^2 \rangle$  и  $\langle \rho_z^2 \rangle$ . Оптические измерения сопровождалась измерениями метеорологических параметров (температуры  $T$  и средней скорости ветра  $V$ ). Дрожание изображения измерялось в фокусе телескопа ТТ-600 с диаметром зеркала 600 мм. Анализу [79, 80] подвергалось отношение дисперсий  $K = \langle \rho_y^2 \rangle / \langle \rho_z^2 \rangle$ .

Оказалось, что при малых градиентах температуры среднее значение величины  $K$  равнялось 1,20, т.е. верти-

кальные случайные смещения изображения практически совпадают с горизонтальными. При больших градиентах температуры и малых значениях скорости ветра анизотропия становится более резкой:  $K = 2,89$ . При увеличении скорости ветра коэффициент, характеризующий анизотропию, уменьшается ( $K = 2,14$ ).

В целом, по результатам экспериментальных измерений в приземном слое атмосферы можно сформулировать следующий вывод: в приземном слое атмосферы (на высоте  $h \sim 1,5-3$  м) практически всегда имеет место анизотропия дрожания изображения [75–77]. Опосредованно это позволяет говорить о проявлении анизотропии турбулентности. Отметим, что подобные выводы об анизотропии спектра турбулентности ранее делались по результатам работы [82].

**7. О связи величины внешнего масштаба турбулентности с изменением метеоситуации**

Как сказано в разделе 5, в экспериментах в атмосфере обнаружено, что анизотропия флуктуаций положения оптического пучка, прошедшего слой турбулентной среды, зависит [51–54] от изменяющихся метеоусловий в атмосфере. Ниже приведено описание эксперимента по детальной проверке этого положения.

Во многих работах по теории турбулентности [8, 9, 14, 16–18] на основе многочисленных экспериментов достаточно твёрдо установлено, что поведение спектра турбулентности температуры или показателя преломления атмосферы в низкочастотной области для приземного слоя уже не может быть описано с помощью единственного параметра — интенсивности турбулентности. Также установлено, что для крупномасштабных неоднородностей, близких к внешнему масштабу турбулентности, предположение о локальной изотропности является некорректным [4, 6, 13] для условий реальной атмосферы.

**7.1. Связь величины внешнего масштаба с параметром термодинамической устойчивости**

В практике расчётов флуктуаций оптических полей нашли применение различные модели [70–74], описывающие спектр в области крупных масштабов. Эти модели имеют уже два параметра, в качестве второго параметра выступает так называемый внешний масштаб  $L_0$ . При расчётах использовались различные модели спектра турбулентности, а совпадение экспериментальных данных и результатов расчёта достигалось подбором параметра  $L_0$ . Как показали результаты [42, 65, 78], величина внешнего масштаба оказывается сравнимой с высотой распространения оптического луча над подстилающей поверхностью. Однако имеются существенные различия [82–94] в оценках величины  $L_0$  разными авторами.

Причина этого различия состоит, по-видимому, в следующем. В реальной атмосфере наряду с мелкомасштабной турбулентностью присутствуют более крупномасштабные движения, имеющие различную природу. Последние могут быть вызваны, например, радиационной пестротой подстилающей поверхности, экранированием подстилающей поверхности облачными структурами и рядом других факторов. Эти крупномасштабные образования можно рассматривать в приземном слое как медленные изменения внешних условий, определяющих генерацию мелкомасштабной турбулентности. Причём параметры турбулентности (и её модели) для приземно-

го слоя должны изменяться во времени с характерным масштабом этих крупных структур.

Поэтому, если параметр модели  $L_0$  подбирать, например, на основе синхронных измерений флуктуаций фазы оптической волны и интенсивности турбулентности  $C_T^2$ , то они должны сопровождаться ещё и измерениями средних метеопараметров. Экспериментальные измерения [78] проводились в условиях однородной подстилающей поверхности на горизонтальных трассах протяжённостью 15, 40, 45 м, высота распространения оптических пучков над подстилающей поверхностью 1,2 м. Измерялась структурная функция фазы [29] для разносов оптических пучков  $\rho \approx 3$  м, т.е. для таких разносов, когда  $D_s(\rho \rightarrow \infty) = 2\sigma_s^2$ , где  $\sigma_s^2$  — дисперсия флуктуации фазы в неограниченной плоской волне.

Для проведения сравнения с данными эксперимента [78] была рассчитана дисперсия флуктуаций фазы в приближении метода плавных возмущений с использованием кармановской модели спектра турбулентности (26) и модели (28). Как оказалось, значения внешнего масштаба  $L_0$  для этих моделей сопоставимы.

Согласно расчётам для модели (26) имеем

$$D_s(\rho \rightarrow \infty) = 2\sigma_s^2 = \frac{24}{5} 0,033\pi^2 k^2 C_n^2 L L_0^{5/3}. \tag{44}$$

На рисунке 9 приведена гистограмма измеренных значений  $L_0$ , характеризующая частоту появления определённого значения внешнего масштаба для модели (26). Рисунок 10 представляет гистограмму распределения внешнего масштаба для модели (28). Из сравнения этих двух гистограмм видно, что для модели Гринвуда – Таразано (28) характерны меньшие размеры внешнего масштаба, чем для модели Кармана (26).

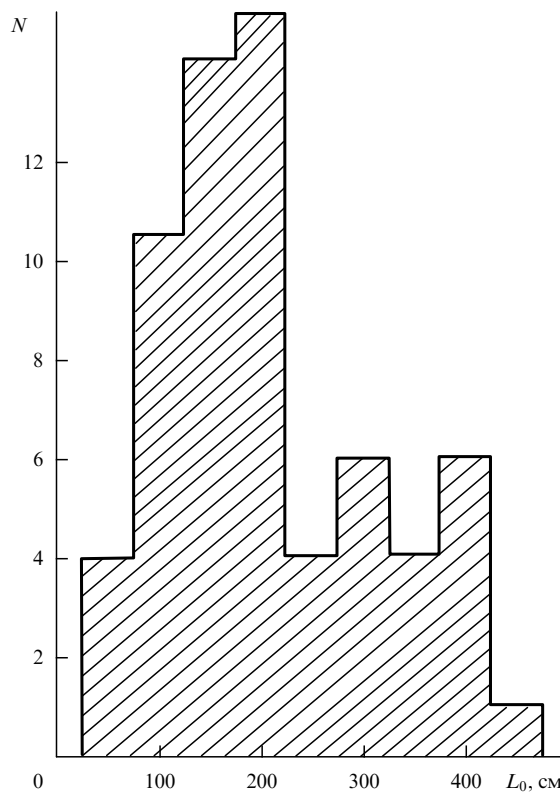


Рис. 9. Гистограмма измеренных значений внешнего масштаба для модели турбулентности (26). (По данным работы [78].)



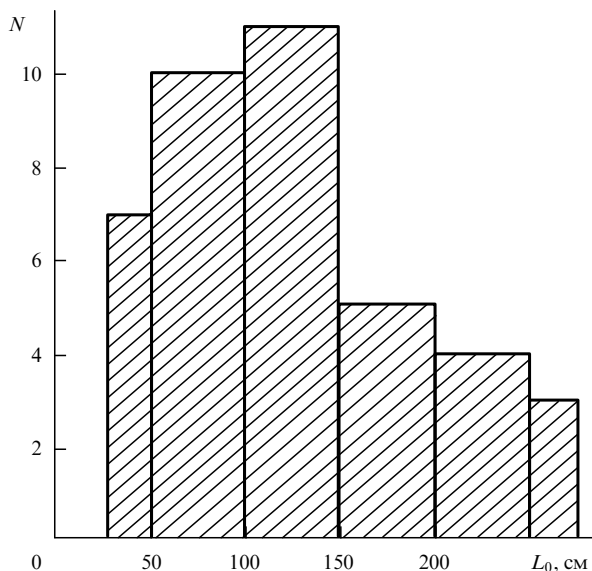


Рис. 10. Гистограмма измеренных значений внешнего масштаба для модели турбулентности (28). (По данным работы [78].)

Поскольку измерения масштабов  $L_0$ , приведённые на рис. 9, 10, получены при изменяющихся метеоусловиях, была осуществлена попытка [78] классифицировать данные измерений в зависимости от уровня термодинамической неустойчивости. Для этого по данным измерений средних метеорологических параметров рассчитывалась следующая характеристика:

$$B = \frac{gh\Delta T}{T\bar{V}^2}, \quad (45)$$

где  $\Delta T = \bar{T}_2 - \bar{T}_{0,5}$  — приращение средней температуры между уровнями 2 и 0,5 м над подстилающей поверхностью,  $T$  и  $\bar{V}$  — средние абсолютная температура и скорость ветра на высоте  $h$  соответственно,  $g$  — ускорение силы тяжести.

Настоящая характеристика позволила классифицировать данные рис. 9 и 10 с точки зрения термодинамической устойчивости. Это представлено на рис. 11. Оказалось, что значения  $L_0$ , превышающие среднее, реализуются при безразличной стратификации, когда  $B = 0$ . Для неустойчивой ( $B < -0,01$ ) и устойчивой ( $B > 0,003$ ) стратификации реализуются величины  $L_0$ , которые меньше среднего значения, что вполне объяснимо. Так как сильная неустойчивость, т.е. большие отрицательные значения параметра  $B$ , соответствуют высокой степени дробления исходного потока, следовательно, вероятность появления большой величины  $L_0$  мала. При большой устойчивости (большие положительные значения  $B$ ) исходный поток оказывается слабо возмущённым, поэтому имеется дефицит неоднородностей всех масштабов, в том числе и порядка  $L_0$ . Наконец, при значении  $B$  около нуля (при безразличной стратификации) имеется высокая вероятность появления больших масштабов.

