

Измерение инклюзивного сечения e^+e^- -аннигиляции в адроны в преасимптотической области энергий

К.Ю. Тодышев

Среди наблюдаемого многообразия явлений природы, находящихся отражение в экспериментальных результатах, не так много физических характеристик, позволяющих увидеть тот или иной фрагмент мозаики физических законов целиком. Именно одной из таких ярких фундаментальных характеристик является отношение инклюзивного сечения электрон-позитронной аннигиляции в адроны к сечению рождения мюонной пары в борновском приближении, называемое величиной R . Рассмотрены эксперименты по измерению отношения $R(s)$ в диапазоне энергий от 1,84 до 3,72 ГэВ.

Ключевые слова: измерение величины R , e^+e^- -аннигиляция, инклюзивное адронное сечение

PACS numbers: 12.20.Fv, 12.38.-t, 12.38.Aw, 13.66.Bc, 13.66.Jn

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.02.038731>

Содержание

1. Введение (995).
 2. Аннигиляция e^+e^- -пары в адроны (996).
 - 2.1. Величина R .
 - 2.2. Процедура определения величины R .
 - 2.3. Эксперименты по измерению R .
 - 2.4. Применение результатов измерения R .
 3. Перспективы повышения точности измерения инклюзивного адронного сечения (1002).
 4. Заключение (1004).
- Список литературы (1004).

1. Введение

Современное физическое представление о законах природы основывается на Стандартной модели, описывающей электромагнитное, слабое и сильное взаимодействия элементарных частиц. Одной из неотъемлемых частей Стандартной модели является квантовая хромодинамика (КХД) — единственная в настоящее время теория, в полной мере претендующая на описание сильного взаимодействия. Краеугольным камнем для возникновения КХД послужила простая и изящная кварковая модель, впервые предложенная в 1964 г. в работах Гелл-Манна и Цвейга [1, 2], предположивших, что адроны не являются элементарными объектами, а состоят из фундаментальных частиц — кварков. Признание кварковой модели получила не сразу. Как заметил Б. Рихтер в Нобелевской лекции [3], к лету 1974 г. "положение дел было крайне запутанным" и существо-

вало более двух десятков моделей, предсказывающих величину R — отношение инклюзивного сечения e^+e^- -аннигиляции к сечению рождения мюонной пары в борновском приближении.

Триумфальное подтверждение кварковой модели произошло вместе с обнаружением J/ψ -резонанса 45 лет назад [4, 5]. Это открыло новую эру в физике высоких энергий и дало импульс плодотворному развитию теоретической и экспериментальной физики элементарных частиц. Поэтому вполне закономерно, что задача по измерению инклюзивного сечения рождения адронов не теряет актуальности и в настоящее время. Так, прецизионное измерение R имеет решающее значение при определении аномального магнитного момента мюона a_μ , постоянной тонкой структуры $\alpha(M_Z^2)$ в области пика Z^0 -бозона [6–8], константы сильного взаимодействия $\alpha_s(s)$ [9] и масс тяжёлых кварков [10–12]. Теоретические расчёты, связанные с вычислением указанных характеристик, требуют точного определения вклада адронной поляризации вакуума, который может быть получен только в экспериментах по измерению R .

Настоящая статья посвящена вопросам измерения инклюзивного сечения рождения адронов в процессе e^+e^- -аннигиляции в диапазоне энергий 1,84–3,72 ГэВ. Эта область энергии особенно трудна для изучения, поскольку для исследования инклюзивного сечения требуется наличие достаточно хорошей модели генерации адронных событий, которой для данного диапазона энергий априори не существует. Теория возмущений КХД, построенная по аналогии с квантовой электродинамикой, применима лишь в области больших передач импульсов или, иными словами, лишь при малых расстояниях, в случае, когда константа связи сильного взаимодействия α_s мала, что для указанной области энергии заведомо не выполняется. Возможность определять R исходя из суммы всех вероятных эксклюзивных сечений также нельзя рассматривать как практически реализуемую, поскольку требуется исследование нескольких десятков адронных процессов уже в области энергии 2 ГэВ,

К.Ю. Тодышев. Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, просп. Академика Лаврентьева 11, 630090 Новосибирск, Российская Федерация;
Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Российская Федерация
E-mail: todyshev@inp.nsk.su

Статья поступила 26 декабря 2019 г.,
после доработки 27 января 2020 г.

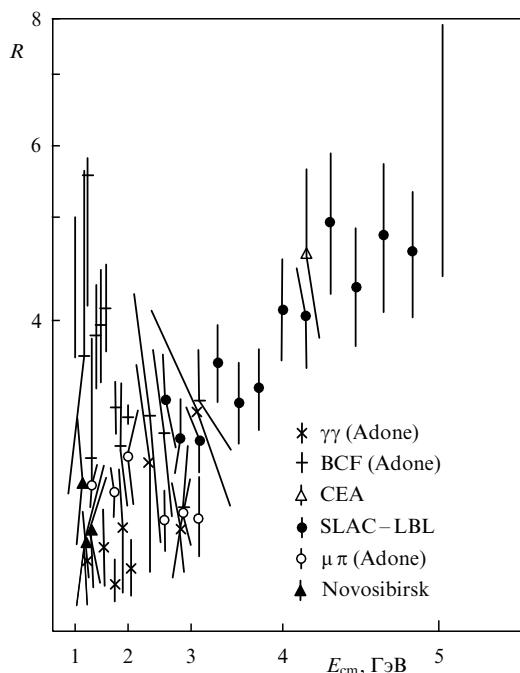


Рис. 1. Результаты экспериментов по измерению R в зависимости от энергии в системе центра масс E_{cm} (рисунок из доклада Б. Рихтера "The ratio R as of July 1974" ("Отношение R по состоянию на июль 1974 года") [27] на Лондонской конференции 1974 года). Adone — электрон-позитронный коллайдер, работавший в 1969–1993 гг. в Национальном институте ядерной физики (Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, INFN) (Италия); BCF — Bologna – CERN – Frascati; CEA — Cambridge Electron Accelerator; SLAC – LBL (Stanford Linear Accelerator Center – Lawrence Berkeley Laboratory); Novosibirsk — имеется в виду ВЭПП-2 (Встречные электрон-позитронные пучки) — один из первых электрон-позитронных коллайдеров, созданный в Институте ядерной физики (ИЯФ) СО АН СССР (Новосибирск) в 1965 г.

а по мере возрастания энергии количество возможных распадов начинает исчисляться сотнями.

В рассматриваемом диапазоне энергий измерение R проводилось неоднократно начиная с 1970-х годов [13–26]. Исторический путь, пройденный в экспериментах по измерению сечения электрон-позитронной аннигиляции в адроны, можно охарактеризовать рис. 1 и 2. Оба рисунка демонстрируют результаты экспериментов по определению инклюзивного адронного сечения e^+e^- -аннигиляции; рис. 1 был представлен Б. Рихтером [27] на конференции 1974 г. до открытия J/ψ -резонанса, а рис. 2 приводится Particle Data Group (PDG) [28] по состоянию на 2018 г.

За прошедшие десятилетия исследований адронных процессов на встречных электрон-позитронных пучках определение величины R стало классическим экспериментом. Значительно повысилась точность измерения, и многократно расширился диапазон проведения исследований. Тем не менее при определении фундаментальных характеристик КХД, перечисленных выше, часто используют расчёты в рамках пертурбативной квантовой хромодинамики (perturbative quantum chromodynamics, pQCD), поскольку до недавнего времени систематические неопределённости экспериментальных результатов были велики.

Если не касаться вопроса резонансного рождения адронов, то наблюдаемая зависимость инклюзивного сечения аннигиляции e^+e^- -пары в адроны является наиболее простым для понимания следствием КХД, что,

однако, не устраняет всех трудностей, связанных как с проведением прецизионного экспериментального измерения величины R , так и с усложнением теоретических вычислений этой характеристики КХД по мере повышения требуемой точности расчёта. Современный уровень систематической неопределённости экспериментов по измерению R в рассматриваемом диапазоне энергий приблизился к 2%. Дальнейшее повышение точности является достаточно сложной экспериментальной задачей, перспективы решения которой затронуты в разделе 3.

2. Аннигиляция e^+e^- -пары в адроны

2.1. Величина R

С теоретическими вопросами расчёта величины инклюзивного сечения рождения адронов в процессе e^+e^- -аннигиляции можно ознакомиться, например, в работах [29, 30]. Однако, чтобы в полной мере раскрыть мотивацию экспериментальных исследований, посвящённых измерению R , краткое обсуждение фундаментальных теоретических положений будет полезным и в настоящей статье.

