

## Механизмы и кинетика гравитационной сепарации гранулированных материалов

В.Н. Долгунин, А.Н. Куди, М.А. Туев

*Проведён анализ механизмов и кинетики сепарации частиц гранулированных материалов на гравитационном скате и при вибрационном воздействии. Особое внимание уделено обсуждению механизмов и кинетики сепарации в условиях неоднородности структурных и кинематических характеристик гранулированных потоков. На основе результатов экспериментальных и аналитических исследований проанализированы альтернативные варианты выражения для движущей силы сепарации, обусловленной локальной и пространственной неоднородностью гранулированной среды. Обсуждаются прогностические свойства математических моделей динамики сепарации, учитывающих потоки разделения частиц по размеру и плотности вследствие неоднородности параметров сдвигового потока.*

**Ключевые слова:** гранулированная (зернистая) среда, быстрое сдвиговое течение, температура гранулированной (зернистой) среды, сепарация, миграция

PACS number: 45.70.Mg

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.01.038729>

### Содержание

1. Введение (585).
  2. О сдвиговых течениях гранулированных материалов (587).
  3. О механизмах и кинетике эффектов взаимодействия неоднородных частиц в сдвиговых гравитационных потоках (588).
  4. О способах прогнозирования динамических и структурно-кинематических параметров быстрого гравитационного потока гранулированного материала (591).
  5. Анализ прогностических свойств экспериментально-аналитического метода исследования параметров гравитационного потока (594).
  6. Анализ механизмов и кинетических закономерностей сепарации на основе результатов математического и физического моделирования процесса (595).
  7. Выводы. Заключение (601).
- Список литературы (603).

### 1. Введение

Гранулированные материалы (ГМ, granular matter)<sup>1</sup> являются одними из наиболее представительных объектов, с которыми мы сталкиваемся в нашей повседневной жизни. Они играют важную роль в различных отраслях нашей деятельности, таких как горнодобывающая, химическая и пищевая промышленность, сельское хозяй-

ство и строительство. Такого рода материалы широко участвуют в геологических процессах, связанных с оползнями, эрозией и, в определённой степени, в гораздо более масштабных тектонических процессах, определяющих в совокупности большую часть морфологии Земли. При кажущейся внешней простоте гранулированных материалов как достаточно больших совокупностей отдельных макроскопических частиц они характеризуются свойствами, дающими основание рассматривать их как дополнительную форму состояния вещества. Гранулированные материалы столь особенны, что в зависимости от динамических условий их существования они могут быть идентифицированы как твёрдое вещество, газ или жидкость, наделённые необычными характеристиками [1]. Тем самым можно сказать, что свойства ГМ имеют мезоскопический характер.

Наука о гранулированных средах насчитывает более чем трёхвековую историю [1] и связана с именами многих великих учёных, таких как Кулон [2], выдвинувший идею статического трения при контактных взаимодействиях частиц, Фарадей [3], выявивший конвекционную неоднородность, возникающую при вибрации порошков, Рейнольдс [4], который ввёл термин "дилатансия" для обо-

<sup>1</sup> Термин "гранулированный материал" (granular matter) широко используется в англоязычной научной литературе для обозначения определённого вида сыпучих материалов (particulate solids), содержащих достаточно крупные частицы, силы сцепления между которыми малы по сравнению с инерционными силами. Тожественным, часто используемым, русскоязычным термином является термин "зернистый материал". Однако авторы предпочли использовать термин "гранулированный материал" как признанный международно, несмотря на то что этот термин часто используется для обозначения сыпучих материалов, частицы которых получены в результате технологической операции формообразования — гранулирования.

В.Н. Долгунин (\*), А.Н. Куди, М.А. Туев

Тамбовский государственный технический университет,  
ул. Советская 106, 392000 Тамбов, Российская Федерация  
E-mail: (\*) [dolgunin-vn@yandex.ru](mailto:dolgunin-vn@yandex.ru)

Статья поступила 30 марта 2019 г.,  
после доработки 14 декабря 2019 г.

значения эффекта увеличения объёма ГМ под воздействием сдвиговой деформации. Развитие знаний о гранулированной материи является актуальным для многих отраслей промышленности, сельского хозяйства, природопользования и экологии.

Физика гранулированных сред позиционируется в настоящее время как один из центральных аспектов изучения мягких конденсированных веществ (soft condensed matter) [5]. Объектами изучения являются материалы, состоящие из макроскопических частиц, в которых атомы организованы в структуры мезоскопического масштаба, значительно превышающие атомы по размеру, однако размеры структурных образований при этом много меньше по сравнению с общим объёмом материала. К такого рода материалам относятся, в первую очередь, твёрдые частицы, но также и жидкие капли в эмульсиях, и газовые пузырьки в пенах [1, 6, 7]. По сравнению с частицами коллоидных систем такие частицы являются достаточно большими и поэтому, в общем случае, не подвержены тепловому движению. Взаимодействия частиц определяются главным образом контактными силами, но могут быть инициированы и жидкостью, заполняющей пространство между частицами, и электростатическими силами. Существует очевидная связь этого раздела физики с другими её разделами, такими как коллоиды, механика, реология и др. Более того, указывается [5] на наличие определённой аналогии в природе поведения гранулированного вещества и активной живой материи в виде скоплений масс людей, а также их трафика. При этом отличие в поведении столь различных по природе объектов связано с наличием в живой материи более сложных элементов, находящихся в социальных отношениях.

ГМ характеризуются [5] следующими типовыми свойствами: беспорядочность и гетерогенность, проявляемые в сочетании со склонностью к структурированию; высокие диссипативные свойства; ярко выраженное неравновесное состояние; высокая степень нелинейности реакции на внешнее силовое воздействие. Во многом в связи с этим до настоящего времени нет достаточно чёткого представления о том, какая совокупность частиц может быть адекватной по свойствам гранулированному материалу в целом, а также отсутствует адекватная статистическая механика для описания такого рода материалов [5].

Подходы, используемые при изучении кристаллических материалов, жидкостей и большинства других форм мягкой конденсированной материи, оказываются неприменимыми в отношении ГМ. Их поведение часто бывает столь необычным, что не обнаруживает ассоциаций с другими видами материалов. В первую очередь это касается трения, роль которого всё ещё плохо понимается, но является чрезвычайно важной как для статики, так и для динамики гранулированных сред. За исключением некоторых идеализированных ситуаций, до конца не понятно, как диссипация энергии, и трение в частности, влияют на реакцию материала при внешнем воздействии. В связи с этим во многих случаях весьма затруднительно понять физическую природу поведения на первый взгляд простых объектов, состоящих из скоплений частиц, например песчинок, и управлять их состоянием.

Анализ показывает [1], что уникальные свойства ГМ обусловлены наличием двух основных особенностей взаимодействия их частиц: диссипативных эффектов вследствие статического трения и неэластичности при

столкновении, а также отсутствием сколько-нибудь значительного влияния температуры. Последнее обстоятельство препятствует анализу ГМ с позиции классической термодинамики. Яркой иллюстрацией правомерности такого вывода являются эффекты сепарации частиц по размеру в контейнерах при их вращении или вибрации. Наблюдаемое при этом скопление однородных частиц в той или иной части контейнера в отсутствие сил притяжения между частицами указывает на отклонение системы от энтропийного принципа. Поскольку в соответствии с энтропийным принципом в контейнере должно происходить смешивание частиц, наблюдаемая сепарация приводит к важному выводу о доминировании в ГМ динамических эффектов, вызывающих отклонение системы от термодинамического равновесия.

Среди ярких примеров проявления неординарных свойств у ГМ можно указать [1] на отсутствие линейной зависимости давления на дно высокой ёмкости от высоты её заполнения материалом. Более того, при достаточно большой высоте ёмкости давление достигает экстремального значения, не зависящего от высоты.

Отсутствие возможности использовать температуру как строгий термодинамический параметр при анализе ГМ является серьёзным препятствием на пути их исследования. В отличие от газов и жидкостей, в которых температура используется для характеристики скорости микроэлементов среды, в ГМ существует единственная возможность использовать понятие "температура гранулированной среды" (ТГС, granular temperature). ТГС используется как характеристика скорости флуктуаций макрочастиц, которую они приобретают при взаимных перемещениях в условиях некоторого динамического воздействия. Однако даже в этом частном случае результаты реализации такого подхода не всегда согласуются с классическими положениями термодинамики и гидродинамики. Это объясняется проблемами адекватного отражения сложной диссипативной природы эффектов взаимодействия частиц [1].

В настоящее время развитие науки о ГМ тесно связано с развитием различных областей физики мягких конденсированных сред. В связи с этим, например, в работе [1] большое внимание уделено анализу свойств ГМ, проявляемых ими в различных состояниях, с позиции необычных по свойствам твёрдых, жидких и газообразных веществ.

Принципиальные различия свойств ГМ и обычных жидкостей или газов объясняются [1] не только мезоскопическим масштабом частиц, но и неэластичностью их взаимодействий. Неэластичность частиц ГМ приводит к потере того или иного количества энергии, которое чрезвычайно сложно идентифицировать в зависимости от свойств частиц и условий их взаимодействия. Определение диссипативной составляющей взаимодействия частиц осложняется необходимостью учёта влияния их относительных скоростей и углов столкновения на коэффициенты трения и восстановления при ударе, а также на соотношение двух составляющих кинетической энергии: флуктуационной и ротационной. С неэластичностью взаимодействий частиц связано характерное для ГМ явление формирования кластеров — скоплений частиц с некоторым ближним порядком их расположения. Формирование кластеров принципиальным образом изменяет условия взаимодействия частиц, характерные для пространственно однородной гранулированной среды.

В работе [8] проводится обсуждение свойств ГМ, которое ограничено анализом статической задачи, связанной с описанием объёмного состояния совокупности твёрдых частиц при их осаждении из потока жидкости. При этом особо подчёркивается, что ГМ проявляют свойства и твёрдых веществ, и жидкостей, однако описание этих состояний пока остаётся спорным.

На протяжении уже многих десятилетий особенно пристальное внимание уделяется изучению эффектов разделения и перемешивания неоднородных частиц при вибрационном воздействии на гранулированные среды и сдвиговом их течении [9–25]. Достаточно сказать, например, что до настоящего времени не прекращаются давно возникшие споры в отношении механизма всплытия крупной частицы вне зависимости от её плотности в слое мелких частиц под действием вертикальных виброколебаний. Соответствующее физическое явление получило название "эффекта бразильского ореха" (Brazil Nut Effect) [14].

Для верификации и развития теорий, связанных с изучением ГМ, в последнее время стали опираться на исследования статистических свойств гранулированных смесей и отдельных их элементов в рамках аппарата статистической физики. С появлением достаточного количества результатов экспериментальных исследований эффекта бразильского ореха стало возможным его теоретическое объяснение с помощью методов статистического анализа. Авторы работы [14] адаптировали метод Монте-Карло, используемый в статистической физике, для того чтобы показать, как механизм локально формируемых пустот может приводить к сепарации крупных частиц с их концентрированием на поверхности слоя. Подъём крупной частицы объясняется действием механизма образования пустот (сводообразованием) под крупными частицами при наиболее вероятном их заполнении мелкими частицами. Поскольку вероятность заполнения пустот мелкими частицами увеличивается с уменьшением их размера, то и скорость всплытия крупных частиц возрастает с увеличением их размера.

Однако в большинстве работ, посвящённых исследованию сепарации частиц по размеру в виброоживлённых ГМ, отмечается существенное влияние на сепарацию и других факторов (плотности частиц, их когезионных и диссипативных свойств, свойств среды, заполняющей свободный объём, и др.). Например, отмечается тенденция к увеличению скорости всплытия крупных одиночных частиц с увеличением их плотности [15]. Такой эффект объясняется возрастанием инерционных свойств частиц, позволяющих им легче пробиваться через скопления окружающих частиц. Из этого можно сделать вывод о том, что физический механизм всплытия крупной частицы (Brazil Nut Effect) не может быть объяснён с применением только геометрического анализа и моделей пространственной дислокации неоднородных частиц. Вместе с тем широко применяемый в статистической физике метод Монте-Карло успешно использован, например [14, 16], для исследования гранулированных сред, динамика сепарации частиц в которых предполагается не зависящей от динамики их столкновений, сопровождающихся диссипацией энергии.

Для обобщения результатов многочисленных исследований необходима фундаментальная физическая теория, которая отсутствует даже для случая виброоживлённого однородного зернистого материала [26]. Однако

определённый прогресс в этом направлении достигнут при использовании молекулярно-кинетической теории газов для описания псевдооживлённых систем с высокой интенсивностью взаимных перемещений частиц (быстрых сдвиговых течений — rapid shear flows). В этом случае взаимодействия частиц протекают преимущественно в режиме бинарных столкновений, когда использование формальной аналогии между зернистой средой и газом с учётом диссипации механической энергии при столкновении частиц позволяет прогнозировать параметры псевдооживлённого слоя [27–29]. Однако прогнозирование осуществляется в предположении, что диссипация энергии относительно невелика, частицы являются гладкими и их взаимное расположение является случайным до и после столкновения [30]. Температура гранулированной среды часто определяется с допущениями, например, в предположении её однородности в приграничном слое. Большие проблемы возникают при определении граничных условий, которые принципиально отличаются от таковых для жидкостей [30, 31].

В связи с этим, как верно отмечено в работе [30], для достижения прогресса в изучении процесса сепарации частиц по размеру по-прежнему актуально использование комплексных методов исследования, сочетающих эксперимент, теоретический анализ и математическое моделирование. Такой подход к изучению поведения частиц ГМ в сложных гидродинамических условиях широко использован в более поздних исследованиях [22–24].

Для объяснения сепарации и смешивания в сдвиговых потоках и вибрирующем слое неоднородных частиц предложено множество физических механизмов [9–25]. Механизмы свидетельствуют о наличии у ГМ свойств, характеризующих его как необычную жидкость или необычный газ. Во всяком случае установлено, что, в отличие от обычных жидкостей, в которых смеси при встряхивании или послойном сдвиговом воздействии стремятся к однородному распределению компонентов, неоднородные ГМ, вопреки энтропийному принципу, проявляют склонность к сепарации. Некоторые из механизмов сепарации (сегрегации) будут рассмотрены и проанализированы в дальнейшем.

