Февраль 2020 г. *Том 190, № 2*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Неравновесные переходы, хаос и химерные состояния в системах экситонных поляритонов

С.С. Гаврилов

Рассматриваются экситонные поляритоны, короткоживущие бозе-частицы, которые возникают в полупроводнике под действием света и образуют макроскопически когерентные состояния в когерентном и резонансном внешнем поле. Взаимодействие поляритонов приводит к мультистабильности, спонтанному нарушению спиновой и пространственной симметрии, автоколебаниям и формированию дискретных структур. В результате нарушения симметрии могут возникать парадоксальные "химерные" состояния, в которых упорядоченная и хаотическая подсистемы существуют одновременно и определённым образом дополняют одна другую.

Ключевые слова: поляритон, бозе-эйнштейновский конденсат, спинорный конденсат, мультистабильность, спонтанное нарушение симметрии, автоколебания, динамический хаос, химерные состояния, самоорганизация

PACS numbers: 03.75.Kk, 05.45.Xt, **05.65.+b**, 42.65.Sf, 47.20.Ky, **71.36.+c** DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.04.038549

Содержание

1. **Введение (137).**
2. **Поляритоны в микрорезонаторе (139).**
3. **Мультистабильность поляритонного конденсата (141).**
4. **Боголюбовские квазичастицы (142).**
5. **Режим с обострением (144).**
   5.1. Теоретический анализ. 5.2. Численный пример. 5.3. Эксперименты.
6. **Распад конденсата с ненулевым импульсом (147).**
   6.1. Параметрическое рассеяние. 6.2. Рэлеевское рассеяние и сверхтекучесть.
7. **Нарушение спиновой симметрии (149).**
   7.1. Теоретический анализ. 7.2. Эксперименты.
8. **Хаос и новый порядок (152).**
   8.1. Турбулентность в оптике. 8.2. Петлевой механизм рассеяния. 8.3. Автоколебания и динамический хаос. 8.4. Филаменты. 8.5. Диполярная спиновая цепочка. 8.6. Химерные состояния.
9. **Заключение (157).**

Список литературы (158).

1. Введение

Экситон — это связанная взаимным притяжением электрон-дырочная пара в полупроводнике, похожая на атом позитрония. Экситоны возбуждаются светом и рекомбинируют, излучая свет. Иногда экситоны и фотоны превращаются друг в друга с такой частотой, что по отдельности они уже неразличимы, и тогда говорят о новых квазичастицах — экситонных поляритонах [1]. Особый интерес привлекают двумерные поляритоны, запертые в тонком слое плоского микрорезонатора [2–4]. Находясь исходно в беспорядочном состоянии, с понижением температуры они образуют бозе-эйнштейновский конденсат, излучающий когерентный свет [5]. Но возможен и обратный процесс, когда свет с такой же длиной волны, поглощаясь, возбуждает когерентное поляритонное состояние — неравновесный аналог бозе-конденсата.

Фазовые переходы, связанные с появлением когерентности в равновесных условиях, сравнительно хорошо изучены на примерах сверхтекучего жидкого гелия, сверхпроводящих металлов и атомов, охлаждаемых в магнитных ловушках [6]. Во всех этих системах множество неразличимых частиц приобретает свойства классического поля, характеризующегося общей амплитудой и спонтанно выбранной фазой. Критическая температура бозе-эйнштейновской конденсации обратно пропорциональна массе частиц и для обычных атомов находится в области 10^{-8} К. Квазидвумерные поляритоны имеют очень малую массу даже в сравнении со свободным электроном и в зависимости от материала образца конденсируются при температурах от нескольких кельвинов [7, 8] до комнатной [9–11]. Это обстоятельство, а также исключительная простота эксперимента, в котором амплитуда и фаза конденсата видны практически непосредственно по излучаемому им когерентному свету, привлекли к поляритонам особенно большое внимание [5, 12, 13]. Среди вопросов, исследующихся в этом направлении сегодня, можно выделить перенос возбуждений в туннельно связанных ловушках и осцилляции Джозефсона [14, 15], квантованные вихри в конденсате [16–19] и "симуляторы" задач оптимизации на основе распределённых систем, стремящихся к равновесию [20].

Второе направление исследований, которому в основном и посвящён настоящий обзор, — это неравновесная

С.С. Гаврилов. Институт физики твёрдого тела РАН,
ул. Академика Осипьяна 2, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация;
Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики",
ул. Мясницкая 20, 101000 Москва, Российская Федерация
E-mail: gavr_ss@issp.ac.ru

Статья поступила 6 сентября 2018 г., после доработки 3 апреля 2019 г.

© С.С. Гаврилов 2020

конденсация поляритонов под действием когерентного излучения. Возможность неравновесной конденсации рассматривалась ещё в 1972 г. в работах Л.В. Келдыша [21, 22], В.Ф. Елесина и Ю.В. Копаева [23]. При этом только в 2006 г. было экспериментально установлено, что возбуждаемые резонансной плоской волной двумерные поляритоны действительно находятся в общем "одночастичном" квантовом состоянии [24]. Критическая температура и вообще тепловое равновесие для них отсутствуют, а непосредственным источником когерентного состояния служит световая волна.

Независимо от причин и условий конденсации, когерентное состояние можно описать в приближении среднего поля с помощью макроскопической волновой функции ψ, удовлетворяющей уравнениям типа Гинзбурга–Ландау $\mathrm{i}\hbar\partial_t\psi = \delta H/\delta\psi^*$. Гамильтониан H обычно содержит слагаемое вида $H_{\mathrm{int}}(\mathbf{r}) = (V/2)|\psi(\mathbf{r})|^4$, $V > 0$, которое соответствует парному отталкиванию частиц в разрежённом газе [4, 6]. Если система поляритонов находится в резонансном внешнем поле, то она в определённом смысле объединяет в себе конденсат и возбуждаемый внешней силой диссипативный осциллятор, однако её поведение не сводится к какому-либо простому сочетанию свойств известных моделей. Формально похожие уравнения также используются для описания некоторых нелинейно-оптических систем [25], но, в отличие от них, поляритоны имеют положительную массу, свободно движутся в двух измерениях и упруго отталкиваются.

Важнее всего то, что неравновесным конденсатом поляритонов можно управлять, изменяя внешнее поле. Оно полностью определяет состояние конденсата, будучи относительно слабым, но с увеличением амплитуды нелинейность приводит к возбуждению надконденсатных мод и множеству коллективных эффектов. В частности, отклик поляритонов на световую волну может быть неоднозначным. В особых критических точках амплитуда ψ — и вместе с ней излучение с обратной стороны резонатора — испытывает скачки между ветвями устойчивости [26–34], отчего система похожа на мультистабильную ячейку с характерным временем переключения порядка нескольких пикосекунд в образцах на основе GaAs [35]. Пороговым образом происходит и распад конденсата, приводящий к появлению новых когерентных мод [36–44]. Сильная экситон-фотонная связь позволяет сочетать компактность, характерную для электронных устройств, и "фотонное" быстродействие, поэтому обсуждаемые здесь неравновесные переходы часто рассматриваются в контексте разработки новых оптических переключателей и логических элементов, в качестве примера которых можно привести прототип поляритонного транзистора [45].

При изучении конденсатов и квантовых жидкостей обычно встаёт вопрос об уровнях энергии надконденсатных мод $\tilde{E}$ в зависимости от волнового числа k. Закон дисперсии $\tilde{E}(k)$ имеет свойство перестраиваться с изменением амплитуды ψ. Как впервые показал Н.Н. Боголюбов, около равновесного конденсата должен возникать "звуковой" спектр возбуждений $\tilde{E} \propto k$, что приводит к сверхтекучести в соответствии с критерием Ландау [46]. Внешнее поле добавляет в теорию новый параметр, вследствие чего спектры возбуждений намного более разнообразны; например, они могут иметь щель вблизи конденсатной моды. Эффект сверхтекучести, который наблюдался в неравновесной поляритонной системе [47–49], возникает в ней пороговым образом по мере увеличения амплитуды накачки.

Другим следствием модификации боголюбовских спектров выступают необычные свойства поляритон-поляритонного рассеяния. Если частота внешнего поля выше частоты поляритонного резонанса, то распад конденсата $(\mathbf{k},\mathbf{k}) \to (\mathbf{k}', 2\mathbf{k}-\mathbf{k}')$ сопровождается не уменьшением, а увеличением его собственной амплитуды $|\psi(\mathbf{k})|$, хотя рассеяние и является упругим. Энергия системы накапливается до тех пор, пока синий сдвиг резонанса не компенсирует эту разность частот, а попутно населяется множество мод с различными импульсами $\hbar\mathbf{k}'$ [50, 51]. Переходное состояние, в котором амплитуда каждой из распадных мод ещё мала, но их суммарная населённость и обратное воздействие на конденсат — значительны, в экспериментах обнаруживает сильный квантовый шум и нетривиальную пространственную структуру [52].

В ряде случаев неустойчивы сразу все состояния, в которых импульс конденсатной моды имеет какое-либо определённое значение. Тогда происходит спонтанное нарушение пространственной симметрии и распределение $\psi(\mathbf{r})$ всё время хаотически изменяется [53] или, напротив, образует неоднородную регулярную структуру с дальним порядком [54]. Примечательно, что диссипативные структуры и хаос возникают в простой однородной системе короткоживущих и отталкивающихся друг от друга частиц, хотя обычно такие системы адиабатически подчинены внешнему полю, несмотря даже на нелинейность.

Для ясности рассмотрим плоскую систему поляритонов, которая возбуждается световой волной, падающей по нормали (ось z). Световая волна создаёт конденсат с нулевым импульсом в плоскости xy. Поляритонам с проекцией полного момента $J_z = +1$ (-1) соответствуют фотоны с правой (левой) круговой поляризацией. Эти две спиновые компоненты обычно парно не взаимодействуют, но они могут быть линейно связаны между собой из-за расщепления исходных собственных состояний [55]. Тогда волновые уравнения для ψ_+ и ψ_- принимают вид

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\psi_\pm}{\partial t} = \bigl(\hat{E} - \mathrm{i}\gamma + V\psi_\pm^*\psi_\pm\bigr)\psi_\pm + \frac{g}{2}\,\psi_\mp + f_\pm \exp\left(-\frac{\mathrm{i}E_{\mathrm{p}}t}{\hbar}\right), \tag{1}$$

где $\hat{E} = \hat{E}(-\mathrm{i}\hbar\nabla)$ — энергия поляритонов с учётом закона дисперсии, γ — декремент затухания, $g/2$ — константа связи спиновых компонент, $E_{\mathrm{p}}/\hbar$ — частота накачки, выбранная вблизи собственной частоты поляритонной моды $k = 0$.

Ясно, что если внешнее поле симметрично по спину $(f_+ = f_-)$, то уравнения для ψ_+ и ψ_- полностью одинаковы. Выяснилось, однако, что при $g \gtrsim \gamma$ симметрия неизбежно нарушается в конечной области параметров f и E_{p}. В таком случае свет, излучаемый поляритонами, с увеличением амплитуды f в какой-то момент приобретает почти полную правую или левую круговую поляризацию [55–57]. А если $g > 4\gamma$, то устойчивых одномодовых состояний типа $\psi_\pm(t) = \bar{\psi}_\pm \exp(-\mathrm{i}E_{\mathrm{p}}t/\hbar)$ может не остаться вовсе, и тогда наступает пространственно-временной хаос. При этом два канала взаимодействия поляритонов: парное рассеяние и линейная связь спиновых компонент — образуют гибридный петлевой процесс [58].

Оптический хаос применяется в области защищённой коммуникации [59, 60]. Известные сегодня источники хаотического излучения устроены относительно сложно и подразумевают наличие активной среды с генерацией или усилением света, внешними обратными связями и т.п. Поляритонная система значительно проще — она позволяет получать хаотический сигнал, всего лишь пропуская световую волну через очень тонкую (0,1 мм) гетероструктуру. В результате характерная частота колебаний интенсивности и поляризации света может достигать 10^{11} Гц, что заметно больше, чем в лазерных излучателях, если иметь в виду детерминированный и непрерывный, а не случайный сигнал. Пространственно-временной хаос напоминает турбулентность. Решения уравнений (1) для двумерных систем обнаруживают периодическую нитевидную структуру, в которой нити (филаменты) с противоположными поляризациями чередуются между собой [53].

Совершенно новое явление возникает в одномерных системах такого же типа. В этом случае образуется периодическая цепочка, в которой чередуются области со спинами $+1$ и -1, разделённые сравнительно узкими промежутками с малой общей интенсивностью $|\psi_+|^2 + |\psi_-|^2$. Независимо от спина одна часть звеньев такой цепочки осциллирует в фазе друг с другом и внешним полем, а другая их часть колеблется беспорядочно, при этом доля тех и других сохраняется постоянной и не зависит от размера системы. Однако равновесие между порядком и беспорядком является подвижным, так что отдельные звенья или их небольшие группы иногда непредсказуемо уходят из одной подсистемы в другую. Изменяя параметры, можно проследить непрерывный переход от периодической решётки со спонтанно возникшим жёстким дальним порядком к развитой турбулентности [54].

Состояния с очень похожими свойствами, так называемые химерные состояния, возникающие спонтанно и сочетающие в себе порядок и беспорядок, были обнаружены в самых разных динамических системах и привлекают растущий интерес. Их появление было предсказано Ё. Курамото в 2002 г. в контексте модели связанных фазовых осцилляторов [61 – 65]:

$$\frac{\partial\phi(x,t)}{\partial t} = \omega - \int G(x-x')\sin\left[\phi(x,t) - \phi(x',t) + \alpha\right]\mathrm{d}x' \quad (2)$$

с однородным начальным состоянием и нелокальным взаимодействием, например, $G(d) \propto \exp(-\varkappa|d|)$. Не так давно химерные состояния были найдены в излучении лазеров с обратными связями [66, 67], механических [68] и химических [69] системах и обсуждаются в контексте нейрофизиологии [70, 71]. Работа [54], рассмотрением которой завершается настоящий обзор, содержит первое теоретическое свидетельство о появлении химерных состояний в простой системе локально взаимодействующих бозе-частиц.

2. Поляритоны в микрорезонаторе

Электрон-дырочная пара, рождённая при поглощении фотона в полупроводнике, может быть связана кулоновским притяжением. Связанные состояния — экситоны Ванье — имеют основной уровень энергии

$$E_{\mathrm{X}} = E_{\mathrm{g}} - \frac{\hbar^2}{2m_{\mathrm{X}}a^2}, \quad (3)$$

где E_{g} — ширина запрещённой зоны, m_{X} — приведённая масса, $a = \varepsilon\hbar^2/m_{\mathrm{X}}e^2$ — боровский радиус, ε — диэлектрическая проницаемость. В пределе низкой плотности экситоны подчинены статистике Бозе – Эйнштейна и неразличимы [72], а потому в принципе могут испытывать бозе-конденсацию [21, 22, 73].

Однако *поляритонные* конденсаты в трёхмерных (объёмных) полупроводниках не образуются, поскольку фотоны в них имеют линейный закон дисперсии $E = \hbar c k_{3\mathrm{D}}/\sqrt{\varepsilon}$ и, следовательно, нет основного состояния, которое могло бы населяться при конденсации. С другой стороны, даже во внешнем поле с подходящими E и $k_{3\mathrm{D}}$, возбуждающем какое-то из неосновных состояний, поляритоны не могут не взаимодействовать с атомным окружением: они сталкиваются с фононами, рассеиваются на всевозможных неоднородностях структуры и т.д. Можно сказать, что работа Елесина и Копаева [23], предсказавшая бозе-конденсацию во внешнем поле, заметно опередила своё время.

Всё существенно изменяется, если запереть экситоны в двумерной квантовой яме, а её поместить в плоский микрорезонатор типа Фабри – Перо [3]. Микрорезонатор, "настроенный" на длину волны λ, образован двумя брэгговскими зеркалами, каждое из которых состоит из чередующихся между собой плоских слоёв вещества с немного разными толщинами $l_{1,2}$ и показателями преломления $n_{1,2}$, а именно такими, что $n_1 l_1 = n_2 l_2 = \lambda/4$. Это условие брэгговского отражения, т.е. одинаковой фазы у волн, отражённых от идентичных плоскостей раздела. С увеличением числа таких пар слоёв в отдельном зеркале его пропускание экспоненциально убывает в определённой полосе длин волн вблизи λ, ширина которой $\Delta\lambda = 2\lambda|n_1 - n_2|/(\pi n)$, где $n = \sqrt{\varepsilon} = 2n_1n_2/(n_1 + n_2)$. Между зеркалами расположен *рабочий слой*. В случае, когда оптическая толщина рабочего слоя составляет целое кратное $\lambda/2$, максимум электрического поля возникающей между зеркалами стоячей волны приходится на его середину. Стоячая волна имеет очень узкий ($\ll \Delta\lambda$) резонанс на длине λ. Компонента волнового вектора стоячей волны, ортогональная резонатору, фиксирована условием $k_z = \pm 2\pi n/\lambda$, однако спектр продольной компоненты $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ остаётся свободным. Таким образом, закон дисперсии "резонаторных" (cavity) фотонов имеет вид

$$E_{\mathrm{C}}(k) = \frac{\hbar c}{n}\sqrt{k^2 + k_z^2} \approx E_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \qquad k \ll k_z, \quad (4)$$

где $E_0 = 2\pi\hbar c/\lambda$ и $m = \varepsilon E_0/c^2$. Подобрав должным образом $n_{1,2}$ и $l_{1,2}$, можно задать E_0 вблизи энергии экситона, а k определяется углом падения θ световой волны: $k = k_{3\mathrm{D}}\sin\theta$. Излучение, выходящее с другой стороны резонатора, несёт информацию о поле в рабочем слое, так как сами зеркала не создают нелинейности.

Плоская квантовая яма с экситонами находится в пучности электрического поля. Это просто ещё более тонкий однородный слой из другого материала, толщина которого меньше, чем боровский радиус трёхмерного экситона. У двумерных экситонов собственная энергия связи $E_{\mathrm{g}} - E_{\mathrm{X}}$ вчетверо больше, и поэтому они эффективно заперты в своём слое. Сила экситон-фотонного взаимодействия может быть увеличена, если создать не одну, а несколько плоских ям, разделённых барьерами [3, 74].

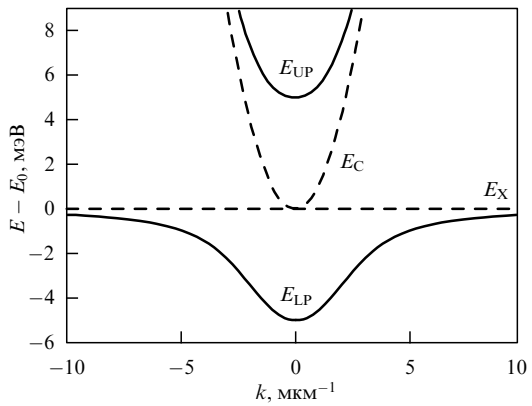


Рис. 1. Закон дисперсии квазидвумерных экситонных поляритонов ($\varepsilon = 12$, $E_0 = E_{\rm X} = 1{,}6$ эВ, $R = 10$ мэВ).

Оператор Гамильтона линейно связанной экситон-фотонной системы без учёта нулевых колебаний и спина имеет вид

$$\mathcal{H} = \sum_{\mathbf{k}} \left[E_{\rm C}(\mathbf{k})\, a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} + E_{\rm X}(\mathbf{k})\, b_{\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} + \frac{R}{2}\left(a_{\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} + b_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} \right) \right], \quad (5)$$

где $a_{\mathbf{k}}$ и $b_{\mathbf{k}}$ — операторы уничтожения фотона и экситона с волновым числом $\mathbf{k}$. Диагонализация выражения (5) даёт собственные энергии

$$E_{\rm LP,\,UP}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}\left[E_{\rm C}(\mathbf{k}) + E_{\rm X}(\mathbf{k}) \right] \mp \mp \frac{1}{2}\sqrt{\left[E_{\rm C}(\mathbf{k}) - E_{\rm X}(\mathbf{k}) \right]^2 + R^2} \quad (6)$$

нижнего (LP) и верхнего (UP) поляритонных состояний. Экситон-фотонное взаимодействие приводит к характерному расщеплению спектров. Видно, в частности, что если $E_{\rm C} = E_{\rm X}$, то собственные энергии расщеплены на величину R, которую называют расщеплением Раби (рис. 1).

Приведём характерные значения параметров на примере образца из статьи [57]. В качестве основных материалов взяты GaAs и AlAs, а резонансная энергия фотонов E_0 равна примерно 1,6 эВ. Каждое зеркало состоит из более чем 30 пар четверть-волновых слоёв AlAs и $Al_{0,2}Ga_{0,8}As$, что обеспечивает добротность около 10^4. Рабочий слой (AlAs) имеет оптическую толщину $\lambda/2$. Семь квантовых ям (GaAs) толщиной 7 нм каждая отделены друг от друга барьерами (AlAs) толщиной 4 нм. Расщепление Раби составляет 10 мэВ, что примерно на два порядка превосходит спектральную ширину резонансов при температуре жидкого гелия.

