

Структура и динамика концентрированных мезомасштабных вихрей в атмосферах планет

О.Г. Онищенко, **О.А. Похотелов**, Н.М. Астафьева, В. Хортон, В.Н. Федун

Концентрированные вихри — это локализованные в пространстве структуры с ненулевой завихренностью, окружённые потенциальным течением. К таким структурам относится обширный класс мезомасштабных вихрей, включающий в себя пыльные дьяволы, водяные вихри, огненные вихри, а также более крупномасштабные и более интенсивные торнадо. Из довольно широкого класса концентрированных мезомасштабных вихрей пыльные дьяволы выбраны как наиболее простые и легко наблюдаемые структуры благодаря частицам пыли, играющим роль трассеров. Цель обзора — рассмотрение основных результатов исследования пыльных дьяволов в атмосферах Земли и Марса. В рамках идеальной гидродинамики обсуждается недавно созданная модель, позволяющая описывать вихревые структуры, полностью локализованные в пространстве. Кратко обсуждаются результаты численного моделирования динамики вихрей и аналитическая модель генерирования вихрей в конвективно неустойчивой атмосфере.

Ключевые слова: вихри, модели вихрей, нелинейные структуры, идеальная гидродинамика

PACS numbers: 92.10.ak, 92.60.Fm, 92.60.hk

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.07.038611>

Содержание

1. Введение (732).
2. Характерные особенности (733).
 - 2.1. Пыльные дьяволы — столбы поднимающейся пыли. 2.2. Характерные параметры. 2.3. Запылённость атмосферы и климат. 2.4. Сальтация. 2.5. Электризация пыли.
3. Пыльные дьяволы на Земле и Марсе — основные физические параметры (735).
 - 3.1. Пыльные дьяволы на Земле. 3.2. Пыльные дьяволы на Марсе.
4. Аналитические модели стационарных вихрей (737).
 - 4.1. Основные исходные уравнения. 4.2. Вихрь Рэнкина. 4.3. Вихрь Бюргерса. 4.4. Вихрь Салливана. 4.5. Модель концентрированных бездиссипативных вихрей.
5. Генерация концентрированных вихрей в неустойчиво стратифицированной атмосфере (741).

- 5.1. Упрощённые уравнения для нелинейных внутренних гравитационных волн. 5.2. Генерация вертикальных джетов. 5.3. Взрывной характер генерации азимутального вращения.
 6. Численное моделирование динамики вихрей в конвективно-неустойчивой атмосфере (744).
 7. Заключение (744).
- Список литературы (746).

1. Введение

Любое реальное движение в атмосфере является в той или иной мере вихревым. В то же время существование в атмосфере чётко выраженных вихревых структур — это один из основных факторов, определяющих погоду и климат в результате взаимодействия вихрей различной топологии и масштаба. В огромном многообразии вихревых движений в атмосфере отчётливо выделяются мезомасштабные концентрированные вихри, привлекающие повышенный интерес с точки зрения как фундаментальных исследований, так и практики. Концентрированные вихри (КВ) — это локализованные в пространстве нестационарные, вытянутые в вертикальном направлении вихревые структуры с характерным поперечным масштабом от нескольких метров до нескольких сотен метров. К концентрированным вихрям относятся *пыльные дьяволы* (ПД), а также более интенсивные и более крупномасштабные вихри — *торнадо* [1–9]. В море или на больших озёрах наблюдаются *водные джеты* (или водные смерчи — *waterspouts*) [10–12]. Водные смерчи, в отличие от пылевых вихрей, вовлекают в вертикальное вихревое движение капли воды. Кроме того, во время пожаров при полном штиле неожиданно возникают *огненные дьяволы*. Несмотря на то что вихри

О.Г. Онищенко^(1,2,a), О.А. Похотелов⁽¹⁾, Н.М. Астафьева^(2,b), В. Хортон^(3,c), В.Н. Федун^(4,d)

⁽¹⁾ Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, ул. Большая Грузинская 10-1, 123242 Москва, Российская Федерация

⁽²⁾ Институт космических исследований РАН, ул. Профсоюзная 84/32, 117997 Москва, Российская Федерация

⁽³⁾ Applied Research Laboratory at the University of Texas (ARLUT), Austin, 78712, USA

⁽⁴⁾ Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield, Sheffield S13JD, UK

E-mail: ^(a) onish@ifz.ru, ^(b) ast@iki.rssi.ru,

^(c) wendell.horton@gmail.com, ^(d) v.fedun@sheffield.ac.uk

Статья поступила 19 апреля 2019 г.,
после доработки 4 июля 2019 г.

этого класса возникают в разных средах и имеют, вообще говоря, различную природу генерации, всем им свойственно восходящее геликоидальное движение. Такой широкий класс вихрей привлекает внимание многочисленных исследователей. Скорость вращения в КВ достигает максимальной величины на характерном радиусе вихря и стремится к нулю на его периферии, что хорошо согласуется с поведением скорости вращения в стационарном вихре Рэнкина [13–15]. Пыльные дьяволы как наиболее простые и, кроме того, довольно часто и легко визуально наблюдаемые структуры представляют особый интерес для изучения всего класса атмосферных КВ.

Поступление пыли в атмосферу определяется многочисленными природными явлениями, наиболее мощными из которых являются песчаные (пыльные) бури и пыльные вихри [16–21]. Значительное количество аэрозолей в атмосфере связано с пыльными бурями, которые уносят пыль далеко в океаны и даже переносят её, например, из Африки через Атлантический океан в Америку. Влияние пыли на динамику и энергообмен атмосферы представляет собой один из слабоизученных, но довольно важных факторов, играющих важную роль в формировании климата Земли. Изучение этих взаимодействий является основополагающим для прогнозирования изменений погоды и изменчивости климата.

Целью настоящего обзора является обобщение результатов исследования КВ в атмосфере. Основное внимание уделяется пыльным вихрям. Из многочисленного класса КВ пыльные дьяволы выбраны как наиболее простые и наиболее оживлённо обсуждаемые в научной литературе вихри. Динамику развития вихрей можно условно разделить на три этапа: генерация, существование вихрей в квазистационарном состоянии и затухание. Затухание вихрей может быть обусловлено повышенной вязкой диссипацией и влиянием трения в приповерхностном слое. Главное внимание уделяется двум первым этапам развития вихрей.

В разделе 2 кратко обсуждаются процесс увлечения вихрями пыли, а также электродинамика вихрей, связанная с электризацией частиц пыли. Рассмотрение этих важных процессов выходит за рамки настоящего обзора и поэтому носит конспективный характер.

В разделе 3 представлены некоторые результаты наблюдений ПД в атмосферах Земли и Марса.

В разделе 4 обсуждаются модели стационарных вихрей. Обычно стадия существования вихрей в квазистационарном состоянии является более длительной, чем стадии генерации и затухания. Кратко обсуждаются известные теоретические модели стационарных вихрей Рэнкина, Бюргерса и Салливана. Несмотря на то что ни одна из этих моделей не охватывает динамику КВ полностью, все они до сих пор используются для описания отдельных деталей этого сложного природного явления. Так, например, простейшая модель Рэнкина часто применяется для интерпретации наблюдений не только пыльных вихрей, но и более мощных и сложных тайфунов. В разделе 4.2.5 обсуждается новая модель стационарного концентрированного вихря. Эта модель соответствует точному решению уравнений Эйлера несжимаемой жидкости и позволяет описывать трёхмерные вихревые структуры, экспоненциально локализованные не только в радиальном, но и в вертикальном направлении.

Раздел 5 посвящён обсуждению модели генерации джетов, характеризующихся двумерным полем скоростей, и концентрированных вихрей в неустойчиво стратифицированной атмосфере. Показано, что в конвективно-неустойчивой атмосфере полоидальная (радиальная и вертикальная) скорость джетов экспоненциально возрастает во времени. Присутствие в атмосфере затравочной крупномасштабной вертикальной завихренности служит причиной взрывного характера генерации вертикальной завихренности и азимутальной скорости.

В разделе 6 рассмотрены результаты численного моделирования динамики вихрей в конвективно-неустойчивой атмосфере.

В заключении (раздел 7) кратко представлены основные выводы.

2. Характерные особенности

2.1. Пыльные дьяволы — столбы поднимающейся пыли

Пыльные дьяволы — самые распространённые вихревые структуры в земной атмосфере [9, 22, 23]. Серый столб пыли часто поднимается до самых облаков. Пилоты наблюдают восходящие потоки воздуха и пыльные смерчи иногда на высоте в несколько километров. Чаще всего пыль является индикатором ПД, но в бедных пылью и песком регионах такие вихри менее заметны, они могут быть даже невидимыми.

Вихри подхватывают пыль с поверхности планеты в результате так называемой *сальтации* [24–26]. Синклер [14] высказал предположение, что существование в приповерхностном слое атмосферы пыли, областей с аномально высокой температурой почвы, а также наличие локальных препятствий для ветра, способствующих формированию сдвиговых течений, являются необходимыми условиями для возникновения ПД. Сами по себе ПД обычно не опасны, однако есть свидетельства того, что они являлись причиной авиационных происшествий в некоторых регионах Земли [27]. Так, анализ базы данных инцидентов Национального совета по безопасности транспорта США (National Transportation Safety Board, USA), основанный на изучении 97 инцидентов, свидетельствует о том, что в ряде случаев ПД могут рассматриваться как наиболее вероятная причина авиационных происшествий.

2.2. Характерные параметры

История наблюдений ПД насчитывает уже почти 160 лет начиная с работы [1] 1860 года. Наблюдению ПД и их описанию посвящены также более поздние работы [2, 9, 17–23, 25, 26]. Наиболее часто ПД наблюдаются во второй половине дня летом в сухую, безветренную погоду, когда почва хорошо прогрета солнечным излучением. Поднимающийся тёплый воздух создаёт вихрь и пониженное давление в его центре [9, 20, 21]. Характерный диаметр ПД составляет от нескольких метров до нескольких десятков метров, а в высоту они достигают нескольких сотен или даже тысяч метров. Вихри перемещаются со скоростью, близкой к скорости невозмущённого ветра. Благодаря присутствию пыли они для стороннего наблюдателя выглядят как миниатюрные торнадо. Роль ПД в конвекции, эрозии почвы и переносе песка в засушливых регионах Земли интен-

сивно изучалась в течение длительного времени [24, 28–32].

Направление циркуляции ПД зависит только от начальных условий возникновения, поскольку их пространственные масштабы не настолько велики, чтобы на них воздействовала сила Кориолиса, как, например, в вихрях волн Россби. Очень часто при формировании группы ПД можно увидеть рядом вихри, которые вращаются во взаимно противоположных направлениях.

Балме и Грили [9], обобщив результаты предшествовавших исследований, представили обзор характерных параметров ПД на Земле и Марсе. Более крупные ПД обладают большими скоростями вращения и большими вертикальными скоростями [29]. Структуру ПД по радиусу можно условно разделить на три концентрические области [33]: *внешняя область* с постоянной (или медленно изменяющейся по радиусу) слабой завихренностью; *узкая область*, в которой завихренность резко изменяется, а вертикальная скорость потока мала, и *внутренняя область*, в которой сходящийся к центру поток трансформируется в вертикально восходящий поток с большими вертикальными и тороидальными скоростями. Типичные земные ПД имеют диаметр не более 10 м и высоту не более нескольких сотен метров [9, 13, 14, 32–40]. Пыльные дьяволы — атмосферные вихри — менее опасны, чем крупномасштабные торнадо. Поэтому изучение ПД в течение длительного времени находилось вдали от основных направлений метеорологических исследований. Однако интерес к ПД существенно возрос после того, как стало известно, что гораздо более мощные, чем на Земле, ПД существуют на Марсе. Первые свидетельства наличия ПД на Марсе были получены в 1970-х годах с борта находящихся на орбите вокруг Марса аппаратов Viking Национального управления по аэронавтике и исследованию космического пространства США (National Aeronautic and Space Administration, NASA) [9, 41]. С тех пор тема пыльных дьяволов интенсивно обсуждается в научной литературе и на конференциях (см., например, [9, 21, 42, 43]).

2.3. Запылённость атмосферы и климат

Несмотря на большое и всё возрастающее число исследований, посвящённых переносу пыли [44–48], её воздействие на систему Земли остаётся весьма неопределённым. Вихри со спиралевидным восходящим потоком поднимают пыль на большие высоты. В результате пыль, подхваченная ветрами, переносится на большие расстояния, оказывая существенное влияние на глобальный и региональный климат [49–51]. Наиболее интенсивные ПД могут уносить пыль на высоту в несколько километров [31]. Наблюдения [52] указывают на то, что пыль Сахары может подниматься на высоту 10 км, определяя вертикальную структуру тропосферных аэрозолей. Поступление пыли в атмосферу определяется многочисленными явлениями, самые мощные среди которых — песчаные (пыльные) бури синоптического масштаба (~ 1000 км). Вихри с пониженным давлением в центре, всасывая и увлекая пыль на большую высоту, могут служить причиной возникновения пыльных бурь на Марсе [53]. Пыль перераспределяет энергию за счёт рассеяния и поглощения как солнечной, так и земной радиации. Это вызывает нагрев атмосферы, что в целом увеличивает количество осадков, но охлаждает поверхность. Пылевые аэрозоли служат ядрами конденсации

воды в жидкую фазу (в качестве ядер конденсации облаков) и в твёрдую фазу (как зародыши льда) [54, 55]. Процесс взаимодействия между пылью и облаками весьма сложен и мало изучен [48, 54]. Кроме того, осаждение пыли на ледниках и снеговом покрове уменьшает альбедо (отражательную способность), что является причиной потепления и раннего весеннего снеготаяния [44–46, 56, 57]. Изменение климата очень чувствительно к глобальному циклу пыли — скорость глобального осаждения пыли во время ледникового максимума в несколько раз выше, чем во время межледниковой эпохи [47, 58, 59]. Отметим, что в последние 50 лет наблюдается увеличение осаждения пыли [45, 60].