## 2. О сдвиговых течениях гранулированных материалов

В общем случае, вследствие мезоскопического масштаба элементов, составляющих ГМ, не представляется возможным считать их потоки однородными и использовать для описания их гидродинамики классические континуальные модели. В сдвиговых потоках жидких сред возникающие напряжения вполне правомерно представить как результат усреднения огромного количества воздействий молекул друг на друга в единицу времени через поверхность сдвига. В потоках же ГМ аналогичное усреднение становится менее обоснованным в связи с мезоскопическими масштабами размера взаимодействующих частиц и времени их взаимодействия [1].

Вследствие этого для описания течений ГМ используются две идеализированные модели: медленного и быстрого сдвигового течения. Идеализация предполагает, что медленное сдвиговое течение происходит в результате необратимых квазистатических пластических деформаций, сопровождаемых зависящей от скорости

сдвига дилатансией потока. Последнее обстоятельство приводит на практике к возникновению различных гидродинамических эффектов, таких как, например, волны плотности потока [32], и существенно усложняет математическое описание такого рода течений.

При развитии быстрого сдвигового течения частицы гранулированной среды перемещаются в потоке, обмениваясь друг с другом ударными импульсами. Быстрые сдвиговые деформации сопровождаются высокими значениями дилатансии потока, величина которой находится в сложной зависимости от свойств частиц и скорости сдвига. Ещё одним фактором, существенно усложняющим математическое описание таких течений, является склонность частиц к спорадическому формированию кластеров, принципиально изменяющих условия взаимодействия частиц в потоке [1].

Быстрые гравитационные потоки гранулированных сред на протяжении многих десятилетий являются объектом интенсивного исследования [33–41] в отношении их закономерностей и эффектов взаимодействия неоднородных частиц. Такое внимание объясняется тем, что многие технологические процессы и природные явления с участием ГМ протекают в режиме быстрых сдвиговых течений, которые сопровождаются интенсивным проявлением эффектов взаимодействия частиц [42–45], активно влияющих на динамику потоков и кинетику процессов. В быстрых сдвиговых потоках ГМ в результате столкновения частицы, кроме скорости поступательного перемещения в направлении сдвига, приобретают хаотически распределённую в пространстве составляющую скорости флуктуаций.

В таких условиях течения сдвиговые напряжения генерируются преимущественно в результате передачи ударных импульсов через поверхность сдвига при столкновении частиц [35]. Довольно продолжительные контакты частиц, взаимодействующих в режиме трения скольжения и качения в условиях невысоких скоростей сдвига, в случае высоких сдвиговых скоростей сменяются на быстро протекающие точечные контакты сталкивающихся частиц. Специфика динамики взаимодействия частиц при быстром сдвиге гранулированной среды указывает на её формальную аналогию с молекулярной газовой динамикой. Вследствие этого гранулированную среду в условиях быстрого сдвигового течения часто называют "газом твёрдых частиц" [38], а кинетическую энергию частиц, которую они имеют вследствие хаотических колебаний, позиционируют как параметр, пропорциональный температуре гранулированной среды.

Взаимодействие частиц друг с другом и со средой, заполняющей пространство между частицами, при быстром сдвиговом течении ГМ сопровождается эффектами перемешивания и разделения неоднородных частиц [19–25, 43–45]. Принимая во внимание определённую аналогию между разрежённой гранулированной средой при быстром сдвиге и плотным газом, следует прогнозировать существенную зависимость кинетики эффектов взаимодействия частиц не только от кинематических, но и от микроструктурных характеристик среды. Действительно, очевидная связь скорости флуктуации частиц и длины свободного пробега со структурно-кинематическими характеристиками быстрого сдвигового потока свидетельствует о необходимости комплексного учёта характеристик при анализе динамики взаимодействия частиц в соответствующих условиях.

Однако обзор подавляющего большинства работ, посвящённых исследованию динамики сдвиговых потоков, например [33–44], свидетельствует о том, что анализ эффектов взаимодействия частиц осуществляется без учёта структурной неоднородности гранулированных сред в предположении их несжимаемости. С одной стороны, это объясняется тем, что во многих случаях гранулированные среды анализируются в работах преимущественно в условиях, не предполагающих существенной структурной неоднородности. С другой стороны, это связано с чрезвычайно ограниченными возможностями идентификации параметров структурной неоднородности ГМ для большинства практически важных случаев их течения [39, 44, 45].

Вместе с тем во многих работах, например в [44–46], акцентируется внимание на необходимости использования достоверных и достаточно полных данных по динамике течения ГМ при анализе эффектов взаимодействия частиц. В этом отношении весьма показательны результаты обширного исследования эффектов сепарации и перемешивания, выполненного в рамках работы [44]. В настоящей статье анализируются механизмы сепарации, которые позволяют учесть зависимость кинетики процесса от комплекса динамических, структурных и кинематических параметров гравитационного сдвигового потока. Кроме того, обсуждаются способы прогнозирования указанных параметров.

### **3. О механизмах и кинетике эффектов взаимодействия неоднородных частиц в сдвиговых гравитационных потоках**

Эффекты взаимодействия частиц при быстром сдвиге ГМ, пренебречь неоднородностью частиц которого не представляется возможным, можно разделить условно на две группы: эффекты сепарации (разделения) и перемешивания [18–25, 43–46]. В общем случае, в зависимости от динамических условий взаимодействия частиц, физическая природа эффектов разделения может быть самой различной, и для их общего обозначения используют термин "сепарация" (separation). Термин сепарация применяют также для обозначения технологических процессов, имеющих своей целью разделение смесей на компоненты. Вместе с тем в зарубежной и отечественной научной литературе широко используется термин "сегрегация" (лат. *segregatio* — отделение), который применяется преимущественно для обозначения эффектов спонтанного разделения в гранулированных средах, обусловленных взаимодействием неоднородных частиц.

Одним из первых физических механизмов, объясняющих сепарацию в гравитационном потоке ГМ, был механизм столкновения частиц, предложенный в работе [9]. В соответствии с этим механизмом частицы, сталкивающиеся на гравитационном скате, в зависимости от их инерционных свойств либо затормаживаются (например, мелкие частицы), либо продолжают движение (например, крупные частицы). Многие исследователи [12, 18, 21] согласны с мнением автора работы [10] и полагают, что основным механизмом сепарации частиц в гравитационном сдвиговом потоке ГМ является межчастичное проникание (interparticle percolation). В соответствии с механизмом проникания сдвиговый поток представляется как совокупность сит, характеризующихся различ-

ной вероятностью проникания их частицами с теми или иными свойствами.

Механизм проникания во многом согласуется с предложенным позднее механизмом кинетического просеивания [13, 19, 20, 47]. Механизмы проникания и кинетического просеивания лежат в основе большинства разработанных моделей динамики процесса сепарации [13, 18–21, 47]. Однако, по мнению авторов работы [21], в настоящее время отсутствует общая модель динамики сепарации с достаточно высокими прогностическими возможностями. В первую очередь это объясняется, очевидно, отсутствием моделей механизма процесса, пригодных для прогнозирования направления и интенсивности перемещения неоднородных частиц в неоднозначных гидродинамических условиях их контакта.

В работе [44] проведено исследование динамики сепарации частиц, различающихся по размеру и плотности, в сдвиговых гравитационных потоках ГМ. Динамика сепарации проанализирована на базе различных её механизмов для частиц, различающихся по размеру и плотности. Моделирование сепарации по плотности проведено с использованием механизма плавучести (buoyancy) [42], формально аналогичного таковому для всплытия тел, погружённых в жидкость. Кинетика сепарации частиц по размеру смоделирована на базе механизма разделения частиц под действием градиента литостатического давления, являющегося следствием гравитации [43]. В соответствии с этим механизмом напряжения, генерируемые гравитацией в сдвиговом потоке, некоторым образом распределены между частицами, различающимися по размеру, пропорционально некоторому индивидуальному коэффициенту парциального давления. При этом значения коэффициентов в общем случае не совпадают с относительной концентрацией частиц соответствующего размера. Предполагается [47], что частицы, для которых доля парциальных напряжений превосходит их локальную относительную концентрацию в смеси, перемещаются в область потока с более низким литостатическим давлением. Напротив, частицы, вследствие размера которых приходится на них доля парциальных напряжений меньше их локальной относительной объёмной концентрации в смеси, перемещаются в область потока с более высоким литостатическим давлением. Во всех названных работах эффект перемешивания частиц смоделирован с использованием квазидиффузионной модели.

В отсутствие теоретической базы для прогнозирования зависимости кинетических характеристик сепарации и перемешивания от кинематических и структурных параметров потока в работах [42–44, 46, 47] кинетические коэффициенты аппроксимировались константами. В результате коэффициенты скорости сепарации частиц по размеру и плотности, а также коэффициент квазидиффузионного перемешивания определялись как подгоночные коэффициенты в процессе математического моделирования. Однако результаты исследований, выполненных в ряде последующих работ, например [48–50], свидетельствуют о существенной зависимости перечисленных коэффициентов от скорости сдвига, которая в общем случае в объёме потока имеет высокую неоднородность. В этих же работах установлено, что учёт зависимости коэффициентов сепарации и квазидиффузии от скорости сдвига позволяет улучшить соответствие между экспериментальными и расчётными результатами. Однако до

настоящего времени не теряет актуальности задача определения зависимостей коэффициентов сепарации и диффузии от параметров сдвигового потока [44].

Более того, как верно отмечено в работе [44], при всей гибкости недавно разработанных математических моделей сепарации [48–50] лежащие в их основе модельные представления не позволяют учесть эффекты кинематической неоднородности сдвигового потока. Вследствие этого при моделировании остаются без внимания эффекты разделения частиц, обусловленные неоднородностью скорости сдвига и непосредственно связанной с ней ТГС. О необходимости же учёта эффектов разделения, вызванных пространственной неоднородностью параметров сдвигового потока гранулированной среды, свидетельствуют результаты исследований, выполненных в работах [44, 45, 51–54].

В работах [44, 54] величина потока разделения частиц, различающихся по размеру, определена как величина, пропорциональная градиенту кинетической составляющей напряжений. При этом в локальных напряжениях, генерируемых в сдвиговом потоке гранулированной среды, выделяются компоненты кинетических и контактных напряжений. Кинетическая составляющая напряжения при сдвиге рассматривается как результат переноса импульсов при флуктуации частиц. Предполагается, что разделение неоднородных частиц происходит вследствие различного распределения контактных и кинетических напряжений по компонентам гранулированной среды для частиц различного размера. В результате развития названных модельных представлений на базе математических моделей сегрегации частиц по плотности [42] и размеру [43, 47] в работе [44] предложено математическое описание сепарации в условиях пространственной неоднородности сдвигового потока:

$$\rho^i(v^i - v) = \frac{(\psi^{c,i} - \psi^{k,i})}{c_D} \frac{\partial \sigma_{yy}^k}{\partial y} + \frac{(\phi_m^i - \psi^{c,i})}{c_D} \rho g \cos \zeta - D \frac{\partial \rho^i}{\partial y}, \quad (1)$$

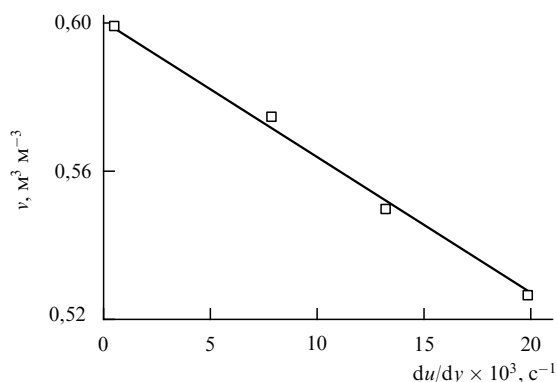
где  $\rho$ ,  $\rho^i$  — локальные значения насыпной плотности смеси и компонента  $i$  в составе смеси соответственно,  $g$  — гравитационное ускорение,  $v$ ,  $v^i$  — средние значения локальной скорости смеси и её компонента  $i$  в направлении сепарации  $y$  соответственно,  $\phi_m^i$  — локальное значение массовой концентрации  $i$ -го компонента,  $\psi^{c,i}$ ,  $\psi^{k,i}$  — коэффициенты парциальных контактных и кинетических напряжений для  $i$ -го компонента смеси соответственно,  $\sigma_{yy}^k$  — локальное значение кинетической составляющей напряжения,  $\zeta$  — угол наклона сдвигового потока к горизонту,  $D$  — коэффициент квазидиффузионного перемешивания,  $c_D$  — коэффициент сопротивления сепарации (сегрегации).

В соответствии с приведённым математическим описанием поток сепарации компонента при сдвиговом течении сыпучего материала является результатом сопряжения элементарных потоков разделения и потока квазидиффузионного перемешивания компонентов. Элементарные потоки сепарации представлены как результат неоднородного распределения контактной и кинетической составляющих напряжений по компонентам смеси, непропорционального в отношении концентрации компонентов. При этом движущей силой потока сепарации вследствие неоднородного распределения

контактных напряжений является гравитация. Поток сепарации, обусловленный неоднородностью распределения кинетической составляющей напряжения, определён как величина, пропорциональная градиенту кинетической составляющей напряжения. Таким образом, первый из потоков сепарации является следствием локальной неоднородности среды, а второй — пространственной неоднородности скорости сдвига в потоке материала.

При разработке предложенного описания динамики процесса сепарации и анализе его прогностических свойств в работе [44] принято условие высокой концентрации твёрдой фазы при допущении её однородного распределения в потоке. Однако на фоне особенно пристального внимания к эффекту неоднородности скорости сдвига в потоке такое допущение представляется необоснованным, поскольку сколько-нибудь значительное изменение скорости сдвига в гранулированной среде сопровождается столь же значительным изменением её микроструктурных характеристик. Подтверждением наличия такой корреляции могут служить результаты экспериментального исследования структурно-кинематических характеристик в сдвиговых потоках несвязных неэластичных сферических частиц при различных скоростях деформаций. В работе [55] соответствующие результаты получены методом рентгенографии в условиях быстрого сдвигового течения на шероховатом скате. В режиме квазипластических сдвиговых деформаций зависимость объёмной доли твёрдой фазы от скорости деформаций (рис. 1) установлена с использованием конвейерной сдвиговой ячейки [56]. Результаты многих исследований, например [34, 38, 45, 51, 55, 56], подтверждают, что концентрация твёрдой фазы является важным фактором, определяющим динамику течения гранулированных сред и эффекты взаимодействия частиц. В связи с этим допущение о структурной однородности сдвигового потока, принятое в работе [44] при изучении динамики сепарации, может быть одной из основных причин наблюдаемого в ней значительного количественного несоответствия теоретических и модельных результатов.

