

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Лавина релятивистских убегающих электронов

Л.П. Бабич

Обсуждаются генезис концепции лавины релятивистских убегающих электронов (ЛРУЭ) и её механизм как аналог таунсендовской лавины электронов низких энергий, но способной, в отличие от последней, развиваться в слабых электрических полях грозовых облаков, благодаря чему оказалось возможным преодолеть трудности в интерпретации наблюдающихся усилений проникающих излучений в грозовой атмосфере. Описаны основные неупругие взаимодействия электронов высоких энергий с атомарными частицами, участвующие в процессе развития лавины; в терминах сил трения излагается суть процесса убегания, описаны методы численного моделирования лавины. Примерно в исторической последовательности дан анализ результатов вычислений временного и пространственного масштабов усиления лавины, приводятся современные данные о её макроскопических характеристиках, необходимые для численного моделирования убегающих электронов в приближении сплошной среды. Обсуждается релятивистская положительная обратная связь как распространение на релятивистскую область механизма классического катодонаправленного стримера, посредством которой осуществляется генерация серии ЛРУЭ как самоподдерживающегося процесса. Описаны лабораторные эксперименты по моделированию ЛРУЭ, в одном из которых реализована начальная стадия лавины.

Ключевые слова: релятивистская лавина, убегающие электроны, кинетическое уравнение, метод Монте-Карло, макроскопические характеристики, обратная положительная связь, лабораторные эксперименты

PACS numbers: 52.80.Tn, **52.90.+z**, 92.60.PwDOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.04.038747>

Содержание

1. Введение (1261).
2. Силы трения (1264).
3. Элементарное представление о процессе убегания электронов (1265).
4. Пространственный и временной масштабы усиления лавины (1266).
5. Методы численного моделирования лавины (1268).
 - 5.1. Кинетическое уравнение. Операторы столкновений. 5.2. Программы Монте-Карло.
6. Вычисления временного масштаба усиления лавины на основании кинетического уравнения (1273).
7. Фундаментальные макроскопические характеристики лавины (1274).
8. Релятивистская положительная обратная связь (1278).
 - 8.1. Вклад собственного тормозного излучения лавины в её усиление. 8.2. Концепция релятивистской положительной обратной связи. 8.3. Механизм релятивистской положительной обратной связи. 8.4. Самоподдерживающиеся лавины в поперечном поле лидера молнии.
9. Лавина релятивистских убегающих электронов в лабораторных экспериментах (1284).

9.1. Эксперимент ФИАН. 9.2. Эксперимент ВНИИЭФ. 9.3. Эксперимент Института электрофизики УрО РАН.

10. Заключение (1289).

Список литературы (1290).

История вопроса часто представляет больший интерес, чем полученные результаты.

И.П. Павлов (1849 – 1936),
лауреат Нобелевской премии
по физиологии и медицине 1904 года

1. Введение

Прогресс в физике газового разряда — разделе физики плазмы, из которого развилась современная наука о плазме со всем богатством и многообразием её процессов, в течение многих лет был ограничен концепциями и результатами, изложенными в широко известных монографиях [1–4]. В дальнейшем разрабатываются, по существу, те же концепции, какими бы оригинальными ни были подходы, используемые для их дальнейшего развития, и новыми получаемые результаты (см. [5–10] и цитируемую там литературу). Эти концепции основываются на традиционных механизмах электрического пробоя: таунсендовском и стримерном. Первый, включающий в себя генерацию последовательных серий электронных лавин, поддерживаемых эмиссией с катода, реализуется при низких давлениях, второй, являясь объёмным, не зависит от катодной эмиссии и реализуется при высоких давлениях, но и в том и другом случае газ является "плотным", т.е. концентрация атомарных частиц N или давление P настолько велики, что

Л.П. Бабич. Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики,
просп. Мира 37, 607188 Саров, Нижегородская область,
Российская Федерация
E-mail: leonid.babich52@gmail.com; babich@elph.vniief.ru

Статья поступила 29 октября 2019 г.,
после доработки 15 марта 2020 г.

Таблица 1. Редакция и результаты первых лабораторных экспериментов, в которых наблюдалась генерация ускоренных электронов при атмосферном давлении*

Характеристики эксперимента \ Литература	Френкель и др. [13]	Станкевич и Калинин [16]	Ноггл и др. [15]	Тарасова и Худякова [17]
Конфигурация электродов	Игла (–) – плоскость (+)	Стержень (–) – плоскость (+)	Игла (–) – плоскость (+)	Стержень (–) – плоскость (+)
d , см	?	0,04	2–10	0,5–8,5
Катод, r_{cath}		Конус с закруглённой вершиной		Полусфера, $r_{\text{cath}} = 6$ мм
Газ	Гелий	Воздух	Гелий	Воздух
τ_{idle} , нс	?	< 2	< 10	$\ll 0,6$
Δt_{idle} **		23 нс	≈ 50 мкс	≈ 3 нс
U_{idle} , кВ	17	40–52	≈ 300	≈ 300
N_{disch}	10^4	1	10000	1
мР/импульс	$< 0,04$	0,4	$< 0,04$	Электроны

* Концентрация частиц газа равна числу Лошмидта $N_L = 2,688 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$; τ_{idle} , Δt_{idle} , U_{idle} — время возрастания, длительность и амплитуда импульса напряжения в режиме холостого хода соответственно, r_{cath} — радиус кривизны рабочей поверхности катода, d — межэлектродное расстояние, N_{disch} — число разрядов, достаточное для надёжной регистрации излучения.

** Длительность первой осцилляции затухающей волны напряжения в режиме холостого хода.

длина свободного пробега электрона λ_e с энергией ε , равновесной к напряжённости электрического поля E/N (или E/P), приведённой к концентрации N (или давлению P) частиц газа, гораздо меньше межэлектродного расстояния d .

Движение электрона в среде под действием электрической силы описывается уравнением Ланжевена

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E} - \mathbf{\Gamma}(\mathbf{p}), \quad (1)$$

где $\mathbf{p}$ — импульс электрона, $\mathbf{E}$ — напряжённость электрического поля, e — элементарный заряд, $\mathbf{\Gamma}(\mathbf{p})$ — стохастическая сила, отвечающая за взаимодействия электрона с атомарными частицами: неупругие (возбуждение, ионизация), упругие и радиационные.

В простейшем случае уравнение (1) принимает следующий вид:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E} - F(\varepsilon) \frac{\mathbf{p}}{p}, \quad (2)$$

где $F(\varepsilon)$ — сила торможения вследствие взаимодействий электрона с атомами (см. раздел 2).

В приближении $F(\varepsilon)(\mathbf{p}/p) = mv\mathbf{v}_d$, где m — масса электрона, $v \approx \sigma N v_e$ — частота столкновений электронов, в слабом поле, когда процесс развивается настолько медленно, что $|(d\mathbf{p}/p)(v dt)| \ll 1$, процессы переноса описываются в терминах дрейфового движения электронов и из уравнения (2) следует формула Друде $\mathbf{v}_d = -\mu_e \mathbf{E}$, где $\mu_e = e/(mv) = e/(\sigma N m v_e)$ — подвижность, зависящая от скорости электронов v_e и сечения σ их столкновений с атомами. Согласно формуле Друде скорость дрейфа $\mathbf{v}_d$ зависит от локальной величины E/N . Локально зависят от E/N и все остальные средние характеристики электронного ансамбля: средняя энергия $\langle \varepsilon \rangle$, частота ионизации электронным ударом ν_{ion} , коэффициент ионизации Таунсенда $\alpha_T = \nu_{\text{ion}}/v_d$ и т.п.

Но в достаточно сильных полях необходимо учитывать, что характеристики ансамбля электронов опре-

деляются не только значением E/N в области локализации ансамбля, но и всей его предысторией (см. [11, 12] и приведённые там ссылки). До конца 1960-х годов доминировало представление, согласно которому локальная связь интегральных характеристик газоразрядной плазмы с E/N нарушается лишь в области крайне низких давлений: $P \ll 1$ атм. Это представление начало меняться после того, как во второй половине 1960-х годов было опубликовано несколько сообщений об успешной регистрации импульсов проникающего излучения из лабораторных разрядов в газах атмосферной плотности (табл. 1).

Впервые рентгеновское излучение как проявление генерации электронов высоких энергий было зарегистрировано в 1966 г. Френкелем и др. при разрядах в гелии [13]. Несколько позднее Ноггл и др. [15], выполняя эксперименты с целью моделирования ускорения электронов грозвыми разрядами, согласно гипотезе Вильсона [14] о возможности ускорения электронов до высоких энергий в полях грозвых облаков, наблюдали рентгеновское излучение разрядов в гелии [15]. Попытки обнаружить излучение разрядов в воздухе оказались безуспешными, как и попытки Френкеля и др. — в неоне.

Ещё до публикации Ноггла и др. [15] Станкевич и Калинин [16] наблюдали рентгеновское излучение как результат ускорения электронов при разрядах в открытой атмосфере. Авторы [16] сосредоточили своё внимание на высоких перенапряжениях относительно напряжения самостоятельного пробоя U_{self} . Этот подход, оказавшийся весьма продуктивным в долгосрочной перспективе, позволил выполнить исследования высокоэнергетических явлений при разрядах в плотных газах и обнаружить ранее неизвестные явления и газоразрядные зависимости [11, 12].

Возбуждение рентгеновского излучения в экспериментах Френкеля и др., Ноггла и др. и Станкевича и Калинина, скорее всего, не было чисто газоразрядным эффектом. Вследствие резко неоднородной геометрии

[13, 15] или крайне малого межэлектродного расстояния [16] автоэмиссионные электроны могли ускоряться до анода, где и генерировалось тормозное излучение рентгеновского диапазона. В работе Тарасовой и Худяковой [17], последней в серии четырёх пионерских работ конца 1960-х годов, при разрядах в открытой атмосфере в довольно длинных газоразрядных промежутках (d почти до 10 см) электроны ускорялись самосогласованно с развитием разряда, т.е. с ионизацией газа и формированием пространственных зарядов. Тарасова и Худякова также использовали высокие перенапряжения, что достигалось за счёт субнаносекундной длительности фронта импульса напряжения, но участие эмиссионных электронов исключалось довольно однородной геометрией поля благодаря обширной рабочей поверхности катода (см. табл. 1). В последующих экспериментах [18] было показано, что Тарасова и Худякова впервые регистрировали непосредственно электроны высоких энергий, а не их тормозное излучение, как в предыдущих экспериментах [13, 15, 16], причём источником электронов являлась газоразрядная плазма, а не эмиссия с катода [18]. Импульс электронов генерируется в процессе развития пробоя на фронте импульса напряжения. Как подтверждено прямыми измерениями, даже при разрядах в сильно неоднородных полях, когда возможна интерференция автоэлектронной эмиссии с регистрируемым потоком электронов высоких энергий, последний всё-таки рождается в плазме газового разряда [19, 20].

В дальнейших экспериментах (см. [11, 12, 19–26] и цитируемую там литературу) было показано, что импульс ускоренных, по введённой Эддингтоном терминологии [27] — убегающих (от столкновений с атомами [28]), электронов генерируется в начальной стадии разрядов в плотных газах. Длительность импульса крайне мала: так, разряды в открытой атмосфере генерируют импульс убегающих электронов (УЭ) длительностью в несколько сотен пикосекунд [11, 12, 19, 20, 25]. Импульс УЭ, предыонизируя газ, создаёт условия для пробоя и развития контрагированного искрового канала при достаточно малых d или объёмного диффузного разряда при больших d [11, 12, 23, 24, 26]. Участие УЭ в пробое приводит, в частности, к тому, что в случае не очень длинных газоразрядных промежутков амплитуда импульса напряжения в режиме холостого хода U_{idle} не может быть достигнута, поскольку уже на фронте импульса ток проводимости ограничивает возрастание напряжения.

Участие УЭ в пробое плотных газов, в том числе в открытой атмосфере, при больших перенапряжениях относительно U_{self} доказано во многих лабораторных экспериментах [11, 12, 18–26]. Переход в открытой атмосфере электронов низких энергий в режим убегания в полях с напряжённостью, близкой, а тем более меньшей напряжённости поля самостоятельного пробоя $E_{\text{self}} = U_{\text{self}}/d = 2,5\text{--}3 \text{ МВ м}^{-1}$, нереален. Но электроны с достаточно большой начальной энергией способны продолжать набирать энергию в довольно слабых полях, например таких как, согласно гипотезе Вильсона [14], поля грозových облаков с напряжённостью $\approx 0,3\text{--}0,4 \text{ МВ м}^{-1}$ [10, 29–33].

В первой половине 1980-х годов Паркс и др. [34], а также Маккарти и Паркс [35] с борта самолёта зарегистрировали в грозovém облаке довольно продолжительное (длительностью более 1 с) рентгеновское излучение (в современной терминологии — свечение (glow) [36, 37]) с

энергиями квантов более 100 кэВ. Излучение предшествовало разряду молнии и исчезало синхронно с разрядом. Зарегистрированную интенсивность излучения не удалось объяснить [29] в рамках гипотезы Вильсона [14] как результат ускорения в грозovém поле вторичных электронов высоких энергий, рождённых в атмосфере космическими лучами [30] или, как полагал Вильсон, в результате распада атмосферных радионуклидов.

Исходя из данных наблюдений [34, 35], в частности, учитывая, что наблюдаемое рентгеновское излучение, а следовательно, и генерация отвечающих за него электронов, предшествовали разрядам молнии, и ввиду отрицательного результата анализа [29] Гуревич, Милих и Рюссель-Дюпре предложили и обосновали механизм пробоя атмосферы на УЭ [30] в относительно слабых полях грозových облаков (далее — ГМР-механизм). Как известно, в процессе транспорта релятивистских электронов в веществе вторичные электроны рождаются в основном в области низких энергий, поэтому крайне редкие события рождения электронов высоких энергий обычно игнорируются. Однако эти события могут изменить ход ионизационного процесса в крупномасштабном электрическом поле, таком как поля грозových облаков, поскольку немногочисленные вторичные электроны с достаточно высокими энергиями также оказываются в режиме убегания. В результате, как предсказали Гуревич, Милих и Рюссель-Дюпре, развивается лавина релятивистских убегающих электронов (ЛРУЭ), т.е. процесс экспоненциального возрастания числа электронов высоких энергий.

Развитие ЛРУЭ сопровождается также экспоненциальным размножением электронов низких энергий, соответствующим возрастанием электропроводности и, как следствие, по мнению Гуревича, Милиха и Рюсселя-Дюпре, приводит к пробоем газов в более слабых ($E < E_{\text{self}}$) полях, чем требуемые для обычного пробоя с участием электронов низких энергий на хвостах функции распределения электронов по энергиям, превышающим энергию ионизации ϵ_{ion} атомов и молекул газа. Этот новый процесс как развитие гипотезы Вильсона [14] предложен авторами работы [30] для объяснения явлений в грозовой атмосфере. Уже после первых расчётов стало ясно, что характерная длина l_e усиления ЛРУЭ в e раз составляет несколько десятков метров и увеличивается с уменьшением концентрации молекул воздуха N_{mol} , т.е. с повышением высоты над уровнем моря. Следовательно, в лабораторных условиях получение ЛРУЭ практически невозможно ввиду ограниченных размеров высоковольтных установок. Но поля грозových облаков генерируются в областях атмосферы, настолько обширных, что возможно многократное усиление ЛРУЭ.

Принципиальное отличие лавинообразных процессов и электрического пробоя на УЭ, наблюдаемых в лабораторных условиях, от ГМР-механизма состоит в том, что первые развиваются в сильных и сверхсильных полях с напряжённостью $E \gg E_{\text{self}}$, а второй предсказан для относительно слабых грозových полей, наблюдавшиеся напряжённости которых, $E \approx 0,3\text{--}0,4 \text{ МВ м}^{-1}$, почти на порядок ниже E_{self} . Пробой в газах при высоких перенапряжениях, достигаемых с помощью импульсов высокого напряжения с субнано- и наносекундными фронтами, инициируется импульсным процессом автоэлектронной эмиссии [6, 8, 11, 12], а электроны высоких энергий, инициирующие атмосферные

ЛРУЭ, постоянно генерируются космическим излучением.

Следует отметить, что ГМР-механизм принципиально отличается от механизма пробоя с участием УЭ в лабораторных разрядах также тем, что в последнем случае легко развиваются лавины и стримеры; следовательно, УЭ, вообще говоря, для пробоя не требуются, хотя, конечно, они существенно влияют на пространственно-временные характеристики разрядов, но в ГМР-механизме УЭ принципиально необходимы, поскольку в слабых полях лавины и стримеры низких энергий не могут развиваться.

Наблюдение УЭ в лабораторных разрядах в сильных полях никоим образом не является обоснованием гипотезы Вильсона [14] о возможности ускорения электронов до высоких энергий в протяжённых, но слабых полях грозных облаков, в то время как ГМР-механизм представляет собой непосредственное развитие гипотезы Вильсона и в настоящее время лежит в основе физики высокоэнергетических процессов, отвечающих за генерацию проникающих излучений, наблюдаемую в грозной атмосфере Земли (см. обзоры [37–40] и приведённые там ссылки), и предсказываемых для атмосфер других планет Солнечной системы [41, 42]. Развитие ЛРУЭ в грозных облаках в поле космического излучения способно создавать условия (preconditioning [30]), необходимые для триггера разрядов молнии [43–49].

Написание настоящего обзора мотивировано растущим интересом к атмосферному электричеству высоких энергий. Основное внимание в обзоре уделяется рассмотрению публикаций, посвящённых собственно самой ЛРУЭ. Работы, в которых характеристики ЛРУЭ используются для анализа и численного моделирования результатов наблюдений проникающих грозных излучений и разрядов молнии, не обсуждаются. Результатам экспериментальных исследований высокоэнергетических процессов в грозной атмосфере и их интерпретации в рамках ГМР-механизма посвящены обзоры [37–40] без описания генезиса концепции ЛРУЭ, истории и методов получения её характеристик. Между тем история вычисления характеристик ЛРУЭ является поучительной и может привлечь внимание заинтересованного читателя.

Настоящий обзор построен следующим образом. В разделах 2 и 3 описаны основные неупругие взаимодействия электронов высоких энергий с атомарными частицами и в терминах сил трения излагается суть процесса убегания. В разделе 4 дан анализ результатов первых вычислений характерного времени усиления ЛРУЭ. В разделе 5 описаны методы численного моделирования ЛРУЭ. В разделах 6 и 7 примерно в исторической последовательности обсуждаются результаты вычислений характеристик ЛРУЭ. В разделе 8 рассматривается механизм релятивистской положительной обратной связи, посредством которого реализуется генерация серии ЛРУЭ как самоподдерживающегося процесса. И наконец, в разделе 9 описаны лабораторные эксперименты по моделированию ЛРУЭ.

2. Силы трения

Электроны высоких энергий в среде атомарных частиц, сталкиваясь с ядрами и электронными оболочками, меняют направление своего движения и теряют кинетическую энергию $\varepsilon = (\gamma - 1)mc^2$, где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$,

$\beta = v/c$, v — скорость электрона, c — скорость света, в неупругих (возбуждение и ионизация) и радиационных взаимодействиях, которые в физике атмосферного электричества высоких энергий принято описывать интегрально в терминах соответствующих сил трения: $F_{\text{in}}(\varepsilon)$ и $F_{\text{rad}}(\varepsilon)$ (рис. 1).

Энергетические потери электронов на единице пути в неупругих (или, согласно исторически принятому термину, — "ионизационных") взаимодействиях вычисляются через эффективное торможение κ [50], которое в области малых передач импульса, $q^2/m = (p' - p)^2/m \ll mc^2$ (возбуждение и частично ионизация атомных оболочек), имеет следующий вид:

$$\kappa^{\text{small}} = 2\pi \sum_i n_i Z_i r_e^2 mc^2 \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \ln \left[q \frac{m^2 c^4 (\gamma^2 - 1)}{2,73 I^2} + \frac{1}{\gamma^2} \right], \quad (3)$$

где в случае молекулярных газов n_i — число атомов с зарядом Z_i , составляющих молекулу; $mc^2 \approx 0,511$ МэВ — энергия покоя электрона, $r_e = e^2/(4\pi\epsilon_0 mc^2) \approx 2,818 \times 10^{-15}$ м — классический радиус электрона, $I \approx 13,5 Z_{\text{at}}$ — эффективная энергия ионизации атомных оболочек в веществе с атомным номером Z_{at} (для воздуха $I \approx 85,7$ эВ [43, 44], $I \approx 80,5$ эВ [51]).

В области больших передач импульса с ионизацией атомных оболочек ($q^2/m = (p' - p)^2/m \gg I$)

$$\kappa^{\text{large}} = \sum_i n_i Z_i \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon/2} \varepsilon_s \sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon_s) d\varepsilon_s, \quad (4)$$

где ε_s — энергия, передаваемая вторичному электрону, $\varepsilon_1 = q_1^2/m$, $I \ll q_1^2/m \ll mc^2$, т.е. ε_1 лежит в области перекрытия, и в качестве дифференциального сечения ионизации $\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon)$ используется формула Мёллера для сечения рассеяния электрона на покоящемся свободном электроны [50, 52, 53]:

$$\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon) = 2\pi r_e^2 mc^2 \frac{\gamma'^2}{\gamma'^2 - 1} \left[\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\varepsilon(\varepsilon' - \varepsilon)} \frac{(2\varepsilon' + mc^2)mc^2}{(\varepsilon' + mc^2)^2} + \frac{1}{(\varepsilon' - \varepsilon)^2} + \frac{1}{(\varepsilon' + mc^2)^2} \right]. \quad (5)$$

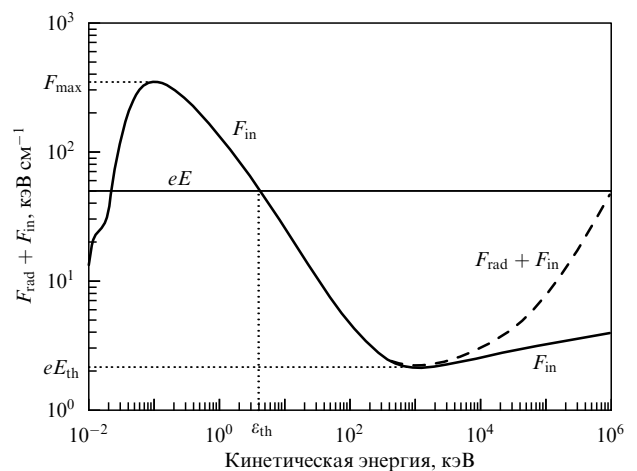


Рис. 1. Зависимость силы трения, действующей на электрон, от кинетической энергии в воздухе при нормальных условиях [37]. F_{in} — сила трения за счёт возбуждения и ионизации электронных оболочек атомов, F_{rad} — сила трения за счёт тормозного излучения, eE — электрическая сила, ε_{th} — энергетический порог убегания.

В результате как сумма $F_{\text{in}}(p) = (\kappa^{\text{small}} + \kappa^{\text{large}})N_{\text{at}} = F_{\text{ex}}(p) + F_{\text{ion}}(p)$ получается формула [50, 52, 53] для удельных потерь энергии электронов в неупругих взаимодействиях с атомными оболочками ("сила трения"):

$$F_{\text{in}}(\varepsilon) = \frac{2\pi r_e^2 m c^2 N_{\text{at}} \sum_i n_i Z_i}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{m^2 c^4 (\gamma^2 - 1)(\gamma - 1)}{2I^2} \right) - \left(1 + \frac{2}{\gamma} - \frac{1}{\gamma^2} \right) \ln 2 + \frac{1}{\gamma^2} + \frac{(\gamma - 1)^2}{8\gamma^2} - \delta(\gamma) \right], \quad (6)$$

где N_{at} — концентрация атомов, $\delta(\gamma)$ — обусловленная эффектом плотности поправка, которая для воздуха крайне мала в области энергий ниже 30 МэВ и слабо возрастает при более высоких энергиях.

В областях низких ($\gamma \rightarrow 1$) и высоких ($\gamma \gg 1$) энергий формула (6) редуцируется следующим образом [50, 52, 53]:

$$F_{\text{in}}(\varepsilon) \approx \frac{2\pi r_e^2 m^2 c^4 N_{\text{at}} \sum_i n_i Z_i}{\varepsilon} A, \quad A = \ln \frac{\varepsilon e^{1/2}}{2I}, \quad \varepsilon \ll mc^2, \quad (7)$$

$$F_{\text{in}}(\varepsilon) \approx 2\pi r_e^2 m c^2 N_{\text{at}} \sum_i n_i Z_i \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} A, \quad (8)$$

$$A = \ln \frac{\varepsilon^3}{2I^2 m c^2}, \quad \varepsilon \gg mc^2.$$

Радиационная сила трения $F_{\text{rad}}(\varepsilon)$ вследствие тормозного излучения электронов описывается формулой [52, 54], в которой кинетическая энергия ε и импульс p даны в единицах mc^2 и mc соответственно:

$$F_{\text{rad}}(\varepsilon) = N_{\text{at}} r_e^2 \alpha \sum_i n_i Z_i \Phi \varepsilon, \quad (9)$$

где

$$\Phi = \frac{12\varepsilon^2 + 4m^2}{3\varepsilon p} \ln \left(\frac{\varepsilon + p}{m} \right) - \frac{(8\varepsilon + 6p)m^2}{3\varepsilon p^2} \left(\ln \frac{\varepsilon + p}{m} \right)^2 - \frac{4}{3} + \frac{2m^2}{\varepsilon p} \int_0^x \frac{\ln(1+y)}{y} dy, \quad (10)$$

$$x = \frac{2p(\varepsilon + p)}{mc^2}.$$

В часто используемых предельных случаях малых и больших энергий формула для $F_{\text{rad}}(\varepsilon)$ значительно упрощается [54]:

$$F_{\text{rad}} = \frac{16}{3} N_{\text{at}} r_e^2 \alpha \sum_i n_i Z_i \varepsilon, \quad \varepsilon \ll m, \quad (11)$$

$$F_{\text{rad}} = 4\pi r_e^2 N_{\text{at}} \sum_i n_i Z_i \varepsilon \left(\ln \frac{2\varepsilon}{m} - \frac{1}{3} \right), \quad \varepsilon \gg m. \quad (12)$$

Для смеси газов в приведённые выше формулы следует включить суммирование по долям A_j компонентов:

$$\sum_j A_j \sum_i n_{j,i} Z_{j,i} \quad \text{и} \quad \sum_j A_j \sum_i n_{j,i} Z_{j,i}^2. \quad (13)$$

Для сухого воздуха, пренебрегая вкладом аргона и других малых компонентов и полагая $N_{\text{at}} = 2N_{\text{mol}}$, первую из этих сумм можно заменить величиной $Z_{\text{at}} \approx 7,25$ [30, 38, 43–45], а вторую — соответствующим значением Z_{at}^2 .

Сила F_{in} доминирует в области относительно низких энергий, F_{rad} становится доминирующей в области энер-

гий, намного превышающих величину [52, 54]

$$\varepsilon_{\text{bound}} \approx 1600 \frac{mc^2}{Z_{\text{at}}}, \quad (14)$$

при которой $F_{\text{in}} = F_{\text{rad}}$: для воздуха ($Z_{\text{at}} \approx 7,25$) $\varepsilon_{\text{bound}} \approx 110$ МэВ.

3. Элементарное представление о процессе убегания электронов

Строгое описание эффекта убегания электронов возможно только в рамках стохастических подходов (см., например, [55–57]). Качественно выяснить условия, при выполнении которых электрон движется в газовой среде под действием электрической силы $-eE$ не равномерно в режиме дрейфа, а непрерывно ускоряясь, можно в рамках детерминистской модели [11, 12, 23, 24, 58, 59] на основании уравнения для изменения кинетической энергии электрона ε вдоль координаты x в направлении электрической силы $\mathbf{e} = -E/E$:

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = eE\langle\mu\rangle - F(\varepsilon), \quad (15)$$

которое получается умножением обеих частей уравнения (2) на $\mathbf{p}$. Здесь $\langle\mu\rangle$ — средний косинус угла θ между векторами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{e}$, $F(\varepsilon) = F_{\text{in}}(\varepsilon) + F_{\text{rad}}(\varepsilon)$ (см. рис. 1).