Эффективная масса фотона $m = \varepsilon E_0/c^2$ чрезвычайно мала ($E_0 \sim E_{\rm X} \lesssim E_{\rm g}$). Экситон по сравнению с фотоном можно счесть бесконечно тяжёлым и пренебречь зависимостью $E_{\rm X}$ от k вблизи $k = 0$. В спектре $E_{\rm LP}(k)$ здесь возникает "бутылочное горлышко": крутой, но непротяжённый участок, в котором очень мала вероятность столкновений с фононами. Благодаря этому поляритоны, возбуждаемые когерентным светом вблизи дна $E_{\rm LP}(k)$, сами образуют когерентное состояние [24, 75]. Другой путь к появлению когерентных состояний — естественная бозе-конденсация из резервуара экситонов, который может быть создан *нерезонансной* накачкой с частотой $\omega > E_{\rm g}/\hbar$ [5, 7, 8, 12]. В том и другом случаях верхняя поляритонная ветвь пуста и о ней, как правило, можно забыть.

Без учёта взаимодействия между поляритонами их когерентное состояние с волновым числом $\mathbf{k}$ имеет вид

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \exp\left(-\frac{|\psi_{\mathbf{k}}^2|}{2} + \psi_{\mathbf{k}} p_{\mathbf{k}}^{\dagger} \right) |0\rangle ,$$

где $p_{\mathbf{k}}$ — бозонный оператор уничтожения, $\psi_{\mathbf{k}}$ — комплексная амплитуда. В силу известного свойства $p_{\mathbf{k}}\Phi_{\mathbf{k}} = \psi_{\mathbf{k}}\Phi_{\mathbf{k}}$ уравнение Гейзенберга для $p_{\mathbf{k}}$ переходит после усреднения по $\Phi_{\mathbf{k}}$ в такое же по виду уравнение Гамильтона $\partial_t \psi_{\mathbf{k}} = \delta H/\delta(\mathrm{i}\hbar\psi_{\mathbf{k}}^*)$ для $\psi_{\mathbf{k}}$. Отметим, что

$$\Phi_{\mathbf{k}} \propto \sum_{N=0}^{\infty} \left(\frac{\psi_{\mathbf{k}}^N}{\sqrt{N!}} \right) \Phi_{\mathbf{k},N} ,$$

где $\Phi_{\mathbf{k},N} = (1/\sqrt{N!})(p_{\mathbf{k}}^{\dagger})^N |0\rangle$ — состояние с заданным числом частиц N, в котором частота осцилляций волновой функции равна $N\omega_{\mathbf{k}}$. При сложении разных $\Phi_{\mathbf{k},N}$ в классическую волну с достаточно большой амплитудой высокие частоты (ответственные за квантовые флуктуации) погашаются и наблюдаемая частота осцилляций поля стремится к ожидаемому среднему значению $\omega_{\mathbf{k}}$. Эта частота определяется только законом дисперсии и в отсутствие взаимодействия между частицами от амплитуды не зависит [6]. Вопрос об определении когерентных состояний взаимодействующих частиц достаточно сложен, поскольку в этом случае требуется учесть отклонение их статистики от бозевской, вернувшись к анализу многоэлектронной задачи. Данный вопрос был подробно рассмотрен Келдышем в статье [21, 22], где даётся последовательное "микроскопическое" обоснование приближения среднего поля для экситонной и экситон-фотонной систем.

Как и в случаях атомных конденсатов и сверхпроводящих металлов, взаимодействие поляритонов обычно рассматривается в приближении разрежённого газа, $H_{\rm int}(\mathbf{r}) = (V/2)|\psi(\mathbf{r})|^4$. При $V > 0$ возникают парное отталкивание частиц и синий сдвиг собственной частоты. В структурах на основе GaAs сдвиг $\Delta E_{\rm LP}$ может многократно превышать спектральную ширину линии γ [76]. Как показано ниже, это обстоятельство приводит к сильным нелинейным эффектам, но, поскольку ширина линии определяется только добротностью резонатора, само по себе оно не означает выхода за пределы приближения низкой плотности. В этом же приближении считают, что взаимодействие между частицами не разрушает когерентность. Все основные допущения такого рода экспериментально проверяются, а некоторые случаи, когда они могут перестать выполняться, мы обсудим отдельно. Случай относительно высокой плотности экситонов представляет собой отдельное направление исследований, предметом которого является, в частности, электронно-дырочная жидкость [77].

С микроскопической точки зрения взаимодействие поляритонов вызвано обменным кулоновским взаимодействием между электронами или дырками; дипольдипольное взаимодействие при низкой плотности пренебрежимо мало [78]. Утверждение о том, что поляритоны с противонаправленными спинами ($J_z = \pm 1$) не взаимодействуют парно, справедливо для систем с $E_0 \lesssim E_{\rm X}$ и большим R, когда вблизи дна $E_{\rm LP}(k)$ выключены все непрямые процессы с участием "тёмных" экситонов ($J_z = \pm 2$) [79, 80]. Однако амплитуды ψ_+ и ψ_- могут быть линейно связаны между собой из-за расщепления мод с ортогональными поляризациями: например,

вследствие механического напряжения вдоль одной из главных кристаллических осей, понижающего симметрию решётки. (При $k \neq 0$ похожий эффект создают сами зеркала, расщепляющие фотонные моды TE и TM, в которых, по определению, вектор электрического либо магнитного поля перпендикулярен плоскости падения волны [81].)

В итоге мы приходим к уравнениям (1), в которых введено эффективное внешнее электрическое поле $f_\pm$ уже с учётом коэффициента пропускания зеркал (магнитное поле в пучности стоячей волны отсутствует). В тех случаях, когда резонатор возбуждается в широкой области частот и волновых чисел, более правильно писать отдельные уравнения для фотонной и экситонной амплитуд [82–84], с тем чтобы внешнее поле учитывалось только в фотонной части, а взаимодействие частиц — в экситонной. Но поскольку мы будем говорить в основном о поляритонах вблизи дна $E_{\mathrm{LP}}(k)$, модель (1) вполне достаточна.

Нет необходимости учитывать в модели (1) и эффекты типа спиновой релаксации экситонов. Во внешнем поле конденсат может существовать бесконечно долго, однако все случайные отклонения от навязанного этим полем определённого состояния чаще всего исчезают за "время жизни поляритона" $\tau = \hbar/\gamma$, которое много больше $\hbar/R$, но при этом меньше времён какой-либо естественной релаксации фаз. Говоря о конденсате во внешнем поле, мы, как правило, имеем дело с диссипативным осциллятором, который колеблется с частотой $E_{\mathrm{p}}/\hbar$ действующей на него гармонической силы. По крайней мере, эта картина непротиворечива, если E_{p} находится вблизи резонанса $E_{\mathrm{LP}}(\mathbf{k})$, а значит, несмотря на низкую плотность поля, значение $|\psi_{\mathbf{k}}|$ велико и можно говорить именно о *макроскопической* населённости вынужденного поляритонного состояния с такой энергией.

3. Мультистабильность поляритонного конденсата

Рассмотрим вначале упрощённый вариант системы (1). Пусть спиновые компоненты не связаны ($g = 0$) и возбуждается только одна из них, т.е. и внешнее поле, и конденсат циркулярно поляризованы. Частицы отталкиваются ($V > 0$), поэтому разумно искать пространственно однородные решения с $k = 0$. При $\gamma > 0$ и $t \to \infty$ они должны осциллировать на частоте внешнего поля. Сделав соответствующую подстановку $\psi(t) = \bar{\psi}\exp(-\mathrm{i}E_{\mathrm{p}}t/\hbar)$, получаем не зависящее от времени уравнение для $\bar{\psi}$:

$$\left[E_{\mathrm{p}} - \left(E_{\mathrm{LP}} - \mathrm{i}\gamma + V|\bar{\psi}|^2\right)\right]\bar{\psi} = f, \tag{7}$$

или

$$|\bar{\psi}|^2 = \frac{f^2}{\left(D - V|\bar{\psi}|^2\right)^2 + \gamma^2}, \tag{8}$$

где $D = E_{\mathrm{p}} - E_{\mathrm{LP}}(k=0)$. Если $D > \sqrt{3}\gamma$ (см. ниже), то зависимость $|\bar{\psi}|^2$ от f^2 принимает вид S-образной кривой (см. рис. 2 в разделе 4). Состояние конденсата оказывается, таким образом, *бистабильным* в конечном интервале f^2.

Похожее явление известно в физике лазеров [85, 86], но там оно возникает в сочетании с нелинейным поглощением или усилением света, когда V имеет мнимую часть и в конечном счёте γ зависит от ψ. Однако в нашем случае от ψ зависит только собственная энергия. Видно, что $|\bar{\psi}| \propto f$ при $|\bar{\psi}| \to 0$, но если $E_{\mathrm{p}} > E_{\mathrm{LP}}$, то с увеличением f и $|\bar{\psi}|$ сдвиг $\Delta E_{\mathrm{LP}} = V|\bar{\psi}|^2$ приближает конденсат к резонансу с внешним полем, уменьшая знаменатель в (8), и отклик получается сверхлинейным. Далее с увеличением f наступает *неустойчивость*; можно сказать, что положительная обратная связь между амплитудой и собственной частотой приводит к росту их обеих даже при постоянном f. Поэтому нижняя ветвь S-образной кривой обрывается и в этой точке ожидается скачок поля. Неустойчивость исчезает, когда отстройка D целиком компенсирована сдвигом собственной частоты; все такие решения лежат на верхней ветви. Средняя ветвь с отрицательным наклоном состоит только из неустойчивых решений.

Две критические точки $V|\bar{\psi}|^2 = B_{1,2}$, в которых ожидаются скачки между ветвями устойчивости с увеличением или уменьшением f, легко найти, решив уравнение $\mathrm{d}f^2/\mathrm{d}|\bar{\psi}|^2 = 0$, что даёт [23, 27]

$$B_{1,2} = \frac{2D}{3} \mp \frac{1}{3}\sqrt{D^2 - 3\gamma^2}, \tag{9}$$

а соответствующие $f_{1,2}^2 = f^2(B_{1,2})$ вычисляются по формуле (8):

$$f_{1,2}^2 = \frac{2}{27V}\left[D^3 + 9D\gamma^2 \pm \sqrt{(D^2 - 3\gamma^2)^3}\right]. \tag{10}$$

Видно, что бистабильность существует при $D > \sqrt{3}\gamma$ и сколь угодно малом значении $V|\bar{\psi}|^2$, если только величина γ, определяющаяся добротностью резонатора, тоже достаточно мала, а D сопоставима с ней. Бистабильность поляритонов впервые обнаружили в структуре на основе GaAs с $\gamma \approx 0{,}2$ мэВ и $R \approx 2{,}8$ мэВ [27]. Намного сильнее она проявляется в современных образцах с $\gamma \lesssim 0{,}05$ мэВ и $R \gtrsim 10$ мэВ, в которых поле макроскопически когерентно на обеих ветвях устойчивости даже при $D \gtrsim 10\,\gamma$ (см. например, [51]).

Отметим, что переход конденсата на верхнюю ветвь устойчивости может быть опосредован пока не учтёнными поляритонами с другими k, в результате чего порог f_1 понижается. Этот эффект рассмотрен в разделе 5. Сейчас для нас важно только то, что в некотором интервале f есть сразу две ветви устойчивых одномодовых решений.

Если внешняя волна поляризована не строго циркулярно, то возбуждаются обе спиновые компоненты. При $g = 0$ можно считать, что каждой из них соответствует своя S-образная кривая [28]. Всего, таким образом, есть четыре ветви устойчивых решений, заметно различающиеся по интенсивности $I = |\bar{\psi}_+|^2 + |\bar{\psi}_-|^2$ или степени круговой поляризации

$$\rho_{\mathrm{c}} = \frac{|\bar{\psi}_+|^2 - |\bar{\psi}_-|^2}{|\bar{\psi}_+|^2 + |\bar{\psi}_-|^2}. \tag{11}$$

Пусть, например, внешнее поле имеет степень круговой поляризации x, тогда четыре критических значения его интенсивности $|f_+|^2 + |f_-|^2$, при которых происходят скачки между ветвями, равны $2f_{1,2}^2/(1 \pm x)$ [30]. Величины $f_{1,2}^2$ берутся из (10), хотя для f_1^2 может потребоваться упомянутая выше поправка.

Скачки амплитуды и поляризации конденсата в критических точках непосредственно видны по выходящему из резонатора свету. Их наблюдение позволило с хорошей точностью проверить исходные предпосылки теории: когерентность, отсутствие спиновой релаксации,

взаимодействие вида $|\psi|^4$ и т.п. Выяснилось, что чем сильнее экситон-фотонная связь, а сама структура чище и однороднее, тем меньше отклонения экспериментальных результатов от модели (1). Например, в первых экспериментах такого типа, выполненных около 2010 г. [31, 32, 87], расщепление Раби было не столь большим и поляритоны возбуждались вблизи экситонного уровня. Поэтому пришлось учесть долгоживущие тёмные (т.е. не взаимодействующие со светом) экситоны с $J_z = \pm 2$, рождающиеся парами при столкновениях светлых экситонов; вероятность этого невелика, но, постепенно накапливаясь, тёмные экситоны формируют некогерентный резервуар и влияют на собственную частоту E_{LP} [32, 88–91]. Однако уже несколько лет спустя технология усовершенствовалась, в экспериментах стало возможным возбуждать относительно чистое когерентное состояние и все основные предсказания модели (1) начали воспроизводиться без лишних допущений и подгонки [80].

Решая уравнения (1) численно, можно проследить динамику переходов. И расчёты, и эксперименты показывают, что характерные времена переключений обычно сопоставимы с $\hbar/\gamma$ и $\hbar/D$, т.е. конденсат действительно ведёт себя подобно вынужденному осциллятору. Для того чтобы записать сигнал с временны́м разрешением, используют не непрерывную, а импульсную накачку, но эффект мультистабильности отчётливо проявляется даже при импульсах длиной в несколько $\tau = \hbar/\gamma$ [55–57].

Иногда применяют двухлучевое возбуждение: непрерывная плоская волна создаёт мультистабильный конденсат, а короткий импульс служит триггером его переходов между ветвями устойчивости [35, 92]. Эту же роль может играть и быстрый акустический импульс [93], возмущающий период решётки, а также E_{g}, E_{X}, E_{LP}, и в итоге D на масштабе времени τ (подобные импульсы генерируются оптико-акустическими преобразователями [94, 95]). В том и другом случаях конденсат ведёт себя как *мультистабильная ячейка*. В исследованном в работе [35] микростолбике с латеральным размером всего 3 мкм наблюдаемое время переключения спина составило 5 пс при $\tau = 15$ пс, что меньше, чем в самых быстрых электронных переключателях. Такой размерно-квантованный микростолбик с дискретным спектром E_{LP} особенно похож на простой осциллятор, если все его моды, кроме одной, лежат выше E_{p} и не возбуждаются.

До этого мы говорили о переключениях, происходящих со временем, но иногда состояния с разных ветвей устойчивости сосуществуют в пространстве. Это случается, когда либо внешнее поле, либо собственная энергия неоднородны в плоскости резонатора. И хотя в данном случае нельзя говорить о единственной конденсатной моде, представление о мультистабильности помогает качественно объяснить происходящее, а численные решения уравнений, похожих на (1), воспроизводят экспериментальные результаты. Например, если накачка поляризована эллиптически и её амплитуда убывает с удалением от центра, то в распределении поля в рабочем слое возникает плоское кольцо с высоким ρ_{c}, где усилена, т.е. находится "на верхней ветви", лишь одна спиновая компонента; внутри этого кольца усилены обе компоненты, а вне — ни одна из них [29, 32, 33]. Неоднородность в распределении собственной энергии обычно компенсируется синим сдвигом [96], однако вблизи критических точек она может приводить к сильной поляризационной неоднородности излучения [56].

Красивые пространственные эффекты возникают опять же при двухлучевой накачке, когда одна волна является плоской и характеризуется определённым волновым числом k_{p}, но имеет низкую интенсивность, а другой луч — мощный короткий импульс, сфокусированный в область микрометрового размера. То, какой эффект вызывает второй луч, зависит от k_{p}. Если k_{p} меньше, чем точка перегиба $E_{\mathrm{LP}}(k)$, то он может запустить цепочку переходов в верхнее устойчивое состояние, происходящих друг за другом всё дальше от места активации подобно передаче сигнала по нейрону [34, 97]. Если же k_{p} лежит выше точки перегиба, то второй луч может возбудить солитон, движущийся в рабочем слое без диссипации со скоростью $\sim 10^{-2}c$ (для GaAs), — это как бы отдельный представитель верхнего устойчивого состояния на фоне нижнего [98–102].

Итак, множество интересных эффектов развивается из затравочной неоднородности, и здесь были упомянуты далеко не все. Однако мы не будем ими заниматься, а рассмотрим сравнительно фундаментальные процессы, которые могут идти даже в совершенно однородной поляритонной системе, возбуждаемой плоской волной. Мы увидим, что представление о конденсате во внешнем поле как своего рода диссипативном осцилляторе, подчинённом гармонической силе, не всегда верно. Фазовая, пространственная и спиновая симметрия такой системы может спонтанно нарушаться. О всём этом можно будет говорить с единой точки зрения, определив надконденсатные квазичастицы.

4. Боголюбовские квазичастицы

Впервые задача о спектре надконденсатных мод была рассмотрена Боголюбовым в связи с вопросами сверхтекучести [46]. Поляритонная система во многом аналогична, так как она имеет тот же тип нелинейности ($|\psi|^4$), что и модель конденсата охлаждаемых атомов. В частности, если конденсат имеет нулевой импульс, то слабо населённые моды $\pm\mathbf{k}$ линейно связаны между собой с силой, пропорциональной квадрату амплитуды конденсата. Это верно вне зависимости от того, как возник конденсат, равновесным образом или во внешнем поле, поэтому одно и то же унитарное преобразование приводит к частицам с похожими свойствами. Но между нашей системой и равновесным конденсатом есть два существенных различия, влияющих на спектры возбуждений.

Во-первых, различаются частоты колебаний поля в конденсатном состоянии; соответствующую энергию также называют химическим потенциалом, имея в виду, что это средняя энергия одной частицы [6]. В нашем случае колебания идут на частоте внешнего поля $E_{\mathrm{p}}/\hbar$, а в равновесном конденсате — на собственной частоте $(E_{\mathrm{LP}} + V|\psi|^2)/\hbar$, сдвинутой вследствие взаимодействия. Начало отсчёта энергии неважно, поэтому можно вычесть E_{LP} и считать, что химические потенциалы в этих двух случаях равны соответственно $D = E_{\mathrm{p}} - E_{\mathrm{LP}}$ и $V|\psi|^2$. Из формулы (9) видно, что $V|\psi|^2 = D$ в левой поворотной точке S-образной кривой (B_2) при $\gamma \to 0$. Именно в этой точке и только в ней возникает "звуковой" спектр возбуждений, как в равновесном бозе-эйнштейновском конденсате.

Во-вторых, неравновесный конденсат может потерять устойчивость. Это происходит, когда в спектре воз-

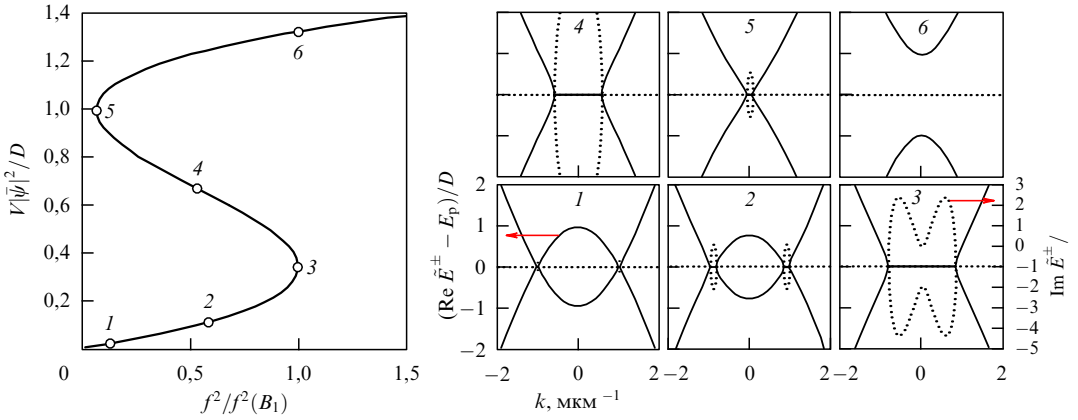


Рис. 2. Спектры боголюбовских квазичастиц $\tilde{E}^{\pm}(k)$ в различных точках S-образной кривой. $\gamma = 0{,}05$ мэВ, $D = 10\gamma$, остальные параметры такие же, как для рис. 1.

буждений есть моды с положительной мнимой частью энергии, которые не затухают, как обычно, а растут со временем, усиливая флуктуации. Боголюбов показал, что неустойчивость равнозначна нарушению теплового равновесия и поэтому противоречит исходной предпосылке о бозе-конденсации. Но мы имеем дело с изначально неравновесной и, кроме того, открытой системой. Неустойчивость в консервативной системе привела бы только к перераспределению энергии между модами, а в простейшем случае растущая мода сама стала бы одним из параметров порядка, отобрав у конденсата часть энергии [103]. Однако в нашем случае иногда сложно предсказать, к какому новому состоянию система придёт в результате развития неустойчивости. Ниже мы опишем очень простую бифуркацию типа "мягкой моды", которая, как выясняется в разделе 5, может приводить к накоплению энергии конденсата, множественному рассеянию и дальнейшей перестройке спектра возбуждений.