Ещё одним фактором, который также может быть причиной неадекватности описания процесса сепарации [44], является предполагаемое равенство кинетических коэффициентов для элементарных потоков сепарации в



**Рис. 1.** Зависимость объёмной доли твёрдой фазы  $v$  от скорости квазипластических деформаций в слое керамических сфер диаметром  $6,6 \times 10^{-3}$  м в конвейерной сдвиговой ячейке (установлена по результатам исследования, выполненного в работе [56]).

уравнении (1), величина которых обратно пропорциональна коэффициенту сопротивления ( $1/c_D$ ). При принципиальном различии выражений для движущей силы для потоков разделения, вызванных локальной и пространственной неоднородностью сдвигового потока (первые два члена в правой части уравнения), предполагаемое равенство кинетических коэффициентов сепарации представляется далеко не бесспорным.

В работах [51, 52] динамика сепарации частиц в сдвиговых гравитационных потоках ГМ описана с позиций, формально аналогичных тем, которые лежат в основе описания процесса в работе [44]. Динамика распределения неоднородных частиц представлена [51, 52] как результат сопряжения потоков конвекционного переноса  $\mathbf{j}_c$ , сепарации  $\mathbf{j}_s$ , обусловленной локальной неоднородностью среды (сегрегации), сепарации  $\mathbf{j}_m$  вследствие пространственной неоднородности структурно-кинематических параметров потока среды (миграции) и квазидиффузионного перемешивания  $\mathbf{j}_d$ :

$$\frac{\partial(c\rho_b)}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{j}_c) = -\text{div}(\mathbf{j}_s) - \text{div}(\mathbf{j}_m) - \text{div}(\mathbf{j}_d). \quad (2)$$

Однако, в отличие от работы [44], описание потоков сепарации частиц, обусловленных локальной и пространственной неоднородностью среды и её потока, базируется на принципиально иных механизмах протекания процесса. Для описания сегрегации, обусловленной локальной неоднородностью среды, использован механизм сдвигового поточного разделения. В соответствии с этим механизмом полагают, что любая частица, отличающаяся по свойствам от частиц сдвигового потока условно однородной среды, при нахождении её в таком потоке становится концентратором напряжений. Вблизи частицы — концентратора напряжений — спорадически формируются агрегаты (кластеры) условно однородных частиц, при взаимодействии с которыми под действием гравитационного сдвига частица приобретает поперечно направленный импульс. Следствием импульса является перемещение частицы — концентратора напряжения — в направлении, обеспечивающем ослабление (релаксацию) напряжённого состояния в сдвиговом потоке, т.е. либо в направлении открытой поверхности слоя, либо к его основанию. Направление перемещения частицы определяется с учётом сил тяжести, трения и ударных импульсов. В связи с этим обеспечивается возможность выразить зависимость кинетических характеристик сепарации от комплекса физико-механических свойств компонентов среды (размера, плотности, шероховатости, упругости) и структурно-кинематических параметров потока (объёмной доли твёрдой фазы и скорости сдвига).

Поток сепарации, обусловленный пространственной неоднородностью сдвигового потока гранулированной среды, описан на базе механизма квазидиффузионного разделения частиц, названного миграцией [51]. Полагают, что миграция происходит вследствие различных скоростей хаотических перемещений неоднородных частиц. При этом, по аналогии с термобародиффузией в плотных газах, быстро движущиеся частицы мигрируют в область потока с высокой порозностью (объёмной долей пустот, void volume fraction), а медленно движущиеся частицы перемещаются в область потока с высокой концентрацией твёрдой фазы. Важно указать на то, что кинетические характеристики миграции вычисляются

ся с учётом различия частиц по комплексу физико-механических свойств. Более подробно механизмы сдвигового поточного разделения и миграции будут проанализированы в завершающих разделах настоящего обзора.

#### 4. О способах прогнозирования динамических и структурно-кинематических параметров быстрого гравитационного потока гранулированного материала

По признанию авторов работы [44], отсутствие достоверной информации о структурных и кинематических параметрах сдвигового потока является сдерживающим фактором в развитии предложенных модельных представлений о динамике эффектов взаимодействия неоднородных частиц. Отсутствие соответствующей теоретической базы препятствует идентификации комплекса кинетических характеристик сепарации и перемешивания и приводит к необходимости оперировать некоторыми константами. Очевидно, что кинетические характеристики не могут быть определены в зависимости только от скорости сдвига, особенно в тех случаях, когда последняя неоднородна в потоке и некоторым образом коррелирует с концентрацией твёрдой фазы.

В настоящее время для изучения ГМ в различных условиях их существования разработан комплекс методов, которые позволяют прояснить различные аспекты поведения такого рода материалов. В частности, методы магниторезонансной и рентгеновской томографии, высокоскоростной видеосъёмки и ультразвукового сканирования оказываются эффективными при изучении структурных характеристик гранулированных материалов [5]. Однако для получения детальной информации о структурно-кинематических характеристиках потока во многих случаях появляется необходимость обращения к виртуальному эксперименту [22–24, 44].

Для описания закономерностей сдвиговых течений ГМ используются подходы, которые основаны либо на анализе поведения конечных элементов (DEM) — отдельных частиц с учётом их взаимодействий, либо на анализе состояния совокупности конечных элементов как континуума [22–24, 41, 57–60]. Названные подходы вследствие их принципиальных отличий имеют свои области предпочтительного применения. Метод конечных элементов используется преимущественно для прогнозирования динамики структурных преобразований в гранулированных средах и имитации экспериментального исследования в условиях, допускающих идеализацию факторов внутреннего и внешнего воздействия на отдельные частицы [41, 44]. Континуальные подходы используются для описания динамики потоков, формируемых в сложных граничных условиях, и основываются, как правило, на допущении о несжимаемости и однородности гранулированных сред [58, 59]. Однако в ряде работ, например [44, 61], посвящённых анализу причин неадекватности континуальных моделей, сделан вывод о том, что для адекватного физического описания течений необходимо отказаться от усреднения параметров сдвигового потока в его поперечном сечении. Решению такого рода задачи могут способствовать [60] гидродинамические модели, основанные на феноменологическом подходе и учитывающие микроструктурные свойства гранулированных сред. Однако разработка таких моделей находится в самой начальной стадии [41, 61].

В рамках настоящего обзора обсуждается феноменологическое описание взаимосвязи структурных и кинематических характеристик в быстром сдвиговом потоке гранулированных сред, формируемом гравитационным воздействием на шероховатом скате [55]. Обсуждение сопровождается анализом вибрационного воздействия на поток со стороны ската [45]. При этом вибрационное воздействие анализируется как средство воздействия на структурные и кинематические характеристики гравитационного потока для управления эффектами сепарации и перемешивания неоднородных частиц.

Предложенное феноменологическое описание устанавливает взаимосвязь динамических, структурных и кинематических характеристик в быстром гравитационном потоке ГМ. Описание предполагается использовать для прогнозирования профилей скорости и объёмной доли частиц в быстром сдвиговом потоке ГМ в сочетании либо с классическими уравнениями сохранения импульса, энергии и вещества [38, 57–61], либо с привлечением дополнительной экспериментальной информации.

Описание взаимосвязи структурных и кинематических параметров потока основано на наличии формальной физической аналогии между гранулированной средой в условиях быстрого сдвига и плотным газом. В соответствии с аналогией гранулированная среда, находящаяся в состоянии газа твёрдых частиц, характеризуется параметрами состояния, которые формально аналогичны параметрам состояния плотного газа. При этом предполагается аналогия между дилатансией, кинетической энергией всех форм взаимных перемещений частиц и аналогом гидростатического давления гранулированной среды, с одной стороны, и молярным объёмом, температурой и давлением плотного газа, с другой. В результате для описания взаимосвязи структурных и кинематических параметров гравитационного потока ГМ на скате использована [55] зависимость, формально аналогичная известному закону состояния плотного газа:

$$p\bar{\varepsilon} = \chi\theta, \quad (3)$$

где  $p(y) = \int_{h-y}^h \rho(1 - \varepsilon(y))g \cos \alpha dy$  — аналог гидростатического давления,  $\bar{\varepsilon}(y) = (\varepsilon(y) - \varepsilon_0)/(1 - \varepsilon(y))$  — дилатансия ГМ,  $\varepsilon$  — порозность (объёмная доля пустот) среды,  $\varepsilon_0$  — порозность среды в условиях свободной плотной (неорганизованной) укладки её частиц (для однородных сферических частиц  $\varepsilon_0 = 0,4$ ),  $\chi$  — коэффициент уравнения состояния гранулированной среды,  $y$  — координата, перпендикулярная поверхности ската,  $g$  — гравитационное ускорение,  $\alpha$  — угол наклона ската к горизонту,  $\theta$  — температура гранулированной среды.

Традиционно ТГС позиционируется [36, 38] как параметр, пропорциональный среднему значению квадрата скорости флуктуаций частиц. В рамках рассмотренной аналогии ТГС представляется как кинетическая энергия частиц, которой характеризуется совокупность различных форм их взаимных перемещений в сдвиговом потоке среды [45]. Следует заметить, что аналогичное представление о ТГС как о кинетической энергии частиц характерно и для других работ, например [30, 62]. Целесообразность учёта различных форм взаимных перемещений частиц при определении ТГС объясняется предположением о том, что каждая из форм вносит определенный вклад в дилатансию потока.

Таким образом, в правой части уравнения (3)  $\theta$  представляет собой кинетическую энергию частиц, которой они обладают вследствие взаимных перемещений в сдвиговом потоке. Произведение в левой части уравнения (3) соответствует работе, совершаемой частицами при сдвиге гранулированной среды и приводящей к её дилатансии, в расчёте на единицу объёма твёрдой фазы. В связи с этим коэффициент  $\chi$  может быть позиционирован как характеристика, отражающая соотношение между работой, затрачиваемой на дилатансию при гравитационном сдвиге среды, и кинетической энергией частиц, обусловленной их взаимным перемещением в потоке.

Определение температуры в сдвиговом потоке гранулированной среды как кинетической энергии частиц в их взаимных перемещениях предполагает учёт самых различных форм движения частиц в относительной системе координат, которая перемещается в направлении сдвига со средней скоростью частиц в том же направлении. Таким образом, можно оценить изменение температуры среды под влиянием различных форм внешнего воздействия (физических полей) на сдвиговой поток среды. Правомерность такого подхода к определению ТГС как аддитивной величины находится в определённом соответствии с результатами исследований [30], подтверждающих, что ТГС имеет выраженный анизотропный характер.

В рамках настоящей работы объектом исследования является ТГС в быстром сдвиговом потоке материала на шероховатом скате в условиях комплексного воздействия гравитации и виброколебаний. ТГС анализируется в совокупности с эффектами структурных преобразований потока, а также сепарации и перемешивания неоднородных частиц, обусловленными названным комплексным воздействием.

В результате комплексного воздействия гравитации и вибрации ТГС будет определяться [45] как суммарный эффект воздействия на кинетическую энергию частиц, обеспечивающую их взаимное перемещение в потоке:

$$\theta(y) = \theta_v(y) + \theta_g(y), \quad (4)$$

где  $\theta_g$  — кинетическая энергия, генерируемая гравитационным сдвигом,  $\theta_v$  — кинетическая энергия, обусловленная вибрационным воздействием.

Составляющая кинетической энергии частиц, которую они приобретают под воздействием гравитационного сдвига  $\theta_g$ , определена как комплексная величина, учитывающая элементарные формы взаимных перемещений частиц: вследствие различия их средних скоростей в направлении сдвига  $\theta_{sh}$ , хаотической флуктуации частиц  $\theta_{fl}$  и поперечного квазидиффузионного массопереноса  $\theta_{tr}$  [45]:

$$\theta_g = \theta_{sh} + \theta_{fl} + \theta_{tr}. \quad (5)$$

Компонента ТГС, обусловленная наличием у частиц с массой  $m$  относительной скорости в направлении сдвига, вычислена с учётом скорости сдвига  $du/dy$  и среднего расстояния между центрами масс частиц  $bd$  в следующем виде:

$$\theta_{sh} = \frac{1}{2} m (bd)^2 \left( \frac{du}{dy} \right)^2, \quad (6)$$

где  $b$  — геометрический параметр, вычисляемый в зависимости от порозности (объёмной доли пустот) в слое материала:  $b = [\pi / (6(1 - \varepsilon))]^{0,33}$ .

Температурная компонента, являющаяся следствием наличия у частиц хаотических перемещений в пространстве с некоторой средней скоростью флуктуаций  $V'$ , определена следующим образом:

$$\theta_{fl} = \frac{1}{2} m (V')^2. \quad (7)$$

Сдвиговой поток частиц сопровождается их поперечным массопереносом [35], физический механизм которого формально аналогичен диффузионному массопереносу [45]. С учётом этого компонента ТГС, обусловленная поперечным массопереносом, для случая двумерного сдвигового течения определена как произведение коэффициента поперечной квазидиффузии частиц и скорости сдвига. Поскольку коэффициент квазидиффузии пропорционален скорости флуктуаций частиц и среднему расстоянию между частицами  $s$  [63], то компонента ТГС, являющаяся следствием поперечного массопереноса, может быть представлена в следующем виде:

$$\theta_{tr} = \frac{1}{2} m s V' \frac{du}{dy}, \quad (8)$$

где  $s = (b/b_0 - 1)d$  — среднее расстояние между частицами,  $b_0$  — значение геометрического параметра  $b = [\pi / (6(1 - \varepsilon))]^{0,33}$ , соответствующее наиболее плотной (гексагональной) укладке частиц ( $\varepsilon = 0,2595$  для однородных сферических частиц).

В выражениях (7) и (8) среднее значение скорости флуктуаций частиц  $V'$  вычисляется [35, 52] как функция скорости сдвига на основе энергетического баланса в условиях стационарного течения среды:

$$V' = \varphi b d \frac{du}{dy}, \quad (9)$$

где  $\varphi$  — множитель, отражающий влияние эффектов диссипации на скорость флуктуаций частиц, с учётом условий взаимодействия фаз в сдвиговом потоке. На основе баланса между энергией, генерируемой при сдвиге гранулированной среды, и диссипацией энергии при взаимодействии частиц со средой, заполняющей пространство между частицами, при контактных взаимодействиях частиц друг с другом множитель  $\varphi$  выражается в следующем виде [35]:

$$\varphi = \left[ \frac{(1+k)(0,05+0,08\mu)(1+s/d)}{[3sC/2d]\rho_f/\rho+k_E} \right]^{1/2},$$

где  $k_E$  — доля кинетической энергии частиц, диссипируемой при их взаимодействии,  $C$  — коэффициент гидравлического сопротивления перемещению частиц в среде, заполняющей пространство между частицами [35],  $\rho_f$  — плотность среды, заполняющей пространство между частицами,  $k$  — коэффициент восстановления при ударе.