В своё время эти результаты и выводы из них [78, 80, 83] широко обсуждались на международных конференциях, были признаны мировым оптическим сообществом и позднее нашли применение при оценке эффективности телескопов [73, 90, 95–98] с предельно большими апертурами.

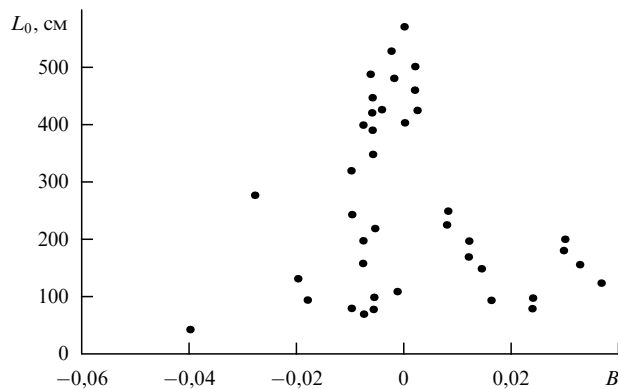


Рис. 11. Вариации среднего значения внешнего масштаба турбулентности (по данным из работы [78, 80]), (измеренные на высоте 2,5 м над подстилающей поверхностью) как функции параметра неустойчивости (45) А.С. Моница.

В то же время если провести классификацию измеренных значений  $L_0$  (см. рис. 9, 10) на основе данных измерений величины средней скорости ветра, то оказывается, что меньшие значения скорости соответствуют большему значению  $L_0$  и наоборот. Это подтверждает заключение [8–13] о том, что динамическая составляющая турбулентности характеризуется более мелкомасштабной структурой, чем конвективная составляющая.

## 7.2. Измерение внешнего масштаба турбулентности в осадках

Все измерения, которые приведены в разделе 7.1, были сделаны в условиях так называемой чистой атмосферы, при отсутствии осадков. Однако в реальных условиях "чистая" атмосфера реализуется далеко не всегда. В связи с этим обратим внимание на обнаруженный [38] факт изменения величины внешнего масштаба при появлении в атмосфере осадков в виде "мороси".

Следует отметить, что описанные в работе [38] измерения структурной функции фазы  $D_s(\rho)$  оптической волны, прошедшей через слой атмосферы, проводились достаточно оперативно непосредственно перед началом осадков и во время их выпадения. На рисунке 12 приведены результаты двух серий измерений  $D_s(\rho)$  при практически одинаковых значениях  $C_n^2$ . Это подтверждается тем, что на рис. 12 в области степенного возрастания  $D_s(\rho)$  (прямая линия) данные этих двух серий измерений практически совпадают. Однако в области насыщения хода  $D_s(\rho)$  данные измерений значительно различаются.

Как видно из рис. 12, обнаружено, что в условиях "чистой" атмосферы развиваются большие масштабы турбулентности, чем в условиях замутнённой атмосферы (при наличии осадков). Возможно следующее объяснение этого факта: в момент начала осадков, пока не изменился режим турбулентности, направленное движение водяных частиц в осадках фактически "разбивает" крупные турбулентные структуры на более мелкие, что и приводит в первую очередь к изменению спектра турбулентности в области крупных неоднородностей.

Таким образом, многочисленные оптические измерения в различных регионах показали, что в приземном слое атмосферы спектр турбулентности существенно отклоняется от спектра, описываемого законом Колмогорова–Обухова, в области масштабов, сравнимых с

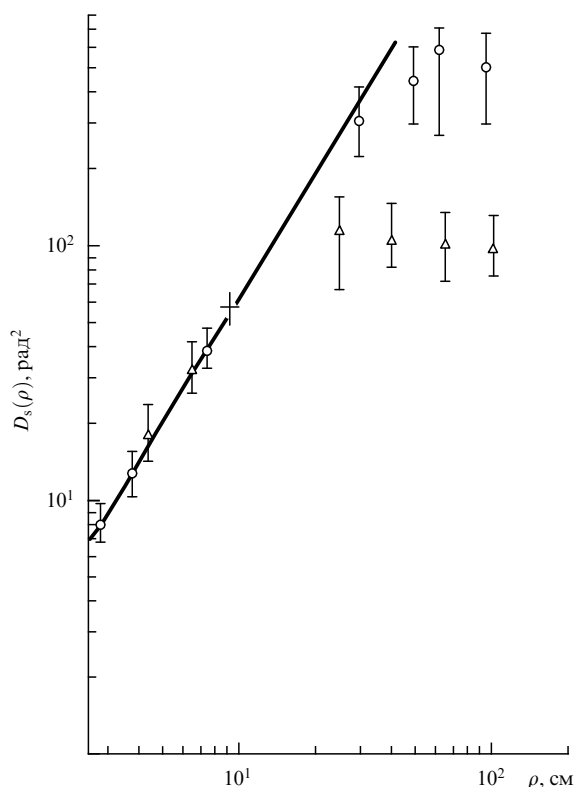


Рис. 12. Структурная функция фазы в замутнённой атмосфере (кружки — измерения в "чистой" атмосфере, треугольники — измерения в условиях замутнённой атмосферы). Вертикальные отрезки показывают разброс экспериментальных данных. (Из работы [38].)

высотой над подстилающей поверхностью. Выявлено, что применяемые в теории изотропные модели спектра турбулентности при описании фазовых характеристик имеют определённые ограничения. Область низких частот турбулентных флуктуаций обычно резко анизотропна. Обнаружено, что как абсолютная величина, так и составляющие размеры в двух взаимно ортогональных направлениях внешнего масштаба оказываются зависящими от типа неустойчивости атмосферы. Кроме того, наличие в атмосфере аэрозоля крупной фракции — дождя, мороси, тумана — уменьшает эффективные размеры наиболее крупных масштабов турбулентности.

Следует отдавать себе отчёт в том, что эти выявленные закономерности для описания поведения низкочастотного участка спектра турбулентности применимы только в приземном слое атмосферы. На вертикальных и наклонных атмосферных трассах следует уделить дополнительное внимание изучению высотной зависимости внешнего масштаба. По-видимому, тут наиболее полезными могут быть астрономические измерения дрожания изображений звёзд [1, 4, 5]. Именно этому вопросу посвящён раздел 8.

## 8. Исследование динамики атмосферной турбулентности на основе астрономических наблюдений

В этом разделе анализируется влияние внешнего масштаба на данные астрономических наблюдений. Ключевым моментом будет рассмотрение возможности введения эффективного внешнего масштаба турбулентности

для описания фазовых искажений оптической волны при распространении на неоднородных вертикальных атмосферных трассах как интегральной характеристики, описывающей характер турбулентности вдоль всей трассы. Предварительно проведём анализ нескольких известных моделей высотного профиля внешнего масштаба турбулентности и структурной характеристики флуктуаций показателя преломления атмосферы с целью определения значения эффективного внешнего масштаба. Исследуем также влияние замены высотного профиля эффективным внешним масштабом на параметры изображения, в частности, оценим погрешность расчёта параметра Штреля телескопа с использованием эффективного внешнего масштаба, в сравнении со значением, получаемым в результате расчёта по модельному высотному профилю внешнего масштаба.

### 8.1. Эффективный внешний масштаб турбулентности для атмосферы в целом

Результаты по оценке возможности введения эффективного внешнего масштаба при решении астрономических задач представлены в ряде работ [60–68]. Это связано с тем, что при проектировании крупного астрономического телескопа необходимо установить его прогнозируемые характеристики с учётом ограниченной информации о параметрах [60, 70–74, 79] высотных профилей атмосферной турбулентности, таких как интенсивность турбулентности  $C_n^2$  и внешний масштаб турбулентности  $L_0$ , в предполагаемом месте его расположения. Основными прогнозируемыми характеристиками проектируемого телескопа являются, как правило, функция рассеяния точки (ФРТ) и эффективное угловое разрешение.

Одним из основных традиционных способов оценки углового разрешения телескопа является измерение параметров изображения звезды (длинноэкспозиционная ФРТ), получаемого в телескопе малого диаметра. Однако турбулентная ФРТ малого телескопа будет соответствовать ФРТ телескопа большего диаметра только тогда, когда в обоих случаях внешний масштаб турбулентности намного превышает диаметр телескопа. В некоторых экспериментальных работах [60–64] в различных обсерваториях показано, что для современных проектов телескопов с апертурами порядка 8–10 м (например, телескопы-интерферометры VLT (Very Large Telescope)  $4 \times 8$  м, Keck  $2 \times 10$  м) это условие нарушается. Говоря о внешнем масштабе, следует иметь в виду, что этот параметр изменяется с увеличением высоты, т.е. при моделировании ФРТ необходимо использовать информацию по параметрам модели высотных профилей атмосферной турбулентности.

Поэтому большой интерес представляет возможность введения так называемого эффективного внешнего масштаба  $L_0^*$  как интегральной характеристики турбулентности, что может позволить в ряде задач заменить им высотный профиль [83–89]. Одной из причин введения такой характеристики является ограниченность применения моделей высотных профилей атмосферной турбулентности ввиду их зависимости от географического положения. Это также позволит существенно упростить математические расчёты, связанные с учётом влияния атмосферной турбулентности на фазовые характеристики оптической волны. Ниже рассмотрен связанный с введением масштаба  $L_0^*$  ряд вопросов: принципиальная возможность введения такой характеристики; класс за-

дач, в которых имеет смысл её применение; точность описания. Исследовано также влияние замены высотного профиля эффективным внешним масштабом на параметры изображения, в частности, проведена оценка погрешности расчёта параметра Штреля турбулентной ФРТ телескопа с использованием  $L_0^*$  в сравнении с его значением при использовании модельного высотного профиля  $L_0(h)$ .