Для простоты возьмём уравнение (1) без учёта спина и перейдём в импульсное пространство, положив

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}}(t) \exp(\mathrm{i}\mathbf{k}\mathbf{r}) . \tag{12}$$

Отметим, что $\psi_{\mathbf{k}=0}$ совпадает по смыслу с *локальной* амплитудой $\bar{\psi}$ в уравнении (7) и нам не придётся изменять единицы. Получаем систему уравнений [26, 38]

$$\mathrm{i}\hbar \frac{\mathrm{d}\psi_{\mathbf{k}}}{\mathrm{d}t} = \bigl(E_\mathrm{LP}(\mathbf{k}) - \mathrm{i}\gamma\bigr)\psi_{\mathbf{k}} + \delta_{\mathbf{k},0} f \exp\left(-\frac{\mathrm{i}E_\mathrm{p}t}{\hbar}\right) + V \sum_{\mathbf{q}_1} \sum_{\mathbf{q}_2} \psi^*_{\mathbf{q}_1+\mathbf{q}_2-\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{q}_1} \psi_{\mathbf{q}_2} . \tag{13}$$

Положим теперь

$$\psi_{\mathbf{k}}(t) = \delta_{\mathbf{k},0}\bar{\psi} \exp\left(-\frac{\mathrm{i}E_\mathrm{p}t}{\hbar}\right) + \tilde{\psi}_{\mathbf{k}} \exp\left(-\frac{\mathrm{i}\tilde{E}(\mathbf{k})t}{\hbar}\right), \tag{14}$$

где $|\tilde{\psi}_{\mathbf{k}}/\bar{\psi}| \ll 1$ для всех $\mathbf{k}$, $\tilde{E}(\mathbf{k})$ — искомая функция. Будем считать, что $\bar{\psi}$ удовлетворяет уравнению (7), тогда все члены $\propto \exp(-\mathrm{i}E_\mathrm{p}t/\hbar)$ в уравнении (13) для $\mathbf{k} = 0$ погашаются взаимно. Умножив обе части (13) на $\exp(\mathrm{i}\tilde{E}(\mathbf{k})t/\hbar)$, в первом порядке по $\tilde{\psi}_{\mathbf{k}}$ имеем для всех $\mathbf{k}$

$$\tilde{E}(\mathbf{k})\tilde{\psi}_{\mathbf{k}} = \bigl(E_\mathrm{LP}(\mathbf{k}) - \mathrm{i}\gamma\bigr)\tilde{\psi}_{\mathbf{k}} + 2V\bar{\psi}^*\bar{\psi}\tilde{\psi}_{\mathbf{k}} + V\bar{\psi}^2\tilde{\psi}^*_{-\mathbf{k}} \exp\left[-\frac{\mathrm{i}\bigl(2E_\mathrm{p} - \tilde{E}(\mathbf{k}) - \tilde{E}(-\mathbf{k})\bigr)t}{\hbar}\right]. \tag{15}$$

Все члены, кроме последнего, не зависят от t, следовательно,

$$\tilde{E}(\mathbf{k}) + \tilde{E}(-\mathbf{k}) = 2E_\mathrm{p} . \tag{16}$$

По сути, это условие баланса фаз, необходимое для существования решений вида (14), но оно также выражает сохранение энергии в элементарных актах рассеяния $(0,0) \leftrightarrow (\mathbf{k}, -\mathbf{k})$.

Согласно (15), конденсат даёт аддитивную поправку $2V|\bar{\psi}|^2$ к энергии любой моды (предпоследний член) и, помимо того, связывает между собой моды $\pm\mathbf{k}$ (последний член), что тоже влияет на их энергии. Чтобы теперь получить замкнутую задачу, надо добавить такое же уравнение для $\tilde{\psi}_{-\mathbf{k}}$, сделать в нём комплексное сопряжение всех членов и выразить $\tilde{E}(-\mathbf{k})$ через $\tilde{E}(\mathbf{k})$ согласно (16). В итоге получим

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_{\mathbf{k}} \\ \tilde{\psi}^*_{-\mathbf{k}} \end{pmatrix} = \mathbf{0} , \tag{17}$$

где

$$a_{11} = E_\mathrm{LP}(\mathbf{k}) + 2V|\bar{\psi}|^2 - \mathrm{i}\gamma - \tilde{E}(\mathbf{k}) , \qquad a_{12} = V\bar{\psi}^2 ,$$

$$a_{21} = -V\bar{\psi}^{*2} , \qquad a_{22} = 2E_\mathrm{p} - E_\mathrm{LP}(-\mathbf{k}) - 2V|\bar{\psi}|^2 - \mathrm{i}\gamma - \tilde{E}(\mathbf{k}).$$

Вообще говоря, $\tilde{\psi}_{\pm\mathbf{k}}$ следовало бы считать операторами, а не числами, поскольку возбуждения малы, но для линейной задачи это несущественно. Решив уравнение $\det(\cdot) = 0$, находим

$$\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k}) = E_\mathrm{p} - \mathrm{i}\gamma \pm \sqrt{\bigl(E_\mathrm{p} - E_\mathrm{LP}(\mathbf{k}) - 2V|\bar{\psi}|^2\bigr)^2 - \bigl(V|\bar{\psi}|^2\bigr)^2} . \tag{18}$$

Рассмотрим характерные случаи (рис. 2). Видно, например, что $\tilde{E}^-(\mathbf{k})$ совпадает с $E_\mathrm{LP}(\mathbf{k}) - \mathrm{i}\gamma$ при $\bar{\psi} = 0$. Выше мы из общих соображений нашли, что обычный боголюбовский спектр должен получаться при $V|\bar{\psi}|^2 = D$ и $\gamma \to 0$. И действительно, в таком случае имеем

$$\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k}) - E_\mathrm{p} = \pm\sqrt{E'_\mathrm{LP}(\mathbf{k})\bigl[E'_\mathrm{LP}(\mathbf{k}) + 2D\bigr]} , \tag{19}$$

где $E'_\mathrm{LP}(\mathbf{k}) = E_\mathrm{LP}(\mathbf{k}) - E_\mathrm{LP}(0)$. При $E_\mathrm{X} = E_\mathrm{C}(0) = E_0$ "скорость звука" в конденсате равна $c\sqrt{D/\varepsilon E_0}$.

Звуковой спектр в нашем случае — вырожденное решение в граничной точке B_2. Для всех $V|\bar{\psi}|^2 > B_2$, т.е. на верхней ветви S-образной кривой, конденсат находится в центре спектральной щели, ширина которой

$\mathrm{Re}\,(\tilde{E}^{+}(0)-\tilde{E}^{-}(0))$ растёт с увеличением $|\bar{\psi}|$. Моды $\tilde{E}^{\pm}(0)$ затухают, но они могут быть слабо населены при импульсном возбуждении и затем обнаружены как в спектре, так и по осцилляциям амплитуды конденсата [104, 105].

Обратимся к анализу устойчивости. Отметим, во-первых, что если подкоренное выражение в (18) меньше нуля, то вещественные части $\tilde{E}^{\pm}$ совпадают. Значит, если решение $\bar{\psi}$ неустойчиво, то спектральные поверхности $\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{+}(\mathbf{k})$ и $\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{-}(\mathbf{k})$ склеены между собой в некоторой плоской области с энергией E_p. Отсюда следует, в частности, что решения со щелью, когда $\mathrm{Re}\,[\tilde{E}^{+}-\tilde{E}^{-}]>0$ для всех $\mathbf{k}$, устойчивы, а неустойчивость возможна только при $V|\bar{\psi}|^2<B_2$. Разрешив неравенство $\mathrm{Im}\,\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k};\bar{\psi})>0$ относительно $\bar{\psi}$ для заданного $\mathbf{k}$, получаем $P_1(\mathbf{k})<V|\bar{\psi}|^2<P_2(\mathbf{k})$, где

$$P_{1,2}(\mathbf{k})=\frac{2}{3}\big(E_\mathrm{p}-E_\mathrm{LP}(\mathbf{k})\big)\mp\frac{1}{3}\sqrt{\big(E_\mathrm{p}-E_\mathrm{LP}(\mathbf{k})\big)^2-3\gamma^2}\,. \tag{20}$$

При $\mathbf{k}=0$ эти выражения совпадают с $B_{1,2}$, поэтому все решения с отрицательным наклоном S-образной кривой действительно неустойчивы даже в микростолбике. Конденсат в этом случае сам находится в плоской спектральной области растущих мод.

Но даже будучи ещё "внутренне" стабильным, конденсат может начать распадаться на другие моды с $\mathbf{k}\neq 0$. Это имеет место при совсем небольшой амплитуде. Заметив, что $\mathrm{d}P_1(\mathbf{k})/\mathrm{d}(E_\mathrm{p}-E_\mathrm{LP}(\mathbf{k}))>0$ при $E_\mathrm{p}-E_\mathrm{LP}(\mathbf{k})>2\gamma$, легко найти, что порог рассеяния достигается на окружности $E_\mathrm{LP}(|\mathbf{k}|)=E_\mathrm{p}-2\gamma$ и составляет

$$P=\min_{\mathbf{k}}P_1(\mathbf{k})=\gamma,\quad\text{если}\quad D>2\gamma\,. \tag{21}$$

Итак, конденсат начинает распадаться ещё на нижней ветви S-образной кривой, причём отношение порогов P/B_1 равно $3\gamma/D$ при $\gamma\to 0$. Порог рассеяния лежит в бистабильной области, поскольку, с другой стороны, $\lim_{\gamma\to 0}f^2(B_2)/f^2(P)=\gamma/D$.

О том, что именно происходит при малом превышении порога P, нельзя ничего сказать в рамках теории, линейной по $\tilde{\psi}_\mathbf{k}$. Исходя из того что во всяком "акте рассеяния" энергия сохраняется, а потеря устойчивости в точке P является, как говорят, *мягкой*, т.е. $\max_\mathbf{k}\mathrm{Im}\,\tilde{E}(\mathbf{k})$ плавно переходит через нуль по мере увеличения f и $|\bar{\psi}|$, естественно было бы ожидать в этой точке "фазовый переход второго рода" с непрерывной зависимостью $|\psi_\mathbf{k}|$ от f для всех $\mathbf{k}$. По крайней мере, так очень часто полагают в схожих случаях в физике лазеров [103]. Но в данном случае такое предположение неверно; в действительности распад конденсата на боголюбовские пары запускает процесс накопления энергии, который не похож на фазовые переходы ни второго, ни первого рода.

5. Режим с обострением

По достижении порога рассеяния (21) энергия накапливается вследствие положительной обратной связи между амплитудами конденсата и распадных мод в постоянных внешних условиях [50, 51]. При сравнительно небольшой постоянной накачке

$$f^2\gtrsim f^2(P)=\frac{\gamma}{V}\big[(D-\gamma)^2+\gamma^2\big]\,, \tag{22}$$

сдвигающей резонанс на величину $V|\psi_0|^2\gtrsim P=\gamma$, система самопроизвольно переходит на верхнюю ветвь устойчивости, где, как обычно, $V|\psi_0|^2\gtrsim D$. Со временем амплитуда конденсата возрастает по гиперболическому закону, и относительно долгий инкубационный период, длительность которого стремится к бесконечности при $f\to f(P)+0$, завершается скачком на верхнюю ветвь. Такие процессы, называемые "режимами с обострением" (в англоязычной литературе — blowup), могут возникать, например, в моделях на основе нелинейного уравнения Шрёдингера с притяжением частиц (самофокусировкой поля) [106, 107]. В нашем случае режим с обострением вызван тем, что система открыта.

Накапливая энергию, можно возбудить сильное поле в микрорезонаторе даже с очень высокой добротностью $Q\propto 1/\gamma$ при $D>\gamma$. Проблема состоит в том, что, поскольку брэгговские зеркала отражают свет как изнутри, так и снаружи, с увеличением Q они всё хуже пропускают его в резонатор со стороны источника излучения. В связи с этим пороговая интенсивность не эффективного, а настоящего внешнего электромагнитного поля могла бы стать слишком высокой и волна с такой интенсивностью только повредила бы внешний отражающий слой. Но поскольку $f^2(P)\propto\gamma$ при $\gamma\to 0$, зависимость пороговой интенсивности внешнего поля от Q существенно ослабляется.

В разделе 5.1 мы теоретически покажем, что амплитуда конденсата не уменьшается, а действительно возрастает при рассеянии; для этого придётся учесть $\psi_{\mathbf{k}\neq 0}$ во втором порядке [50]. В разделе 5.2 проиллюстрируем развитие неустойчивости на примере численного решения уравнений (13). Затем в разделе 5.3 приведём экспериментальные свидетельства о режиме с обострением [51, 52] и обсудим некоторые общие следствия.

5.1. Теоретический анализ

В уравнении (13) для $\mathbf{k}=0$ мы теперь учтём все члены взаимодействия, которые пропорциональны ψ_0:

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\mathrm{d}\psi_0}{\mathrm{d}t}=\big(E_\mathrm{LP}(0)-\mathrm{i}\gamma\big)\psi_0+f\exp\left(-\frac{\mathrm{i}E_\mathrm{p}t}{\hbar}\right)+V\psi_0^*\psi_0\psi_0+$$
$$+2V\psi_0\sum_{\mathbf{k}\neq 0}\psi_\mathbf{k}^*\psi_\mathbf{k}+V\psi_0^*\sum_{\mathbf{k}\neq 0}\psi_\mathbf{k}\psi_{-\mathbf{k}}\,. \tag{23}$$

Рассуждая от противного, допустим, что в процессе рассеяния $(0,0)\to(\mathbf{k},-\mathbf{k})$ наступило равновесие, в результате каждая мода $\mathbf{k}$ осциллирует с какой-то определённой частотой и имеет постоянную амплитуду. Выделим фазовые множители:

$$\psi_\mathbf{k}(t)=\bar{\psi}_\mathbf{k}\exp(\mathrm{i}\phi_\mathbf{k})\exp\left(-\frac{\mathrm{i}E(\mathbf{k})t}{\hbar}\right),\quad\text{где}\quad\bar{\psi}_\mathbf{k}\geqslant 0\,. \tag{24}$$

Ясно, что равновесие в принципе достижимо только при соблюдении баланса частот $E(\mathbf{k})+E(-\mathbf{k})=2E_\mathrm{p}$. Тогда из (23) получается статическое уравнение, которое мы запишем по аналогии с (8):

$$\bar{\psi}_0^2=\frac{f^2}{(E_\mathrm{p}-E_\star-V\bar{\psi}_0^2)^2+\gamma_\star^2}\,, \tag{25}$$

где введены обозначения

$$E_\star=E_\mathrm{LP}(0)+V\sum_{\mathbf{k}\neq 0}(2\bar{\psi}_\mathbf{k}^2+\bar{\psi}_\mathbf{k}\bar{\psi}_{-\mathbf{k}}\cos\alpha_\mathbf{k})\,, \tag{26}$$

$$\gamma_\star = \gamma + V\sum_{\mathbf{k}\neq 0} \bar{\psi}_{\mathbf{k}}\bar{\psi}_{-\mathbf{k}} \sin\alpha_{\mathbf{k}}\,, \tag{27}$$

$$\alpha_{\mathbf{k}} = 2\phi_0 - \phi_{\mathbf{k}} - \phi_{-\mathbf{k}}\,. \tag{28}$$

$E_\star$ и $\gamma_\star$ выступают здесь как собственная энергия и декремент затухания конденсата. Если между конденсатом и всеми модами, на которые он распадается, действительно существует равновесие, то при постоянном значении f увеличение потерь конденсата должно приводить к уменьшению его амплитуды,

$$\frac{\delta\bar{\psi}_0}{\delta\gamma_\star} < 0\,, \tag{29}$$

тогда как в противном случае полная энергия может возрастать самопроизвольно. Символ δ здесь обозначает малые воображаемые изменения, которые нужны для анализа устойчивости статического решения. Проверим соотношение (29). Дифференцируя (25), находим

$$\delta\bar{\psi}_0 = \bar{\psi}_0\frac{\delta X}{Y}\,, \tag{30}$$

где

$$\delta X = (E_\mathrm{p} - E_\star - V\bar{\psi}_0^2)\delta E_\star - \gamma_\star\delta\gamma_\star\,, \tag{31}$$

$$Y = (E_\mathrm{p} - E_\star - 2V\bar{\psi}_0^2)^2 - (V\bar{\psi}_0^2)^2 + \gamma_\star^2\,. \tag{32}$$

С помощью формулы (25) легко также убедиться, что $Y = \partial(f^2)/\partial(\bar{\psi}_0^2)$. С увеличением $\bar{\psi}_0$ эта величина изменяет знак в уже известной граничной точке

$$V\bar{\psi}_0^2 = \frac{2}{3}(E_\mathrm{p} - E_\star) - \frac{1}{3}\sqrt{(E_\mathrm{p} - E_\star)^2 - 3\gamma_\star^2}\,, \tag{33}$$

где ожидается скачок амплитуды. Нас интересует, может ли равновесие установиться раньше скачка, поэтому найдём минимум $\delta X/\delta\gamma_\star$ на нижней ветви решений. Так как выражение (31) уменьшается с увеличением $V\bar{\psi}_0^2$ при $\delta E_\star > 0$, подставим в него граничное значение (33), что даёт

$$\delta X > \frac{1}{3}\left[E_\mathrm{p} - E_\star + \sqrt{(E_\mathrm{p} - E_\star)^2 - 3\gamma_\star^2}\right]\delta E_\star - \gamma_\star\delta\gamma_\star\,. \tag{34}$$

Выражение в правой части (34) уменьшается с увеличением и $E_\star$, и $\gamma_\star$. Вплоть до предельной точки $E_\mathrm{p} - E_\star = \sqrt{3}\gamma_\star$, т.е. когда нижняя ветвь решений существует как таковая, имеем

$$\frac{1}{\gamma_\star}\frac{\delta X}{\delta\gamma_\star} > \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\delta E_\star}{\delta\gamma_\star} - 1\,. \tag{35}$$

Найдём теперь $\delta E_\star/\delta\gamma_\star$ при $\delta\bar{\psi}_{\mathbf{k}\neq 0} \geqslant 0$. Задача имеет круговую симметрию, поэтому

$$\frac{\delta E_\star}{\delta\gamma_\star} = \frac{\sum_{\mathbf{k}\neq 0} u_{\mathbf{k}}\delta v_{\mathbf{k}}}{\sum_{\mathbf{k}\neq 0}\delta v_{\mathbf{k}}}\,, \tag{36}$$

где

$$u_{\mathbf{k}} = \frac{2 + \cos\alpha_{\mathbf{k}}}{\sin\alpha_{\mathbf{k}}}\,, \qquad \delta v_{\mathbf{k}} = \sin(\alpha_{\mathbf{k}})\bar{\psi}_{\mathbf{k}}\delta\bar{\psi}_{\mathbf{k}}\,. \tag{37}$$

(Согласно [50], такие же выражения получаются и в более общем случае конденсата с ненулевым $\mathbf{k}$.) Заметим, что если $\bar{\psi}_{\mathbf{k}} > 0$, то в условиях равновесия обязательно должно быть $\sin\alpha_{\mathbf{k}} > 0$, так как знак $\sin\alpha_{\mathbf{k}}$ определяет, в какую сторону идёт процесс $(0,0) \leftrightarrow (\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ (ср. с (27)). Тогда выражение (36) имеет смысл среднего значения величины $|u_{\mathbf{k}}|$ с весовой функцией $|\delta v_{\mathbf{k}}|$, следовательно,

$$\frac{\delta E_\star}{\delta\gamma_\star} \geqslant \min_\alpha\left|\frac{2 + \cos\alpha}{\sin\alpha}\right| = \sqrt{3}\,. \tag{38}$$

Объединив этот результат с (35) и затем с (30), мы видим, что условие равновесия (29) невыполнимо на нижней ветви статических решений.

Возвращаясь к процессу рассеяния, можно заключить, что амплитуда конденсата не ограничена по причине роста его потерь выше порога — наоборот, она сама возрастает и, как показано в работе [50], *скорость роста* распадных мод в связи с этим тоже непрерывно увеличивается. Положительная обратная связь между амплитудой и эффективной резонансной частотой конденсата действует теперь через распадные моды — сначала сколь угодно медленно при $f \to f(P) + 0$. Однако со временем она накоротко замыкается в точке $Y = 0$, и тогда происходит скачок на верхнюю ветвь устойчивости.

Консервативность связи $|\psi|^4$ проявляется в балансе частот (16), но не в балансе энергии, потому что всё время действует внешнее поле. Но именно в том случае, когда $\gamma \to 0$ и, в соответствии с (22), $f(P) \to 0$, т.е. когда система становится всё ближе к бездиссипативной и замкнутой, такое её поведение особенно противоречит интуитивным представлениям.

5.2. Численный пример

Теперь вернёмся к уравнениям (13) и на примере их численного решения рассмотрим оставшиеся вопросы: с одной стороны, роль флуктуаций и начальных условий, а с другой — сильную неустойчивость непосредственно перед скачком амплитуды конденсата.