В низшем порядке теории возмущений амплитуда процесса $e^+ + e^- \rightarrow X$, где X — адронное состояние, имеет вид

$$i\mathcal{M} = \frac{e}{q^2} \bar{v}(p_2) \gamma_\mu u(p_1) \langle X | J^\mu | 0 \rangle, \quad (1)$$

где p_1 и p_2 — 4-импульсы электрона и позитрона, $u(p_1)$ и $\bar{v}(p_2)$ — их биспинорные амплитуды волновых функций, $q = p_1 + p_2$, J^μ — электромагнитный адронный ток, который может быть представлен в виде

$$J^\mu = (-ie) \sum_f Q_f \bar{\psi} \gamma^\mu \psi. \quad (2)$$

Суммирование в (2) ведётся по ароматам кварков, заряды которых Q_f приведены в единицах $|e|$. Дальнейший расчёт приводит к формуле полного сечения адронной аннигиляции для неполяризованных пучков

$$\sigma^{e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}}(s) = -\frac{4\pi\alpha}{s\sqrt{1-4m_e^2/s}} \left(1 + \frac{2m_e^2}{s}\right) \text{Im}_h \Pi(s). \quad (3)$$

Величина $\text{Im}_h \Pi$ обозначает мнимую часть поляризационного оператора, соответствующую адронному промежуточному состоянию.

Замена адронного тока электромагнитным током мюонов приводит к мюонному аналогу функции $\Pi(s)$:

$$\text{Im} \Pi^{\mu^+\mu^-}(s) = -\frac{\alpha}{3} \left(1 + \frac{2m_\mu^2}{s}\right) \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{s}} \theta(s - 4m_\mu^2), \quad (4)$$

где $\theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда. В рассматриваемой области энергий $s \gg 4m_\mu^2$. Используя (3), получаем сечение рождения мюонной пары в борновском приближении:

$$\sigma_0^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(s) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}. \quad (5)$$

Отсюда естественно определить R как отношение:

$$R \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sigma^{e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}}(s)}{\sigma_0^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(s)}. \quad (6)$$

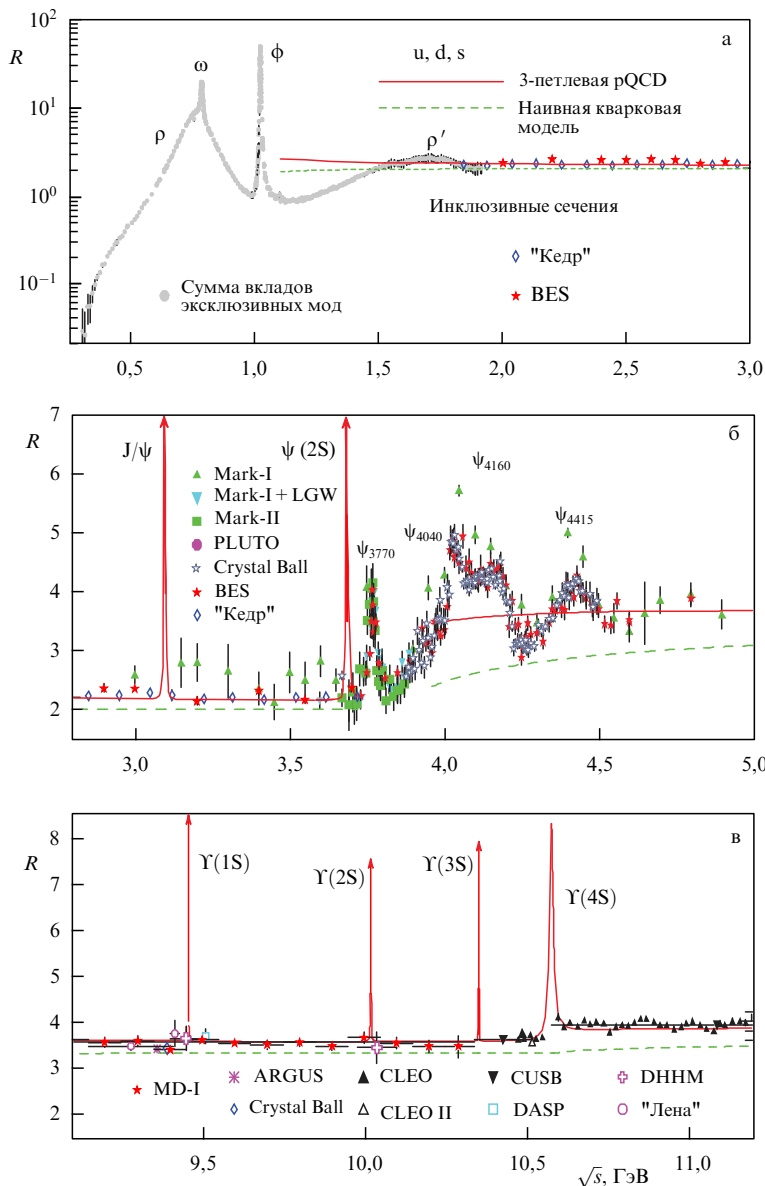


Рис. 2. (В цвете онлайн.). Результаты экспериментов по измерению R в зависимости от энергии. Приведены экспериментальные данные и результаты расчётов по состоянию на 2018 г. согласно PDG [28]. На верхнем рисунке красной линией показан результат расчёта в рамках пертурбативной КХД (pQCD) в трёхпетлевом приближении, зелёной штриховой линией — результат расчёта в рамках наивной кварковой модели. Серыми символами показана сумма вкладов в R эксклюзивных мод распадов, измеренных экспериментально. (Значения аббревиатур: LGW — Lead Glass Wall, ARGUS — A Russian – German – United States – Swedish, CUSB — Columbia University – Stony Brook, DHHM — DESY – Hamburg – Heidelberg – München, DASP — Double-Arm Spectrometer.) "Лена" — эксперимент с детектором "Лена" на ВЭПП-4.

Из (3) и (6) следует, что

$$R = -\frac{3}{\alpha} \text{Im}_R \Pi(s). \tag{7}$$

Заменяя в (4) m_c массой кварка m_f и домножив на $3Q_f^2$, в низшем порядке КХД вклад в R от каждого аромата можно представить как

$$R_f^{(0)}(s) = 3Q_f^2 \left(1 + \frac{2m_f^2}{s}\right) \sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{s}} \times \theta(s - 4m_f^2) \underset{s \gg 4m_f^2}{\simeq} 3Q_f^2. \tag{8}$$

Множитель 3 в (8) возникает при суммировании по трём цветовым состояниям кварка. Суммируя по всем доступным на данной энергии ароматам, т.е. учитывая только

кварки, обладающие массой, меньшей, чем половина энергии в системе центра масс, получаем полную величину R в нулевом порядке КХД:

$$R^{(0)} = 3 \sum_f Q_f^2. \tag{9}$$

В экспериментах, где характерный масштаб энергий много меньше массы Z^0 -бозона, величина R , вычисленная в рамках пертурбативной КХД в приближении безмассовых кварков, может быть записана вплоть до четвёртого порядка по бегущей константе связи КХД α_s . Соответствующее выражение имеет вид [31–33]

$$R(s) = 3 \sum_f Q_f^2 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 \left(\frac{365}{24} - 11 \zeta_3 - \frac{11}{12} n_f + \dots\right)\right)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{3} \zeta_3 n_f) + \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^3 \left[n_f^2 \left(\frac{151}{162} - \frac{1}{108} \pi^2 - \frac{19}{27} \zeta_3 \right) + \right. \\
& + n_f \left(-\frac{7847}{216} + \frac{11}{36} \pi^2 + \frac{262}{9} \zeta_3 - \frac{25}{9} \zeta_5 \right) + \\
& + \frac{87029}{288} - \frac{121}{48} \pi^2 - \frac{1103}{4} \zeta_3 + \frac{275}{6} \zeta_5 \left. \right] + \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^4 \times \\
& \times \left[n_f^3 \left(-\frac{6131}{5832} + \frac{11}{432} \pi^2 + \frac{203}{324} \zeta_3 - \frac{1}{54} \pi^2 \zeta_3 + \frac{5}{18} \zeta_5 \right) + \right. \\
& + n_f^2 \left(\frac{1045381}{15552} - \frac{593}{432} \pi^2 - \frac{40655}{864} \zeta_3 + \frac{11}{12} \pi^2 \zeta_3 + \frac{5}{6} \zeta_3^2 - \right. \\
& - \frac{260}{27} \zeta_5 \left. \right) + n_f \left(-\frac{13044007}{10368} + \frac{2263}{96} \pi^2 + \frac{12205}{12} \zeta_3 - \right. \\
& - \frac{121}{8} \pi^2 \zeta_3 - 55 \zeta_3^2 + \frac{29675}{432} \zeta_5 + \frac{665}{72} \zeta_7 \left. \right) + \\
& + \frac{144939499}{20736} - \frac{49775}{384} \pi^2 - \frac{5693495}{864} \zeta_3 + \frac{1331}{16} \pi^2 \zeta_3 + \\
& + \frac{5445}{8} \zeta_3^2 + \frac{65945}{288} \zeta_5 - \frac{7315}{48} \zeta_7 \left. \right] + \\
& + \left(\sum_f Q_f \right)^2 \left(\left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 \left(\frac{55}{62} - \frac{5}{3} \zeta_3 \right) + \right. \\
& + \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^4 \left[n_f \left(-\frac{745}{432} + \frac{65}{24} \zeta_3 + \frac{5}{6} \zeta_3^2 - \frac{25}{12} \zeta_5 \right) + \right. \\
& + \left. \left. \left(\frac{5795}{192} - \frac{8245}{144} \zeta_3 - \frac{55}{4} \zeta_3^2 + \frac{2825}{72} \zeta_5 \right) \right] \right) + \mathcal{O}(\alpha_s^5), \quad (10)
\end{aligned}$$