Для исследования были выбраны полуэмпирические профили  $C_n^2$  из [66], соответствующие "наилучшим" и "наихудшим" условиям видения (астроклимата), а также следующие модели высотных профилей  $L_0(h)$ :

$$\begin{aligned}
 \text{B: } L_0(h) &= \begin{cases} 0,4, & h \leq 1 \text{ м,} \\ 0,4h, & 1 < h \leq 25 \text{ м,} \\ 2\sqrt{h}, & h > 25 \text{ м,} \end{cases} \\
 \text{C: } L_0(h) &= \begin{cases} 0,4, & h \leq 1 \text{ м,} \\ 0,4h, & 1 < h \leq 25 \text{ м,} \\ 2\sqrt{h}, & 25 < h < 1000 \text{ м,} \\ 2\sqrt{1000}, & h > 1000 \text{ м,} \end{cases} \\
 \text{D: } L_0(h) &= \frac{4}{1 + [(h - 8500)/2500]^2}, \\
 \text{E: } L_0(h) &= \frac{5}{1 + [(h - 7500)/2000]^2}.
 \end{aligned} \tag{46}$$

Модель В была предложена Д. Фридом в работе [42], С представляет собой обобщение и развитие модели В, выполненные в [67–69], модели D и E получены на основе результатов измерений в разных регионах мира [62, 63].

На рисунке 13 представлены вертикальные профили, соответствующие моделям (46), на рис. 14 — вертикальные профили интенсивности турбулентности [66].

В работах [83–86] предложено несколько методов определения эффективного внешнего масштаба  $L_0^*$ . Так, для определения  $L_0^*$  можно использовать минимизацию интегральной квадратичной невязки структурных функций фазовых флуктуаций следующего вида:

$$\Delta(L_0, L_0(h)) = \int_0^{\rho_{\max}} d\rho \rho [D_\varphi(\rho, L_0) - D_\varphi(\rho, L_0(h))]^2, \tag{47}$$

где  $D_\varphi(\rho, L_0(h))$  — структурная функция фазовых флуктуаций, рассчитываемая на основе высотного профиля  $L_0(h)$ ;  $D_\varphi(\rho, L_0)$  — структурная функция фазы при использовании фиксированного (эффективного) внешнего масштаба  $L_0 = \text{const}$ ,  $\rho_{\max}$  — апертура телескопа.

Невязка (47) определяет величину расхождения двух структурных функций. Было предложено называть эффективным внешним масштабом атмосферной турбулентности такую величину  $L_0^*$ , при которой невязка  $\Delta(L_0, L_0(h))$  вида (47) минимальна. Следует отметить, что в предложенном методе в качестве верхней границы интегрирования (47) выступает  $\rho_{\max}$ . В работах [83–86] исследовано несколько различных случаев, в частности  $\rho_{\max} = 10$  м, что соответствует апертуре большого телескопа, и  $\rho_{\max} = \infty$ .

В таблице 1 приведены результаты определения  $L_0^*$  с применением нескольких методов для различных моделей  $L_0(h)$  и  $C_n^2(h)$ .

Исследуя зависимость эффективного внешнего масштаба  $L_0^*$  от вида профиля  $C_n^2(h)$ , можно сказать, что

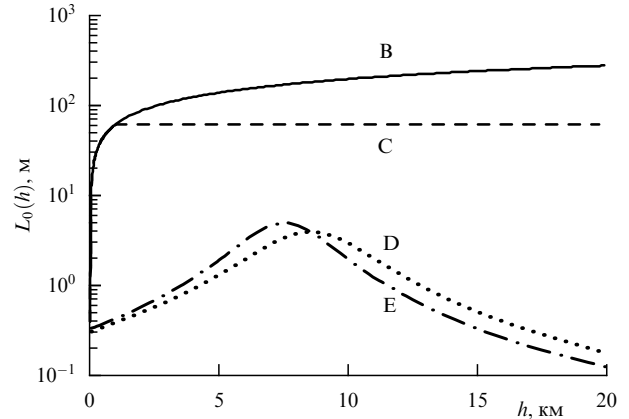


Рис. 13. Модели вертикальных профилей (46) внешнего масштаба  $L_0(h)$ .

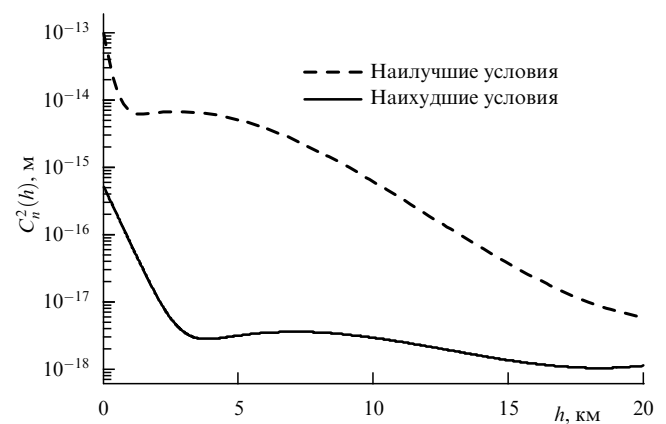


Рис. 14. Вертикальные профили [66] интенсивности турбулентности  $C_n^2(h)$ .

Таблица 1. Эффективный внешний масштаб  $L_0^*$  для моделей  $L_0(h)$  (48) и  $C_n^2(h)$  [66]

Модель $L_0(h)$	"Наилучший" профиль $C_n^2(h)$		"Наихудший" профиль $C_n^2(h)$	
	0–10 м	0–∞	0–10 м	0–∞
B	34,7	58,4	55,4	98,0
C	32,5	42,9	40,6	52,3
D	0,60	0,71	1,04	1,78
E	0,68	0,84	1,31	1,56

меньшая величина  $L_0^*$  для "наилучших" условий с точки зрения турбулентности обусловлена существенными отличиями в поведении  $C_n^2(h)$ . Как видно из рис. 14, "наилучший" профиль  $C_n^2(h)$  быстро спадает с высотой, при этом уменьшается вероятность появления крупномасштабных флуктуаций, что приводит к уменьшению  $D_\varphi(\rho, L_0)$  и эффективного внешнего масштаба  $L_0^*$ .

Значительные различия величины  $L_0^*$  для моделей  $L_0(h)$  C и D можно объяснить следующим образом. Характерной особенностью модели D является наличие конечного максимального значения  $L_0$  и последующее его уменьшение на высотах более 7–8 км (см. рис. 13), что делает практически невозможным появление масштабов большей величины. В то же время модели C из (46) присуще возрастание  $L_0$  с высотой, что увеличивает влияние крупномасштабных флуктуаций, а следовательно, можно ожидать возрастания  $D_\varphi(\rho, L_0)$ , приводящего к

соответствующему увеличению эффективного внешнего масштаба  $L_0^*$ .

Следует сказать, что подобные оценки эффективного внешнего масштаба турбулентности атмосферы ранее были сделаны в работах [87–89] на основе формулы, характеризующей зависимость дисперсии флуктуаций фазы от величины внешнего масштаба, а именно:

$$L_0^* = \left( \frac{\int_0^\infty dh L_0^{5/3}(h) C_n^2(h)}{\int_0^\infty dh C_n^2(h)} \right)^{3/5}. \quad (48)$$

В целом, можно констатировать, что, несмотря на большой интерес [90–114] к проблеме, в настоящее время имеется довольно ограниченная информация о высотном ходе величины внешнего масштаба.

### 8.2. Влияние величины эффективного внешнего масштаба на расчётные характеристики изображения

Исследованию влияния внешнего масштаба на характеристики оптических систем, работающих в турбулентной атмосфере, посвящено большое количество работ [73, 74, 78, 87–89, 91–98]. В частности, изучался эффект уменьшения расчётной величины параметра Штреля для астрономических телескопов при учёте конечности величины внешнего масштаба турбулентности. Известно, что турбулентное уширение изображения приводит к уменьшению пиковой интенсивности [91–98]. Параметр Штреля SR определяется отношением пиковой интенсивности турбулентного изображения  $I_{\text{turb}}$  к пиковой интенсивности дифракционного изображения  $I_{\text{diff}}$ . Если известна структурная функция фазовых флуктуаций  $D_\varphi(\rho)$ , то можно непосредственно рассчитать SR [42, 72–74] по следующей формуле:

$$SR = \frac{I_{\text{turb}}}{I_{\text{diff}}} = \frac{\int_0^D d\rho \rho \tau_0(\rho) \exp(-1/2 D_\varphi(\rho))}{\int_0^D d\rho \rho \tau_0(\rho)}, \quad (49)$$

где  $D$  — диаметр телескопа,  $\tau_0(\rho) = (2/\pi) \{ \arccos(\rho/D) - (\rho/D)[1 - (\rho/D)^2]^{-1/2} \}$  — дифракционно-ограниченная оптическая передаточная функция телескопа.