В уравнении энергетического баланса использована предложенная в работе [52] комбинированная гипотеза соударения частиц, позволяющая объединить достоинства классических гипотез удара (Ньютона и Рауса). В результате представляется возможным [52] преодолеть недостатки, характерные для гипотезы Рауса косоугольного удара, использованной ранее в работе [35] с целью опре-



деления потерь кинетической энергии при столкновении частиц в быстром гравитационном потоке. В соответствии с предложенной гипотезой [45, 52] доля кинетической энергии частиц, диссипируемой при их столкновении,  $k_E$ , определяется как

$$k_E = (1 - k^2) + \frac{1}{2} \lambda - \frac{1}{8} \mu^2 (1 + k)^2 - \frac{1}{8} \lambda^2 + \frac{2}{\pi} \mu (1 + k) - \frac{2}{3\pi} \mu \lambda (1 + k), \quad (10)$$

где  $k$  — коэффициент восстановления при ударе,  $\lambda$  — коэффициент редукции касательной компоненты скорости при столкновении частиц, который определяется с использованием методики, предложенной в работе [52],  $\mu$  — коэффициент трения.

Анализ показывает, что все составляющие относительной скорости частиц, принятые во внимание при формулировке выражений (6)–(8), являются с учётом (9) производными от скорости сдвига и пропорциональны её первой степени. В связи с этим совершенно логично, что соответствующие компоненты ТГС определяются в зависимости от квадрата скорости сдвига.

Вибрационная составляющая ТГС  $\theta_v$  в выражении (4) (кинетическая энергия взаимных перемещений частиц, генерируемая вибрирующим скатом) определена в предположении о том, что в условиях быстрого сдвигового течения гранулированная среда, состоящая из неэластичных сферических не склонных к когезии частиц, проявляет свойства эластичной сжимаемой системы. Такое допущение является следствием мезоскопических свойств сыпучих материалов, отдельные частицы которых имеют свойства твёрдых тел, а совокупность частиц в определённых условиях их пребывания может проявлять свойства, характерные для газа твёрдых частиц [38]. Для такой среды, движущейся по шероховатому вибрирующему скату, совершающему гармонические колебания, будут последовательно чередоваться периоды сжатия и дилатансии с частотой, соответствующей частоте колебаний ската. Период сжатия среды будет сопровождаться вводом в неё квазитепловой энергии, которая на следующем этапе колебаний будет приводить к дилатансии газа твёрдых частиц.

Составляющая кинетической энергии взаимных перемещений частиц  $\theta_v$ , являющаяся следствием воздействия на гравитационный поток гранулированной среды вибрирующего ската, определена в соответствии со схемой, представленной на рис. 2.

В соответствии со схемой квазитепловой поток  $Q$ , генерируемый вибрирующим скатом, направлен навстречу вектору гидростатического давления  $p$ . Очевидно, что интенсивность квазитеплового потока, направленного от основания к открытой поверхности слоя, пропорциональна величине гидростатического давления и зависит от параметров вибрационного воздействия (направления, частоты и амплитуды вибрации).

В тех случаях, когда ускорение вибрации превышает гравитационное ускорение, воздействие гравитационного ската на поток частиц периодически прерывается. При этом полагают, что отрыв ската от движущегося слоя частиц наступает в момент  $t_0$  наибольшей степени сжатия слоя [45], соответствующий моменту времени, при котором координата поверхности ската  $y$  равна минимальной толщине слоя.

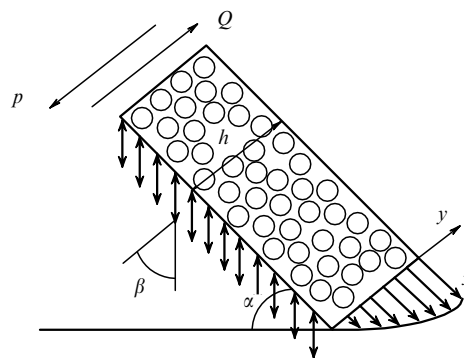


Рис. 2. Схема расчёта квазитеплового потока и температуры гранулированной среды в гравитационном потоке на вибрирующем скате.

В соответствии с ранее озвученной аналогией между гранулированной средой при быстром сдвиге и газом твёрдых частиц как эластичной сжимаемой системой, после потери контакта со скатом среда переходит в состояние дилатансии до возобновления контакта. Воздействие ската на поток частиц возобновляется в точке столкновения поверхности вибрирующего ската со слоем гранулированной среды, находящимся в состоянии возрастающей дилатансии [45]. При этом дилатансионного протекает в соответствии с динамикой гравитационного воздействия на слой частиц и квазидиффузионного их взаимодействия. Квазидиффузионный характер взаимодействия частиц в вибрирующем слое ГМ выявлен и в работах [64, 65]. При таких условиях координата точки возобновления контакта и соответствующее время его восстановления  $t_c$  вычисляют путём решения системы двух уравнений, одно из которых описывает перемещение частиц, потерявших контакт со скатом, а другое — перемещение ската.

Квазитепловой поток, обусловленный воздействием вибрирующего ската на движущийся слой гранулированной среды в промежутке времени  $t_c - t_0$  их контакта, вычисляют [45] как сумму нормальной  $Q_n(0)$  и касательной  $Q_t(0)$  составляющих потока:

$$Q(0) = Q_n(0) + Q_t(0). \quad (11)$$

Величина квазитеплового потока, генерируемого вибрирующим скатом внутри слоя гранулированной среды, находящегося в состоянии газа твёрдых частиц, определяется на основе постулата [45]. В соответствии с постулатом величина квазитеплового потока пропорциональна вибрационной составляющей ТГС  $\theta_v$ , концентрации частиц в расчёте на единицу площади поверхности, перпендикулярной квазитепловому потоку ( $b^{-2}d^{-2}$ ), и частоте импульсов  $\omega$ , сообщаемых потоку материала вибрирующим основанием:

$$Q(y) = b^{-2}(y)d^{-2}(y)\theta_v(y)\omega, \quad (12)$$

где  $b$  — геометрический параметр, являющийся функцией порозности (объёмной доли пустот) слоя (6),  $d$  — средний диаметр частиц.

Вместе с тем очевидно, что вследствие диссипации механической энергии при передаче импульсов частицами внутри слоя величина квазитеплового потока уменьшается в направлении от основания к открытой поверх-

ности слоя:

$$Q(y) = Q(0) - \int_0^y \Delta Q(t) dt, \quad (13)$$

где  $\Delta Q(y)$  — удельная энергия диссипации механической энергии в расчёте на единицу объёма потока гранулированной среды. Удельную энергию диссипации рассчитывают [45] как долю кинетической энергии вибрирующих частиц, рассеиваемую при их столкновении вследствие эффектов трения и упругости. В результате с использованием комбинированной гипотезы [52] косоуго удар (10), позволяющей объединить достоинства классических гипотез удара Рауса и Ньютона и постулата (12), получают [45] выражение для определения удельной объёмной диссипации энергии

$$\Delta Q(y) = k_E \theta_v(y) (b(y)d(y))^{-3} \omega.$$

После подстановки последнего с учётом (12) в (13) и его преобразования путём дифференцирования, разделения переменных и последующего интегрирования получают [45] зависимость, описывающую квазитепловой поток, генерируемый вибрирующим основанием в гравитационном потоке ГМ:

$$Q(y) = Q(0) \exp \left( - \int_0^y k_E (b(t)d(t))^{-1} dt \right). \quad (14)$$

Зависимость (14) определяет динамику затухания квазитеплового потока  $Q(0)$ , проникающего в слой со стороны вибрирующего ската. Совместный анализ выражений (10) и (14) позволяет определить фундаментальную роль, которую играют физико-механические свойства частиц в процессе распространения энергии виброколебаний ската в быстром гравитационном потоке ГМ. Интенсивность поглощения энергии виброколебаний, обусловленного эффектами упругости и трения при столкновении частиц, определяется с использованием коэффициентов восстановления при ударе  $k$ , трения между частицами  $\mu$  и редукции касательной составляющей скорости при столкновении частиц  $\lambda$  с учётом переменных по высоте слоя структурных характеристик потока.

При известной закономерности изменения величины квазитеплового потока (14), генерируемого вибрирующим скатом, представляется возможным, воспользовавшись соотношением (12), выразить вибрационную составляющую ТГС в зависимости от высоты слоя в следующем виде:

$$\theta_v(y) = \frac{Q(y)(b(y)d(y))^2}{\omega}. \quad (15)$$

Для определения профиля вибрационной составляющей температуры  $\theta_v(y)$  в соответствии с выражениями (14) и (15) необходимо располагать значениями геометрического параметра  $b(y) = [\pi/(6(1 - \varepsilon(y)))]^{0,33}$  и среднего объёмного размера частиц  $d(y) = (c(y)/\rho_1 d_1 + (1 - c(y))/\rho_2 d_2)(c(y)/\rho_1 + (1 - c(y))/\rho_2)^{-1}$ . Названные геометрические характеристики вычисляются с использованием профилей объёмной доли пустот  $\varepsilon(y)$  и распределения концентрации компонентов в потоке гранулированной среды. Однако информация о соответствующих

характеристиках гравитационного потока неоднородной гранулированной среды на микроуровне до настоящего времени остаётся труднодоступной [44].

Краткий анализ существующих методов прогнозирования структурно-кинематических характеристик гравитационного потока приведён в начале настоящего раздела. В разделе 5 обсуждается экспериментально-аналитический метод [45, 52, 55] определения профилей объёмной доли пустот  $\varepsilon(y)$ , скорости  $u(y)$ , ТГС  $\theta(y)$  и распределения неоднородных частиц  $c(y)$  в быстром гравитационном потоке гранулированной среды на вибрирующем шероховатом скате. Теоретической базой метода является уравнение состояния (3), учитывающее динамические эффекты гравитационного сдвига и виброколебаний.

## 5. Анализ прогностических свойств экспериментально-аналитического метода исследования параметров гравитационного потока

Метод основан на представлении о гранулированной среде, находящейся в состоянии быстрого гравитационного сдвига, как о газе твёрдых частиц. При этом полагают, что динамические, структурные и кинематические параметры сдвигового потока находятся во взаимосвязи, определяемой уравнением состояния гранулированной среды (3). Уравнение используют в совокупности с экспериментально определяемой функцией распределения сыпучего материала вдоль некоторой горизонтали [45, 52, 55].

Метод используют для исследования структурно-кинематических параметров и эффектов взаимодействия неоднородных частиц в быстром сдвиговом потоке ГМ на гравитационном скате, в том числе в условиях воздействия на поток полей различной природы, например, вибрации и гидродинамического давления поперечного потока газа [45, 51, 52, 66]. В настоящем обзоре возможности метода анализируются на примере исследования потоков частиц, различающихся по размеру и плотности, на шероховатом вибрирующем скате с использованием экспериментальной установки, представленной схематически на рис. 3 [45]. Установка состоит из наклонного канала прямоугольного сечения, который крепится с помощью упругих опор на раме с возможностью регулирования угла наклона к горизонту. Канал имеет гладкие боковые стенки и шероховатое основание с размером шероховатостей, соответствующим половине диаметра наиболее крупных частиц ГМ. Под сыпным порогом канала на расстоянии  $H$  по отвесу установлена кювета, разделённая поперечными перегородками на ячейки одинакового размера. Канал жёстко связан с электрическим виброприводом, сообщающим каналу вертикальные синусоидальные колебания с возможностью регулирования их амплитуды и частоты.

Экспериментальная часть метода заключается в дозировании ГМ непосредственно в наклонный канал при определённых параметрах его вибрации и заполнении ячеек кюветы падающими частицами в условиях стационарного режима течения. Экспериментальные данные, достаточные для исследования профилей скорости, объёмной доли пустот и распределения неоднородных частиц в потоке, содержат высоту слоя  $h$ , высоту падения частиц со ската  $H$ , угол его наклона к горизонту  $\alpha$ , время заполнения кюветы  $t$  и функцию распределения сыпуче-

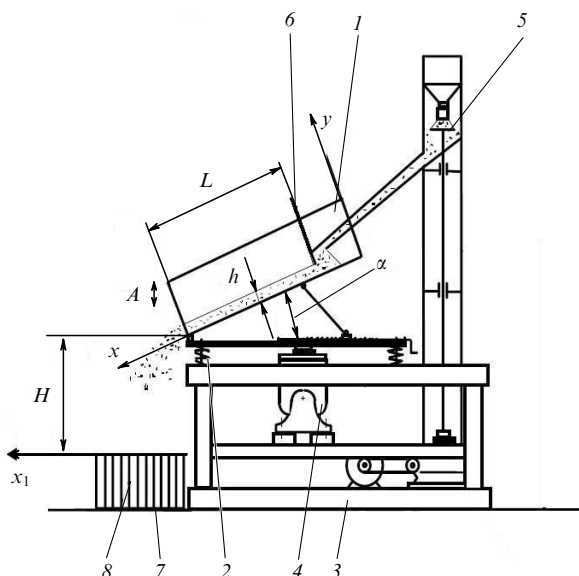


Рис. 3. Схема экспериментальной установки: 1 — канал, 2 — пружины, 3 — рама, 4 — вибрационный привод, 5 — дозатор, 6 — экран-задвижка, 7 — кювета, 8 — ячейки, A — амплитуда виброколебаний.

щегося материала  $G(x_1)$  по её ячейкам (по горизонтальной координате  $x_1$ ).