где α_s — бегущая константа связи сильного взаимодействия, n_f — число доступных на данной энергии ароматов кварков, ζ_n — дзета-функции Эйлера–Римана. Поправки к R , связанные с конечной массой кварков, на достаточно большом удалении от порога рождения соответствующего кварка подавлены как $m_f^2(s)/s$ при рассмотрении вне области резонансов. В рассматриваемом диапазоне энергий вклад электрослабого взаимодействия в R не превышает 0,02%, что пренебрежимо мало по сравнению с систематическими неопределённостями экспериментальных данных. Оба эффекта обсуждаются в работах [34–36].

Следует сделать важное отступление. В КХД константа связи α_s стремится к нулю при больших передачах импульса, данное свойство называют асимптотической свободой. Другое важное свойство КХД связано с появлением массового параметра Λ . Ввиду того что исходный рассматриваемый лагранжиан КХД не содержит массовых параметров, это явление называют размерностной трансмутацией. Асимптотическая свобода позволяет точно описать сильное взаимодействие при достаточно больших передачах импульса. В рамках теории возмущений КХД для схемы регуляризации $\overline{\text{MS}}$ (модифицированной схемы минимальных вычитаний) найдены аналитические решения для уравнения ренорм-группы, позволяющие записать аналитическое приближение для α_s с учётом пятипетлевых диаграмм [37]. При теоретических расчётах для описания зависимости $\alpha_s(s)$ в широком диапазоне энергии можно, например, использовать пакет программ RunDec [38, 39], в котором учитывается изменение как $\alpha_s(s)$, так и параметра Λ с изменением числа кварковых ароматов. Значение Λ на заданной энергии определяется в соответствии с числом

возможных кварковых ароматов исходя из непрерывности величины $\alpha_s(s)$.

Вклад процессов, в которых переданный импульс порядка массового параметра КХД Λ , уже не описывается пертурбативной КХД ввиду инфракрасной расходимости константы α_s , причём указанная проблема не решается и при рассмотрении любого конечного числа многопетлевых вкладов. Методы теории возмущений применимы при $s \gg \Lambda^2$, и при энергии $s = (2 \text{ ГэВ})^2$, когда $\alpha_s \simeq 0,3$, априори нельзя считать возможные поправки к R малыми. В этом случае в расчётах по мере возможности используют непертурбативные методы, к которым относятся, например, правила сумм и операторное разложение (Operator Product Expansion, OPE), впервые предложенное К. Вильсоном [40]. В последние десятилетия наибольшее развитие получили методы вычислений аналитической теории возмущений КХД. Детальный обзор результатов данного направления теоретической физики можно найти в работах [41, 42]. Одна из недавних публикаций [43] посвящена непосредственно точному расчёту R . Тем не менее вследствие цветового конфайнмента точность расчётов КХД не может быть сравнимой с точностью вычислений в рамках квантовой электродинамики, и это одна из причин, почему измерение R является важной экспериментальной задачей.

Следует отметить, что в определённых случаях вместо R удобнее использовать величину R_{exp} [44], учитывающую эффекты поляризации вакуума виртуального фотона:

$$R_{\text{exp}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sigma_{\text{exp}}^{e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}}(s)}{\sigma_0^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(s)}, \quad (11)$$

где $\sigma_{\text{exp}}^{e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}}(s) = \sigma^{e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}}(s)/|1 - \Pi(s)|^2$. Такой подход приводит к сокращению ряда систематических неопределённостей, например, при расчёте аномального магнитного момента мюона.

2.2. Процедура определения величины R

Рассмотрим процедуру измерения величины R , используемую в экспериментах, в которых выполняется сканирование по энергии центра масс сталкивающихся e^+e^- пучков.

Наблюдаемое адронное сечение $\sigma_{\text{mh}}^{\text{obs}}(s)$ определяется формулой

$$\sigma_{\text{mh}}^{\text{obs}}(s) = \frac{N_{\text{mh}} - N_{\text{res.bg}}}{\int \mathcal{L} dt}, \quad (12)$$

где N_{mh} — число адронных событий, прошедших отбор, $N_{\text{res.bg}}$ — число событий пучкового фона при выбранных условиях отбора¹, $\int \mathcal{L} dt$ — интеграл светимости.

Величина R , соответствующая измеренному значению сечения, вычисляется как

$$R = \frac{\sigma_{\text{mh}}^{\text{obs}}(s) - \sum \varepsilon_{\text{bg}}(s) \sigma_{\text{bg}}(s) - \sum \varepsilon_{\psi}(s) \sigma_{\psi}(s)}{\varepsilon(s) (1 + \delta(s)) \sigma_0^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(s)}, \quad (13)$$

где $\sigma_0^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(s)$ — борновское сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $\varepsilon(s)$ — эффективность регистрации событий однофотонной аннигиляции электрон-позитронной

¹ Индексы obs, mh, res.bg, происходящие от английских слов observed, multihadron, residual background, часто используются в экспериментальных работах.

пары в адроны. Второе слагаемое в числителе содержит вклады в наблюдаемое сечение процессов рождения лептонных пар l^+l^- ($l = e, \mu, \tau$), а также процессов двухфотонного рождения. Эффективности регистрации адронных событий ε и фоновых процессов ε_{bg} находятся из моделирования.

Третье слагаемое в числителе (13) включает в себя вклады радиационных "хвостов" J/ψ - и $\psi(2S)$ -резонансов. Данное слагаемое учитывается непосредственно при вычислении сечения, если осуществляется подгонка² резонансов. В отсутствие точных измерений энергии коллайдера вклад резонансов рассматривают как часть радиационной поправки δ .

Следует подчеркнуть, что вклад в наблюдаемое сечение радиационного хвоста резонанса $\varepsilon_\psi \sigma_\psi$ зависит от комбинации $\varepsilon_\psi \Gamma_{ee} \mathcal{B}_h$ и в случае определения параметров резонанса из подгонки наблюдаемого сечения он нечувствителен непосредственно к заданным по отдельности значениям электронной ширины Γ_{ee} , вероятности распада в адроны \mathcal{B}_h и эффективности ε_ψ . При применении метода подгонки важна именно комбинация $\varepsilon_\psi \Gamma_{ee} \mathcal{B}_h$, характеризующая площадь под наблюдаемым в эксперименте сечением резонанса.

Один из методов определения величины $1 + \delta(s)$ заключается в вычислении следующего интеграла:

$$1 + \delta(s) = \int \frac{dx}{1-x} \frac{\mathcal{F}(s, x)}{|1 - \tilde{\Pi}((1-x)s)|^2} \frac{\tilde{R}((1-x)s) \varepsilon((1-x)s)}{R(s) \varepsilon(s)}, \quad (14)$$

где $\mathcal{F}(s, x)$ — функция радиационных поправок, полученная в подходе структурных функций в классической работе Э.А. Кураева и В.С. Фадына [45]. Этот метод использовался при анализе данных эксперимента "Кедр" [24–26]. В работах коллаборации BES (Beijing Spectrometer) и более ранних экспериментах процедура вычисления радиационной поправки основывалась на последовательном рассмотрении диаграмм Фейнмана, согласно методу, описанному в работах [46–49].

При прямом вычитании вклада резонансов оператор вакуумной поляризации $\tilde{\Pi}$ и величина \tilde{R} не включают в себя вклады J/ψ - и $\psi(2S)$ -резонансов, в противном случае обе величины входят в расчёт в исходном виде. В первом случае результатом описанной выше процедуры анализа экспериментальных данных является непосредственно значение R_{uds} , а сложение со слагаемыми, соответствующими резонансам, позволяет найти R .

В экспериментах по измерению R при энергии ниже порога рождения J/ψ -мезона соотношение (13) упрощается очевидным образом и рассмотрения резонансов не требуется, если не рассматривается область вблизи J/ψ -резонанса, в которой важен учёт интерференции.