Функция $F_{\text{in}}(\varepsilon)$ при кинетической энергии электрона $\varepsilon_{\text{max}} \approx 1,36I$ достигает максимума

$$F_{\text{in}}^{\text{max}} = \frac{2\pi r_e^2 (mc^2)^2 Z_{\text{at}} N_{\text{at}}}{2,718 I},$$

а затем при энергии

$$\varepsilon_{\text{min}} = (\gamma - 1) mc^2 \approx 2,39 mc^2 \approx 1,22 \text{ МэВ} \quad (16)$$

проходит через минимум

$$F_{\text{in}}^{\text{min}} \approx 21,7 \times 2\pi r_e^2 Z_{\text{at}} N_{\text{at}} mc^2 \quad (17)$$

и далее логарифмически возрастает (см. рис. 1). В воздухе ($N_{\text{at}} \approx 2N_{\text{mol}}$, $Z_{\text{mol}} \approx 2Z_{\text{at}} \approx 14,5$ [30, 43–45, 60]) при нормальных условиях ($N_{\text{mol}} = N_L$, где $N_L \approx 2,688 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$ — число Лошмидта) $F_{\text{in}}^{\text{max}} \approx 23,1 \text{ МэВ м}^{-1}$, $\varepsilon_{\text{max}} \approx 110 \text{ кэВ}$, $F_{\text{in}}^{\text{min}} \approx 217 \text{ кэВ м}^{-1}$, $\varepsilon_{\text{min}} \approx 1,22 \text{ МэВ}$. Согласно полуэмпирическим формулам [61] (см. также [11, 12, 59]), более точным в области низких энергий, чем формула (6), $F_{\text{in}}^{\text{max}} \approx 35,6 \text{ МэВ м}^{-1}$ и $\varepsilon_{\text{max}} \approx 150 \text{ кэВ}$. Обе оценки $F_{\text{in}}^{\text{max}}$ на порядок и более превосходят напряжённость однородного пробивного поля $E_{\text{self}} = U_{\text{self}}/d$ при нормальных условиях (по разным источникам $2,5–3 \text{ МВ м}^{-1}$ [7–10]). С учётом углового рассеяния сила трения возрастает: так, F_{max} увеличивается приблизительно в 1,5 раза [28], а F_{min} — на 20–25% [56, 57, 62], причём положение минимума ε_{min} сдвигается в область более высоких энергий, приблизительно до 5 МэВ [56, 62], что крайне важно для включения положительной обратной связи (см. раздел 8.3). Для преодоления максимума $F_{\text{in}}^{\text{max}}$ электронами с энергиями ниже ε_{max} требуются многократные перенапряжения относительно E_{self} , как в [17] и последующих исследованиях (см. [11, 12, 18–26] и цитируемую там литературу).

Как видно из рис. 1, в отличие от функции $F_{\text{in}}(\varepsilon)$, имеющей два экстремума, радиационные потери $F_{\text{rad}}(\varepsilon)$ мо-

нотонно возрастают с увеличением энергии и в воздухе, как отмечено выше, доминируют в области энергий электронов более ≈ 110 МэВ.

Если $eE < F_{\text{in}}^{\text{max}}/\langle\mu\rangle$, то уравнение

$$eE - \frac{F(\varepsilon)}{\langle\mu\rangle} = 0 \quad (18)$$

имеет три корня: $\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3$, из которых ε_1 (в области крайне низких энергий) и ε_3 (в области высоких энергий) отвечают устойчивым состояниям электронного ансамбля, а ε_2 отвечает абсолютно неустойчивому состоянию (см. рис. 1) [59]. Если $eE > F_{\text{in}}^{\text{max}}/\langle\mu\rangle$, а тем более $eE \gg F_{\text{in}}^{\text{max}}/\langle\mu\rangle$, то убегают электроны с любой энергией. Если $eE < F_{\text{in}}^{\text{max}}/\langle\mu\rangle$, то убегают только электроны с энергиями, превышающими порог убегания ε_{th} , который приближённо определяется как второй корень уравнения (18) [11, 12, 30, 51, 59].

4. Пространственный и временной масштабы усиления лавины

ЛРУЭ, как и таунсендовская лавина электронов низких энергий [1–8], после кратковременной стадии неупорядоченного развития переходит в установившийся режим с экспоненциальным возрастанием числа электронов в пространстве и времени:

$$N_e(t) = N_e(t=0) \exp \frac{t}{t_e}, \quad (19)$$

$$N_e(x) = N_e(x=0) \exp \frac{x}{l_e}, \quad (20)$$

где $N_e(t=0)$ и $N_e(x=0)$ — соответственно начальное число релятивистских УЭ и их число в начале оси x в направлении вектора $\mathbf{e} = -\mathbf{E}/E$, t_e — временной и l_e — пространственный масштабы усиления лавины в e раз.

В установившемся режиме лавине можно приписать кроме t_e и l_e такие усреднённые параметры, как средняя энергия электронов высоких энергий $\langle\varepsilon\rangle$, их скорость v_{re} вдоль вектора $\mathbf{e}$, коэффициенты диффузии $D_{\parallel}$ и $D_{\perp}$ вдоль и поперёк направления $\mathbf{e}$ соответственно. Принято вычислять параметры ЛРУЭ как функции так называемого перенапряжения [30, 43, 44], т.е. отношения модуля электрической силы eE , действующей на электрон, к минимуму $F_{\text{in}}^{\text{min}}$ силы трения $F_{\text{in}}(\varepsilon)$ (17) (см. рис. 1):

$$\delta = \frac{eE}{F_{\text{in}}^{\text{min}}} = \frac{E [\text{кВ м}^{-1}]}{217 P [\text{атм}]} \quad (21)$$

Это "перенапряжение" следует отличать от действительного перенапряжения $U_{\text{max}}/U_{\text{self}}$ относительно напряжения самостоятельного пробоя U_{self} [7, 9, 11, 12]; здесь U_{max} — амплитуда импульса высокого напряжения, реализующегося до пробоя, которая может быть гораздо больше U_{self} , но меньше напряжения холостого хода источника [11, 12].

В физике атмосферного электричества высоких энергий особенно важны t_e и $l_e = t_e v_{\text{re}}$, поскольку обратные величины $1/t_e$ и $1/l_e$ являются релятивистскими аналогами частоты ионизации ν_{ion} и коэффициента ионизации Таунсенда α_T в лавинах низких энергий [1–8]. В связи с необходимостью интерпретировать результаты натуральных наблюдений грозных проникающих излучений и

локализовать их источники вначале основное внимание уделялось функциям $l_e(\delta)$ и $t_e(\delta)$; остальные параметры ($\langle\varepsilon\rangle$, v_{re} , $D_{\parallel}$, $D_{\perp}$) вычислялись позднее по мере совершенствования моделей высокоэнергетических процессов в грозной атмосфере.

Длина l_e , соответствующая масштабам грозных полей, настолько велика, что её измерения невозможны; остаются только вычисления по результатам теоретического анализа и компьютерного моделирования. Впервые зависимость l_e от δ была вычислена аналитически в пионерской работе [30]. Аналитические исследования выполнялись и в дальнейшем, в том числе исходя из кинетического уравнения (КУ). Одновременно развивались принципиально более точные подходы. Функция $t_e(\delta)$ вычислялась на основе численного решения КУ, записанного впервые в отчёте [43], с ионизационным интегралом $J_{\text{ion}}(\varepsilon, \mu)$, отвечающим за рождение вторичных электронов высоких энергий [38, 43, 44, 58, 60, 63–66]. Эта функция вычислялась по результатам численного моделирования методом крупных частиц (МКЧ) [67] и методом Монте-Карло (МК) [63, 65, 68–74], наиболее адекватным стохастической природе процесса убегания. В частности, использовалась стандартная программа Всероссийского научно-исследовательского института экспериментальной физики (ВНИИЭФ) ЭЛИЗА [75] (см. раздел 5.2.1), в которой учтено всё богатство взаимодействий электронов с ядрами и электронными оболочками атомов, а также обратное влияние продуктов этих реакций (тормозного излучения, позитронов) на развитие лавины [63, 65, 69–72]. Была развита техника упрощённого метода МК (УМК), ограничивающаяся описанием неупругих взаимодействий посредством силы трения $F_{\text{in}}(\varepsilon)$ (6) и стохастическим описанием углового рассеяния и рождения УЭ [58, 65, 69, 70] (см. раздел 5.2.3). Вычисленные значения $t_e(\delta)$ при нормальных условиях приведены в табл. 2. Пересчёт для произвольных значений давления P или концентрации молекул $N_{\text{mol}}(z)$ на данной высоте z выполняется следующим образом:

$$t_e(P) = \frac{t_e(1 \text{ атм})}{P(\text{атм})} = t_e(N_L) \frac{N_L}{N_{\text{mol}}(z)}. \quad (22)$$

Оригинальный вариант программы ЭЛИЗА [75] многократно тестировался в работах по моделированию лабораторных и полигонных экспериментов ВНИИЭФ. Поэтому результаты вычислений по усовершенствованной версии программы, в которую включено электрическое поле и повышена точность описания элементарных взаимодействий [63, 65, 69–72], изначально считались наиболее точными. Программа ЭЛИЗА может использоваться для калибровки менее полных, но экономичных компьютерных программ, реализующих методы МК или КУ. Однако во избежание воздействия субъективного фактора, отрицательно проявившегося, как указано ниже, в первых расчётах по уточнению результатов анализа [30], значения $t_e(\delta)$, полученные численным моделированием по полным МК-программам и решением КУ, целесообразно сравнивать со значениями, найденными методами, принципиально менее точными, но прозрачными, как в статье [30].

В статье [30] на основании уравнений (следствий уравнения (2)) для модуля скорости электрона v и косинуса μ угла между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{e}$, включающих в себя нерелятивистскую силу трения $F_{\text{in}}(\varepsilon)$, описываемую формулой (7) с $A = \ln[2\varepsilon/(Ze_{\text{ion}})]$, где $\varepsilon_{\text{ion}} \approx 15$ эВ, получена

Таблица 2. Время усиления лавины в ϵ раз t_e [нс] при различных перенапряжениях δ , приведённое к концентрации молекул при нормальных условиях, $N_L \approx 2,688 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$ (1 атм)

Литература	Метод	Перенапряжение δ									
		1,4	1,8	2	2,5	3	5	8	10	12	15
[71, 72]	ЭЛИЗА ⁽¹⁾	1236	270	189,7	110	77,6	34,3	17,8	13,3	10,45	
[71, 72]	ЭЛИЗА ⁽²⁾	201	99,3	81		41,4	16,1	10,7	8,0	6,4	
[63, 69]	ЭЛИЗА ⁽¹⁾			400			50	26			
[65]	ЭЛИЗА ⁽¹⁾			440			54	27,5			
[74]	REAM	988			105		34,3	18,5		11,2	
[74]	Формула (66)	975		174	102	73	33,6	18,6	14,5	9,17	
[69]	УМК			445			43	22			
[65, 77, 78]	УМК			200			35,6	18,6			
[58]	УМК			174,4			33,2	17,3	12,9	10,04	7,59
[30]	Анализ ⁽²⁾			150		100	62				
[76]	Анализ ⁽²⁾			≈ 11		$\approx 9,4$	$\approx 5,6$	$\approx 2,8$			
[68]	Анализ ⁽³⁾			200							
[38, 60]	Анализ ⁽⁴⁾	147	101	86,3		47,0	21,8	10,8	7,7	5,9	
[58]	Формула (50)			185			35	18,3	13,6	10,75	8,11
[65]	Анализ			145			31,4	16,7			
[43, 44]	КУ ⁽⁵⁾			14			3,5	1,5			
[63]	КУ ⁽⁵⁾			81,8			11,7	5,38			
[64]	КУ ⁽⁵⁾			96			13	6			
[65] ЛАНЛ	КУ ⁽⁵⁾			161			34,4	18,9			
[65] ВНИИЭФ	КУ ⁽⁶⁾			197			39,9	21,2			
[67]	МКЧ						26	12,5			

⁽¹⁾ Полная МК-программа ЭЛИЗА (см. разделы 5.2.1, 7).⁽²⁾ Без учёта углового рассеяния электронов.⁽³⁾ Постановка проблемы углового рассеяния.⁽⁴⁾ Формула (58) (см. раздел 6), без учёта углового рассеяния электронов.⁽⁵⁾ Решение КУ с ионизационным интегралом (35), (39) (см. раздел 5.1).⁽⁶⁾ Решение дивергентной формы КУ (40) с ионизационным интегралом (35), (39) (см. раздел 5.1).

формула

$$l_e(\delta) = \frac{u_{s0}(\delta)}{2\pi r_e^2 Z_{\text{mol}} N_{\text{mol}}} \approx 50 u_{s0}(\delta) \frac{N_L}{N_{\text{mol}}} [\text{м}], \quad (23)$$

в которой $u_{s0} = 2\epsilon_0(\delta)/(mc^2)$, $\epsilon_0(\delta)$ — минимальная энергия вторичного электрона, достаточная для убегания (порог ϵ_{th}), и принят средний заряд ядер двухатомных молекул азота и кислорода $Z_{\text{mol}} = 14,5$ [30].

Формула (23) выведена без учёта углового рассеяния электронов при предположении, что импульс $\mathbf{p}$ вторичного электрона ортогонален импульсу $\mathbf{p}'$ первичного УЭ и $F_{\text{in}}^{\text{min}}$ определена формулой $F_{\text{in}}^{\text{min}} = 4\pi r_e^2 mc^2 Z_{\text{mol}} N_{\text{mol}} a$, которая при принятом значении $a \approx 10$ [30] практически совпадает с (17). Более поздние значения $a \approx 11$ [38, 60] и $a \approx 11,2$ [44] получены, по-видимому, для других значений Z_{mol} и ϵ_{ion} в формуле для L .

Для области значений $\delta = 2-5$, соответствующих перенапряжениям грозных полей, построен график функции $u_{s0}(\delta)$ [30], с помощью которого по формуле (23) получены первые оценки l_e . Так, при $\delta = 2, 3, 5$ найдены значения $l_e \approx 45, 30, 18,5$ м и соответственно времени $t_e \approx l_e/c \approx 150, 100, 62$ нс. Как видно из табл. 2,

значения $t_e(\delta)$ при $\delta = 3$ и 5 не более чем в два раза превосходят данные, полученные по программе ЭЛИЗА (первая строка значений t_e в табл. 2), а при $\delta = 2$, наоборот, значение $t_e(\delta)$, полученное по программе ЭЛИЗА, больше, но всего лишь в 1,26 раза. Однако времена $t_e(\delta)$, вычисленные по программе ЭЛИЗА без учёта углового рассеяния (вторая строка значений t_e в табл. 2), т.е. как и в работе [30], оказываются в 2–4 раза меньше, чем значения $t_e(\delta)$ согласно данным [30].

После опубликования результатов анализа [30] дальнейшая "судьба" функции $t_e(\delta)$ складывалась неудачно. В работах, реализующих более совершенные подходы, точность вычисленных значений $t_e(\delta)$, как было установлено позднее [58, 63–65, 68, 69, 71, 72], ухудшалась. Так, из решения КУ, в котором учитывалось угловое рассеяние [43, 44], но некорректно вычислялся ионизационный интеграл (35), полученные значения $t_e(\delta)$ оказались почти на порядок заниженными (см. табл. 2), а значения $t_e(\delta)$, полученные по усовершенствованной МК-программе ЭЛИЗА, в связи с указанной в разделе 5.2.1 опечаткой сильно завышены (третья строка значений t_e в табл. 2). В статье [76] на основании анализа, усовершенствован-

ного по сравнению с анализом в работе [30], хотя также без учёта углового рассеяния, функция $t_e(\delta)$ вычислена в области $\delta = 0-10$ для высоты $z = 5$ км ($N_{\text{mol}}(z) \approx 1,5 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$) (см. рис. 3 статьи [76]). Приведённые к нормальным условиям значения $t_e(\delta)$ (см. табл. 2) на порядок меньше, чем в статье [30], и близки к заниженным значениям, полученным из решения КУ [43, 44].

5. Методы численного моделирования лавины

Описанные ниже методы МК и КУ можно использовать не только для анализа грозовых процессов высоких энергий в планетарных атмосферах. Они применимы для решения задач транспорта электронов больших энергий через плотные газовые среды как в присутствии, так и в отсутствие электрического поля, в частности, для описания электронно-позитронного компонента космических ливней; расчётов высоковольтных разрядов в плотных газах с участием УЭ и несамостоятельных газовых разрядов, поддерживаемых пучком электронов, в том числе предназначенных для накачки газовых лазеров; расчётов распространения пучков релятивистских электронов в атмосфере; описания кинетики комптоновских электронов, образующихся при ядерном взрыве в атмосфере.

5.1. Кинетическое уравнение. Операторы столкновений

Вскоре после введения в физику атмосферного электричества ГМР-механизма [30] теория ЛРУЭ развивалась в терминах КУ для функции распределения электронов (ФРЭ) $f(t, p, \mu)$ по модулю импульса p и косинусу μ угла θ между вектором импульса $\mathbf{p}$ и единичным вектором в направлении электрической силы $\mathbf{e}$ [43–45, 63–65]:

$$\frac{\partial f(t, p, \mu)}{\partial t} - eE \left(\frac{1-\mu^2}{p} \frac{\partial}{\partial \mu} + \mu \frac{\partial}{\partial p} \right) f(t, p, \mu) = \text{St} \{f(t, p, \mu)\}. \quad (24)$$

Последовательный вывод оператора столкновений $\text{St} \{f(t, p, \mu)\}$ электронов высоких энергий в среде с однородным внешним электрическим полем, задающим выделенное направление $\mathbf{e}$, выполнен гораздо позднее в работе [66], где оператор выведен согласно процедуре, развитой автором работы [79] для вывода оператора столкновений в нерелятивистской газоразрядной плазме, с описанием всех приближений. Оператор состоит из строгих балансных компонентов, отвечающих за упругие столкновения, St_{el} , возбуждение, St_{ex} , и ионизацию, St_{ion} :

$$\text{St} \{f\} = \text{St}_{\text{el}} \{f\} + \text{St}_{\text{ex}} \{f\} + \text{St}_{\text{ion}} \{f\}. \quad (25)$$

Принята изображённая на рис. 2 геометрия рассеяния электрона в системе координат, задаваемой ортами [79]

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{p} \times [\mathbf{e} \times \mathbf{p}]}{p^2 \sin \theta} = \frac{e\mathbf{p}^2 - \mathbf{p}(\mathbf{p}\mathbf{e})}{p^2 \sin \theta}, \quad (26)$$

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{e}}{p \sin \theta}, \quad \mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{p},$$

где $\mathbf{p}(p, \theta, \varphi)$ — вектор импульса электрона после рассеяния. В этой системе $\mathbf{k}$ — полярная ось, угол рассеяния $\psi \in [0, \pi]$ является полярным углом, а угол $\alpha \in [0, 2\pi]$ между $\mathbf{j}$ и направлением проекции импульса $\mathbf{p}'(p', \theta', \varphi')$ до рассеяния на плоскость $\mathbf{p} = 0$ — азимутальным углом.

Связь углов α и ψ с углами θ' и θ между $\mathbf{e}$ и направлениями импульсов электрона $\mathbf{p}'(p', \theta', \varphi')$ до рас-

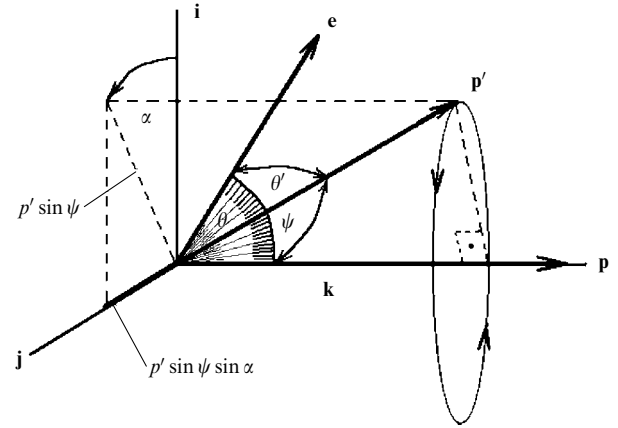


Рис. 2. Геометрия рассеяния электрона: $\mathbf{e}$ — направление электрической силы, $\mathbf{p}'$ и $\mathbf{p}$ — импульсы электрона до и после взаимодействия, ψ — угол рассеяния [66].

сеяния и $\mathbf{p}(p, \theta, \varphi)$ после рассеяния

$$\cos \theta' = \cos \theta \cos \psi + \sin \theta \sin \psi \cos \alpha \quad (27)$$

получена в [79] (формула (19b) в [79]) при предположении $p' \approx p$, которое нарушается в неупругих взаимодействиях и является излишним. Если разложить вектор $\mathbf{p}'$ вдоль ортов ($\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$)

$$\mathbf{p}' = \frac{p}{p'} p' \cos \psi + \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{e}}{p \sin \theta} p' \sin \psi \sin \alpha + \frac{\mathbf{p} \times [\mathbf{e} \times \mathbf{p}]}{p^2 \sin \theta} p' \sin \psi \cos \alpha \quad (28)$$

скалярно умножить на $\mathbf{e}$, то (27) получается без предположения $p' \approx p$ [66].

Изменение p' особенно велико в ионизирующих взаимодействиях, поскольку не только энергия первичного электрона ε' уменьшается на величину ε_{ion} , но и оставшаяся энергия $(\varepsilon' - \varepsilon_{\text{ion}})$ делится между двумя свободными электронами. Учёт точной связи между углами θ' и θ принципиально важен в задаче о размножении релятивистских УЭ, поскольку энергетический порог убегания зависит от угла, под которым движется электрон относительно направления $\mathbf{e}$ [66], и оказываются ли в режиме убегания оба электрона, первичный и вторичный, или только один из них, определяется этой связью.

Оператор, полученный Холстейном, редуцирован им к удобной для вычислений дифференциальной форме в приближении Лоренца, справедливом для слабоионизированных ФРЭ. Но в области больших энергий доминируют взаимодействия с малыми изменениями направления и модуля импульса, так что компоненты St_{el} и St_{ex} редуцируются к дифференциальной форме с использованием этого обстоятельства с точностью до квадратичных членов включительно в разложении ФРЭ по μ' [66]. В результате получается следующее представление полного оператора столкновений (25), в ионизационном интеграле которого нижний предел равен точной величине $\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}$, а не $2\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}$, как в первых работах [43, 44]:

$$\text{St} \{f(p, \mu, t)\} = \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(F_{\text{ex}(1)}(p) + \frac{m}{M} N_{\text{mol}} \frac{p^2}{m} \sum_j A_j n_j \sigma_{\text{tr}}^{(j)}(p) \right) f(p, \mu, t) + \\
& + \left[N_{\text{mol}} \frac{\beta c}{2} \left(\sum_j A_j n_j (\sigma_{\text{tr}}^{(j)}(p) + \sigma_{\text{ex, tr}}^{(j)}(p)) \right) \right] \hat{L}_\mu f(p, \mu, t) + \\
& + N_{\text{mol}} \beta c \left(\sum_j A_j n_j \sum_i \int_{\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}}^{\infty} d\varepsilon' (\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon))_{\text{ion}}^{(j,i)} \times \right. \\
& \times \left. \frac{\gamma'^2 - 1}{\gamma^2 - 1} \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{2\pi} f(p', \mu', t) - \sigma_{\text{tot}}(\varepsilon) f(p, \mu, t) \right), \quad (29)
\end{aligned}$$

где $\mu = \cos \theta$, $\mu' = \cos \theta'$, $\varepsilon = (\gamma - 1)mc^2$ — кинетическая энергия электрона, M — средняя масса ядер компонентов газовой смеси, A_j — доля j -го компонента газовой смеси, $\sigma_{\text{ex}}^{(j,i)}$ — сечение возбуждения состояния i с энергией возбуждения $\varepsilon_{\text{ex}}^{(j,i)}$ (связанно-связанные переходы),

$$\sigma_{\text{tr}}^{(j)} = 2\pi \int_{-1}^1 (1 - \xi) \sigma_{\text{el}}^{(j)}(p, \xi) d\xi$$

— транспортное сечение, $\sigma_{\text{el}}^{(j)}(p, \xi)$ — сечение упругого рассеяния, $\xi = \cos \psi$,

$$\sigma_{\text{ex, tr}}^{(j)}(p) = \sum_i 2\pi \int_{-1}^1 d\xi (1 - \xi) \sigma_{\text{ex}}^{(j,i)}(p, \xi),$$

$$\hat{L}_\mu = \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu}$$

— угловая часть оператора Лапласа в сферической системе координат,

$$\sigma_{\text{tot}}^{(j,i)}(\varepsilon) = \int_0^{(\varepsilon - \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)})/2} (\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon))_{\text{ion}}^{(j,i)} d\varepsilon'$$

— сечение и $\varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}$ — порог ионизации i -й электронной оболочки, $(\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon))_{\text{ion}}^{(j,i)}$ — дифференциальное сечение ионизации, симметричное относительно энергии вторичного электрона $\varepsilon_s = (\varepsilon' - \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)})/2$,

$$\sigma_{\text{tot}}(\varepsilon) = \sum_j A_j \sum_i n_{j,i} \sigma_{\text{tot}}^{(j,i)}(\varepsilon)$$

— полное сечение ионизации. Величины μ' и μ связаны соотношением $\mu' = \mu\mu_0 + (1 - \mu_0^2)^{1/2}(1 - \mu^2)^{1/2} \cos \alpha$, являющимся следствием формулы (27) и закона сохранения энергии и импульса $\xi - \mu_0(\varepsilon', \varepsilon) = 0$, причём для $\mu_0(\varepsilon', \varepsilon)$ в приближении $\varepsilon, \varepsilon' \gg \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}$ справедлива формула [38, 43, 44, 50, 60]

$$\mu_0^2(\varepsilon', \varepsilon) = \frac{\varepsilon(\varepsilon' + 2mc^2)}{\varepsilon'(\varepsilon + 2mc^2)}. \quad (30)$$

Штрихами отмечены значения величин до актов взаимодействий. Так как электроны неразличимы, для определённости вторичным считается электрон с меньшей энергией.

В операторе (29) введена сила трения, обусловленная потерями энергии на возбуждение электронных оболочек атомов:

$$F_{\text{ex}(1)} = N_{\text{mol}} 2\pi \sum_j A_j n_j \sum_i \varepsilon_{\text{ex}}^{(j,i)} \int_{-1}^1 \sigma_{\text{ex}}^{(j,i)}(p, \xi) d\xi. \quad (31)$$

Ионизационный интеграл в операторе (29) получен без каких бы то ни было ограничений, кроме накладываемых законами сохранения. Точность его описания определяется функцией (30) и дифференциальным сече-

нием ионизации. При использовании в качестве последнего формулы Мёллера (5) точность интеграла ограничивается условием $\varepsilon', \varepsilon, \varepsilon_s \gg \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}$ для энергий первичного электрона ε' до столкновения и ε после столкновения и энергии вторичного электрона ε_s . В задачах, где требуется учитывать кинетику в области энергий порядка $\varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}$, необходимо использовать соответствующий набор дифференциальных сечений $(\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon))_{\text{ion}}^{(j,i)}$ и точную формулу для $\mu_0(\varepsilon', \varepsilon)$ с учётом связи атомарных электронов.

После выделения в операторе (29) части ионизационного интеграла в области $[\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}; 2\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}]$ получается оператор для доминирующих "слабых" ионизирующих взаимодействий, в которых первичный электрон теряет малую долю $\Delta\varepsilon^{(j,i)} = \varepsilon_s + \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)} \ll \varepsilon, \varepsilon'$ энергии, а вторичный заселяет область низких энергий [66]:

$$\begin{aligned}
\text{St}_{\text{ion}}^{\text{weak}} &= N_{\text{mol}} \beta c \sigma_{\text{tot}}(\varepsilon) f(p, \mu, t) + \\
&+ \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 F_{\text{ion}}(\varepsilon) f(p, \mu, t) + \frac{F_{\text{ion}}(\varepsilon)}{2\gamma p} \hat{L}_\mu f(p, \mu, t), \quad (32)
\end{aligned}$$

где введена ионизационная сила трения

$$F_{\text{ion}}(\varepsilon) = N_{\text{mol}} \sum_j A_j n_j \sum_i \int_0^{(\varepsilon - \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)})/2} \Delta\varepsilon^{(j,i)} (\sigma(\varepsilon, \varepsilon_s))_{\text{ion}}^{(j,i)} d\varepsilon_s. \quad (33)$$

Полная сила трения как сумма $F_{\text{in}}(\varepsilon) = F_{\text{ex}(1)}(\varepsilon) + F_{\text{ion}}(\varepsilon)$ описывается формулой (6) для неупругих потерь энергии электронов [50].