Для однородной трассы распространения, т.е. когда  $L_0$  не зависит от высоты над подстилающей поверхностью, параметр SR легко определяется на основе информации о диаметре телескопа  $D$ , радиусе когерентности  $r_0$  и величине  $L_0$ . Результаты вычислений SR для однородной трассы приведены на рис. 15, откуда видно, что SR уменьшается с возрастанием  $L_0$ , т.е. увеличение  $L_0$  приводит к возрастанию искажений изображения турбулентной атмосферой.

Говоря о зависимости параметра Штреля SR от отношения  $D/r_0$ , надо отметить, что увеличение  $D/r_0$  при фиксированном  $D$  свидетельствует об уменьшении когерентной части апертуры, которое в свою очередь приводит к уменьшению пиковой интенсивности турбулентного изображения. Для неоднородной трассы вычисление SR усложняется тем, что в  $D_\varphi(\rho)$  величина  $L_0$  является функцией высоты. Однако можно разбить всю атмосферную трассу на слои с размером, большим  $L_0$ , в пределах которых  $L_0$  можно считать постоянным. Основываясь на предположении о том, что корреляция турбулентных флуктуаций между такими слоями практически отсутствует [14, 98–100], полную структурную функцию можно вычислить как сумму структурных функций каждого слоя.

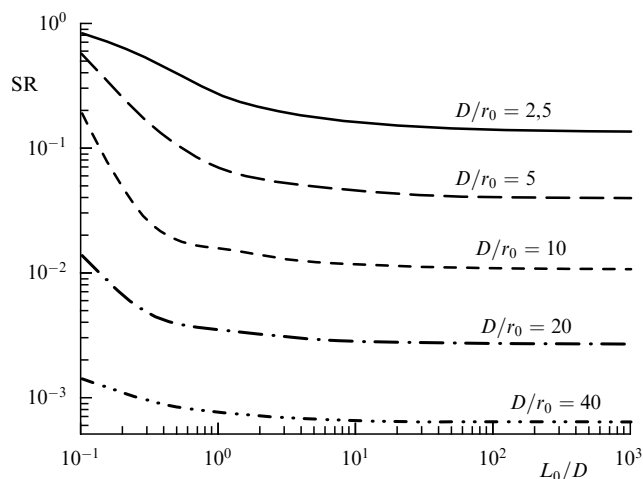


Рис. 15. Параметр Штреля для однородной турбулентной трассы. (Из работ [83, 85].)

С использованием полученных значений  $L_0^*$  можно вычислить относительную ошибку определения параметра Штреля  $\varepsilon = (SR - SR^*)/SR$ , где SR — параметр Штреля для турбулентной ФПТ, рассчитанной с использованием профиля  $L_0(h)$ ,  $SR^*$  — параметр, рассчитанный с использованием величины  $L_0^*$ . Величина  $\varepsilon$  определяет точность прогнозирования турбулентных искажений изображения при замене высотного профиля конечным значением.

Подводя итоги исследований [95–98], можно сделать некоторые выводы.

1. Действительно, возможно введение эффективного внешнего масштаба турбулентности как интегральной характеристики для описания атмосферной турбулентности вдоль неоднородной атмосферной трассы распространения.

2. Введение эффективного внешнего масштаба может существенно упростить математические расчёты, связанные с учётом влияния атмосферной турбулентности на фазовые характеристики оптической волны при распространении на вертикальных и слабонаклонных атмосферных трассах.

3. Проведённые исследования точности описания показали, что ошибка, вызванная заменой высотного профиля внешнего масштаба постоянным значением — эффективным внешним масштабом, существенно варьируется в зависимости как от модели высотного профиля характеристик, так и от метода определения.

4. В ситуации, когда эффективный внешний масштаб больше диаметра телескопа, ошибка в определении параметра Штреля, обусловленная использованием эффективного внешнего масштаба вместо профиля, не будет в среднем превышать 16 %.

### 8.3. Расчёт дрожания изображения оптического источника в случайной среде с конечным внешним масштабом

Многочисленные экспериментальные исследования в атмосфере [100–116] показывают, что в ней наблюдаются области с существенным отклонением от традиционно применяемой для описания колмогоровской турбулентности [10–13]. Одна из возможных причин — влияние конечности внешнего масштаба турбулентно-

сти. Этот вопрос представляется важным, например, для задач наземной астрономии.

Известно, что случайное смещение положения центра тяжести изображения удалённого оптического источника, например звезды, формирующего плоский волновой фронт, характеризуется положением энергетического центра тяжести  $\rho_F^{\text{pl}}$ , которое в первом приближении при пренебрежении амплитудными флуктуациями даётся выражением [4, 5]

$$\rho_F^{\text{pl}} = -\frac{F}{k\Sigma} \iint_{\Sigma} \nabla S(\mathbf{\rho}_1) d^2\rho_1. \quad (50)$$

В приближении геометрической оптики градиент фазовых флуктуаций  $\nabla S(\mathbf{\rho}_1)$  для плоской волны можно записать в следующем виде:

$$\nabla S(\mathbf{\rho}_1) = i \int_0^X d\xi_1 \iint d^2\mathbf{\kappa}_1 n(\mathbf{\kappa}_1, X - \xi_1) \mathbf{\kappa}_1 \exp(i\mathbf{\kappa}_1 \mathbf{\rho}_1), \quad (51)$$

где  $F$  — фокусное расстояние оптической системы,  $X$  — расстояние, которое прошла оптическая волна в турбулентной атмосфере,  $n(\mathbf{\kappa}_1, X - \xi)$  — двумерная спектральная плотность разложения флуктуаций показателя преломления атмосферы,  $k$  — волновое число излучения.

Тогда, по аналогии с вычислениями в [4, 14], получим выражения для случая расчёта дрожания центра тяжести изображения  $\langle (\rho_F^{\text{pl}})^2 \rangle$  в виде следующего интеграла по спектру турбулентности  $\Phi_n(\mathbf{\kappa}, \xi)$ :

$$\langle (\rho_F^{\text{pl}})^2 \rangle = 2\pi^2 F^2 \int_0^X d\xi \iint d^2\mathbf{\kappa} \kappa^2 \Phi_n(\mathbf{\kappa}, \xi) \times \exp\left(-\frac{\kappa^2 R^2}{2}\right). \quad (52)$$

Для вычислений интегралов в (52) необходимо выбрать ту или иную модель спектра турбулентности среды, в которой распространяется оптическое излучение.

В дальнейшем будем использовать модели атмосферной турбулентности, учитывающие конечность внешнего масштаба турбулентности, а именно изотропную модель Кармана [32–34]

$$\Phi_n(\mathbf{\kappa}, \xi) = 0,033 C_n^2(\xi) (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6} \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2}\right) \quad (53)$$

и модель, предложенную в российских публикациях [36–38],

$$\Phi_n(\mathbf{\kappa}, \xi) = 0,033 C_n^2(\xi) \kappa^{-11/3} \left[1 - \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_0^2}\right)\right] \times \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2}\right). \quad (54)$$

Как было показано ранее, соответствующие внешние масштабы для моделей (53) и (54) связаны простым численным коэффициентом. Поэтому практически можно выполнять расчёты флуктуаций оптических характеристик с любым из этих спектров. С использованием такого спектра нами теоретически получены [77] выражения для дисперсии смещений энергетического центра оптического пучка, дисперсии смещений изображения оптического источника и дисперсий флуктуаций логарифма амплитуды (в условиях применимости метода плавных возмущений). Так, для российской модели вида (54) можно получить из (52) (при условии, что  $\kappa_0^{-1} \gg R$ ) следующее

выражение:

$$\langle (\rho_F^{\text{pl}})^2 \rangle = 2\pi^2 F^2 0,033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right) \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) \times \left(\frac{R^{-1/3}}{2^{1/6}} - \kappa_0^{1/3}\right). \quad (55)$$

В случае наблюдения дрожания звезды в астрономическом телескопе надо положить верхний предел интегрирования в (55) равным  $\infty$ . Тогда получим, что дисперсия углового дрожания изображения может быть рассчитана по формуле

$$\frac{\langle (\rho_F^{\text{pl}})^2 \rangle}{F^2} = \langle (\varphi_F^{\text{pl}})^2 \rangle \approx 3,23 R^{-1/3} \int_0^{\infty} d\xi C_n^2(\xi) \times \left[1 - \left(\frac{\kappa_0^2 R^2}{2}\right)^{1/6}\right]. \quad (56)$$

Далее можно воспользоваться так называемым эффективным внешним масштабом турбулентности для всей атмосферы в целом [83, 85], введённым, например, по следующей формуле:

$$(\kappa_0^*)^{-1} = \left[\frac{\int_0^{\infty} d\xi C_n^2(\xi) \kappa_0^{1/3}}{\int_0^{\infty} d\xi C_n^2(\xi)}\right]^{-3}. \quad (57)$$

Используя радиус когерентности атмосферной турбулентности  $r_0$  вида

$$r_0 \approx \left(k^2 \int_0^{\infty} d\xi C_n^2(\xi)\right)^{-3/5}, \quad (58)$$

можно в итоге получить для дисперсии углового дрожания изображения в фокальной плоскости телескопа выражение

$$\langle (\varphi_F^{\text{pl}})^2 \rangle \approx 3,23 R^{-1/3} r_0^{-5/3} k^{-2} [1 - 2^{-1/6} (\kappa_0^* R)^{1/3}]. \quad (59)$$

Проанализируем действие члена в квадратной скобке выражения (59), обуславливающего отличие поведения дисперсии дрожания изображения как функции размера приёмной апертуры от степенной зависимости вида  $R^{-1/3}$ .