Уравнения, позволяющие на базе уравнения состояния гранулированной среды (3) и функции распределения  $G(x_1)$  определить профили скорости  $u(y)$ , объёмной доли пустот  $\varepsilon(y)$ , давления  $p(y)$  и ТГС  $\theta(y)$  в быстром гравитационном потоке на шероховатом скате, были получены в работе [63]:

$$u = \frac{x_1 - y \sin \alpha}{\cos \alpha \sqrt{(H + y \cos \alpha - (x_1 - y \sin \alpha) \tan \alpha)(2/g)}}, \quad (16)$$

$$u(y(x_1))\rho(1 - \varepsilon(y)) = G(x_1). \quad (17)$$

В приведённых уравнениях  $y(x_1)$  является координатой частицы в слое, определяемой в зависимости от её координаты на горизонтали  $x_1$  после падения со ската (см. рис. 3). Уравнения (3)–(5), (15)–(17) образуют замкнутую систему уравнений в отношении профилей скорости  $u(y)$ , порозности  $\varepsilon(y)$ , давления  $p(y)$  и функции взаимосвязи  $y(x_1)$ . Систему уравнений решают при граничном условии у основания потока, соответствующем условию прилипания его частиц к поверхности шероховатого ската:

$$u(0) = 0 \text{ при } y = 0. \quad (18)$$

Указанное граничное условие предполагает отсутствие проскальзывания вдоль поверхности ската у частиц в том случае, когда координата  $y$  их центра масс совпадает с координатой вершин шероховатостей ( $y = 0$ ), размер которых соответствует половине диаметра наиболее крупных частиц ГМ. Адекватность уравнения состояния гранулированной среды (3) и изложенного метода его использования для прогнозирования комплекса параметров быстрого гравитационного потока подтверждена в работе [55] с применением метода рентгенографии и продемонстрирована на рис. 4.

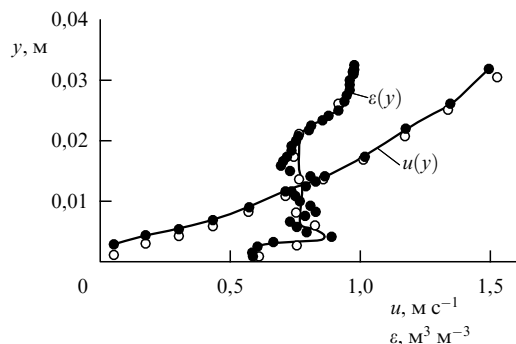


Рис. 4. Профили скорости  $u(y)$  и порозности  $\varepsilon(y)$  в быстром гравитационном потоке керамических шаров на шероховатом скате. Сплошные кружки — рентгенографический метод, открытые кружки — экспериментально-аналитический метод.

Замечательной особенностью экспериментально-аналитического метода является возможность получения информации не только о структурных и кинематических характеристиках потока, но и о профилях распределения в нём концентрации неоднородных частиц  $c(y)$ . При исследовании эффектов взаимодействия неоднородных частиц влияние случайного начального их распределения в потоке предотвращают за счёт достаточно большой длины шероховатого ската. Правомерность допущения о пренебрежимо малой величине силы сопротивления воздуха при определении траектории падающих частиц, а соответственно и взаимосвязи координат  $y(x_1)$ , подтверждают экспериментально путём сравнения профилей  $c(y)$ ,  $u(y)$ ,  $\varepsilon(y)$  и  $p(y)$  для различных высот расположения ската над кюветой  $H$ . При реализации метода систему уравнений (3)–(5), (15)–(18) решают численно с использованием метода последовательных приближений [67] и первого приближения:  $\varepsilon(y) = \varepsilon = \text{const}$ .

### 6. Анализ механизмов и кинетических закономерностей сепарации на основе результатов математического и физического моделирования процесса

Ранее в разделе 3 были описаны механизмы и соответствующие им кинетические закономерности процесса сепарации вследствие локальной и пространственной неоднородности гранулированной среды. В настоящем разделе проведён их сравнительный анализ с использованием результатов [45] экспериментального и аналитического моделирования профилей скорости, объёмной доли твёрдой фазы и распределения концентрации неоднородных частиц в быстром гравитационном потоке ГМ на шероховатом скате. Профили получены в отсутствие и при наложении вибраций с использованием экспериментально-аналитического метода, изложенного в разделе 5. В качестве модельных материалов использованы смеси частиц, различающихся по размеру (смесь 1) и плотности (смесь 2), характеристики которых представлены в таблице.

Экспериментально-аналитические профили скорости, объёмной доли твёрдой фазы ( $v(y) = 1 - \varepsilon(y)$ ) и распределений концентрации неоднородных частиц в быстром гравитационном потоке на шероховатом вибрирующем скате для смесей 1 и 2 представлены на рис. 5.

**Таблица.** Характеристики смесей модельных гранулированных материалов

Характеристики смесей	Смесь 1		Смесь 2	
	Бисер (стекло)		Бисер (стекло)	Силикагель
Размер частиц $d$ , $10^{-3}$ м	$3 < d < 3,5$	$5 < d < 5,5$	$5 < d < 5,5$	$5 < d < 5,5$
Концентрация в смеси, $\text{кг кг}^{-1}$	0,8	0,2	0,95	0,05
Плотность частиц, $\text{кг м}^{-3}$	2500	2500	2500	1015
Угол естественного откоса, град	26	26	26	31

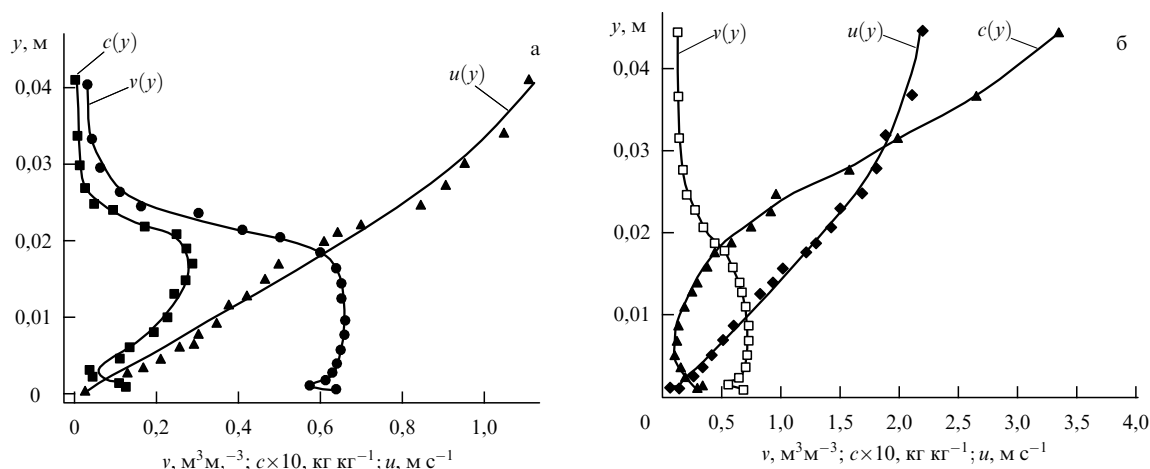
При анализе результатов особое внимание обращает на себя высокая степень аналогии профилей скорости для обеих смесей, имеющих параболическую форму. Эта особенность наблюдается при наличии принципиальных отличий профилей распределений неоднородных частиц и представляется достаточно важной на фоне модельных представлений о сепарации (сегрегации), изложенных в работе [44]. В соответствии с этими представлениями движущей силой процесса являются градиенты кинетической составляющей напряжения и литостатического давления. Поскольку кинетическая составляющая напряжения прямо связана со скоростью сдвига, градиент указанной составляющей напряжения, как и градиент литостатического давления, не изменяют своего направления в объеме слоя и направлены к его основанию. С учетом этого профили распределений концентрации частиц, различающихся по размеру и плотности, имеющие экстремальные значения концентрации в центральной части слоя (см. рис. 5), противоречат модельным представлениям о сегрегации, изложенным в работе [44].

В соответствии с классификацией режимов гравитационных течений, приведенной в работе [34], полученные профили скорости в их основных аспектах характерны для "скользящего" (развитого сдвигового) течения. Такой режим течения наблюдается при углах наклона ше-

роховатого ската, близких к углу естественного откоса материала и несколько превышающих его значения. Функции распределения объемной доли твердой фазы по высоте слоя ( $v(y) = 1 - \varepsilon(y)$ ) свидетельствуют о том, что во всех случаях в центральной части потока наблюдаются максимальные значения концентрации твердой фазы.

Вследствие снижения квазигидростатического давления в направлении к открытой поверхности потока наблюдается постепенное снижение объемной доли твердой фазы до нулевых значений на границе слоя. Концентрация твердой фазы снижается и в противоположном направлении от центральной части потока. Однако снижение концентрации по направлению к основанию слоя сменяется её увеличением в непосредственной близости от поверхности ската, что объясняется отсутствием проскальзывания у частиц, координата центра масс которых соответствует координате вершин шероховатостей поверхности ската. Наблюдаемые особенности распределения концентрации частиц в быстром гравитационном потоке на скате с максимальным значением концентрации в центре слоя были описаны ранее в работах [31, 34, 51, 52, 68] и объяснены образованием облака частиц в верхней части слоя и наличием области интенсивного сдвига в зоне, прилегающей к его основанию.

Вместе с тем для потоков обеих модельных материалов важно отметить яркое проявление аналогии профилей объемной доли твердой фазы и распределений концентрации неоднородных частиц. Очевидно, что наблюдаемая аналогия является следствием того, что разделение неоднородных частиц протекает в соответствии с механизмами, движущая сила которых в значительно большей степени коррелирует с градиентом объемной доли твердой фазы, чем с градиентом скорости сдвига. Действительно, с учетом преимущественно монотонного изменения скорости сдвига в потоках обеих смесей неоднородные частицы распределяются в слое, явно обнаруживая при этом реакцию на изменение концентрации твердой фазы. Частицы смесей 1 и 2 (таблица), которые приобретают при взаимных столкновениях более высокие скорости флуктуаций (мелкие и менее плотные), концентрируются в частях потока, имеющих высокую объемную долю пустот. Напротив, крупные и плотные



**Рис. 5.** Профили скорости  $u(y)$ , объемной доли твердой фазы  $v(y)$  и концентрации  $c(y)$  крупных (а) и лёгких (б) частиц, полученные экспериментально-аналитическим методом в быстрых гравитационных потоках частиц, различающихся по размеру в смеси 1 (а) ( $\alpha = 30^\circ$ ) и плотности в смеси 2 (б) ( $\alpha = 30^\circ$ ), на шероховатом вибрирующем скате при вертикальной вибрации:  $\omega = 15$  Гц,  $A = 0,002$  м.

частицы, скорость флуктуаций которых в результате столкновений частиц смеси относительно невелика, сосредоточиваются в областях потока, отличающихся высокой концентрацией твёрдой фазы.

Физические механизмы формирования наблюдаемых распределений неоднородных частиц использованы при разработке математических моделей кинетики сепарации и представлены эффектами сдвигового поточного разделения и миграции. Первый из эффектов обусловлен локальной, а второй — пространственной неоднородностью потока [51, 52, 69]. Поток сепарации неоднородных частиц, обусловленные названными эффектами, ранее приведены в составе общего уравнения динамики сепарации (2). Величины потоков сепарации определены [51, 52, 69] на базе общекинетических закономерностей процессов химических технологий как произведение движущей силы и кинетического коэффициента.

Поток сепарации, являющийся следствием локальной неоднородности среды (поток сегрегации), учитывает, что частица, отличающаяся по свойствам от окружающих частиц условно однородного сдвигового потока, является концентратором напряжений. Степень концентрации напряжений зависит не только от соотношения свойств неоднородных частиц, но и от условий их взаимодействия (скорости сдвига и концентрации твёрдой фазы) [63, 69]. Зависимость величины потока сегрегации от комплекса физико-механических свойств частиц и параметров потока предложено [63] описывать с использованием механизма сдвигового поточного разделения. Этот механизм имеет место при относительно высоких значениях объёмной доли твёрдой фазы ( $v \geq 0,25$ ), когда частицы способны сохранять некоторый ближний порядок в их взаимном расположении. Вследствие этого в сдвиговом потоке вблизи частицы — концентратора напряжения — формируется кластер частиц. При взаимодействии с кластером частица получает импульс на перемещение, направление которого определяет направление сепарации. В соответствии с этим механизмом движущая сила сепарации определена как избыточный суммарный момент сил тяжести, трения и ударных импульсов  $\Delta M$ , действующих на частицу контрольного компонента в сдвиговом потоке условно однородной гранулированной среды [52, 69]. Характеристики частиц условно однородной среды определяются как средние объёмные. Такое выражение движущей силы процесса позволяет проводить количественную оценку степени влияния неоднородности частиц по комплексу свойств (размеру, плотности, шероховатости и упругости) на интенсивность сегрегации. Для определения коэффициента скорости процесса (сегрегации)  $K_s$  разработан метод, изложенный в работах [52, 69]. В этих же работах приведены результаты исследования, которые свидетельствуют о том, что для широкого диапазона параметров сдвигового течения и свойств частиц коэффициент  $K_s$  может быть принят за кинетическую константу. Этот факт можно рассматривать как косвенное подтверждение адекватности модельных представлений о механизме процесса. Результаты исследования позволяют выразить величину потока сегрегации в следующем виде:

$$\mathbf{j}_s = K_s c \rho_b \Delta M. \quad (19)$$

В соответствии с изложенными кинетическими закономерностями сепарации представляется возможным

объяснить форму профилей распределений концентрации неоднородных частиц в центральной зоне потока, где объёмная доля твёрдой фазы  $v > 0,25$ . Вследствие относительно высоких и однородных значений объёмной доли твёрдой фазы в центральной зоне потока доминирует эффект сдвигового поточного разделения (сегрегации). Поскольку в таких условиях для крупных и менее плотных частиц имеет место положительное значение избыточного момента сил  $\Delta M$  [68], то наблюдается (см. рис. 5) их перемещение в область потока с низким гидростатическим давлением, т.е. в верхнюю часть центральной зоны. Вследствие этого в центральной зоне потока концентрация крупных и менее плотных частиц увеличивается в направлении от основания к открытой поверхности слоя.

Эффект разделения частиц, обусловленный пространственной неоднородностью потока гранулированной среды и названный миграцией, имеет квазидиффузионную природу и доминирует в областях потока с небольшой объёмной долей твёрдой фазы  $v < 0,25$  [51]. Физический механизм миграции формально аналогичен эффекту термобародиффузии в смеси газов [70], в соответствии с которым молекулы, имеющие высокие скорости флуктуаций, мигрируют в область, в которой существуют условия для их хаотических перемещений с высокими длинами свободного пробега. Движущая сила и коэффициент скорости миграции определены с учётом физической природы эффекта квазидиффузионного разделения частиц, имеющих различную скорость хаотических перемещений, в условиях пространственной неоднородности структуры потока. Движущая сила миграции определена [51, 52, 69] как темп изменения среднего расстояния  $s$  между частицами в направлении  $y$  потока разделения:  $\partial(\ln s)/\partial y$ .