2.3. Эксперименты по измерению R

Как отмечалось во введении, эксперименты по измерению R в диапазоне энергий от 1,84 до 3,72 ГэВ проводились неоднократно. Подробный обзор результатов можно найти в работе [50]. Обсудим ряд характерных особенностей, присущих подобным измерениям.

² Под термином "подгонка" (fit) здесь подразумевается выполнение математической процедуры нахождения параметров теоретической функции, при которых достигается наилучшее согласие между результатами теоретического расчёта и экспериментальными данными.

Одним из первых экспериментов, в котором была измерена величина R в широком диапазоне энергий, от 2,6 до 7,8 ГэВ, являлся эксперимент Mark-I [19]. При анализе экспериментальных данных Mark-I точной настройки моделирования e^+e^- -аннигиляции в адроны не проводилось. Для определения эффективности регистрации событий использовался метод разложения по компонентам.

Метод предполагает разложение всего множества адронных событий по классам, содержащим события определённой множественности заряженных частиц. Предположим, что имеется не совсем точное моделирование, которое не воспроизводит экспериментального распределения по множественности заряженных частиц. Тем не менее на основе этого моделирования можно получить матрицу ε_{ij} , содержащую эффективность регистрации событий определённой множественности j , для которых восстанавливается i треков. Процедура нахождения начального распределения множественности N_j исходя из наблюдаемого распределения N_i^{obs} сводится к минимизации значения χ^2 , вычисляемого согласно соотношению

$$\chi^2 = \sum_i \frac{N_i^{\text{obs}} - \sum_j \varepsilon_{ij} N_j}{N_i^{\text{obs}}}. \quad (15)$$

Восстановленное распределение N_j позволяет определить поправку к эффективности регистрации адронного события, найденного при моделировании. Эта поправка является оценкой систематической погрешности. Такой подход имеет ряд недостатков, в частности, в нём учитывается распределение только по множественности заряженных частиц и не предполагается рассмотрения других характеристик многоадронного события, что занижает возможные систематические неопределённости.

На рисунке 3 проведено сравнение модельных и экспериментальных распределений по множественности заряженных частиц.

Вычитание вклада J/ψ - и $\psi(2S)$ -мезонов проводилось аналитически при заданных параметрах резонансов. Эффективность регистрации адронных событий (рис. 4) при энергии ниже 3,72 ГэВ не превосходила 50%. Средняя точность измерений коллаборации Mark-I составила 13%, достигая в отдельных точках 6%. В течение длительного времени после публикации результатов Mark-I экспериментов по определению R в диапазоне энергий от 1,84 ГэВ до 3,72 ГэВ не проводилось.

Активные исследования данной области энергий были продолжены коллаборацией BES [20–23]. Результаты для наиболее широкой области энергий, от 2 до 5 ГэВ, представлены в статье [21] 2002 года. Анализ экспериментальных данных BES II включал в себя настройку моделирования uds -континуума. Основной особенностью анализа являлось использование двух версий моделирования, базирующихся на двух разных моделях адронной фрагментации (см. более подробное описание в разделе 3). Вклад узких резонансов рассматривался совместно с вкладом сечения uds -континуума. То есть эффективность регистрации находилась без выделения резонансных компонент, а процедура анализа требовала нескольких итераций. Итоговая точность результатов не превосходила 5,5%.

В работе [23] 2009 года коллаборации BES проведено измерение R в трёх точках по энергии: 2,6, 3,07 и 3,65 ГэВ.

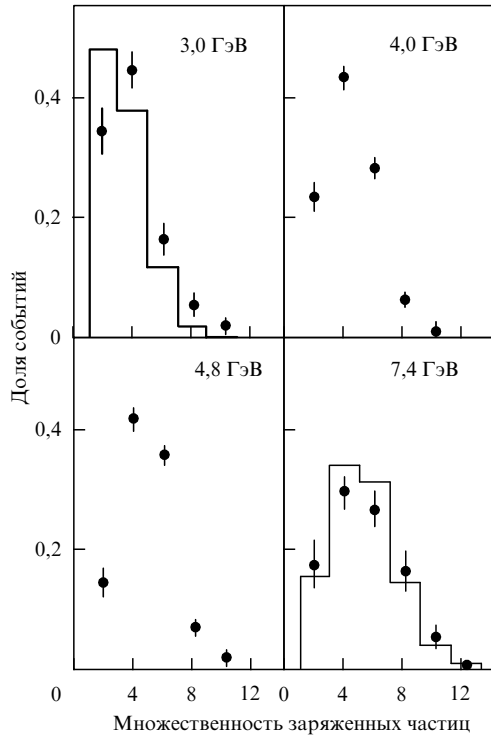


Рис. 3. Распределение по множественности заряженных частиц в эксперименте Mark-I [19]. Кружки соответствуют экспериментальным данным, а гистограммы — результатам моделирования.

Принципиальная схема анализа не отличалась от таковой в предыдущих работах коллаборации BES, но точность результатов повысилась до 3,4 % при доминировании систематической неопределённости.

В течение нескольких последних лет были опубликованы результаты эксперимента "Кедр" в Институте

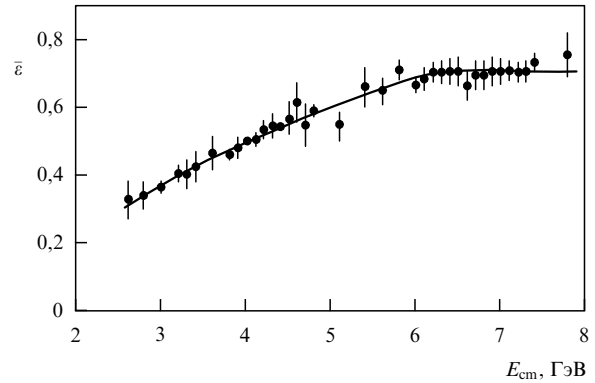


Рис. 4. Эффективность регистрации адронных событий $\bar{\epsilon}$ в зависимости от энергии в эксперименте Mark-I [19].

ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН [24–26], в котором величина R измерена в 22 точках по энергии в диапазоне от 1,84 до 3,72 ГэВ, что соответствует области энергии от порога рождения пары протон–антипротон до порога рождения $D\bar{D}$ -пары очарованных мезонов. В большинстве точек в области энергий от 1,84 до 3,05 ГэВ величина R измерена с точностью выше чем 3,9 % при систематической неопределённости менее 2,4 %. В диапазоне энергии от 3,08 до 3,72 ГэВ измерение R в большинстве точек выполнено с точностью выше 2,6 % при уровне систематической неопределённости от 1,6 % до 2,2 %.

Уникальной особенностью эксперимента "Кедр" являлось прямое определение вклада в наблюдаемое сечение J/ψ - и $\psi(2S)$ -резонансов. Сканирование, выполненное с прецизионным измерением энергии накопителя в непосредственной окрестности резонансов, позволило с высокой точностью определить основные параметры

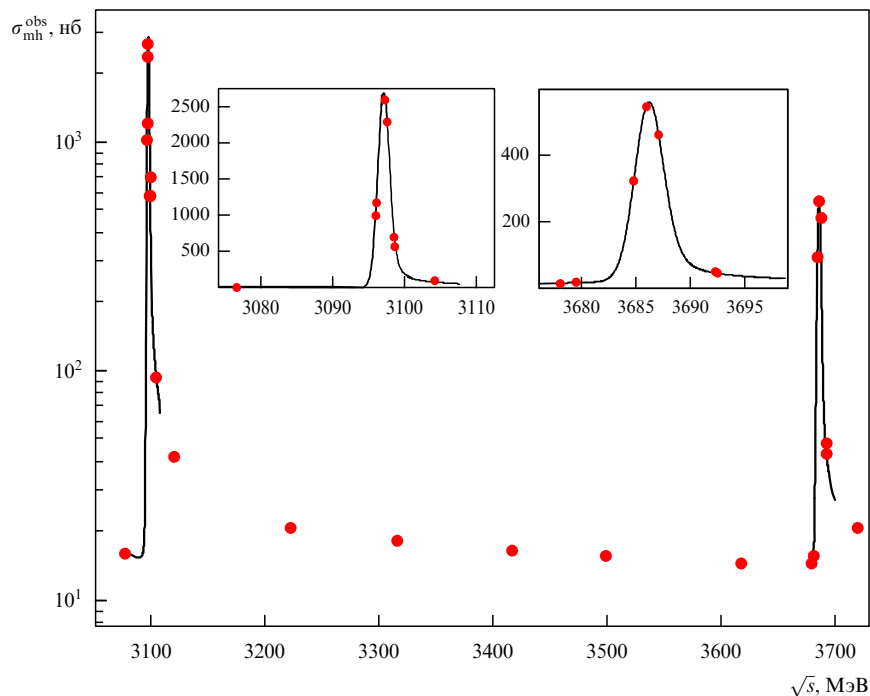


Рис. 5. Наблюдаемое адронное сечение аннигиляции электрон-позитронной пары в зависимости от энергии для сканирования из работы [26]. Кривые — результат подгонки резонансов J/ψ и $\psi(2S)$. На вставках представлены увеличенные фрагменты рисунка.