Ещё более важную роль, чем на Земле, играют ПД в сухой и пыльной атмосфере Марса [31, 61]. На Земле ПД обеспечивают лишь 3,4 % выноса пыли в атмосферу [62], в то время как на Марсе — около 50 % [63]. Предполагается [64], что ПД могут существовать также на крупнейшем спутнике Нептуна Тритоне.

2.4. Сальтация

Управляемый ветром перенос песка, пыли и других предметов — золовый процесс, названный так в честь греческого бога Эола — повелителя ветров. Золовые процессы наблюдаются не только на Земле, но и на Марсе, Венере, спутнике Сатурна Титане. На Земле это происходит в основном в пустынях, на пляжах и в других районах с редкой растительностью. Выдувание песка и пыли в этих областях изменяет поверхность, вызывая формирование песчаных дюн и ряби, размыв пород и перенос частиц почвы [44–47, 57].

Сальтация (saltation — от лат. salta — кувырок) — это процесс взмывания и переноса частиц песка вдоль поверхности планеты при резких порывах ветра. Сталкиваясь с поверхностью, одни частицы приводят в движение другие. Первый всеобъемлющий обзор физики сальтации был представлен Ральфом Багнольдом в основополагающей в этой области книге [16]. Влиянию глобальных пылевых процессов на различные аспекты земной экосистемы посвящены обзоры [63–69]. Процесс сальтации можно условно разделить на четыре этапа [29, 68]: 1) возбуждение сальтации — подсакивание частиц под действием аэродинамической силы; 2) баллистическое движение частиц; 3) удар по поверхности частиц, падающих под действием силы тяжести; 4) модификация вертикального профиля ветра подпрыгивающими частицами. При ударах уменьшаются силы сцепления частиц, находящихся на поверхности, и с поверхности вылетают более мелкие частицы. Столкновение мелких сальтирующих частиц может мобилизовать также более крупные частицы. Однако ускорение частиц диаметром ~ 500 мкм сильно ограничено их большой инерцией, поэтому такие частицы обычно не участвуют в сальтации. При взаимодействии сальтирующих частиц с вихрями [67–71] с поверхности планеты поднимаются мелкие частицы пыли. Вертикальные вихри с пониженным давлением в центре подхватывают песок и пыль с поверхности планеты и уносят на высоту до нескольких километров. Мелкомасштабная пыль с диаметром частиц менее 20 мкм может оставаться в атмосфере в течение времени до нескольких недель и, таким образом, может переноситься зональными ветрами на несколько тысяч километров от источника, влияя тем самым на погоду и климат обширных регионов.

2.5. Электризация пыли

Горячие частицы пыли и песка, подхваченные ветром в сухой атмосфере, после многочисленных столкновений приобретают электрический заряд в результате трибоэлектрического эффекта, заключающегося в возникновении электрического заряда при столкновении частиц. При столкновении тяжёлые частицы (частицы больших пространственных масштабов) теряют электроны, отдавая их более лёгким [9, 72]. Лёгкие частицы уносятся в гравитационном поле вверх, оставляя тяжёлые внизу, осуществляя, таким образом, стратификацию электрического заряда по высоте и генерируя вертикальное электрическое поле в вихре. Возникающее электрическое поле наблюдалось в вихрях, а также исследовалось в экспериментах по лабораторному моделированию [73–79]. Пионерские измерения Шмидта и др. [80] показали, что в земных условиях при умеренном ветре в поднимающихся потоках пыли могут возникать электрические поля величиной до 160 кВ м^{-1} . Сильные электрические поля, напряжённостью более 100 кВ м^{-1} , наблюдались [20, 75, 81–83] во время песчаных бурь и в ПД. Натурные измерения [84] во время прохождения песчаных бурь и ПД в Западной Сахаре свидетельствуют о ещё больших изменениях электрических полей, чем это считалось ранее. Возникающая в ПД плотность заряда может достигать значений 10^5 – 10^7 электронов в 1 м^3 . Вихревое движение зарядов служит причиной генерации слабого магнитного поля, порядка нескольких нанотесла. В настоящее время исследованию электрических полей в ПД уделяется большое внимание (см., например, [85–89]).

В условиях марсианской атмосферы возникающие в ПД электрические поля могут достигать значений 5 – 20 кВ м^{-1} , соответствующих электрическому пробое. Возникающие в таких полях микрозаряды могут генерировать широкополосное электромагнитное излучение с длиной волны $1,3$ – $6,0 \text{ см}$. Изучению роли гидродинамических и электромагнитных сил в формировании ПД были посвящены исследования NASA в проекте MATADOR (Martian ATmosphere And Dust in the Optical and Radio) [90–91], а также лабораторные работы и численное моделирование [92–94]. Проведённые исследования показали, что влиянием электрического поля на динамику процессов и траекторию частиц пыли в первом приближении можно пренебречь ввиду малости этого влияния по сравнению с гидродинамическими эффектами [90]. Трибоэлектрический эффект, лежащий в основе разделения зарядов в гравитационном поле, прошёл апробацию для использования в промышленности, в частности в фармацевтической — для разделения частиц пыли (пудры) по массе и размеру в вихревом движении [95–99].

3. Пыльные дьяволы на Земле и Марсе — основные физические параметры

3.1. Пыльные дьяволы на Земле

ПД наиболее часто встречаются в засушливых и пустынных регионах Земли: в Африке [18, 74, 100, 101], Австралии [31, 102], юго-западных штатах США [10, 11, 20, 25, 26, 28–30, 38, 103–108] и других регионах. Результаты статистических исследований пространственных масштабов ПД представлены в [14, 25, 26, 29, 36, 105]. Высота ПД зависит от условий атмосферы и состава пыли, а

видимая высота — от того, насколько много пыли увлечено вихрем. Высота большинства ПД по крайней мере в пять раз больше их диаметра [31]. Большая часть ПД имеет диаметр от 1 до 15 м , а высоту — от нескольких метров до одного километра или немного больше [101]. Согласно обзору [9] 50% ПД имеют высоту 3 – 50 м . Самые мощные на нашей планете ПД возникают в Австралии — их радиус 30 – 140 м , а высота достигает 4500 м . С увеличением пространственного масштаба ПД возрастает время их существования. Обычно время жизни ПД составляет от нескольких секунд до 20 мин , время жизни большинства ПД 1 – 4 мин [13, 17, 109].

Существует ряд доказательств того, что генерация ПД носит пульсирующий характер, перемежаемый периодом покоя [14, 105]. Кэрролл и Райан [38] отмечают, что характерное время покоя составляет 5 – 15 мин , и интерпретируют такие времена в терминах характерного времени конвективной неустойчивости. Обычно ПД перемещаются со скоростью окружающего ветра [100]. Скорость их вращения, как правило, равняется 5 – 10 м с^{-1} и не превышает 25 м с^{-1} , а вертикальная скорость не превышает 10 м с^{-1} [9]. Наблюдения Синклера [14] позволили ему выделить идеальные местные условия для генерации ПД: 1) изобилие рыхлой пыльной поверхности, 2) "горячие точки", или участки с аномально высокой температурой почвы; 3) местные препятствия, необходимые для возникновения внешней завихренности потока. Типичную структуру ПД Синклер [13] условно разделил на нижнюю часть в форме "юбки", центральную часть в виде вертикального столба быстро вращающейся пыли и верхнюю часть, в которой затухает вращение и уменьшается вертикальный поток. Самая нижняя область вихря — "юбка" — нагружена наиболее тяжёлыми частицами [17, 100]. Скорость вращения в таких вихрях достигает максимального значения на характерном радиусе ПД и стремится к нулю на периферии вихря. Поведение наблюдаемой скорости совпадает с поведением скорости вращения в стационарном вихре Рэнкина [9, 13, 28, 109]. В таком вихре, нагружённом пылью, поток пыли из внутренней и внешней областей вихря направлен в область, где скорость вращения вихря достигает максимальной величины.

На фотографии (рис. 1) внизу видна "юбка", а выше, во внутренней области вихря, — осесимметричная область с пониженной концентрацией пыли [110, 111]. Более тяжёлые и крупные частицы пыли сосредотачиваются вблизи земной поверхности и образуют пылевое облако в "юбке", тогда как более лёгкие уносятся в верхнюю часть вихря. Можно также заметить, что в верхней части ПД частицы пыли сосредоточены на границе вихря, где скорость вращения максимальна.

По результатам лабораторных исследований [67, 112] темп (скорость) транспорта пыли равен $1,0 \times 10^{-5}$ – $3,0 \times 10^{-2} \text{ кг м}^{-2} \text{ с}^{-1}$, что довольно хорошо согласуется с результатами полевых наблюдений [9, 32]: $0,6 \times 10^{-3}$ – $3,0 \times 10^{-3} \text{ кг м}^{-2} \text{ с}^{-1}$. ПД играют важную роль в транспорте пыли в атмосферу [44, 45, 48, 55, 113, 114], поднимая каждые 20 мин несколько килограммов пыли. ПД влияют на эрозию почвы, перемещая пыль с поверхности планеты, и изменяют альбедо поверхности. Высоту ПД можно определить дистанционно с поверхности Земли или с самолёта, а наблюдения "термиков" над большими ПД проводились с помощью планеров. На высотах 2000 – 4000 м наблюдались тёплые потоки с температу-



Рис. 1. Пыльный дьявол с насыщенной пылью "юбкой" и расположенной выше осесимметричной областью с пониженной концентрацией пыли внутри вихря. Фотография из коллекции *Inflow Images* (John Roenfeldt and Ira Fehlbeg).

рой, на несколько десятых градуса превышающей температуру окружающей среды, и с вертикальными скоростями ветра $2-4 \text{ м с}^{-1}$ на площади $1-5 \text{ км}^2$. Это говорит о том, что частицы пыли связаны с более протяжёнными потоками восходящего тёплого воздуха, которые простираются до нескольких километров в высоту и расширяются до нескольких километров в диаметре перед возвращением вниз [115]. Мелкая африканская пыль может переноситься на юг Европы [101] и каждое лето достигает Карибского бассейна и юго-востока США [54, 55, 59] с концентрацией, как правило, в диапазоне от 10 до 100 мг м^{-3} . Это составляет от одной трети до половины массы наблюдаемых частиц пыли диаметром менее $2,5 \text{ мкм}$.

Согласно работам [74, 116–120] электрическое поле в земных ПД диаметром порядка 10 м и высотой 100–200 м может достигать величины в несколько сотен кВ м^{-1} . Соответствующая плотность заряда может составлять 10^5-10^7 электронов в 1 м^3 . Вихревое движение зарядов является причиной генерации слабого магнитного поля порядка нескольких нанотесла.

3.2. Пыльные дьяволы на Марсе

Одним из самых интересных атмосферных явлений на Марсе являются ПД и, возможно, связанные с ними пыльные бури. Существование ПД на Марсе предсказывалось в работах [121–124], ещё до первого их обнаружения. Впервые ПД на Марсе наблюдались в 1970-х годах в рамках космической программы NASA Viking [125]. Эти структуры вначале наблюдались в виде малых светлых

облаков с длинными тенями [41]. Первое чёткое изображение марсианского ПД было получено во время экспедиции NASA Pathfinder [32, 126] в 1997 г.

Позднее, когда стали доступными наблюдения камерами высокого разрешения, установленными на аппаратах Mars Observer и Mars Global Surveyor, было идентифицировано большое количество ПД [111, 127, 128]. Процессы возникновения ПД на Марсе и на Земле сходны: грунт нагревается солнечным излучением в течение дня, разогревая в свою очередь прилегающие к нему слои воздуха. В марсианской атмосфере, обладающей слабой теплоёмкостью, турбулентные и радиационные потоки могут существенно отличаться от аналогичных потоков в приземном слое атмосферы [129, 130]. Вследствие разрежённости атмосферы и более слабого гравитационного поля смерчи на Марсе гораздо мощнее — они намного шире (иногда почти в 50 раз) и выше (в несколько десятков раз) своих земных собратьев. Так, например, Mars Reconnaissance Orbiter зафиксировал с помощью камеры HiRISE (High Resolution Imaging Science Experiment) гигантский ПД высотой 20 км, мчащийся по марсианским просторам; несмотря на внушительную высоту столба пыли, его диаметр составлял всего 64 м. Обычно марсианские ПД имеют диаметр от 100 м до 1 км и высоту до 7–8 км.