Данный пример из статьи [50] (рис. 3) получен при $D/\gamma = = 12{,}5$ и таком f^2, для которого

$$f^2(P) : f^2 : f^2(B_1) \approx 1 : 1{,}1 : 3\,. \tag{39}$$

Для того чтобы смоделировать флуктуации, в правую часть уравнений (13) добавляется стохастический источник $\xi_{\mathbf{k}}$. Его фаза $\arg\xi_{\mathbf{k}}$ — случайная величина с равномерным распределением от 0 до 2π, обновляющаяся каждые 0,08 пс ($\lesssim \hbar/R$) в каждом узле расчётной сетки $\mathbf{k}$. Постоянная и одинаковая для всех $\mathbf{k}$ амплитуда $|\xi_{\mathbf{k}}|$ подобрана так, чтобы при $f = 0$ средняя населённость каждой моды составляла $V|\psi_{\mathbf{k}}|^2 \sim 10^{-9}P$. Закон дисперсии $E_{\mathrm{LP}}(k)$ определяется параметрами $E_\mathrm{C}(0) = = E_\mathrm{X} = 1{,}45$ эВ, $R = 6{,}4$ мэВ и $\varepsilon = 12{,}5$. Ширина резонанса составляет $\gamma = \hbar/\tau = 0{,}04$ мэВ ($\tau \approx 16$ пс), отстройка накачки $D = 0{,}5$ мэВ, диапазон волновых чисел $-1{,}5 \leqslant k_{x,y} \leqslant 1{,}5$ мкм$^{-1}$, размерность сетки 81×81, граничные условия циклические. В течение 50 пс накачка f^2 линейно увеличивается от нуля до уровня (39) и затем остаётся постоянной. Момент, в который f^2 выходит на заданный уровень, принят за нуль на временно́й шкале. Нас интересует последующая эволюция системы, которая не зависит от конкретного значения константы V, учтённого в определениях $f^2(B_1)$ (см. (10)) и $f^2(P)$ (см. (22)). Для интегрирования уравнений использовалась схема Рунге – Кутты с коррекцией шага.

Согласно (13), величина $|\psi_{\mathbf{k}}|$ пропорциональна $|\psi^*_{-\mathbf{k}}|$. Следовательно, в идеальной системе конденсат не будет распадаться, если $\psi_{\mathbf{k}} = 0$ для всех $\mathbf{k} \neq 0$. Ненулевые $\psi_{\mathbf{k}}$

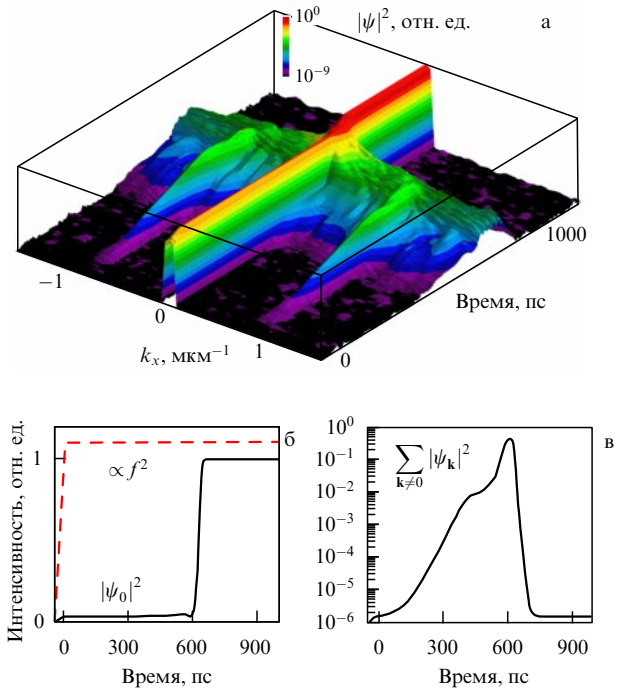


Рис. 3. (В цвете онлайн.) Эволюция поляритонной системы в режиме с обострением [50]. (а) Распределение $|\psi_{\mathbf{k}}(t)|^2$ вдоль оси $k_y = 0$. Интенсивность накачки, конденсатной моды (б) и всех надконденсатных мод (в) в зависимости от времени.

легко обеспечиваются рэлеевским рассеянием, но оно же и мешает нелинейному сигналу вырасти на фоне шума. Появление коррелированных пар типа сигнал/холостой сигнал (idler) из шумового субстрата — сложный процесс, длительность которого зависит от соотношения характерных времён роста сигнала $\hbar/\operatorname{Im}\tilde{E}(\mathbf{k}, |\bar{\psi}_0|)$ и его случайной дефазировки. Здесь мы ограничимся иллюстрацией: как видно из рис. 3, регулярный рост $|\psi_{\mathbf{k}}(t)| \propto \exp(\Gamma t)$ с постоянным Γ начинается только при $t \approx 160$ пс $\approx 10\,\tau$. Ко времени его окончания ($t \approx 400$ пс) становится заметным небольшое увеличение $|\psi_0|$.

После $t \approx 400$ пс наступает новый беспорядок уже чисто динамической природы. Конденсат теперь находится в центре большого круга растущих мод ($\operatorname{Re}\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k}) = E_{\mathrm{p}}$) с различными $|\mathbf{k}|$. Возникают вторичные каналы рассеяния, не учтённые в уравнении (23), и система теряет то распределение фаз $\alpha_{\mathbf{k}}$, при котором энергия копилась ранее. Но конденсат уже и сам по себе нестабилен; в какой-то момент он резко изменяет фазу, увеличивает амплитуду и, достигнув верхней ветви устойчивости, больше не распадается ($t \gtrsim 600$ пс).

По-разному выбирая параметры, можно изменять время отдельных стадий этого перехода, но если система однородна и энергия не может уходить из неё иначе, кроме как излучаясь из резонатора наружу, то стадия экспоненциального роста распадных мод всегда завершается скачком на верхнюю ветвь устойчивости.

5.3. Эксперименты

Режим с обострением наблюдался при импульсной накачке [51], когда величины $|\psi_{\mathbf{k}}(t)|^2$ могут быть измерены непосредственно (с точностью до коэффициента пропускания). В [51] импульс имел гауссову форму с латеральным размером 45 мкм и длительностью около 200 пс. Было показано, что начало рассеяния действительно запускает процесс накопления энергии. Населённость распадных мод увеличивалась даже при уменьшающейся накачке, т.е. на заднем фронте импульса, а скачок $|\psi_0|^2$ наблюдался затем при двукратном уменьшении $f^2(t)$ с задержкой около 100 пс относительно максимума. При этом, в полном соответствии с рис. 3, в процессе перехода сначала возбуждались моды с определённым $|\mathbf{k}|$, а затем широкая область вокруг конденсата. Как и ожидалось, режим с обострением отсутствовал в случаях слишком слабой или слишком сильной накачки.

Зададимся вопросом: можно ли как-то задержать эволюцию системы в её самой неустойчивой фазе? Для этого надо обеспечить отток энергии, не разрывая обратной связи между конденсатом и распадными модами. Оказалось, что это можно сделать, если в обычной латерально однородной структуре возбуждать только малое пятно радиусом в несколько микрометров [52]. В таком случае разбегание поляритонов с ненулевыми $\mathbf{k}$ всё время уводит часть энергии за пределы неустойчивой области в центре пятна.

Эксперимент [52] выполнялся при непрерывной накачке. Как всегда в таких случаях, сигнал пропускания не разрешался по времени, но мог сколь угодно долго накапливаться вблизи порога. С увеличением амплитуды внешнего поля наблюдались два скачка сигнала: первый — преодоление рэлеевского рассеяния распадной модой, а второй — переход на верхнюю ветвь устойчивости. В промежутке переход остаётся незавершённым даже при $t \to \infty$ из-за оттока энергии. Ясно, что неустойчивость сильнее всего непосредственно перед вторым скачком. Здесь конденсат испытывает сильное обратное воздействие распадных мод, амплитуда каждой из которых в среднем мала, но изменяется быстро и беспорядочно. Следовательно, все моды, включая сам конденсат, уже не похожи на осциллятор, возбуждаемый постоянной гармонической силой, так что предположение о макроскопической когерентности может стать неприменимым. И действительно, именно в этой области, и только в ней, временна́я корреляционная функция второго порядка, измеренная с помощью интерферометра Брауна – Твисса, показала скачок до 1,8 вместо обычной для классического света величины 1,0.

Когда говорят о *неклассических* поляритонных состояниях, возникающих при рассеянии, джозефсоновских переходах и т.п., обычно предполагают, что хотя бы одна из связанных мод имеет низкую населённость, позволяющую проявиться квантовым эффектам [108 – 110]. Но в данном случае некогерентные состояния порождает в определённом смысле сам конденсат. Сверхпуассоновская статистика фотонов обнаружилась, когда интенсивность поля была уже на порядок больше, чем в заведомо когерентном состоянии ниже порога. Кроме того, ещё в 2004 г. сообщалось о неклассическом излучении со "сжатым" соотношением неопределённостей в преддверии перехода на верхнюю ветвь, однако в однородной поляритонной системе эффект был не очень большим [111].

Ещё один примечательный эффект, обнаруженный в работе [52], — спонтанное нарушение круговой симметрии. В распределении неустойчивых распадных мод возникают и усиливаются неоднородности, моды конкурируют между собой, подчиняют ближайших соседей и

т.п. В результате симметричное гауссово пятно переходит в правильный многоугольник. Ориентация и число его сторон определяются, по всей видимости, малой неоднородностью самого образца, поскольку в эксперименте они зависели от расположения пятна накачки. Данный эффект наблюдался в более широком интервале амплитуд, чем излучение с квантовым шумом. Таким образом, введение латеральной неоднородности приводит к интересным новым явлениям в поляритонной системе с многомодовой неустойчивостью.

6. Распад конденсата с ненулевым импульсом

6.1. Параметрическое рассеяние

Упомянем об эффекте, который на рубеже 2000 г. вызвал первый всплеск интереса к коллективным состояниям поляритонов в микрорезонаторе. Это распад конденсата, возбуждённого с волновым числом k_p около точки перегиба нижней поляритонной ветви, в результате чего появляются новые когерентные моды с волновыми числами 0 и $2k_\mathrm{p}$. Точку перегиба называют ещё "магическим углом", так как в общем случае волновое число конденсата контролируется углом падения света: $k_\mathrm{p} \approx [E_0/(\hbar c)] \sin\theta$, что даёт $\theta \approx 15^\circ$ в точке перегиба $E_\mathrm{LP}(k)$ для GaAs при $E_0 = E_\mathrm{C}(0) = E_\mathrm{X}$.

Вначале рассеяние из конденсата обнаружили в режиме "параметрического усилителя", измеряя коэффициент пропускания второго луча с волновым числом $k = 0$ и относительно малой амплитудой [112, 113]. Вскоре после этого выяснилось, что второй луч не нужен и конденсат может распадаться совершенно спонтанно [36, 114, 115]. Такой распад объясняли [116, 117] по аналогии с оптическим параметрическим осциллятором (ОПО), в котором луч "накачки" расщепляется на "сигнал" и "холостой сигнал" половинной частоты — именно поэтому так до сих пор иногда называют неустойчивые боголюбовские моды, тоже возникающие парами; но в уравнениях эволюции обычного ОПО нелинейный член имеет вторую степень по амплитуде, а в нашем случае — третью. Если из системы типа (13) взять только три уравнения для $\mathbf{k} = 0$ (сигнал), $\mathbf{k}_\mathrm{p}$ (конденсат, возбуждаемый внешним полем) и $2\mathbf{k}_\mathrm{p}$ (холостой сигнал), то можно легко определить связь между амплитудами сигнала и конденсата выше порога рассеяния, которая получается такой же, как в эксперименте [37]: $|\psi_0| \propto |\psi_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}|^2$.

Оставалось выяснить: почему сигнал предпочитает появляться именно в состоянии $\mathbf{k} = 0$? Те же эксперименты [37] показали, что ничего *магического* в точке перегиба нет и конденсат может распадаться при разных θ, от 10° до 24°, тогда как сигнал с увеличением θ только сдвигается вверх по частоте, но не изменяет волнового числа. Расчёт боголюбовских спектров картины не прояснял. Для того чтобы обобщить результаты раздела 4 для случая $\mathbf{k}_\mathrm{p} \neq 0$, следовало бы сделать замену $-\mathbf{k} \to 2\mathbf{k}_\mathrm{p} - \mathbf{k}$ в каждой из формул (15)–(17). Это приводит к несколько более сложному выражению для $\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k})$, но в пороговой точке синий сдвиг $V|\psi_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}|^2$ по-прежнему равен γ. При малом γ дисперсионные поверхности $\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k})$ почти не возмущены, и тогда направления рассеяния определяются непосредственно из условия баланса фаз наподобие (16):

$$E_\mathrm{LP}(\mathbf{k}) + E_\mathrm{LP}(2\mathbf{k}_\mathrm{p} - \mathbf{k}) = 2E_\mathrm{p}\,. \qquad (40)$$

В экспериментах частота накачки E_p несколько превышала резонансную частоту $E_\mathrm{LP}(\mathbf{k}_\mathrm{p})$, так как сигнал был от этого сильнее. Но если $D > 0$, то все точки (k_x, k_y), удовлетворяющие уравнению (40), при $\mathbf{k}_\mathrm{p} = 0$ образуют окружность, а возле магического угла — что-то наподобие знака ∞ с широкими петлями вокруг $\mathbf{k} = 0$ и $2\mathbf{k}_\mathrm{p}$, разомкнутыми в центральной точке $\mathbf{k}_\mathrm{p}$.

Вначале полагали [38], что для макрозаполнения сигнальной моды $\mathbf{k} = 0$ нужны иные каналы рассеяния, не учтённые в (1) и (13), которые, например, могли бы понижать устойчивость всех *неосновных* состояний с бóльшими собственными энергиями. Другое объяснение предложили Н.А. Гиппиус и С.Г. Тиходеев [26, 39, 83, 118], заметившие, что при положительной отстройке D конденсат должен быть бистабильным. И как раз на верхней ветви решений дисперсионные поверхности $\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k})$ склеиваются вблизи $\mathbf{k} = 0$ и $2\mathbf{k}_\mathrm{p}$ почти независимо от конкретного $\mathbf{k}_\mathrm{p}$, потому что поверхность $\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{+}(\mathbf{k})$ сильно смещена в синюю сторону спектра, а $\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{-}(\mathbf{k})$ — в красную (рис. 4). В точках около 0 и $2\mathbf{k}_\mathrm{p}$ они касаются при наибольшей амплитуде, когда ещё возможно рассеяние. Но оказаться на верхней ветви можно только после скачка амплитуды, следовательно, имеет место фазовый переход не второго, как считалось ранее по аналогии с ОПО [37], а скорее первого рода. Эксперименты с импульсной накачкой и временны́м разрешением, которые были поставлены несколько лет спустя [42, 119, 120], явно показали быстрое усиление и конденсата, и сигналов по достижении порога. Примерно тогда же в серии экспериментов с различными постоянными f обнаружился резкий переход от распределения (40) к гигантскому сигналу с нулевым $\mathbf{k}$, что было бы невозможно без скачка $|\psi_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}|$ [43]. Ещё до этого выяснилось, что сигнал и холостой сигнал обладают высокой пространственно-временно́й когерентностью [41].

Сценарий, предполагавший скачок амплитуды в начале всего процесса, тоже имел очевидную трудность: с увеличением D/γ порог f_1 перехода между нижней и верхней ветвями отклика заметно превышает порог рассеяния. Несоответствие вначале опять объясняли неучтёнными эффектами, например флуктуациями, которые действительно могут понижать f_1 [121–125]; однако "мягкое" параметрическое рассеяние, ожидавшееся в случае $D > 2\gamma$, не наблюдалось даже в очень качественных образцах при низкой температуре. Вся картина сложилась лишь при учёте обратной связи конденсата и сигналов, т.е. режима с обострением, который хорошо объясняет детали прежних экспериментов [50]. Первичный нелинейный эффект — именно параметрическое рассеяние, но, возбуждая сигналы, конденсат усиливается сам и сдвигает поверхности $\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k})$ в разные стороны, отчего распределение направлений рассеяния всё время изменяется. В результате возрастания энергии петли замыкаются вокруг точек 0 и $2\mathbf{k}_\mathrm{p}$, а конденсат попадает в спектральную щель и уже по-настоящему распадается, отдавая излишек энергии сигнальным модам. И петли, и бистабильность в итоге вырождаются полностью ($E_\mathrm{p} - E_\star < \sqrt{3}\gamma_\star$). Поэтому в экспериментах с непрерывной накачкой получалось, что сигнал, который, на первый взгляд, должен возникать плавно, испытывает гигантский скачок, тогда как бистабильный конденсат, напротив, почти не изменяет своей амплитуды.

Уравнения (1) с внешним полем $\propto \exp[\mathrm{i}(\mathbf{k}_\mathrm{p}\mathbf{r} - E_\mathrm{p}t/\hbar)]$ постепенно теряют силу при смещении $\mathbf{k}_\mathrm{p}$ в экситонную

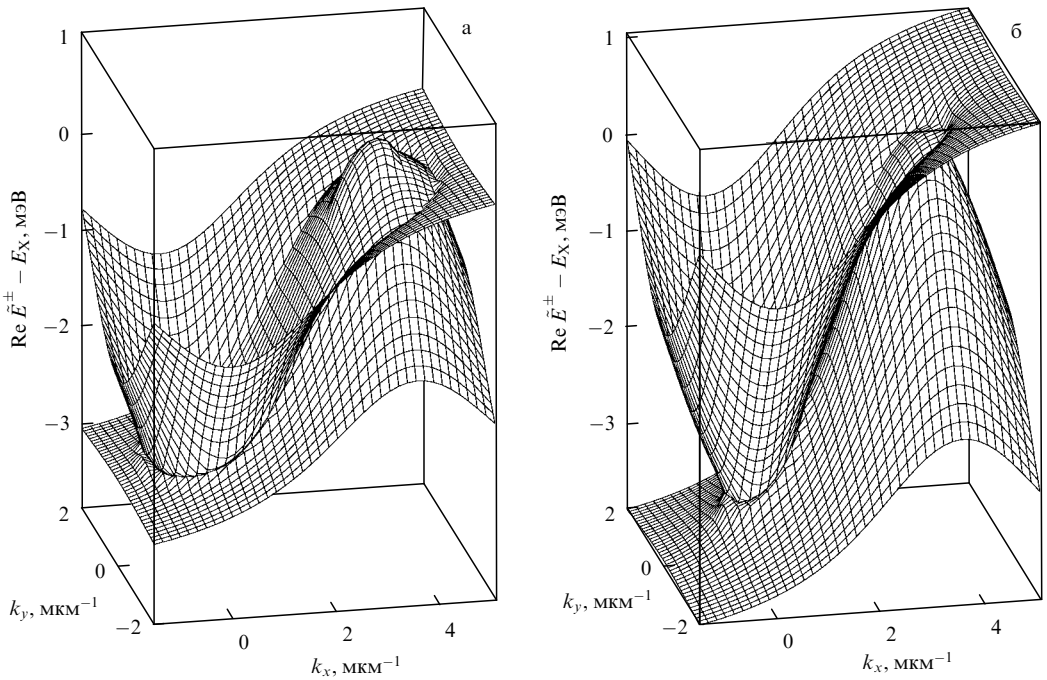


Рис. 4. Распределение $E = \mathrm{Re}\,\tilde{E}^{\pm}(k_x, k_y)$: (а) на нижней ветви S-образной кривой при $f \lesssim f(B_1)$, (б) на верхней ветви при том же f. Параметры: $R = 6{,}4$ мэВ, $\mathbf{k}_\mathrm{p} = (1{,}8, 0)$ мкм$^{-1}$, $D \approx 0{,}5$ мэВ $\approx 3\gamma$ (из статьи [43]).

область ($\theta \gtrsim 40^\circ$), где включается некогерентное рассеяние [126, 127]. При обратном смещении $\mathbf{k}_\mathrm{p}$ от магического угла к нулю пара $(0, 2\mathbf{k}_\mathrm{p})$ перестаёт играть особую роль, а кроме того, усиливаются помехи от рэлеевского сигнала вблизи порога. В окрестности $\mathbf{k}_\mathrm{p} = 0$ режим с обострением становится чисто переходным эффектом, как он и описан для простоты в разделе 5.

6.2. Рэлеевское рассеяние и сверхтекучесть

С модификацией боголюбовского спектра связан ещё один примечательный пороговый эффект — переход к "сверхтекучему" поведению, когда выключается упругое рэлеевское рассеяние поляритонов на неоднородностях структуры [13, 47, 48].

На рисунке 5 изображены решения системы (13) с "дефектной" областью микрометрового размера, в которой собственная энергия аномально велика. Поляритоны, возбуждаемые с ненулевым волновым числом k_p, рассеиваются на таком дефекте. Например, на рис. 5б, е видна интерференция конденсата и бегущей назад от дефекта круговой волны. В импульсном пространстве населяется множество мод даже без учёта нелинейности, причём частота любой моды с ненулевым средним $|\psi_\mathbf{k}|$ равна частоте конденсата $E_\mathrm{p}/\hbar$ и, следовательно, $\mathbf{k}$ удовлетворяет условию

$$\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k}) = E_\mathrm{p} \tag{41}$$

хотя бы для одной из ветвей $\tilde{E}^{\pm}$. С другой стороны, параметрическое рассеяние, не связанное с неоднородностью, определяется условием $\mathrm{Im}\,\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k}) > 0$, или

$$\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{+}(\mathbf{k}) = \mathrm{Re}\,\tilde{E}^{-}(\mathbf{k})\,. \tag{42}$$

Корни уравнений (41) и (42) зависят от положения и амплитуды $\bar{\psi}$ конденсатной моды.