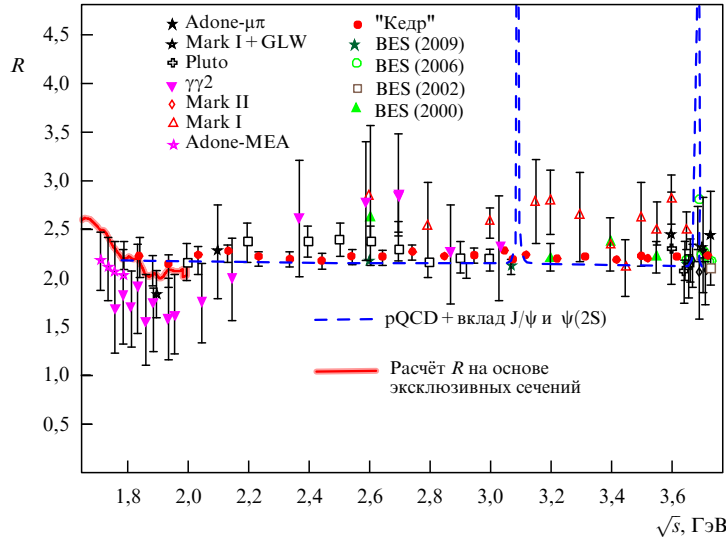


Рис. 6. (В цвете онлайн.) Результаты экспериментов по измерению $R(s)$ в сравнении с результатами расчёта в рамках пертурбативной КХД (pQCD), учитывающего вклад узких резонансов (MEA — Magnete Esperienze Adone). Также приведены результаты расчёта R на основе суммы сечений эксклюзивных процессов. (Данные о сечениях эксклюзивных каналов предоставлены Ф.В. Игнатовым и доступны на сайте [54].)

резонансов и учесть их вклад в наблюдаемое адронное сечение. Вопросы, связанные с прецизионной подгонкой инклюзивного сечения рождения адронов, изложены в работах [51–53]. Результат одного из сканирований, выполненных в эксперименте "Кедр", показан на рис. 5 [26].

Результаты измерения $R(s)$, выполненные в диапазоне энергий 1,84–3,72 ГэВ, представлены на рис. 6. В современных экспериментах значительно возросла эффективность регистрации адронных событий. Если раньше на энергии J/ψ -резонанса данная величина не превосходила 50 %, то сейчас в работах коллабораций BES [20–23] и "Кедр" [24–26] она достигает значения 75 % и выше. При этом выбранные условия отбора адронных событий позволяют подавить вклад фоновых процессов в наблюдаемое сечение до нескольких процентов. Указанные обстоятельства во многом отражают возросшую "герметичность" детекторов, т.е. возможность регистрации частиц с высокой эффективностью в большем телесном угле, а также прогресс, связанный с совершенствованием регистрирующей аппаратуры.

2.4. Применение результатов измерения R

Как известно, основной источник неопределённости при расчёте аномального магнитного момента мюона связан с вкладом сильного взаимодействия (адронный вклад). Имеется две компоненты адронного вклада. Первая компонента относится к процессам рассеяния света на свете (light-by-light, LbL), вторая, большая, компонента определяется поляризацией вакуума и может быть вычислена непосредственно из экспериментальных данных.

Адронный вклад ведущего порядка $a_\mu^{\text{h,LO}}$, связанный с поляризацией вакуума, может быть представлен в виде дисперсионного интеграла [55]:

$$a_\mu^{\text{h,LO}} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi} \right)^2 \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{R(s) \hat{K}(s)}{s^2} ds, \quad (16)$$

где ядро $\hat{K}(s)$ монотонно возрастает от 0,63 до 1 при изменении s от $4m_\pi^2$ до $s \rightarrow \infty$.

Вследствие наличия знаменателя s^2 в подынтегральном выражении соотношения (16) около 91 % величины

$a_\mu^{\text{h,LO}}$ определяется областью энергии менее 1,84 ГэВ. Часть интеграла, вычисленная в области энергии выше 1,84 ГэВ, сравнительно невелика, но она существенна для точных расчётов, основанных на экспериментальных данных. Более подробно с анализом работ, посвящённых вычислению аномального магнитного момента мюона, можно ознакомиться в обзоре [56].

Ещё одно важное приложение величины $R(s)$ — это вычисление постоянной тонкой структуры $\alpha(M_Z^2)$ при энергии, равной массе Z -бозона. Соответствующая адронная компонента $\Delta\alpha_h^{(5)}(M_Z^2)$ может быть записана в виде дисперсионного соотношения [57–60]:

$$\Delta\alpha_h^{(5)}(M_Z^2) = -\frac{\alpha M_Z^2}{3\pi} \text{Re} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{R(s)}{s(s - M_Z^2 - i\epsilon)} ds. \quad (17)$$

Верхний индекс (5) у $\Delta\alpha_h$ соответствует учёту в (17) кварков пяти ароматов. Вклад t -кварка $\Delta\alpha_{\text{top}} \simeq -(4\alpha/45\pi) M_Z^2/m_t^2$, меньший более чем на два порядка, рассчитывается отдельно. Подынтегральное выражение в (17) при рассматриваемых энергиях ведёт себя как $1/s$. Таким образом, вклад в величину $\alpha_h^{(5)}(M_Z^2)$, связанный с обсуждаемым диапазоном энергий, подавлен в меньшей степени, чем соответствующий адронный вклад в аномальный магнитный момент мюона.

Вклады различных диапазонов энергий в величины a_μ и $\Delta\alpha_h^{(5)}(M_Z^2)$ проиллюстрированы на рис. 7.

Экспериментальные результаты измерения R используются также при определении масс тяжёлых кварков. В работе [12] характерная систематическая неопределённость массы s -кварка, связанная с ошибками измерения R в диапазоне энергий от 2 до 3,72 ГэВ, равняется 1,7 МэВ и определяется точностью вычисления экспериментальных моментов M_n^{exp} , которые задаются интегралами вида

$$M_n^{\text{exp}} = \int \frac{R(s)}{s^{n+1}} ds. \quad (18)$$

Несмотря на то что остальные источники неопределённости преобладают в итоговой погрешности расчёта,

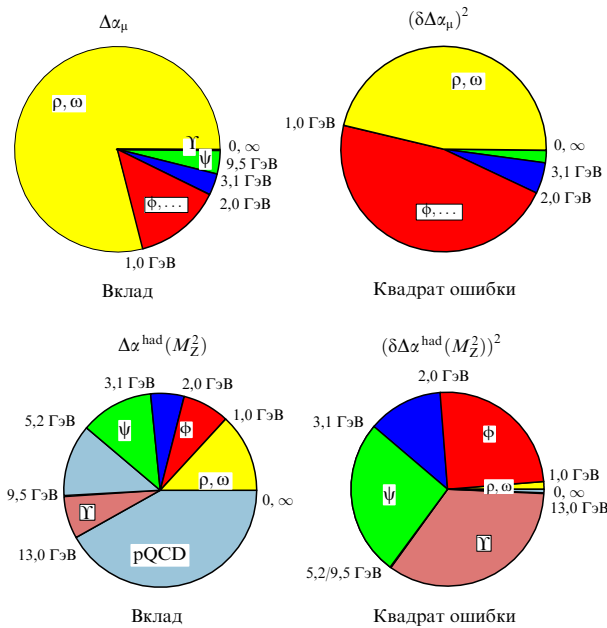


Рис. 7. (В цвете онлайн.) Вклады различных диапазонов энергий в аномальный магнитный момент мюона и величину $\Delta\alpha_h^{(5)}(M_Z^2)$ и соответствующие квадраты ошибок определения этих параметров. (Из работы [61].)

равной 7,8 МэВ, работа по уточнению инклюзивного адронного сечения в области энергии ниже 3,72 ГэВ остаётся востребованной.

3. Перспективы повышения точности измерения инклюзивного адронного сечения

Для современных и будущих экспериментов по измерению инклюзивного адронного сечения e^+e^- -аннигиляции прежде всего представляет интерес возможность повышения точности измерения. Каковы предпосылки превзойти достигнутый к настоящему моменту уровень систематической неопределённости 1,6% в рассматриваемом диапазоне энергий?

Основные источники систематических неопределённостей в экспериментах по измерению R связаны с вопросами измерения светимости, определением эффективности регистрации адронных событий, расчётом радиационной поправки и оценки числа фоновых событий при выбранных условиях отбора. Исходя из анализа результатов последних экспериментов BES и "Кедр" можно сделать вывод, что ключевой проблемой анализа данных было и остаётся достоверное моделирование адронных процессов.