Типичная черта марсианских ПД — появление нескольких вихрей одновременно. Так, например, в мае 2005 г. марсоход Spirit наблюдал сразу три ПД, передвигающихся вблизи друг от друга. В районе кратера Гусева в полуденное время видели одновременно 5–7 ПД. В этом регионе с борта орбитальной станции Viking наблюдались ПД диаметром 1–2 км и высотой 8–10 км.

Марс часто оказывается под властью пыльных бурь — ветры неумолимо перемалывают верхний иссушённый пылевой слой, застилая маревом обширные области планеты. В такие периоды ПД появляются настолько часто, что многочисленные треки пересекаются между собой, отмечая траектории ПД на грунте. Причудливые следы, оставленные на поверхности Марса крупными пылевыми смерчами, обнаружены во многих регионах красной планеты, а несколько ПД было сфотографировано в тот момент, когда они подобным образом "обрабатывали" поверхность. Тёмные следы формируются при прохождении вихрей, поднимающих пыль и обнажающих поверхностные породы.

Для оценки скорости ветра, необходимой для построения моделей климата, были проведены исследования скорости перемещения ПД. Если считать, что марсианские ПД, как и на Земле, перемещаются со скоростью ветра, то их измеренная скорость может служить грубой оценкой скорости ветра на Марсе. Из орбитальных наблюдений (ESA (European Space Agency) Mars Express High Resolution Stereo Camera) следует, что ПД путешествуют по поверхности Марса со скоростями порядка нескольких десятков метров в секунду. Ветер и связанные с ним ПД могут влиять на механизмы, инициирующие гигантские пыльные бури. По оценкам [67, 112, 131, 132] ежегодно марсианские ПД выносят в атмосферу $2 \times 10^{11} \text{ кг}$ пыли, оказывая заметное влияние на климат планеты. Исследования в проекте MATADOR были посвящены изучению влияния как гидродинамических, так и электромагнитных сил на формирование ПД [117–120]. Были проведены также аналогичные лабораторные исследования [86, 92, 93, 133]. Как показали

исследования, влиянием электрического поля на динамику процессов и траекторию пылевых частиц в первом приближении можно пренебречь ввиду малости этого влияния по сравнению с влиянием гидродинамических течений [119].

Электрическое поле, возникающее в ПД, определяется вертикальными токами заряженных частиц. В результате развития этих процессов электрическое поле экспоненциально возрастает во времени и может достигать величин, которые в условиях Марса соответствуют полю электрического пробоя [134, 135]. Возникающие в таких полях микроразряды могут генерировать широкополосное электромагнитное излучение.

4. Аналитические модели стационарных вихрей

Несмотря на актуальность изучения КВ, таких как торнадо и пыльные дьяволы, теоретические исследования ещё далеки от той роли, которую может играть наука в прогнозировании динамики таких вихревых структур. Внутреннее устройство вихря, его интенсивность и масштаб в значительной степени определяют устойчивость вихревого образования и характер его взаимодействия с другими вихрями и потоком в целом.

В настоящее время известно лишь небольшое число точных решений уравнений Навье–Стокса, описывающих структуру стационарных вихрей. К ним можно отнести вихри Бюргерса (или Бюргерса–Ротта) [136, 137] и вихри Салливана [138]. В связи с тем, что эти модели обладают рядом недостатков, отыскание новых точных решений уравнений гидродинамики, описывающих вихревые течения жидкости, является актуальной задачей. Представляется, что её решение открывает наиболее простой и корректный путь к получению ряда теоретически и практически важных результатов.

В отличие от вихрей планетарного масштаба (вихрей волн Россби, циклонов или антициклонов) (см., например, [139, 140]), КВ являются мелкомасштабными структурами. При исследовании таких структур в атмосферах планет можно пренебречь силой Кориолиса. Кроме того, рассматривая течения со скоростью, существенно меньшей скорости звука, мы пренебрегаем сжимаемостью. В качестве исходной системы гидродинамических уравнений в разделе 4.1 представлена полная система уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости. В разделах 4.2–4.4 обсуждаются наиболее простые модели вихрей, используемые для интерпретации наблюдений, — модели вихрей Рэнкина, Бюргерса и Салливана. В разделе 4.5 представлена модель концентрированных вихрей, экспоненциально локализованных в пространстве, позволяющая описывать основные особенности структуры вихрей.

4.1. Основные исходные уравнения

В качестве исходных гидродинамических уравнений мы используем уравнение Навье–Стокса

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nu \Delta \mathbf{v} \quad (1)$$

и условие несжимаемости

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (2)$$

Здесь $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$ — конвективная производная по времени, $\mathbf{v}$ — скорость, ρ и p — плотность и давление соответственно, ν — кинематическая вязкость, $\mathbf{g} = -g\hat{\mathbf{e}}_z$ — гравитационное ускорение, $\hat{\mathbf{e}}_z$ — единичный вектор, направленный вдоль вертикальной оси z . Здесь мы исследуем стационарные структуры, полагая $\partial/\partial t = 0$.

Для описания простейшего вихревого движения в стационарных структурах используем приближение аксиальной симметрии, $\partial/\partial \varphi = 0$. В цилиндрической системе координат (r, ϕ, z) система уравнений (1) и (2) принимает следующий вид:

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\phi^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} \right), \quad (3)$$

$$v_r \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_\phi \right] + v_z \frac{\partial v_\phi}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r^2} \right), \quad (4)$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

Обычно большую часть времени атмосфера находится в равновесном состоянии, близком к гидростатическому, когда гравитационное притяжение уравновешивается градиентом давления. В этом состоянии $p = p_0 \exp(-z/H)$, где $H = p_0/(\rho g)$ — высота равновесной атмосферы. Ниже мы будем рассматривать структуры с характерной высотой, существенно меньшей H .

4.2. Вихрь Рэнкина

При интерпретации наблюдений и результатов лабораторного и численного моделирования часто используется модель вихрей Рэнкина [15]. Так, данные наблюдений ПД, а также результаты численного моделирования [8, 9, 26, 28, 141–145] удовлетворительно согласуются с моделью вихря Рэнкина. Модель Рэнкина описывает стационарное плоское вихревое движение с нулевой вертикальной и радиальной скоростями, $v_r = v_z = 0$. Азимутальная скорость имеет следующий вид:

$$v_\phi = \frac{a}{r} + br, \quad (7)$$

где константы a и b определяются из граничных условий. Из уравнения (1) следует условие циклострофического равновесия

$$p = \rho \int_0^r \frac{v_\phi^2}{r} dr. \quad (8)$$

Модель Рэнкина соответствует кусочно-непрерывному решению уравнений Навье–Стокса. Условие $a = 0$ при $r < r_0$ соответствует твердотельному вращению внутри вихря, а условие $b = 0$ — потенциальному вихрю во внешней области. Азимутальная скорость достигает максимального значения на радиальном расстоянии $r = r_0$. Вихрь Рэнкина называют комбинированным вихрем, так как он состоит из двух областей (внутренней и внешней), имеющих различный характер движения. Отметим, что поведение скорости вращения в стационарном вихре Рэнкина хорошо согласуется с наблюдениями ПД, скорость вращения в которых достигает

максимума на характерном радиусе вихря и стремится к нулю на периферии. Модификация модели вихря Рэнкина в приближении, при котором характерный радиус вихря r_0 является функцией координаты z , исследовалась в работах [23, 35–37].

Несмотря на то что эта модель с кусочно-непрерывной азимутальной скоростью не является точным решением уравнения Навье–Стокса и поэтому не вполне пригодна для изучения движений в атмосфере, она, тем не менее, часто используется при интерпретации наблюдений, а также результатов численного моделирования динамики КВ.

4.3. Вихрь Бюргерса

Одним из точных решений уравнений Навье–Стокса для трёхмерных стационарных несжимаемых течений вязкой жидкости является модель вихря Бюргерса (или Бюргерса–Ротта) [136, 137]. В аксиально-симметричном вихре Бюргерса отличны от нуля все три компоненты скорости. Радиальная компонента скорости в вихре направлена к центру, вертикальная компонента, пропорциональная z , направлена вверх, а азимутальная скорость является произвольной функцией радиуса:

$$v_r = -\frac{\alpha}{2}r, \quad v_\phi = v_\phi(r), \quad v_z = \alpha z, \quad (9)$$

где $\alpha > 0$ — некоторая константа, соответствующая интенсивности всасывания вещества в вихрь. Ввиду того что азимутальная скорость зависит только от радиального расстояния, а вертикальная скорость линейно зависит от высоты, из уравнения (4) следует

$$v_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_\phi \right) = v \left(\frac{\partial^2 v_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r^2} \right). \quad (10)$$

Левая часть уравнения (10) соответствует нелинейному эффекту усиления вертикальной завихренности при радиальном сжатии вихревых нитей, в то время как правая часть описывает вязкую диффузию вихря, ответственную за его ослабление. В системе координат, движущейся вместе с потоком, решение уравнения (10) существует, если оба эффекта уравновешивают друг друга. В этом случае азимутальная скорость выражается как

$$v_\phi = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp \left(-\frac{r^2}{2R_B^2} \right) \right], \quad (11)$$

где $R_B = 2\nu/\alpha$ — характерный радиус вихря Бюргерса, Γ — циркуляция,

$$\Gamma = 2\pi \int_0^\infty \omega_z r dr. \quad (12)$$

Азимутальная скорость достигает максимального значения на радиальном расстоянии $r = 1,12R_B$. Во внутренней области вихря, $r \ll R_B$, и далеко на периферии вихря, $r \gg R_B$, радиальные зависимости тороидальной скорости в вихрях Рэнкина и Бюргерса близки по характеру поведения. Вихрь Бюргерса обладает только одной отличной от нуля компонентой завихренности $\omega = (0, 0, \omega_z)$, где

$$\omega_z = \frac{\Gamma}{4\pi\nu} \exp \left(-\frac{r^2}{2R_B^2} \right). \quad (13)$$

Давление в вихре имеет вид

$$p = p_0 - \frac{\rho\alpha^2}{8} (r^2 + 4z^2) + \rho \int_0^r \frac{v_\phi^2}{r} dr. \quad (14)$$

Как и в вихре Рэнкина, вещество вращается вокруг оси z , однако в вихре Бюргерса наряду с конечной азимутальной скоростью отличны от нуля полоидальные (радиальная и вертикальная) компоненты скорости. В таком вихре вещество движется по спирали, приближаясь к центру вращения, и устремляется вверх. В концентрированных вихрях, таких как ПД или тайфуны, кроме вращения вдоль некоторой вертикальной оси существуют также всасывание вещества в вихрь и перенос его вверх. Поэтому модель вихря Бюргерса оказывается более пригодной, чем модель Рэнкина, при интерпретации атмосферных вихрей. Радиальная и вертикальная компоненты скорости пропорциональны параметру α , характеризующему интенсивность всасывания вещества в вихрь. В работе [146] обсуждаются вихрь Бюргерса и его нестационарные модификации для построения моделей развития вертикальных вихрей.

Несмотря на то что модель Бюргерса обладает преимуществами над моделью Рэнкина, она имеет ряд недостатков. В модели Бюргерса радиальная и вертикальная скорости неограниченно возрастают с удалением соответственно от центра вихря и от поверхности планеты. По этой причине модель Бюргерса неприменима при больших высотах и радиальных расстояниях. Однако для умеренных высот и радиальных расстояний, не превышающих двух-трёх радиусов вихря, эта модель может использоваться для интерпретации наблюдений и результатов численного моделирования.

4.4. Вихрь Салливана

Вихрь Салливана [138], так же как и вихрь Бюргерса, соответствует точному решению уравнения Навье–Стокса. В этом вихре, как и в вихре Бюргерса, отличны от нуля все три компоненты скорости:

$$v_r = -\frac{\alpha}{2}r + \frac{6\nu}{r} \left[1 - \exp \left(-\frac{\alpha r^2}{4\nu} \right) \right], \quad v_\phi = \frac{\Gamma H(\alpha r^2/4\nu)}{2\pi r H(\infty)},$$

$$v_z = \alpha z \left[1 - 3 \exp \left(-\frac{\alpha r^2}{4\nu} \right) \right], \quad (15)$$

где

$$H(x) = \int_0^x \exp(f(t)) dt, \quad f(t) = -t + 3 \int_0^t \frac{1 - \exp(y)}{y} dy. \quad (16)$$

Тороидальная и вертикальная компоненты завихренности имеют вид

$$\omega_\phi = -\frac{\alpha^2 r z}{\nu} \exp \left(-\frac{\alpha r^2}{2\nu} \right), \quad (17)$$

$$\omega_z = \frac{\Gamma \alpha}{2\pi\nu H(\infty)} \exp(f(r)). \quad (18)$$

Давление в таком вихре выражается как

$$p = p_0 - \frac{\rho\alpha^2}{8} (r^2 + 4z^2) + \rho \int_0^r \frac{v_\phi^2}{r} dr - \frac{18\rho\nu^2}{r^2} \left[1 - \exp \left(-\frac{\alpha r^2}{4\nu} \right) \right]^2. \quad (19)$$

В отличие от вихря Бюргерса, вихрь Салливана обладает двухъячейстой структурой. В центральной части вихря (в центральной ячейке) вертикальная скорость направлена вниз, а радиальная — наружу. Во внешней области вихря (во внешней ячейке) вертикальная скорость направлена вверх, а радиальная скорость — в центр вихря. Вихрь Салливана — простейший двухъячейстой диссипативный вихрь, который используется для интерпретации мощных ПД, а также для описания вихрей торнадо [3, 7, 147]. Как и в вихре Бюргерса, вертикальная и радиальная компоненты скорости в вихре Салливана неограниченно возрастают с увеличением соответственно высоты и радиального расстояния.