Все расчёты, результаты которых приведены на рис. 5, выполнены при $D = 2\gamma = 0{,}1$ мэВ. Решение, представленное на рис. 5а, б, лежит на нижней ветви S-образной кривой, а два других решения (рис. 5в, г и 5д, е) лежат на верхней, причём они находятся за пределами бистабильной области. Таким образом, все спектры на рис. 5а, в, д непосредственно достижимы при плавном включении накачки от нуля до нужной амплитуды f. За вычетом этого обстоятельства, рис. 5в отвечает состоянию *5* на рис. 2, в котором конденсат с нулевым k_p тоже имел звуковой спектр возбуждений.

Как видно из сопоставления рис. 5а и в, с увеличением $|\bar{\psi}|$ все корни уравнений (41) и (42) вырождаются в точку $\mathbf{k} = \mathbf{k}_\mathrm{p}$ и затем полностью исчезают. Тогда, поскольку все пути рассеяния поляритонов закрыты, характер их движения становится сверхтекучим и масштаб неоднородности уже не превышает размеров дефекта (рис. 5г).

Ситуация, в которой с увеличением $|\bar{\psi}|$ оба пути рассеяния исчезают почти одновременно, типична лишь для сравнительно малых k_p. При бóльших k_p параметрический распад конденсата прекращается раньше, чем рэлеевское рассеяние, как это видно из рис. 5д. Кроме того, изменяется распределение поля вокруг дефекта (рис. 5е). Движение дефекта относительно поляритонов становится *сверхзвуковым*, когда скорость движения $\hbar k_\mathrm{p}/m_\mathrm{LP}$ выше скорости звука в конденсате $[\mathrm{d}(\mathrm{Re}\,\tilde{E})/\mathrm{d}(\hbar k)]_{k\to k_\mathrm{p}}$. Эти скорости не имеют точного смысла для системы в целом, тем не менее сверхзвуковой эффект заметен по V-образной особенности в распределении $|\psi|^2$, которая соответствует конусу Маха [128].

Переход к сверхтекучести в условиях резонансной накачки мало похож на поведение настоящих жидкостей и газов, если иметь в виду пороговые явления вроде скачка теплоёмкости, которые таким переходам обычно сопутствуют. Как было сказано, во внешнем поле у поляритонов нет ни критической температуры, ни вообще равновесия, изменяются и условия перехода. Например, состояние на рис. 5д, е станет сверхтекучим, если просто немного усилить внешнее поле, чтобы ветви $\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k})$

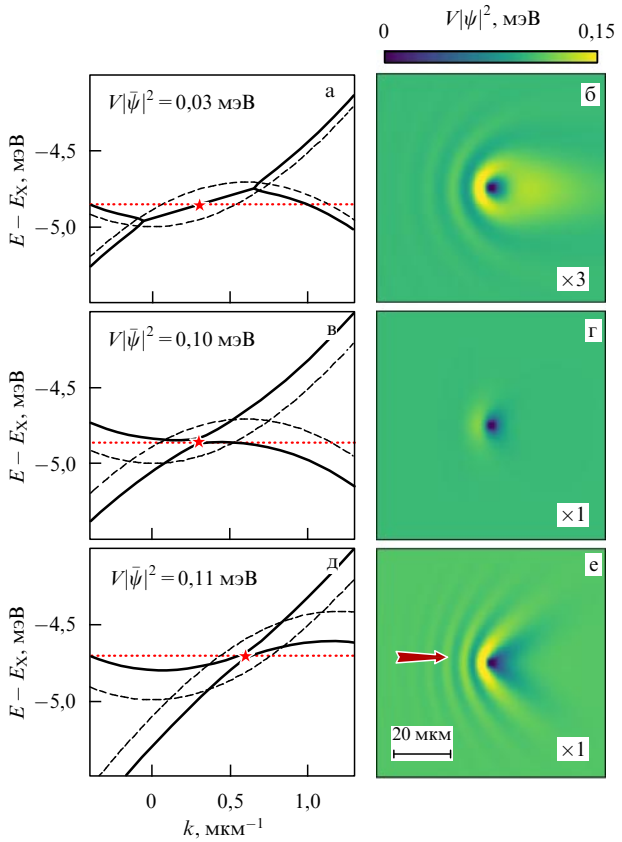


Рис. 5. (В цвете онлайн.) Иллюстрация переходов к сверхтекучести (а–г) и сверхзвуковому движению (д, е). Спектры (а, в, д) боголюбовских мод $\mathrm{Re}\,\tilde{E}^{\pm}(k)$ (сплошные кривые). Положение накачки $(k_\mathrm{p}, E_\mathrm{p})$ отмечено звездой, "интенсивность" конденсатной моды $V|\bar{\psi}|^2$ в каждом случае приведена явно, штриховые кривые показывают невозмущённый закон дисперсии $E_\mathrm{LP}(k)$ и его "холостую" реплику $2E_\mathrm{p} - E_\mathrm{LP}(2k_\mathrm{p} - k)$, пунктирная прямая — уровень накачки $E = E_\mathrm{p}$. (б, г, е) Соответствующие численные решения системы (13), установившиеся со временем. Накачка действует в направлении, указанном стрелкой. В центре расчётной сетки находится "дефект" радиусом 1 мкм, внутри которого собственная энергия E_LP для всех $\mathbf{k}$ на несколько мэВ превышает обычное значение. Параметры резонатора соответствуют рис. 1; коэффициент затухания $\gamma = 0{,}05$ мэВ.

раздвинулись (как в состоянии *6* на рис. 2) и условие (41) стало невыполнимым сразу для всех $\mathbf{k}$. Таким образом, сверхтекучесть возникает с увеличением $\bar{\psi}$, однако сам этот переход может выглядеть по-разному в связи с возможной бистабильностью отклика.

Эффект сверхтекучести в неравновесном поляритонном конденсате, предсказанный в статье [47], подтверждён экспериментально, как и сверхзвуковое движение [48]. Оба эффекта недавно наблюдалась даже при комнатной температуре в резонаторе с рабочим слоем из органического материала, в котором расщепление Раби достигало 0,6 эВ [49]. Эти эксперименты показывают, что в системе действительно нет иных каналов распада и носителей возбуждения, помимо частиц Боголюбова, которым могла бы передаваться энергия конденсата. Тем самым они подтверждают самосогласованность теории.

7. Нарушение спиновой симметрии

Автономные уравнения Гросса–Питаевского или Гинзбурга–Ландау инвариантны относительно сдвига фазы $\psi \mapsto \psi \exp(\mathrm{i}\phi)$, поэтому равновесный бозе-конденсат всегда возникает спонтанно, нарушая непрерывную калибровочную симметрию U(1) [6]. В сильном внешнем поле фаза конденсата, как правило, предопределена этим полем, однако боголюбовские частицы рождаются парами и у них задана только величина $\alpha_\mathbf{k} = 2\phi_{\mathbf{k}_\mathrm{p}} - \phi_\mathbf{k} - \phi_{2\mathbf{k}_\mathrm{p}-\mathbf{k}}$, а сами фазы выбираются случайно. Таким образом, парный распад конденсата тоже связан с нарушением симметрии U(1).

Здесь мы начнём описание нового механизма рассеяния, благодаря которому может быть возбуждена не пара, а континуум поляритонных мод с различными $|\mathbf{k}|$ при постоянном f, причём без каких-либо дефектов структуры. Первичный нелинейный эффект в этом механизме — нарушение чётности, т.е. баланса спинов при $f_+ = f_-$ [55–57, 129–131]. Мы рассмотрим его в этом разделе, а в разделе 8 покажем, как и в каких условиях он может повлечь за собой нарушение непрерывной симметрии. Всё, о чём мы будем говорить, содержится в уравнениях (1), описывающих однородную систему под действием плоской световой волны ($\mathbf{k}_\mathrm{p} = 0$).

7.1. Теоретический анализ

Сделав подстановку $\psi_\pm(t) = \bar{\psi}_\pm \exp(-\mathrm{i}E_\mathrm{p}t/\hbar)$, имеем

$$\left(D + \mathrm{i}\gamma - V|\bar{\psi}_\pm|^2\right)\bar{\psi}_\pm - \frac{g}{2}\,\bar{\psi}_\mp = f_\pm\,. \tag{43}$$

Пусть $f_+ = f_- = f$, так что свет линейно поляризован в направлении x согласно обычному правилу $f_\pm = (f_x \mp \mathrm{i}f_y)/\sqrt{2}$. Система (1) диагонализуется при $\psi_\pm \to 0$, если в ней таким же образом выразить $\psi_\pm$ через $\psi_{x,y}$; две собственные энергии $E_{x,y}$ равны $E_\mathrm{LP} \pm g/2$. Поэтому падающий свет одинаково поляризован с верхним (нижним) собственным подуровнем при $g > 0$ ($g < 0$). Исключив f из (43), получаем

$$\frac{\bar{\psi}_-}{\bar{\psi}_+} = \frac{D + g/2 + \mathrm{i}\gamma - V|\bar{\psi}_+|^2}{D + g/2 + \mathrm{i}\gamma - V|\bar{\psi}_-|^2}\,. \tag{44}$$

Видно, что наряду со спин-симметричными решениями ($\bar{\psi}_+ = \bar{\psi}_-$), которые есть всегда, существуют также асимметричные решения, где одна из спиновых компонент меньше другой и совершенно исчезает при $\gamma \to 0$ и некотором f. Например, $\lim\limits_{\gamma\to 0}\bar{\psi}_- \propto \gamma$, если

$$V|\bar{\psi}_+|^2 = D + \frac{g}{2}\,. \tag{45}$$

При $g > 0$ симметричные решения могут быть недостижимыми в конечной области f и D (рис. 6). Чтобы объяснить это, заметим, что сила воздействия одной компоненты на другую зависит от разности их фаз. Подобное обстоятельство приводит к эффекту Джозефсона в туннельно связанных сверхпроводниках [132] или бозе-конденсатах [133–136], включая поляритонные [14, 15, 137–140]. В нашем случае, когда есть внешнее поле, фазы $\phi_\pm$ исходно одинаковы, но они зависят от амплитуды. Уже из уравнения (7) видно, что с увеличением амплитуды конденсат отстаёт по фазе от внешнего поля: $\phi \equiv \arg(f^*\psi)$ уменьшается от 0 при $\gamma \to 0$ и $|\psi| \to 0$ до $-\pi$ при $|\psi| \to \infty$. Это верно для обеих компонент, и если, например, $|\psi_+| > |\psi_-|$, то самосогласованным образом должно быть $0 < \phi_- - \phi_+ < \pi$, а значит, $\sin(\phi_- - \phi_+) > 0$. С

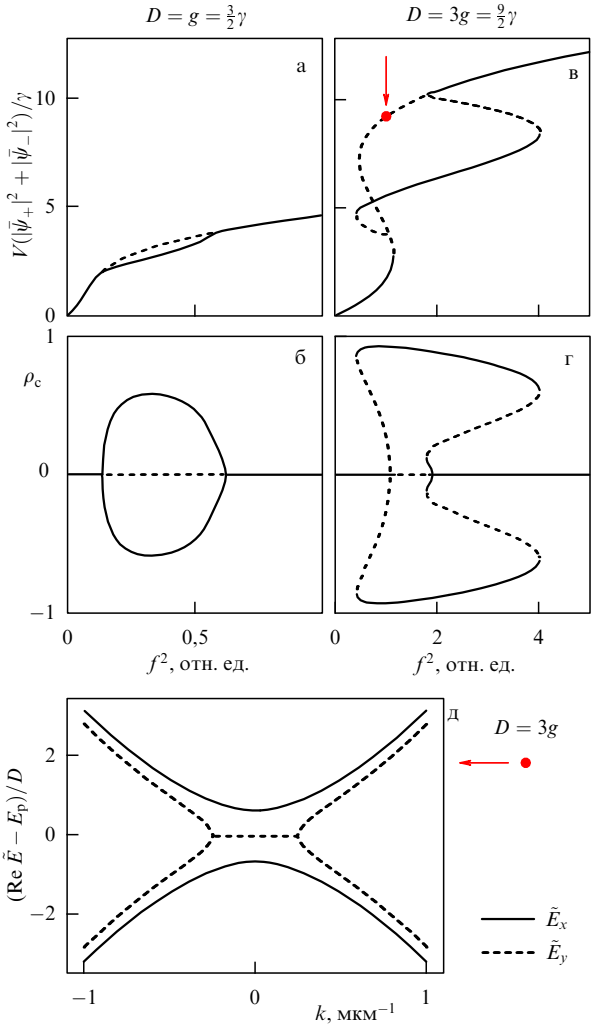


Рис. 6. Решения уравнений (43) для $\gamma = 0{,}05$ мэВ, $g = (3/2)\gamma$, $D = g$ (а, б) и $D = 3g$ (в, г). На рисунках а, в приведена общая интенсивность, на рис. б, г — степень круговой поляризации (11). Штриховыми кривыми показаны решения, неустойчивые даже без учёта мод $k \neq 0$. (д) Спектр возбуждений для выбранного решения, которое отмечено стрелкой. При $\bar\psi_+ = \bar\psi_-$ все надконденсатные моды поляризованы в направлениях x или y; их энергии $\mathrm{Re}\,\tilde E_{x,y}$ показаны соответственно сплошной и штриховой кривыми. Параметры резонатора такие же, как и для рис. 1.

другой стороны, в соответствии с (1)

$$\frac{\mathrm{d}|\psi_\pm|}{\mathrm{d}t} = \frac{g}{2\hbar}|\psi_\mp| \sin(\phi_\mp - \phi_\pm) + \ldots \qquad (46)$$

При $g > 0$ бóльшая из спиновых компонент, будь то ψ_+ или ψ_-, дополнительно усиливается за счёт меньшей, подавляя её. Именно поэтому симметричные по спину решения с большой амплитудой $\psi_+ = \psi_-$ иногда труднодостижимы или просто неустойчивы. Когда обе компоненты растут в режиме с обострением, они конкурируют между собой и случайно отставшая может быть в итоге сильно подавлена.

Эволюция системы зависит от соотношения g и γ. При $0 \lesssim g \lesssim \gamma$ и симметричные, и асимметричные решения уравнений (43) существуют и устойчивы в широкой области f и D. То, в какое именно состояние перейдёт система, может зависеть от формы импульса (функции f от t). Однако с увеличением g до γ и выше внутренний антагонизм спиновых компонент усиливается и для $D \sim g$ возникает интервал f, в котором неустойчивы сразу все симметричные решения. (В частности, на самой верхней ветви решений, где $\bar\psi_+ = \bar\psi_-$, а значит, $\bar\psi_y = 0$, получается $\mathrm{Im}\,\tilde E_y > 0$ у надконденсатных мод.) В данном интервале f спонтанное нарушение симметрии неизбежно вне зависимости от формы импульса, латерального размера системы и т.д.

Необратимое нарушение баланса спинов отчасти похоже на запирание (self-trapping) джозефсоновского перехода [15, 133, 134, 137, 141, 142], однако такая аналогия была бы слишком поверхностной. В нашем случае отсутствие возвратного колебания связано не с нелинейностью, а с тем, что обе компоненты изменяются с одинаковой вынужденной частотой, тогда как нелинейность, наоборот, даёт "выбор" спина при переходе. Отметим, что с увеличением g/γ возникает вторая возможность нарушения симметрии, а именно появляются новые устойчивые решения с диагонально-линейными поляризациями, из-за которых в системе могут формироваться квантованные вихри и тёмные солитоны [143].

7.2. Эксперименты

Рассмотрим эксперимент, показывающий нарушение спиновой симметрии при $g \gtrsim \gamma$ [57] (рис. 7). Образец, характеристики которого мы привели в разделе 2, был выращен методом молекулярно-лучевой эпитаксии на подложке из GaAs, непрозрачной для света на резонансной частоте ($E_0 \approx 1{,}6$ эВ). Чтобы поставить опыт с пропусканием света, подложка была удалена в прямоугольной области $0{,}7 \times 0{,}3$ мм^2 посредством селективного травления. Это привело к небольшому механическому напряжению, связанному с различием периодов решётки у слоёв, образующих зеркала (подложка такую систему стабилизирует). В итоге возникло расщепление собственных мод, поляризованных вдоль осей [110] (x, верхний уровень) и [1$\bar1$0] (y); по тем же осям была исходно ориентирована вытравленная область.

Эксперимент проводился в оптическом криостате при температуре 2 К. Накачка поступала от титан-сапфирового лазера с синхронизацией мод. Импульсы имели длительность около 80 пс на полувысоте интенсивности и частоту повторения 8 МГц. Использовалась методика, при которой сопряжение лазера и детектора (стрик-камеры) даёт возможность записать сигнал с пикосекундным разрешением, однако результат фактически усредняется по множеству отдельных импульсов. Относительно широкий луч был сфокусирован в пятно размером 40 мкм, а приведённый на рис. 7 сигнал брался из центра пятна. Отстройка D составляла 0,24 мэВ при $g \approx 0{,}08$ мэВ и $\gamma \approx 0{,}05$ мэВ; эти параметры примерно соответствуют рис. 6в, г. Поляризация была линейной в направлении x; "затравочная" степень круговой поляризации, которая требовалась для повторения результата в серии импульсов, составляла 5 %.

На рисунке 7а–д показана эволюция сигнала. Приведены его интенсивность, степень круговой поляризации $\rho_\pm = \rho_c$, а также $\rho_{x,y}$ и $\rho_{\pm 45^\circ}$ — степени линейной поляризации в базисах $\mathbf{e}_{x,y}$ и $\mathbf{e}_x \pm \mathbf{e}_y$, развёрнутых один относительно другого на 45°,

$$\rho_{x,y} = \frac{|\psi_x|^2 - |\psi_y|^2}{|\psi_x|^2 + |\psi_y|^2}, \qquad \rho_{\pm 45^\circ} = \frac{\psi_x^*\psi_y + \psi_y^*\psi_x}{|\psi_x|^2 + |\psi_y|^2}. \qquad (47)$$

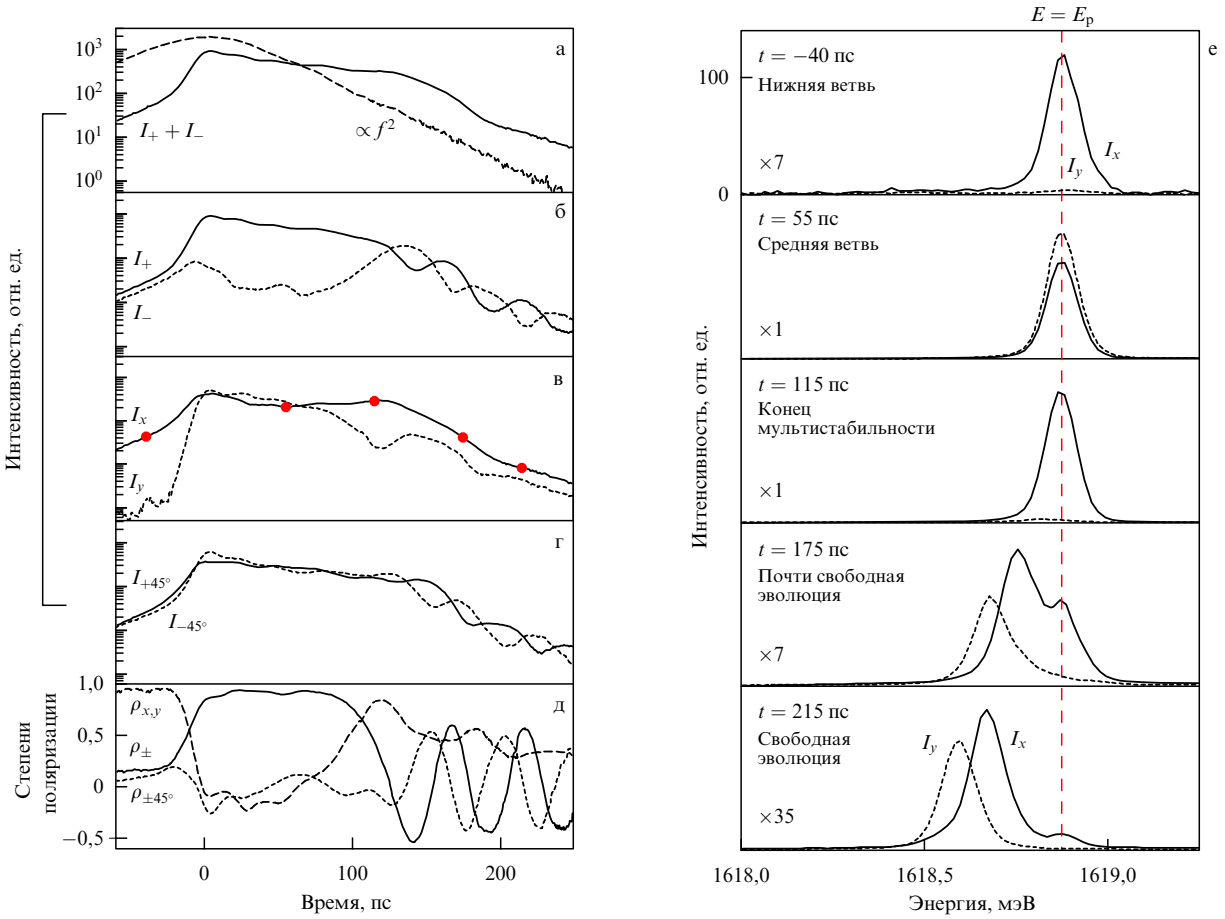


Рис. 7. Динамика поляритонной моды $k = 0$ при импульсной накачке (эксперимент [57]). Форма импульса и полный сигнал пропускания (а), отдельные компоненты сигнала в трёх стоксовских базисах (б–г) и соответствующие степени поляризации (д) в зависимости от времени. Накачка поляризована линейно в направлении x. (е) Спектры компонент $I_{x,y} = |\psi_{x,y}|^2$ вблизи выбранных моментов времени, отмеченных кружками на рис. в. Ширина спектров примерно соответствует аппаратному разрешению (настоящая ширина меньше).