Обсудим вопрос первичного моделирования более подробно. В настоящее время не существует программ генерации адронных событий ("генераторов"), гарантирующих по умолчанию прецизионную точность моделирования процессов e^+e^- -аннигиляции на энергии менее 10 ГэВ. По этой причине каждый эксперимент по измерению сечения инклюзивного рождения адронов требует настройки используемых моделей генерации первичных частиц и аккуратного рассмотрения систематических ошибок.

Основные этапы процедуры генерации процессов адронного рождения при e^+e^- -аннигиляции, реализованной, например, в программе JETSET [62], можно пред-

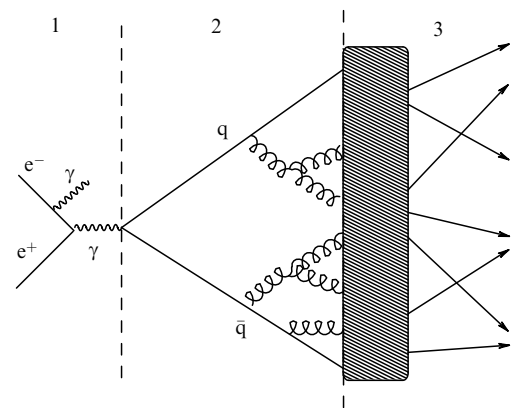


Рис. 8. Основные этапы генерации процессов адронного рождения в ходе e^+e^- -аннигиляции.

ставить в виде следующей эволюционной последовательности:

- 1) формирование исходной конфигурации партонов, для описания используется электрослабая теория и пертурбативная КХД;
- 2) излучение жёстких глюонов и/или их конверсия в пары кварк-антикварк, процесс описывается в рамках пертурбативной КХД;
- 3) фрагментация партонов и распады адронов, для описания используется феноменологический подход (непертурбативная КХД).

Ясное качественное представление о последовательности протекающих процессов (рис. 8) не исключает, однако, трудности реализации указанной схемы при её применении для энергий ниже 10 ГэВ.

Уже на первой стадии возникают проблемы, связанные с появлением мягких или коллинеарных глюонов. Техническое решение состоит в превращении трёхглюонной конфигурации в двухглюонную. Несмотря на изменение при этом параметров события, в частности занижение сферичности, в целом такой способ обеспечивает возможность выполнения дальнейшей процедуры генерации. Вторая стадия реализуется с помощью формул, основывающихся на точных вычислениях во втором порядке КХД или в главном логарифмическом приближении, соответствующем партонным ливням.

Завершающий этап генерации частиц основан на чисто феноменологическом подходе, реализованном в JETSET на базе лундской струнной модели (ЛСМ) [63]. По умолчанию используется идея "продольной" фрагментации, согласно которой мерой энергии системы являются переменные светового конуса $W \pm p_{\parallel}$. Функция фрагментации (ФФ) $f(z) = (c/z)(1-z)^a \exp(bm_{\perp}^2/z)$, где a, b, c — параметры (по умолчанию $a = 0,3, b = 0,58 \text{ ГэВ}^{-2}$), задаёт вероятность приобретения адронной доли z от энергии струны. В оригинальном варианте аргументом лундской симметричной ФФ является не только переменная z , но и квадрат "поперечной массы" $m_{\perp}^2 = m^2 + p_{\perp}^2$, где поперечный импульс кварков p_{\perp} , рождаемых в процессе разрыва струны, имеет, как предполагается в ЛСМ, гауссово распределение. Чтобы решить проблему снижения сферичности события при энергии начальной системы менее 10 ГэВ, увеличивают среднеквадратичный разброс распределения p_{\perp} , который по умолчанию равен 0,36 ГэВ. JETSET позволяет использовать кроме оригинальной функции фрагментации и дру-

гие ФФ, в частности эмпирическую функцию Филда – Фейнмана.

Из нескольких десятков параметров, использующихся в генераторе JETSET для настройки моделирования, можно выделить основные, задающие лундскую струнную модель фрагментации. Для удобства описания введём мнемонические обозначения W_{\min} , W_{stop} , δW_{stop} , $\sigma_{p_{\perp}}$ и P_V , соответствующие $parj(32)$, $parj(33)$, $parj(37)$, $parj(21)$ и $parj(11)$ в блоках данных программы. Рассмотрим алгоритм генерации S-волновых мезонных состояний. Исходные партоны формируют цветные синглеты, которым ставятся в соответствие замкнутые (с глюонами в местах излома) или незамкнутые (соединяющие кварк и антикварк) струны. При превышении массы струны величины параметра W_{\min} + масса кварков в струне начинается процесс формирования мезонов, если данное условие не выполняется, то образуется только один мезон. Разрыв струны происходит у каждого из изломов парами кварк – антикварк с рождением первичных мезонов, таким образом, остаются лишь незамкнутые струны. Поперечный импульс кварка генерируется согласно гауссову распределению и имеет среднеквадратичный разброс $\sigma_{p_{\perp}}$. Незамкнутая струна разрывается у одного из концов с образованием мезона, энергия и продольный импульс которого рассчитываются в соответствии с функцией фрагментации. S-волновой мезон с вероятностью P_V оказывается векторным, иначе — псевдоскалярным.

Полная процедура ЛСМ включает в себя генерацию барионов путём образования цветных дикварков в месте разрыва струны. По умолчанию относительная вероятность образования лёгкого бариона равна примерно 0,1. Кроме того, алгоритм предусматривает возникновение P-волновых мезонов в соответствии с параметрами, заданными пользователем. Процесс рождения адронов останавливается в случае, когда инвариантная масса струны становится меньше, чем W_{\min} + масса кварков, завершившись образованием пары последних адронов. Также алгоритм предусматривает раннюю остановку процесса фрагментации в зависимости от массы кварков (или дикварков), появившихся в точке разрыва струны. Такой сценарий выполняется, когда энергия струны меньше, чем W_{stop} + масса лидирующих кварков + масса объектов в месте разрыва. По смыслу $W_{\text{stop}} > W_{\min} + 2m_s$, где m_s — масса странного кварка. Из значения W_{stop} и законов сохранения определяется импульс последней пары сформированных адронов. Для исключения особенностей в импульсном спектре предусмотрен параметр δW_{stop} , соответствующий разбросу значений W_{stop} .

Как видно из описания процесса генерации адронов ЛСМ, реализованного в пакете программ JETSET, образование частиц при разрыве струны идёт независимо от того, сколько частиц уже образовалось. При этом остановка процесса дробления — непростая задача, решаемая в рамках ряда предположений, как описано выше. В альтернативном подходе, осуществляемом программой LUARLW [64], распределение по множественности адронных событий уже изначально контролируется параметрами, определяющими распределение по множественности и задающими его среднее значение. Параметры определяются из полученных в эксперименте данных. Используемая модель [65] предполагает, что исходная фрагментирующая система может быть опре-

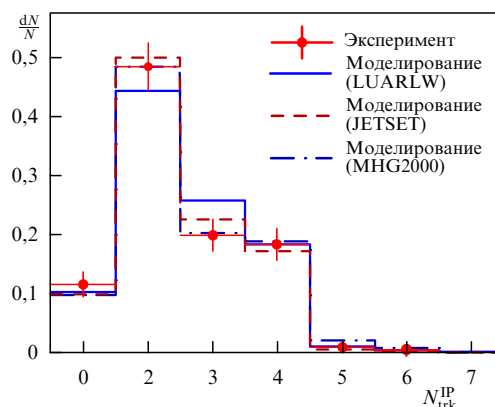


Рис. 9. (В цвете онлайн.) Распределение по множественности заряженных частиц $N_{\text{trk}}^{\text{IP}}$ для событий, прошедших "адронный" отбор, при энергии 1,84 ГэВ. Все распределения нормированы на единицу. N — число событий в гистограмме.

делена в фазовом пространстве, задаваемом переменными светового конуса, как область, включающая в себя части, в которых фиксировано число рождаемых адронов. Само событие характеризуется заданной функцией плотности вероятности, представимой в виде произведения плотностей вероятностей, соответствующих каждой из рассматриваемых частей. Настройка параметров генератора LUARLW может осуществляться в широком диапазоне энергий, в отличие от необходимой локальной настройки параметров в каждой точке по энергии в программе JETSET.

Дополнительную информацию по феноменологии ядерных взаимодействий и популярным генераторам адронных событий можно найти в обзорах [66–68].