В таблице 2 приведены результаты расчётов поведения дисперсии дрожания изображения для различных значений отношения эффективного внешнего масштаба для атмосферы в целом  $(\kappa_0^*)^{-1}$  к размеру приёмной апертуры телескопа  $R$ . Как видно из табл. 2, имеет место серьёзное отклонение от степенной зависимости дисперсии дрожания изображения (59).

Анализ данных табл. 2 показывает, что даже при отношении внешнего масштаба к размеру приёмной апертуры свыше  $10^3$  отличие поведения дисперсии дрожания изображения от степенного закона ( $R^{-1/3}$ ) [4, 14] проявляется значительно, т.е. имеет место влияние внешнего масштаба.

**Таблица 2.** Отклонение от степенной зависимости дисперсии дрожания изображения как функции апертуры телескопа

$(\kappa_0^* R)^{-1}$	1000	300	100	50	30	10	5
$1 - 2^{-1/6} (\kappa_0^* R)^{1/3}$	0,91	0,87	0,80	0,75	0,70	0,57	0,42

**9. Экспериментальные астрономические наблюдения проявления неколмогоровской турбулентности**

В мировой научной литературе имеются многочисленные данные по измерению величины эффективного внешнего масштаба по данным оптических, прежде всего астрономических, наблюдений [78–95, 100–116]. В этих статьях представлены данные, полученные на астрономических телескопах при анализе изображений звёзд или контрастных структур в изображениях Солнца или Луны. По этим данным показано, что, как правило, с повышением высоты над землёй величина внешнего масштаба турбулентности возрастает. Несколько методов по оценке внешнего масштаба, в том числе и его интегрального значения для вертикального распространения, было предложено ранее [100–102]. Известно также использование радиозондового и баллонного зондирования, а также интерферометрической техники и данных, получаемых с датчиков волнового фронта [105–116].

**9.1. Сравнение энергетических характеристик колмогоровской и неколмогоровской турбулентности**

В первую очередь в ряде работ [82, 91–94] были рассмотрены вопросы влияния внешнего масштаба на дисперсию флуктуаций температуры (или показателя преломления). Известно, что распределение энергии в турбулентности определяется спектральной плотностью флуктуаций показателя преломления  $\Phi_n(\kappa)$ . Поскольку реальные турбулентные неоднородности трёхмерны, при оценке дисперсии флуктуаций показателя преломления необходимо вычислять [19–21, 117, 118] функционал следующего вида:

$$\int_0^\infty d\kappa \kappa^2 \Phi_n(\kappa), \tag{60}$$

где  $\Phi_n(\kappa)$  — спектральная плотность флуктуаций показателя преломления атмосферы,  $\kappa$  — пространственное волновое число (или величина, обратная размеру турбулентной неоднородности).

Предварительно отметим, что функционал (60) пропорционален дисперсии флуктуаций показателя преломления. Рассчитаем этот функционал для спектра атмосферной турбулентности [4, 14] при предположении его изотропности, а именно для кармановской модели с колмогоровским наклоном спектра вида (54). Проведя расчёт интеграла (60), т.е. дисперсии флуктуаций показателя преломления для модели (54), имеем

$$\begin{aligned} \sigma_n^2 &= \int_0^\infty d\kappa \kappa^2 \Phi_n(\kappa) = 0,033 C_n^2 \int_0^\infty d\kappa \kappa^2 (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6} \times \\ &\times \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2}\right) = \frac{1}{2} 0,033 C_n^2 \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \kappa_0^{-2/3} \times \\ &\times \left[ \frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(11/6)} {}_1F_1\left(\frac{3}{2}, \frac{2}{3}; \frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right) + \frac{\Gamma(-1/3)}{\Gamma(3/2)} \left(\frac{\kappa_0}{\kappa_m}\right)^{2/3} \times \right. \\ &\left. \times {}_1F_1\left(\frac{11}{6}, \frac{4}{3}; \frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right) \right]. \end{aligned} \tag{61}$$

При условии  $\kappa_0^2 \ll \kappa_m^2$  для кармановской модели (54)

$$\sigma_n^2 \approx \frac{1}{2} 0,033 C_n^2 \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(11/6)} \kappa_0^{-2/3}. \tag{62}$$

Из соотношения (61) в результате вычислений получаем, что  $\sigma_n^2 \propto C_n^2 L_0^{2/3}$ , а поскольку согласно модели В.И. Татарского [14]  $C_n^2 \propto L_0^{4/3}$ , в итоге имеем  $\sigma_n^2 \propto L_0^2$ .

Это позволяет заключить, что в турбулентной среде энергия зависит от размера внешнего масштаба турбулентности  $L_0$ , что указывает на фактическую важность знания величины такого масштаба для оценки энергии турбулентности. Поэтому, на наш взгляд, внешний масштаб турбулентности является не просто параметром подгонки, согласующим данные измерений в области низких частот изменения параметров оптических волн, прошедших слой турбулентной среды, но ещё и той величиной, которая определяет полное значение энергии турбулентного движения. Известно, что такой общепринятый параметр, как структурная постоянная показателя преломления, характеризует энергию турбулентности только в пределах инерционного интервала, а введённый Д. Фридом радиус когерентности [42] даёт оценку интегрального значения такой энергии вдоль трассы распространения оптической волны. Тогда, согласно выводам наших исследований, получается, что локальные значения внешнего масштаба турбулентности дают оценку количества энергии турбулентности в пределах некоего слоя, а введённый в рассмотрение эффективный внешний масштаб для неоднородной с точки зрения уровня турбулентности на трассе распространения характеризует среднюю величину энергии турбулентности в предположении её постоянства по такой трассе.

**9.2. Измерения радиуса когерентности и эффективного внешнего масштаба турбулентности из астрономических наблюдений**

Представляет интерес проведение экспериментальной проверки наличия в атмосфере оптических эффектов, в которых проявляются свойства, обусловленные конечностью внешнего масштаба турбулентности. В последние годы в мире появилось огромное количество экспериментальных работ, в которых отмечаются отклонения спектров турбулентности от модели Колмогорова–Обухова, причём не только в области низких частот, но и в пределах инерционного интервала [118–127]. Безусловно, чтобы выявить такие проявления в атмосфере, при проведении экспериментов в открытой атмосфере требуется обеспечить достаточно длительные наблюдения.

Одно из таких измерений было проведено в горном регионе Саяны в Саянской солнечной обсерватории Института солнечно-земной физики СО РАН (пос. Монды, Бурятия). На автоматизированном горизонтальном солнечном телескопе (АСТ) измерялась [77] дисперсия дрожания изображения края солнечного диска  $\sigma_\alpha^2$  (или Луны) как функция размера приёмного зеркала. Источником в эксперименте служило изображение края солнечного (или лунного) диска. В качестве фотоприёмника использовался дифференциальный датчик Брандта, являющийся фотоэлектрическим регистратором дрожания изображения внеатмосферного источника света. Датчик Брандта прошёл апробацию в течение нескольких десятков лет и ранее применялся в аналогичных исследованиях.

Измерения выполнялись для пяти различных диаметров приёмного зеркала (апертуры) телескопа: 5, 10, 30, 50, 80 см — и для двух угловых размеров приёмной щели регистратора: 25" и 10". Осуществлялся контроль зенитного угла положения Солнца (Луны). Одновременно с оптическими измерениями производился с помощью

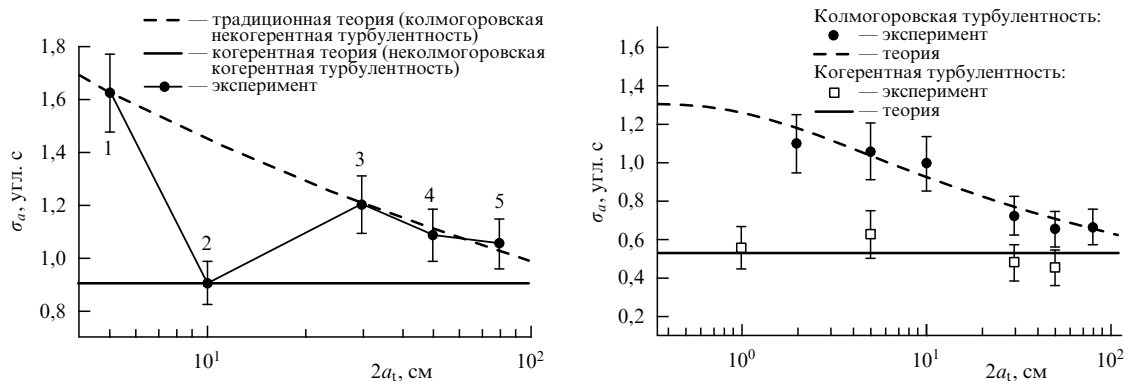


Рис. 16. Среднеквадратическое отклонение  $\sigma_a^2$  дрожания астрономического изображения края солнечного диска в зависимости от диаметра входной апертуры телескопа. Саянская солнечная обсерватория. Летние измерения 2010 и 2011 гг. (Данные из работ [116–118].)

ультразвуковой метеосистемы непрерывный контроль метеоситуации вблизи приёмного телескопа АСТ [118]. Было выполнено несколько серий экспериментов в период 2009–2012 гг. Данные измерений приведены на рис. 16.