Коэффициент миграции выражен [52] как величина результирующего квазидиффузионного потока частиц, различающихся по размеру, плотности, упругости и шероховатости, для случая, когда градиент потенциала переноса равен 1. В качестве потенциала переноса при квазидиффузионном разделении частиц принят темп изменения среднего расстояния  $s$  между частицами. Выражение, позволяющее вычислить величину коэффициента миграции, получено при условии равенства длин свободного пробега для неоднородных частиц [51, 52]. Правомочность такого условия подтверждена экспериментально и объясняется тем, что хаотические перемещения частиц являются производными от относительной скорости частиц в направлении сдвига. Поскольку эта скорость больше средней скорости флуктуаций и практически одинакова для неоднородных частиц, средняя длина пробега может быть принята для таких частиц инвариантной и равной среднему расстоянию между частицами  $s$ . Для частиц, различающихся по комплексу физико-механических свойств, коэффициент миграции вычисляется [52] следующим образом:

$$D_m = \frac{\bar{m}(c)(\bar{V}^1)^2}{2Fk} \left( \frac{d_1^2 k_1}{m_1 d^2} - \frac{d_2^2 k_2}{m_2 d^2} \right), \quad (20)$$

где  $F = \bar{V}^1/s$  — частота столкновений частиц,  $\bar{d} = cd_1 + (1-c)d_2$  — средний диаметр частиц,  $\bar{m}(c) = \pi/[c/(d_1^3 \rho_1) + (1-c)/(d_2^3 \rho_2)]6$  — средняя масса частиц,  $d_i$  — диаметр частиц  $i$ -го типа,  $k$  — среднее значение коэффициента восстановления при соударении неодно-

родных частиц [52],  $k_i$  — коэффициент восстановления при ударе для частиц  $i$ -го типа,  $m_i$  — масса частицы  $i$ -го типа.

Для неоднородных по размеру, плотности, упругости и шероховатости частиц поток квазидиффузионной миграции выражен как

$$\mathbf{j}_m = D_m c \rho_b \frac{1}{s} \text{grad } s = c \rho_b \frac{\bar{m}(c)(V')^2}{2Fk} \times \left( \frac{d_1^2 k_1}{m_1 d^2} - \frac{d_2^2 k_2}{m_2 d^2} \right) \frac{1}{s} \text{grad } s. \quad (21)$$

В соответствии с кинетическим уравнением (21) поток миграции частиц, приобретающих при взаимных столкновениях относительно высокую скорость хаотических перемещений (мелких, упругих, гладких и менее плотных), совпадает с направлением градиента среднего расстояния между частицами, т.е. направлен в области потока с высокой долей свободного объёма. Напротив, частицы, скорость флуктуаций которых относительно невелика (крупные, плотные, шероховатые и менее упругие), мигрируют в направлении, обратном градиенту среднего расстояния между частицами, т.е. перемещаются в области потока с высокой объёмной долей твёрдой фазы. Аналогичная динамика распределения частиц, различающихся по размеру и плотности, наблюдается в быстрых гравитационных потоках ГМ на вибрирующем шероховатом скате (см. рис. 5). В обоих случаях частицы, хаотические перемещения которых характеризуются высокими скоростями флуктуаций, мигрируют в направлении наиболее разрежённых периферийных областей потока. Минимальные же значения концентрации таких частиц наблюдаются в центральной части потока, имеющей наиболее высокую концентрацию твёрдой фазы.

Представленные механизмы сепарации свидетельствуют о существенной зависимости кинетики процесса от структурных и кинематических параметров сдвигового потока. Отсюда следует, что кинетикой сепарации возможно управлять путём соответствующего воздействия на параметры потока, например, с использованием вибрации. С этой целью проведено исследование влияния вибрации на структурно-кинематические характеристики быстрого гравитационного потока ГМ и эффекты сепарации

неоднородных частиц. Исследование выполнено путём экспериментального и аналитического определения профилей объёмной доли твёрдой фазы и распределений концентраций контрольных частиц для модельных материалов на шероховатом вибрирующем скате при различных параметрах вибрации. В качестве модельных материалов использованы смеси частиц, различающихся по размеру (смесь 1) и преимущественно по плотности (смесь 2), характеристики которых приведены в таблице.

Профили исследованы для случаев высокочастотных (ВЧ) и низкочастотных (НЧ) вертикальных колебаний шероховатого ската, а также в отсутствие виброколебаний. Выбор частот вибрации ската определялся исключительно техническими возможностями вибрационного привода при условии обеспечения виброускорения  $a_v$ , равного  $2g$ .

Результаты исследования, представленные на рис. 6 и 7, позволяют обнаружить принципиальное различие виброреологических эффектов ВЧ- и НЧ-колебаний в быстрых гравитационных потоках ГМ на шероховатом скате. Сравнение профилей объёмной доли твёрдой фазы, полученных в потоках на вибрирующем и неподвижном скатах, свидетельствует о том, что для обоих модельных материалов ВЧ-колебания ската способствуют повышению структурной однородности слоя. При этом эффект повышения структурной однородности достигается при относительно высоких значениях концентрации частиц в потоке. Напротив, НЧ-колебания ската приводят к повышению структурной неоднородности потока при относительно высоких значениях объёмной доли пустот в слое.

С учётом изложенных кинетических закономерностей эффектов сегрегации и миграции (19)–(21) можно утверждать, что ВЧ-колебания формируют в потоке условия, способствующие доминированию сегрегации, в соответствии с которой частицы разделяются преимущественно по размеру [63, 69]. В то же время НЧ-колебания формируют в потоке условия для интенсивной миграции (квазидиффузионного разделения) частиц, различающихся по комплексу физико-механических свойств (размеру, плотности, шероховатости, упругости) без доминирующего влияния различия частиц по размеру [51, 52].

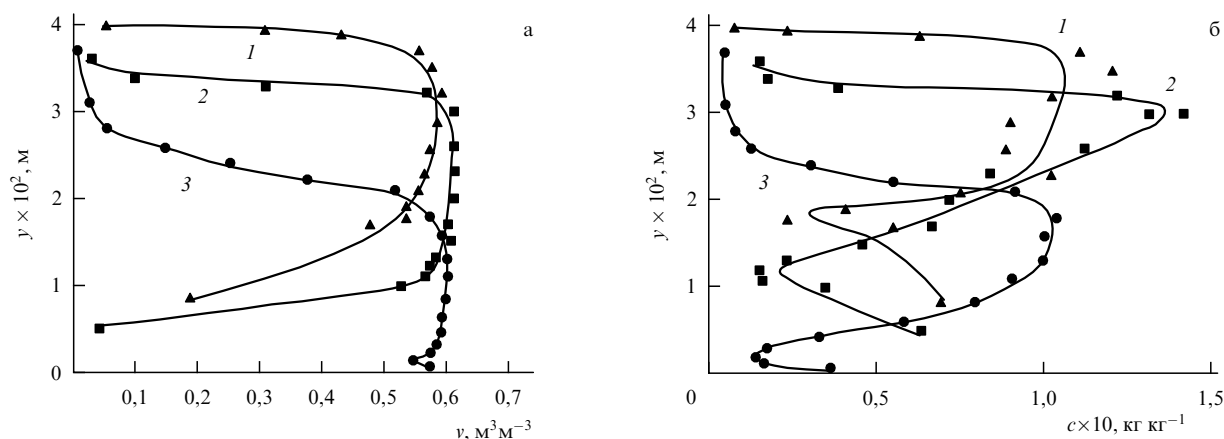
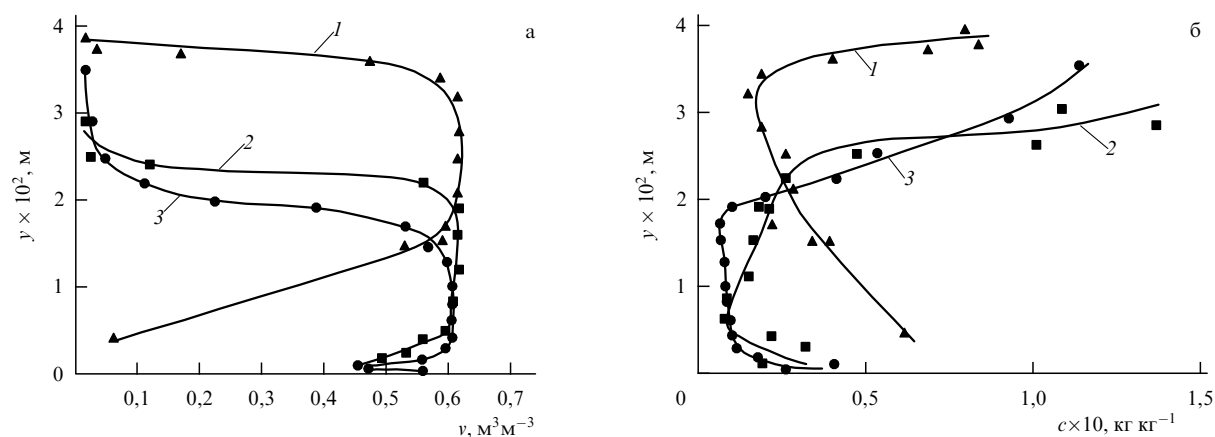


Рис. 6. Экспериментально-аналитические профили объёмной доли твёрдой фазы  $v(y)$  (а) и распределения концентрации крупных частиц  $c(y)$  (б) в быстром гравитационном потоке бинарной смеси частиц, различающихся по размеру (смесь 1, таблица), на шероховатом вибрирующем скате ( $\alpha = 28,5^\circ$ ,  $a_v = 2g$ ) при частотах вибрации: 15 Гц (1), 50 Гц (2), 0 (3).



**Рис. 7.** Экспериментально-аналитические профили объемной доли твердой фазы  $v(y)$  (а) и распределения концентрации менее плотных частиц  $c(y)$  (б) в быстром гравитационном потоке бинарной смеси частиц, различающихся по плотности (смесь 2, таблица), на шероховатом вибрирующем скате ( $\alpha = 27^\circ$ ,  $a_v = 2g$ ) при частотах вибрации: 15 Гц (1), 50 Гц (2), 0 (3).

Эти выводы подтверждаются формой профилей распределения концентрации контрольных частиц  $c(y)$  в потоках смесей 1 и 2 (кривые 2 и 3 на рис. 6 и 7). Доминирование эффекта сегрегации особенно ярко проявляется для частиц, различающихся по размеру (см. рис. 6). В этом случае под действием ВЧ-колебаний в потоке формируется относительно широкое плато высоких значений концентрации твердой фазы (кривая 2). Условия взаимодействия частиц в области плато способствуют интенсивному сдвиговому поточному разделению (сегрегации) и приводят к монотонному возрастанию концентрации крупных частиц в направлении к открытой поверхности слоя. Во многом аналогичный эффект усиления сегрегации под действием ВЧ-колебаний наблюдается и для смеси 2, состоящей из частиц, различающихся преимущественно по плотности (кривая 2 на рис. 7). В этом случае, как и для частиц, различающихся по размеру, наблюдается интенсификация эффекта сегрегации в области плато концентрации твердой фазы, которое формируется под действием ВЧ-колебаний. Однако вследствие менее интенсивной сегрегации частиц по плотности, чем по размеру, концентрация легких частиц увеличивается в области плато в направлении к открытой поверхности с относительно небольшой интенсивностью. Вместе с тем в области потока, расположенной над плато и непосредственно прилегающей к открытой поверхности слоя, интенсивность сепарации частиц по плотности резко возрастает. Это объясняется наложением эффектов сегрегации и миграции (квазидиффузионного разделения) в указанной области потока. В этой области частицы с малой плотностью мигрируют в направлении градиента среднего расстояния между частицами, которое совпадает с направлением их сегрегации.

В условиях НЧ-колебаний шероховатого ската в потоках формируются профили распределений концентрации неоднородных частиц, которые характерны для случая доминирования эффекта квазидиффузионного их разделения (миграции). Основанием для такого вывода служит то, что движущей силой миграции является градиент среднего расстояния между частицами, которое непосредственно зависит от доли свободного объема в слое. В связи с этим направления градиентов объемной

доли твердой фазы и расстояния между частицами оказываются противоположными. В таком случае наблюдаемая аналогия формы профилей объемной доли твердой фазы и распределений концентрации контрольных частиц (зеркальная для менее плотных частиц смеси 2 на рис. 7) может служить подтверждением вывода о доминировании эффекта миграции в условиях НЧ-колебаний.

Наблюдаемая аналогия, которая была отмечена и ранее при анализе результатов, представленных на рис. 5, служит подтверждением квазидиффузионной природы эффекта разделения неоднородных частиц при высоких градиентах объемной доли твердой фазы. Эффект заключается в противоточном перемещении частиц, имеющих различные скорости флуктуаций, в областях потока, которые характеризуются наличием градиента объемной доли пустот (среднего расстояния между частицами). При этом частицы, приобретающие при взаимных столкновениях высокие скорости флуктуаций (маленькие, менее плотные и гладкие), мигрируют в направлении градиента объемной доли пустот в слое. Напротив, частицы, скорости флуктуаций которых относительно невелики (большие, плотные и шероховатые), перемещаются в направлении градиента объемной доли твердой фазы. Кроме того, важно отметить, что в исследованных случаях (см. рис. 6 и 7) наблюдаются альтернативные варианты поперечных перемещений неоднородных частиц по высоте слоя. Это свидетельствует об отсутствии прямой корреляции направления потоков разделения с направлением градиента скорости сдвига. Частицы в потоках смесей 1 и 2, различающиеся по размеру и плотности, могут перемещаться в потоке как в направлении градиента скорости сдвига, так и в противоположном направлении. Наблюдаемый эффект противоречит модельным представлениям о сегрегации, изложенным в работе [44].

Кроме того, важно отметить, что во всех исследованных случаях быстрых гравитационных течений наблюдаются значительные градиенты объемной доли твердой фазы в верхней и нижней частях потоков. Градиенты концентрации имеют место в потоках и при наложении, и в отсутствие виброколебаний (см. рис. 5–7), но особенно ярко они проявляются в условиях НЧ-колебаний.

Образование зоны с высокой объёмной долей пустот в нижней части потока объясняется экспоненциальным возрастанием температуры гранулированной среды в потоке в направлении основания слоя в соответствии с зависимостями (14) и (15). Снижение же гидростатического давления в направлении открытой поверхности потока в соответствии с уравнением состояния (3) сопровождается дилатансией, что приводит к формированию разрежённой зоны и вблизи поверхности слоя. Поскольку в указанных зонах градиенты объёмной доли твёрдой фазы имеют противоположные направления, наблюдаются потоки квазидиффузионного разделения (миграции), направленные в противоположные стороны в верхней и нижней частях слоя. Этот вывод может быть гипотетическим ответом на вопрос, почему не все крупные и менее плотные частицы концентрируются на поверхности виброоживленного слоя, и в результате послужить ещё одним объяснением "обратной проблемы бразильского ореха" (Reverse Brazil Nut Problem, RBNP) [15, 71, 72].