Настройка параметров генераторов JETSET и LUARLW позволяет достигнуть удовлетворительного согласия характеристик событий, полученных на основе экспериментальных данных и распределений, найденных исходя из моделирования. При этом в обсуждаемом диапазоне энергий эффективность регистрации, полученная на основе моделирования генераторами LUARLW и JETSET, согласуется на уровне 1% при энергии выше 2,04 ГэВ [21, 24–26]. В работе [25] рассматриваемый диапазон энергий от 1,84 до 3,05 ГэВ, однако для энергии ниже 2,04 ГэВ точная настройка рассматриваемых генераторов была невозможна по причине небольшой статистики.

Несмотря на увеличение систематической неопределённости с понижением энергии, имеются перспективы повышения точности при увеличении статистики. Скорее всего, во всём диапазоне энергий от 1,84 до 3,72 ГэВ может быть достигнута систематическая неопределённость, связанная с первичным моделированием адронных событий, на уровне не хуже 1,5%, а при энергии выше 2,1 ГэВ — 1%. В первую очередь это определяется возможностью точной настройки инклюзивных генераторов адронных процессов на энергии 1,8 ГэВ.

В работе [69] проводилось сравнение результатов моделирования uds-континуума, выполненного в рамках программ LUARLW и JETSET, с результатами, полученными с помощью генератора MHG2000 [70, 71], который моделирует совокупность известных при заданной энергии эксклюзивных процессов. Распределения по множественности заряженных частиц для указанных вариантов первичных генераторов приведены на рис. 9.

Таблица. Относительная разница между различными способами определения эффективности регистрации адронных событий uds -континуума

Энергия, ГэВ	$\delta\varepsilon/\varepsilon, \%$		
	LUARLW JETSET	LUARLW Метод разложения (раздел 2.3)	LUARLW MHG2000
1,841	6,6	3,6	3,8
1,937–2,037	2,5	1,9	—
2,136–3,048	1,2	0,5	—

Разница между найденными эффективностями регистрации различных исходных моделирований представлена в таблице.

Представленные распределения демонстрируют, что настройка параметров инклюзивного генератора JETSET позволяет достичь удовлетворительного согласия данных моделирования с экспериментальными характеристиками событий. Кроме того, современного уровня знаний о совокупности распадов на энергии 1,8 ГэВ достаточно для выполнения первичного моделирования как совокупности эксклюзивных процессов, что реализовано программой MHG2000.

Ещё один способ моделирования адронных процессов применяется в эксперименте BES III [72, 73]. Анализ эксперимента основан на результатах моделирования гибридного генератора, представляющего собой комбинацию программы первичного моделирования эксклюзивных процессов и программы LUARLW. Генератор эксклюзивных мод включает в себя программы PHOKHARA [74] и ConEx [75], это позволяет рассматривать совокупность примерно из 50 различных процессов. В гибридном подходе происходит моделирование всех известных процессов на определённой энергии, оставшаяся часть событий моделируется инклюзивным генератором, каковым является программа LUARLW. Сравнительная эффективность регистрации адронных событий, полученную на основе гибридного генератора, и эффективность регистрации, определённую при моделировании только генератором LUARLW, получают оценку систематической неопределённости, относящейся к первичному моделированию. Предполагается, что данная погрешность составит 1,5–2,0 %.

4. Заключение

Как следует из результатов, представленных в статье, далеко не все задачи по измерению инклюзивного сечения рождения адронов решены. Наиболее сложным остаётся вопрос моделирования адронных процессов.

Ближайшие перспективы по повышению точности измерения величины R в обсуждаемом диапазоне энергий связаны с экспериментом BES III [72, 73]. Интегральная светимость, набранная в 130 точках в диапазоне энергий от 2 до 4,59 ГэВ, составляет $1,3 \text{ фб}^{-1}$, при таком объёме данных точность эксперимента определяется главным образом систематическими ошибками. Наиболее близок к завершению анализ данных в 14 точках по энергии в диапазоне от 2,232 до 3,671 ГэВ. Оценки систематических погрешностей, связанных с определением светимости и радиационной поправки, составляют соответственно 0,8 % и 1,0 %. С учётом результатов моделирования адронных распадов, приведённых в раз-

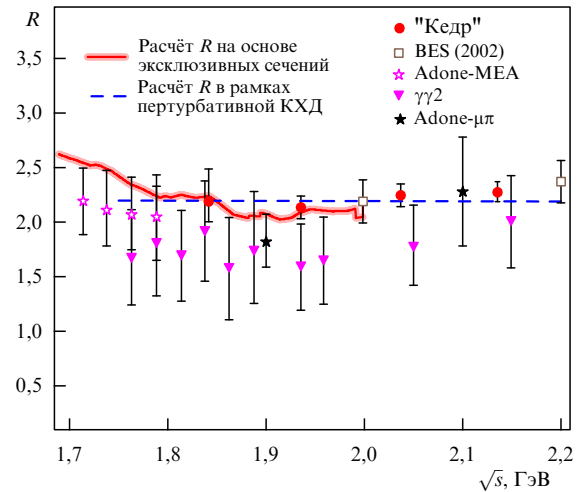


Рис. 10. (В цвете онлайн.) Результаты экспериментов по измерению величины $R(s)$ в сравнении с результатами расчёта, выполненного в рамках пертурбативной КХД, в диапазоне энергий от 1,7 до 2,2 ГэВ. Результаты расчёта R , основанного на сумме сечений эксклюзивных процессов, взяты из работы [54].

деле 3, предполагаемая итоговая точность эксперимента может быть выше 2,5 %.

Наиболее интересные вопросы связаны с поведением величины R в диапазоне энергий от 1,8 до 2,2 ГэВ, результаты экспериментов в данной области энергии показаны на рис. 10.

Для будущих экспериментов важно проверить с высокой точностью согласие сечения, полученного суммированием сечений эксклюзивных процессов, с инклюзивным сечением e^+e^- -аннигиляции в адроны. В области энергий от 1,84 до 2,0 ГэВ предсказания пертурбативной КХД лежат несколько выше экспериментальной величины R , найденной при суммировании сечений эксклюзивных мод адронных распадов. В области энергий выше 2,0 ГэВ большинство точных измерений R , выполненных в эксперименте "Кедр" [24–26], незначительно превышает вычисленные теоретические значения. Вопрос о том, является ли это превышение следствием систематической неопределённости результатов измерений или оно вызвано неточностью теоретических вычислений, может быть решён только новыми прецизионными экспериментами.

Подводя итог настоящей статье, можно сказать, что точность измерения R в диапазоне энергий от 1,84 до 3,72 ГэВ приближается к практическому пределу 1 %, который, по-видимому, не будет достигнут даже в отдалённой перспективе. Тем не менее определение инклюзивного сечения рождения адронов в e^+e^- -аннигиляции с точностью 1,5–2,0 % во всём рассматриваемом диапазоне энергий — вполне реалистичная задача современных и будущих экспериментов.

Автор выражает глубокую признательность А.Г. Шапову и сердечно благодарит Н.П. Сатонкину за ряд критических замечаний относительно содержания и текста настоящей статьи. Автор также выражает благодарность В.Е. Блинову за поддержку работы.