Как видно из рис. 16, стандартное отклонение дрожания изображения края солнечного диска уменьшается с увеличением приёмной апертуры. Измерения, как правило, проводились в вечернее время в условиях переходного турбулентного режима. Экспериментально установлено [18], что для больших апертур приёмников дисперсия смещений астрономических изображений слабо зависит от апертуры, в противоположность обычной зависимости, когда для колмогоровского спектра дисперсия зависит от приёмной апертуры  $a_t$  как  $\sim a_t^{-1/3}$ . Если воспользоваться данными рис. 16, то можно одновременно оценить как радиус когерентности, так и эффективный внешний масштаб для всей атмосферы в целом  $(\kappa_0^*)^{-1}$ . С этой целью предлагаем использовать формулу (59) для одновременного измерения интегральных масштабов атмосферы  $r_0$  и  $(\kappa_0^*)^{-1}$ . Кроме того, в эксперименте требуется проведение измерений дрожания изображения как минимум для двух значений приёмной апертуры, чтобы получить два параметра, характеризующих атмосферу:  $r_0$  (определение по формуле (58)) и  $(\kappa_0^*)^{-1}$  — по формуле (57). В таблице 2 приведены результаты расчёта чувствительности данного метода.

В итоге по данным измерений получаем:

1) неучёт влияния внешнего масштаба турбулентности при измерении радиуса когерентности  $r_0$  из дрожания изображения в фокусе телескопа завышает его измеренные значения примерно на 10–25 %;

2) воспользовавшись данными рис. 16 (по любой паре точек на кривых), можно оценить эффективный внешний масштаб  $(\kappa_0^*)^{-1}$  для всей атмосферы в целом. Оказывается, что он имеет величину от 12 до 35 м, что не противоречит нашим результатам расчётов по моделям;

3) в целом, по данным измерений в Саянской солнечной обсерватории имеем для эффективного внешнего масштаба турбулентности значения 8–12 м, а соответственно для радиуса когерентности (по Фриду) — значения 25–41 мм.

### 9.3. Мировой опыт измерения и оценки величины внешнего масштаба турбулентности из астрономических наблюдений

Наиболее достоверные и полные экспериментальные данные по оценке внешнего масштаба турбулентности

получены в астрономических наблюдениях. Поэтому в этих наблюдениях следует говорить о данных по оценке эффективного внешнего масштаба для атмосферы в целом.

Первую попытку оценить этот внешний масштаб предприняли Мариотти с соавторами [103], используя интерферометр I2T в Обсерватории Плато де Калерн (Observatoire Plateau de Calern) (Франция), и получили значение внешнего масштаба 8 м. Несколькими годами позднее Колавита с соавторами [53] по данным звёздного интерферометра Mark III получили для внешнего масштаба значение более чем 2 км. Используя тот же интерферометр, Бушер с соавторами [101] оценили этот масштаб только в 30 м. Измерения флуктуаций углов прихода по данным датчиков Шека–Гартмана дают значения указанного параметра в интервале от 5 до 8 м [105]. В рамках эксперимента на электрооптической системе Come-On авторы [104, 106] оценили его значение примерно в 50 м. Используя модифицированный измеритель дифференциальных дрожаний изображений звёзд DIMM (Differential Image Motion Monitor) Зиад и др. [107] оценили этот параметр величиной от 5 до 100 м. Самые предварительные результаты по внешнему масштабу, получаемые с помощью прибора Grating Scale Monitor в двух французских обсерваториях: Обсерватории Ниццы (Observatoire de Nice) и Обсерватории Плато де Калерн [108] — приводят к величинам от 5 до 300 м. Позднее с помощью прибора GSM (Generalized Seeing Monitor) были проведены измерения в основных мировых обсерваториях: Ла Силла, Майданак, Серро-Тололо, Паранал, Роке-де-лос-Мучачос, Мауна-Кеа, Маунт-Палома, Dome C. В этих измерениях, за исключением измерений в обсерватории Dome C, были получены значения внешнего масштаба в интервале от 12 до 50 м [109, 110].

Следует отметить, что, согласно мнению Зиада, все вышеперечисленные методы являются модельно-зависимыми, а это означает, что экспериментальные данные анализируются в предположении применимости колмогоровской модели спектра или моделей типа (26) и (28). С другой стороны, оценка локального внешнего масштаба может быть получена из данных измерений, как это делали Коулман и др. [111] и Фукс [112]. Причём все эти измерения дают для локального значения внешнего масштаба величины не более 5 м. Такое большое различие между локальными значениями и эффективным внешним масштабом для всей атмосферы в целом (по астрономическим данным) связано с различным определением

Таблица 3. Наблюдаемые значения эффективного внешнего масштаба турбулентности

Год публикации данных	Литература	Эффективный внешний масштаб, м	Используемый астрономический инструмент или прибор	Место, где получены данные
1983	Лукин и др. [79]	3–15	ТТ-600	CAO РАН*
1984	Мариотти и др. [103]	8	I2T	CERGA**
1987	Колавита и др. [53]	> 2000	Mark III	Маунт Вилсон
1989	Таллон и др. [105]	5–8	Hartmann-Shack	Мауна-Кеа
1991	Риго и др. [106]	< 50	Come-On	Ла Силла
1991	Найтингейл [104]	> 2	DIMM	Роке-де-лос-Мучачос
1993	Зиад и др. [107]	5–100	Hartmann-Shack	ОНР***
1994	Агаби и др. [108]	50–300	GSM1	ОСА****
1995	Бушер и др. [104]	10–100	Mark III	Маунт Вилсон
1995	Фукс [112]	2,4–1,5	Ballons	Паранал

\* Специальная астрофизическая обсерватория РАН.  
 \*\* Аббревиатура от фр. Centre de recherches en géodynamique et astrométrie.  
 \*\*\* Обсерватория Верхнего Прованса (Observatoire de Haute-Provence).  
 \*\*\*\* Обсерватория Лазурного берега (Observatoire de la Côte d'Azur).

последнего. И действительно, по данным измерений с помощью GSM, которые были выполнены в обсерватории Джемини Юг [113] в октябре 1998 г., эффективный внешний масштаб примерно в 13–16 раз больше, чем его локальное значение у земли. Этот результат обусловлен использованием различных определений для внешнего масштаба в зависимости от применяемой измерительной техники. В то же время метеорологические данные и прогнозные модели могут быть успешно использованы для оценки внешнего масштаба [114, 115].

Следует отметить, что сравнительный анализ [107] экспериментальных данных, накопленных в мире, впервые был проведен автором настоящего обзора в публикации [95]. Именно оттуда и взята табл. 3.

В целом, получаемые в этих экспериментах значения эффективного внешнего масштаба хорошо согласуются с данными, получаемыми из различных оптических измерений (см. рис. 16), и с данными расчетов по моделям, приведенным в разделе 3. Тем не менее хотелось бы отметить здесь существенное отличие нашего, основанного на работах [96–98], понимания значения внешнего масштаба, которое актуализировано в настоящем обзоре, от подхода к оценке этого параметра в работах [107–110]. Исследования, выполненные в последние годы [118–127], приводят к заключению о существенных отклонениях спектров турбулентности в атмосфере от колмогоровской модели даже в инерционном интервале. Это заставляет исследователей при расчетах параметров оптических систем, в том числе систем адаптивной оптики, закладывать [126–132] в модели различные виды спектров турбулентности, существенно отличающиеся от традиционных.

Уже достаточно давно расчеты на основе моделей спектра турбулентности с конечной величиной внешнего масштаба находят применение для расчета параметров будущих астрономических телескопов, использующих адаптивную оптику. Так, был проведен анализ [133] потенциально достижимых параметров для проекта большого европейского астрономического телескопа Euro50 на основе семислойной модели атмосферы для Обсерватории Роке-де-лос-Мучачос (Канарские острова) [59]. При этом был использован прямой расчет эффективного внешнего масштаба для модели на основе формулы Я. Боргнино (48) с использованием [59] вертикального профиля  $C_n^2$  и некоторых предположений о вертикальном

распределении величины  $L_0$  в интервале 20–40 м, включая турбулентность пограничного слоя атмосферы. Обнаружено, что изменчивость эффективного внешнего масштаба существенно меняет баланс между величиной глобального наклона волнового фронта и его высшими абберациями. Расчеты, подобные описанным в работе [33], нашли достойное применение [105–115] для проведения оценок эффективности применения астрономических телескопов в различных регионах мира.

## 10. Заключение

Как показывают многочисленные измерения в атмосфере, спектральная плотность флуктуаций показателя преломления в энергетическом интервале, в отличие от таковой в инерционном интервале волновых чисел, уже не является универсальной функцией. Известно, что спектр в области низких частот зависит как от профиля подстилающей поверхности (для малых высот), так и от метеоусловий. Естественно, форма спектра будет изменяться, например, при изменении высоты над подстилающей поверхностью, а также при вариации степени термодинамической устойчивости турбулентности. Поэтому предположение о локальной однородности и изотропности турбулентности уже не выполняется, вместе с тем для расчета статистических характеристик оптических волн (оценки дисперсий флуктуаций) необходимы достаточно простые и удобные модели спектра.

Как показали результаты экспериментов на горизонтальных трассах, величина внешнего масштаба оказывалась сравнимой с высотой распространения оптического излучения над подстилающей поверхностью, однако его значения у разных авторов различались. Причина этого, по-видимому, заключается в следующем. В реальной атмосфере наряду с мелкомасштабной турбулентностью (не превышающей по размеру нескольких метров) присутствуют и более крупномасштабные движения, имеющие различную природу. Эти движения могут быть вызваны радиационной пестротой подстилающей поверхности, экранированием подстилающей поверхности облачными структурами и рядом других факторов. Такие крупномасштабные образования могут рассматриваться в приземном слое как медленные изменения внешних условий, определяющих генерацию мелкомасштабной турбулентности. При этом и параметры



турбулентности (и модели) приземного слоя должны изменяться во времени (и в пространстве) с характерным масштабом этих крупномасштабных структур.