Несомненно, торнадо — слишком сложное явление, чтобы оно могло быть полностью описано в рамках простейшей стационарной гидродинамической модели. Однако точное решение уравнений Навье–Стокса содержит важную информацию о структуре возможного вихревого течения. Центральным моментом в формировании диссипативных стационарных вихрей Бюргерса и Салливана является баланс эффектов усиления завихренности в направленном к центру потоке вещества и ослабления завихренности в результате вязкой диффузии. В связи с этим возникает вопрос: могут ли существовать стационарные КВ в бездиссипативной среде?

4.5. Модель концентрированных бездиссипативных вихрей

Вихри Бюргерса и Салливана называют диссипативными вихрями, так как влияние вязкости в них играет ключевую роль. При уменьшении вязкости вихри, расплываясь в пространстве, затухают и затем исчезают. В связи с этим возникает вопрос о возможности существования вихрей в невязкой среде. Правая часть уравнения (4), описывающего динамику вертикальной завихренности в невязкой среде, тождественно равна нулю. Но можно заметить, что второе слагаемое в левой части этого уравнения, равное нулю для вихрей Бюргерса и Салливана, может быть, вообще говоря, отличным от нуля, если азимутальная скорость зависит не только от радиуса, но и от высоты. Простейшая модель стационарного КВ идеальной несжимаемой жидкости изучалась в работе [148]. В этой модели вихрь, так же как и в модели вихрей Бюргерса и Салливана, локализован в радиальном направлении, но не локализован по вертикали. По этой причине данная модель применима на малых высотах, сравнимых с радиусом вихря. Эта модель получила развитие для интерпретации вихрей, локализованных не только по радиусу, но и по высоте, в работах [51, 149, 150].

В качестве исходной системы уравнений используем уравнения Эйлера

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (20)$$

$$v_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_\phi \right) + v_z \frac{\partial v_\phi}{\partial z} = 0, \quad (21)$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (22)$$

и уравнение непрерывности (6).

Скорость несжимаемой жидкости в аксиально-симметричном приближении можно разложить на поло-

идальную скорость $\mathbf{v}_p = (v_r, 0, v_z)$ и азимутальную скорость $v_\phi \mathbf{e}_\phi$. Здесь $\mathbf{e}_\phi$ — единичный вектор вдоль соответствующей координатной оси. Полоидальная скорость выражается в терминах функции тока ψ как $\mathbf{v}_p = \nabla \times (\psi \nabla \phi)$. Отсюда получаем, что радиальная и вертикальная компоненты скорости связаны с функцией тока следующими соотношениями:

$$v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (23)$$

Уравнение (21) может преобразовано в уравнение сохранения углового момента для единицы массы, $M = r v_\phi$,

$$v_r \frac{\partial M}{\partial r} + v_z \frac{\partial M}{\partial z} = 0. \quad (24)$$

Первое слагаемое в уравнении (24) связано с усилением углового момента в сходящемся к центру потоке, а второе слагаемое — с его ослаблением в выносящемся по вертикали потоке. Используя соотношения (23), связывающие компоненты полоидальной скорости через функцию тока, приведём уравнение (24) к следующему виду:

$$J\{\psi, M\} = 0, \quad (25)$$

где $J\{a, b\} = (\partial a / \partial r) \partial b / \partial z - (\partial a / \partial z) \partial b / \partial r$ — якобиан. Решением уравнения (25) является $M = f(\psi)$, где $f(x)$ — произвольная функция. В качестве частного решения уравнения (25) используем соотношение $M = A\psi$, где A — некоторая размерная константа. Отсюда следует выражение для азимутальной скорости

$$v_\phi = \frac{A\psi}{r}. \quad (26)$$

Таким образом, все компоненты скорости с помощью соотношений (23) и (26) выражены через функцию тока ψ . Для полного решения системы уравнений (20)–(22) остаётся вывести уравнение для давления p . Для вывода связи давления с функцией тока используем известное тождество $(\nabla \mathbf{v}) \mathbf{v} = \nabla(v^2/2) - \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v})$, позволяющее преобразовать (20) и (22) в следующие уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(p + \rho \frac{v_r^2}{2} + \rho \frac{v_z^2}{2} \right) - \rho v_z \omega_\phi - \rho \frac{v_\phi^2}{r} = 0, \quad (27)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(p + \rho \frac{v_r^2}{2} + \rho \frac{v_z^2}{2} \right) + \rho v_r \omega_\phi = -\rho g. \quad (28)$$

Принимая во внимание, что вертикальный масштаб L вихревых структур обычно существенно меньше приведённой высоты $H = p_0 / (\rho g)$ атмосферы, $L \ll H$, получаем $p = p_0$. В рассматриваемом приближении несжимаемой жидкости полагаем, что возмущение давления δp мало по сравнению с равновесным атмосферным давлением p_0 . В принятом здесь приближении тонких вихревых нитей, $r_0 \ll L$, из уравнений (27) и (28) получаем упрощённое уравнение для давления:

$$p = p_0 - \rho \frac{v_z^2}{2} + \rho \int_0^r \frac{v_\phi^2}{r} dr. \quad (29)$$

Уравнения (23), (26) и (29) позволяют связать все гидродинамические параметры с функцией тока. При выборе конкретной функции тока $\psi(r, z)$ будем исходить

из следующих условий для компонент скорости v_r, v_z, v_ϕ и давления p :

а) $v_r = v_\phi = 0$, а v_z и p — конечные величины на оси вихря при $r = 0$;

б) $v_z = v_\phi = 0$, а v_r и p — конечные величины на дне при $z = 0$;

в) $v_r = v_z = v_\phi = 0$ и $p = p_0$ на периферии вихря при $r/r_0 \gg 1$ и $z/L \gg 1$ (где r_0 и L — характерные пространственные масштабы вихря в радиальном и вертикальном направлениях соответственно).

Исходя из условий а–в выберем функцию тока в следующем виде:

$$\psi = v_0 r^2 \frac{z}{L} \exp\left(-\frac{z}{L} - \frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (30)$$

где v_0 — характерная полоидальная скорость. Используя уравнения (23), (26) и (29), получаем

$$\frac{v_r}{v_0} = -\frac{r}{L} \left(1 - \frac{z}{L}\right) \exp\left(-\frac{z}{L} - \frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (31)$$

$$\frac{v_z}{v_0} = 2 \frac{z}{L} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) \exp\left(-\frac{z}{L} - \frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (32)$$

$$\frac{v_\phi}{v_{\phi 0}} = \frac{r}{r_0} \frac{z}{L} \exp\left(-\frac{z}{L} - \frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (33)$$

где $v_{\phi 0}$ — характерная азимутальная скорость. Учитывая равенства (32) и (33), уравнение для давления (29) можно привести к следующему виду:

$$\frac{p - p_0}{\rho v_0^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{z}{L}\right)^2 \exp\left(-2\frac{z}{L}\right) \left\{ \frac{v_{\phi 0}^2}{v_0^2} \left[1 - \exp\left(-2\frac{r^2}{r_0^2}\right)\right] - 8 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)^2 \exp\left(-2\frac{r^2}{r_0^2}\right) \right\}. \quad (34)$$

Уравнения для компонент скорости (31)–(33) совместно с уравнением для давления (34) соответствуют точному аналитическому решению уравнений Эйлера (20)–(22).

Используя уравнение для азимутальной скорости (33), можно получить выражение для вертикальной завихренности:

$$\omega_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_\phi = \omega_{z0} \frac{z}{L} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) \exp\left(-\frac{z}{L} - \frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (35)$$

где $\omega_{z0} = 2v_{\phi 0}/r_0$. В отличие от вихрей Рэнкина и Бюргерса, исследуемые здесь структуры обладают также конечной горизонтальной завихренностью ω_ϕ ,

$$\omega_\phi = (\nabla \times \mathbf{v})_\phi = -4 \frac{v_0}{r_0} \frac{rz}{r_0 L} \left(2 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) \exp\left(-\frac{z}{L} - \frac{r^2}{r_0^2}\right). \quad (36)$$

Новая модель вихря, так же как и модели Бюргерса и Салливана, применима при пренебрежении трением в приповерхностном слое (см., например, [151, 152]). Следует отметить, что применимость новой модели ограничена условием $z \gg r$, которое справедливо в области конечных высот $z > r_0$, где можно пренебречь трением.

Из уравнений (32), (35) и (36) видно, что вертикальная скорость, вертикальная и горизонтальная завихренности

меняют знак на границе или вблизи границы джета. Из уравнений (31)–(36) видно, что все гидродинамические параметры, а также величины завихренностей экспоненциально локализованы как по вертикали, так и по радиусу.

Наша модель позволяет вычислить вертикальный и радиальный потоки массы. Вертикальный поток массы $M_z = 2\pi\rho \int_0^\infty v_z r dr$ состоит из восходящего потока во внутренней части вихря

$$M_{1z} = 2\pi\rho \int_0^{r_0} v_z r dr = 2\pi r_0^2 \rho v_0 \frac{z}{L} \exp\left(-1 - \frac{z}{L}\right) \quad (37)$$

и ниспадающего потока в хвосте вихря

$$M_{2z} = 2\pi\rho \int_{r_0}^\infty v_z r dr = -2\pi r_0^2 \rho v_0 \frac{z}{L} \exp\left(-1 - \frac{z}{L}\right), \quad (38)$$

которые уравновешивают друг друга. Радиальный поток массы $M_r = 2\pi\rho r \int_0^\infty v_r dz$ также состоит из двух разнонаправленных потоков: из потока, направленного к оси вихря в нижней части вихря,

$$M_{1r} = 2\pi\rho r \int_0^L v_r dz = -2\pi\rho v_0 r^2 \exp\left(-1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) \quad (39)$$

и противоположно направленного потока в верхней части вихря

$$M_{2r} = 2\pi\rho r \int_L^\infty v_r dz = 2\pi\rho v_0 r^2 \exp\left(-1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right). \quad (40)$$

Отсюда следует, что в нашей модели, где вертикальный и радиальный потоки массы равны нулю, $M_z = 0$ и $M_r = 0$, выполняется условие сохранения массы. В вихрях Бюргерса и Салливана вертикальный и радиальный массовые потоки неограниченно возрастают с увеличением высоты z и радиуса соответственно, что ограничивает их применимость для интерпретации наблюдаемых КВ.

В новой модели вихревое течение экспоненциально локализовано не только в радиальном направлении, но и в вертикальном направлении с характерным масштабом L . Структура вихря в вертикальном направлении может быть условно разделена на три области: основание (или юбку), центральную часть и верхнюю часть. В радиальном направлении структура разделяется на внутреннюю и внешнюю части вихря, при $r < r_0$ и $r > r_0$ соответственно. В основании вихря, при $z \ll L$, вертикальная и тороидальная компоненты скорости малы. С увеличением высоты во внутренней области вертикальная и азимутальная компоненты скорости возрастают. На высоте $z = L$ вертикальная и тороидальная скорости, а также вертикальная завихренность достигают максимальных значений. В верхней части вихря восходящий и направленный к центру потоки трансформируются в нисходящий и растекающийся в радиальном направлении. Такая модель описывает все основные характерные особенности ПД на квазистационарной стадии развития.

Иллюстрация трёхмерных траекторий частиц и их скоростей в вихревом движении приведена на рис. 2, на котором показан вихрь с отношением характерных скоростей (азимутальной к полоидальной) $v_{\phi 0}/v_0 = 5$. В безразмерных единицах характерный радиус вихря $r_0 = 2$, а характерный вертикальный масштаб вихря $L = 2,75$. На

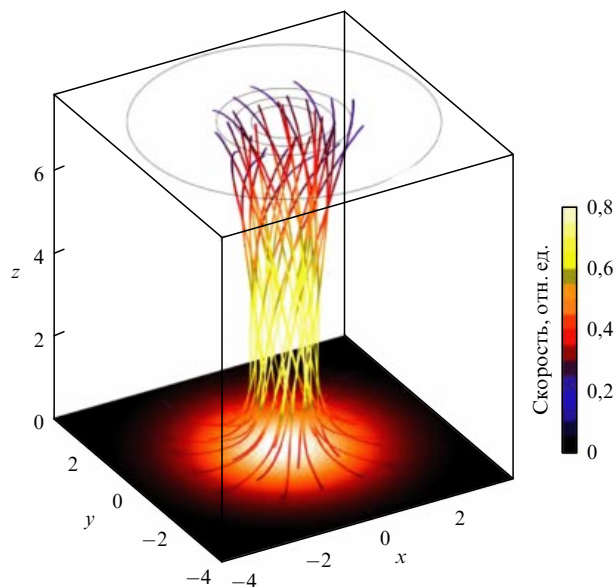


Рис. 2. (В цвете онлайн.) Трёхмерные траектории частиц и скорости вихревого движения.