Список литературы

1. Gell-Mann M *Phys. Lett.* **8** 214 (1964)
2. Zweig G, CERN-TH-401 (Geneva: CERN, 1964) p. 22

3. Richter B "From the psi to charm — the experiments of 1975 and 1976", in *Nobel Lectures, Physics 1971–1980* (Ed. S Lundqvist) (Singapore: World Scientific Publ. Co., 1992); Пер. на русск. яз.: Рихтер Б *УФН* **125** 201 (1978); Richter B *Rev. Mod. Phys.* **49** 251 (1977); *Science* **196** 1286 (1977) Nobel Lecture. December 11, 1976, Stockholm
4. Aubert J J et al. *Phys. Rev. Lett.* **33** 1404 (1974)
5. Augustin J-E et al. *Phys. Rev. Lett.* **33** 1406 (1974)
6. Davier M et al. *Eur. Phys. J. C* **71** 1515 (2011)
7. Hagiwara K et al. *J. Phys. G* **38** 085003 (2011)
8. Keshavarzi A, Nomura D, Teubner T *Phys. Rev. D* **97** 114025 (2018)
9. Dissertori G, in *The Standard Theory of Particle Physics. Essays to Celebrate CERN's 60th Anniversary* (Advanced Series on Directions in High Energy Physics, Vol. 26, Eds L Maiani, L Rolandi) (Singapore: World Scientific, 2016) p. 113
10. Kühn J H, Steinhauser M, Sturm C *Nucl. Phys. B* **778** 192 (2007)
11. Chetyrkin K G et al. *Phys. Rev. D* **80** 074010 (2009)
12. Erler J, Masjuan P, Spiesberger H *Mod. Phys. Lett. A* **31** 1630041 (2016)
13. Grilli M et al. *Nuovo Cimento Lett. A* **13** 593 (1973)
14. Rapidis P A et al. *Phys. Rev. Lett.* **39** 526 (1977)
15. Burmester J et al. (PLUTO Collab.) *Phys. Lett. B* **66** 395 (1977)
16. Bacci C et al. *Phys. Lett. B* **86** 234 (1979)
17. Schindler R H et al. *Phys. Rev. D* **21** 2716 (1980)
18. Esposito B et al. *Lett. Nuovo Cimento* **30** 65 (1981)
19. Siegrist J L et al. *Phys. Rev. D* **26** 969 (1982); SLAC-PUB-2831, LBL-13464 (1981)
20. Bai J Z et al. (BES Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **84** 594 (2000)
21. Bai J Z et al. (BES Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **88** 101802 (2002)
22. Ablikim M et al. (BES Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **97** 262001 (2006)
23. Ablikim M et al. (BES Collab.) *Phys. Lett. B* **677** 239 (2009)
24. Anashin V V et al. (KEDR Collab.) *Phys. Lett. B* **753** 533 (2016)
25. Anashin V V et al. (KEDR Collab.) *Phys. Lett. B* **770** 174 (2017)
26. Anashin V V et al. (KEDR Collab.) *Phys. Lett. B* **788** 42 (2019)
27. Richter B, in *Proc. of the XVII Intern. Conf. on High Energy Physics, London, July 1974* (Vol. 4, Ed. J R Smith) (Didcot: Science Research Council, 1974) p. 37
28. Tanabashi M et al. (Particle Data Group) *Phys. Rev. D* **98** 030001 (2018)
29. Ynduráin F J *Quantum Chromodynamics. An Introduction to the Theory of Quarks and Gluons* (New York: Springer-Verlag, 1983); Пер. на русск. яз.: Индурайн Ф *Квантовая хромодинамика. Введение в теорию кварков и глюонов* (М.: Мир, 1986)
30. Волошин М Б, Тер-Мартirosян К А *Теория калибровочных взаимодействий элементарных частиц* (М.: Энергоатомиздат, 1984)
31. Chetyrkin K G, Kataev A L, Tkachov F V *Phys. Lett. B* **85** 277 (1979)
32. Tarasov O V, Vladimirov A A, Zharkov A Yu *Phys. Lett. B* **93** 429 (1980)
33. Baikov P A et al. *Phys. Lett. B* **714** 62 (2012)
34. Chetyrkin K G, Kühn J H, Kwiatkowski A *Phys. Rep.* **277** 189 (1996)
35. Kiyo Y et al. *Nucl. Phys. B* **823** 269 (2009)
36. Baikov P A et al. *Phys. Rev. Lett.* **108** 222003 (2012)
37. Baikov P A, Chetyrkin K G, Kühn J H *Phys. Rev. Lett.* **118** 082002 (2017)
38. Chetyrkin K G, Kühn J H, Steinhauser M *Comput. Phys. Commun.* **133** 43 (2000)
39. Herren F, Steinhauser M *Comput. Phys. Commun.* **224** 333 (2018)
40. Wilson K G *Phys. Rev.* **179** 1499 (1969)
41. Ширков Д В, Соловцов И Л *ТМФ* **150** 152 (2007); Shirkov D V, Solovtsov I L *Theor. Math. Phys.* **150** 132 (2007)
42. Nesterenko A V *Strong Interactions in Spacelike and Timelike Domains. Dispersive Approach* (Amsterdam: Elsevier, 2017)
43. Nesterenko A V *J. Phys. G* **46** 115006 (2019)
44. Быстрицкий Ю М et al. *Письма в ЖЭТФ* **83** 57 (2006); Bystritskiy Yu M et al. *JETP Lett.* **83** 51 (2006)
45. Кураев Е А, Фадин В С *Ядерная физика* **41** 733 (1985); Kuraev E A, Fadin V S *Sov. J. Nucl. Phys.* **41** 466 (1985)
46. Bonneau G, Martin F *Nucl. Phys. B* **27** 381 (1971)
47. Berends F A, Kleiss R *Nucl. Phys. B* **178** 141 (1981)
48. Osterheld A et al., SLAC Report SLAC-PUB-4160 (1986)
49. Edwards C et al., SLAC Report SLAC-PUB-5160 (1990)
50. Whalley M R *J. Phys. G* **29** A1 (2003)
51. Anashin V V et al. (KEDR Collab.) *Phys. Lett. B* **711** 280 (2012)
52. Левичев Е Б, Скринский А Н, Тихонов Ю А, Тодышев К Ю *УФН* **184** 75 (2014); Levichev E B, Skrinsky A N, Tikhonov Yu A, Todyshev K Yu *Phys. Usp.* **57** 66 (2014)
53. Anashin V V et al. (KEDR Collab.) *Phys. Lett. B* **749** 50 (2015)
54. Ignatov F "Vacuum polarization", <http://cmd.inp.nsk.su/~ignatov/vpl>
55. Brodsky S J, de Rafael E *Phys. Rev.* **168** 1620 (1968)
56. Логашенко И Б, Эйдельман С И *УФН* **188** 540 (2018); Logashenko I B, Eidelman S I *Phys. Usp.* **61** 480 (2018)
57. Berends F A, Komen G J *Phys. Lett. B* **63** 432 (1976)
58. Paschos E A *Nucl. Phys. B* **159** 285 (1979)
59. Ellis E et al. *Nucl. Phys. B* **176** 61 (1980)
60. Wetzel W Z *Phys. C* **11** 117 (1981)
61. Blondel A et al. *Theory for the FCC-ee: Report on the 11th FCC-ee Workshop, Theory and Experiments, CERN, Geneva, 8–11 January 2019* (CERN Yellow Reports: Monographs, Vol. 3, Eds A Blondel et al.) (Geneva: CERN, 2020) C19-01-08.1; arXiv:1905.05078
62. Sjöstrand T, Bengtsson M *Comput. Phys. Commun.* **43** 367 (1987)
63. Andersson B, Gustafson G, Sjöstrand T *Phys. Lett. B* **94** 211 (1980)
64. Hu H, Tai A *eConf C010430* T24 (2001); hep-ex/0106017
65. Andersson B, Hu H, LU-TP/99-30 (1999); hep-ph/9910285
66. Моисеев А М *ЭЧАЯ* **25** 1168 (1994); Moiseev A M *Phys. Elem. Part. Atom. Nucl.* **25** 496 (1994)
67. Шляпников П В *УФН* **162** (6) 1 (1992); Shlyapnikov P V *Sov. Phys. Usp.* **35** 441 (1992)
68. Дремин И М, Кайдалов А Б *УФН* **176** 275 (2006); Dremim I M, Kaidalov A B *Phys. Usp.* **49** 263 (2006)
69. Тодышев К Ю, Дисс. ... докт. физ.-мат. наук (Новосибирск: Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, 2019)
70. Czyz H et al. "Mini-Proc., 4th Meeting of the Working Group on Rad. Corrections and MC Generators for Low Energies, September 13, 2013 in Frascati, Italy", arXiv:1312.0454 (2013) p. 4
71. Czyz H et al. "Mini-Proc., 15th Meeting of the Working Group on Rad. Corrections and MC Generators for Low Energies", arXiv:1406.4639 (2014) p. 6
72. Yan W (On behalf of BESIII Collab.) *EPJ Web Conf.* **218** 02009 (2019)
73. Hu H (for the BESIII Collab.) *EPJ Web Conf.* **212** 04005 (2019)
74. Czyz H, Gunia G, Kühn J H *J. High Energ. Phys.* **2013** 110 (2013)
75. Rong-Gang P *Chinese Phys. C* **38** 083001 (2014)

Measuring the inclusive cross section of e^+e^- annihilation into hadrons in the pre-asymptotic energy range

K.Yu. Todyshev

Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, prosp. Akademika Lavrent'eva 11, 630090 Novosibirsk, Russian Federation; Novosibirsk State University, ul. Pirogova 2, 630090 Novosibirsk, Russian Federation
E-mail: todyshev@inp.nsk.su

Among the observed variety of natural phenomena reflected in experimental results, there are not many physical characteristics that allow a particular part of the mosaic of physical laws to be seen entirely. Precisely one such vivid fundamental characteristic is the ratio of the inclusive cross section of electron–positron annihilation into hadrons to the Born cross section of muon pair production, referred to as the value of R . Experiments on measuring the ratio $R(s)$ in the range of energies from 1.84 to 3.72 GeV are considered in this review.

Keywords: R measurement, e^+e^- annihilation, inclusive hadronic cross section

PACS numbers: 12.20.Fv, **12.38**, –t, 12.38.Aw, 13.66.Bc, 13.66.Jn

Bibliography — 75 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **190** (9) 995–1005 (2020)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.02.038731>

Received 26 December 2019, revised 27 January 2020

Physics – Uspekhi **63** (9) (2020)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.02.038731>