Анализ обнаруженных явлений приводит к выводу о том, что миграция неоднородных частиц, обусловленная их взаимодействием и взаимной квазидиффузией, является одним из основных физических эффектов сепарации частиц в условиях неоднородного распределения концентрации твёрдой фазы. Интенсивность миграции частиц, различающихся по комплексу физико-механических свойств, повышается в быстром тонкослойном гравитационном потоке гранулированной среды под действием НЧ-колебаний шероховатого ската.

Комплекс информации о структурно-кинематических характеристиках потока, который представляется возможным получить с помощью изложенного метода, может быть использован для математического моделирования динамики сепарации неоднородных частиц на шероховатом вибрирующем скате. Моделирование динамики сепарации частиц, различающихся по комплексу физико-механических свойств (размеру, плотности, шероховатости, упругости), возможно [52] путём интегрирования дифференциального уравнения, описывающего взаимосвязь элементарных потоков переноса контрольного компонента. В числе элементарных потоков учитывают потоки переноса частиц компонента, обуслов-

ленные конвекцией, квазидиффузионным перемешиванием и сепарацией (сегрегацией (19) и миграцией (21)):

$$\frac{\partial(c\rho_b)}{\partial t} = -\frac{\partial(uc\rho_b)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho_b \left( D_{\text{dif}} \frac{\partial c}{\partial y} - cD_m \frac{\partial \ln s}{\partial y} - K_s c \Delta M \right) \right]. \quad (22)$$

В уравнении (22) коэффициент квазидиффузионного перемешивания  $D_{\text{dif}}$  вычисляется [52, 63, 69] с учётом формальной аналогии с молекулярно-кинетической теорией следующим образом:

$$D_{\text{dif}} = \frac{1}{2} s \overline{V^2}. \quad (23)$$

Коэффициент миграции  $D_m$  вычисляется как функция свойств частиц и структурно-кинематических характеристик потока с использованием зависимости (20). Коэффициент сегрегации  $K_s$  является в уравнении (22) единственной кинетической характеристикой, которая определяется экспериментально как константа с использованием метода, описанного в работах [52, 69]. Движущая сила процесса сегрегации  $\Delta M$  — кинетический параметр, входящий в уравнение (19), вычисляется как избыточный момент сил тяжести, трения и ударных импульсов, действующих на частицу контрольного компонента в сдвиговом потоке неоднородных частиц [73].

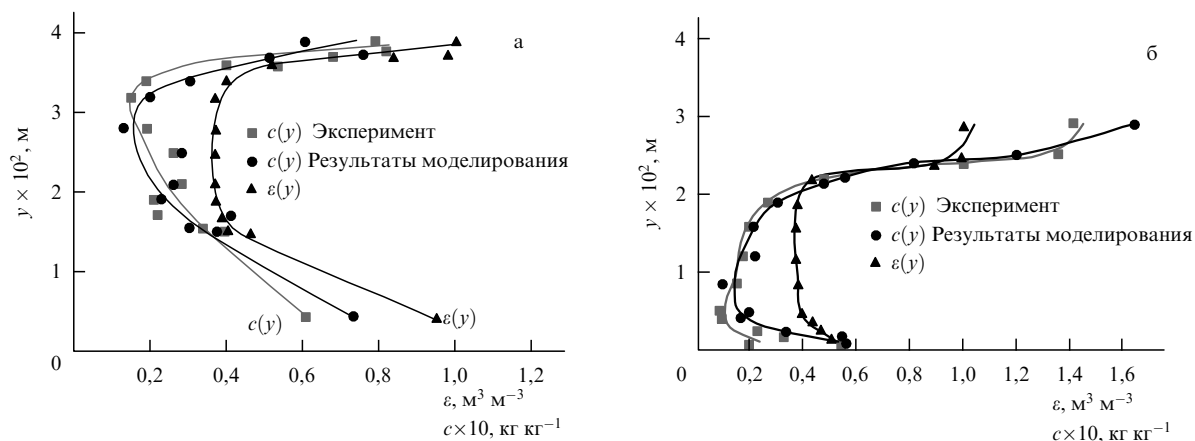
Граничные условия для уравнения (22) формулируются из условия отсутствия поперечных материальных потоков на верхней ( $y = h$ ) и нижней ( $y = 0$ ) границах движущегося слоя частиц в виде

$$D_{\text{dif}} \frac{\partial c}{\partial y} = cD_m \frac{\partial \ln s}{\partial y} = K_s c \Delta M \Big|_{y=0, h} = 0. \quad (24)$$

Начальное условие в общем случае можно задать как

$$c(0, x, y) = f(x, y). \quad (25)$$

Уравнение (22) с граничными (24) и начальным (25) условиями проинтегрировано численным методом с использованием разностной схемы Кранка – Николсон. На рисунках 8, 9 приведены результаты моделирования



**Рис. 8.** Профили порозности  $\varepsilon(y)$  и распределения концентрации  $c(y)$  менее плотных гранул силикагеля в гравитационном потоке смеси однородных по размеру гранул бисера и силикагеля: (а) при НЧ-колебаниях ската ( $\omega = 15$  Гц,  $a_v = 2g$ ), (б) при ВЧ-колебаниях ската ( $\omega = 50$  Гц,  $a_v = 2g$ ).



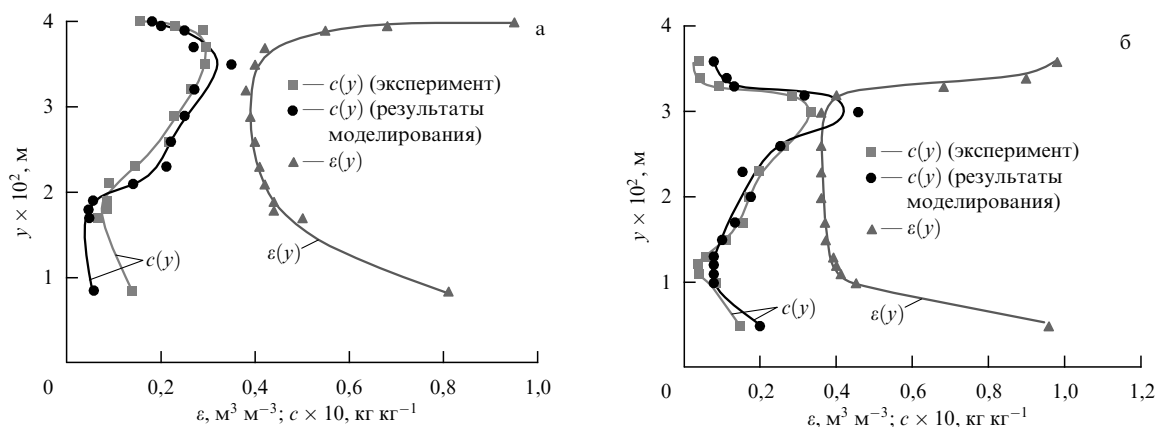


Рис. 9. Профили порозности  $\varepsilon(y)$  и распределения концентрации  $c(y)$  крупных частиц в гравитационном потоке смеси гранул бисера: (а) при НЧ-колебаниях ската ( $\omega = 15$  Гц,  $a_v = 2g$ ), (б) при ВЧ-колебаниях ската ( $\omega = 50$  Гц,  $a_v = 2g$ ).

профилей распределения концентрации контрольных компонентов в быстрых гравитационных потоках смесей частиц, различающихся по размеру (смесь 1, таблица) и плотности (смесь 2, таблица), на шероховатом вибрирующем скате. Моделирование выполнено при начальном условии, соответствующем однородному распределению компонентов смеси в потоке.

Результаты моделирования для случаев НЧ- и ВЧ-вибраций ската представлены на рис. 8, 9 в сравнении с экспериментальными данными. Сравнение расчётных и экспериментальных результатов во всех случаях свидетельствует об их адекватности. Оценка выполнена при доверительной вероятности 95 % путём сравнения дисперсий адекватности и воспроизводимости с использованием F-критерия Фишера. Адекватность смоделированных концентрационных профилей подтверждает справедливость не только общего уравнения динамики сепарации (22), но и результатов определения структурно-кинематических параметров потока с использованием предложенного экспериментально-аналитического метода. Такой вывод возможен вследствие того, что моделирование концентрационных профилей осуществляется на базе исходных данных, включающих профили скорости и объёмной доли частиц в потоках гранулированных сред на вибрирующем скате.

## 7. Выводы. Заключение

Физика гранулированных сред позиционируется в настоящее время как один из центральных аспектов изучения конденсированного состояния (мягких конденсированных веществ) [5]. Объектами её изучения являются материалы, состоящие из макроскопических частиц, в которых атомы организованы в структуры мезоскопического масштаба, значительно превышающие атомы по размеру, но размеры структурных образований при этом много меньше по сравнению с общим объёмом материала. ГМ как достаточно большие совокупности отдельных макроскопических частиц характеризуются свойствами, которые дают основание рассматривать их как дополнительную форму состояния вещества. Мезоскопические свойства ГМ столь особенны, что в зависимости от динамических условий их существования они могут быть идентифицированы как твёрдое вещество, газ или жидкость, наделённые необычными характеристиками [1].

Гранулированные материалы характеризуются [5] следующими типовыми свойствами: беспорядочность и гетерогенность, проявляемые в сочетании со склонностью к структурированию; высокие диссипативные свойства; ярко выраженное неравновесное состояние; высокая степень нелинейности реакции на внешнее силовое воздействие. Во многом в связи с этим в настоящее время нет достаточно чёткого представления о том, какая совокупность частиц может быть адекватной по свойствам ГМ в целом, и отсутствует адекватная статистическая механика для описания такого рода материалов [5].

При этом подходы, используемые при изучении кристаллических материалов, жидкостей и большинства других форм мягкой конденсированной материи, оказываются неприменимыми в отношении ГМ. Их поведение часто бывает столь необычным, что не обнаруживает ассоциаций с другими видами материалов.

Анализ показывает [1], что уникальные свойства ГМ обусловлены наличием двух основных особенностей взаимодействия частиц: диссипативных эффектов вследствие статико-динамического трения и неэластичности при столкновении, а также отсутствием сколько-нибудь значительного влияния температуры. Последнее обстоятельство препятствует анализу ГМ с позиции классической термодинамики.

Одним из наиболее ярких примеров проявления неординарных свойств у ГМ являются эффекты сепарации частиц, например по размеру, в контейнерах при их вращении или встряхивании. В соответствии с энтропийным принципом в отсутствие сил сцепления между частицами в контейнере должно происходить их смешивание. Наблюдаемая же в этом случае сепарация частиц приводит к важному выводу о доминировании в ГМ динамических эффектов, вызывающих отклонение системы от термодинамического равновесия.

Явление сепарации неоднородных частиц в гранулированных средах является объектом длительного и неугасающего интереса исследователей в отношении его механизмов и кинетики протекания. На протяжении уже многих десятилетий особенно пристальное внимание уделяется изучению эффектов разделения и перемешивания неоднородных частиц при вибрационном воздействии на гранулированные среды и сдвиговом их течении [9–25]. Однако в настоящее время общая теория сепарации отсутствует и, более того, не прекращаются

дискуссии в отношении физической сущности отдельных эффектов разделения частиц. Например, продолжаются споры в отношении механизма всплытия крупной частицы вне зависимости от её плотности в слое мелких частиц под действием вертикальных виброколебаний. Соответствующее физическое явление получило название "эффекта бразильского ореха" [14]. Также до конца не понятны причины, по которым в отдельных случаях не все крупные частицы всплывают на поверхность вибрирующего слоя в соответствии с обратным эффектом бразильского ореха.

Вследствие мезоскопического масштаба элементов, составляющих ГМ, не представляется возможным считать их потоки однородными и использовать для описания их гидродинамики классические континуальные модели. Сдвиговые деформации сопровождаются высокими значениями дилатансии потока, величина которой находится в сложной зависимости от свойств частиц и скорости сдвига. Вследствие этого для описания течений ГМ используются две идеализированные модели: медленного и быстрого сдвигового течения. Идеализация предполагает, что медленное сдвиговое течение происходит в результате необратимых квазистатических пластических деформаций. При быстром сдвиговом течении частицы гранулированной среды перемещаются в потоке, обмениваясь друг с другом ударными импульсами при относительно высоких значениях дилатансии. Специфика динамики взаимодействия частиц при быстром сдвиге гранулированной среды указывает на её формальную аналогию с молекулярной газовой динамикой. Вследствие этого гранулированную среду в условиях быстрого сдвигового течения часто называют "газом твёрдых частиц" [38].

Во многих современных работах, посвящённых исследованию сепарации в потоках гранулированных сред, акцентируется внимание на ограниченном доступе к достоверным и достаточно полным данным по структурным и кинематическим параметрам потоков. В связи с этим исследования часто базируются на данных по динамике потока, полученных с использованием виртуального эксперимента с применением метода конечных элементов. Анализ известных механизмов сепарации частиц свидетельствует о том, что подавляющее их большинство исходит из условия исключительно локальной неоднородности гранулированной среды. Однако, принимая во внимание наличие определённой аналогии между гранулированной средой и плотным газом, вполне правомерно прогнозировать наличие эффектов сепарации вследствие неоднородности структурных и кинематических параметров среды. Действительно, в гранулированной среде, находящейся в состоянии неоднородного газа твёрдых частиц, должны проявляться эффекты сепарации, формально аналогичные молекулярной термобародиффузии. Эта гипотеза подтверждена [51, 52, 69] результатами анализа механизмов и кинетики сепарации, обусловленной локальной и пространственной неоднородностью состава гранулированной среды и структурно-кинematicких параметров её сдвигового потока.