рисунке 2 представлены траектории частиц, которые в начальный момент находились на радиальном расстоянии $r = r_0$.

На рисунке 3 приведено распределение безразмерного давления $\bar{p} = (p - p_0)/(\rho v_0^2)$ в вихре в радиальном направлении на разных высотах. Приняты следующие значения параметров: $v_{\phi 0}/v_0 = 4$, $r_0 = 2$ и $L = 2,75$. Радиальные распределения давления показаны на высотах $z/L = 0,64; 0,96; 1,28; 1,60; 1,92; 2,24; 2,56$ и $2,88$.

Яма в распределении давления обусловлена полоидальным движением внутри вихря. Отрицательное давление в яме описывает эффект всасывания вещества в центральную область вихря. Горб давления в центральной части вихря обусловлен воздействием центробежной

силы. С увеличением высоты в верхней части вихря полоидальное движение и тороидальная скорость уменьшаются и соответственно уменьшаются яма и горб давления.

5. Генерация концентрированных вихрей в неустойчиво стратифицированной атмосфере

Согласно современным представлениям одним из основных механизмов генерации ПД является аномальный нагрев поверхности планеты в течение солнечного дня. Нагрев почвы сопровождается суперadiaбатическим градиентом температуры и восходящим конвективным потоком тёплого воздуха. Метеорологические наблюдения [25, 28] послужили основой для создания первой термодинамической модели генерации ПД [34, 153, 154]. Согласно этой модели тёплый воздух в конвективно неустойчивой атмосфере поднимается вверх и, охладившись, опускается вниз. Такая модель — аналог теплового двигателя, черпающего энергию из горячего приповерхностного слоя. Модель [34] предсказывает, что интенсивность ПД зависит от произведения вертикальных и горизонтальных температурных градиентов.

Синклер [14], основываясь на наблюдениях ПД в течение длительного времени, высказал предположение, что необходимым условием для возникновения ПД является присутствие в приповерхностном слое атмосферы пыли, а также областей с аномально высокой температурой почвы. Согласно современным представлениям [9, 35, 145, 155–157] ПД формируются из конвективных ячеек (джетов). Конвективные ячейки образуются в неустойчивом приповерхностном слое с суперadiaбатическим градиентом температуры. Наблюдения показали, что генерация вихрей с направлением вращения по часовой стрелке (антициклонических) и против часовой стрелки (циклонических) в открытой местности равновероятна. Из наблюдаемого отсутствия корреляции между внешней завихренностью, временем генерации и диаметром вихря следует, что одной только внешней завихренности

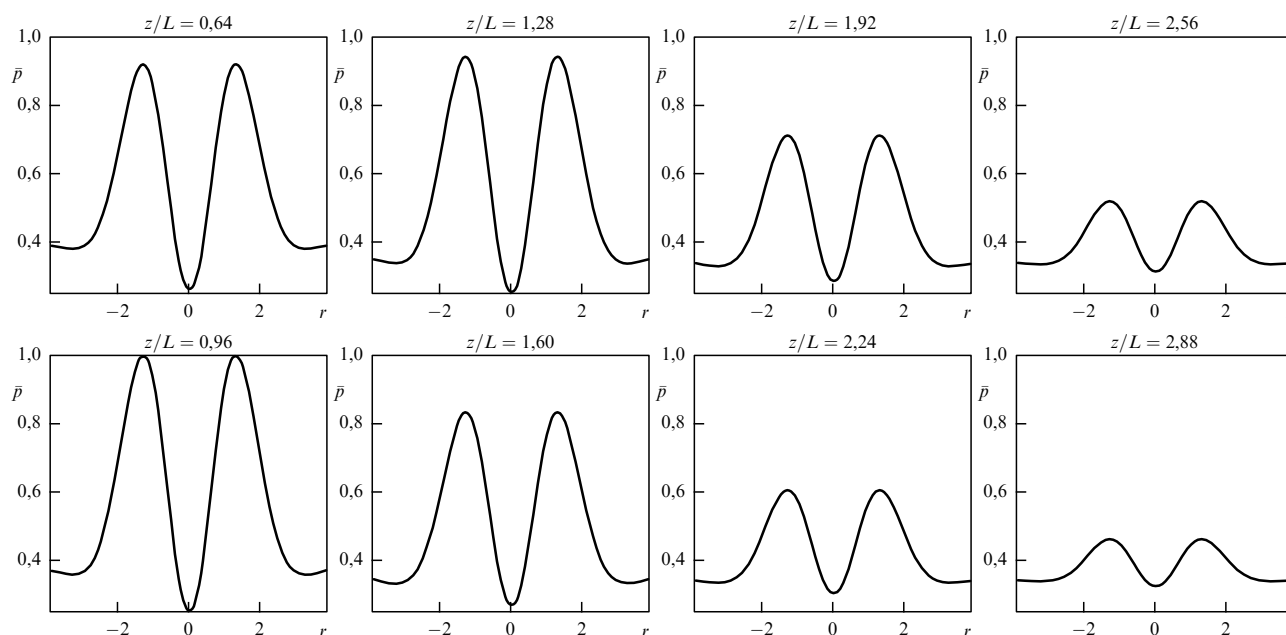


Рис. 3. Радиальное распределение безразмерного давления $\bar{p}$ в вихре на различных высотах z/L . Принято $v_{\phi 0}/v_0 = 4$, $r_0 = 2$ и $L = 2,75$.

в атмосфере недостаточно для генерации ПД. Раздел 5.2 посвящён изучению генерации джетов с восходящими потоками воздуха в приповерхностном слое атмосферы с суперadiaбатическим градиентом температуры. Как показывают наблюдения ПД, на этапе генерации джетов наблюдается чрезвычайно быстрое увеличение азимутальной скорости, ответственное за быструю трансформацию джета в вихрь. Это явление обсуждается в разделе 5.3.

5.1. Упрощённые уравнения

для нелинейных внутренних гравитационных волн

Согласно современным представлениям одним из самых популярных каналов связи литосфера–атмосфера являются внутренние гравитационные волны (ВГВ). Частота ВГВ ω лежит в интервале $|\omega_g| \geq |\omega| \gg |f|$, где $f = 2\Omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса, Ω — частота вращения Земли, φ — широта. В качестве исходных уравнений гидродинамики используем уравнение движения

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla p - \rho \mathbf{g} = 0 \quad (41)$$

и уравнение переноса потенциальной температуры $\Theta = p^{1/\gamma_a}/\rho$, являющейся однозначной функцией энтропии,

$$\frac{d\Theta}{dt} = 0. \quad (42)$$

Здесь, как и в разделе 4, ρ и p — плотность и давление, $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$ — эйлера (конвективная) производная по времени, $\mathbf{v}$ — скорость вещества, γ_a — показатель адиабаты, $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$ — гравитационное ускорение, $\mathbf{e}_z$ — единичный вектор, направленный вдоль вертикали. Динамика нелинейных структур ВГВ в декартовой системе координат исследовалась в работах [158–162].

Так же как в разделе 4, будем изучать динамику конвективного движения аксиально-симметричных структур в цилиндрической системе координат (r, ϕ, z) , полагая $\partial/\partial \phi = 0$ и пренебрегая эффектами, связанными с неоднородностью ветра и диссипацией. Как и в разделе 4, скорость вещества представим в виде суммы полоидальной и тороидальной компонент: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_p + \mathbf{v}_\phi$, где $\mathbf{v}_p = \nabla \times (\psi \nabla \phi)$ и $\mathbf{v}_\phi = v_\phi \mathbf{e}_\phi$. Здесь $\mathbf{e}_\phi$ — единичный вектор вдоль соответствующей координаты, $\psi(t, r, z)$ — функция тока. Радиальная и вертикальная компоненты полоидальной скорости связаны с функцией тока соотношениями (23).

Согласно работам [158, 163, 164], для описания динамики нелинейных внутренних гравитационных волн может быть использовано следующее упрощённое уравнение:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_g^2 \right) \Delta_r^* \psi + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} J(\psi, \Delta_r^* \psi) = 0. \quad (43)$$

Здесь ω_g — частота Брента–Вайсяля, определяемая соотношением

$$\omega_g^2 = g \left(\frac{\gamma_a - 1}{\gamma_a H} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dz} \right), \quad (44)$$

J — якибиан, Δ_r^* — оператор Грэда–Шафранова,

$$\Delta_r^* = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \right) \frac{\partial}{\partial r},$$

T — температура, $H = p/(\rho g)$ — шкала высот атмосферы. В неустойчиво стратифицированной атмосфере $\omega_g^2 < 0$, а частота ВГВ является чисто мнимой, что соответствует их абсолютной неустойчивости.

5.2. Генерация вертикальных джетов

Уравнение (43) является исходным для изучения динамики нелинейных структур ВГВ в конвективно-неустойчивой атмосфере, когда $\omega_g^2 < 0$ [158, 163, 164]. Представим функцию тока ψ в следующем виде:

$$\psi = \frac{v_0 r^2 z}{2r_0} \exp \left(\gamma t - \frac{r^2}{r_0^2} \right), \quad (45)$$

где $v_0 > 0$ — характерная скорость, r_0 — характерный радиус структуры. Подействовав оператором Грэда–Шафранова на такую функцию тока, получаем

$$\Delta_r^* \psi = -\frac{8}{r_0^2} \psi + \frac{4r^2}{r_0^4} \psi. \quad (46)$$

Соотношение (46) позволяет пренебречь нелинейным слагаемым в уравнении (43), если

$$2 \frac{v_0 r^2}{\gamma r_0^3} \exp \left(\gamma t - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \ll 1. \quad (47)$$

В этом приближении из уравнения (43) получаем выражение для инкремента внутренних гравитационных волн $\gamma = |\omega_g|$. Таким образом, функция тока (45) является решением уравнения (43), если выполняется условие (47). Воспользовавшись соотношениями (23), получаем выражения для компонент полоидальной скорости:

$$v_r = -v_0 \frac{r}{r_0} \exp \left(\gamma t - \frac{r^2}{r_0^2} \right), \quad (48)$$

$$v_z = v_0 \frac{z}{r_0} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \exp \left(\gamma t - \frac{r^2}{r_0^2} \right). \quad (49)$$

Из уравнения (48) видно, что радиальная скорость является направленной к центру и не зависит от высоты z . Из уравнения (49) следует, что вертикальная скорость направлена вверх во внутренней области джета и вниз — во внешней области, при $r > r_0$. Конвективное движение в джете, описываемое уравнениями (48) и (49), имеет отличную от нуля полоидальную завихренность $\omega_\phi = (\nabla \times \mathbf{v})_\phi$. Воспользовавшись соотношением $\omega_\phi = -\partial v_z / \partial r$, связывающим тороидальную завихренность с вертикальной скоростью, получаем уравнение для тороидальной завихренности

$$\omega_\phi = 2v_0 \frac{rz}{r_0^3} \left(2 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \exp \left(\gamma t - \frac{r^2}{r_0^2} \right). \quad (50)$$

Как видно из уравнений (48)–(50), компоненты полоидальной скорости и тороидальной завихренности в джете экспоненциально возрастают во времени с инкрементом γ . Кроме того, из уравнений (48)–(50) видно, что течение в джете экспоненциально локализовано по радиусу. Тороидальная завихренность, как и вертикальная скорость, возрастает с увеличением высоты и меняет знак на противоположный во внешней области вихря.