Также приведены непосредственно измерявшиеся значения интенсивности $I = |\psi|^2$ каждой из поляризационных компонент: $I_\pm$, $I_{x,y}$ и $I_{\pm 45°}$. При точном измерении мгновенных значений всех I выполнялось бы соотношение

$$\rho^2 \equiv \rho_\pm^2 + \rho_{x,y}^2 + \rho_{\pm 45°}^2 = 1\,. \tag{48}$$

Величина ρ уменьшается, если отдельные импульсы дают неодинаковые вклады в результат. Деполяризация сигнала служит признаком неустойчивости и чувствительности к малым флуктуациям.

На рисунке 7е показаны спектры $I_{x,y}(E)$ вблизи некоторых выбранных моментов времени; $t = 0$ соответствует пику импульса. Спектры I_x и I_y записывались раздельно. Аппаратное разрешение равнялось примерно 0,06 мэВ, отчего все линии сильно уширены. Интерес для нас представляет только расположение линий E_x и E_y, которое, несмотря на уширение, довольно точно определяется из средневзвешенных спектров.

Рассмотрим основные фазы эволюции системы при прохождении импульса. Вначале сигнал поляризован так же, как внешнее поле, в направлении x, при этом заметно сверхлинейное возрастание его интенсивности, характерное для нижней ветви решений. Уровни E_x и E_y находятся на частоте накачки, как и всегда должно быть при постоянной или относительно плавно изменяющейся амплитуде f. Подчеркнём, что $E_{x,y}$ соответствуют частотам именно конденсата, а не возбуждений, показанных на рис. 6д.

Затем происходит скачок сигнала: его интенсивность повышается на порядок величины менее чем за два "времени жизни" $\tau = \hbar/\gamma$. Сначала возрастают обе спиновые компоненты ($t \approx -20$ пс), но ψ_+ опережает и затем сильно подавляет компоненту ψ_-, которая начинает уменьшаться ещё при $t < 0$. В итоге конденсат оказывается запертым в состоянии с правоциркулярной поляризацией примерно на 100 пс. На тот же процесс можно немного иначе взглянуть с точки зрения линейных компонент $I_{x,y}$. В этом базисе раньше усиливается x-компонента, так как ей отвечает собственное состояние, одинаково поляризованное с внешним полем и находящееся ближе к нему по частоте в начале импульса. Состояние с поляризацией y вообще не могло бы населяться в отсутствие нелинейности. Но, как и на рис. 6, оно теряет устойчивость ($\operatorname{Im} \tilde{E}_y > 0$), имея ещё шумовую амплитуду, и в итоге экспоненциально усиливается на два порядка примерно за то же время 2τ.

Рано или поздно конденсат оказывается в левой граничной точке средней ветви. Оттуда он в случае более длинного импульса спустился бы на нижнюю ветвь, но в данном случае не успевает этого, так как в

каждый момент его амплитуда выше, чем у статического решения $\bar{\psi}_{\pm}(f(t))$. Обрыв средней ветви поэтому похож на прерывание накачки, и система переходит от вынужденной эволюции к свободной. Линейная связь между ψ_+ и ψ_- теперь проявляет себя, во-первых, в расщеплении уровней E_x и E_y, со временем стремящихся к собственным частотам $E_{\mathrm{LP}} \pm g/2$, и, во-вторых, в колебаниях $\rho_{\pm}$ и $\rho_{\pm 45^\circ}$ — во "внутреннем эффекте Джозефсона" [142]. Период колебаний T обычным образом соотносится с силой связи: $T = 2\pi\hbar/g$.

То, что колебания не прекращаются более чем за 100 пс при уменьшении плотности поля на полтора порядка, свидетельствует о большом времени когерентности. Однако говорить об общем конденсатном состоянии поляритонов в этом случае было бы неверно. Синий сдвиг уже не компенсирует неоднородности в распределении собственной энергии, и, утратив связь с внешним полем, конденсат распадается на островки с различной дальнейшей судьбой [144]. Островок, давший главный вклад в "свободный" сигнал из нашего примера ($t > 115$ пс и $E_{x,y} < E_{\mathrm{p}}$), — это локализованное состояние с относительно большим временем жизни, кратно превышающим τ для плоской волны. (Известно, что квазиравновесные конденсаты тоже обнаруживают пространственную фрагментацию в окрестности порога [5, 7].)

Различимые осцилляции на заднем фронте, кроме того, означают, что в каждом отдельном импульсе динамика системы почти одинакова. Величина полной поляризации ρ практически равна единице на нижней ветви решений. Эта величина убывает до 0,75 в точке перехода, где система неустойчива, но затем возвращается к 0,95 на средней ветви и остаётся таковой до момента $t \approx 115$ пс. Фрагментация конденсата делает систему чувствительной к флуктуациям, и после момента $t \approx 115$ пс ρ линейно уменьшается со временем до 0,5 при $t \approx 250$ пс.

Нарушение симметрии в рассмотренном примере было, как говорят, *явным*, т.е. происходило от некоторой конечной затравки, предопределявшей переход. При более строгом балансе амплитуд $f_{\pm}$ во внешних импульсах "спиновый" исход каждого скачка поля становится случайным.

Уравнения (1) хорошо воспроизводят поведение системы до стадии фрагментации, включая все интенсивности, фазы и характерные времена. Подробное сравнение экспериментов и расчётов приведено в работах [55, 56]. В [55] также рассматривался переход на самую верхнюю (симметричную по спину) ветвь стационарных решений, а в [56] изучались пространственные эффекты в неоднородной системе. Немного усложнив задачу, можно обнаружить новые интересные явления [129 – 131]. Например, в постоянном магнитном поле $\mathbf{B} \| z$ конденсат может изменять знак круговой поляризации в зависимости от амплитуды накачки, что тоже экспериментально подтвердилось в импульсном режиме [129]. Кроме того, было предсказано, что между состояниями с противоположным образом нарушенной симметрией возможны переходы под действием быстрых акустических возмущений [130]. Наконец, отметим, что нарушение чётности недавно обнаружилось и в квазиравновесных поляритонных конденсатах, где оно возникает при взаимодействии с экситонным резервуаром [145, 146].

8. Хаос и новый порядок

8.1. Турбулентность в оптике

В состояниях с динамическим хаосом эволюция предопределена начальными условиями, но практически непредсказуема, так как близкие траектории быстро расходятся. Тем не менее *аттрактор* в фазовом пространстве, к которому они все стремятся, существует и представляет собой сложный объект с дробной размерностью. Хаотические решения были найдены Э. Лоренцом в модели атмосферной конвекции всего с тремя степенями свободы [147]. Г. Хакен обнаружил аналогию между моделью Лоренца и системой уравнений Максвелла – Блоха для сред с инверсной населённостью [148]. С тех пор было создано множество хаотических излучателей, например, на основе лазерных диодов [60]. Недавно выяснилось, что в их излучении даже степень круговой поляризации может хаотически изменяться [149, 150].

Сложнее получить пространственно-временной хаос — состояние, в котором свет похож на турбулентную жидкость. В когерентной оптике оно не возникает так же легко, как в гидродинамике, если иметь в виду не стохастические, а строго детерминированные процессы. При переходе через порог генерации в лазерах неустойчивые моды конкурируют между собой и только небольшое их число становится в итоге *параметрами порядка*, а в протяжённой системе благодаря этому появляются статические диссипативные структуры [86, 103]. Более высокую степень сложности можно обеспечить внешней обратной связью, когда хаотический сигнал, вышедший из активной среды, возвращается туда с задержкой во времени [151]. Примерами таких систем служат кольцевые резонаторы с фотоусиливающим элементом, в которых впервые наблюдалось турбулентное излучение [152], или современные лазеры с внешним резонатором [59, 153, 154]. Но обратные связи приводят и к дополнительным корреляциям в структуре выходного сигнала, понижающим его сложность [155]. Пространственно-временной хаос недавно обнаружили также в плоском микрорезонаторе с насыщающимся поглотителем [156, 157], где ещё раньше наблюдались [158] солитоны и автоколебания; однако хаос наблюдался только в одномерной полоске на образце.

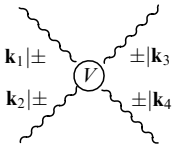
Все упомянутые системы относятся к "лазерному" типу устройств с активной средой, в которой свет генерируется или усиливается. Есть и более простой путь к оптической неустойчивости: самофокусировка когерентного поля в пассивной нелинейной среде, уже упоминавшаяся нами в качестве возможной причины режимов с обострением. Известно, что диссипативные структуры [25] и хаос [159] возникают в системе уравнений (13) с $V < 0$. Однако, предсказывая бесконечную самофокусировку за конечное время в двух- и трёхмерных системах при $f \to 0$ и $\gamma \to 0$ [107], такая модель носит скорее иллюстративный характер, если говорить о газе частиц с положительной эффективной массой.

Для поляритонной системы, когда $V > 0$ и теория точна в пределе низкой плотности, появление хаоса сильно затруднено именно в связи с тем, что частицы отталкиваются. Случайные неоднородности в их распределении не вырастают, а стремятся выровняться за время жизни частицы, тогда как характерного для "лазеров"

усиления ($\mathrm{Im}\, V$), как и обратных связей, попросту нет. Также нет явного способа генерации новых частотных гармоник, как в уравнении Дуффинга с вещественной нелинейностью вида $(\psi+\psi^*)^3$. И если система внутренне однородна и возбуждается плоской волной, то долгое время казалось, что единственным непереходным коллективным эффектом в ней может быть только парный распад конденсата. До некоторой степени модель можно усложнить, введя сильную неоднородность. Например, был предсказан переход к хаосу в джозефсоновском контакте с туннельной связью двух конденсатов при определённом нелинейном взаимодействии их спиновых компонент [160]. Однако всякую неоднородность, такую как барьер между конденсатами, трудно или невозможно масштабировать в пространстве (если только речь не идёт о создании дискретной цепочки конденсатов и т.п.), что осложняет переход к пространственной турбулентности.

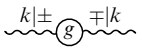
8.2. Петлевой механизм рассеяния

Недавно было обнаружено, что, несмотря на отталкивание частиц и диссипацию, система (1) допускает спонтанный распад однородного состояния и хаотическую динамику [53, 58]. Такое может происходить при $g>4\gamma$, когда в игру вступают процессы взаимодействия более высокого порядка. До этого мы говорили о двухчастичном рассеянии, сохраняющем импульс и спин, которое можно символически изобразить диаграммой



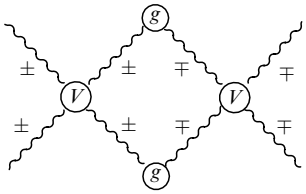
, где $\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2=\mathbf{k}_3+\mathbf{k}_4$, (49)

а также о линейной связи спиновых компонент $+$ и $-$:



. (50)

Новый процесс рассеяния, который будет обсуждаться ниже, имеет петлевой вид



(51)

— и в нём снято вырождение неустойчивых мод (рис. 8) и разрешена инверсия спина.

Определим спектр надконденсатных мод в стационарном состоянии $\psi_\pm(t)=\bar\psi_\pm\exp(-\mathrm{i}E_\mathrm{p}t/\hbar)$. Повторив все рассуждения, приведённые в разделе 4, с учётом двух спиновых компонент вместо системы уравнений (17) получим

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34}\\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde\psi_{+|+\mathbf{k}}\\ \tilde\psi^*_{+|-\mathbf{k}}\\ \tilde\psi_{-|+\mathbf{k}}\\ \tilde\psi^*_{-|-\mathbf{k}}\end{pmatrix}=\mathbf{0}\,, \tag{52}$$

где $a_{11}=2V|\bar\psi_+|^2+s-\lambda$, $a_{12}=V\bar\psi_+^2$, $a_{13}=g/2$, $a_{14}=0$, $a_{21}=-V\bar\psi_+^{*2}$, $a_{22}=-2V|\bar\psi_+|^2-s-\lambda$, $a_{23}=0$, $a_{24}=-g/2$, $a_{31}=g/2$, $a_{32}=0$, $a_{33}=2V|\bar\psi_-|^2+s-\lambda$, $a_{34}=V\bar\psi_-^2$,

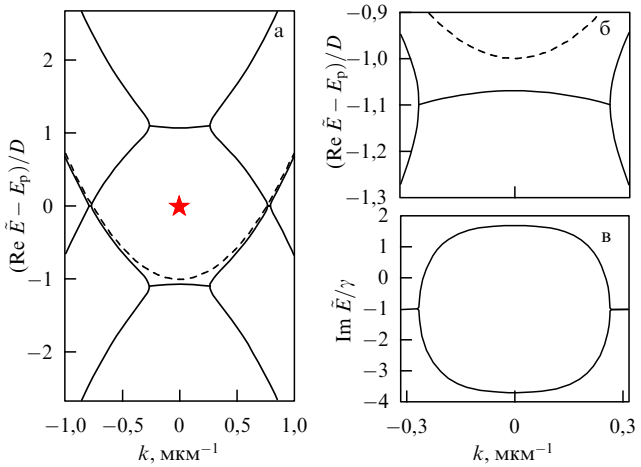


Рис. 8. Вещественная (а, б) и мнимая (в) части энергии боголюбовских квазичастиц, $\mathrm{Re}\,\tilde E(k)$ и $\mathrm{Im}\,\tilde E(k)$, в состоянии с нарушенной спиновой симметрией [58]. На рисунке б показан увеличенный фрагмент рис. а. Звезда на рис. а — конденсатная мода. Параметры: $\gamma=0{,}02$ мэВ, $g=10\gamma$, $D=E_\mathrm{p}-E_\mathrm{LP}(0)=15\gamma$, $\bar\psi_-=0$ и $V\bar\psi_+^2=D+g/2$ в соответствии с формулой (45); спектр $E_\mathrm{LP}(k)$ показан штриховой кривой.

$a_{41}=0$, $a_{42}=-g/2$, $a_{43}=-V\bar\psi_-^{*2}$, $a_{44}=-2V|\bar\psi_-|^2-s-\lambda$,

$$s=E_\mathrm{LP}(\mathbf{k})-E_\mathrm{p}\,,\qquad \lambda=\tilde E-E_\mathrm{p}+\mathrm{i}\gamma\,, \tag{53}$$

$\tilde E=\tilde E(\mathbf{k})$ — искомая функция. Уравнение $\det(\cdot)=0$ является биквадратным относительно λ, что приводит к решениям вида

$$\tilde E=E_\mathrm{p}-\mathrm{i}\gamma\pm\sqrt{\frac{P\pm\sqrt{Q}}{2}}\,. \tag{54}$$

Говоря о состояниях с нарушенной спиновой симметрией, будем считать, что одна из компонент $\bar\psi_\pm$ исчезает полностью, а для оставшейся введём обозначение $\chi^2=V|\bar\psi|^2$; тогда

$$P=2s^2+4s\chi^2+3\chi^4+\frac{g^2}{2}\,, \tag{55}$$

$$Q=(4s\chi^2+3\chi^4)^2+g^2(4s^2+8s\chi^2+3\chi^4)\,. \tag{56}$$

В общем случае однородное состояние конденсата неустойчиво, если в нём $\mathrm{Im}\,\tilde E>0$ для какого-либо k. Есть два типа неустойчивости:

1) $Q>0$, но $P\pm\sqrt{Q}<0$, (57)

2) $Q<0$. (58)

Неустойчивость первого типа — это прямой парный распад конденсата. Этой неустойчивостью обусловлены все спонтанные эффекты, обсуждавшиеся ранее, включая и те, которые чувствительны к спину [161, 162], и само нарушение чётности (см. рис. 6). Но если чётность *уже* нарушена, то в этом последнем оставшемся однородном состоянии может возникнуть неустойчивость второго типа, связанная с рассеянием более высокого порядка. Видно, например, что в формуле (56) только один член $8sg^2\chi^2$ может быть меньше нуля и он пропорционален одновременно V и g^2. Распадные моды теперь могут быть расщеплены по энергии, но при этом иметь импульс, равный импульсу конденсата. Кроме того, населяясь, эти моды возвращают в систему исчезнувшую из неё при нарушении симметрии спиновую компо-

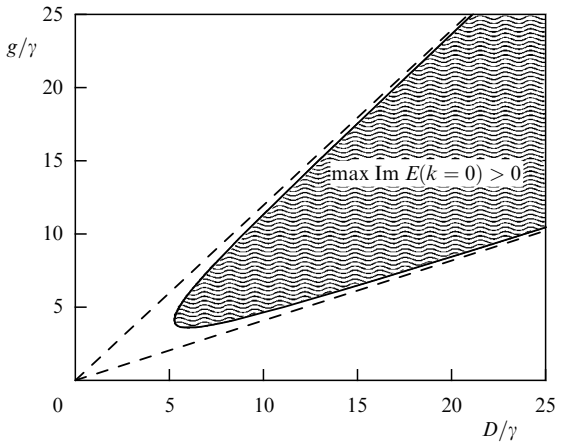


Рис. 9. Параметры D и g (в единицах γ), при которых неустойчивы асимметричные состояния $\chi^2 = D + g/2$ [58].

ненту, даже если в само́м конденсате эта компонента полностью подавлена. Вычислив собственные состояния, можно, например, найти, что для нижней распадной моды, представленной на рис. 8, $\rho_c(k=0) \approx -0{,}6$, хотя в конденсате $\bar{\psi}_- = 0$.

Спектр (54)–(56), приведённый на рис. 8, легко уяснить себе, наложив друг на друга дисперсионные кривые, соответствующие состояниям *6* и *1* на рис. 2. Ветви $\mathrm{Re}\,\tilde{E}(k)$ от двух компонент на общей картине сближаются около $k = 0$ и $E = E_p \pm D$, а при $g > 0$ они в этих местах *соединяются* и образуют почти плоские участки, как на рис. 8а. Для этого в общем случае нужно, чтобы парные процессы (49) со спинами "+" и "−" подходили друг другу по энергиям вблизи $k_{1,2,3,4} = 0$, причём соединяющиеся линии должны иметь разные знаки "выпуклости" $\mathrm{d}^2E/\mathrm{d}k^2$. Именно так всегда и получается при $\chi^2 = D + g/2$, т.е. в состояниях с предельной спиновой асимметрией (см. формулу (45)), если g и D близки по величине. Рисунок 9 явно показывает область g и D, в которой асимметричные состояния неустойчивы. Видно, что неустойчивость данного типа возможна только при $g/\gamma \gtrsim 4$.