За редкие события рождения вторичного электрона с высокой энергией, заселяющего ЛРУЭ, отвечает остающаяся часть ионизационного интеграла с нижним пределом $2\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}$. В результате полный оператор принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
\text{St} \{f(p, \mu, t)\} &= \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \times \\
&\times \left(F_{\text{in}}(p) + \frac{m}{M} N_{\text{at}} \frac{p^2}{m} \sum_j A_j \sigma_{\text{tr}}^{(j)}(p) \right) f(p, \mu, t) + \\
&+ \left[N_{\text{mol}} \frac{\beta c}{2} \left(\sum_j A_j n_j (\sigma_{\text{tr}}^{(j)}(p) + \sigma_{\text{ex, tr}}^{(j)}(p)) \right) + \frac{F_{\text{ion}}(p)}{2\gamma p} \right] \times \\
&\times \hat{L}_\mu f(p, \mu, t) + J_{\text{ion}}(\varepsilon, \mu). \quad (34)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
J_{\text{ion}}(\varepsilon, \mu) &= N_{\text{mol}} \beta c \sum_j A_j n_j \sum_i \int_{2\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}}^{\infty} d\varepsilon' (\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon))_{\text{ion}}^{(j,i)} \times \\
&\times \frac{\gamma'^2 - 1}{\gamma^2 - 1} \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{2\pi} f(p', \mu', t). \quad (35)
\end{aligned}$$

Для молекул, состоящих из двух одинаковых атомов ($N_{\text{at}} Z_{\text{at}}^2 = 2N_{\text{mol}}(Z_{\text{mol}}/2)^2 = N_{\text{mol}} Z_{\text{mol}}^2/2$), с использованием результатов отчёта [80], но с учётом вклада множителя Мотта в сечении σ_{tr} получается следующая формула:

$$\frac{\beta c}{2} N_{\text{at}} \sigma_{\text{tr}}(\gamma) = \frac{Z_{\text{mol}}}{2\gamma p} F(\gamma) \Gamma(\gamma, I, Z_{\text{at}}), \quad (36)$$

где функция $\Gamma(\gamma, I, Z_{\text{at}})$ слабо зависит от γ , увеличиваясь для воздуха от 0,262 до 0,271 при изменении энергии от 51 кэВ до 1,53 МэВ [80]. Если опустить, согласно аргументации [66], основанной на анализе элементарных сечений, вторые слагаемые в первом и втором компонен-

тах оператора (34) и принять $F_{\text{in}}(p) = F_{\text{ion}}(p)$, что справедливо для малых Z_{mol} и $(\gamma - 1)mc^2 \gg \varepsilon_{\text{ion}}^{\text{max}}$, то с учётом соотношения (36) получается оператор

$$\text{St} \{f(p, \mu, t)\} = \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 F_{\text{in}}(p) f(p, \mu, t) + \frac{(Z_{\text{mol}} \Gamma(\gamma, I, Z_{\text{at}}) + 1) F(\varepsilon)}{2\gamma p} \hat{L}_{\mu} f(p, \mu, t) + J_{\text{ion}}(\varepsilon, \mu), \quad (37)$$

первый компонент которого описывает поток в пространстве импульсов, а второй — диффузию по углам вследствие рассеяния на атомных электронах и доминирующего упругого рассеяния на ядрах (компонент, содержащий множитель $Z_{\text{mol}} \Gamma(\gamma, I, Z_{\text{at}})$). Рождение электронов высоких энергий описывается ионизационным интегралом (35).

Оператор (37) аналогичен оператору в работах [43, 44], где множитель перед оператором Лапласа приведён к следующему виду:

$$\frac{(Z_{\text{mol}}/2 + 1) F_{\text{in}}(p)}{4\gamma p}, \quad (38)$$

полученному с использованием результатов анализа [80], причём, по-видимому, принято значение $\Gamma = 0,25$, при котором множитель перед оператором Лапласа в формуле (37) равен

$$\frac{(Z_{\text{mol}}/2 + 2) F_{\text{in}}(p)}{4\gamma p}, \quad (39)$$

т.е. отличается слагаемым 2 в числителе, увеличивающим вклад рассеяния на электронах, что, однако, не должно сильно сказываться на результатах решения КУ, поскольку $Z_{\text{mol}}/2 \gg 1$.

Оператор (37) содержит важное упрощение, а именно разложение по Фоккеру – Планку в приближении доминирования рассеяния на малые углы и малости теряемой энергии: $\Delta \varepsilon^{(j,i)} = \varepsilon_s + \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)} \ll \varepsilon, \varepsilon'$. Энергия и импульс сохраняются с точностью до порядка разложения и только в среднем: реальные потери энергии в отдельных столкновениях заменяются усреднёнными посредством непрерывной силы трения, причём среднее изменение направления импульса первичного электрона за счёт столкновений оказывается равным нулю, так как $\mathbf{F}_{\text{in}} \uparrow \downarrow \mathbf{p}$. КУ не учитывает ни флуктуаций энергетических потерь, ни угловых флуктуаций, автоматически учитываемых методом МК, в котором законы сохранения выполняются в каждом индивидуальном столкновении и статистические данные накапливаются в результате многих столкновений.

Чтобы исключить вклад нефизических источников электронов при решении методом конечных разностей, целесообразно использовать дивергентную форму КУ (24) [58, 63 – 65]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} [p^2 f(\mu e E - F_{\text{in}})] + \frac{\partial}{\partial \mu} \left(e E \frac{1 - \mu^2}{p} f \right) - \frac{(Z + 2) F_{\text{in}}}{8\gamma p} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] = J_{\text{ion}}(\varepsilon, \mu). \quad (40)$$

Если, следуя аргументации [66] на основе анализа элементарных сечений, опустить в операторе (29) первый компонент и слагаемое, содержащее $\sigma_{\text{ex, tr}}(p)$ во втором компоненте, то остаются два слагаемых, отве-

чающие за рассеяние на ядрах и ионизацию:

$$\begin{aligned} \text{St} \{f(p, \mu, t)\} = & N_{\text{mol}} \frac{\beta c}{2} \sum_j A_j n_j \sigma_{\text{tr}}^{(j)}(p) \hat{L}_{\mu} f(p, \mu, t) + \\ & + N_{\text{mol}} \beta c \left(\sum_j A_j \sum_i n_{j,i} \int_{\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}}^{\infty} d\varepsilon' (\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon))_{\text{ion}}^{(j,i)} \times \right. \\ & \times \left. \frac{\gamma'^2 - 1}{\gamma^2 - 1} \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{2\pi} f(p', \mu', t) - \sigma_{\text{tot}}(\varepsilon) f(p, \mu, t) \right). \quad (41) \end{aligned}$$

Этот оператор проще, чем оператор (37). Он отличается нижним пределом в ионизационном интеграле и членом, отвечающим за угловое рассеяние, причём рассеяние на ядрах описывается транспортным сечением $\sigma_{\text{tr}}(p)$, а рассеяние на атомных электронах осталось в ионизационном интеграле. В ионизационном интеграле оператора (41) дифференциальное сечение ионизации содержится в неявном виде. Следовательно, описывая события ионизации, необязательно ограничиваться формулой Мёллера (5) в качестве дифференциального сечения ионизации, как в предыдущих работах [43, 44, 58, 60, 63 – 65], где ионизационный интеграл получен с использованием формулы (5).

Последовательная процедура редуцирования позволила автоматически выделить из ионизационного интеграла дифференциальный компонент, отвечающий за угловое рассеяние на атомных электронах. Его отсутствие в [43, 44] обусловлено тем, что процесс рассматривался на плоскости и ФРЭ $f(p', \mu', t)$ фиксировалась для двух значений μ' , в результате чего была упущена возможность разложения ФРЭ в ряд по μ' : интегрирование по азимутальному углу заменено квадратурой по формуле трапеций $(f(t, \varepsilon', \mu'_+) + f(t, \varepsilon', \mu'_-))/2 \approx \mu'_\pm = \mu\mu_0 \pm [(1 - \mu^2)(1 - \mu_0^2)]^{1/2}$. На этот недостаток, приводящий к сильному завышению темпа генерации УЭ, указано в отчёте (ссылка [10] в статье [65]) и в статьях [58, 66]. Следует также отметить, что формула (27), полученная с использованием мгновенной системы координат с ортом $\mathbf{k} = \mathbf{p}/p$, гораздо проще соответствующих формул в работах [38, 43, 44, 58] с вектором $\mathbf{e}$ в качестве одного из ортов (ср. с формулой (52) в разделе 6), причём из формулы (27) непосредственно получается малая величина $\Delta\mu$, по которой ФРЭ разлагается в ряд.

Ионизационный интеграл получен при предположении, что $\varepsilon', \varepsilon, \varepsilon_s \gg \varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}$; поэтому в компьютерных вычислениях можно опускать $\varepsilon_{\text{ion}}^{(j,i)}$ и, если ε' и ε велики по сравнению с энергией связи атомарных электронов, при использовании для дифференциального сечения ионизации формулы (5), описывающей рассеяние на свободных электронах, суммирование по i можно заменить умножением на Z_{mol} .

5.2. Программы Монте-Карло

5.2.1. Программа ЭЛИЗА. Разработанные Е.Н. Донским методика и программа ЭЛИЗА [63, 65, 69 – 72, 75] предназначены для решения методом МК системы линейных нестационарных уравнений Больцмана

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f^\ell(\mathbf{r}, \varepsilon, t)}{\partial t} + \mathbf{v}^\ell(\varepsilon) \frac{\partial f^\ell(\mathbf{r}, \varepsilon, t)}{\partial \mathbf{r}} + \sigma^\ell(\mathbf{r}, \varepsilon) v^\ell(\varepsilon) f^\ell(\mathbf{r}, \varepsilon, t) = \\ & = \int \sum_{\ell'} f^{\ell'}(\mathbf{r}, \varepsilon', t) \sigma^{\ell'}(\mathbf{r}, \varepsilon') v^{\ell'}(\varepsilon') K^{\ell'\ell}(\mathbf{r}; \varepsilon' \rightarrow \varepsilon) d\varepsilon' + \\ & + g^\ell(\mathbf{r}, \varepsilon, t), \quad (42) \end{aligned}$$

где $f^\ell(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon}, t)$ — функция распределения частиц типа ℓ по энергиям $\boldsymbol{\varepsilon}$ и направлениям $\boldsymbol{\omega}$ ($\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon \boldsymbol{\omega}$, $\mathbf{v}^\ell = v^\ell \boldsymbol{\omega}$) в момент времени t в точке $\mathbf{r}$; v^ℓ — скорость частиц, $\sigma^\ell(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon})$ — полное сечение взаимодействия; $K^{\ell'\ell}(\mathbf{r}; \boldsymbol{\varepsilon}' \rightarrow \boldsymbol{\varepsilon})$ — ядро перехода при взаимодействии с образованием частиц типа ℓ , $g^\ell(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon}, t)$ — источник частиц.

Движение электронов и позитронов в электрическом поле на каждом отрезке траектории между столкновениями описывается уравнением

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (43)$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор пространственной точки.

В сферической системе координат с осью $z \uparrow \uparrow \mathbf{e}$ после замены дифференцирования по t дифференцированием по траектории $ds = c\beta dt$ уравнение (43) сводится к следующей системе уравнений:

$$\frac{d\varepsilon}{ds} = eE_z \mu, \quad \frac{d\mu}{ds} = \frac{eE_z(1 - \mu^2)}{pc\beta}, \quad \alpha = \cos \varphi = \text{const}, \quad (44)$$

где $\mu = \cos \theta$ — косинус угла между направлением электрической силы $\mathbf{e}$, действующей на электрон или позитрон, и направлением движения частицы $\boldsymbol{\omega}$, а система уравнений (42) для электронов (–) и позитронов (+) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f^\pm(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon}, t)}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbf{v}^\pm f^\pm(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon}, t))}{\partial \mathbf{r}} + e \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (E_z \mu v^\pm(\varepsilon) f^\pm(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon}, t)) + \\ & + e \frac{\partial}{\partial \mu} \left(E_z \frac{1 - \mu^2}{p} f^\pm(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon}, t) \right) + \sigma^\pm(\mathbf{r}, \varepsilon) v^\pm(\varepsilon) f^\pm(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon}, t) = \\ & = \int \sum_{\ell'} f^\pm(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon}', t) \sigma^{\ell'}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon}') v^{\ell'}(\varepsilon') K^{\ell'\pm}(\mathbf{r}; \boldsymbol{\varepsilon}' \rightarrow \boldsymbol{\varepsilon}) d\boldsymbol{\varepsilon}' + \\ & + g^\pm(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varepsilon}, t). \end{aligned} \quad (45)$$

Модернизированная программа ЭЛИЗА базируется на библиотеках сечений взаимодействия фотонов, электронов и позитронов с веществом, разработанных на основе библиотек EPDL92 (фотоны), EEDL92 (электроны), EADL92 (релаксация оболочек) и литературных данных (см. ссылки в [72, 81]). Для фотонов учитываются следующие процессы: некогерентное (комптоновское) рассеяние с учётом связанности электрона в атоме; когерентное (рэлеевское) рассеяние; фотопоглощение с учётом вылета флуоресцентных фотонов и оже-электронов; образование электрон-позитронных пар и триплетов. Для электронов учитываются: упругое рассеяние на ядре; ионизация и возбуждение атомных оболочек; тормозное излучение. Для позитронов учитываются: упругое рассеяние на ядре и свободном электроне; тормозное излучение; двухфотонная аннигиляция. Фотопоглощение моделируется индивидуально на девяти подоболочках атома: K, L1, L2, L3, M1, M2, M3, M4 и M5. В модели релаксации оболочек учитываются все переходы на указанные подоболочки с испусканием образующихся флуоресцентных фотонов и оже-электронов. Ионизация каждой подоболочки моделируется отдельно, причём этот процесс, как и фотопоглощение, сопровождается релаксацией атомных оболочек. Учитывается возбуждение атомных оболочек. Моделируемая область энергий ограничена снизу значением 1 кэВ, сверху ограничение не предусмотрено.

К сожалению, при включении внешнего электрического поля в усовершенствованную версию программы была допущена досадная описка: $E_z = E|\mu|$ в первом уравнении системы (44), что привело к занижению электрической силы в среднем на 15–20 % и, как следствие, к завышению $t_e(\delta)$ (третья и четвёртая строки значений t_e в табл. 2) [63, 65, 69, 70]. После устранения ошибки были проведены новые расчёты $t_e(\delta)$ с учётом (первая строка значений t_e в табл. 2) и без учёта (вторая строка значений t_e в табл. 2) углового рассеяния электронов и позитронов [71, 72].

5.2.2. Программа REAM. Реализующая метод МК программа REAM (Runaway Electron Avalanche Model), разработанная Дуайером (Dwyer) для численного моделирования ЛРУЭ [42, 73, 74, 82], учитывает основные взаимодействия электронов: ионизацию и возбуждение атомов, мёллеровское рассеяние (5) и упругое рассеяние, которое моделируется с помощью экранированного кулоновского потенциала. Моделируются генерация и транспорт тормозного излучения с учётом фотоэффекта, комптоновского рассеяния, рождения пар и рэлеевского рассеяния. В процессе транспорта позитронов учитываются двухфотонная аннигиляция и тормозное излучение. Отдельно вычисляется генерация иницирующих ЛРУЭ электронов высоких энергий в рассеянии позитронов и комптоновском рассеянии, а также в фотоэлектронном поглощении фотонов высоких энергий.

5.2.3. Упрощённые МК-программы. В упрощённой методике Монте-Карло (УМК) движение электронов высоких энергий описывается уравнением (1), в котором сила $\Gamma(\mathbf{p})$ делится на две части: одна, детерминистическая, описывается силой трения $F_{in}(\varepsilon)$ (6), другая, отвечающая за упругие столкновения, остаётся стохастической и моделируется методом МК [58, 65, 69, 70, 77, 78]. Несмотря на большую частоту упругих соударений, можно использовать временной шаг Δt , намного превышающий время между столкновениями, поскольку средний угол рассеяния остаётся крайне малым. Моделирование ведётся в следующей постановке. Электроны с энергией ε' инжектируются под углом θ к вектору $\mathbf{e}$. Область моделируемых энергий ограничивается снизу некоторой достаточно малой энергией, $\varepsilon_{\min} = 1$ кэВ [65, 69, 77, 78] и $\varepsilon_{\min} = 2$ кэВ [58]. Электроны более высоких энергий сепарируются во взаимодействиях с молекулами, так что одна их часть замедляется при энергиях ниже $\varepsilon_{\min}$, а другая вовлекается в режим убегания, формируя ЛРУЭ. В программах УМК предусматривается возможность отключения изменений энергии и вектора импульса первичного электрона в процессе ионизирующего соударения [69], которое соответствует нарушению законов сохранения в КУ (см. комментарий к формуле (37) в разделе 5.1).

В первом разработанном варианте УМК [69] электрон между актами последовательных столкновений движется, согласно уравнению (2), под совместным действием электрической силы и силы трения (6). Упругое рассеяние описывается в рамках диффузионного приближения как процесс многократного рассеяния на малые углы в терминах дифференциального сечения рассеяния электронов ядром с зарядом Z на основании экранированного сечения Резерфорда

[52, 58, 78, 83, 84]:

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \frac{r_e^2 Z^2 (1 - \beta^2)}{\beta^4 (1 - \cos\theta + 2\eta)^2}, \quad (46)$$

$$\eta = 1,7 \times 10^5 Z^{2/3} \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} \left(1,13 + 3,76 \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right),$$

где $d\Omega$ — элемент телесного угла, η — параметр экранирования.

Согласно (46) доминирует рассеяние на малые углы порядка $\eta^{1/2}$. Средний угол рассеяния оценивается как $\langle \psi^2 \rangle \approx \psi_{\min}^2 n_{col}$, где n_{col} — число упругих соударений, испытанных электроном. Теория не вполне адекватна в случае УЭ. Хотя сечение упругого рассеяния на большие углы крайне мало, вероятность таких событий может быть довольно велика из-за длинных траекторий УЭ.

Длина и время усиления лавины вычисляются интегрированием сечения Мёллера (5):

$$l_e(\varepsilon', \varepsilon_{th}) = \left(N_{mol} \int_{\varepsilon_{th}}^{\varepsilon'/2} \sigma(\varepsilon, \varepsilon') d\varepsilon \right)^{-1}, \quad t_e = \frac{l_e}{c}. \quad (47)$$

В разделе 3 дано детерминистическое определение порога убегания ε_{th} , но из-за стохастической природы процесса убегания строго определённый порог отсутствует. Поэтому в формуле (47) за порог ε_{th} принимается некая эффективная энергия, при превышении которой доля УЭ Δ стремится к единице.

Методом УМК вычислена зависимость доли Δ УЭ от начальной энергии ε' и угла инжекции θ моделируемого электрона [69]. Доля Δ изменяется крайне медленно при изменении θ в пределах $0 - \pi/2$. С дальнейшим возрастанием θ доля резко уменьшается. За пороговое принято значение энергии, при котором $\Delta \approx 70 - 80\%$: $\varepsilon_{th} = 650, 120, 65$ эВ при $\delta = 2, 5$ и 8 соответственно. С отключённым угловым рассеянием значения порога ε_{th} , определённого таким образом, уменьшаются в несколько раз. Для двух сильно различающихся значений ε' (2 и 10 МэВ) с использованием рассчитанных по формуле (47) значений ε_{th} вычислялись $l_e(\varepsilon, \varepsilon_{th})$ и $t_e \approx l_e/c$. Значения $t_e(\delta)$ при $\varepsilon' = 2$ МэВ приведены в табл. 2. Наблюдается расхождение в два раза с окончательными результатами вычислений по полной программе ЭЛИЗА (первая строка значений t_e в табл. 2), что, по мнению авторов [69], обусловлено оценочным характером вычисления порога ε_{th} и тем, что усреднение проводилось не по всему распределению электронов, а прослеживалась история моноэнергетического пучка. После удаления этих неоправданных упрощений по УМК получены значения t_e [65, 77, 78] (см. табл. 2), близкие к значениям, вычисленным по программе ЭЛИЗА (первая строка значений t_e в табл. 2).

В программе УМК, разработанной Лехтиным с соавторами [58], потери энергии электронами и изменение направления их движения в упругих столкновениях в области энергий ниже $\varepsilon_{min} = 2$ кэВ описываются в терминах силы трения (6) и диффузии по углам соответственно. Процессы ионизации с рождением электронов с энергией $\varepsilon' > 2$ кэВ вычисляются явно; поэтому из F_{in} исключены соответствующие потери энергии

$$N_{mol} Z_{mol} \int_{\varepsilon_{min}}^{\varepsilon'/2} \varepsilon' \sigma_e(\varepsilon, \varepsilon')_{ion} d\varepsilon'.$$

Рассеяние по углам ψ описывается диффузионным уравнением для функции распределения вероятности случай-

ного числа $\omega = \cos\psi$ на временном шаге Δt , которая в приближении двух членов в разложении по полиномам Лежандра имеет вид

$$f(\omega, \Delta t) = \frac{1}{2D\Delta t} \exp\left(\frac{\omega - 1}{2D\Delta t}\right), \quad D = \frac{1}{4} \frac{d\langle \psi^2 \rangle}{dt}. \quad (48)$$

В случае рассеяния на очень малые углы используется фиксированное изменение угла рассеяния

$$\Delta\psi \equiv \sqrt{\frac{d\langle \psi^2 \rangle}{dt}} \Delta t, \quad (49)$$

$$\frac{d\langle \psi^2 \rangle}{dt} = \frac{4\pi r_e^2 c^4 N_{mol} Z_{mol}^2}{v^3 \gamma^2} \log\left(\frac{164,7}{Z_{mol}^{1/3}} \frac{p}{mc}\right),$$

со скоростью изменения среднего квадрата угла рассеяния ψ , взятой из книги [83], и максимальным и минимальным значениями ψ , взятыми соответственно из отчёта [80] и книги [84].

В формуле $P = N_{mol} Z_{mol} \sigma_{tot}(\varepsilon) v \Delta t$ для вероятности рождения высокоэнергетического электрона ($\varepsilon' > 2$ кэВ) на шаге Δt полное сечение ионизации вычисляется интегрированием сечения Мёллера (5) в пределах $[\varepsilon_{min}, \varepsilon/2]$.

Для подтверждения результатов расчётов методом УМК авторы [58] исходя из КУ, записанного в дивергентной форме (40), получили формулу, которая при $v \rightarrow c$ редуцируется следующим образом:

$$t_e = 2\pi r_e^2 c N_{mol} Z_{mol} \frac{\varepsilon_{th}}{mc^2}, \quad (50)$$

где порог убегания ε_{th} определяется уравнением (18), причём из вычисленных значений $\varepsilon_{th} = 549, 103, 54, 41, 32, 24$ кэВ при $\delta = 2, 5, 8, 10, 12, 15$ первые три меньше приведённых выше значений ε_{th} , определённых по доле УЭ, но несколько превышают значения, вычисленные по формуле (60) (см. раздел 7).

Значения t_e , вычисленные в работе [58] методом УМК и по формуле (50), приведены в табл. 2. Наблюдается близость с окончательными значениями t_e , полученными по программе ЭЛИЗА (первая строка значений t_e в табл. 2), причём в области малых δ значения t_e , вычисленные по формуле (50), ближе к t_e , вычисленным по программе ЭЛИЗА, чем к t_e , вычисленным в [58] по УМК, например: $t_e = 174,4$ нс (УМК), 185 нс (формула (50)), 189,7 нс (ЭЛИЗА, первая строка значений t_e в табл. 2) при $\delta = 2$. Следует отметить, что значения t_e при $\delta = 5$ и 8 , вычисленные по УМК в работе [65], почти совпадают со значениями, предсказываемыми формулой (50). Обсуждая полученные результаты, авторы [58] подчёркивают, что в рамках предыдущих кинетических и аналитических моделей [43, 44, 85–88] темп развития ЛРУЭ завышен более чем на порядок величины.

Программа УМК, разработанная Силистеном (Selistin) и Пасько (Pasko), предназначена для моделирования кинетики электронов в области энергий от нескольких десятых долей электронвольта до ГэВ-диапазона [89, 90], что обеспечивается использованием дифференциального сечения ионизации электронным ударом согласно релятивистской модели двойных столкновений Бете (Relativistic Binary Encounter Bethe (RBE) model) [91, 92]. Сечение представляется в аналитической форме, являющейся комбинацией сечения Мёллера и дипольной части сечения Бете. Для проблемы ЛРУЭ область модели-

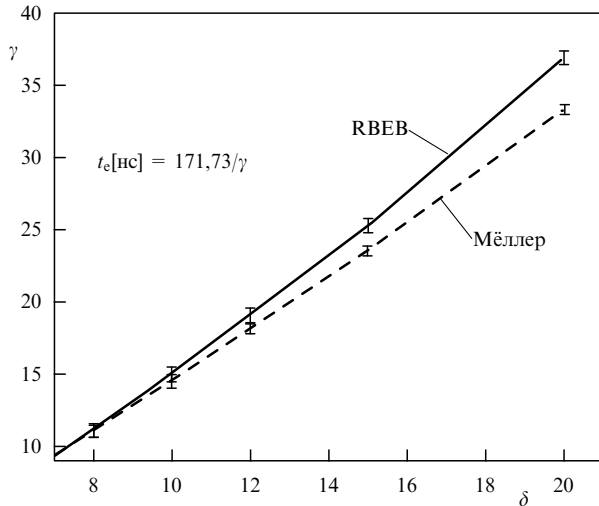


Рис. 3. Зависимость характерного времени усиления ЛРУЭ от перенапряжения, вычисленная по программе УМК, реализующей традиционный подход (Мёллер) и модель RBEV Силистена – Пасько [92].

руемых энергий очень широка: 0,01–200 МэВ, причём учитываются только ионизация и упругое рассеяние электронов в диффузионном приближении. Угол между векторами импульсов первичного и вторичного электронов вычисляется из уравнений для законов сохранения импульса и энергии. Поскольку моделируемая область энергий простирается до 200 МэВ, учтена радиационная сила трения. Фотоны и позитроны не моделируются.

На рисунке 3 приведены зависимости темпа развития ЛРУЭ от перенапряжения δ , вычисленные по модели RBEV и традиционной модели, в которой интегрируется сечение Мёллера (см. (47)). Видно, что в области значений δ , меньших приблизительно 10, обе модели дают близкие значения темпа, причём для малых δ , характерных для полей грозových облаков, предсказываются одинаковые значения темпа. С возрастанием δ расхождение существенно увеличивается, и в области очень больших δ , характерных для разрядов при высоких перенапряжениях относительно напряжённости поля самостоятельного пробоя E_{self} [11, 12, 17–26], следует ожидать большого расхождения.

В целом, окончательные значения $t_c(\delta)$, вычисленные по программам УМК, вполне согласуются с окончательными результатами, полученными по программе ЭЛИЗА (первая строка значений t_c в табл. 2). Таким образом, метод УМК, учитывающий только неупругие взаимодействия (детерминистически) и упругое рассеяние (стохастически) электронов, является эффективным методом численного моделирования, не требующим, в отличие от полных программ МК, продолжительного времени счёта.

6. Вычисления временного масштаба усиления лавины на основании кинетического уравнения

Для улучшения описания кинетики ЛРУЭ и вычисления более точных функций $t_c(\delta)$ и $l_c(\delta)$ авторы ГМР-механизма обратились к КУ [43, 44], в котором учтено рассеяние электронов в упругих столкновениях, что является единственным отличием от учитываемых в

анализе [30] элементарных процессов. Решается КУ (24) с оператором столкновений (37), (38), включающим в себя ионизационный интеграл (35). Вычисленные в [43, 44] значения t_c , а следовательно, и $l_c \approx ct_c$ уменьшились более чем на порядок величины по сравнению с результатами аналитических расчётов [30] (ср. с данными в табл. 2). В отчёте [43] приведены аргументы в пользу того, что угловое рассеяние увеличивает темп развития лавины.

Но из эвристических соображений ясно, что включение дополнительного взаимодействия электронов, конкурирующего с организующим действием электрического поля, неизбежно усиливает хаотизацию импульсов электронов. Электроны и вторичные частицы (гамма-фотоны и позитроны), испытывая упругое рассеяние на ядрах и электронных оболочках атомов, удаляются от силовых линий поля. Следовательно, для того чтобы компенсировать эффективную силу трения, требуется большая электрическая сила. В результате $t_c(\delta)$ возрастает.