5.3. Взрывной характер генерации азимутального вращения

Воспользовавшись выражениями для радиальной и вертикальной скоростей конвективного движения (48) и (49), исследуем генерацию вихрей в атмосфере с затравочной вертикальной завихренностью $\omega_z = (\mathbf{V} \times \mathbf{v})_z$ [51, 149, 164]. Нелинейное уравнение, описывающее взаимодействие конвективного движения в джете с вертикальной завихренностью, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial t} + v_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} = \omega_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - v_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r}. \quad (51)$$

Первое и второе слагаемые в правой части уравнения (51) описывают сжатие к центру и вытягивание по вертикали вихревых линий соответственно. В качестве модели затравочной крупномасштабной внешней завихренности на малой высоте $z < h$ примем $\omega_z(0, r, z) = \Omega(z/h)[1 - \exp(-r^2/a^2)]$, где h — некоторая характерная высота, а вдали от поверхности, при $z \geq h$, примем $\omega_z(0, r, z) = \Omega[1 - \exp(-r^2/a^2)]$. На высоте $z < h$ и на радиальном расстоянии, сравнимом с характерным радиусом вихря r_0 , начальная завихренность выражается как

$$\omega_z(0, r, z) = \Omega_{zh} \approx \Omega \left(\frac{z}{h} \right) \left(\frac{r^2}{a^2} \right), \quad (52)$$

а на большой высоте, $z > h$,

$$\omega_z(0, r) = \Omega_z \approx \Omega \left(\frac{r^2}{a^2} \right). \quad (53)$$

Подставляя в уравнение (51) выражения для компонент полоидальной скорости в конвективной ячейке и учитывая начальную завихренность (52) или (53), получаем выражение для вертикальной завихренности на высоте $z < h$:

$$\frac{\omega_z(t, r, z)}{\Omega_{zh}} = \exp \left[\frac{v_0}{\gamma r_0} \exp \left(\gamma t - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \right], \quad (54)$$

а на высоте $z > h$

$$\frac{\omega_z(t, r)}{\Omega_z} = \exp \left[\frac{v_0}{\gamma r_0} \left(2 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \exp \left(\gamma t - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \right]. \quad (55)$$

Воспользовавшись соотношением, связывающим вертикальную завихренность с тороидальной скоростью, $r\omega_z = \partial(rv_\phi)/\partial r$, находим выражение для азимутальной

скорости v_ϕ вблизи поверхности:

$$v_\phi = v_{\phi 0h} \exp \left[\frac{v_0}{\gamma r_0} \exp \left(\gamma t - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \right], \quad (56)$$

а на большой высоте

$$v_\phi = v_{\phi 0} \exp \left[2 \frac{v_0}{\gamma r_0} \exp \left(\gamma t - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \right]. \quad (57)$$

Здесь $v_{\phi 0h} = (\Omega a/4)(r/a)^3(z/h)$ и $v_{\phi 0} = (\Omega a/4)(r/a)^3$. Из уравнений (54)–(57) видно, что вертикальная завихренность и азимутальная скорость описываются двойной экспонентой, соответствующей взрывному характеру генерации.

Для иллюстрации полученных результатов при интерпретации механизма генерации пыльных вихрей в земной атмосфере примем в качестве характерной величины температурный градиент в приповерхностном слое [102] равным 2°C на 1 м, что обычно наблюдается в приповерхностном слое во время генерации вихрей. Такой градиент соответствует инкременту конвективной неустойчивости $\gamma = 0,25 \text{ с}^{-1}$.

На рисунке 4 показаны зависимости трёх компонент скорости в вихре в интервале $t \leq 6,4$ с при предположении, что $\gamma = 0,25 \text{ с}^{-1}$. При вычислении азимутальной скорости по формуле (57) принималось значение $v_0 = 2\gamma r_0$. Радиальная и вертикальная скорости на рис. 4а, б нормированы на v_0 и zv_0/r_0 . Для вихря радиусом 10 м получаем характерную радиальную скорость $v_0 = 5 \text{ м с}^{-1}$. Видно, что радиальная скорость на рис. 4а всегда направлена к центру вихря и пренебрежимо мала на большом расстоянии, при $r > 3r_0$. Скорость падающего вещества во внешней области вихря существенно меньше скорости вещества, поднимающегося внутри вихря. Азимутальная скорость (рис. 4в) нормирована на величину $v_{\phi 0} = \Omega r_0^3/(4a^2)$. Рисунок 4 иллюстрирует зависимости скоростей при предположении, что во всей радиальной области справедливы формулы (48), (49) и (57). Однако эти формулы справедливы в ограниченных областях, при $r < r_1$ или $r > r_2$, где выполняется условие (49). С возрастанием времени от $t = 0,8$ с до $t = 6,4$ с величина r_1 уменьшается от $r_1 \approx 0,5r_0$ до $r_1 \approx 0,3r_0$, тогда как r_2 увеличивается от $r_2 \approx 1,6r_0$ до $r_2 \approx 2,1r_0$. Поведение азимутальной скорости в вихре в области $r_1 < r < r_2$ (рис. 4в) можно рассматривать как некоторую интерполяцию полученных решений. Видно, что азимутальная скорость за время $t \approx 6$ с увеличивается на три порядка.

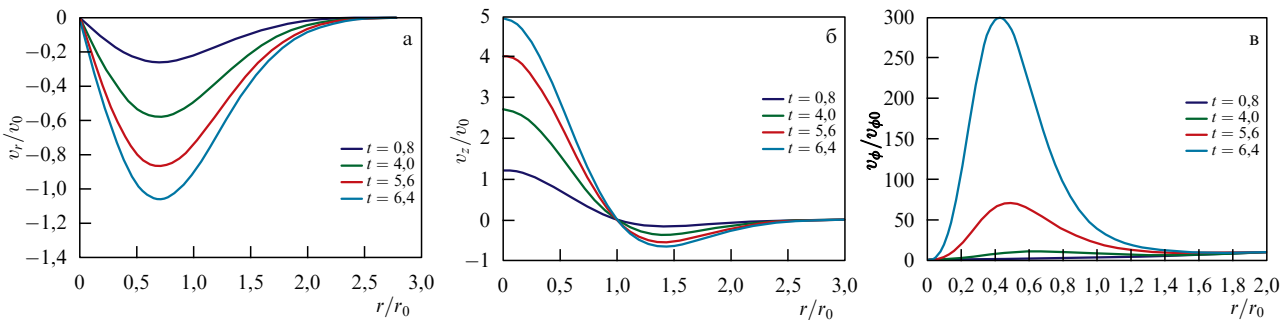


Рис. 4. (В цвете онлайн.) Нормированные компоненты скорости как функции радиуса и времени: (а) радиальная, (б) вертикальная и (в) азимутальная.

6. Численное моделирование динамики вихрей в конвективно-неустойчивой атмосфере

Первые попытки аналитического исследования, а также численного и лабораторного моделирования вихрей с учётом эффектов, связанных с самосогласованной динамикой движения заряженных частиц пыли разной массы и разного электрического заряда, подхваченных гидродинамическим потоком, в электростатическом поле были сделаны в работах [107, 117, 132, 165–170]. Однако изучение динамики вихрей аналитическим методом в такой многокомпонентной среде с учётом влияния электростатических полей в настоящее время представляется довольно сложной задачей, которую предстоит решить в будущем.

Влияние вертикального градиента температуры и трения в приповерхностном слое на динамику вихрей изучалось в [52, 171–173]. Посредством варьирования значений параметров, определяющих начальную завихренность, поверхностную температуру и трение в приповерхностном слое, численно исследовалось их влияние на максимальную азимутальную скорость, перепад давления и структуру вихря. В работе [174] основное внимание уделено изучению топологии вихрей ПД. Исследовалось влияние заряженных частиц пыли и возникающих электрических полей на динамику вихрей. Перед численным моделированием в статье [174] были поставлены две задачи: 1) показать, что вихревое движение генерируется в результате развития конвективной неустойчивости; 2) изучить движение отдельных песчинок, подхваченных вихрем. В качестве исходной системы уравнений в работе [174] использовалась система уравнений Навье–Стокса в декартовой системе координат для сжимаемой среды [168, 169], состоящая из уравнения непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j}, \quad (58)$$

уравнения сохранения импульса

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{2}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(S_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) - \rho g \delta_{i3} \quad (59)$$

и уравнения эволюции полной энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_T}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial x_j} [(E_T + p) v_j] + \frac{1}{M^2 \text{Pr Re} (\gamma_a - 1)} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} + \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[v_i \left(S_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) \right] - \rho v_3 g. \end{aligned} \quad (60)$$

Здесь $E_T = p/(\gamma_a - 1) + 1/2 \rho v_i^2$ — плотность энергии, $S_{ij} = 1/2 (\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i)$, $\text{Re} = V_0 L_0 / \mu$ — характерное число Рейнольдса, V_0 и L_0 — характерные скорость и пространственный масштаб, $\text{Pr} = c_p \kappa / \mu$ — число Прандтля, c_p — удельная теплоёмкость при постоянном давлении, κ — коэффициент диффузии, $M = V_0 / c_0$ — число Маха, c_0 — скорость звука, δ_{ij} — символ Кронекера.

С использованием кода [175] MUTSU/cNS3D (Multi Theoretical Subjects Utility/compressible Navier-Stokes 3D) проведено численное моделирование генерации вихрей в

конвективно-неустойчивой атмосфере. Разработанный численный код может быть применён при построении модели общей циркуляции в запылённой атмосфере. На верхней границе учитывалось поглощение при постоянном давлении и с постепенно возрастающей с увеличением высоты вязкостью. В расчётах использовалось условие отсутствия проскальзывания вещества на нижней границе (поверхности планеты) при заданном распределении температуры. В начальном состоянии поток вещества задавался в виде слабых возмущений. Вертикальная скорость вещества в расчётах полагалась существенно меньшей скорости звука. На первом этапе моделирования была показана возможность генерации азимутального движения в неустойчивом полоидальном потоке в условиях конвективной неустойчивости. На рисунке 5а изображено поле скоростей в начальный момент времени, $t = 0$, на разных высотах (с увеличением высоты сверху вниз). На рисунках 5б, в показаны скорости на этих высотах в моменты $t = 3,8$ и $t = 4,8$. Временная динамика, представленная на рис. 5, явно свидетельствует о существовании нелинейной фазы конвективной неустойчивости. Из рисунка 5в также видно, что на нелинейной стадии ($t = 4,8$) преобладает мульти-вихревое движение. Таким образом, проведённое численное моделирование свидетельствует о нелинейной стадии развития конвективной неустойчивости, связанной с возрастанием энергии тороидального движения.

На втором этапе численного моделирования для детального изучения движения вещества центральной области ПД использовались периодические по вертикали условия. Для простоты на этой стадии принималось условие постоянства температуры по высоте. Для изучения эволюции вихревой структуры в вычислениях использовался псевдоспектральный код. Пылевой компонент рассматривался как пассивный компонент. Частицы пыли на рис. 5 обозначены чёрными точками.

На рисунке 6 представлены три фрагмента эволюции вихревой структуры (время возрастает от рис. 6а к рис. 6в). В качестве начального потока в вычислениях был принят постоянный в вертикальном направлении поток (рис. 6а). Вычисления показали формирование со временем мелкомасштабных спиральных образований от фрагмента, показанного на рис. 6а (начального), до фрагмента, представленного на рис. 6б. На более поздних временах происходит затухание мелкомасштабных спиральных структур и образование более симметричной центральной части при переходе от фрагмента на рис. 6б к фрагменту на рис. 6в. Временной интервал соответствует примерно четырём оборотам ПД.

Фрагмент на рис. 6а имеет слабо спиральную структуру, фрагмент на рис. 6б обладает сильной спиральностью, а фрагмент на рис. 6в, соответствующий большим временам, опять имеет слабую спиральность. Таким образом, нелинейная динамика ПД обладает несколькими характерными частотами в эволюции слабо-хаотичной вихревой структуры.

6. Заключение

В обзоре суммируются основные результаты наблюдений, аналитических исследований, а также результаты численного моделирования концентрированных вихрей в атмосферах Земли и Марса. Основное внимание уделяется изучению аналитических моделей квазистацио-

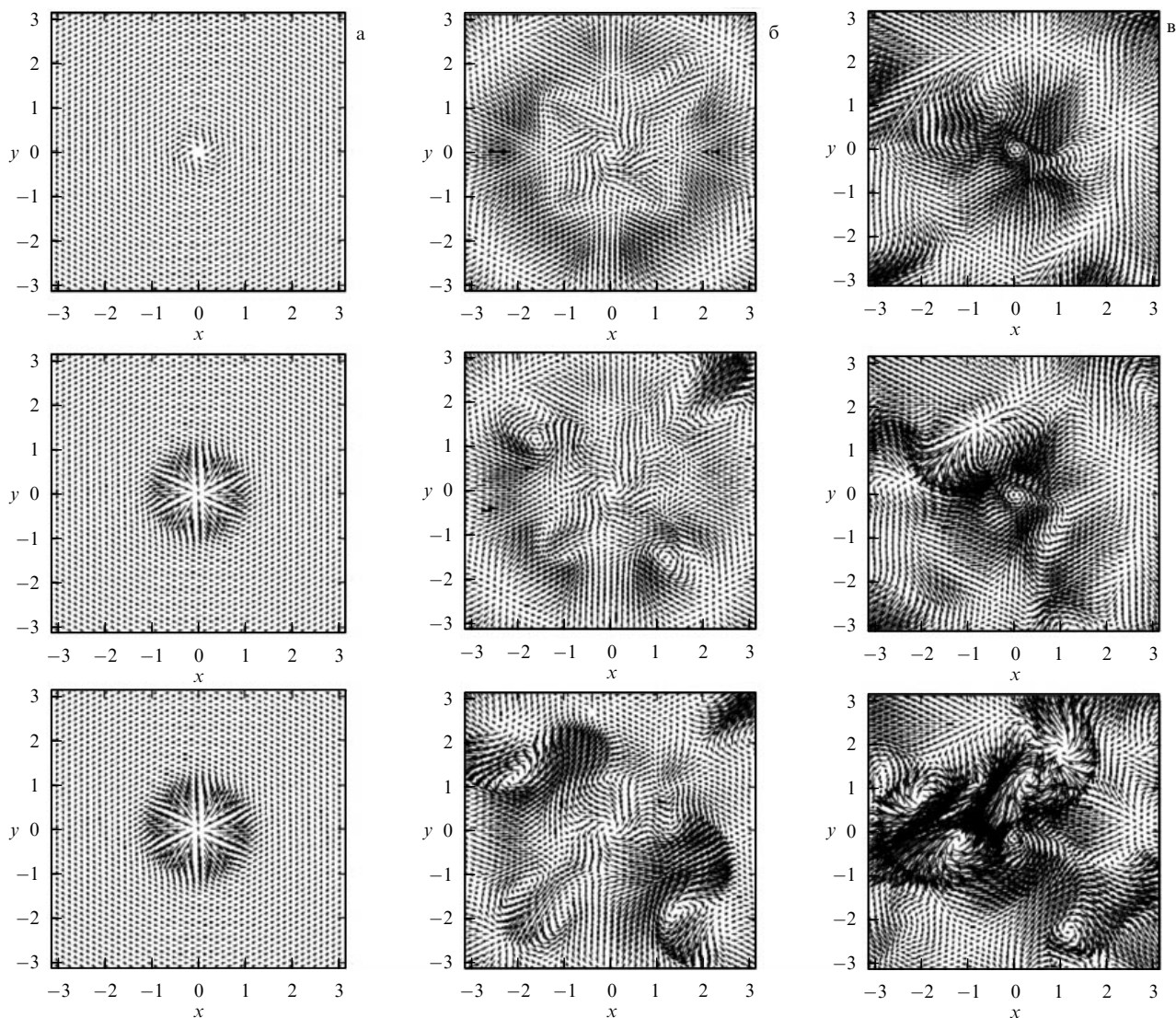


Рис. 5. Результаты численного моделирования эволюции одиночного вихря в разных по высоте поперечных сечениях вихря (высота (координата z) на рис. а – в увеличивается сверху вниз) в моменты времени (а) $t = 0$, (б) $t = 3,8$ и (в) $t = 4,8$.