Таким образом, если такой параметр модели, как внешний масштаб, подбирался на основе синхронных измерений флуктуаций какого-либо оптического параметра и интенсивности турбулентности, то эти измерения необходимо должны сопровождаться измерениями средних метеопараметров: градиентов температуры и скорости ветра, поперечной компоненты скорости ветра на высоте прохождения оптического излучения и дисперсии флуктуаций скорости ветра.

В результате выполненных в атмосфере экспериментов обнаружено:

1) в приземном слое атмосферы величина внешнего масштаба турбулентности оказывается соизмеримой с высотой над подстилающей поверхностью;

2) величина внешнего масштаба турбулентности оказывается также зависящей от термодинамической неустойчивости атмосферы;

3) в приземном слое атмосферы наиболее крупномасштабные неоднородности атмосферной турбулентности обладают анизотропией свойств. Одним из проявлений этого может быть неравенство размеров внешнего масштаба в вертикальном и поперечном направлениях;

4) с точки зрения вертикального распределения неоднородностей атмосферы можно заключить, что атмосфера обладает слоисто-однородной структурой;

5) с увеличением высоты над подстилающей поверхностью величина внешнего масштаба возрастает и может достигать в свободной атмосфере 30–50 м.

Многочисленные исследования показывают, что поведение спектра турбулентности в низкочастотной области для приземного слоя уже не может быть описано с помощью единственного параметра — интенсивности турбулентности (считается, что ход спектра в этой области не является универсальным). При проведении расчётов необходимо учитывать, что для крупномасштабных неоднородностей, близких к внешнему масштабу турбулентности, предположение о локальной изотропности является недостаточно корректным для условий реальной атмосферы.

Тем не менее в практике расчётов флуктуаций оптических полей (например, статистических характеристик фазовых флуктуаций оптических волн) нашли применение различные модели, описывающие спектр в области крупных масштабов. Эти модели имели уже два параметра, в качестве второго выступал так называемый внешний масштаб. При расчётах использовались различные модели спектра турбулентности, причём, чтобы добиться совпадения экспериментальных данных и результатов расчёта, значение внешнего масштаба необходимо подбирать. В свою очередь величина внешнего масштаба турбулентности фактически определяет энергетические характеристики турбулентных флуктуаций.

Работа выполнена при финансовой поддержке проектом АААА-А17-117021310146-3. Автор благодарит своих коллег: Н.Н. Ботыгину, Л.А. Большасову, О.Н. Емалева, В.В. Носова, Е.В. Носова, А.В. Торгаева — за многолетнее сотрудничество, результаты которого легли в основу настоящего обзора.

## Список литературы

1. Зуев В Е *Распространение лазерного излучения в атмосфере* (М.: Радио и связь, 1981)
2. Зуев В Е и др. *Лазерное зондирование промышленных аэрозолей* (Новосибирск: Наука, 1986)
3. Татарский В И *Распространение волн в турбулентной атмосфере* (М.: Наука, 1967)
4. Гурвич А С и др. *Лазерное излучение в турбулентной атмосфере* (М.: Наука, 1976)
5. Рытов С М, Кравцов Ю А, Татарский В И *Введение в статистическую радиофизику. Случайные поля Ч. 2* (М.: Наука, 1978); Пер. на англ. яз.: Rytov S M, Kravtsov Yu A, Tatarskii V I *Principles of Statistical Radiophysics Vol. 2 Elements of Random Fields* (Berlin: Springer-Verlag, 1989)
6. Зуев В Е, Банах В А, Покасов В В *Оптика турбулентной атмосферы* (Современные проблемы атмосферной оптики, Т. 5) (Л.: Гидрометеоздат, 1988)
7. Татарский В И *Изв. АН СССР. Сер. Геофизика* (6) 689 (1956)
8. Гурьянов А Э, в сб. *Труды Всесоюзной конф. рабочей группы "Астроклимат" Астросовета АН СССР, Абастумани, 1981. Астроклимат и эффективность телескопов* (Л.: Наука, 1984) с. 164
9. Монин А С, Яглом А М *Статистическая гидромеханика Т. 1* (СПб.: Гидрометеоздат, 1992); Пер. на англ. яз.: Monin A S, Yaglom A M *Statistical Fluid Mechanics; Mechanics of Turbulence Vol. 1* (Cambridge, MA: MIT Press, 1971); Монин А С, Яглом А М *Статистическая гидромеханика Т. 2* (СПб.: Гидрометеоздат, 1996); Пер. на англ. яз.: Monin A S, Yaglom A M *Statistical Fluid Mechanics; Mechanics of Turbulence Vol. 2* (Cambridge, MA: MIT Press, 1975)
10. Монин А С, Обухов А М *Труды Геофизического ин-та АН СССР* **24** (151) 163 (1954)
11. Обухов А М *Изв. АН СССР. Сер. География и геофизика* **13** 58 (1949)
12. Обухов А М *Изв. АН СССР. Сер. География и геофизика* **5** 453 (1941)
13. Обухов А М, Яглом А М *Приклад. матем. мех.* **15** (1) 3 (1951)
14. Татарский В И *Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере* (М.: Изд-во АН СССР, 1959)
15. Reynolds O *Proc. R. Soc. Lond.* **35** 84 (1883)
16. Reynolds O *Proc. R. Soc. Lond.* **56** 40 (1894)
17. Taylor G I *Proc. R. Soc. Lond. A* **151** 421 (1935); *Proc. R. Soc. Lond. A* **156** 307 (1936)
18. Taylor G I *Proc. R. Soc. Lond. A* **164** 476 (1938)
19. Колмогоров А Н *ДАН СССР* **30** (4) 299 (1941)
20. Колмогоров А Н *ДАН СССР* **31** (6) 538 (1941)
21. Колмогоров А Н *ДАН СССР* **32** (1) 19 (1941)
22. Колмогоров А Н *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **6** (1–2) 56 (1942)
23. Голицын Г С *Приклад. матем. мех.* **24** 1124 (1960)
24. Karman T *Aerodynamics* (New York: McGraw-Hill, 1963)
25. Обухов А М *Изв. АН СССР. Сер. геофизическая* (2) 155 (1953)
26. Гурвич А С *Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана* **4** (2) 160 (1963)
27. Тиме Н С *Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана* **8** (1) 90 (1972)
28. Калистратова М А, Покасов В В *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **15** (2) 723 (1972)
29. Емалеев О Н и др. "Следящий цифровой фазометр оптического диапазона", Авт. свид. № 397852; *Бюлл. изобрет.* (37) 17.11.1973
30. Лукин В П, Покасов В В, Хмелевцов С С *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **15** 1861 (1972); Lukin V P, Pokasov V V, Khmelevtsov S S *Radiophys. Quantum Electron.* **15** 1426 (1972)
31. Лукин В П, Покасов В В *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **16** 1726 (1973)
32. Миронов В Л и др. *Изв. АН СССР. Сер. Радиотехника и электроника* **20** 1164 (1975)
33. Vouricius G M B, Clifford S F J *J. Opt. Soc. Am.* **60** 1484 (1970)
34. Consortini A, Ronchi L, Moroder E J *J. Opt. Soc. Am.* **63** 1246 (1973)
35. Гельфер Э И, Кон А И, Черемухин А Н *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **16** 245 (1973)
36. Кон А И *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **15** (5) 533 (1972)
37. Миронов В Л и др. *Изв. АН СССР. Сер. Радиотехника и электроника* **20** (6) 1164 (1975)
38. Лукин В П и др. *Изв. вузов. Сер. Физика атмосферы и океана* **12** (5) 550 (1976)
39. Зилитинкевич С С *Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана* **7** (12) 1201 (1971)
40. Лукин В П и др. *Изв. вузов. Сер. Физика* (9) 100 (1976)
41. Турчин В Ф, Козлов В П, Малкевич М С *УФН* **102** 345 (1970); Turchin V F, Kozlov V P, Malkevich M S *Sov. Phys. Usp.* **13** 681 (1971)
42. Фрид Д Л *ТНЭЭР* **55** (1) 19 (1967)