Негативная роль упругого рассеяния в процессе развития ЛРУЭ демонстрируется в докладе [68], а затем в детальном анализе в статье [69]. Методом УМК показано, что минимально возможные значения $t_c(\delta)$ превышают значения $t_c(\delta)$, вычисленные в работах [43, 44], в несколько раз (см. табл. 2). В частности, с целью анализа эксперимента Маккарти и Паркса [35] для $\delta = 2$ вычислен порог убегания $\varepsilon_{\text{th}} = 600$ кэВ, при котором, согласно формуле (47), получаемая на высоте 5 км длина $l_c(\delta = 2) \approx 120$ м соответствует времени $t_c(\delta = 2) = 200$ нс на уровне моря (см. табл. 2), что вполне согласуется с результатом последних вычислений по программе ЭЛИЗА (первая строка значений t_c в табл. 2).

Позднее с целью согласования результатов, полученных разными методами, был проведён детальный анализ на основе КУ (24) с оператором столкновений, включающим в себя радиационную силу F_{rad} [38, 60],

$$\begin{aligned} \text{St} \{f(p, \mu, t)\} = & \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 (F_{\text{in}} + F_{\text{rad}}) f(p, \mu, t) + \\ & + \frac{F_{\text{in}} \sum_i Z_i^2 / Z}{4\gamma p} \hat{L}_\mu f(p, \mu, t) + \\ & + N_{\text{mol}} \beta c \frac{2\pi Z e^4}{m c^2} \int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{\gamma'^2 - 1}{\gamma^2 - 1} [\varepsilon^{-2} + (\varepsilon' + m c^2)^{-2}] \times \\ & \times \int \frac{d\varphi}{2\pi} \int f(\varepsilon', \mu', \varphi) \delta(\mu_1 - \mu_0) d\mu_1 d\varepsilon', \end{aligned} \quad (51)$$

где $\delta(\mu_1 - \mu_0)$ — дельта-функция Дирака, φ — угол между $\mathbf{p}'$ и $\mathbf{e}$, связь между углами выражается как

$$\mu' = \frac{\mu\mu_1 \pm (1 - \mu_1^2)^{1/2} \sin \varphi \sqrt{\mu_1^2 - \mu^2 + (1 - \mu_1^2) \sin^2 \varphi}}{\mu_1^2 + (1 - \mu_1^2) \sin^2 \varphi}. \quad (52)$$

Использованы формулы (8) с $A = 11$ для F_{in} и (12) для F_{rad} в области энергий $\varepsilon \ll m c^2$.

Чтобы согласовать результаты расчётов $t_c(\delta)$ методами КУ и МК, предполагалось, что "при высоких энергиях главную роль в процессе пробоя на убегающих электронах играют не кулоновские ионизирующие столкновения, а гораздо более сильный эффект тормозного излучения" ("at high energies the main role in runaway breakdown process is played not by ionization Coulomb collisions, but by much more stronger bremsstrahlung").

effect") [60]. Однако, во-первых, этот процесс включён в программу ЭЛИЗА, а во-вторых, радиационные потери в воздухе становятся сравнимыми с ионизационными, согласно формуле (14), лишь при энергии электронов 110 МэВ, которая, согласно расчётам ЛРУЭ методом МК, не достигается. Авторы [38] полагают, что "ионизация играет главную роль при низких энергиях ≤ 5 МэВ. При энергиях ≥ 5 МэВ доминирующая роль принадлежит силе тормозного излучения". Вероятно, имелось в виду, что начиная с энергии ≈ 5 МэВ составляющая F_{rad} даёт вклад в силу трения $F = F_{\text{in}} + F_{\text{rad}}$. Но F_{rad} становится доминирующей в области энергий, намного превышающих граничное значение 110 МэВ. Действительно, из равенства $F_{\text{in}} = F_{\text{rad}}$ при $\gamma^2 \gg 1$ (см. формулы (8) и (12)) при $Z_{\text{at}} \approx 7,25$ и $A = 11$ получается уравнение для граничной энергии

$$\gamma_{\text{bound}} - 1 = \frac{\varepsilon_{\text{bound}}}{mc^2} = \frac{\pi A}{\alpha Z_{\text{at}} \ln [2\varepsilon_{\text{max}}/(mc^2)]} \approx \frac{653}{\ln [2\varepsilon_{\text{max}}/(mc^2)]}, \quad (53)$$

откуда следует значение $\varepsilon_{\text{bound}} \approx 120$ МэВ, близкое к оценке 110 МэВ (14).

Непосредственный вклад собственного тормозного излучения ЛРУЭ в её развитие, в том числе посредством ионизации газа позитронами и фотонами e^+e^- -аннигиляции, явно завышен (см. раздел 8.1). Вторичные излучения важны для поддержания серий ЛРУЭ посредством положительной релятивистской обратной связи (Relativistic FeedBack — RFB) (см. раздел 8.2).

Из равенства $eE = F_{\text{rad}}(\varepsilon_{\text{max}})$ следует формула для максимальной энергии, доступной для УЭ [60]:

$$\frac{\varepsilon_{\text{max}}}{mc^2} = \frac{\pi a}{\alpha Z_{\text{eff}} \ln(2\gamma)} \delta \approx \frac{653 \delta}{\ln(2\gamma)}, \quad (54)$$

откуда для $\delta = 5$ и 10 получены соответственно значения $\varepsilon_{\text{max}} = 430$ и 850 МэВ [38], достаточно точные, поскольку они намного превышают значения $\varepsilon_{\text{bound}}$, т.е. относятся к области доминирования радиационной силы. Однако ввиду экспоненциального распределения УЭ по энергиям со значениями средней энергии $\langle \varepsilon \rangle$, приведёнными ниже в табл. 3, доля УЭ в области энергий, превышающих $\varepsilon_{\text{bound}}$, крайне мала: $\approx (0,7-3) \times 10^{-8}$ для $\delta = 5-10$, причём RFB [42, 73] ограничивает усиление ЛРУЭ величиной $\approx 10^5$ (см. раздел 8.3).

Из асимптотического поведения ФРЭ при больших энергиях следует экспоненциальное возрастание числа УЭ $\exp(\lambda t)$ с инкрементом:

$$\lambda \approx 0,065 \delta^{3/2} [38], \quad \lambda \approx \frac{0,6}{a} \delta^{3/2} \approx 0,055 \delta^{3/2} [38, 60]. \quad (55)$$

Вторая из формул (55) получена при $a = 11$ [60] как решение задачи на собственные значения, сформулированной на основе КУ. С использованием масштаба времени $t_0 = (4\pi r_e^2 c Z N_{\text{mol}} A)^{-1}$ [38] при $A = a = 11$ из (55) следует формула

$$t_e = \frac{t_0}{\lambda} = \frac{\delta^{-3/2}}{2,4 c \pi r_e^2 N_{\text{mol}} Z_{\text{mol}}}, \quad (56)$$

отличающаяся численным коэффициентом в знаменателе от формулы работы [60]:

$$t_e = \frac{\delta^{-3/2}}{1,4 c \pi r_e^2 N_{\text{mol}} Z_{\text{mol}}}. \quad (57)$$

С численными значениями величин для воздуха при давлении 1 атм ($N_{\text{mol}} = N_L$) и $Z_{\text{mol}} = 14,5$ формула (57) даёт

$$t_e [\text{нс}] \approx 244 \delta^{-3/2}. \quad (58)$$

Значения t_e , рассчитанные по формуле (58), намного превышают данные [43, 44] и неплохо согласуются со значениями t_e , вычисленными по программе ЭЛИЗА с отключённым угловым рассеянием электронов [71, 72] (см. табл. 2), особенно в области больших δ , несмотря на то что формула (58) выведена с упрощённым описанием взаимодействий. Следовательно, аналитические вычисления могут использоваться как тестовые для расчётов по МК-программам.

Значения t_e , полученные по программе ЭЛИЗА с учётом углового рассеяния электронов (первая строка значений t_e в табл. 2), существенно отличаются от значений, полученных без учёта рассеяния как по программе ЭЛИЗА, так и по формуле (58). В области $\delta \geq 2$ первые превышают вторые примерно в 1,5–2 раза, но в области слабых полей ($\delta \leq 2$), когда эффект рассеяния усиливается, расхождение возрастает, достигая порядка величины при малых δ , по-видимому, свидетельствуя о том, что значение $\delta \approx 2$ является критическим в процессе развития ЛРУЭ.

В дальнейшем для устранения расхождения значений t_e , полученных методами МК и КУ, уточнялась процедура решения КУ. Согласие было достигнуто в работах [63–65], где решалось КУ (40) дивергентного вида, в котором процесс ионизации описывался не на плоскости, как в [43, 44], а в трёхмерной (3D) геометрии с улучшенным учётом кинетики вторичных электронов после акта ионизации благодаря повышению точности аппроксимации интегрирования по азимутальному углу α в ионизационном интеграле (35). Значения функции $t_e(\delta)$, вычисленные из решения КУ [64, 65], приведены в табл. 2. Видно, что значения t_e , полученные с учётом упругого рассеяния разными группами по полным программам МК [71, 72, 74], по УМК [58, 65, 77, 78] и решением КУ [65], довольно хорошо согласуются друг с другом.

Поскольку программа ЭЛИЗА предназначена для решения задач совместного переноса электронов, позитронов и фотонов с учётом всех элементарных процессов, описываемых в терминах соответствующих сечений, а в остальных подходах, в том числе в УМК, учитываются только ионизационные и упругие взаимодействия электронов с атомарными частицами, причём используется сила трения, описывающая усреднённый эффект слабых ионизирующих соударений, этими различиями, скорее всего, и объясняется остающееся расхождение.

7. Фундаментальные макроскопические характеристики лавины

Численное моделирование разрядов с участием ЛРУЭ ведётся в терминах диффузионно-дрейфовых уравнений, описывающих кинетику всех заряженных частиц в приближении сплошной среды, причём кинетика УЭ описы-

Таблица 3. Зависимости от перенапряжения δ при нормальных условиях характерного времени t_e усиления лавины, скорости v_{re} , длины $l_e = v_{re} t_e$, средней энергии электронов $\langle \varepsilon \rangle$, порога убегания ε_{th} , коэффициентов диффузии $D_{||}$ и $D_{\perp}$ [72, 97, 98]

δ	t_e , нс*	$v_{re} \times 10^{-8}$, м с ⁻¹	l_e , м	$\langle \varepsilon \rangle$, МэВ	ε_{th} , кэВ	$D_{ }$, м ² с ⁻¹	$D_{\perp}$, м ² с ⁻¹
1,3	8905						
1,4	1236/201						
1,5	696,4	2,69	187,33	6,75	1400	$1,52 \times 10^8$	$6,27 \times 10^8$
1,6	447,2/133						
1,8	270,1/99,3						
2	189,7/81,0	2,64	50,81	6,74	470	$7,73 \times 10^7$	$2,88 \times 10^8$
2,5	109,8						
3	77,6/41,4	2,65	16,56	6,79	160		
4	47,5/27,1	2,65	12,59	6,83	116		
5	34,3/16,1	2,66	9,12	6,87	90	$1,49 \times 10^7$	$4,88 \times 10^7$
6	26,4/15,7	2,66	7,02	6,79	70		
7	21,3/12,8	2,67	5,69	6,68	56		
8	17,8/10,7	2,68	4,77	6,61	47	$7,14 \times 10^6$	$2,05 \times 10^7$
10	13,3/8,0	2,69	3,58	6,41	35	$5,13 \times 10^6$	$1,34 \times 10^7$
12	10,45/6,36	2,69	2,81	6,15	28	$3,94 \times 10^6$	$9,44 \times 10^6$
14	8,56/5,48	2,69	2,30	5,99	23	$3,21 \times 10^6$	$6,99 \times 10^6$
16	5,80	2,68	1,55	5,38	15,5	$2,10 \times 10^6$	$3,70 \times 10^6$
50	1,52	2,66	0,40	4,35	5,5	$7,63 \times 10^5$	$6,40 \times 10^5$
100	0,60	2,65	0,16	3,46	1,6	$3,82 \times 10^5$	$1,66 \times 10^5$

* С учетом углового рассеяния/без учета.

вається следующим уравнением (см., например, [93–96]):

$$\frac{\partial n_{re}}{\partial t} + \text{div} \left(n_{re} \mathbf{v}_{re} - D_{\perp} \left(\nabla n_{re} - \frac{\mathbf{v}_{re} (\mathbf{v}_{re} \nabla n_{re})}{v_{re}^2} \right) - \frac{D_{||} \mathbf{v}_{re} (\mathbf{v}_{re} \nabla n_{re})}{v_{re}^2} \right) = v_{re} n_{re} + S_{re}^{\text{ext}}, \quad (59)$$

где n_{re} — концентрация УЭ, v_{re} — коэффициент размножения (гибели, если $v_{re} < 0$) УЭ (runaway electron rate), вектор направленной скорости УЭ $\mathbf{v}_{re} = -v_{re} \mathbf{e}$, $v_{re} = |\mathbf{v}_{re}|$, $D_{||}$ и $D_{\perp}$ — коэффициенты продольной и поперечной диффузии УЭ относительно вектора $\mathbf{e}$, S_{re}^{ext} — внешний источник УЭ. Для решения уравнения (59) требуются зависимости v_{re} , $D_{||}$, $D_{\perp}$, v_{re} от перенапряжения δ . Ниже приведены эти зависимости, полученные по результатам численного моделирования ЛРУЭ методом МК по программам ЭЛИЗА [71, 72, 97, 98] и REAM [73, 74, 82, 99]. Моделирование выполнялось для нормальных условий в цилиндрических координатах $z \uparrow \mathbf{e}$ и $\mathbf{r} \perp \mathbf{e}$.

Моделирование по программе ЭЛИЗА проводилось со статистической погрешностью, меньшей 1–2 %, следующим образом. В начальный момент в направлении вектора $\mathbf{e}$ инжектировались электроны с кинетической энергией ε_0 . Расчёты выполнялись для двух сильно различающихся значений $\varepsilon_0 = 2$ МэВ и $\varepsilon_0 = 10$ МэВ. Хотя большинство электронов рождается в области низких энергий, в том числе ниже порога убегания ε_{th} , энергии этих электронов релаксируют к тепловым энергиям, так

что их вклад в ЛРУЭ пренебрежимо мал. Первичным результатом расчётов являются зависимости числа электронов $N_e(t)$ от времени для различных значений δ . Экспоненциальный режим развития ЛРУЭ, для которого $\partial \ln(N_e(t)/N_e(t=0))/\partial t \approx \text{const}$, устанавливается за время, в несколько раз меньшее времени усиления лавины $t_e(\delta)$. Влияние начальной энергии ε_0 на динамику ЛРУЭ проявляется при $\delta < 2$, при этом с возрастанием ε_0 время выхода ЛРУЭ на экспоненциальный режим уменьшается. В области $\delta < 2$ это время увеличивается с уменьшением δ , причём в режим убегания переходят только электроны с большой энергией ε_0 .

В таблице 3 представлены результаты расчётов по программе ЭЛИЗА в широком интервале значений δ , включающем в себя помимо области малых значений, характерных для грозových полей, область больших значений, реализуемых в лабораторных разрядах, генерирующих УЭ [11, 12, 17–26]. Напомним, что при $\delta \approx 14$ развивается обычный пробой на электронах низких энергий. Характеристики в момент $t_{run} \gg t_e(\delta)$ окончания моделирования определены следующим образом.

1. Время $t_e = t_{run}/\ln(N_e(t_{run})/N_e(t=0))$ определяется по линейному участку функции $\ln(N_e(t_{run})/N_e(t=0))$.
2. Направленная скорость $v_{re} = \langle z \rangle / t_{run}$.
3. Пространственный масштаб (длина усиления) $l_e = t_e v_{re}$.
4. Средняя энергия электронов

$$\langle \varepsilon \rangle = (N_e(t_{run}))^{-1} \sum_{i=1}^{N_e(t_{run})} \varepsilon_i.$$

5. Коэффициенты $D_{||} = \langle (z - \langle z \rangle)^2 \rangle / (2t_{run})$ и $D_{\perp} = \langle r^2 \rangle / (\pi t_{run})$. Здесь

$$\langle z \rangle = \sum_{i=1}^{N_e(t_{run})} \frac{z_i}{N_e(t_{run})}$$

— среднее значение координаты z электронного роя,

$$\langle (z - \langle z \rangle)^2 \rangle = \sum_{i=1}^{N_e(t_{run})} \frac{(z_i - \langle z \rangle)^2}{N_e(t_{run})}$$

— среднее значение квадрата отклонения координаты z от $\langle z \rangle$,

$$\langle r^2 \rangle = \sum_{i=1}^{N_e(t_{run})} \frac{r_i^2}{N_e(t_{run})}$$

— среднее значение квадрата координаты r .

6. Энергетический порог убегания ε_{th} , условная величина, так как процесс убегания является стохастическим, определяется соотношением

$$\frac{1}{l_e(\delta)} = N_L \int_{\varepsilon_{th}(\delta)}^{\langle \varepsilon \rangle / 2} \sigma_{e'}(\langle \varepsilon \rangle, \varepsilon) d\varepsilon, \quad (60)$$

где в сечении (5) энергия первичного электрона ε' принята равной средней энергии $\langle \varepsilon \rangle$.

Для сравнения заметим, что значения порога убегания в табл. 3 $\varepsilon_{th}(\delta = 2) = 470$ кэВ и $\varepsilon_{th}(\delta = 8) = 47$ кэВ близки к значениям (или несильно от них отличаются) $\varepsilon_{th}(\delta = 2) = 470$ кэВ и $\varepsilon_{th}(\delta = 8) = 67$ кэВ, оценённым из уравнения $eE(\mu(\varepsilon_{th}, \delta)) = \langle F_{in}^{\min} \rangle$, где $\langle F_{in}^{\min} \rangle$ — минимум усреднённой силы трения (6), и к значениям, вычислен-

ным по программам УМК (см. раздел 5.2.3): 549 и 54 кэВ [58] и 650 и 65 кэВ [69].

Время t_e и длина l_e усиления. Из таблицы 3 видно, что t_e убывает от 8905 нс до 0,6 нс с возрастанием δ от 1,3 до 100. Резкое возрастание t_e в области $\delta < 2$, по-видимому, свидетельствует о близости $\delta \approx 2$ к критическому значению — при δ , меньших критической величины, слишком мало электронов переходит в режим убегания, вследствие чего соответствующие значения t_e вычисляются с существенной погрешностью. Значение $\delta = 1,3$, согласно формуле (21), соответствует критической (пороговой) напряжённости $E_{th} \approx 270-284 \text{ кВ м}^{-1}$ при нормальных условиях [56, 57, 73], когда l_e резко увеличивается до нескольких километров. В работе [30] критической считается область $\delta = 1-2$ (соответствующая величина $E_{th} \approx 2-4 \text{ кВ м}^{-1}$). В интервале значений δ , представляющем интерес для физики атмосферного электричества высоких энергий, справедлива следующая аппроксимация результатов моделирования по программе ЭЛИЗА:

$$t_e [\text{нс}] = \exp\left(\frac{7,11}{\delta^{0,441}}\right) \pm 5\%, \quad \delta \in [2, 10]. \quad (61)$$

В области больших δ данные табл. 3 для $l_e(\delta)$, представляющие интерес для исследований лабораторных разрядов в сильных полях [11–26], аппроксимированы следующим образом [97, 98]:

$$l_e(\delta) = (0,063\delta - 0,72)^{-1} [\text{м}], \quad \delta \geq 20, \quad (62)$$

чему соответствует время

$$t_e [\text{нс}] \approx \frac{l_e}{c} \approx 10(0,189\delta - 2,16)^{-1}. \quad (63)$$

В статье Дуайера [73], где введён механизм RFB (см. раздел 8.2), по МК-программе REAM моделировалась ЛРУЭ. Для полученной зависимости l_e от E предложена аппроксимация, которая в терминах перенапряжения δ с $F_{in}^{\min} \approx 217 \text{ кВ м}^{-1}$ описывается функцией

$$l_e [\text{м}] \approx 33,18(\delta - 1,26)^{-1}, \quad 1,38 \leq \delta \leq 11,52, \quad (64)$$

которой соответствует время

$$t_e [\text{нс}] \approx \frac{l_e}{c} \approx 1,1(\delta - 1,26)^{-1}. \quad (65)$$

Для результатов последующих расчётов по REAM [74] предложены аппроксимации t_e и l_e , которые в терминах δ с $F_{in}^{\min} \approx 217 \text{ кВ м}^{-1}$ имеют следующий вид:

$$t_e [\text{нс}] = \frac{125,8}{\delta - 1,276 N_L/N(z)}, \quad l_e [\text{м}] = \frac{33,64}{\delta - 1,272 N_L/N(z)}, \quad (66)$$

где $N(z)$ — концентрация молекул на высоте z , средняя энергия электронов предполагается равной 7,3 МэВ [74].

Как видно из табл. 2, значения t_e , вычисленные методом МК [74] и по формуле (66) в области примерно $\delta \geq 2-2,5$, довольно близки к значениям t_e , полученным по программе ЭЛИЗА (первая строка значений t_e в табл. 2), и намного меньше последних в области меньших δ .

Энергетические спектры электронов высоких энергий. Численным моделированием по программе ЭЛИЗА исследована эволюция распределения электронов по энер-

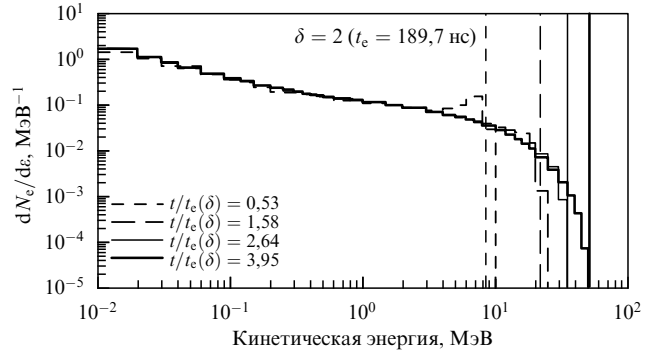


Рис. 4. Нормированное на единицу распределение электронов по энергиям в различные моменты времени для перенапряжения $\delta = 2$, вычисленное по программе ЭЛИЗА. Вертикальными линиями обозначены максимальные значения энергии, которых первичный электрон достигает к моменту времени t [72].

гиям. Время установления стационарного распределения, определяемое как время, по истечении которого распределение не изменяется, за исключением части высокоэнергетического "хвоста", содержащего долю электронов менее $10^{-4}-10^{-5}$, равно $t_{st} \approx (4-6) t_e$. Установившиеся значения средней энергии $\langle \epsilon \rangle$ монотонно и слабо убывают с возрастанием δ , что обусловлено понижением порога ϵ_{th} , причём с увеличением δ от 1,5 до 100 энергия $\langle \epsilon \rangle$ уменьшается всего лишь в два раза. В области $\delta = 1,5-14$ значения $\langle \epsilon \rangle$ незначительно отличаются друг от друга, изменяясь в интервале $\approx 7-6 \text{ МэВ}$ (см. табл. 3). Аналогичные результаты получены на основе решения КУ [65].

Среднюю энергию $\langle \epsilon \rangle$ можно оценить величиной энергии, набранной электроном до момента рождения вторичного УЭ:

$$\langle \epsilon \rangle \approx v_{re}(\delta - 1) F_{in}^{\min} t_e(\delta) + \epsilon_0. \quad (67)$$

Согласно формуле (67) слабая зависимость $\langle \epsilon \rangle$ от δ объясняется конкуренцией процессов набора энергии в поле (множитель $(\delta - 1)$) и рождения вторичных электронов ($v_{re} F_{in}^{\min} t_e(\delta)$) с низкими энергиями (много меньше $\langle \epsilon \rangle$). Чем больше δ , тем эффективнее набор энергии, но тем интенсивнее размножение электронов с низкими энергиями.

Слабая зависимость $\langle \epsilon \rangle$ от δ свидетельствует о близости соответствующих установившихся распределений электронов по энергиям. На рисунке 4 для $\delta = 2$ показаны распределения по энергиям в различные моменты. Вертикальными линиями обозначены максимальные значения энергии $\epsilon_{max} = v_{re}(\delta - 1) F_{in}^{\min} t + \epsilon_0$, которых первичный электрон достигает к моменту времени t . Достижение ϵ_{max} свидетельствует о наличии в распределении первичных электронов, движущихся вдоль вектора e . Согласно формуле (54) энергия ϵ_{max} является почти линейной функцией δ и равняется 430 МэВ при $\delta = 5$ и 850 МэВ при $\delta = 10$ [38].

На рисунке 5 для сравнения иллюстрируется процесс установления распределения по энергиям, смоделированный Силистеном и Пасько по программе УМК при $\delta = 5,76$, который вполне согласуется с процессом установления, полученным по программе ЭЛИЗА.

На рисунке 6 показаны установившиеся распределения электронов ЛРУЭ по энергиям, вычисленные по про-

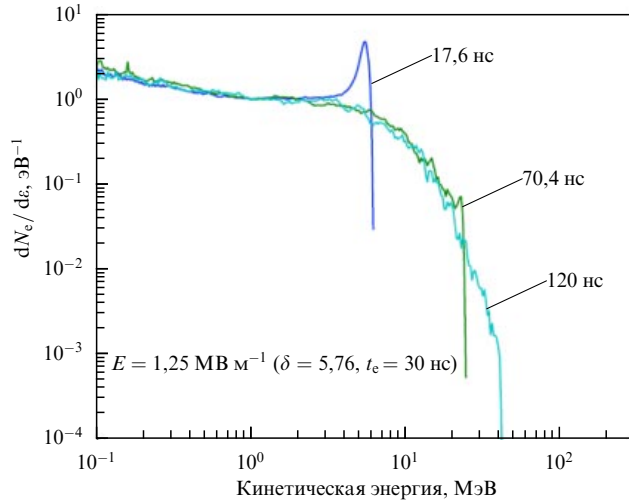


Рис. 5. (В цвете онлайн.) Процесс установления распределения электронов по энергиям при перенапряжении $\delta = 5.76$. Численное моделирование по модели RBEB [89].

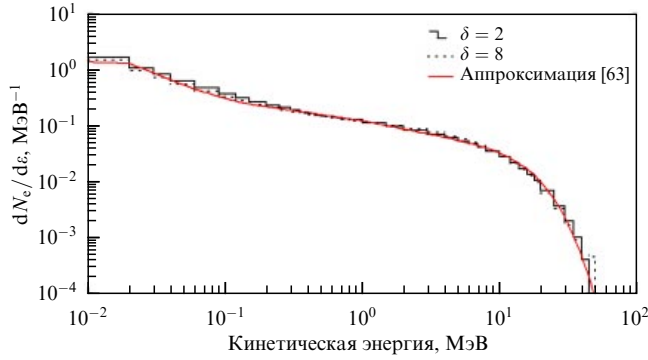


Рис. 6. Нормированное на единицу установившееся распределение электронов по энергиям для значений перенапряжения $\delta = 2$ и 8 , вычисленное по программе ЭЛИЗА [72].

грамме ЭЛИЗА [72]. Как видно, распределения близки друг к другу и слабо зависят от δ . Так, максимальное различие распределений в диапазоне $\delta = 2-8$ в области энергий $0.01-40$ МэВ не превышает 15%. Это универсальное распределение аппроксимировано функцией

$$\exp(-1.08 \times 10^{-5} u^6 - 4.2 \times 10^{-6} u^5 + 9.76 \times 10^{-6} u^4 + 1.265 \times 10^{-2} u^3 - 5.64 \times 10^{-2} u^2 - 0.433u - 2.1185), \quad (68)$$

где $u = \ln(\varepsilon [\text{МэВ}])$.

Установившиеся распределения электронов по энергиям в области $100 \text{ эВ} - 60 \text{ МэВ}$ вычислены по программе REAM [73, 74]. Для этих распределений при предположении $\langle \varepsilon \rangle = 7.3 \text{ МэВ}$ предложена более простая универсальная аппроксимация:

$$f_{\text{re}} \approx \frac{1}{7.3 \text{ МэВ}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{7.3 \text{ МэВ}}\right), \quad (69)$$

справедливая в области энергий от нескольких сотен кэВ до нескольких десятков МэВ и не зависящая от напряжённости поля и концентрации молекул воздуха. Подобное распределение при $\delta = 2$ приведено на рис. 7.