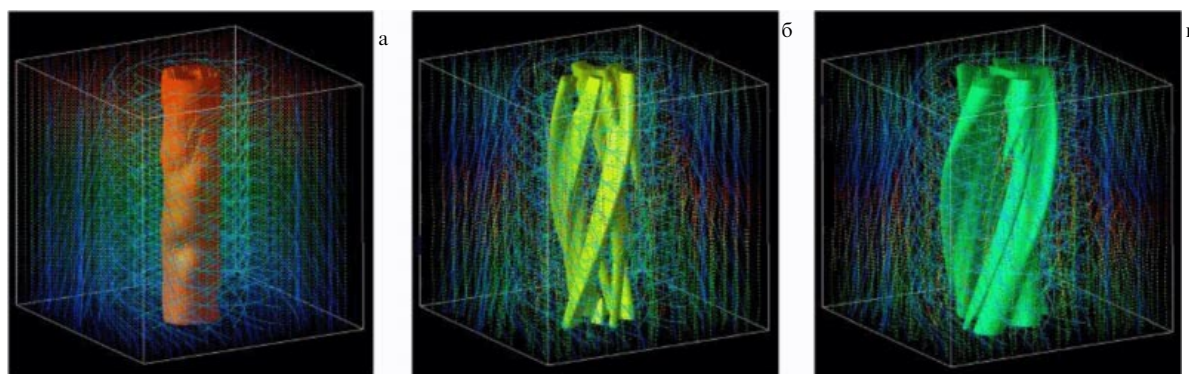


Рис. 6. Три фрагмента эволюции вихревой структуры; время увеличивается от рис. а к рис. в.

нарных структур и механизмов генерации концентрированных вихрей. Из многочисленного класса КВ пыльные дьяволы выбраны как наиболее простые и наиболее оживленно обсуждаемые в научной литературе вихри. В обзоре большое внимание уделяется обсуждению недавно созданной малопараметрической модели КВ. В

отличие от вихрей Бюргерса и Салливана, соответствующих точному вихревому решению уравнений Навье–Стокса, эта модель позволяет описывать структуры, ограниченные не только в радиальном, но и в вертикальном направлении. Стационарные вихри Бюргерса и Салливана формируются в результате баланса двух

эффектов: концентрации завихренности в направленном к центру радиальном потоке и вязкой диффузии вихря, ослабляющей вихрь.

Обсуждаемая в обзоре модель соответствует трёхмерным стационарным несжимаемым движениям идеальной жидкости и точному вихревому решению уравнений Эйлера. В этой модели концентрация завихренности в сходящемся к центру радиальном потоке уравновешивается выносом вихревого движения в вертикальном направлении. С увеличением высоты во внутренней области вертикальная и азимутальная компоненты скорости возрастают. На высоте $z = L$ вертикальная и азимутальная скорости, а также вертикальная завихренность достигают максимальных значений. В верхней части вихря восходящий и направленный к центру потоки трансформируются в нисходящий и растекающийся в радиальном направлении. Такая модель описывает все основные характерные особенности КВ на квазистационарной стадии развития. Модель позволяет вычислить вертикальные и радиальные потоки вещества. В новой модели, где вертикальный и радиальный потоки массы равны нулю, $M_z = 0$ и $M_r = 0$, выполняется условие сохранения массы, в то время как в моделях Бюргерса и Салливана вертикальный и радиальный массовые потоки неограниченно возрастают с увеличением высоты z и удалением от оси симметрии.

Кроме того, обсуждается нелинейная модель генерации конвективных движений в КВ в неустойчиво стратифицированной атмосфере. Модель генерации конвективных ячеек — джетов — создана в аксиально-симметричном приближении с использованием нелинейных уравнений для внутренних гравитационных волн. Показано, что в конвективно-неустойчивой атмосфере с крупномасштабной затравочной вертикальной завихренностью из джетов чрезвычайно быстро формируются интенсивные вертикальные вихри. Временные зависимости вертикальной завихренности и азимутальной скорости описываются в модели двойной экспонентой, соответствующей взрывному характеру генерации. Изучена структура поля скоростей и вертикальной завихренности в таких вихрях на стадии генерации.

Дальнейшее исследование КВ, включая численное моделирование, позволит: а) изучить генерацию и структуру генерируемых вихрей в области произвольных радиальных расстояний; б) исследовать структуру вихрей в отсутствие аксиальной симметрии; в) учесть влияние заряженной пыли на динамику вихрей и запылённость атмосферы. Такие исследования могут помочь в изучении и предсказании более мощных торнадо и ураганов, а также роли ПД и пыльных бурь в динамике запылённости атмосферы.

Вследствие разрежённости марсианской атмосферы марсианские смерчи намного выше и мощнее своих земных собратьев. На Марсе ПД могут превышать земной аналог в несколько сотен раз. ПД, выбрасывая в атмосферу планеты несколько тонн электрически заряженных пылевых частиц, играют важную роль в формировании климата. Они могут представлять реальную опасность как для роботов, так и для человека, когда тот ступит на поверхность красной планеты. ПД могут инициировать молнии и электрические разряды, способные вывести из строя электронные устройства, создавать помехи радиосвязи. Ближайшие десятилетия станут свидетелями беспрецедентно большого количества автома-

тических аппаратов, направленных к Марсу, и, возможно, первой человеческой миссии. Чёткое понимание физических процессов, протекающих в пыльных марсианских дьяволах, важно для планирования таких миссий.

Авторы признательны М.В. Курганскому, сделавшему целый ряд ценных замечаний, за внимательное прочтение обзора, а также благодарны В.Г. Бондуру и И.И. Мохову за обсуждения и внимание к работе.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, проекта Министерства образования и науки РФ и гранта Российского фонда фундаментальных исследований 18-29-21021мк.

Список литературы

1. Baddeley P F H *Whirlwinds and Dust-Storms of India* (London: Bell and Daldey, 1860)
2. Bagnold R A *The Physics of Blown Sand and Desert Dunes* (London: Methuen, 1941)
3. Наливкин Д В *Ураганы, бури и смерчи. Географические особенности и геологическая деятельность* (Л.: Наука, 1969); Пер. на англ. яз.: Nalivkin D V *Hurricanes, Storms, and Tornadoes. Geographic Characteristics and Geological Activity* (Rotterdam: A.A. Balkema, 1983)
4. Ives R L *Bull. Am. Meteor. Soc.* **28** 168 (1947)
5. Durward J *Nature* **128** 412 (1931)
6. "Weather overseas" *Weather* **4** 402 (1949)
7. Crozier W D J. *Geophys. Res.* **75** 4583 (1970)
8. Leovy C B *Nature* **424** 1008 (2003)
9. Balme M, Greeley R *Rev. Geophys.* **44** RG3003 (2006)
10. Vatisstas G H, Kozel V, Mih W C *Exp. Fluids* **11** 73 (1991)
11. Church C R et al. *J. Atmos. Sci.* **36** 1755 (1979)
12. Howells P A C, Rotunno R, Smith R K *Q.J.R. Meteorol. Soc.* **114** 801 (1988)
13. Nolan D S, Farrell B F *J. Atmos. Sci.* **56** 2908 (1999)
14. Raasch S, Franke T *J. Geophys. Res.* **116** D16120 (2011)
15. Trapp R J, Fiedler B H *J. Atmos. Sci.* **52** 3757 (1995)
16. Idso S B *Bull. Am. Meteorol. Soc.* **56** 376 (1975)
17. Idso S B *Weather* **30** 115 (1975)
18. Rennó N O, Bluestein H B *J. Atmos. Sci.* **58** 927 (2001)
19. Sinclair P C, Ph.D. Thesis (Tucson, AZ: Univ. of Arizona, 1966)
20. Sinclair P C *J. Appl. Meteorol.* **8** 32 (1969)
21. Rankine W J M *A Manual of Applied Mechanics* (London: Charles Griffin and Co. Ltd, 1901)
22. Lorenz R D et al. *Space Sci. Rev.* **203** 5 (2016)
23. Kurgansky M V *Icarus* **300** 97 (2018)
24. Kok J F et al. *Rep. Prog. Phys.* **75** 106901 (2012)
25. Sinclair P C *Mon. Wea. Rev.* **92** 363 (1964)
26. Sinclair P C *Bull. Am. Meteorol. Soc.* **46** 388 (1965)
27. Lorenz R D, Myers M J *J. Meteorol.* **30** 178 (2005)
28. Sinclair P C *J. Atmos. Sci.* **30** 1599 (1973)
29. Ryan J A, Carroll I J *J. Geophys. Res.* **75** 531 (1970)
30. Fitzjarrald D E *J. Appl. Meteorol.* **12** 808 (1973)
31. Hess G D, Spillane K T *J. Appl. Meteorol.* **29** 498 (1990)
32. Metzger S M et al. *Geophys. Res. Lett.* **26** 2781 (1999)
33. Lewellen D C, Lewellen W S, Xia J *J. Atmos. Sci.* **57** 527 (2000)
34. Rennó N O et al. *J. Geophys. Res.* **109** E07001 (2004)
35. Kurgansky M V *Dyn. Atmos. Oceans* **40** 151 (2005)
36. Kurgansky M V *Geophys. Res. Lett.* **33** L19S06 (2006)
37. Kurgansky M et al. *Space Sci. Rev.* **203** 209 (2016)
38. Carroll I J, Ryan J A *J. Geophys. Res.* **75** 5179 (1970)
39. Brian K et al. *Space Sci. Rev.* **203** 277 (2016)
40. Ringrose T J *Astron. Geophys.* **46** 5.16 (2005)
41. Thomas P, Gierasch P J *Science* **230** 175 (1985)
42. Ferri F et al. *J. Geophys. Res.* **108** 5133 (2003)
43. Balme M R, Whelley P L, Greeley R *J. Geophys. Res.* **108** 5086 (2003)
44. Tegen I, Lacis A A, Fung I *Nature* **380** 419 (1996)
45. Mahowald N *Science* **334** 794 (2011)