8.3. Автоколебания и динамический хаос

Начав с анализа спонтанного нарушения чётности (см. раздел 7), мы обнаружили ещё один процесс распада уже в асимметричном состоянии. В итоге устойчивых однородных решений в конечном интервале f не остаётся совсем и мы приходим к ситуации, в которой неизбежно появление либо неоднородных структур, либо колебаний с новыми частотами, $E \neq E_p$, не затухающих при $t \to \infty$. Вторую возможность рассмотрим на примере "микростолбика", когда в системе фактически есть только три степени свободы: $|\psi_+|$, $|\psi_-|$ и разность фаз $\arg \psi_+^* \psi_-$ [53] (рис. 10). Расчёт был выполнен при $\gamma = 0{,}02$ мэВ, $g = 10\gamma$

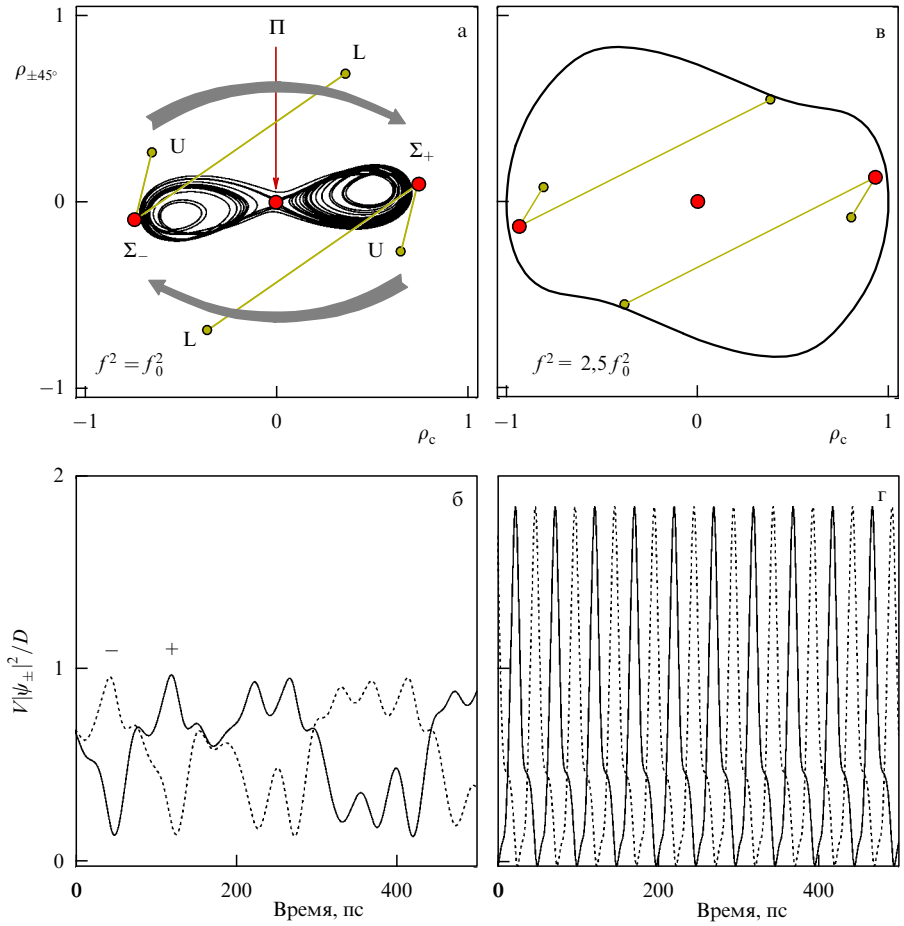


Рис. 10. Фрагменты установившихся решений системы (1) с учётом только одной моды $k = 0$ при $f^2 = f_0^2$ (а, б) и $f^2 = 2{,}5 f_0^2$ (в, г). На рисунках а, в показаны траектории в координатах ρ_c и $\rho_{\pm 45°}$ (см. формулы (11) и (47)) в течение 2000 пс; на рис. б, г приведены явные функции $|\psi_\pm(t)|^2$. Точки П и $\Sigma_\pm$ — симметричное и два асимметричных решения статических уравнений (43); L, U — нижнее и верхнее собственные состояния квазичастиц в точках $\Sigma_\pm$: $\mathrm{Re}\,\tilde{E}_{L,U} \approx E_p \mp D$. Параметры: $\gamma = 0{,}02$ мэВ, $g = 10\gamma$, $D = 7{,}5\gamma$.

и относительно низкой отстройке $D = 7{,}5\gamma$. При одной интенсивности накачки $f^2 = f_0^2$ система ведёт себя хаотически (рис. 10а, б), тогда как при $f^2 = 2{,}5f_0^2$ колебания становятся регулярными (рис. 10в, г).

Хаос возникает от сочетания нелинейных эффектов двух типов, (57) и (58), чередующихся между собой. "Внутренний" распад $E_\mathrm{p} \to E_\mathrm{p} \pm D$ поля с высоким ρ_c восстанавливает баланс спинов, который потом снова нарушается в ту или иную сторону. Система чувствительна к малым отклонениям: две её траектории, даже сколь угодно близкие около точки равновесия (П), быстро расходятся, что характерно именно для хаотических состояний. В более интенсивном внешнем поле колебания могут сместиться далеко от точки П и стать строго периодическими. Но такие решения получаются, только если отстройка D сравнительно мала, в то время как при $D > g$ все решения на большей части неустойчивого интервала f^2 проявляют хаос [53]. Средняя частота переключений спина в них сопоставима с $\mathrm{Im}\,\tilde{E}/h$ и может достигать 10^{11} Гц для структур на основе GaAs.

8.4. Филаменты

В протяжённой системе с непрерывным спектром $E_\mathrm{LP}(k)$ хаос приводит к потере однородности, после чего иногда возникают новые статические решения. Конденсат в этом случае распадается на множество мод и его импульс становится неопределённым по крайней мере в одном направлении. Для оценки масштаба неоднородности примем во внимание, что часто́ты распадных мод при неустойчивости первого типа равны E_p, поэтому их импульсы ограничены. А именно, запрещён прямой распад конденсата на моды $|\mathbf{k}| \geqslant k_\mathrm{max}$, где

$$E_\mathrm{LP}(k_\mathrm{max}) - \frac{|g|}{2} = E_\mathrm{p}\,. \tag{59}$$

Второй тип неустойчивости границу k_max не сдвигает. Если характерная ширина Δk распределения $|\psi|$ в k-пространстве много меньше k_max, то состояние конденсата и мера его устойчивости практически такие же, как в одномодовом (строго однородном) случае, т.е. решение нестабильно. И наоборот, стабилизация возможна только тогда, когда Δk и k_max сопоставимы по величине. Нижний предел масштаба пространственной неоднородности a_min можно грубо оценить как $2/k_\mathrm{max}$ [54]. Вблизи $k = 0$ закон дисперсии имеет параболический вид: $E_\mathrm{LP}(k) \approx E_\mathrm{LP}(0) + \hbar^2 k^2/(2m_\mathrm{LP})$, следовательно,

$$a_\mathrm{min} = \frac{2}{k_\mathrm{max}} = \frac{2\hbar}{\sqrt{m_\mathrm{LP}(g + 2D)}}\,. \tag{60}$$

Ширина a характерных полосок, образующих статические решения, подобные представленным на рис. 11, обычно находится в интервале от $2a_\mathrm{min}$ до $4a_\mathrm{min}$. Расчёты показывают, что если распределение $|\psi|$ содержит более однородные участки, то оно изменяется во времени [53, 54].

Отметим, что филаменты (нитевидные структуры) возникают в сверхпроводниках и конденсатах с квантованными вихрями [163], обычных жидкостях с конвекцией [164] и реакционно-диффузных системах [165]. В оптике они могут появляться вследствие самофокусировки света в пассивной [25, 159] или усиливающей [166] нелинейной среде, а кроме того, в лазерах с пространственно переменной накачкой [167, 168].

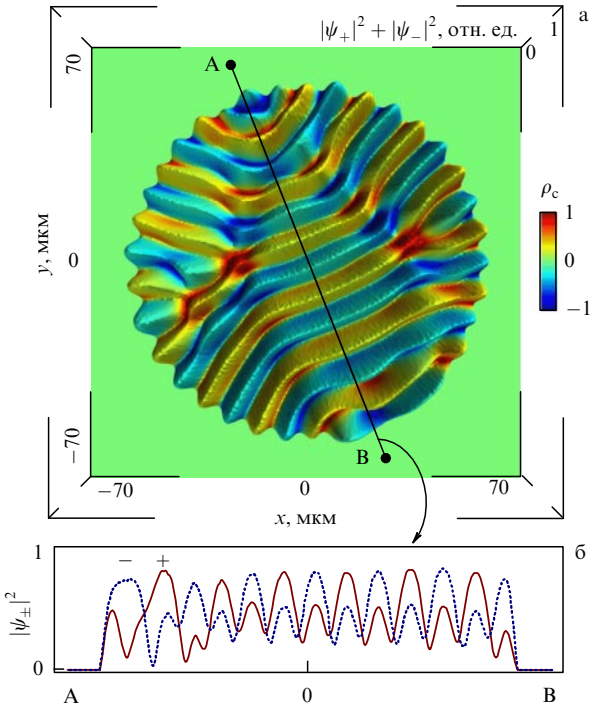


Рис. 11. (В цвете онлайн.) (а) Пример установившегося статического решения системы (1) [53]. Параметры γ, g и D такие же, как для рис. 10. Нулевые граничные условия обеспечены резким повышением γ при $|\mathbf{r}| = 60$ мкм. (б) Распределение $|\psi_+|^2$ вдоль выбранного отрезка AB.

"Спиновые нити" в нашем случае — это компромисс между стремлением к однородности (в силу *дефокусировки*, т.е. отталкивания частиц) и тем обстоятельством, что статические однородные решения теперь запрещены в любой двумерной области, масштаб которой существенно больше a_min. Являясь неоднородным по интенсивности, решение не может быть однородным по спину, иначе мы вернулись бы к режиму с обострением, описанному в разделе 5. Но, как показывают расчёты, решение стабилизируется, когда филаменты с противоположными поляризациями чередуются между собой. Их толщина не зависит от размера всей системы, однако с увеличением размера в их распределении возникают по-разному ориентированные домены. Этим поляритонная система отличается от реакционно-диффузных моделей со спиральными волнами (в нашем случае волны "прямые"), а с другой стороны — от жидкостей, в которых геометрия филаментов, как правило, кардинально зависит от граничных условий [165]. В двумерной поляритонной системе дальний порядок отсутствует.

8.5. Диполярная спиновая цепочка

Та же неустойчивость, которая в случае двумерной системы приводит к филаментам, в одномерной системе порождает периодическую структуру. Теперь, когда у поляритонов нет даже одного свободного направления, статическое решение может получиться, только если все неоднородности одинаковы и точно уравновешивают друг друга. Буквальной одномерности для этого не требуется; периодическая цепочка возникает и в плоской системе, но возбуждаемой не по всей площади, а вдоль полосы с малым поперечным размером $\sigma \lesssim a_\mathrm{min}$. На рисунке 12 приведён пример решения при кольцевой

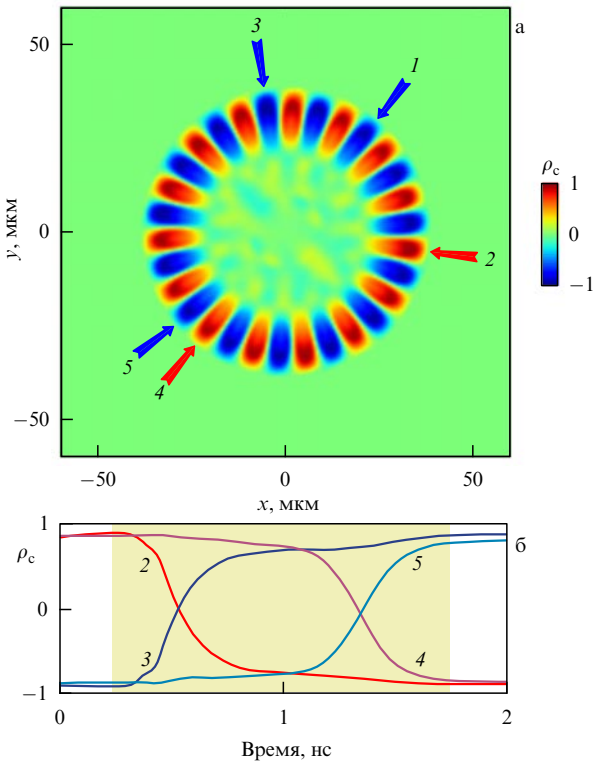


Рис. 12. (В цвете онлайн.) (а) Установившееся решение при кольцевом распределении амплитуды внешнего поля $f_+(\mathbf{r}) = f_-(\mathbf{r}) \propto \propto \exp\left[(|\mathbf{r}| - R_0)^2/(2\sigma^2)\right]$, где $R_0 = 30$ мкм, $\sigma = 5$ мкм [54]. (б) Инверсия спинов в результате действия второго луча с правоциркулярной поляризацией, сфокусированного в пятно диаметром 1 мкм в точке *1*. Показана эволюция ρ_c в контрольных точках *2*–*5*; затенён интервал времени, в течение которого действует второй луч. Параметры γ, g и D такие же, как для рис. 10 и 11.

накачке: исходная симметрия SO(2) нарушилась, но взамен возникла вторично упорядоченная замкнутая спиновая цепочка. Поляризации в ней чередуются, при этом в промежутках между узлами, где $\rho_c = 0$, интенсивность поля заметно ниже, чем в точках максимума $|\rho_c|$.

Вторичный, или внутренний, порядок в квазиодномерной системе получается *жёстким*. В частности, можно не только описать такую систему, если известны период и $|\psi_\pm|$ в каком-то отдельном месте, но и действительно контролировать всю цепочку, воздействуя на любой узел, — например, с помощью второго луча, сфокусированного в пятно диаметром менее $a_{\min}$. На рисунке 12б показан результат такого численного эксперимента. Мощный второй луч, действие которого не распространяется далее одного узла, инвертирует в нём ρ_c, после чего спины во всех узлах тоже поочерёдно переворачиваются. Подобный процесс, напоминающий передачу сигнала, замедляется с увеличением отношения $\sigma/a_{\min}$ и исчезает, когда система теряет периодичность.

Дальний порядок совершенно не характерен для систем с отталкиванием частиц и конечным временем жизни. Упорядочение во внешнем поле тривиально, а нелинейность не меняет дела, даже если какая-то флуктуация запускает переход между ветвями решений, — именно потому, что это только переходный процесс, а сами решения однородны. Но несколько парадоксальным образом сильный дальний порядок возникает совместно с хаосом. Система упорядочивается, поскольку она "напряжена" вследствие компенсирующих друг друга неустойчивостей на границах узлов с противоположными спинами.

Таким образом, конденсат напоминает уже не газ, а твёрдое тело — диполярный кристалл. Подобные структуры могли бы возникнуть в периодическом внешнем поле, формирующем связанную решётку атомных конденсатов. Говоря о таких системах, в англоязычной литературе всё чаще используют термин *supersolid*. Раньше его понимали (и переводили) как *сверхтекучее твёрдое тело*, имея в виду распространение вакансий, возникающих в настоящем кристалле вследствие нулевых колебаний и движущихся без диссипации [169]. Убедительных доказательств этого ещё не получено, но зато активно исследуется похожий перенос возбуждений в наведённых решётках [170, 171].

В поляритонной системе, где уже сама решётка спонтанно образуется из однородной среды, также идут процессы переноса, не сводящиеся к реакции на внешнее возмущение. Например, с увеличением g/γ диполярная цепочка становится *бистабильной*, так как симметрия спинов может нарушаться двумя способами. А именно, соседние узлы на всём протяжении цепочки могут иметь или круговые, $\rho_c \sim \pm 1$, или смешанно-линейные, $\rho_{\pm 45^\circ} \sim \sim \pm 1$, поляризации. По цепочке первого типа могут перемещаться солитоны с поляризацией второго типа и наоборот (см. Supplemental Material к работе [54]). Солитон похож на кристаллический дефект. Он спонтанно рождается в некотором узле и движется в ту или другую сторону, не затухая, с постоянной скоростью около 0,3 мкм пс$^{-1}$, при этом на всём пути его поляризация определяется текущим узлом основной решётки по правилу $\operatorname{sgn}\rho_c = \operatorname{sgn}\rho_{\pm 45^\circ}$. Аналогичные эффекты существуют и в двумерной системе. Обычно в ней одна базисная пара, $I_\pm$ или $I_{\pm 45^\circ}$, чередуясь, образует решётку, а другая видна только в местах ветвления или искривления филаментов, как на рис. 11. Подобные дислокации могут перемещаться, как и солитоны, приводя к пространственно-временно́му хаосу [53].

8.6. Химерные состояния

Мы выяснили, что если решение устойчиво, то по меньшей мере в одном направлении импульс поляритонов не определён: $\Delta k \sim k_{\max}$. В этом смысле спиновые диполи похожи на простейший электрический диполь, атом водорода, который существует благодаря неопределённости электронного импульса. Но устойчивые состояния образуются не всегда, а только при относительно низкой энергии. Чтобы получить устойчивую периодическую цепочку в системе с некоторым g, следует выбрать $D(g)$ и затем $f(g, D)$ вблизи нижней границы области $Q < 0$, где действует петлевое рассеяние (см. раздел 8.2). Повышая энергию, можно, наоборот, перейти от устойчивого состояния к пространственно-временно́й турбулентности, причём для этого есть разные пути.

Самый простой путь — повышение f. Тогда поляритоны всё сильнее отталкиваются друг от друга, их распределение стремится стать более однородным и от этого теряет устойчивость. В спиновой цепочке рождаются солитоны. Умножаясь и сталкиваясь, они вызывают дрожание всех узлов. Сами узлы объединяются в кластеры, в которых одна амплитуда, $|\psi_+|$ или $|\psi_-|$, в среднем больше другой. Неустойчивый интервал f ограничен с обеих сторон, и в конце его система плавно

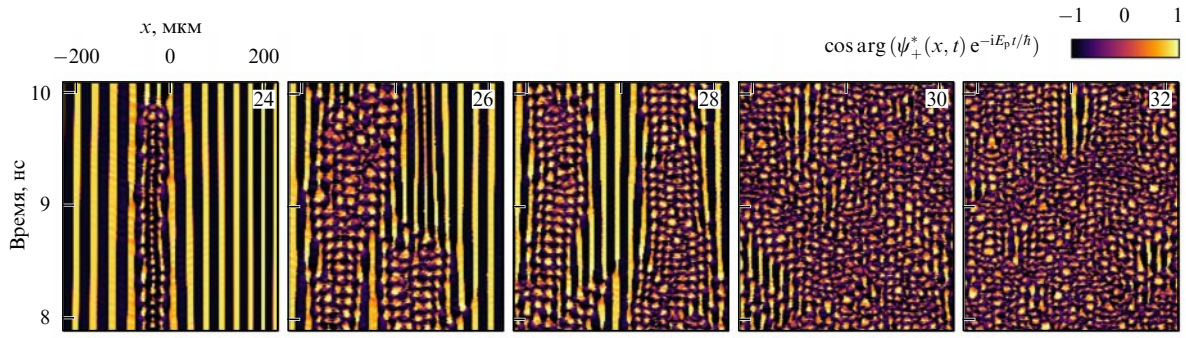


Рис. 13. (В цвете онлайн.) Серия решений одномерных уравнений (1) с циклическими граничными условиями, полученная при одновременном повышении совпадающих между собой величин g и D [54]. Числа на каждом графике указывают отношение g/γ при $\gamma = 5$ мкэВ. Интенсивность внешнего поля f^2 во всех случаях устанавливалась в середине неустойчивого интервала. Цветовая шкала соответствует косинусу разности фаз между ψ_+ и внешним полем. Эволюция показана начиная с момента 8 нс, чтобы исключить переходные эффекты, связанные с установлением решений.

переходит к какому-то из однородных решений, а если увеличить f ещё больше, то восстановится спиновая симметрия. Таким образом, с увеличением f система теряет дальний порядок вследствие размывания границ между соседними узлами, которое аналогично нагреванию и плавлению кристалла.

С другой стороны, энергию можно увеличивать, повышая отстройку $D = E_\mathrm{p} - E_\mathrm{LP}$. Чтобы при этом не выйти за границы интересующей нас области $Q < 0$, следует одновременно повышать g (см. рис. 9) и f (см. (43) и (45)). С увеличением g спиновые компоненты сильнее подавляют друг друга, поэтому дискретная структура цепочки долго сохраняется, даже несмотря на возрастание $|\psi|$. На рисунке 13 приведена серия решений, в которой совпадающие между собой D и g постепенно увеличиваются.

Все узлы цепочки делятся теперь на две группы. В одной они устойчивы и полностью синхронизованы. Частота осцилляций поля в любом узле равна $E_\mathrm{p}/\hbar$, причём если в двух из них совпадают поляризации, то совпадают и фазы. Узлы, образующие другую группу, колеблются хаотически. Примечательно, что две подсистемы существуют вместе, не смешиваясь и не подавляя одна другую. На первых трёх изображениях на рис. 13 длина одноцветных вертикальных полос, т.е. время когерентности, почти везде оказывается или предельно малой ($\sim\hbar/g$), или неопределённо большой. В начале серии дефазированные узлы выглядят случайными дефектами в периодической решётке, а в конце только небольшие фрагменты самóй решётки ненадолго возникают из турбулентной среды, но даже тогда они синхронизованы с хорошей точностью.

Известен эффект *перемежаемости*, или чередования порядка и беспорядка на пути к турбулентности [172]. Однако, чередуясь в отдельных узлах, в нашем случае порядок и беспорядок уравновешены в масштабе всей системы. Расчёты показывают, что соотношение размеров двух подсистем стабилизируется с увеличением длины цепочки, т.е. решение с определённой долей беспорядка структурно устойчиво. Очень похожие решения были обнаружены [61] в модели фазовых осцилляторов с нелокальным взаимодействием (2) и вскоре названы *химерными состояниями* [62], поскольку их подсистемы кажутся несочетаемыми, как жидкость и кристалл при сверхнизкой температуре. (Более понятным по сравнению с рис. 13 было бы постепенное возрастание флуктуаций во всех узлах цепочки, а в случае перехода к хаосу — перемежаемость опять-таки общего состояния всей системы.)

Аналогичные структуры появляются в излучении лазеров с оптоэлектронной обратной связью [66, 67]. Это система уже с временнóй "нелокальностью": в отличие от (2), её уравнение эволюции включает в себя интеграл по времени, но решения тоже имеют две подсистемы, являются структурно устойчивыми и допускают переход от глобального порядка к турбулентности. Результаты расчётов были экспериментально подтверждены, а кроме того, химерные состояния обнаружились в различных других системах с нелокальными связями (см., например, [68 – 70] и обзоры [64, 65]). В уравнениях (1) для поляритонной системы, с одной стороны, все связи локальные и "мгновенные", но, с другой стороны, их решения иногда демонстрируют сильный дальний порядок, как на рис. 12. В настоящий момент не ясно, можно ли такую эффективно нелокальную связь описать явным образом аналогично модели (2).