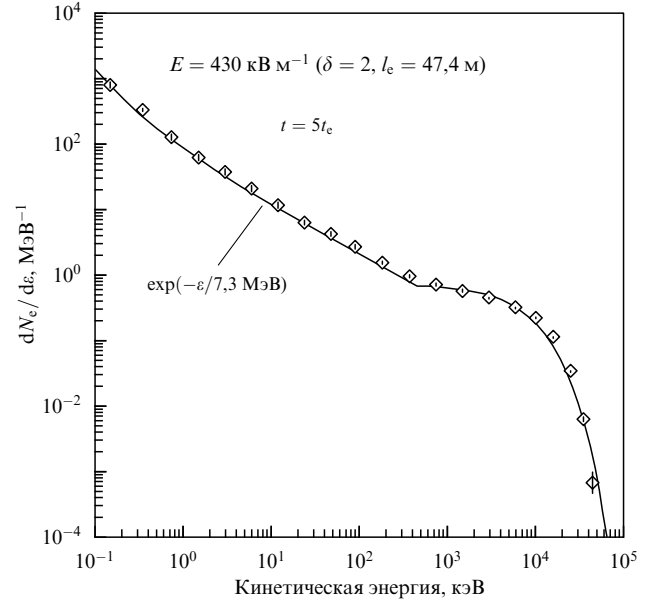


Рис. 7. Нормированное на единицу установившееся распределение электронов по энергиям для перенапряжения $\delta = 2$, вычисленное по программе REAM (ромбы) и в простой аналитической модели (кривая) [74].

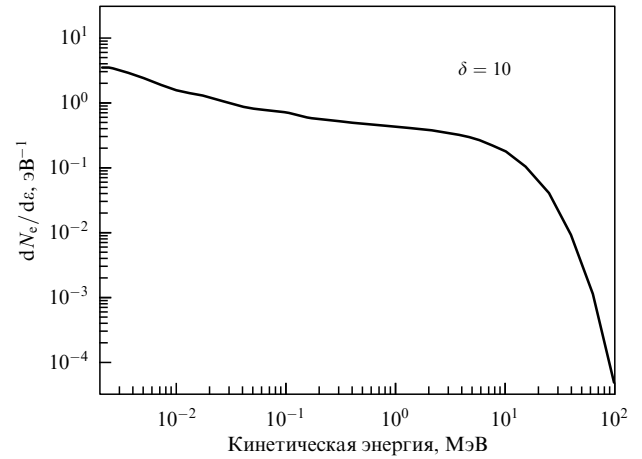


Рис. 8. Нормированное на единицу установившееся распределение электронов по энергиям для перенапряжения $\delta = 10$, вычисленное по модели RBEB [92].

Для сравнения на рис. 8 иллюстрируется установившееся распределение, вычисленное Силистеном и Пасько по программе УМК при $\delta = 10$ [92], которое вполне согласуется с распределениями, полученными по программам ЭЛИЗА и REAM.

Угловые распределения электронов высоких энергий [72]. Установившиеся угловые распределения электронов существенно зависят от перенапряжения δ и с увеличением δ становятся более вытянутыми вдоль $\mathbf{e}$, т.е. с усилением поля им увлекается всё большая часть электронов. Эти распределения аппроксимированы в программе ЭЛИЗА следующей функцией:

$$g(\mu, b) = \frac{1 - b^2}{2\pi(1 - b\mu)^2}, \quad 2\pi \int_0^1 g(\mu, b) d\mu = 1, \quad (70)$$

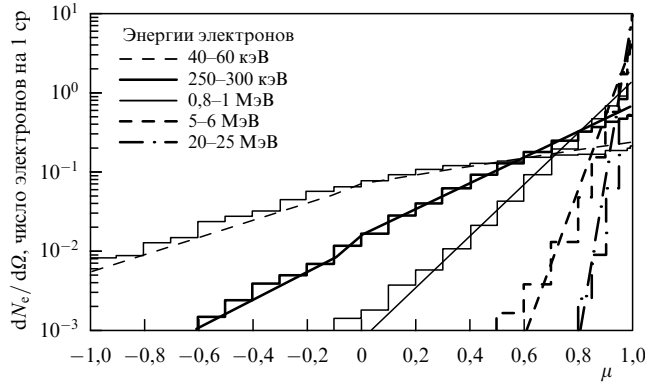


Рис. 9. Нормированные угловые распределения электронов в различных диапазонах энергий $[\varepsilon_1; \varepsilon_2]$ для $\delta = 8$. Гистограммы — результаты расчётов по программе ЭЛИЗА, кривые — результат аппроксимации (71)–(74) [72].

где $b = 0,91$ для $\delta = 2$ и $b = 0,97$ для $\delta = 8$. Погрешность аппроксимации (70) максимальна при μ , близких к единице, например, 12 % для $\delta = 2$ и 34 % для $\delta = 8$.

Установившееся распределение электронов по углам и энергиям [МэВ] можно представить в виде произведения (ЭЛИЗА)

$$f(\varepsilon, \mu) = f_1(\varepsilon) f_2(\mu|\varepsilon), \quad (71)$$

где $f_1(\varepsilon)$ — нормированное распределение электронов по энергиям (68), $f_2(\mu|\varepsilon)$ — установившееся, нормированное аналогично (64), угловое распределение электронов с энергией ε , которое можно аппроксимировать следующим образом:

$$\ln f_2(\mu|\varepsilon) = \begin{cases} y_1(\varepsilon) - k_1(\varepsilon)(1 - \mu), & \mu \geq 0, \\ y_2(\varepsilon) + k_2(\varepsilon)(\mu + 1), & \mu < 0, \end{cases} \quad (72)$$

где для $\delta = 2$

$$\begin{aligned} y_1(\varepsilon) &= 0,5756 \ln(0,9\varepsilon) - 0,46, & k_1(\varepsilon) &= 1,24(14\varepsilon)^{0,5} - 0,92, \\ y_2(\varepsilon) &= -2,76(2,3\varepsilon)^{0,48} - 2,53, & k_2(\varepsilon) &= 0,557 \ln \varepsilon + 2,91, \end{aligned} \quad (73)$$

а для $\delta = 8$

$$\begin{aligned} y_1(\varepsilon) &= 0,6178 \ln \varepsilon + 0,4145, & k_1(\varepsilon) &= 3,224(5\varepsilon - 0,07)^{0,57}, \\ y_2(\varepsilon) &= -7,6(4\varepsilon)^{0,31} - 0,6, & k_2(\varepsilon) &= 0,8858 \ln \varepsilon + 5,142. \end{aligned} \quad (74)$$

На рисунке 9 показаны нормированные угловые распределения электронов в энергетических группах $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$: 40–60 кэВ, 250–300 кэВ, 0,8–1 МэВ, 5–6 МэВ и 20–25 МэВ [72]. Здесь же приведены аппроксимирующие кривые, при вычислении которых энергия электрона полагалась равной $\varepsilon = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$. Видно, что формулы (71)–(74) удовлетворительно аппроксимируют результаты численных расчётов в широком диапазоне энергий. Для каждой энергетической группы вычислен средний косинус $\langle \mu \rangle$, который аппроксимирован функцией

$$\langle \mu(\varepsilon, \delta) \rangle = a(\delta) \frac{\varepsilon}{1 + a(\delta) \varepsilon} \quad (75)$$

с погрешностью $\leq 0,06$ при $a(\delta = 2) = 2,7 \text{ МэВ}^{-1}$ и $a(\delta = 8) = 12 \text{ МэВ}^{-1}$.

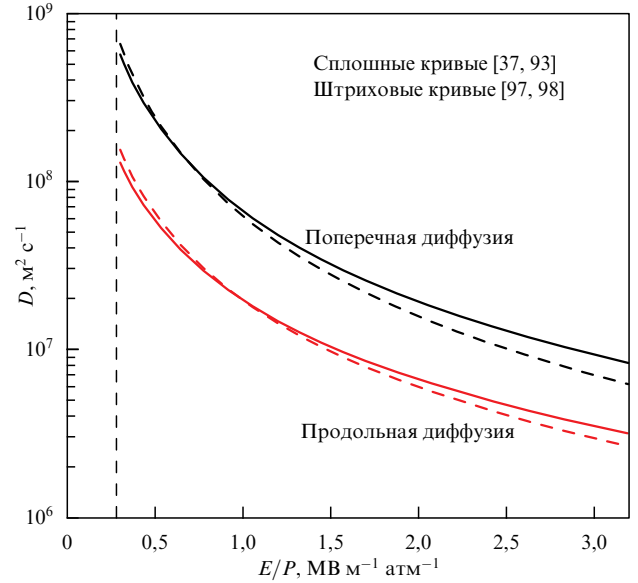


Рис. 10. (В цвете онлайн.) Зависимости от напряжённости поля коэффициентов продольной и поперечной относительно вектора $\mathbf{e}$ диффузии, вычисленные по программам REAM [37, 93] и ЭЛИЗА [97, 98].

Диффузия электронов высоких энергий. Крайне важной является величина проводимости за счёт электронов низких энергий, реализующейся в процессе развития ЛРУЭ. Низкоэнергетическая проводимость прямо пропорциональна концентрации электронов низких энергий, которая зависит от пространственного распределения электронов высоких энергий, зависящего в свою очередь, в частности, от диффузии. Роль продольной диффузии в иницировании молнии вследствие пробоя на УЭ впервые исследована авторами ГМР-механизма [76]. В связи с этим анализом в обзоре [37] отмечается, что предсказанная в [76] диффузия в 15–40 раз слабее, чем полученная численным моделированием по программе REAM [93], что обусловлено учётом в последней углового рассеяния, и выражается сомнение в величине проводимости, предсказываемой в работе [76].

На рисунке 10 сравниваются зависимости от напряжённости поля E коэффициентов диффузии $D_{\parallel}$ и $D_{\perp}$, вычисленные по программам REAM [37, 93] и ЭЛИЗА [97, 98]. В области низких значений E , характерных для грозовых полей, эти коэффициенты практически одинаковы, но с возрастанием E в расчётах по REAM предсказывается несколько более сильная диффузия, чем в расчётах по программе ЭЛИЗА, но даже в области значений E , близких к напряжённости обычного самостоятельного пробоя E_{self} , разница не превышает нескольких процентов ($D_{\parallel}$) и нескольких десятков процентов ($D_{\perp}$).

8. Релятивистская положительная обратная связь

8.1. Вклад собственного тормозного излучения лавины в её усиление

Энергия электронов в таунсендовских лавинах, казалось бы, безвозвратно теряемая на возбуждение атомов и молекул, во многих случаях возвращается, внося вклад в коэффициент ионизации Таунсенда α_T . Так, в смесях

газов, если энергия возбуждения атома А превышает энергию ионизации атома В, могут протекать реакции типа реакций Пеннинга $A^* + B \rightarrow A + B^+ + e^-$ с ионизацией атома В или реакции, разрушающие отрицательные ионы (см., например, [5, 7, 100–102]). Фотоны, излучённые в результате дезактивации возбуждённых атомов A^* , также способны ионизовать атомы компонента В смеси.

Аналогично, энергия, теряемая ЛРУЭ на тормозное излучение, часть которого далее тратится на рождение вторичных позитронов, частично возвращается, внося вклад в заселение лавины посредством ионизации тормозными фотонами высоких энергий, позитронами и фотонами e^+e^- -аннигиляции. Численное моделирование ЛРУЭ методом МК по полным программам, таким как ЭЛИЗА, учитывает обратный вклад процессов с участием фотонов собственного тормозного излучения УЭ и позитронов в скорость размножения УЭ, что отражается в вычисленном времени усиления ЛРУЭ $t_e(\delta)$. При достаточно больших значениях перенапряжения δ доминирует генерация УЭ прямой ионизацией электронным ударом, а относительный вклад процессов с участием фотонов, а следовательно, и позитронов невелик и он уменьшается с возрастанием δ , но при малых δ ($\lesssim 2$), характерных для полей грозových облаков, становится существенным.

Для исследования вклада тормозного излучения в усиление ЛРУЭ и ускорения её моделирования при малых δ предложен подход, в котором процесс разбивается на последовательность генераций лавин электронов и фотонов [81]. В поколении i моделируются электроны, рождаемые в ионизирующих соударениях электронов высоких энергий, а вклад фотонов не учитывается. По установившимся угловым и энергетическим распределениям электронов i -го поколения моделируется тормозное излучение i -го поколения, порождающее в следующем цикле вторичные электроны (и позитроны) поколения $i + 1$, которые в свою очередь порождают фотоны поколения $i + 1$, и т.д.

Идеяно этот подход восходит к независимости характеристик тормозного излучения ЛРУЭ от того, вычисляются ли они самосогласованно с развитием лавины или определяются по вычисленным установившимся распределениям электронов по энергиям [103]. В первой постановке распределение излучения по углам и энергиям рассчитывается самосогласованно с процессом развития лавины. Во второй постановке для каждого значения δ сначала вычисляются установившиеся распределения электронов по углам и энергиям, а затем рассчитываются характеристики тормозного излучения в последующие моменты. Оказалось, что тормозное излучение подчиняется тем же законам, что и порождающая его ЛРУЭ: поток излучения усиливается по экспоненте с тем же характерным временем t_e , что и ЛРУЭ, и в широком диапазоне δ существует универсальное установившееся распределение энергии тормозного излучения, не зависящее от δ .

Зависимость от времени числа электронов n -го поколения получается повторением указанной процедуры n раз:

$$N_e^{(n)}(t) = N_e(0) \frac{1}{n!} \left(\frac{c_{in} t}{t_e} \right)^n \exp \frac{t}{t_e}, \quad (76)$$

где $N_e(0)$ — начальное число электронов высоких энергий.

Полная заселённость лавины в момент t представляет собой сумму электронов высоких энергий всех поколений:

$$N_e^\infty(t) = N_e(0) \exp \frac{t(1 + c_{in})}{t_e}. \quad (77)$$

Здесь $c_{in} = c_\gamma c_{\gamma e} t_e$, $c_{\gamma e}$ — среднее число способных перейти в режим убегания электронов, которые генерируются в единицу времени одним фотоном установившегося спектра, c_γ описывает возрастание числа фотонов в установившемся режиме, так что $N_e(0)c_\gamma$ — начальное число фотонов в этом режиме. Коэффициент c_γ вычисляется по формуле

$$c_\gamma = t_e \int_{\{\varepsilon\}} f_e(\varepsilon) \Sigma_{\text{brem}}(\varepsilon) v_e(\varepsilon) d\varepsilon \int_{\varepsilon_{\gamma \min}}^{\varepsilon} \sigma_{\text{brem}}(\varepsilon, \varepsilon_\gamma) d\varepsilon_\gamma \times \\ \times M_{\{\varepsilon_\gamma\}} \left[1 - \exp \left(- \frac{\min(t, \tau(\varepsilon_\gamma))}{t_e} \right) \right], \quad (78)$$

в которой $f_e(\varepsilon)$ — нормированное на один электрон установившееся распределение электронов по энергиям, $\Sigma_{\text{brem}} = N \sigma_{\text{brem}}$ — полное макроскопическое сечение тормозного излучения, $v_e(\varepsilon)$ — скорость электрона, $\sigma_{\text{brem}}(\varepsilon, \varepsilon_\gamma)$ — нормированное на единицу ($\int_{\varepsilon_{\gamma \min}}^{\varepsilon} \sigma_{\text{brem}}(\varepsilon, \varepsilon_\gamma) d\varepsilon_\gamma = 1$) дифференциальное по энергии фотона ε_γ сечение тормозного излучения, $M_{\{\varepsilon_\gamma\}}$ — математическое ожидание по траекториям фотонов с начальной энергией ε_γ , $\tau(\varepsilon_\gamma)$ — время жизни фотона с энергией ε_γ .

Поскольку $1 - \exp[-\min(t, \tau(\varepsilon_\gamma))/t_e]$ с возрастанием δ увеличивается, но медленнее, чем уменьшается t_e , то c_γ с возрастанием δ уменьшается, а отношение c_γ/t_e увеличивается. Вместо простейшего экспоненциального режима усиления лавины с временным масштабом t_e , описываемым формулой (19), согласно формуле (77) реализуется (формально при $t \rightarrow \infty$) режим с временным масштабом

$$\frac{t_e}{1 + c_{in}}. \quad (79)$$

Численным моделированием при $\delta = 1,5$ получены установившиеся угловые и энергетические распределения электронов и фотонов тормозного излучения, зависимости от времени числа электронов и числа фотонов, пространственные распределения электронов вдоль и поперёк электрической силы первых четырёх поколений [81]. Вычисленное значение параметра c_{in} с точностью до 1 % лежит в пределах 0,1845–0,19455, чему соответствует интервал для предельного времени усиления $t_e^\infty = t_e/(1 + c_{in}) \in (597,14; 603,23)$ нс, верхняя граница которого существенно ниже значения $t_e = 696,4$, полученного без разбиения на поколения (ср. с данными табл. 3).

8.2. Концепция релятивистской положительной обратной связи

Давно установлено [1–9], что в механизме распространения катодонаправленного стримера фотоны с энергиями ε_γ , превышающими энергию ионизации атомов газа ε_{ion} и порог фотоэффекта на катоде ε_{ph} , излучаемые из газоразрядного объёма, ионизованного первичной электронной лавиной или стримером, создают свободные электроны в результате фотоэффекта на катоде и ионизации газа, в том числе в объёме непосредственно между следом лавины (стримера) и катодом, так что инициируются вторичные лавины, распространяющиеся

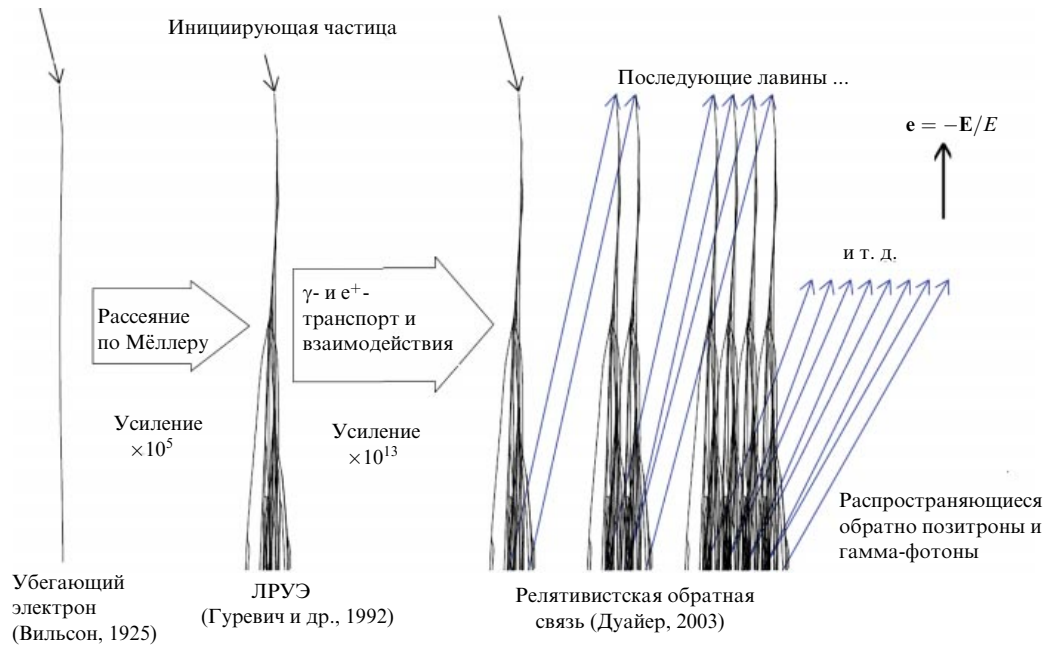


Рис. 11. Сравнение эффективности механизмов генерации УЭ: по Вильсону [14] (ускорение электронов до высоких энергий), по Гуревичу и др. [30] (ЛРВЭ по ГМР-механизму, усиление в 10^5 раз относительно такового в механизме Вильсона) и по Дуайеру [73] (ЛРВЭ с RFB, усиление в 10^{13} раз относительно усиления в ГМР-механизме) [37].

в сторону первичной лавины (стримера). Таким образом, реализуется положительная обратная связь как последовательность генераций электронных лавин и фотонов, в результате чего формируется ионизованный канал, распространяющийся самосогласованно с излучением фотонов с энергиями $\varepsilon_\gamma \geq \varepsilon_{\text{ion}}$ в сторону катода, т.е. против направления вектора электрической силы $\mathbf{e}$, действующей на электроны. В отличие от числа электронов при их простом экспоненциальном, $\exp(\alpha_T x)$, размножении вдоль газоразрядного промежутка, с учётом обратной связи число электронов возрастает по следующему закону [1–5]:

$$n_e(x) = \frac{n_0 \exp(\alpha_T x)}{1 - \gamma_T [\exp(\alpha_T x) - 1]}, \quad (80)$$

где γ_T — второй коэффициент Таунсенда, отвечающий за генерацию вторичных электронов вне объёма первичной лавины (стримера). В общем случае коэффициент γ_T учитывает также потенциальную и кинетическую эмиссию электронов с катода вследствие бомбардировки положительными ионами. Разряд в промежутке с межэлектродным расстоянием d становится самостоятельным при выполнении условия [1–5]

$$\gamma_T [\exp(\alpha_T d) - 1] = 1. \quad (81)$$

По аналогии Дуайер предложил механизм релятивистской положительной обратной связи (RFB), включающий в себя последовательные генерации электронов, фотонов тормозного излучения высоких энергий и позитронов [73]. В этом механизме тормозное излучение первичной ЛРВЭ, вторичные позитроны, их тормозное излучение и фотоны e^+e^- -аннигиляции, создавая вторичные электроны высоких энергий, в том числе, что принципиально важно, вне основного объёма первичной лавины, поддерживают серию генераций релятивистских лавин. Без RFB процесс затухает, поскольку, по мнению

Дуайера, ионизация внешними источниками (космические лучи; продукты распада атмосферного радона; электроны, ускоренные во время разрядов молнии) недостаточно эффективна для инициирования последовательных генераций релятивистских лавин. Внешние источники только поставляют инициирующие УЭ. Для описания возрастания числа электронов в лавине Дуайер предлагает вместо формулы (19) использовать формулу

$$N_e(t) = N(0) \gamma_D^{t/\tau} \exp \frac{L}{l_e}, \quad (82)$$

где $L = vt$ — длина по вертикали области с достаточно сильным электрическим полем, в которой со скоростью v распространяются восходящие релятивистские лавины, а τ определяется как время между появлением на границе объёма газа с сильным полем начального релятивистского электрона, созданного в процессах с участием потока тормозного излучения лавин, распространяющегося в том числе против направления электрической силы $\mathbf{e}$, действующей на электроны, и завершением цикла, когда следующий "пакет электронов обратной связи" (batch of feedback electrons) поступает в этот объём. Для воздуха на уровне земли получены значения [73]:

$$\begin{aligned} \tau &< 10 \text{ мкс для } E > 350 \text{ кВ м}^{-1}, \\ \tau &< 3 \text{ мкс для } E > 500 \text{ кВ м}^{-1}. \end{aligned} \quad (83)$$

Коэффициент γ_D как релятивистский аналог второго коэффициента Таунсенда γ_T (amplification factor [73]) определяется как число УЭ обратной связи, генерируемых в рассматриваемом объёме с электрическим полем, на один начальный УЭ, поступивший в этот объём извне [73].

На рисунке 11 иллюстрируются три механизма генерации электронов высоких энергий, инициируемых одной высокоэнергетической частицей в грозовой атмосфере [37]. Для наглядности траектории позитронов и фотонов,

распространяющихся против вектора поля и инициирующих новые лавины (синие стрелки), смещены на рисунке вправо; в действительности, что демонстрируется численным моделированием, они в основном находятся в объёме начальной лавины [37, 42]. Механизм RFB увеличивает число УЭ в 10^{13} раз по сравнению с таковым в простом механизме ЛРУЭ, в результате которого число УЭ увеличивается в 10^5 раз по сравнению с числом УЭ согласно механизму простого ускорения по Вильсону.

В отличие от классической формулы (80), которая была выведена с использованием коэффициента Таунсенда, в формуле (82) время τ и фактор γ_D введены по аналогии без обоснования. Если в (77) положить $c_{in} = (t_e/\tau) \ln \gamma_D$, то получается формула (82), если учесть, что $L = vt$ и $l_e = vte$; однако физический смысл коэффициента $c_{in} = c_\gamma c_{\gamma e} t_e$, выведенного строго для учёта вклада тормозного излучения в усиление лавины как непрерывного процесса, не соответствует смыслу параметров τ и γ_D , введённых искусственно с целью описания того же процесса развития лавины.

Несмотря на очевидный генезис механизма RFB, его эффективность подвергается сомнению. Так, по мнению Милиха и Рюсселя-Дюпре [104, 105], RFB во многих случаях несущественна. Возражая, Дуайер и Рассул [106], в частности, отмечают, что скорость наработки позитронов следует сравнивать не с полной скоростью генерации УЭ, как делают Милих и Рюссель-Дюпре на основании своих оценок, а со скоростью генерации инициирующих частиц, что соответствовало бы процессу RFB. Дуайер и Рассул отмечают, что уже в первых работах [73, 107] показано, что RFB, действительно, является применимой внутри грозовых облаков, ограничивая напряжённость электрического поля величиной $E_{th} \approx 284 \text{ кВ м}^{-1}$ и тем самым максимально достижимое усиление ЛРУЭ. Пороговое значение напряжённости грозового поля, когда RFB становится самоподдерживающейся, т.е. выполняется равенство $\gamma_D = 1$, зависит от конфигурации поля, причём важнейшим является горизонтальный размер области с сильным полем, от которого, в частности, зависит RFB на дальнотрехбежных фотонах [82, 108].

Электроны лавины с наибольшими энергиями движутся в направлениях, близких к направлению электрической силы $\mathbf{e}$. Угловое распределение фотонов с энергиями, достаточными для генерации вторичных УЭ, близко к угловому распределению породивших их электронов [99, 103, 108, 109]. Следовательно, вторичные электроны в процессах с участием фотонов рождаются в основном вблизи оси симметрии ЛРУЭ. Поскольку скорости фотонов и релятивистских электронов практически одинаковы, большинство вторичных электронов должно генерироваться фотонами в той же области пространства, где находятся электроны высоких энергий, следовательно, могут возникать сомнения в эффективности механизма RFB.

Однако свободный пробег фотонов между двумя последовательными актами элементарных взаимодействий велик по сравнению с пробегами электронов тех же энергий, а поле на их движение не влияет. Таким образом, некоторая часть вторичных УЭ генерируется фотонами вдали от основной массы электронов и, следовательно, способна инициировать новые лавины. Действительно, согласно результатам численного моделирования, при $\delta = 1,5$ по мере развития лавины её часть, содержащая основную массу, $\approx 99\%$, электронов, пере-

мещается в направлении $\mathbf{e}$, так что размеры лавины увеличиваются, но, в целом, её объём остаётся относительно небольшим. Тем не менее небольшое число ($\approx 1\%$) электронов оказывается вне основного объёма лавины, причём с развитием лавины эти электроны могут отставать всё больше от основной массы [81]. Поскольку релятивистские лавины распространяются на расстояния в несколько десятков километров, а обусловленные ими разряды развиваются в объёмах до 1000 км^3 , механизм RFB, включающий в себя рождение вторичных электронов высоких энергий в процессах с участием фотонов и позитронов вдали от первичной лавины, может быть эффективным, а генерация серии последовательных лавин поддерживается не только в результате предьонизации воздуха космическим излучением, как считалось во время опубликования статьи [30], в которой выполнены оценки в случае потока $1 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ вторичного космического излучения с энергией частиц $> 1 \text{ МэВ}$ на высоте 10 км [110], но и механизмом RFB.

8.3. Механизм релятивистской положительной обратной связи

В дальнейшем [42, 80, 108] Дуайер развивает механизм RFB. Численным моделированием по программе REAM механизм анализируется прослеживанием траекторий серии генераций электронов и фотонов, пересекающих плоскость, находящуюся посередине области размером L по высоте с электрическим полем, в которой развиваются моделируемые ЛРУЭ. Начальные УЭ и фотоны маркируются как частицы первой генерации. Всем вторичным электронам, фотонам, позитронам независимо от механизмов их рождения присваивается номер генерации УЭ, породившей новую частицу. Как только электрон, двигаясь вдоль вектора $\mathbf{e}$, пересекает серединную плоскость, номер его генерации увеличивается на единицу. Коэффициент RFB γ определяется как отношение числа УЭ генерации $N+1$, пересекающих серединную плоскость, к числу УЭ генерации N , пересекающих ту же плоскость.