46. Mahowald N et al. *Annu. Rev. Environ. Resour.* **36** 45 (2011)
47. Yoshioka M et al. *J. Climate* **20** 1445 (2007)
48. Ramanathan V et al. *Science* **294** 2119 (2001)
49. Cakmur R V, Miller R L, Torres O J. *Geophys. Res.* **109** D07201 (2004)
50. Gu Z L et al. *Adv. Atmos. Sci.* **25** 31 (2008)
51. Onishchenko O G et al. *Climate* **7** 12 (2019)
52. Gobbi G P et al. *Atmos. Environ.* **34** 5119 (2000)
53. Ryan J A, Sharman R D, Lucich R D. *Geophys. Res. Lett.* **8** 899 (1981)
54. Toon O B. *Nature* **424** 623 (2003)
55. Twohy C H et al. *Geophys. Res. Lett.* **36** L01807 (2009)
56. Flanner M G et al. *Atmos. Chem. Phys.* **9** 2481 (2009)
57. Painter T H et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **107** 17125 (2010)
58. Kohfeld K E, Harrison S P. *Earth-Sci. Rev.* **54** 81 (2001)
59. Prospero J M, Lamb P J. *Science* **302** 1024 (2003)
60. Murphy J et al. *Space Sci. Rev.* **203** 39 (2016)
61. Hess S L. *Planet. Space Sci.* **21** 1549 (1973)
62. Smith P H et al. *Science* **278** 1758 (1997)
63. Klose M et al. *Space Sci. Rev.* **203** 377 (2016)
64. Ingersoll A P, Tryka K A. *Science* **250** 435 (1990)
65. Jickells T D. *Science* **281** 217 (1998)
66. Jickells T D et al. *Science* **308** 67 (2005)
67. Neakrase L D V et al. *Space Sci. Rev.* **203** 347 (2016)
68. Greeley R, Iversen J D. *Wind as a Geological Process: on Earth, Mars, Venus, and Titan* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1985)
69. Shao Y. *Physics and Modelling of Wind Erosion* (Berlin: Springer, 2008)
70. Kurgansky M V. *Icarus* **300** 97 (2018)
71. Aguirre C et al. *Aeolian Res.* **29** 12 (2017)
72. Lacks D J, Sankaran R M. *J. Phys. D* **44** 453001 (2011)
73. Almeida M P et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **105** 6222 (2008)
74. Freier G D. *J. Geophys. Res.* **65** 3504 (1960)
75. Lacks D J, Levandovsky A J. *Electrostat.* **65** 107 (2007)
76. Gill E W B. *Nature* **162** 568 (1948)
77. Kok J F, Renno N O. *Phys. Rev. Lett.* **100** 014501 (2008)
78. Kok J F, Renno N O. *J. Geophys. Res.* **114** D17204 (2009)
79. Mills A A. *Nature* **268** 614 (1977)
80. Schmidt D S, Schmidt R A, Dent J D. *J. Geophys. Res.* **103** 8997 (1998)
81. Rudge W A D. *Nature* **91** 31 (1913)
82. Stow C D. *Weather* **24** 134 (1969)
83. Renno N O, Kok J F. *Space Sci. Rev.* **137** 419 (2008)
84. Perkins S. *Science* **353** 450 (2016)
85. Eden H F, Vonnegut B. *Science* **180** 962 (1973)
86. Melnik O, Parrot M J. *Geophys. Res.* **103** 29107 (1998)
87. Harrison R G et al. *Space Sci. Rev.* **203** 299 (2016)
88. Извекова Ю Н, Попель С И. *Физика плазмы* **44** 747 (2018); Izvekova Yu N, Popel S I. *Plasma Phys. Rep.* **44** 835 (2018)
89. Izvekova Yu N, Popel S I. *Contrib. Plasma Phys.* **56** 263 (2016)
90. Farrell W M et al. *J. Geophys. Res.* **109** E03004 (2004)
91. Farrell W M et al. *J. Geophys. Res.* **111** E01006 (2006)
92. Zheng X J, Huang N, Zhou Y-H. *J. Geophys. Res.* **108** 4322 (2003)
93. Zhou Y-H, Guo X, Zheng X J. *Phys. Rev. E* **66** 021305 (2002)
94. Huang N, Yue G, Zheng X J. *Geophys. Res.* **113** D20203 (2008)
95. Ireland P M. *Powder Technol.* **198** 189 (2010)
96. Ireland P M. *Powder Technol.* **198** 199 (2010)
97. Inculet I I, Castle G S P, Aartsen G. *Chem. Eng. Sci.* **61** 2249 (2006)
98. Ireland P M, Jameson G J J. *Electrostat.* **71** 449 (2013)
99. Matsusaka S, Masuda H. *Adv. Powder Technol.* **14** 143 (2003)
100. McGinnigle J B. *Weather* **21** 272 (1966)
101. Mattsson J O, Nihlén T, Yue W. *Weather* **48** 359 (1993)
102. Oke A M C, Tapper N J, Dunkerley D J. *Arid Environ.* **71** 201 (2007)
103. Kurgansky M V et al. *Bound.-Layer Meteorol.* **138** 285 (2011)
104. Ryan J A. *J. Geophys. Res.* **77** 7133 (1972)
105. Snow J T, McClelland T M. *J. Geophys. Res.* **95** 13707 (1990)
106. Balme M et al. *Geophys. Res. Lett.* **30** 1830 (2003)
107. Houser J G, Farrell W M, Metzger S M. *Geophys. Res. Lett.* **30** 1027 (2003)
108. Tratt D M et al. *J. Geophys. Res.* **108** 5116 (2003)
109. Lorenz R D, Jackson B K. *Space Sci. Rev.* **203** 277 (2016)
110. Greeley R et al. *J. Geophys. Res.* **108** 5041 (2003)
111. Stanzel C et al. *Geophys. Res. Lett.* **33** L11202 (2006)
112. Neakrase L D V et al. *Geophys. Res. Lett.* **33** L19S09 (2006)
113. Houghton J T et al. (Eds) *Climate Change 2001: the Scientific Basis: Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2001)
114. Solomon S et al. (Eds) *Climate Change 2007: the Physical Science Basis: Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007)
115. Gillette D A, Sinclair P C. *Atmos. Environ. A* **24** 1135 (1990)
116. Crozier W D. *J. Geophys. Res.* **69** 5427 (1964)
117. Farrell W M et al. *Geophys. Res. Lett.* **30** 2259 (2003)
118. Farrell W M et al. *J. Geophys. Res.* **111** E01006 (2006)
119. Farrell W M et al. *J. Geophys. Res.* **109** E03004 (2004)
120. Esposito F et al. *Geophys. Res. Lett.* **43** 5501 (2016)
121. Ryan J A. *J. Geophys. Res.* **69** 3759 (1964)
122. Neubauer F M J. *Geophys. Res.* **71** 2419 (1966)
123. Gierasch P, Goody R M. *J. Atmos. Sci.* **30** 169 (1973)
124. Ryan J A, Lucich R D. *J. Geophys. Res.* **88** 11005 (1983)
125. Golombek M et al. *Science* **278** 1743 (1997)
126. Schofield J T et al. *Science* **278** 1752 (1997)
127. Malin M C, Edgett K S. *J. Geophys. Res.* **106** 23429 (2001)
128. Stanzel C et al. *Icarus* **197** 39 (2008)
129. Petrosyan A et al. *Rev. Geophys.* **49** RG3005 (2011)
130. Fenton L K, Lorenz R. *Icarus* **260** 246 (2015)
131. Whelley P L, Greeley R. *J. Geophys. Res.* **111** E10003 (2006)
132. Lacks D J. *Nat. Phys.* **6** 324 (2010)
133. Xie L, Ling Y, Zheng X J. *Geophys. Res.* **112** D12116 (2007)
134. Зеленый Л М и др. *Вестн. НПО имени С.А. Лавочкина* (2) 13 (2014); Пер. на англ. яз.: Zelenyi L M et al. *Solar Syst. Res.* **49** 509 (2015)
135. Balme M R, Hagermann A. *Geophys. Res. Lett.* **33** L19S01 (2006)
136. Burgers J M. *Adv. Appl. Mech.* **1** 171 (1948)
137. Rott N Z. *Angew. Math. Phys.* **9** 543 (1958)
138. Sullivan R D. *J. Aerospace Sci.* **26** 767 (1959)
139. Должанский Ф В, Крымов В А, Манин Д Ю. *УФН* **160** (7) 1 (1990); Dolzhanskii F V, Krymov V A, Manin D Yu. *Sov. Phys. Usp.* **33** 495 (1990)
140. Онищенко О Г, Похотелов О А, Астафьева Н М. *УФН* **178** 605 (2008); Onishchenko O G, Pokhotelov O A, Astafieva N M. *Phys. Usp.* **51** 577 (2008)
141. Williams N R. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* **29** 106 (1948)
142. Battan L J. *J. Meteorol.* **15** 235 (1958)
143. Bluestein H B, Weiss C C, Pazmany A L. *Mon. Wea. Rev.* **132** 209 (2004)
144. Toigo A D et al. *J. Geophys. Res.* **108** 5047 (2003)
145. Zhao Y Z et al. *Atmosphere-Ocean* **42** 61 (2004)
146. Краснов Ю К, Кикнадзе Г И. *ДАН СССР* **290** 1315 (1986); Krasnov Y K, Kiknadze G I. *Sov. Phys. Dokl.* **31** 799 (1986)
147. Davies-Jones R. *Atmos. Res.* **158**–159 274 (2015)
148. Онищенко О Г, Похотелов О А, Астафьева Н М. *Геофизические процессы и биосфера* **17** 61 (2018); Пер. на англ. яз.: Onishchenko O G, Pokhotelov O A, Astafieva N M. *Izv. Atmosph. Oceanic Phys.* **54** 906 (2018)
149. Onishchenko O et al. *J. Geophys. Res. Atmosp.* **121** 11264 (2016)
150. Onishchenko O G et al. *J. Fluid Mech.* (2019), submitted
151. Morton B R. *J. Fluid Mech.* **38** 315 (1969)
152. Smith R K, Montgomery M T, Persing J Q. *J. Meteorol. Soc.* **140** 2638 (2014)
153. Rennó N O, Burkett M L, Larkin M P. *J. Atmos. Sci.* **55** 3244 (1998)
154. Rennó N O et al. *J. Geophys. Res.* **105** 1859 (2000)
155. Fritts D C, Alexander M J. *Rev. Geophys.* **41** 1003 (2003)
156. Mitchell N J, Howells V St C. *Ann. Geophys.* **16** 1367 (1998)
157. Rafkin S et al. *Space Sci. Rev.* **203** 183 (2016)
158. Stenflo L. *Phys. Lett. A* **222** 378 (1996)
159. Онищенко О Г, Похотелов О А. *Докл. РАН* **445** 86 (2012); Onishchenko O G, Pokhotelov O A. *Dokl. Earth Sci.* **445** 845 (2012)
160. Onishchenko O, Pokhotelov O, Fedun V. *Ann. Geophys.* **31** 459 (2013)

161. Onishchenko O G et al. *Ann. Geophys.* **32** 181 (2014)
162. ОНИЩЕНКО О Г, ПОХОТЕЛОВ О А, ФЕДУН В *Докл. РАН* **454** 89 (2014); Onishchenko O G, Pokhotelov O A, Fedun V *Dokl. Earth Sci.* **454** 37 (2014)
163. Onishchenko O G et al. *Phys. Scr.* **89** 075606 (2014)
164. Onishchenko O G et al. *Phys. Scr.* **90** 068004 (2015)
165. Myhre G, Stordal F J. *Geophys. Res.* **106** 18193 (2001)
166. Kamra A K J. *Geophys. Res.* **77** 5856 (1972)
167. Gu Z L, Wei W, Zhao Y *Aerosol Air Qual. Res.* **10** 272 (2010)
168. Kanak K M, Lilly D K, Snow J T *Q.J.R. Meteorol. Soc.* **126** 2789 (2000)
169. Kanak K M *Q.J.R. Meteorol. Soc.* **131** 1271 (2005)
170. Jackson T L et al. *J. Geophys. Res.* **115** E05006 (2010)
171. Miura H, Kida S J. *Phys. Soc. Jpn.* **63** 4000 (1994)
172. Miura H *Comput. Phys. Commun.* **147** 552 (2002)
173. Miura H J. *Turbul.* **5** (1) 010 (2004)
174. Horton W et al. *J. Geophys. Res.* **121** 7197 (2016)
175. Miura H, Nakajima N *Nucl. Fusion* **50** 054006 (2010)

Structure and dynamics of concentrated mesoscale vortices in planetary atmospheres

O.G. Onishchenko^(1,2,a), O.A. Pokhotelov⁽¹⁾, N.M. Astaf'eva^(2,b), W. Horton^(2,c), V.N. Fedun^(2,d)

⁽¹⁾ *Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, ul. Bolshaya Gruzinskaya 10, 123242 Moscow, Russian Federation*

⁽²⁾ *Space Research Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Profsoyuznaya 84/32, 117997 Moscow, Russian Federation*

⁽³⁾ *Applied Research Laboratory at the University of Texas (ARLUT), Austin, 78712, USA*

⁽⁴⁾ *Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield, Sheffield S13JD, UK*

E-mail: ^(a) onish@ifz.ru, ^(b) ast@iki.rssi.ru, ^(c) wendell.horton@gmail.com, ^(d) v.fedun@sheffield.ac.uk

Concentrated vortices are spatially localized structures with non-zero vorticity surrounded by a potential flow. These structures include a broad class of mesoscale vortices, such as dust devils, water vortices, and fire vortices, as well as larger-scale and more intense tornados. From a rather broad class of concentrated mesoscale vortices, dust devils are selected as the simplest and most easily observable structures owing to dust particles that play the role of tracers. This review aims at presenting the main results of studies of dust devils in the atmospheres of Earth and Mars. In the framework of ideal fluid dynamics, a recently proposed model is discussed which allows one to describe vortex structures that are fully localized in space. The results of numerical modeling of vortex dynamics and an analytic model of vortex generation in a convectively unstable atmosphere are briefly discussed.

Keywords: vortices, model of vortices, nonlinear structures, ideal fluid dynamics

PACS numbers: 92.10.ak, 92.60.Fm, 92.60.hk

Bibliography — 175 references

Received 19 April 2019, revised 4 July 2019

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **190** (7) 732–748 (2020)

Physics – Uspekhi **63** (7) (2020)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.07.038611>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2019.07.038611>