43. Миронов В Л и др. *Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана* **12** 550 (1976)
44. Лукин В П и др. *Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана* **13** (1) 90 (1977)
45. Турчин В Ф, Нозик В З *Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана* **5** (1) 29 (1969)
46. Турчин В Ф, Туровцева Л С *Оптика и спектроскоп.* **36** 280 (1974)
47. Тиме Н С, Туровцева Л С, Препринт № 89 (00000: ИПМ РАН, 1973); Деп. ВИНТИ 1227-75
48. Гурвич А С и др. *Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана* **10** 484 (1974)
49. Зубковский С Л, Копров Б М *Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана* **5** (4) 323 (1969)
50. Kaimal J C, Wyngaard J C *Quart. Roy. Meteor. Soc.* **98** (414) 563 (1972)
51. Strohbehn J W J. *Geoph. Res.* **75** (6) 23 (1970)
52. Coulman C E et al. *Appl. Opt.* **27** (1) 155 (1988)
53. Colavita M M *Appl. Opt.* **26** (12) 4106 (1987)
54. Greenwood D P, Tarazano D O J. *Opt. Soc. Am. A.* **25** (6) 1349 (2008)
55. "Site Testing for the VLT", VLT Report 60 (Munich: ESO, 1990)
56. Lukin V P, Pokasov V V *Appl. Opt.* **20** 121 (1981)
57. Кон А И *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **13** (1) 61 (1970)
58. Tokovinin A, Travouillon T *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **365** 1235 (2006)
59. Muñoz-Tuñón C, Varela AM, Garcia Lorenzo B "Instruments and tools for site testing", GW3-ESO- Site Evaluation (2006)
60. Beland R R, in *The Infrared and Electro-Optical Systems Handbook Vol. 2* (Exec. Eds J S Accetta, D L Shumaker) (Bellingham, WA: SPIE Optical Engineering Press, 1993) Ch. 2
61. Magee P "A toolbox for atmospheric propagation modeling user's guide version 4.1.455", MZA Associates Corporation, March 13 (2007)
62. Roddier F et al. *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.* **1236** 485 (1990)
63. "Very Large telescope. The Paranal model atmosphere for adaptive optics", Doc. No. VLT-TRE-ESO-11630-1137. Is. 1.0 (1996)
64. Koreika N, Middle N S *Proc. SPIE* **5793** 89 (2005)
65. Обухов А М *Изв. АН СССР. Сер. геофизическая* (9) 17 (1960)
66. Гурвич А С, Грачева М Е *Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана* **16** 1107 (1980)
67. Лукин В П *Оптика атмосферы и океана* **5** 354 (1992)
68. Lukin V P *Proc. SPIE* **1968** 327 (1993)
69. Лукин В П *Оптика атмосферы и океана* **5** 1294 (1992)
70. Lukin V P *Proc. SPIE* **2200** 384 (1994)
71. Лукин В П *Оптика атмосферы и океана* **6** 628 (1993)
72. Lukin V P *Proc. SPIE* **2222** 527 (1994)
73. Лукин И П *Оптика атмосферы и океана* **17** 1028 (2004)
74. Voitsekovich V, Cuevas S J. *Opt. Soc. Am. A* **12** 2523 (1995)
75. Лукин В П, Сазанович В М *Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана* **14** 996 (1978)
76. Лукин В П и др., в сб. *Распространение оптических волн в случайно-неоднородной атмосфере* (Отв. ред. В Е Зуев) (Новосибирск: Наука, 1979)
77. Лукин В П и др. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **23** 721 (1980)
78. Epaleev O N, Lukin V P, Potanin S F, in *Proc. of the V All-Russian Symp. on Laser Radiation Propagation in the Atmosphere Pt. 2* (Tomsk, 1979) p. 144
79. Губкин С М и др. *Астрон. журн.* **60** 789 (1983); Gubkin S M et al. *Sov. Astron.* **27** 455 (1983)
80. Lukin V P *Proc. SPIE* **2471** 347 (1995)
81. Антошкин Л В и др. *Оптика атмосферы и океана* **8** 1784 (1995)
82. Coulman C E, Vernin J *Appl. Opt.* **30** (1) 118 (1991)
83. Лукин В П, Носов Е В, Фортес Б В, в сб. *Тезисы докладов III Межреспубликанского симпозиума Оптика атмосферы и океана* (Томск, 1996) с. 31
84. Fried D L J. *Opt. Soc. Am.* **56** 1380 (1966)
85. Лукин В П, Носов Е В, Фортес Б В *Оптика атмосферы и океана* **10** 162 (1997)
86. Lukin V P, Nosov E V, Fortes B V *Proc. SPIE* **3219** 98 (1998)
87. Borgnino J *Appl. Opt.* **29** 1863 (1990)
88. Borgnino J, Martin F, Ziad A *Opt. Commun.* **91** 267 (1992)
89. Ziad A et al. *Astron. Astrophys.* **282** 1021 (1994)
90. Lukin V *ASP Conf. Ser.* **266** 18 (2002)
91. Vernin J *ASP Conf. Ser.* **266** 2 (2002)
92. Dewan E M, Grossbard N *Environ Fluid Mech.* **7** 383 (2007)
93. Reinhard GW, Collins S A J. *Opt. Soc. Am.* **62** 1526 (1972)
94. Coulman C E et al. *Appl. Opt.* **27** 155 (1988)
95. Лукин И П *Оптика атмосферы и океана* **8** 479 (1995)
96. Лукин И П *Оптика атмосферы и океана* **8** 455 (1995)
97. Lukin V P, Fortes B V *Pure Appl. Opt.* **5** (1) 1 (1996)
98. Лукин В П, Фортес Б В *Астрон. журн.* **73** 419 (1996); Lukin V P, Fortes B V *Astron. Rep.* **40** 378 (1996)
99. Больбасова Л А и др. *Оптика атмосферы и океана* **25** 845 (2012)
100. Sarazin M, Roddier F *Astron. Astrophys.* **227** 1360 (1987)
101. Buscher D F et al. *Appl. Opt.* **34** 1081 (1995)
102. Tokovinin A *Proc. SPIE* **3353** 1155 (1998)
103. Mariotti J M, Di Benedetto G P *Proc. Int. Astron. Union Colloq.* **79** 257 (1984)
104. Rousset G, Mader P-Y, Rabaud D, in *ESO Conf. on High-Resolution Imaging by Interferometry II, Ground-Based Interferometry at Visible and Infrared Wavelengths, 15–18 October 1991, Garching bei München, Germany, Proc.* (ESO Conf. and Workshop Proc., Vol. 39, Eds J M Beckers, J M Merkle) (Garching bei München: European Southern Observatory, 1992) p. 1095
105. Tallon M, Thèse de doctorat (Nice: de l'Université de Nice, 1989)
106. Rigaut F et al. *Astron. Astrophys.* **250** 280 (1991)
107. Ziad A et al. *Astron. Astrophys.* **282** 1021 (1994)
108. Agabi A et al. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **109** 557 (1995)
109. Ziad A et al. *Appl. Opt.* **39** 5415 (2000)
110. Ziad A *Proc. SPIE* **9909** 99091K (2016)
111. Coulman C E et al. *Appl. Opt.* **27** 155 (1988)
112. Fuchs A, Thèse de doctorat (Nice: Université de Nice, 1995)
113. Abahamid A et al. *Astron. Astrophys.* **416** 1193 (2004)
114. Masciadri E, Vernin J, Bougeault P *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **137** 185 (1999)
115. Giordano C, Thèse de doctorat (Nice: de l'Université de Nice-Sophia-Antipolis, 2014)
116. Lukin V P *Proc. SPIE* **5981** 1 (2005)
117. Лукин В П и др. *Успехи современного естествознания* (12) 369 (2014)
118. Lukin V P *Proc. SPIE* **09680** (2015)
119. Tofsted David H *Opt. Eng.* **53** 044112 (2014)
120. Toselli I, Beason M, in *Workshop on Non-Kolmogorov Turbulence and Associated Phenomena, Ettlingen, 01–03.07.2019*
121. Velluet Marie-Thérèse, in *Workshop on Non-Kolmogorov Turbulence and Associated Phenomena, Ettlingen, 01–03.07.2019*
122. Charnotskii M, in *Workshop on Non-Kolmogorov Turbulence and Associated Phenomena, Ettlingen, 01–03.07.2019*
123. Italo Toselli, Szymon Gladysz, *Imaging and Applied Optics © 2014 OSA. PM3E.6.pdf*
124. Wenhe D et al. *J. Russ. Laser Res.* **35** 416 (2014)
125. Gladysz S *Proc. SPIE* **09614** 961402 (2015)
126. Bol'basova L A, Lukin V P, Nosov V V *Appl. Opt.* **53** (10) B231 (2014)
127. Linyan C *Optik* **154** 473 (2018)
128. Charnotskii M, Brennan T *Proc. SPIE* **10408** 104080L (2017)
129. Charnotskii M J. *Opt.* **20** 025602 (2018)
130. Charnotskii M, in *Workshop on Non-Kolmogorov Turbulence and Associated Phenomena, Ettlingen, 01–03.07.2019*
131. Basu S, in *Workshop on Non-Kolmogorov Turbulence and Associated Phenomena, Ettlingen, 01–03.07.2019*
132. Roggemann Michael C, *Imaging and Applied Optics © 2014 OSA. PM3E.1.pdf*

### Outer scale of turbulence and its influence on fluctuations of optical waves

V.P. Lukin, Zuev Institute of Atmospheric Optics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, pl. Akademika Zueva 1, 634055 Tomsk, Russian Federation. E-mail: lukin@iao.ru

Based on generalizations of numerous measurements and calculations, the influence of the low-frequency part of the atmospheric turbulence spectrum, directly adjacent to the inertial interval, on the statistical characteristics of fluctuations of optical waves propagating in the atmosphere is analyzed. The measured atmospheric turbulence spectra are compared with isotropic models. The outer scale of turbulence in the surface layer of the atmosphere is found to be dependent not only on the height above the underlying surface but also on the type of atmospheric stratification. The influence of the low-frequency part of the atmospheric turbulence spectrum on the phase fluctuations of optical waves propagating both along horizontal paths and obliquely through the entire atmosphere is analyzed.

**Keywords:** atmosphere, optical waves, turbulence, model, outer scale, propagation, remote sensing

PACS numbers: 42.68.Bz, 47.27.–i, 92.60.hn

Bibliography — 132 references

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **191** (3) 292–317 (2021)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.10.038849>

Received 14 February 2020, revised 2 October 2020

*Physics – Uspekhi* **64** (3) (2021)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.10.038849>