Относительные вклады механизмов RFB иллюстрируются на рис. 12. В области высоких значений напряжённости поля доминирует связь за счёт тормозного излучения УЭ. Для включения RFB необходимо, чтобы эффективная длина λ_{at} ослабления (attenuation) вдоль вектора $\mathbf{e}$ потока медиаторов RFB, т.е. фотонов высоких энергий и позитронов, превосходила длину усиления ЛРУЭ l_e . Таким образом, с увеличением числа длин l_e и, следовательно, числа УЭ число электронов обратной связи, пересекающих серединную плоскость, также может возрасти относительно начального числа УЭ. В относительно слабых полях l_e превышает длину ослабления λ_{at} фотонов в комптоновском рассеянии, так что RFB выключается в полях с напряжённостью ниже $\approx 750 [\text{кВ м}^{-1}] N_{mol}/N_L$. Поскольку ослабление потока убегающих позитронов вследствие e^+e^- -аннигиляции происходит на расстоянии во много сотен метров, в области низких полей RFB осуществляется благодаря аннигиляции. С другой стороны, в области более сильных полей длина l_e настолько мала, что вероятность рождения пар меньше вероятности RFB за счёт тормозного излучения [42].

В области малых значений напряжённости поля, наиболее характерных для грозовых полей, уменьшение продольного (по высоте) размера L области с полем

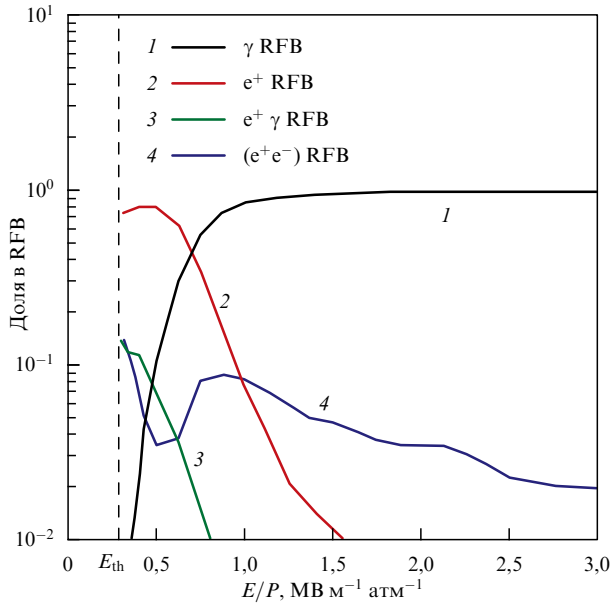


Рис. 12. Относительный вклад в полную релятивистскую обратную связь тормозного излучения электронов (1), позитронов (2), тормозного излучения позитронов (3) и e^+e^- -аннигиляции (4) в воздухе для $R \gg L$, где R и L — поперечный и продольный (по высоте) размеры области с напряжённостью поля E , превышающей порог $E_{th} = 284 \text{ кВ м}^{-1} \text{ атм}^{-1}$ [73] развития ЛРУЭ (вертикальная штриховая линия) [42].

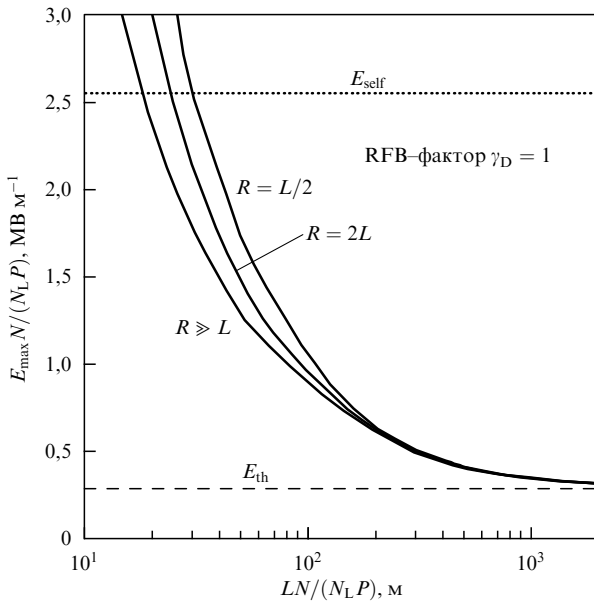


Рис. 13. Максимальная напряжённость статического электрического поля, достижимая в воздухе для различных соотношений вертикального, L , и горизонтального, R , размеров области с сильным электрическим полем. Пунктирной и штриховой прямыми обозначены пороговые напряжённости обычного пробоя E_{self} и развития ЛРУЭ E_{th} соответственно [42].

слабо сказывается на развитии процесса, поскольку позитроны генерируются в основном вблизи первичной лавины. Это иллюстрируется на рис. 13, где для трёх случаев соотношения L и поперечного размера R области с полем приведена зависимость от L максимальной напряжённости поля E_{max} , необходимой для выполнения условия $\gamma_D = 1$ [42].

Дуайер отмечает, что пороговая для развития ЛРУЭ напряжённость $E_{th} [\text{кВ м}^{-1}] = 284 (N_{mol}/N_L)$ поля не является предельной, поскольку скорость ионизации только релятивистскими лавинами не обязательно оказывается достаточной для того, чтобы разрядить грозное поле в условиях активной электрификации облака. Действительно, измеряемые напряжённости грозных полей [31, 32] часто намного превосходят E_{th} . Механизмом RFB накладывается верхнее ограничение на напряжённость крупномасштабного электростатического поля, достижимую в воздухе. Если этот предел превышает, то поток УЭ экспоненциально возрастает, тем самым увеличивается проводимость и в результате напряжённость быстро становится ниже этого предела. Поляризация газоразрядной плазмы, образующейся в процессе развития серий ЛРУЭ, ослабляет поле, и генерация лавин прекращается.

Дуайер вычисляет поток УЭ за время развития разряда с участием RFB t_{dis} , определяемое как время, в течение которого напряжённость поля в конце развития лавины уменьшается в e раз. При атмосферном давлении с возрастанием напряжённости поля от значения, близкого к пороговому $E_{th} \approx 284 \text{ кВ м}^{-1}$, до $E \approx 500 \text{ кВ м}^{-1}$ время t_{dis} резко убывает от 134 мкс до приблизительно 20 мкс, а затем медленно с возрастанием E уменьшается до ≈ 17 мкс при пробивной напряжённости $E_{self} \approx 2,5\text{--}3 \text{ МВ м}^{-1}$. Поток УЭ возрастает на несколько порядков величины, до $10^{19} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$, при повышении напряжённости от E_{th} до $E \approx 500 \text{ кВ м}^{-1}$ и далее медленно увеличивается до $\approx 2 \times 10^{19} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$ при $E \approx 3 \text{ МВ м}^{-1}$. Для других давлений результаты масштабируются как $E(N_L/N)$ в зависимости от LN/N_L .

RFB накладывает ограничение на напряжённость поля и, следовательно, на усиление ЛРУЭ. На рисунке 14 для нескольких значений отношения L/R размеров области, в которой развивается лавина, иллюстрируется зависимость от приведённой к давлению напряжённости поля максимально возможного фактора усиления ЛРУЭ $\exp \xi = \exp \int_0^L dz/l_e(z)$. Видно, что независимо от L/R фактор усиления не превосходит 10^5 , но даже в этом крайнем случае требуемый размер L настолько велик, что $\exp \xi = 10^5$ не может применяться к грозам, особенно если учесть, что расстояния масштабируются обратно пропорционально концентрации молекул (высоте) [42]. Один релятивистский УЭ на длине 1 м создаёт $\approx 10^5$ вторичных электрон-ионных пар низких энергий, так что экранирование поля поляризующейся плазмой ограничивает флюенс убегающих электронов, нарабатываемых прежде, чем поле существенно ослабится, величиной порядка 10^{10} м^{-2} [73].

С другой стороны, RFB усиливает генерацию УЭ. При предположении, что RFB выключается в момент t_{dis} , вычислена зависимость отношения максимального потока УЭ и тормозного излучения с учётом RFB к потоку согласно стандартной модели ЛРУЭ: отношение равно 10^9 вблизи порога E_{th} , 10^{11} при $E \approx 500 \text{ кВ м}^{-1}$ и 10^{13} при $E \approx 3 \text{ МВ м}^{-1}$ [42].

Газоразрядный процесс в грозном поле с участием RFB Дуайер определяет как уникальный механизм, отличный от механизма одиночной ЛРУЭ, способный генерировать в зависимости от высоты источника до $10^{16}\text{--}10^{17}$ УЭ, причём для генерации УЭ в таких количествах достаточно, чтобы поперечный размер лавины равнялся 100 м, что гораздо меньше размеров грозных

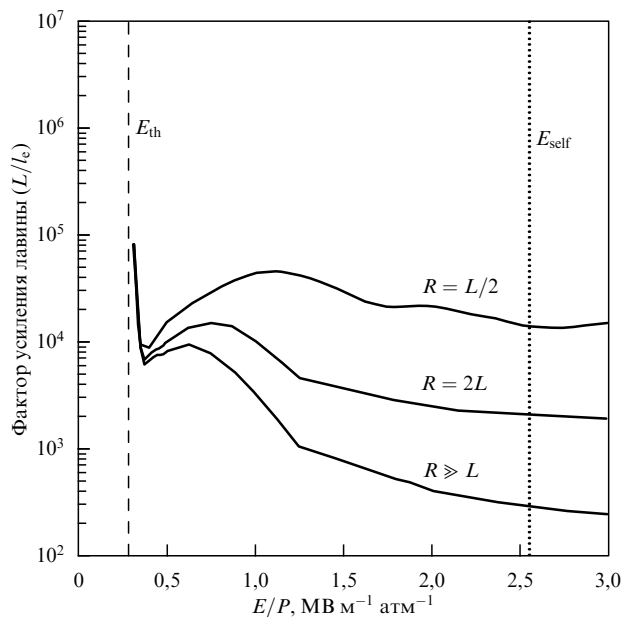


Рис. 14. Зависимость от приведённой напряжённости поля максимально возможного фактора усиления ЛРУЭ $\exp \xi$ в воздухе. Вертикальными линиями показаны пороговые значения напряжённости поля, необходимые для развития ЛРУЭ E_{th} и обычного пробоя E_{self} [42].

областей с сильным полем [82]. Приведённые выше значения $t_{dis} \approx 17-134$ мкс [42] соответствуют $t_{dis} \approx 0,1-1$ мс на высотах ≈ 15 км, что согласуется с нередко регистрируемыми временами нарастания земных вспышек гамма-излучения (Terrestrial Gamma-ray Flash — TGF).

По мнению Дуайера, стандартная модель одиночной ЛРУЭ часто ошибочно называется "пробоем на убегающих электронах", поскольку по нескольким критериям ЛРУЭ не является истинным пробоем. Дуайер подчёркивает, что, согласно классическому определению, пробой приводит к новому состоянию системы, не зависящему в дальнейшем от внешних воздействий [1–4]. Пробой и последующий разряд обязательно приводят к коллапсу поля при отсутствии достаточно мощного внешнего источника напряжения (тока). В стандартной модели ЛРУЭ после исчезновения внешнего источника инициирующих электронов высоких энергий развитие лавины резко прекращается. Во время развития одиночной ЛРУЭ проводимость газовой среды возрастает вследствие увеличения популяции электронов низких энергий (несколько электронвольт), что, однако, не обязательно приводит к коллапсу поля, тем более что предсказанная скорость ионизации электронами высоких энергий, приводящая к "аномальному росту проводимости" [38, 111, 112], как показано в анализе [99], сильно завышена.

8.4. Самоподдерживающиеся лавины в поперечном поле лидера молнии

Механизм RFB наглядно иллюстрируется на примере развития последовательных генераций ЛРУЭ у боковой окрестности лидера молнии [113, 114]. Поскольку за счёт геометрии поля порог RFB существенно понижается, анализ этого эффекта в поперечном поле лидера представляет несомненный интерес.

В работе [114] найдены условия, необходимые для развития в поперечном поле положительно заряженного лидера последовательных генераций ЛРУЭ. Для моде-

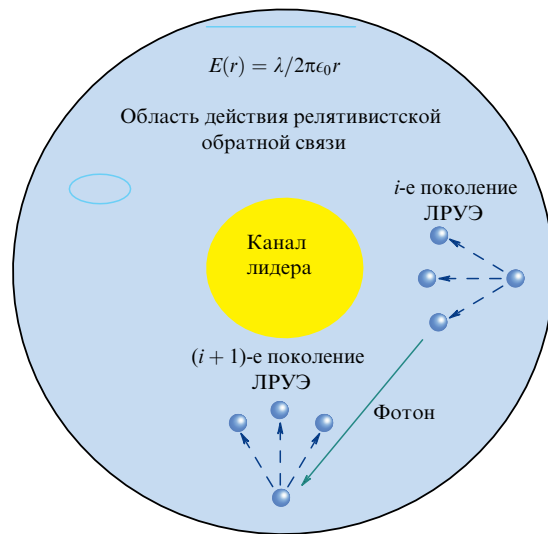


Рис. 15. Схема релятивистской положительной обратной связи (RFB) в поперечном поле лидера молнии [114].

лирования этого процесса по программе ЭЛИЗА при нормальных условиях выполнены расчёты траекторий электронов, фотонов и позитронов в поперечном поле бесконечно длинного кругового цилиндра (рис. 15) с радиусом r_{min} , заряженного по поверхности ($E(r) = 0$, $r < r_{min}$) или объёмно ($E(r) = \lambda r / (2\pi\epsilon_0 r_{min}^2)$), где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, $r \leq r_{min}$). Вне цилиндра ($r \geq r_{min}$) напряжённость поля в обоих случаях $E(r) = \lambda / (2\pi\epsilon_0 r)$. Здесь r — расстояние от оси цилиндра, λ — линейная плотность заряда. Распределение напряжённости поля в области $r < r_{min}$ непринципиально, поскольку основная разность потенциалов приходится на область $r \geq r_{min}$. Область усиления ЛРУЭ ограничена интервалом $[r_{min}, r_{max}]$, таким что на радиусе $r_{min} = \lambda / (2\pi\epsilon_0 E_{self})$ достигается пробивная напряжённость $E_{self} = 30$ кВ см $^{-1}$, а на радиусе $r_{max} = \lambda / (2\pi\epsilon_0 \delta_{th} F_{min} P)$ реализуется пороговое для ЛРУЭ перенапряжение $\delta(r_{max}) = 1,3$. Моделирование выполнено в терминах поколения УЭ с числом электронов N_i , где i — номер поколения. N_0 затравочных электронов составляют нулевое поколение. Лавину i -го поколения образуют УЭ, рождённые только в результате ионизирующих столкновений самих УЭ. Лавина $(i+1)$ -го поколения инициируется фотоном, эмитированным лавиной i -го поколения. Для включения RFB требуется, чтобы последовательность чисел N_i начиная с некоторого номера i подчинялась закону геометрической прогрессии со знаменателем $q(\lambda) = N_{i+1}/N_i \geq 1$. Расчёты выполнены для плотностей заряда в интервале $[\lambda_1, \lambda_2] = 1-2$ МКл м $^{-1}$, соответствующих значениям $r_{min}(\lambda)$ и $r_{max}(\lambda)$.

Получены следующие результаты: $q(\lambda_1) \approx 0,1$, $q(\lambda_2) \approx 10$, пороговое значение $q(\lambda_{th}) \approx 1$ достигается при плотности $\lambda_{th} \approx 1,5$ МКл м $^{-1}$, обычной для лидеров [10, 33, 115], и $r_{min} = 9$ м, $r_{max} \approx 100$ м. В этой области $[r_{min}, r_{max}]$, где разность потенциалов

$$\Delta\varphi_{th} = \frac{\lambda_{th}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{max}}{r_{min}} \approx 65 \text{ МВ},$$

обычная для грозовых полей [10, 33], ЛРУЭ усиливается всего лишь в 270 раз. Заметим, что λ_{th} и $\Delta\varphi_{th}$

не зависят от давления. Для объёмного однородного распределения заряда в области $r < r_{\min}$ получены следующие результаты: $q(\lambda_1) \approx 0,1$, $q(\lambda_2) \approx 10$, пороговое значение $q(\lambda_{\text{th}}) \approx 1$ достигается при плотности $\lambda_{\text{th}} = 1,1 \text{ мКл м}^{-1}$ ($r_{\min} = 6,5 \text{ м}$, $r_{\max} \approx 70 \text{ м}$), близкой к $\lambda_{\text{th}} \approx 1 \text{ мКл м}^{-1}$, полученной Карлсоном [113].

Предельное усиление ЛРУЭ 10^5 (см. раздел 8.3), необходимое для зажигания самостоятельного разряда, получено Дуайером для случая, в котором вторичные лавины инициируются фотонами, эмитированными назад (против вектора $\mathbf{e} = -\mathbf{E}/E$) [42, 73], но вероятность эмиссии фотонов высоких энергий назад гораздо меньше, чем вперёд. В поперечном поле лидера порог усиления и, соответственно, требуемая разность потенциалов снижаются. В случае положительно заряженного лидера это обусловлено тем, что электроны, притягиваемые лидером, излучают фотоны высоких энергий преимущественно по направлению к лидеру. Вклад позитронов, движущихся против вектора $\mathbf{e}$, скорее всего, в обоих случаях одинаков.

9. Лавина релятивистских убегающих электронов в лабораторных экспериментах

Несомненный интерес представляло бы наблюдение полномасштабной ЛРУЭ в лаборатории, особенно в условиях, близких к нормальным. В лабораторном моделировании процесса, характерного для грозовой атмосферы, условия эксперимента, прежде всего напряжённость поля, степень его неоднородности, плотность воздуха, не должны радикально отличаться от условий в природе. К сожалению, пространственное ограничение является основным недостатком любого мыслимого лабораторного эксперимента по моделированию ЛРУЭ в полях с напряжённостью, существенно меньшей величины $E_{\text{self}} \approx 3 \text{ МВ м}^{-1}$ ($\delta \approx 14$), необходимой для обычного пробоя атмосферы, поскольку при малых δ длина l_e во много раз превосходит разумный пространственный масштаб лабораторного эксперимента. Выполнены три лабораторных эксперимента с целью наблюдения ЛРУЭ [116–119] и демонстрации пробоя на УЭ [116, 119]. Первые два эксперимента проводились в 1996–1998 гг. в Физическом институте им. П.Н. Лебедева РАН (ФИАН) [116] и ВНИИЭФ [117, 118] в сотрудничестве с Лос-Аламосской национальной лабораторией (ЛАНЛ), последний выполнен в Институте электрофизики УрО РАН в сотрудничестве с ФИАН [119].

9.1. Эксперимент ФИАН

Первый эксперимент по наблюдению пробоя на УЭ согласно ГМР-механизму выполнялся со сверхвысоко-частотным (СВЧ) разрядом в квазисферической камере диаметром $d_{\text{cham}} = 45 \text{ см}$ с наложенным внешним магнитным полем с индукцией $B = 400–1200 \text{ Гс}$ ($0,04–0,12 \text{ Тл}$) [116]. Разряд инициировался инъекцией импульса электронов длительностью 30 нс с максимальной энергией электронов $\varepsilon_{\max} \approx 300 \text{ кэВ}$, для которых длина ларморовской орбиты составляет 23–7,5 см. Наблюдавшаяся генерация рентгеновского излучения интерпретировалась как проявление пробоя на УЭ. Но эксперимент выполнялся в глубоком вакууме ($P = 5 \times 10^{-6} \text{ Торр}$, т.е. $\approx 6,7 \times 10^{-9} \text{ атм}$), так что ионизационная длина пробега электронов даже с энергиями $\approx 100 \text{ эВ}$, т.е. вблизи положения максимума $\sigma_{\text{ion,max}} \approx 2,6 \times 10^{-20} \text{ м}^2$

сечения ионизации молекул воздуха [120], $\lambda_{\text{ion,max}} = (\sigma_{\text{ion,max}} N_L P)^{-1} \approx 200 \text{ м}$, на несколько порядков превосходила диаметр камеры. Для $\varepsilon_{\max} \approx 300 \text{ кэВ}$ сечение $\sigma_{\text{ion}} \approx 10^{-23} \text{ м}^2$, т.е. λ_{ion} инжектированных электронов приблизительно на три порядка больше. По-видимому, развивался мультипакторный (multipactor) СВЧ-разряд (см., например, [121, 122] и цитируемую там литературу), в котором электроны, рождаемые на стенках камеры, приобретали энергию в СВЧ-поле и в столкновениях со стенками генерировали рентгеновское излучение, которое, следовательно, не могло служить свидетельством развития ЛРУЭ в газовом объёме. Эксперимент, несомненно, интересен для физики СВЧ-разряда в связи с генерацией рентгеновского излучения, но не имеет отношения к проблеме пробоя с участием релятивистских лавин.

9.2. Эксперимент ВНИИЭФ

9.2.1. Концепция эксперимента. В отличие от классических лавин Таунсенда [1–5, 123], включающих в себя электроны всех энергий, ЛРУЭ усиливается только за счёт электронов с энергиями, превышающими порог убегания ε_{th} . Соответственно, идея эксперимента [117, 118] состояла в том, чтобы, инжектируя в воздушный промежуток длиной d между плоскими электродами импульс, содержащий достаточно большое число электронов $N_{\text{inj}}(0, \varepsilon \geq \varepsilon_{\text{th}})$ с энергиями более чем ε_{th} , измерять на выходе из промежутка число $N(d, \varepsilon \geq \varepsilon_{\text{th}})$ электронов в области $\varepsilon \geq \varepsilon_{\text{th}}$ или относительное увеличение их числа. Проведение такого эксперимента является серьёзным вызовом ввиду неизбежной наработки огромного числа электронов с энергиями $\varepsilon \leq \varepsilon_{\text{th}}$, необходимости выделения электронов высоких энергий на фоне электронов в надпороговой области, проведения измерений малых величин в неблагоприятной электромагнитной обстановке и т.п. Чтобы исключить уход электронов высоких энергий из области ускорения вследствие рассеяния в воздухе, площади электродов должны быть достаточно велики в соответствии с большим межэлектродным расстоянием d .

Эксперимент ВНИИЭФ планировался в сотрудничестве с ЛАНЛ в 1995 г. исходя из сильно заниженных значений длины усиления ЛРУЭ l_e [43, 44]. Предполагалось, что, реализуя достаточно высокое перенапряжение δ в воздушном промежутке метрового диапазона, удастся реализовать хотя бы одно усиление лавины в e раз в открытой атмосфере. Однако в связи с реальными значениями l_e удалось наблюдать только начальную стадию развития ЛРУЭ.

В таблице 4 приведено несколько значений перенапряжения δ и соответствующие значения напряжения $U_{\text{appl}} = \delta F_{\text{in}}^{\min} P$, которое требуется приложить к электродам при атмосферном давлении. Для выбранных значений δ в табл. 4 приведены значения порога убегания ε_{th} , средней энергии электронов $\langle \varepsilon \rangle$, времени t_e и длины l_e усиления ЛРУЭ. Как видно, далеко не просто реализовать редакцию эксперимента, соответствующую длине усиления ЛРУЭ l_e в довольно слабом поле грозowego облака ($\delta < 2–3$). Для того чтобы понизить порог убегания и тем самым увеличить число как инжектируемых, так и вторичных УЭ, требуются высокие значения U_{appl} , которые, однако, ограничиваются электрическими пробоями в воздухе и по поверхности твердотельного диэлектрика, изолирующего электроды. Во избежание ин-

Таблица 4. Зависимость от перенапряжения δ напряжения U_{appl} , которое необходимо приложить к воздушному промежутку при нормальных условиях, и характеристики ЛРУЭ (см. табл. 3) для реализуемых значений δ

δ	U_{appl} , МВ	ε_{th} , кэВ	$\langle \varepsilon \rangle$, МэВ	t_e , нс	l_e , м
1,5	0,33	1400	6,75	696,4	187,3
2	0,44	470	6,74	189,7	50,8
3	0,65	160	6,79	77,6	16,6
4	0,87	116	6,83	47,5	12,6
5	1,09	90	6,87	34,3	9,1

терференции длительность инжектируемого пучка должна быть много меньше t_e . В лабораторных условиях мыслимо создать напряжённый промежуток длиной d метрового диапазона и, поскольку $l_e \gg d$ и $eU_{\text{appl}} \ll \langle \varepsilon \rangle$, ожидалось наблюдать только начальную стадию ЛРУЭ.

На начальном участке траекторий ($\ll d$) инжектированные электроны сепарируются на тормозящиеся (термализующиеся) и убегающие ($\varepsilon \geq \varepsilon_{\text{th}}$). Отношение числа первичных (инжектированных) электронов к числу вторичных УЭ практически не зависит от начальной энергии ε_{inj} инжектированных высокоэнергетичных электронов, так как при энергиях начиная с $\varepsilon_{\text{inj}} > (3-4)\varepsilon_{\text{th}}$ вероятность рождения на единице длины вторичного электрона в области $\varepsilon \geq \varepsilon_{\text{th}}(\delta)$ слабо зависит от энергии первичных электронов, что существенно снижает требование к точности измерений энергетического спектра инжектируемых электронов.

Слабое перекрытие спектров инжектированных и вторичных электронов высоких энергий, помимо того, уменьшающееся с возрастанием δ , — ещё одно важное обстоятельство, в принципе позволяющее по результатам эксперимента оценить усиление лавины. В процессе лавинного размножения не только возрастает число УЭ, но и изменяется распределение по энергиям в области $\varepsilon \geq \varepsilon_{\text{th}}(\delta)$. В электрическом поле распределение первичных электронов сдвигается в область высоких энергий, в нижней части которой ($\varepsilon \geq \varepsilon_{\text{th}}(\delta)$) появляется низкое протяжённое плато распределения вторичных УЭ. До начала эксперимента требовалось создать методы регистрации, в которых проявились бы указанные особенности распределения электронов. Лавинное размножение релятивистских электронов в открытой атмосфере в полях с напряжённостью ниже порога самостоятельного пробоя E_{self} можно доказать посредством сравнения результатов измерений этих особенностей с ожидаемыми результатами, предсказываемыми численным моделированием.

9.2.2. Редакция эксперимента. Экспериментальное устройство включало в себя следующие элементы: 1) полеформирующую систему (ПФС), моделирующую среду в грозовой атмосфере; 2) высоковольтный источник питания ПФС; 3) инжектор наносекундных импульсов релятивистских электронов; 4) систему запуска и синхронизации.

ПФС представляет собой камеру в форме усечённого конуса с плоскими электродами (рис. 16). Electroды изолированы полым твердотельным диэлектриком, секционированным градиентными кольцами, с принудительным распределением потенциала вдоль изолятора для обеспечения однородности поля. Диаметр верхнего электрода, находящегося под высоким потенциалом, равен

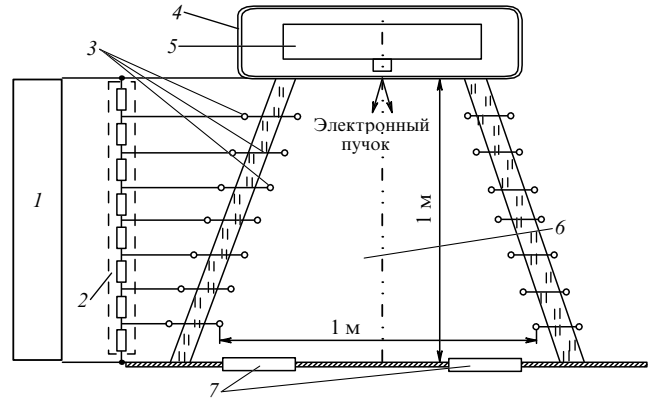


Рис. 16. Схема эксперимента по наблюдению начальной стадии ЛРУЭ: 1 — генератор импульсов напряжения (МИГ-5000 ускорителя ОРИОН), 2 — делитель напряжения, 3 — градиентные кольца, 4 — высоковольтный электрод, 5 — инжектор пучка электронов (МИН-1), 6 — полеформирующая камера, 7 — детекторы [118].