Анализ выполнен с использованием результатов экспериментального и теоретического исследования профилей скорости, объёмной доли твёрдой фазы и распределения концентрации неоднородных частиц в быстром гравитационном потоке ГМ на шероховатом скате. Профили получены для смесей частиц, различающихся по размеру

и плотности, с использованием экспериментально-аналитического метода, базирующегося на формальной аналогии между гранулированной средой в состоянии быстрого сдвига и плотным газом. С учётом названной физической аналогии устанавливается взаимосвязь между дилатансией, квазигидростатическим (литостатическим) давлением и ТГС. Температура гранулированной среды определена как составляющая кинетической энергии частиц, которая обусловлена наличием различных форм их взаимных перемещений. При определении температуры приняты во внимание четыре элементарные формы относительных перемещений частиц, которые являются следствием гравитационного и вибрационного воздействий: хаотические флуктуации, поперечный массоперенос, относительное сдвиговое и вибрационные перемещения.

С целью получения информации для анализа прогностических свойств различных механизмов сегрегации использованы результаты математического моделирования процесса в быстром гравитационном потоке ГМ на вибрирующем скате. Результаты моделирования получены на базе общего уравнения динамики сепарации, учитывающего потоки разделения, обусловленные как неоднородностью среды в локальных условиях взаимодействия частиц, так и пространственной неоднородностью структурных и кинематических параметров потока.

Поток сепарации, обусловленный локальной неоднородностью гранулированной среды и традиционно называемый сегрегацией, описан в соответствии с механизмом сдвигового поточного разделения [69, 73]. В соответствии с этим механизмом каждая из частиц неоднородной среды становится в сдвиговом потоке концентратором напряжений. Система стремится к релаксации (ослаблению) напряжённого состояния, вызванного частицей — концентратором напряжения, и побуждает частицу к перемещению в область потока, в которой релаксация достигается. При этом степень концентрации напряжений, определяющая скорость сепарации (сегрегации) частицы, принимается за движущую силу процесса. Степень концентрации напряжений определяется как избыточный момент (положительный или отрицательный) сил тяжести, трения и ударных импульсов, действующих на контрольную частицу, по сравнению с моментом аналогичных сил, действующих на частицу условно однородной среды. Такой способ выражения движущей силы сегрегации (с учётом модуля и знака избыточного момента сил) позволяет прогнозировать скорость процесса для частиц, различающихся по комплексу физико-механических свойств (размеру, плотности, шероховатости и упругости). Важно, что при расчёте движущей силы учитываются локальные структурно-кинematicкие параметры потока (скорость сдвига и объёмная доля твёрдой фазы). Физические свойства частиц условно однородной среды определяются как средние объёмные величины в зависимости от их локальной концентрации в потоке.

В соответствии с механизмом сепарации, обусловленной пространственной неоднородностью структурно-кинematicких параметров сдвигового потока, разделение неоднородных частиц происходит вследствие различия скоростей их квазидиффузионных перемещений [51, 52]. В условиях структурной неоднородности потока различие скоростей хаотических перемещений частиц приводит к возникновению потока их квазидиффузионного разделения (миграции). В соответствии с этим

механизмом, формально аналогичным молекулярной термобародиффузии, частицы, имеющие более высокие скорости хаотических перемещений (мелкие, менее плотные и гладкие), мигрируют в область потока с высокой объёмной долей пустот. Напротив, частицы, имеющие относительно небольшие скорости хаотических перемещений (крупные, плотные и шероховатые), концентрируются в области потока с высокой объёмной долей твёрдой фазы.

Механизмы сепарации вследствие локальной и пространственной неоднородности гранулированной среды использованы при разработке общей математической модели процесса, которая, кроме названных потоков разделения, учитывает потоки конвекции и квазидиффузионного перемешивания. При реализации модели единственной экспериментально определяемой кинетической константой является коэффициент сегрегации [52, 69].

Результаты математического моделирования и экспериментального исследования динамики сепарации в условиях высокой структурной неоднородности потоков ГМ на шероховатом вибрирующем скате подтверждают изложенную гипотезу механизмов процесса. В комплексе экспериментальных и расчётных результатов проанализированы профили скорости, концентрации твёрдой фазы и распределений концентрации частиц, различающихся по размеру и плотности, по высоте слоя на шероховатом вибрирующем скате. Анализ результатов позволяет сделать следующие выводы.

Высокая неоднородность микроструктуры гравитационного потока, обусловленная виброколебаниями низкой частоты, является причиной инициирования в периферийных частях потоков квазидиффузионного разделения (миграции) неоднородных частиц по плотности и размеру без доминирующего значения последнего. Поскольку градиенты концентрации твёрдой фазы в верхней и нижней частях гравитационного потока имеют противоположное направление, потоки миграции неоднородных частиц направлены либо в центральную часть слоя, либо в его периферийные области. В связи с этим экстремальные концентрации неоднородных частиц наблюдаются либо в центральной части слоя, либо одновременно вблизи его открытой поверхности и основания. Этот механизм формирования поля концентрации неоднородных частиц может быть использован в качестве гипотетического объяснения физического явления — обратной проблемы бразильского ореха.

Наблюдаемые эффекты разделения неоднородных частиц свидетельствуют об отсутствии прямой корреляции между направлением потоков разделения и направлением градиента скорости сдвига. Частицы, различающиеся по размеру и плотности, могут перемещаться в потоке как в направлении градиента скорости сдвига, так и в противоположном направлении, что противоречит модельным представлениям о сегрегации, предполагающим движущую силу процесса пропорциональной градиенту скорости сдвига.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 14-08-97531).

## Список литературы

- Jaeger H M, Nagel S R, Behringer R P *Rev. Mod. Phys.* **68** 1259 (1996)
- Coulomb C, in *Mémoires de mathématiques et de physique, présentés à l'Académie royale des sciences par divers savants, et lus sans ses assemblées* Vol. 7 (Paris: De l'Imprimerie royale, 1773) p. 343
- Faraday M *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **121** 299 (1831)
- Reynolds O *Philos. Mag.* **5** 20 469 (1885)
- Nagel S R *Rev. Mod. Phys.* **89** 025002 (2017)
- Duran J *Sands, Powders, and Grains: an Introduction to the Physics of Granular Materials* (New York: Springer, 2012)
- Halsey T, Mehta A *Challenges in Granular Physics* (Singapore: World Scientific, 2002)
- De Gennes P G *Rev. Mod. Phys.* **71** S374 (1999)
- Brown R L J *Inst. Fuel* **13** 15 (1939)
- Williams J C *Fuel Soc. J.* **14** 29 (1963)
- Ahmad K, Smalley I J *Powder Technol.* **8** 69 (1973)
- Stephens D J, Bridgwater J *Powder Technol.* **21** 29 (1978)
- Savage S B, Lun C K K J *Fluid Mech.* **189** 311 (1988)
- Rosato A et al. *Phys. Rev. Lett.* **58** 1038 (1987)
- Huerta D A, Ruiz-Suárez J C *Phys. Rev. Lett.* **92** 114301 (2004)
- Jullien R, Meakin P, Pavlovitch A *Phys. Rev. Lett.* **69** 640 (1992)
- Bates L *User Guide to Segregation* (Cheshire: British Materials Handling Board, 1998)
- Savage S B, "Interparticle percolation and segregation in granular materials", in *Development in Engineering Mechanisms* (Ed. A P S Selvaduraj) (Amsterdam: Elsevier, 1987) p. 347
- Gray J, Shearer M, Thornton A R *Proc. R. Soc. Lond.* **462** 2067 (2006)
- Thornton A R, Gray J M N T *J. Fluid Mech.* **596** 261 (2008)
- Schlick C P et al. *J. Fluid Mech.* **797** 95 (2016)
- Umbanhowar P B, Lueptow R M, Ottino J M *Annu. Rev. Chem. Biomol. Eng.* **10** 129 (2019)
- Deng Z et al. *AIChE J.* **65** 882 (2019)
- Fry A M et al. *AIChE J.* **65** 875 (2019)
- Gray J *Annu. Rev. Fluid Mechanics* **50** 407 (2018)
- Kadanoff L P *Rev. Mod. Phys.* **71** 435 (1999)
- Jenkins J T, Savage S B J *Fluid Mech.* **130** 187 (1983)
- Haff P K J *Fluid Mech.* **134** 401 (1983)
- Campbell C S *Annu. Rev. Fluid Mech.* **22** 57 (1990)
- Kudrolli A *Rep. Prog. Phys.* **67** 209 (2004)
- Hutter K, Scheiwiller T, in *Mechanics of Granular Materials* (Eds J T Jenkins, M Satake) (Amsterdam: Elsevier, 1983) p. 283
- Baxter G W et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 2825 (1989)
- Goodman M A, Cowin S C J *Fluid Mech.* **45** 321 (1971)
- Savage S B, in *Mechanics of Granular Materials* (Eds J T Jenkins, M Satake) (Amsterdam: Elsevier, 1983) p. 261
- Shen H H, Ackermann N L *Div. Eng. Mech. ASCE* **108** 748 (1982)
- Campbell C S, Brennen C E, in *Mechanics of Granular Materials* (Eds J T Jenkins, M Satake) (Amsterdam: Elsevier, 1983) p. 313
- Gidaspow D *Multiphase Flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Description* (San Diego: Academic Press, 1994)
- Brennen C E *Fundamentals of Multiphase Flows* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2005)
- Jesuthasan N, Baliga B R, Savage S B *KONA Powder Part. J.* **24** 15 (2006)
- Woodhouse M J, Hogg A J J *Fluid Mech.* **652** 461 (2010)
- Kammara K K, Kumar R, Donbosco F S *Comput. Part. Mech.* **3** 3 (2016)
- Khakhar D V, McCarthy J J, Ottino J M *Phys. Fluids* **9** 3600 (1997)
- Gray J M N T, Chugunov V A J *Fluid Mech.* **569** 365 (2006)
- Hill K M, Fan Y *KONA Powder Part. J.* **33** 150 (2016)
- Dolgunin V N et al. *Chem. Eng. Res. Design* **122** 22 (2017)
- Wiederseiner S et al. *Phys. Fluids* **23** 013301 (2011)
- Gray J, Thornton A R *Proc. R. Soc. Lond. A* **461** 2057 (2005)
- Tripathi A, Khakhar D V J *Fluid Mech.* **717** 643 (2013)
- Fan Y et al. *J. Fluid Mech.* **741** 252 (2014)
- Tunuguntla D R, Bokhove O, Thornton A R J *Fluid Mech.* **749** 99 (2014)
- Dolgunin V N, Kudy A N, Ukolov A A *Powder Technol.* **56** 211 (1998)
- Долгуинин В Н, Иванов О О, Уколов А А *Теоретические основы химической технологии* **43** 199 (2009); Dolgunin V N, Ivanov O O, Ukolov A A *Theor. Found. Chem. Eng.* **43** 187 (2009)
- Fan Y, Hill K M *Phys. Rev. E* **92** 022211 (2015)
- Hill K M, Tan D S J *Fluid Mech.* **756** 54 (2014)

55. Долгунин В Н, Борщев В Я, Иванов П А *Теоретические основы химической технологии* **39** 579 (2005); Dolgunin V N, Borshchev V Ya, Ivanov P A *Theor. Found. Chem. Eng.* **39** 548 (2005)
56. Долгунин В Н, Борщев В Я, Шубин Р А *Химическое и нефтегазовое машиностроение* (6) 6 (2007); Dolgunin V N, Borshchev V Ya, Shubin R A *Chem. Petrol. Eng.* **43** 301 (2007)
57. Weinhart T et al. *Granular Matter* **14** 289 (2012)
58. Pudasaini S P J. *Geophys. Res. Earth Surf.* **117** (F3) (2012); <https://doi.org/10.1029/2011JF002186>
59. Jenkins J T, Berzi D *Granular Matter* **14** 79 (2012)
60. Domnik B et al. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **201** 56 (2013)
61. Forterre Y, Pouliquen O *Annu. Rev. Fluid Mech.* **40** 1 (2008)
62. Baxter G W, Olafsen J S *Granular Matter* **9** 135 (2007)
63. Dolgunin V N, Ukolov A A *Powder Technol.* **83** 95 (1995)
64. Блехман И И и др. *Докл. РАН* **466** 30 (2016); Blekhman I I et al. *Dokl. Phys.* **61** 8 (2016)
65. Блехман И И *Вибрационная механика и вибрационная реология (теория и приложения)* (М.: Физматлит, 2018); Пер. на англ. яз.: Blekhman I I *Vibrational Mechanics: Nonlinear Dynamic Effects, General Approach, Applications* (Singapore: World Scientific, 2000)
66. Куди А Н, Долгунин В Н, Иванов О О *Изв. вузов. Пищевая технология* (5–6) 62 (2010)
67. Marchuk G I *Methods of Numerical Mathematics* Vol. 2 *Applications of Mathematics* (New York: Springer-Verlag, 1975)
68. Pudasaini S P, Hutter K *Avalanche Dynamics: Dynamics of Rapid Flows of Dense Granular Avalanches* (Berlin: Springer, 2007)
69. Долгунин В Н, Уколов А А, Иванов П А *Теоретические основы химической технологии* **40** 423 (2006); Dolgunin V N, Ukolov A A, Ivanov O O *Theor. Found. Chem. Eng.* **40** 393 (2006)
70. Ferziger J H, Kaper H G *Mathematical Theory of Transport Processes in Gases* (Amsterdam: North-Holland, 1972)
71. Walliser H *Phys. Rev. Lett.* **89** 189603 (2002)
72. Metzger M J, Remy B, Glasser B J *Powder Technol.* **205** 42 (2011)
73. Долгунин В Н, Уколов А А, Класен П В *Теоретические основы химической технологии* **26** 707 (1992)

### Mechanisms and kinetics of gravity separation of granular materials

V.N. Dolgunin<sup>(\*)</sup>, A.N. Kudi, M.A. Tuev  
 Tambov State Technical University,  
 ul. Sovetskaya 106, 392000 Tambov, Russian Federation  
 E-mail: <sup>(\*)</sup>dolgunin-vn@yandex.ru

Particle separation mechanisms and kinetics in granular materials in a gravity chute and under vibrational impact are analyzed. Special attention is given to separation and kinetics mechanisms operating under conditions of high heterogeneity of structural and kinematic characteristics of granular flows. An analysis of alternative expressions for the separation driving force arising from local and spatial heterogeneity of granular media is based on results of experimental and analytical studies. Predictive properties of mathematical models are discussed with reference to the dynamics of separation of granular media according to the size and density of their constituent particles due to shear flow heterogeneity.

**Keywords:** granular medium, rapid shear gravity flow, granular temperature, separation, migration

PACS number: 45.70.Mg

Bibliography — 73 references

Received 30 March 2019, revised 14 December 2019

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **190** (6) 585–604 (2020)

*Physics–Uspekhi* **63** (6) (2020)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.01.038729>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.01.038729>