9. Заключение

Поляритонные системы интересны в связи с макроскопически когерентными состояниями, которые возникают двумя путями: квазиравновесным образом или в резонансном поле. Поскольку время жизни поляритонов невелико, оптическая накачка требуется и в первом случае, но она не возбуждает поляритоны непосредственно, а создаёт экситонный резервуар, из которого частицы переходят в основное состояние. Такой конденсат образуется с нарушением калибровочной симметрии, и уже в нём самом спонтанно возникают квантованные вихри [16 – 19] — возбуждения, очень давно предсказанные и обнаруженные сначала в сверхпроводниках и атомных газах. Можно сказать, что в этом случае конденсат внутренне упорядочен.

У конденсата, возбуждаемого резонансной световой волной, напротив, фаза и все свойства обычно определяются внешним полем и всюду, за исключением нескольких особых точек, он ведёт себя как вынужденный осциллятор. В течение длительного времени полагали, что сам по себе такой конденсат — очень простая система, которую, однако, легко усложнить, задав произвольным образом накачку $f_\pm(\mathbf{r}, t)$ или потенциал $E_\mathrm{LP}(\mathbf{r}, -\mathrm{i}\hbar\nabla, t)$. В реальных образцах потен-

циал можно контролировать акустическими волнами, магнитным полем, создавать туннельно связанные ловушки, решётки и т.д. На этом пути встречается множество красивых нелинейных эффектов, хотя они, как правило, отличны от поведения атомных или экситонных бозе-эйнштейновских конденсатов со свободными фазами.

Но, как показал ряд недавних работ, иногда даже совершенно однородная поляритонная система, возбуждаемая плоской волной, переходит от вынужденных колебаний к относительно свободной эволюции. В *режиме с обострением* в такой системе возникают корреляции в поведении большого числа волновых гармоник. Если же учесть внутреннюю (спиновую) степень свободы, то может оказаться, что однородные состояния в принципе запрещены в конечном интервале f; тогда импульс становится неопределённым и свойства системы кардинально изменяются. В ней обнаруживаются дальний порядок и турбулентность, автоколебания, решётки, филаменты и химерные состояния, а также могут спонтанно рождаться солитоны и вихри [143]. *Вторично упорядоченная* поляритонная система действительно напоминает скорее конденсат, чем набор вынужденных осцилляторов, поскольку порядок и беспорядок в ней уравновешены, но при этом источник беспорядка имеет не тепловую, а чисто динамическую природу.

Благодарности

Я искренне признателен В.Д. Кулаковскому, Н.А. Гиппиусу и С.Г. Тиходееву за многочисленные обсуждения всего круга вопросов, затронутых в данном обзоре. Работы, связанные с проявлениями режима с обострением в эффективно бесспиновой экситон-поляритонной системе, поддержаны грантами Российского фонда фундаментальных исследований 16-02-01172 и 19-02-00988. Последние работы, связанные с автоколебаниями, возникающими в результате спонтанного нарушения спиновой симметрии, выполнены при поддержке Российского научного фонда (грант № 19-72-30003).

Список литературы

1. Hopfield J J *Phys. Rev.* **112** 1555 (1958)
2. Weisbuch C et al. *Phys. Rev. Lett.* **69** 3314 (1992)
3. Yamamoto Y, Tassone T, Cao H *Semiconductor Cavity Quantum Electrodynamics* (Berlin: Springer, 2000)
4. Kavokin A V et al. *Microcavities* 2nd ed. (Oxford: Oxford Univ. Press, 2017)
5. Deng H, Haug H, Yamamoto Y *Rev. Mod. Phys.* **82** 1489 (2010)
6. Pitaevskii L, Stringari S *Bose–Einstein Condensation and Superfluidity* (Oxford: Oxford Univ. Press, 2016)
7. Kasprzak J et al. *Nature* **443** 409 (2006)
8. Balili R et al. *Science* **316** 1007 (2007)
9. Baumberg J J et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 136409 (2008)
10. Plumhof J D et al. *Nature Mater.* **13** 247 (2014)
11. Daskalakis K S et al. *Nature Mater.* **13** 271 (2014)
12. Тимофеев В Б *ФТП* **46** 865 (2012); Timoffeev V B *Semiconductors* **46** 843 (2012)
13. Carusotto I, Ciuti C *Rev. Mod. Phys.* **85** 299 (2013)
14. Lagoudakis K G et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 120403 (2010)
15. Abbarchi M et al. *Nature Phys.* **9** 275 (2013)
16. Lagoudakis K G et al. *Nature Phys.* **4** 706 (2008)
17. Keeling J, Berloff N G *Phys. Rev. Lett.* **100** 250401 (2008)
18. Amo A et al. *Science* **332** 1167 (2011)
19. Tosi G et al. *Nature Commun.* **3** 1243 (2012)
20. Berloff N G et al. *Nature Mater.* **16** 1120 (2017)
21. Келдыш Л В "Когерентное состояние экситонов", в сб. *Проблемы теоретической физики. Памяти Игоря Евгеньевича Тамма* (Отв. ред. В И Ритус) (М.: Наука, 1972) с. 433
22. Келдыш Л В *УФН* **187** 1273 (2017); Keldysh L V *Phys. Usp.* **60** 1180 (2017)
23. Елесин В Ф, Копаев Ю В *ЖЭТФ* **63** 1447 (1972); Elesin V F, Kopaev Yu V *Sov. Phys. JETP* **36** 767 (1973)
24. Baas A et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 176401 (2006)
25. Lugiato L A, Lefever R *Phys. Rev. Lett.* **58** 2209 (1987)
26. Gippius N A et al. *Europhys. Lett.* **67** 997 (2004)
27. Baas A et al. *Phys. Rev. A* **69** 023809 (2004)
28. Gippius N A et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 236401 (2007)
29. Shelykh I A, Liew T C H, Kavokin A V *Phys. Rev. Lett.* **100** 116401 (2008)
30. Гаврилов С С и др. *ЖЭТФ* **137** 943 (2010); Gavrilov S S et al. *JETP* **110** 825 (2010)
31. Paraïso T K et al. *Nature Mater.* **9** 655 (2010)
32. Sarkar D et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 216402 (2010)
33. Adrados C et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 216403 (2010)
34. Amo A et al. *Nature Photon.* **4** 361 (2010)
35. Cerna R et al. *Nature Commun.* **4** 2008 (2013)
36. Stevenson R M et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 3680 (2000)
37. Butté R et al. *Phys. Rev. B* **68** 115325 (2003)
38. Ciuti C, Schwendimann P, Quattropani A *Semicond. Sci. Technol.* **18** S279 (2003)
39. Gippius N A, Tikhodeev S G *J. Phys. Condens. Matter* **16** S3653 (2004)
40. Whittaker D M *Phys. Rev. B* **71** 115301 (2005)
41. Krizhanovskii D N et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 097402 (2006)
42. Demenev A A et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 136401 (2008)
43. Krizhanovskii D N et al. *Phys. Rev. B* **77** 115336 (2008)
44. Ballarini D et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 056402 (2009)
45. Ballarini D et al. *Nature Commun.* **4** 1778 (2013)
46. Боголюбов Н Н *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **11** 77 (1947); Bogolubov N *J. Phys. USSR* **11** 23 (1947)
47. Carusotto I, Ciuti C *Phys. Rev. Lett.* **93** 166401 (2004)
48. Amo A et al. *Nature Phys.* **5** 805 (2009)
49. Lerario G et al. *Nature Phys.* **13** 837 (2017)
50. Gavrilov S S *Phys. Rev. B* **90** 205303 (2014)
51. Gavrilov S S et al. *Phys. Rev. B* **92** 205312 (2015)
52. Whittaker C E et al. *Phys. Rev. X* **7** 031033 (2017)
53. Gavrilov S S *Phys. Rev. B* **94** 195310 (2016)
54. Gavrilov S S *Phys. Rev. Lett.* **120** 033901 (2018)
55. Gavrilov S S et al. *Appl. Phys. Lett.* **102** 011104 (2013)
56. Sekretenko A V et al. *Phys. Rev. B* **88** 205302 (2013)
57. Gavrilov S S et al. *Phys. Rev. B* **90** 235309 (2014)
58. Гаврилов С С *Письма в ЖЭТФ* **105** 187 (2017); Gavrilov S S *JETP Lett.* **105** 200 (2017)
59. Argyris A et al. *Nature* **438** 343 (2005)
60. Sciamanna M, Shore K A *Nature Photon.* **9** 151 (2015)
61. Kuramoto Y, Battogtokh D *Nonlin. Phenom. Complex Syst.* **5** 380 (2002)
62. Abrams D M, Strogatz S H *Phys. Rev. Lett.* **93** 174102 (2004)
63. Hagerstorm A M et al. *Nature Phys.* **8** 658 (2012)
64. Panaggio M J, Abrams D M *Nonlinearity* **28** R67 (2015)
65. Omel'chenko O E *Nonlinearity* **31** R121 (2018)
66. Larger L, Penkovsky B, Maistrenko Yu *Nature Commun.* **6** 7752 (2015)
67. Larger L, Penkovsky B, Maistrenko Yu *Phys. Rev. Lett.* **111** 054103 (2013)
68. Martens E A et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **110** 10563 (2013)
69. Tinsley M R, Nkomo S, Showalter K *Nature Phys.* **8** 662 (2012)
70. Majhi S et al. *Phys. Life Rev.* **28** 100 (2019)
71. Andrzejak R G et al. *Sci. Rep.* **6** 23000 (2016)
72. Келдыш Л В, Козлов А Н *ЖЭТФ* **54** 978 (1968); Keldysh L V, Kozlov A N *Sov. Phys. JETP* **27** 521 (1968)
73. Snoke D, Kavoulakis G M *Rep. Prog. Phys.* **77** 116501 (2014)
74. Savona V et al. *Phys. Rev. B* **49** 8774 (1994)
75. Messin G et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 127403 (2001)
76. Sun Y et al. *Nature Phys.* **13** 870 (2017)
77. Сибельдин Н Н *УФН* **187** 1236 (2017); Sibeldin N N *Phys. Usp.* **60** 1147 (2017)
78. Ciuti C et al. *Phys. Rev. B* **58** 7926 (1998)
79. Vladimirova M et al. *Phys. Rev. B* **82** 075301 (2010)
80. Sekretenko A V, Gavrilov S S, Kulakovskii V D *Phys. Rev. B* **88** 195302 (2013)
81. Shelykh L A et al. *Semicond. Sci. Technol.* **25** 013001 (2010)
82. Voronova N S, Elistratov A A, Lozovik Yu E *Phys. Rev. Lett.* **115** 186402 (2015)
83. Гиппиус Н А и др. *УФН* **175** 327 (2005); Gippius N A et al. *Phys. Usp.* **48** 306 (2005)

84. Гаврилов С С, Тиходеев С Г *Письма в ЖЭТФ* **94** 690 (2011); Gavrilov S S, Tikhodeev S G *JETP Lett*. **94** 647 (2011)
85. Gibbs H M, McCall S L, Venkatesan T N C *Phys. Rev. Lett*. **36** 1135 (1976)
86. Haken H *Synergetics. An Introduction. Nonequilibrium Phase Transitions and Self-Organization in Physics, Chemistry, and Biology* (Springer Series in Synergetics, Vol. 1) (Berlin: Springer, 1983)
87. Demenev A A, Gavrilov S S, Kulakovskii V D *Phys. Rev. B* **81** 035328 (2010)
88. Гаврилов С С и др. *Письма в ЖЭТФ* **92** 194 (2010); Gavrilov S S et al. *JETP Lett*. **92** 171 (2010)
89. Vishnevsky D V et al. *Phys. Rev. B* **85** 155328 (2012)
90. Gavrilov S S et al. *Phys. Rev. B* **85** 075319 (2012)
91. Wouters M et al. *Phys. Rev. B* **87** 045303 (2013)
92. Uvarov A V et al. *Phys. Rev. A* **99** 033837 (2019)
93. Gavrilov S S, Gippius N A *Phys. Rev. B* **86** 085317 (2012)
94. Akimov A V et al. *Phys. Rev. Lett*. **97** 037401 (2006)
95. Scherbakov A V et al. *Phys. Rev. B* **78** 241302(R) (2008)
96. Krizhanovskii D N et al. *Phys. Rev. B* **87** 155423 (2013)
97. Liew T C H, Kavokin A V, Shelykh I A *Phys. Rev. Lett*. **101** 016402 (2008)
98. Egorov O A et al. *Phys. Rev. Lett*. **102** 153904 (2009)
99. Egorov O A, Skryabin D V, Lederer F *Phys. Rev. B* **84** 165305 (2011)
100. Sich M et al. *Nature Photon*. **6** 50 (2012)
101. Sich M et al. *Phys. Rev. Lett*. **112** 046403 (2014)
102. Gavrilov S S *J. Phys. Conf. Ser*. **1164** 012014 (2019)
103. Haken H *Rev. Mod. Phys*. **47** 67 (1975)
104. Гаврилов С С и др. *Письма в ЖЭТФ* **101** 9 (2015); Gavrilov S S et al. *JETP Lett*. **101** 7 (2015)
105. Brichkin A S et al. *Phys. Rev. B* **92** 125155 (2015)
106. McLaughlin D W et al. *Phys. Rev. A* **34** 1200 (1986)
107. Landman M J et al. *Phys. Rev. A* **38** 3837 (1988)
108. Flayac H, Savona V *Phys. Rev. A* **95** 043838 (2017)
109. Liew T C H, Rubo Y G *Phys. Rev. B* **97** 041302(R) (2018)
110. Wang T et al. *Phys. Rev. A* **92** 012316 (2015)
111. Karr J Ph et al. *Phys. Rev. A* **69** 031802(R) (2004)
112. Savvidis P G et al. *Phys. Rev. Lett*. **84** 1547 (2000)
113. Ciuti C et al. *Phys. Rev. B* **62** R4825 (2000)
114. Baumberg J J et al. *Phys. Rev. B* **62** R16247 (2000)
115. Kulakovskii V D et al. *Nanotechnology* **12** 475 (2001)
116. Whittaker D M *Phys. Rev. B* **63** 193305 (2001)
117. Ciuti C, Schwendimann P, Quattropani A *Phys. Rev. B* **63** 041303(R) (2001)
118. Гаврилов С С и др. *ЖЭТФ* **131** 819 (2007); Gavrilov S S et al. *JETP* **104** 715 (2007)
119. Demenev A A et al. *Phys. Rev. B* **79** 165308 (2009)
120. Kulakovskii V D et al., in *Exciton Polaritons in Microcavities* (Springer Series in Solid-State Sciences, Vol. 172, Eds D Sanvitto, V Timofeev) (Berlin: Springer, 2012) p. 43
121. Maslova N S, Johne R, Gippius N A *Письма в ЖЭТФ* **86** 135 (2007); *JETP Lett*. **86** 126 (2007)
122. Johne R, Maslova N S, Gippius N A *Solid State Commun*. **149** 496 (2009)
123. Maslova N S, Johne R, Gippius N A *Письма в ЖЭТФ* **89** 718 (2009); *JETP Lett*. **89** 614 (2009)
124. Bozat Ö, Savenko I G, Shelykh I A *Phys. Rev. B* **86** 035413 (2012)
125. Rodriguez S R K et al. *Phys. Rev. Lett*. **118** 247402 (2017)
126. Demenev A A, Gavrilov S S, Kulakovskii V D *Phys. Rev. B* **84** 085305 (2011)
127. Деменев А А, Гаврилов С С, Кулаковский В Д *Письма в ЖЭТФ* **95** 42 (2012); Demenev A A, Gavrilov S S, Kulakovskii V D *JETP Lett*. **95** 38 (2012)
128. Carusotto I et al. *Phys. Rev. Lett*. **97** 260403 (2006)
129. Gavrilov S S et al. *Phys. Rev. B* **87** 201303(R) (2013)
130. Гаврилов С С, Деменев А А, Кулаковский В Д *Письма в ЖЭТФ* **100** 923 (2015); Gavrilov S S, Demenev A A, Kulakovskii V D *JETP Lett*. **100** 817 (2015)
131. Гаврилов С С, Кулаковский В Д *Письма в ЖЭТФ* **104** 849 (2016); Gavrilov S S, Kulakovskii V D *JETP Lett*. **104** 827 (2016)
132. Josephson B *Phys. Lett*. **1** 251 (1962)
133. Raghavan S et al. *Phys. Rev. A* **59** 620 (1999)
134. Albiez M et al. *Phys. Rev. Lett*. **95** 010402 (2005)
135. Cataliotti F S et al. *Science* **293** 843 (2001)
136. Levy S et al. *Nature* **449** 579 (2007)
137. Magnusson E B et al. *Phys. Rev. B* **82** 195312 (2010)
138. Read D, Rubo Yu G, Kavokin A V *Phys. Rev. B* **81** 235315 (2010)
139. Zhang C, Jin G *Phys. Rev. B* **84** 115324 (2011)
140. Pavlovic G, Malpuech G, Shelykh I A *Phys. Rev. B* **87** 125307 (2013)
141. Sarchi D et al. *Phys. Rev. B* **77** 125324 (2008)
142. Shelykh I A et al. *Phys. Rev. B* **78** 041302(R) (2008)
143. Gavrilov S S, arXiv:1909.10050
144. Demenev A A et al. *Phys. Rev. B* **94** 195302 (2016)
145. Ohadi H et al. *Phys. Rev. X* **5** 031002 (2015)
146. Askitopoulos A et al. *Phys. Rev. B* **93** 205307 (2016)
147. Lorenz E N *J. Atmos. Sci*. **20** 130 (1963)
148. Haken H *Phys. Lett. A* **53** 77 (1975)
149. Virte M et al. *Nature Photon*. **7** 60 (2013)
150. Virte M, Panajotov K, Sciamanna M *Phys. Rev. A* **87** 013834 (2013)
151. Ikeda K, Daido H, Akimoto O *Phys. Rev. Lett*. **45** 709 (1980)
152. Arecchi F T et al. *Phys. Rev. Lett*. **65** 2531 (1990)
153. Vicente R et al. *IEEE J. Quant. Electron*. **41** 541 (2005)
154. Albert F et al. *Nature Commun*. **2** 366 (2011)
155. Rontani D et al. *Opt. Lett*. **32** 2960 (2007)
156. Selmi F et al. *Phys. Rev. Lett*. **116** 013901 (2016)
157. Coulibaly S et al. *Phys. Rev. A* **95** 023816 (2017)
158. Elsass T et al. *Eur. Phys. J. D* **59** 91 (2010)
159. Ferré M A et al. *Eur. Phys. J. D* **71** 172 (2017)
160. Solnyshkov D D et al. *Phys. Rev. B* **80** 235303 (2009)
161. Krizhanovskii D N et al. *Phys. Rev. B* **73** 073303 (2006)
162. Solnyshkov D D et al. *Phys. Rev. B* **77** 045314 (2008)
163. Aranson I S, Kramer L *Rev. Mod. Phys*. **74** 99 (2002)
164. Bohr T et al. *Dynamical Systems Approach to Turbulence* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1998)
165. Cross M C, Hohenberg P C *Rev. Mod. Phys*. **65** 851 (1993)
166. Couairon A, Mysyrowicz A *Phys. Rep*. **441** 47 (2007)
167. de Valcárcel G J, Staliunas K *Phys. Rev. E* **67** 026604 (2003)
168. de Valcárcel G J, Staliunas K *Phys. Rev. Lett*. **105** 054101 (2010)
169. Boninsegni M, Prokof'ev N V *Rev. Mod. Phys*. **84** 759 (2012)
170. Léonard J et al. *Nature* **543** 87 (2017)
171. Li J-R et al. *Nature* **543** 91 (2017)
172. Pomeau Y, Manneville P *Commun. Math. Phys*. **74** 189 (1980)

Nonequilibrium transitions, chaos, and chimera states in exciton–polariton systems

S.S. Gavrilov. *Institute of Solid State Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Akademika Osip'yana 2, 142432 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation*; *National Research University Higher School of Economics, ul. Myasnitskaya 20, 101000 Moscow, Russian Federation*
E-mail: *gavr_ss@issp.ac.ru*

The review is devoted to exciton polaritons, short-lived Bose particles which are optically excited in semiconductors and form macroscopically coherent states under the conditions of coherent and resonant external driving. Interaction of polaritons results in multistability, spontaneous breaking of spin and spatial symmetries, self-pulsations, and pattern formation. As a result of symmetry breaking, paradoxical 'chimera states' can arise in which ordered and chaotic subsystems coexist and in some way complement each other.

Keywords: polariton, Bose–Einstein condensate, spinor condensate, multistability, spontaneous symmetry breaking, self-pulsations, dynamical chaos, chimera states, self-organization

PACS numbers: 03.75.Kk, 05.45.Xt, **05.65.+b**, 42.65.Sf, 47.20.Ky, **71.36.+c**

Bibliography — 172 references
Uspekhi Fizicheskikh Nauk **190** (2) 137 – 159 (2020)
DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.04.038549

Received 6 September 2018, revised 3 April 2019
Physics – Uspekhi **63** (2) (2020)
DOI: https://doi.org/10.3367/UFNe.2019.04.038549