0,6 м, а нижнего, заземлённого, — 1 м. Межелектродное расстояние $d = 1$ м. Пробой по поверхности изолятора ограничивает напряжение величиной 1,2 МВ. Эксперименты проводились при $U_{\text{appl}} = 1$ МВ ($\delta \approx 5$) (см. табл. 4). Поскольку при таких значениях d и U_{appl} усиление $\approx \exp(d/l_e) \approx 1 + d/l_e$ или $\approx \exp(U_{\text{appl}}/\langle \varepsilon \rangle) \approx 1 + U_{\text{appl}}/\langle \varepsilon \rangle$, на выходе ПФС, согласно данным табл. 4, ожидалось увеличение числа электронов в области $\varepsilon \geq \varepsilon_{\text{th}}$ примерно на 10 %. На электроды ПФС подавался импульс напряжения, вырабатываемый генератором МИГ-5000 [124] ускорителя ОРИОН-1 [125], со временем нарастания 6 мкс. Наносекундный пучок электронов инжектировался в ПФС при максимуме напряжения.

В качестве инжектора использовался транспортабельный ускоритель МИН-1 [126] с ускорительной трубкой ИА-9 [127]. Генерировался слабонеоднородный в поперечном сечении и слаборасходящийся пучок электронов диаметром 16 мм. Электроны инжектировались через титановый анод трубки диаметром 30 мм и толщиной 50 мкм. Максимальное значение импульса тока пучка за анодом трубки $I_{\text{max}} \approx 2$ кА, длительность импульса $\tau_{0,5} \approx 7$ нс. Электроны распределены в области энергий до $\varepsilon_{\text{max}}^{\text{inj}} \approx 670$ кэВ $\gg \varepsilon_{\text{th}}(\delta = 5) = 90$ кэВ (см. табл. 4). Пучок инжектировался через отверстие диаметром 20 см в высоковольтном электроде, покрытое металлической сеткой с прозрачностью 0,7.

Абсолютное распределение инжектируемых электронов по энергиям рассчитывалось по согласованным с точностью не хуже 1 нс осциллограммам тока $I(t)$ и напряжения $U(t)$ на ускорительной трубке инжектора как $\Delta N/\Delta \varepsilon \approx I(t)\Delta t/(e^2 U(t))$. Нормированное на единицу распределение электронов по энергиям на поверхности анода приведено на рис. 17. Здесь же показано распределение электронов на выходе из анода, рассчитанное по программе ЭЛИЗА. В измерениях методом магнитной спектрометрии также получено подобное распределение с двумя группами электронов в окрестностях энергий 300 и 650 кэВ. Рассчитанное число электронов на внутренней поверхности анода равно $\approx 9 \times 10^{13}$. В аноде поглощалось около 30 % электронов, причём наибольшим изменениям подвергалось распределение в области энергий ниже 300 кэВ. Рассчитанное полное число электронов на выходе из трубки $\approx 6 \times 10^{13}$.

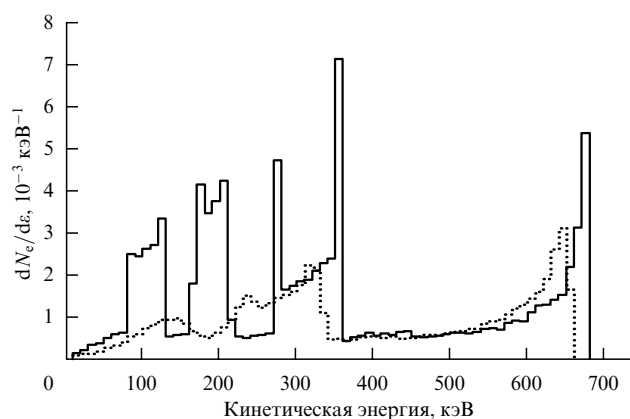


Рис. 17. Распределение по энергиям электронов, генерируемых инжектором МИН-1. Сплошная линия — распределение на внутренней поверхности анода ускорительной трубки инжектора, пунктирная линия — распределение на выходе из титанового окна толщиной 50 мкм [118].

9.2.3. Детекторы для измерения распределения электронов по энергиям в широкоапертурных пучках. Поскольку ожидалось крайне малое усиление потока электронов, требовался адекватно чувствительный метод регистрации электронов на выходе из ПФС. После анализа возможностей и тестирования нескольких методов был выбран популярный метод зарядовых спектрометров с поглощающими фильтрами, позволяющий получать достаточно полное представление о распределении широкоапертурных пучков электронов по энергиям. В качестве регистрирующего элемента в таких спектрометрах используются металлические коллекторы различной толщины с большой поверхностью сбора. Базовая конструкция коллекторных детекторов представлена на рис. 18. Внутри металлического толстостенного корпуса 1 расположен алюминиевый коллектор электронов 2. Конденсаторы 5 увеличивают ёмкость между корпусом и коллектором. В верхней части корпуса имеется окно, закрытое алюминиевой фольгой 3.

Традиционно селекция электронов по энергиям осуществляется фильтрами 3 разной толщины, а коллекторы имеют одну толщину, удовлетворяющую условию полного поглощения электронов с максимальной ожидаемой энергией. Недостатком такой редакции эксперимента являются большие ошибки при использовании тонких фильтров, когда показания детекторов настолько близки друг к другу, что невозможно с необходимой точностью выделить вторичные электроны, дающие наибольший вклад в показания тонких фильтров.

Принципиально новые возможности предоставляет реализация метода, отличающаяся тем, что коллектор выполняет как селекцию электронов по энергиям, так и их регистрацию [117, 118]. В такой редакции толщина фильтра 3, который только экранирует детектор от электромагнитных наводок, неизменна, но используются коллекторы различной толщины. Преимуществом использования не затеняющих друг друга коллекторов разной толщины также является значительно меньшее, чем в традиционной методике, влияние разброса в разных импульсах напряжения на коллекторах на распределение электронов в низкоэнергетической части области $\varepsilon \geq \varepsilon_{th}$, восстанавливаемое по результатам измерений напряжения на коллекторах.

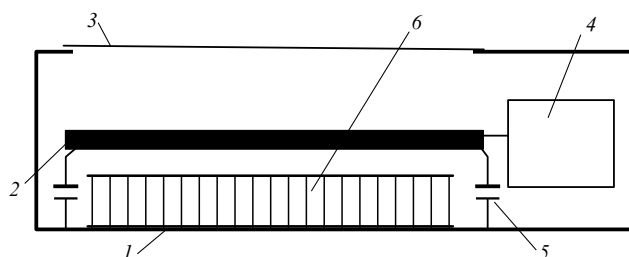


Рис. 18. Коллекторный детектор, предназначенный для измерения энергетических спектров электронов: 1 — корпус, 2 — коллектор, 3 — фильтр толщиной 50 мкм, 4 — регистратор, 5 — дополнительные конденсаторы, 6 — решётка колодцев, предназначенная для снижения влияния рассеянных электронов [118].

Регистрация осуществляется следующим образом (см. рис. 18). Часть пучка, прошедшего фильтр 3, частично поглощается в коллекторе 2. Напряжение, возникающее на конденсаторах 5, пропорционально поглощённому в коллекторе 2 заряду, т.е. числу электронов. Максимальное значение напряжения запоминается электронной схемой. Эффект электромагнитных наводок не превышал 5 % от величины полезного сигнала, а утечка заряда с коллектора вследствие ионизации воздуха в объёме детектора была несущественной. Для уменьшения рассеяния электронов от дна корпуса детектора использована решётка пересекающихся под прямым углом алюминиевых пластин толщиной 1 мм и высотой 20 мм, установленных на расстоянии 15 мм друг от друга. Решётка, размещённая под коллектором на заземлённом корпусе детектора (см. рис. 18), уменьшает отражение с 12 % до 1–2%, тем самым, по существу, исключая регистрацию рассеянных электронов. Метод реализован с использованием восьми идентичных детекторов, каждый площадью $S_{col} = 329 \text{ см}^2$, которые устанавливались равномерно по окружности заземлённого электрода ПФС на равных расстояниях от её оси симметрии.

9.2.4. Наблюдение начальной стадии лавины. В таблице 5 приведены результаты измерений зарядов, собранных коллекторами в одном из импульсов, и результаты численного моделирования, выполненного с учётом электронов, отражённых от анода ПФС. Относительная ошибка измерений оценивается величиной $\pm 10\%$ с учётом нормировки на показания самого толстого коллектора, поглощающего электроны всех энергий. Ошибка обусловлена прежде всего случайными отклонениями пучка от оси симметрии системы, в результате чего на коллекторы в разных импульсах попадает разное число электронов.

На рисунке 19 иллюстрируется ожидаемое при $U_{appl} = 1 \text{ МВ}$ распределение по энергиям электронов на поверхности диска, моделирующего коллектор, нормированное на долю 0,107 относительно полного числа электронов на внутренней поверхности анода инжектора (9×10^{13}). В этом распределении доля вторичных электронов 11,7 %. Чтобы показать, что действительно наблюдалась ЛРУЭ, необходимо сравнить результаты измерений и расчётов ожидаемых показаний коллекторов (см. табл. 5). Помимо расчёта вклада всех электронов в показания коллекторов, отдельно вычислялись вклады первичных (инжектированных) и вторичных электронов.

Таблица 5. Рассчитанные ожидаемые показания коллекторов с учётом отражения от анода ПФС (см. распределение на рис. 19) и экспериментальные показания коллекторов, нормированные на показания коллектора № 8

№ коллектора		1	2	3	4	5	6	7	8
Толщина коллектора, мм		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	5
Эксперимент, $U = 1$ МВ		0,055	0,13	0,21	0,37	0,50	0,67	0,78	1
Расчёт	11,7% вторичных +88,3% первичных электронов	0,051	0,10	0,21	0,36	0,50	0,68	0,82	1
	0% вторичных +100% первичных электронов	0,010	0,039	0,14	0,28	0,44	0,64	0,80	1

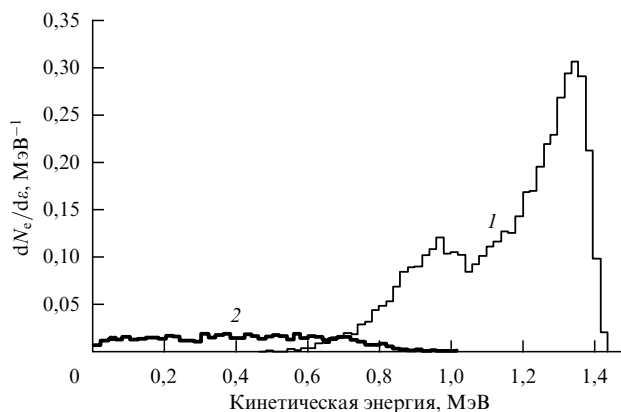


Рис. 19. Распределение по энергиям электронов на поверхности диска, моделирующего коллектор. Нормировано на долю (0,107) от полного числа электронов на внутренней поверхности анода инжектора (9×10^{13}). 1 — первичные электроны, 2 — вторичные электроны. $U = 1$ МВ, $E \approx 1,1$ МВ м⁻¹. Доля вторичных электронов 11,7 %. Численное моделирование по программе ЭЛИЗА [117, 118].

Из сравнения с данными эксперимента нормированных результатов расчётов с нулевой долей вторичных электронов (последняя строка табл. 5), т.е. с учётом только вклада первичных электронов в ожидаемые показания коллекторов, следует вывод о генерации довольно большого числа вторичных электронов в области убегания $\varepsilon \geq \varepsilon_{th}$.

Следует отметить, что ожидаемые показания детекторов, вычисленные без учёта электронов, отражённых от анода ПФС, существенно отличаются от показаний тонких коллекторов. Но ожидаемые показания коллекторов, вычисленные с учётом отражения электронов от анода ПФС, практически совпадают с результатами измерений, как видно из сравнения третьей и четвёртой строк табл. 5. Следовательно, реализовано усиление потока релятивистских электронов в электрическом поле, т.е. наблюдалась начальная стадия ЛРУЭ в открытой атмосфере в поле с напряжённостью, приблизительно в три раза меньшей величины E_{self} , необходимой для самостоятельного пробоя на электронах электронвольтного диапазона.

Планировались эксперименты с более высокими напряжениями. Численным моделированием предсказано, что с увеличением U_{appl} до 1,7 МВ доля вторичных электронов в области $\varepsilon \geq \varepsilon_{th}$ возрастает до 22 %.

9.3. Эксперимент Института электрофизики УрО РАН
Как указано во введении, разряды в открытой атмосфере при высоких перенапряжениях относительно напряжения самостоятельного пробоя U_{self} генерируют субнаносе-

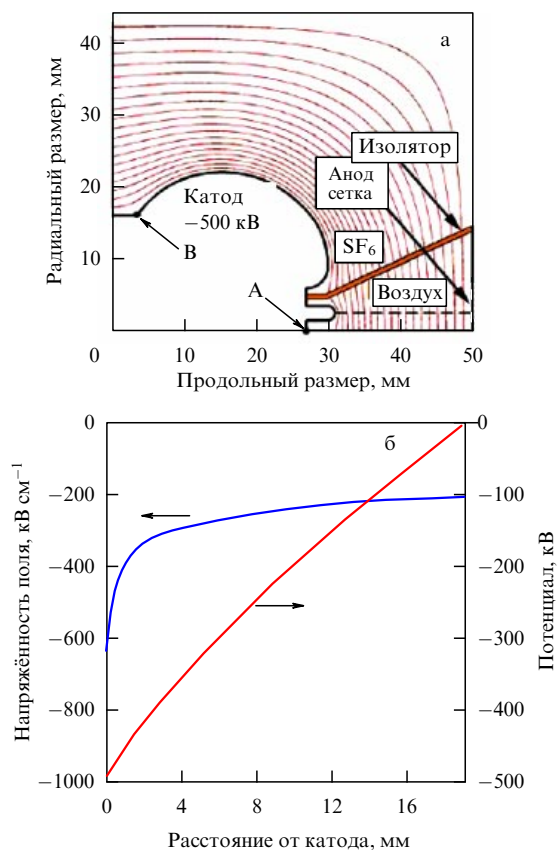


Рис. 20. (а) Геометрия электродного узла с картой эквипотенциалей. (б) Вычисленные распределения напряжённости и потенциала поля вдоль пунктирной линии на рис. а [119].

кундные импульсы УЭ высоких энергий [11, 12, 17–26]. Эксперимент [119] проводился с использованием разряда такого класса [19, 20]. Разряды осуществлялись в газоразрядном промежутке, ограниченном твердотельным коническим изолятором, с межэлектродным расстоянием сантиметрового диапазона и сложной геометрией катода (рис. 20а). Предполагалось, что вдоль оси симметрии вдали от катода обеспечено распределение потенциала, близкое к однородному (рис. 20б), что удобно для интерпретации получаемых результатов, поскольку в этом случае перенапряжение δ зависит только от времени в связи с изменяющимся напряжением. Анодом являлась сетка с прозрачностью 50 %. Ток электронов регистрировался за анодом коллектором с площадью $S_{coll} \approx 1$ см². В рамках разработанной в [119] концепции эксперимента ожидалось, что первичный пучок УЭ, проходя через газ, порождает вторичную лавину УЭ и тем самым демонстрируется пробой на УЭ.

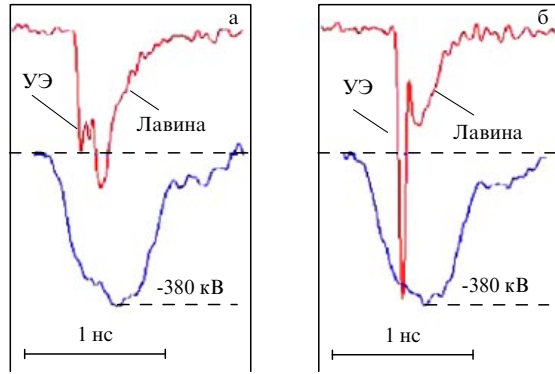


Рис. 21. Импульсы напряжения $U(t)$, приложенного к катоду, и тока электронов на коллекторе за анодом без временной привязки сигналов $U(t)$ и $I_e(t)$. Фильтр между анодом и коллектором отсутствует. В случае рис. а пучок УЭ эмитировался на 0,15 нс раньше, чем в случае рис. б [119].

Эксперимент выполнялся в двух редакциях: в одной из них область с полем отделена от коллектора только воздушным промежутком толщиной 0,1 см, отсекавшим электроны с энергиями ниже 6–7 кэВ, а в другой, кроме того, — фильтром из алюминиевой фольги толщиной 60 мкм, отсекавшим электроны с энергиями ниже 95 кэВ [119]. При $\delta \geq 100$ наблюдался импульс УЭ пикосекундной длительности, состоящий из пика, обусловленного пучком убегающих электронов (Runaway Electron Beam — REB [119]), за которым в редакции эксперимента без фильтра следовал вторичный пик, обусловленный "лавиным током" ("avalanche current" [119]), наблюдаемый на осциллограммах, приведённых на рис. 21. Вторичный пик интерпретируется по ГМР-механизму как лавина УЭ, инициируемая первичным пиком, и проявление пробоя на убегающих электронах.

Такая интерпретация неожиданна, поскольку энергия электронов в лавине УЭ (см. табл. 3) в несколько раз превосходит значение $eU_{\max}$ в эксперименте [119] (см. рис. 21). С целью верификации такой интерпретации в работе [119] результатов эксперимента выполнен их численный анализ [97, 98]. Требовалось выяснить, является ли вторичный пик импульса УЭ производной предшествующего ему пика.

Постановка численного эксперимента. Согласно редакции эксперимента [119] полагалось [97, 98], что в сверхсильном неоднородном поле вблизи катода формируется пучок первичных УЭ (REB [119]), продолжающий движение в более слабом однородном поле к аноду и далее на коллектор. 3D-моделирование выполнено по программе ЭЛИЗА. Прослеживались траектории $N_{\text{inj}} = 2,25 \times 10^6$ электронов с начальной энергией $\varepsilon_{\text{inj}} = 10$ кэВ, которые "инжектировались" в точке $x = 0$ (вершина катода) в направлении электрической силы $-eE$ в воздушный промежуток длиной $d = 1,9$ см (рис. 20а). Импульс тока пучка, который аппроксимировался равнобедренным треугольником, имел длительность на полувысоте $\Delta t_{1/2} = 70$ пс, соответствующую эксперименту [119], и максимум в варьируемый момент времени t_m . Учитывались электроны с энергиями выше 1 кэВ. Напряжённость поля вычислялась по формуле $E(x, t) = G(x)U(t)/d$, $x \in [0, d]$, где $G(x)$ описывает распределение напряжённости вдоль оси симметрии промежутка, показанное на рис. 20б, и была принята следующая

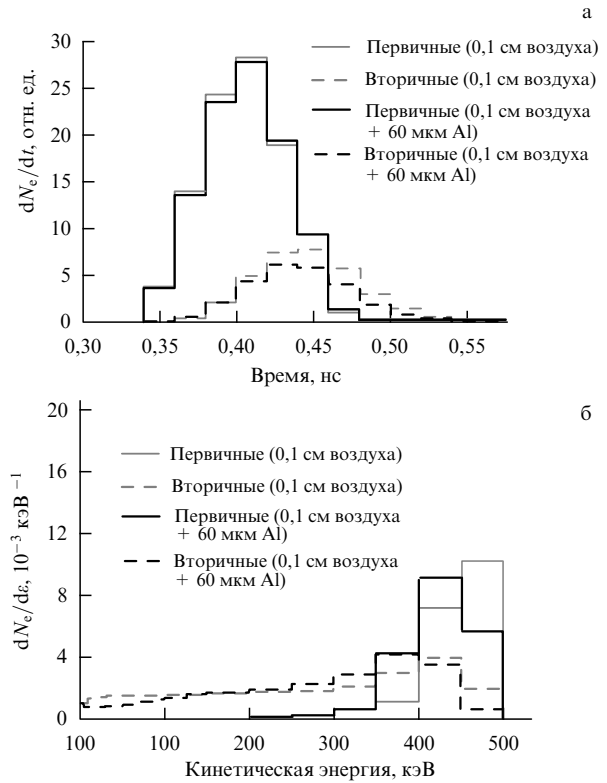


Рис. 22. Вычисленные ток dN_e/dt электронов ($\varepsilon \geq 1$ кэВ) на "коллекторе" (а) и распределения электронов по энергиям $dN_e/d\varepsilon$ на "коллекторе" (б); энергия "инжектированных" электронов $\varepsilon_{\text{inj}} = 10$ кэВ, $t_m = 0,3$ нс [97, 98].

ая аппроксимация осциллограмм напряжения (ср. с рис. 21):

$$U(t) = U_{\max} \begin{cases} \frac{t}{t_1}, & t < t_1, \\ 1, & t_1 \leq t < t_2, \\ 1 - \frac{t - t_2}{t_1}, & t_2 \leq t < t_1 + t_2, \end{cases} \quad (84)$$

где $t_1 = 0,4$ нс, $t_2 = 0,9$ нс и $U_{\max} = 500$ кВ (согласно рис. 20б). Моделировались обе редакции эксперимента, с фильтром и без фильтра. Поскольку первичный пучок УЭ генерировался на фронте импульса напряжения [119], то было принято ограничение $t_m \leq t_1$.

Результатами численного эксперимента являются: зависимости от времени тока УЭ dN_e/dt на "коллектор" с неограниченной поверхностью и проинтегрированные по времени распределения электронов по энергиям на коллекторе $dN_e/d\varepsilon$.

На рисунке 22а представлена зависимость dN_e/dt для $t_m = 0,3$ нс. В отсутствие алюминиевого фильтра интеграл тока первичных электронов составляет 99,7 %, вторичных — 33,2 % относительно N_{inj} . В варианте с фильтром — соответственно 99,4 % и 26,9 %. Следовательно, доли прошедших фильтр первичных и вторичных электронов равны $99,4/99,7 \approx 1$ и $26,9/33,2 = 0,81$ соответственно. Видно, что ширина импульса тока на полувысоте $\Delta t_{1/2}$ практически равняется исходной ширине 70 пс, основание импульса уширилось за счёт вторичных электронов менее чем на 50 пс. Эти результаты не согласуются с данными эксперимента [119], в соответствии с которыми длительность "хвоста" превышает

160 пс, а интегралы токов первичного пика и "хвоста" в редакции без фильтра либо близки друг к другу, как на рис. 3 статьи [119], либо интеграл "хвоста" больше (см. рис. 21).

Энергетические распределения $dN_e/d\varepsilon$, нормированные на число инжектированных электронов, показаны на рис. 22б. В варианте без фильтра 94 % первичных электронов находится в области энергий выше 400 кэВ; 86 % и 95 % вторичных электронов находятся соответственно в областях > 100 кэВ и > 40 кэВ. Следовательно, фильтр, отсекающий, согласно [119], электроны с энергией < 95 кэВ, не должен существенно влиять на регистрируемый ток УЭ, что противоречит осциллограммам, приведённым на рис. 3 и 4 статьи [119], где "хвост" наблюдается в отсутствие фильтра.

Варьирование t_m , ε_0 и $G(x)$ при неизменной амплитуде $U_{\max}$ не привело к существенному изменению результатов вычислений. Приведённая к реальной площади коллектора $S_{\text{coll}} \approx 1 \text{ см}^2$ доля вторичных электронов уменьшается, поскольку спектр вторичных электронов существенно мягче, чем спектр первичных, и они сильнее рассеиваются по углам, составляя, по мнению авторов [119], сильно расходящийся поток. Кроме того, учёт ослабления в аноде несколько уменьшит долю вторичных электронов. И наконец, принятое значение $U_{\max}$ намного превышает амплитуду напряжения в эксперименте (ср. с рис. 21).

Таким образом, сильно выраженный "хвост" пикосекундного импульса УЭ (см., например, рис. 21), интерпретируемый как инициируемая первичным импульсом (REB [119]) лавина УЭ, в численном эксперименте не обнаружен. Вычисленный импульс вторичных электронов выражен слабо — он практически сливается с импульсом первичных электронов, а доля вторичных электронов на коллекторе относительно числа первичных составляет ≈ 30 %. Следовательно, в условиях эксперимента [119] можно наблюдать начальную стадию лавины УЭ как слабое усиление импульса первичных электронов, но доля вторичных УЭ слишком мала, чтобы существенно влиять на развитие пробоя по сравнению с влиянием вклада первичного импульса.

О природе вторичного пика. Результаты численного моделирования разряда при многократных перенапряжениях в самосогласованном поле при давлении 1 атм [128], показавшие, что УЭ дают большой вклад в полный ток, демонстрируют важность убегания электронов низких энергий ("thermal runaway" [129] или, точнее, "high-field runaway" [108]). Однако попытка объяснить вторичный пик ускорением не учитываемых в программе ЭЛИЗА вторичных электронов низких энергий ($\ll 1$ кэВ) в протяжённой области с невозмущённым однородным полем ($E \approx 160 \text{ кВ см}^{-1}$ [119]) оказалась безуспешной: за время 0,1 нс одним электроном первичного пика в промежутке не генерируется ни одного вторичного УЭ [97, 98].

Прохождение первичного пучка через разрядный промежуток сопровождается поляризацией вторичной плазмы, в частности вытеснением поля в сторону анода, и напряжённость поля в окрестности анода локально может возрасти на несколько порядков. Тогда вторичный пик [119] можно объяснить убеганием электронов малых энергий в прианодной области. Характерное время перераспределения поля (максвелловское время релаксации), оцениваемое величиной $\tau_M \approx 50$ пс [97, 98],

довольно хорошо согласуется с данными эксперимента [119] (см. рис. 21).

Следует также иметь в виду различие в электродинамике редакций эксперимента с фильтром и без фильтра, в частности "провисание электрического поля из газоразрядного промежутка в пространство дрейфа через отверстия в сетке", на которое обращают внимание Бохан и Сорокин [130] в связи с исследованиями так называемого открытого разряда (см., например, [22, 130–132] и цитируемую там литературу). В результате "провисания" поля в пространство за анодом-сеткой может развиваться пробой между сеткой и коллектором, проявляющийся как вторичный пик в экспериментах без фильтра. В экспериментах с фильтром последний экранирует коллектор от плазмы, формирующейся в области провисания поля.

10. Заключение

Настоящий обзор ограничивается обсуждением публикаций по лавине релятивистских убегающих электронов: рассматриваются генезис концепции лавины, её усреднённые характеристики, методы и история их вычисления, попытки наблюдать лавину в лаборатории. Результаты исследований высокоэнергетических процессов в грозовой атмосфере и их интерпретацию в рамках концепции ЛРУЭ можно найти в обзорах [37–40] и цитируемой там литературе.

Классическая таунсендовская лавина электронов низких энергий усиливается в ионизирующих столкновениях электронов с энергиями выше энергии ионизации атомарных частиц, но заселяется электронами всех энергий. Развитие серии лавин (низкие давления) или одиночных стримеров (высокие давления, включая открытую атмосферу) приводит к электрическому пробоям газов [1–5]. Однако грозовые поля слишком слабы для развития многолавинного таунсендовского или одноканального стримерного механизмов пробоя [1–5]. Чтобы преодолеть эту трудность, был предложен ГМР-механизм пробоя атмосферы на УЭ [30] в относительно слабых полях грозовых облаков, учитывающий редкие события рождения электронов высоких энергий, благодаря которым формируется ЛРУЭ как процесс экспоненциального возрастания числа электронов высоких энергий, сопровождаемый также экспоненциальным увеличением популяции электронов низких энергий.

Строго генезис концепции ЛРУЭ и электрического пробоя атмосферы на УЭ следовало бы восстановить следующим образом: 1) гипотеза Вильсона о возможности ускорения электронов в электрических полях грозовых облаков [14] и эффект снежного шара (snow-ball effect) вследствие столкновительного размножения электронов [133, 134]; 2) заимствованный впоследствии в исследованиях по термоядерному синтезу термин [135–137] "убегающие электроны", введённый Эддингтоном в связи с гипотезой Вильсона [27]; 3) первые эксперименты по проверке гипотезы Вильсона [138–148] (см. также [11, 37, 39]); 4) теория Гуревича по убеганию электронов в слабоионизованной плазме с доминированием взаимодействий электрон–нейтральная частица [51]; 5) открытие и исследования явления убегающих электронов при разрядах в открытой атмосфере в сильных и сверхсильных электрических полях [11, 12, 17–26]; 6) успешная регистрация усиления рентгеновского излучения в грозовом облаке [34, 35] и усиления потока нейтронов на поверхности Земли в корреляции с электромагнитным

импульсом молнии [149]; 7) теория Гуревича – Милиха – Рюсселя-Дюпре о лавинообразном усилении убегающих электронов в грозовых полях [30]; 8) релятивистская обратная положительная связь [42, 73, 107] как распространение классического стримерного механизма [1–5] на релятивистскую область энергий.

Фактически, однако, в статье [30] исходными являются гипотеза Вильсона [14], теория Гуревича [51] и эксперимент Маккарти и Паркса [35]. Авторам первых публикаций по генерации УЭ и рентгеновского излучения разрядами в открытой атмосфере [13, 15–17] не были известны ни гипотеза Вильсона [14], ни теория Гуревича [51], хотя Ноггл и др. [15], наблюдавшие рентгеновское излучение из разрядов в гелии при атмосферном давлении, цитируют статью Вильсона. Точно так же авторы доклада 1994 г. о проникающей радиации разрядов молнии [150] не были знакомы с уже опубликованной концепцией ЛРУЭ [30].

ЛРУЭ, как и таунсендовская лавина, характеризуется прежде всего временным, t_e , и пространственным, l_e , масштабами усиления в e раз. Значения l_e , вычисленные аналитически в пионерской статье [30] без учёта углового рассеяния, менее чем в два раза занижены относительно значений, вычисленных окончательно методами МК [58, 65, 71, 72, 74, 97–99] и КУ [65], причём в области слабых полей, характерных для грозовых облаков, занижение не превышает 1,5 раз (см. табл. 2). Удивительно, но в улучшенном анализе [76] и первых расчётах методом КУ, выполнявшихся с целью уточнения результатов [30], были получены сильно заниженные значения t_e и l_e . Как подчёркивают авторы [58], в рамках предыдущих кинетических и аналитических моделей [43, 44, 85–88] темп развития ЛРУЭ завышен почти на порядок, что сильно снижало требования к напряжённости грозового поля и длине l_e , при которых обеспечивается число УЭ, достаточно большое для адекватной интерпретации результатов наблюдений высокоэнергетических и оптических процессов в грозовой атмосфере.

Значения t_e , близкие к окончательным значениям, вычисленным по полной МК-программе ЭЛИЗА (см. первую строку значений t_e в табл. 2), сначала были получены в [68, 77] методом УМК. В последующем ошибки, обусловленные "человеческим фактором" [43–45, 63, 65, 69, 70], устранялись и разными группами авторов методами МК и КУ были вычислены довольно близкие значения t_e и l_e [58, 65, 71, 72, 74, 97–99]. В зависимости от перенапряжения δ вычислены параметры ЛРУЭ, необходимые для численного моделирования высокоэнергетических процессов и электрических разрядов с участием ЛРУЭ в приближении сплошной среды: t_e , направленная скорость v_{re} , $l_e = v_{re}t_e$, распределения электронов по энергиям и углам, средняя энергия электронов $\langle \varepsilon \rangle$, порог убегаания ε_{th} , коэффициенты продольной, $D_{||}$, и поперечной, $D_{\perp}$, диффузии.

С введением релятивистской обратной связи [73] (по аналогии с положительной обратной связью в стримерном механизме пробоя) разряды с участием ЛРУЭ становятся самоподдерживающимися [42, 73, 99, 107]. Хотя механизм RFB ограничивает фактор усиления ЛРУЭ величиной порядка 10^5 , но поток УЭ за время развития разряда с участием RFB достигает значений порядка $10^{19} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$ [42]. По мнению Дуайера, включение RFB "может усилить потоки УЭ и сопровождающего рентгеновского излучения в несколько триллионов раз, приводя к переносу большого заряда, возрастанию проводимости и в итоге к коллапсу окружающего электрического поля в условиях, при которых обычный пробой на

УЭ имеет пренебрежимо малый эффект" ("feedback can increase the flux of runaway electrons and the accompanying x-ray emission by factors of trillions, resulting in large charge motion, an increase in the conductivity, and ultimately, the collapse of the ambient electric field under conditions for which ordinary runaway breakdown has a completely negligible effect") [42].

После введения в физику атмосферного электричества концепции ЛРУЭ и начала исследований на её основе высокоэнергетических процессов в грозовой атмосфере интересным представлялось создание ЛРУЭ в лаборатории. Значения l_e [43, 44], уточнённые по сравнению с первыми оценками l_e [30], позволяли надеяться достичь перенапряжения, достаточно большого для получения хотя бы одной длины усиления l_e . Однако в связи с тем, что реальные значения l_e оказались крайне велики, ограничение на размер моделирующего устройства позволило наблюдать в лабораторном эксперименте только начальную стадию ЛРУЭ в условиях, не отличающихся радикально от условий в грозовом облаке (открытая атмосфера, почти однородное электрическое поле с напряжённостью, гораздо меньшей напряжённости самостоятельного пробоя $E_{self} \approx 3 \text{ МВ м}^{-1}$ в объёме с характерными размерами метрового диапазона), как увеличение ($\approx 12\%$) числа инжектированных электронов с энергиями выше порога убегаания [117, 118], что свидетельствует в пользу ГМР-механизма [30].

Благодарности. Данный обзор есть следствие исследований, выполненных по проектам Международного научно-технического центра (МНТЦ) №№ 339, 490, 1480 и 3993. Автор выражает глубокую благодарность С. Житомеру (S. Gitomer), бывшему научному советнику МНТЦ от США, К. Халдоупису (C. Haldoupis), Т. Ньюберту (T. Neubert), Р.А. Рюсселю-Дюпре (R.A. Roussel-Dupré), Э.М.Д. Цимбалисту (E.M.D. Symbalisty), коллегам-лаборантам от ЕС и США в этих проектах, Н. Кросби (N. Crosby), С. Каммеру (S. Summer), А. ван Дорсену (A. van Deursen), Д.Р. Дуайеру (J.R. Dwyer), Р.А. Рюсселю-Дюпре, Д. Смиту (D. Smith), Х. Цучия (H. Tsuchiya) и Э. Уильямсу (E. Williams) за поддержку предложения по последнему в программе МНТЦ проекту № 3993. Автор искренне благодарен Е.И. Бочкову, Е.Н. Донскому, А.В. Гуревичу, К.П. Зыбину, И.М. Куцыку, Т.В. Лойко, К. Халдоупису, Т. Ньюберту, Р.А. Рюсселю-Дюпре, Э.М.Д. Цимбалисту и другим участникам исследований в этих проектах за многолетнее сотрудничество. Особую благодарность автор выражает Р.И. Ильяеву, который как директор ВНИИЭФ поддержал в 1995–1996 гг. исследование по атмосферному электричеству высоких энергий в рамках сотрудничества ВНИИЭФ – ЛАНЛ – ФИАН посредством МНТЦ, и О.С. Воронцовой, давшей, несмотря на трудности, старт проекту № 3993. Автор благодарен независимому рецензенту *УФН*, учёт замечаний которого позволил существенно улучшить обзор.

Читатели могут получить данные по обзору у автора по электронной почте leonid.babich52@gmail.com.

Список литературы

1. Loeb L B, Meek J M *The Mechanism of the Electric Spark* (Stanford, CA: Stanford Univ. Press, 1941)
2. Meek J M, Craggs J D *Electrical Breakdown of Gases* (Oxford: Clarendon Press, 1953); Пер. на русск. яз.: Мик Дж М, Крэгс Дж *Электрический пробой в газах* (М.: ИЛ, 1960)
3. Raether H *Electron Avalanches and Breakdown in Gases* (Washington, DC: Butterworths, 1964); Пер. на русск. яз.: Рёттер Г *Электронные лавины и пробой в газах* (М.: Мир, 1968)

4. Brown S C *Introduction to Electrical Discharges in Gases* (New York: Wiley, 1966)
5. Лозанский Э Д, Фирсов О Б *Теория искры* (М.: Атомиздат, 1975)
6. Месяц Г А, Бычков Ю И, Кремнев В В *УФН* **107** 201 (1972); Mesyats G A, Bychkov Yu I, Kremnev V V *Sov. Phys. Usp.* **15** 282 (1972)
7. Райзер Ю П *Физика газового разряда* (М.: Наука, 1987); Пер. на англ. яз.: Raizer Yu P *Gas Discharge Physics* (Berlin: Springer-Verlag, 1991); Райзер Ю П *Физика газового разряда* (М.: Наука, 1992); Пер. на англ. яз.: Raizer Yu P *Gas Discharge Physics* (Berlin: Springer, 1997)
8. Королев Ю Д, Месяц Г А *Физика импульсного пробоя газов* (М.: Наука, 1991)
9. Базелян Э М, Райзер Ю П *Искровой разряд* (М.: Изд-во МФТИ, 1997); Пер. на англ. яз.: Bazelyan E M, Raizer Yu P *Spark Discharge* (Boca Raton, FL: CRC Press, 1998)
10. Базелян Э М, Райзер Ю П *Физика молнии и молниезащиты* (М.: Физматлит, 2001); Пер. на англ. яз.: Bazelyan E M, Raizer Yu P *Lightning Physics and Lightning Protection* (Bristol: IOP Publ., 2000)
11. Babich L P *High-Energy Phenomena in Electric Discharges in Dense Gases: Theory, Experiment, and Natural Phenomena* (Arlington, VA: Futurepast, 2003)
12. Бабищ Л П, Лойко Т В, Цукерман В А *УФН* **160** (7) 49 (1990); Babich L P, Loiko T V, Tsukerman V A *Sov. Phys. Usp.* **33** 521 (1990)
13. Frankel S et al. *Nucl. Instrum. Meth.* **44** 345 (1966)
14. Wilson C T R *Proc. Camb. Philos. Soc.* **22** 534 (1924)
15. Noggle R C, Krider E P, Wayland J R J. *Appl. Phys.* **39** 4746 (1968)
16. Станкевич Ю Л, Калинин В Г *ДАН СССР* **177** (1) 72 (1967); Stankevich Yu L, Kalinin V G *Sov. Phys. Dokl.* **12** 1042 (1967)
17. Тарасова Л В, Худякова Л Н *ЖТФ* **39** 1530 (1969); Tarasova L V, Khudyakova L N *Sov. Phys. Tech. Phys.* **14** 1148 (1969)
18. Тарасова Л В и др. *ЖТФ* **44** 564 (1974); Tarasova L V et al. *Sov. Phys. Tech. Phys.* **19** 351 (1975)
19. Яландин М И и др. *Письма в ЖТФ* **37** (8) 56 (2011); Yalandin M I et al. *Tech. Phys. Lett.* **37** 371 (2011)
20. Месяц Г А и др. *Физика плазмы* **38** 34 (2012); Mesyats G A et al. *Plasma Phys. Rep.* **38** 29 (2012)
21. Бохан П А, Колбычев Г В *ЖТФ* **51** 1823 (1981); Bokhan P A, Kolbychev G V *Sov. Phys. Tech. Phys.* **26** 1057 (1981)
22. Василяк Л М и др. *УФН* **164** 263 (1994); Vasilyak L M et al. *Phys. Usp.* **37** 247 (1994)
23. Babich L P *AIP Conf. Proc.* **363** 156 (1996)
24. Babich L P, in *Electron Kinetics and Applications of Glow Discharges. Proc. of the NATO Advanced Research Workshop on Electron Kinetics and Applications of Glow Discharges, St. Petersburg, Russia, May 19–23, 1997* (NATO Science Series, Ser. B, Vol. 367, Eds U Kortshagen, L D Tsendin) (Boston, MA: Springer, 1998) p. 199
25. Тарасенко В Ф, Яковленко С И *УФН* **174** 953 (2004); Tarasenko V F, Yakovlenko S I *Phys. Usp.* **47** 887 (2004)
26. Бабищ Л П *УФН* **175** 1069 (2005); Babich L P *Phys. Usp.* **48** 1015 (2005)
27. Eddington A S *Nature* **117** 25 (1926)
28. Kunhardt E E, Tzeng Y *Phys. Rev. A* **38** 1410 (1988)
29. McCarthy M P, Parks G K J. *Geophys. Res.* **97** 5857 (1992)
30. Gurevich A V, Milikh G M, Roussel-Dupré R *Phys. Lett. A* **165** 463 (1992)
31. Marshall T C, McCarthy M, Rust W D J. *Geophys. Res. D* **100** 7097 (1995)
32. Marshall T C et al. *Geophys. Res. Lett.* **32** L03813 (2005)
33. Rakov V A, Uman M A *Lightning: Physics and Effects* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003)
34. Parks G E et al. *Geophys. Res. Lett.* **8** 1176 (1981)
35. McCarthy M, Parks G K *Geophys. Res. Lett.* **12** 393 (1985)
36. Dwyer J R et al. *J. Plasma Phys.* **81** 475810405 (2015)
37. Dwyer J R, Smith D M, Cummer S A *Space Sci. Rev.* **173** 133 (2012)
38. Гуревич А В, Зыбин К П *УФН* **171** 1177 (2001); Gurevich A V, Zybin K P *Phys. Usp.* **44** 1119 (2001)
39. Lidvansky A S J. *Phys. G* **29** 925 (2003)
40. Бабищ Л П *УФН* **189** 1044 (2019); Babich L P *Phys. Usp.* **62** 976 (2019)
41. Кузевский Б М *Вестн. Моск. ун-та Сер. 3. Физ. Астрон.* (5) 14 (2004); Kuzhevskii B M *Moscow Univ. Phys. Bull.* **59** (5) 17 (2004)
42. Dwyer J R *Phys. Plasmas* **14** 042901 (2007)
43. Roussel-Dupré R A et al. "Kinetic theory of runaway air breakdown and the implications for lightning initiation", Report LA-12601-MS (Los Alamos, NM: Los Alamos Natl. Lab., 1993) p. 51
44. Roussel-Dupré R A et al. *Phys. Rev. E* **49** 2257 (1994)
45. Gurevich A V, Zybin K P, Roussel-Dupré R A *Phys. Lett. A* **254** 79 (1999)
46. Бабищ Л П, Бочков Е И, Куцык И М *ЖЭТФ* **139** 1028 (2011); Babich L P, Bochkov E I, Kutsyk I M *J. Exp. Theor. Phys.* **112** 902 (2011)
47. Babich L P et al. *J. Geophys. Res.* **117** A09316 (2012)
48. Babich L P et al. *J. Geophys. Res.* **118** 2573 (2013)
49. Бочков Е И, Дисс. ... канд. физ.-мат. наук (Саров: РФЯЦ–ВНИИЭФ, 2013)
50. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1989); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)
51. Гуревич А В *ЖЭТФ* **39** 1296 (1960); Gurevich A V *Sov. Phys. JETP* **12** 904 (1961)
52. Heitler W *The Quantum Theory of Radiation* (Oxford: Clarendon Press, 1954)
53. Bethe H A, Ashkin J, in *Experimental Nuclear Physics* Vol. 1, Pt. 2 (Ed. E Segrè) (New York: John Wiley and Sons, 1953) p. 166; Пер. на русск. яз.: Бете Г А, Ашкин Дж, в сб. *Экспериментальная ядерная физика* Т. 1, Ч. 2 (Под ред. Э Серге) (М.: ИЛ, 1955) с. 141
54. Ахиезер А И, Берестецкий В Б *Квантовая электродинамика* (М.: ГИФМЛ, 1959); Пер. на англ. яз.: Akhiezer A I, Berestetskii V B *Quantum Electrodynamics* (New York: Interscience Publ., 1965)
55. Kunhardt E E, Tzeng Y, Boeuf J P *Phys. Rev. A* **34** 440 (1986)
56. Kunhardt E E, Byszewski W W *Phys. Rev. A* **21** 2069 (1980)
57. Bakhov K I, Babich L P, Kutsyk I M *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 1254 (2000)
58. Lehtinen N G, Bell T F, Inan U S J. *Geophys. Res.* **104** (A11) 24699 (1999)
59. Бабищ Л П *ТВТ* **33** 659 (1995); Babich L P *High Temp.* **33** 653 (1995)
60. Gurevich A V et al. *Phys. Lett. A* **275** 101 (2000)
61. Peterson L R, Green A E S J. *Phys. B* **1** 1131 (1968)
62. Khaerdinov N S, Lidvansky A S, in *Proc. of the Symp. Thunderstorms and Elementary Particle Acceleration, TEPA-2015, Nor Amberd, Armenia, October 5–9, 2016* (Ed. A Chilingarian) (Yerevan, 2016) p. 35
63. Symbalisty E M D et al. *EOS Trans. AGU* **78** 4760 (1997)
64. Symbalisty E M D, Roussel-Dupré R A, Yukhimuk V A *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 1575 (1998)
65. Babich L P et al. *IEEE Trans. Plasma Sci.* **29** 430 (2001)
66. Бабищ Л П *ЖЭТФ* **125** 808 (2004); Babich L P *J. Exp. Theor. Phys.* **98** 707 (2004)
67. Solov'yev A A et al. *Phys. Rev. E* **60** 7360 (1999)
68. Babich L P, Kutsyk I M, in *Proc. of the XXIII Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Toulouse, France, July 17–22, 1997* (Journal de Physique, III, No. 10, Supplement, Eds M C Bordage, A Gleizes) (Les Ullis: EDP Sciences, 1997) p. I-8, Contributed papers, Pt. 1
69. Babich L P et al. *Phys. Lett. A* **245** 460 (1998)
70. Бабищ Л П и др. *Докл. РАН* **379** 606 (2001); Babich L P et al. *Dokl. Phys.* **379** 536 (2001)
71. Бабищ Л П и др. *Докл. РАН* **394** 320 (2004); Babich L P et al. *Dokl. Phys.* **394** 35 (2004)
72. Бабищ Л П и др. *Физика плазмы* **30** 666 (2004); Babich L P et al. *Plasma Phys. Rep.* **30** 616 (2004)
73. Dwyer J R *Geophys. Res. Lett.* **30** 2055 (2003)
74. Coleman L M, Dwyer J R *Geophys. Res. Lett.* **33** L11810 (2006)
75. Донской Е Н *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов* (1) 3 (1993)
76. Gurevich A V, Milikh G M, Roussel-Dupré R *Phys. Lett. A* **187** 197 (1994)
77. Babich L P, Kutsyk I M, Kudryavtsev A Yu, in *Proc. of the XXIII Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Toulouse, France, July 17–22, 1997* (Journal de Physique, IV, Supplement, Eds M C Bordage, A Gleizes) (Les Ullis: EDP Sciences, 1997) p. IV-2, Contributed Papers, Pt. 4
78. Кудрявцев А Ю, Дисс. ... канд. физ.-мат. наук (Саров: РФЯЦ–ВНИИЭФ, 2006)
79. Holstein T *Phys. Rev.* **70** 367 (1946)
80. Longmire C L, Longley H J "Improvements in the treatment of Compton current and air conductivity in EMP problems", Report No. 3192T (Springfield, VA: Defense Nuclear Agency, 1973)

81. Бабич Л П, Донской Е Н, Roussel-Dupré R A *Геомагнетизм и астрономия* **47** 548 (2007); Babich L P, Donskoy E N, Roussel-Dupré R A *Geomagn. Aeronom.* **47** 515 (2007)
82. Dwyer J R *Geophys. Res. Lett.* **32** L20808 (2005)
83. Jackson J D *Classical Electrodynamics* (New York: Wiley, 1975)
84. Mott N F, Massey H S W *The Theory of Atomic Collisions* (Oxford: Clarendon Press, 1965)
85. Taranenko Yu, Roussel-Dupré R *Geophys. Res. Lett.* **23** 571 (1996)
86. Lehtinen N G et al. *Geophys. Res. Lett.* **24** 2639 (1997)
87. Yuxhimuk V et al. *J. Geophys. Res.* **103** 11473 (1998)
88. Roussel-Dupré R et al. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* **60** 917 (1998)
89. Celestin S, Pasko V P *J. Geophys. Res.* **116** A03315 (2011)
90. Celestin S, Wei Xu, Pasko V P *J. Geophys. Res.* **117** A05315 (2012)
91. Kim Y-K, Santos J P, Parente F *Phys. Rev. A* **62** 052710 (2000)
92. Celestin S, Pasko V P *J. Phys. D* **43** 315206 (2010)
93. Dwyer J R *J. Geophys. Res.* **115** A00E14 (2010)
94. Бабич Л П, Бочков Е И, Куцык И М *ЖЭТФ* **139** 1028 (2011); Babich L P, Bochkov E I, Kutsyk I M *J. Exp. Theor. Phys.* **112** 902 (2011)
95. Babich L P et al. *J. Geophys. Res.* **117** A09316 (2012)
96. Бабич Л П, Бочков Е И *ЖЭТФ* **139** 568 (2011); Babich L P, Bochkov E I *J. Exp. Theor. Phys.* **112** 494 (2011)
97. Куцык И М и др. *Письма в ЖЭТФ* **95** 712 (2012); Kutsyk I M et al. *JETP Lett.* **95** 631 (2012)
98. Куцык И М и др. *Физика плазмы* **38** 969 (2012); Kutsyk I M et al. *Plasma Phys. Rep.* **38** 891 (2012)
99. Dwyer J R, Babich L J *Geophys. Res.* **116** A09301 (2011)
100. Смирнов Б М *Ионы и возбужденные атомы в плазме* (М.: Атомиздат, 1974)
101. Lowke J J *J. Phys. D* **25** 202 (1992)
102. Lowke J J et al. *J. Geophys. Res.* **117** D19107 (2012)
103. Бабич Л П и др. *Геомагнетизм и астрономия* **44** 697 (2004); Babich L P et al. *Geomagn. Aeron.* **44** 254 (2004)
104. Milikh G, Roussel-Dupré R *J. Geophys. Res.* **115** A00E60 (2010)
105. Milikh G, Roussel-Dupré R *J. Geophys. Res.* **116** A08313 (2011)
106. Dwyer J R, Rassoul H K *J. Geophys. Res.* **116** A08312 (2011)
107. Babich L P et al. *Geophys. Res. Lett.* **32** L09809 (2005)
108. Dwyer J R *J. Geophys. Res.* **113** D10103 (2008)
109. Koch H W, Motz J W *Rev. Mod. Phys.* **31** 920 (1959)
110. Daniel R R, Stephens S A *Rev. Geophys. Space Phys.* **12** 233 (1974)
111. Gurevich A V, Milikh G M *Phys. Lett. A* **262** 457 (1999)
112. Gurevich A V, Medvedev Yu V, Zybin K P *Phys. Lett. A* **321** 179 (2004)
113. Carlson B E, Ph.D. Thesis (Stanford: Leland Stanford Junior Univ., 2009)
114. Куцык И М, Бабич Л П, Донской Е Н *Письма в ЖЭТФ* **94** 647 (2011); Kutsyk I M, Babich L P, Donskoy E N *JETP Lett.* **94** 606 (2011)
115. Grefenstette B W et al. *Geophys. Res. Lett.* **35** L06802 (2008)
116. Gurevich A V et al. *Phys. Lett. A* **260** 269 (1999)
117. Бабич Л П и др. *Докл. РАН* **382** 31 (2002); Babich L P et al. *Dokl. Phys.* **47** 1 (2002)
118. Бабич Л П и др. *ТБТ* **42** 5 (2004); Babich L P et al. *High Temp.* **42** 1 (2004)
119. Gurevich A V et al. *Phys. Lett. A* **375** 2845 (2011)
120. Rieke F F, Prepejchal W *Phys. Rev. A* **6** 1507 (1972)
121. Cheng G, Liu L *IEEE Trans. Plasma Sci.* **39** 1067 (2011)
122. Gonzáles-Iglesias D et al. *IEEE Electron Device Lett.* **36** 1085 (2015)
123. Townsend J S *Motion of Electrons in Gases* (Oxford: Clarendon Press, 1925)
124. Зеленский К Ф и др. *ПТЭ* (4) 175 (1969)
125. Зеленский К Ф и др. *Письма в ЖТФ* **5** 239 (1979); Zelenskii K F et al. *Sov. Phys. Tech. Phys. Lett.* **5** 95 (1979)
126. Бабич Л П и др. *ПТЭ* (4) 8 (2000)
127. Павловская Н Г и др. *ПТЭ* (5) 29 (1978)
128. Бабич Л П, Куцык И М *ТБТ* **33** 191 (1995); Babich L P, Kutsyk I M *High Temp.* **33** 190 (1995)
129. Gurevich A V, Zybin K P, Medvedev Yu V *Phys. Lett. A* **361** 119 (2007)
130. Бохан П А, Сорокин А Р *ЖТФ* **55** 88 (1985); Bokhan P A, Sorokin A R *Sov. Phys. Tech. Phys.* **30** 50 (1985)
131. Bokhan P A, Zakrevsky D E *Appl. Phys. Lett.* **81** 2526 (2002)
132. Bokhan A P, Bokhan P A, Zakrevsky D E *Appl. Phys. Lett.* **86** 151503 (2005)
133. Wilson C T R *Proc. R. Soc. Lond. A* **236** 297 (1956)
134. Williams E R *J. Geophys. Res.* **115** A00E50 (2010)
135. Dreicer H *Phys. Rev.* **115** 238 (1959)
136. Dreicer H *Phys. Rev.* **117** 329 (1960)
137. Трубников Б А "Столкновения частиц в полностью ионизованной плазме", в сб. *Вопросы теории плазмы* Вып. 1 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Госатомиздат, 1963) с. 98; Пер. на англ. яз.: Trubnikov B A, in *Reviews of Plasma Physics* Vol. 1 (Ed. M A Leontovich) (New York: Consultants Bureau, 1965) p. 105
138. Schonland B F J *Proc. R. Soc. Lond. A* **118** 252 (1928)
139. Schonland B F J *Proc. R. Soc. Lond. A* **130** 37 (1930)
140. Schonland B F J, Viljoen J P *Proc. R. Soc. Lond. A* **140** 314 (1933)
141. Appleton E V, Bowen K G *Nature* **132** 965 (1933)
142. Macky W A *Proc. Camb. Philos. Soc.* **30** 70 (1934)
143. Halliday E G *Proc. Camb. Philos. Soc.* **30** 206 (1934)
144. Clay J, Jongen H F, Aarts A J *Physica* **18** 801 (1952)
145. Hill R D *J. Geophys. Res.* **68** 6261 (1963)
146. Shaw G E *J. Geophys. Res.* **72** 462 (1967)
147. Fleisher R L *J. Geophys. Res.* **80** 5005 (1975)
148. Whitmire D P *Lett. Nuovo Cimento* **26** 497 (1979)
149. Shah G N et al. *Nature* **313** 773 (1985)
150. Бабич Л П, Куцык И М, в сб. *VII Конф. по физике газового разряда, Самара, 21–24 июня 1994 г., Тезисы докладов* (Самара: Ин-т сильноточной электроники СО РАН, 1994) с. 23

Relativistic runaway electron avalanche

L.P. Babich

Russian Federal Nuclear Center—All-Russian Research Institute of Experimental Physics,
prosp. Mira 37, 607188 Sarov, Nizhny Novgorod region, Russian Federation
E-mail: leonid.babich52@gmail.com, babich@elph.vniief.ru

Discussed are the genesis of the concept of the relativistic runaway electron avalanche (RREA) and its mechanism as an analog of the Townsend's avalanche, but capable of developing, unlike the latter, in weak thundercloud electric fields. Thanks to this, it was possible to overcome difficulties while interpreting results of observations of penetrating emission enhancements in thunderstorm atmospheres. The main inelastic interactions of high-energy electrons with atomic particles participating in the avalanche development are described; in terms of the drag forces, the essence of the runaway process is discussed; and methods of RREA numerical simulation are described. In approximate historical sequence, results of calculations of the spatial and temporal scales of the avalanche enhancement are analyzed and contemporary data on avalanche macroscopic characteristics are given, which is required for numerical simulations of the runaway electrons in the fluid approximation. As an extension to the relativistic range of the mechanism of the classical cathode-directed streamer, relativistic positive feedback is discussed, by means of which a generation of the RREA series, as a self-sustained process, is supported. Laboratory experiments on RREA modeling are described, in one of which the initial stage of the avalanche was produced.

Keywords: relativistic avalanche, runaway electrons, kinetic equation, Monte Carlo methods, macroscopic characteristics, positive feedback, laboratory experiments

PACS numbers: 52.80.Tn, **52.90.+z**, 92.60.Pw

Bibliography — 150 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **190** (12) 1261–1292 (2020)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.04.038747>

Received 29 October 2019, revised 15 March 2020

Physics—Uspekhi **63** (12) (2020)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.04.038747>