

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Теория рассеяния сильно рефрагирующих СВЧ-волн в турбулентной неоднородной плазме. Приложение теории к описанию флуктуационной рефлектометрии в термоядерных установках

Е.З. Гусаков, А.Ю. Попов

Изложена теория распространения и рассеяния сильно рефрагирующих сверхвысокочастотных (СВЧ) волн в турбулентной неоднородной плазме. Приведён расчёт амплитуды рассеянного сигнала в случае линейного режима рассеяния в рамках борновского приближения и в случае многократного малоуглового рассеяния. Обсуждается возможность аналитического описания в замкнутой форме многократного брэгговского рассеяния назад. На основе результатов теоретического анализа режимов рассеяния СВЧ-волны в неоднородной турбулентной плазме обсуждаются основные схемы флуктуационной рефлектометрии, широко используемые в тороидальных термоядерных установках для анализа характеристик турбулентности. Дано описание методов интерпретации экспериментальных данных и экспериментальных подходов с использованием рефлектометрической диагностики, улучшающих локальность измерений и разрешение по волновым векторам флуктуаций.

Ключевые слова: рассеяние СВЧ-волн, флуктуационная рефлектометрия, дрейфовая турбулентность, низкочастотные флуктуации плотности, тороидальные установки, термоядерный синтез

PACS numbers: 52.35.Hr, 52.35.Mw, **52.70. – m**

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.08.038813>

Содержание

1. Введение (1189).
2. Линейный режим рассеяния СВЧ-волны в неоднородной плазме в области с сильной рефракцией (1191).
 - 2.1. Амплитуда сигнала рассеяния в одномерном случае.
 - 2.2. Амплитуда сигнала рассеяния в двумерном случае.
 - 2.3. Флуктуационная рефлектометрия. Радиальная корреляционная рефлектометрия. 2.4. Выводы.
3. Нелинейный режим рассеяния сильно рефрагирующей СВЧ-волны в неоднородной плазме (1201).
 - 3.1. Влияние многократного малоуглового рассеяния на сигнал флуктуационного рефлектометра. 3.2. Влияние многократного малоуглового рассеяния на характеристики радиальной корреляционной рефлектометрии. 3.3. Влияние многократного малоуглового рассеяния на характеристики доплеровской рефлектометрии. 3.4. Влияние многократного рассеяния назад на работу флуктуационного рефлектометра. 3.5. Экспериментальное проявление нелинейного режима работы флуктуационного рефлектометра.

4. Заключение (1214).
- Список литературы (1215).

1. Введение

В высокотемпературной плазме термоядерных установок может развиваться целый ряд вызываемых неоднородностью плотности и температуры неустойчивостей, приводящих к возбуждению дрейфовых волн. В результате развития этих дрейфовых неустойчивостей генерируется широкий спектр осцилляций потенциала плазмы и связанных с ними возмущений плотности и вихревых течений, т.е. плазменная турбулентность. Образование скопления вихрей приводит к конвективному перемешиванию плазмы с характерным пространственным масштабом, превосходящим размер орбит частиц в магнитном поле, с корреляционным временем, которое существенно меньше столкновительного, что в результате вызывает аномально большой перенос частиц и тепла в направлении, поперечном по отношению к внешнему магнитному полю.

Аномальный, т.е. турбулентный, перенос энергии является критическим обстоятельством, ставящим под вопрос успешное осуществление управляемой термоядерной реакции на международном экспериментальном токамаке-реакторе ИТЭР. Именно поэтому одним из важнейших направлений исследований в рамках программы управляемого термоядерного синтеза являются изучение и оптимизация турбулентных транспортных процессов,

Е.З. Гусаков, А.Ю. Попов
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
ул. Политехническая 26, 194021 Санкт-Петербург,
Российская Федерация
E-mail: evgeniy.gusakov@mail.ioffe.ru, a.popov@mail.ioffe.ru

Статья поступила 25 декабря 2019 г.,
после доработки 5 июля 2020 г.

разработка возможных сценариев перехода плазмы в режим улучшенного удержания, в котором турбулентный перенос существенно подавлен.

Для диагностики и исследования неустойчивостей и микротурбулентности необходимы адекватные экспериментальные методы. Если в пристеночной области токамака наиболее эффективны зондовые измерения, то для диагностики турбулентности во внутренних областях плазмы применяют весьма изощрённые подходы, которые основаны, в частности, на анализе флуктуаций собственного излучения плазмы или на измерении сигналов коллективного рассеяния зондирующего сверхвысокочастотного (СВЧ) излучения в плазменном объёме, причём нередко с использованием частот, близких к характерным плазменным.

В настоящее время наиболее распространённым активным методом диагностики флуктуаций плотности плазмы и скорости их полоидального вращения является флуктуационная рефлектометрия (ФР) [1]. По сути, этот подход представляет собой развитие классической рефлектометрической диагностики [2], в основе которой лежит явление отражения электромагнитной волны от области непрозрачности. Положение границы области непрозрачности (так называемой поверхности отсечки) зависит от частоты зондирующего сигнала и параметров плазмы на этой поверхности. Поскольку зондирующий пучок распространяется в плазме, в которой имеются флуктуации, в регистрируемом сигнале всегда присутствует случайная составляющая, содержащая информацию о флуктуациях плотности плазмы, что может быть использовано для их диагностики.

Эта диагностика привлекла к себе внимание благодаря таким своим достоинствам, как необходимость только одного доступа к плазме и сравнительно невысокая стоимость микроволновой техники. Изначально интерпретация данных рефлектометрических измерений основывалась на предположениях о линейном характере рассеяния зондирующей СВЧ-волны и о локализации измерений положением её отсечки. В окрестности отсечки применительно к зондирующей волне нарушается приближение геометрической оптики, её групповая скорость уменьшается до нуля, а локальная длина волны и амплитуда увеличиваются. В результате возрастает вероятность рассеяния волны в этой области на длинноволновых дрейфовых флуктуациях, которые, как правило, доминируют в спектре турбулентности [3–5].

Однако подобный интуитивный подход, основанный на численном анализе сигналов рассеяния на регулярных возмущениях плотности [6], оставлял открытым вопрос о длине волны флуктуаций, приводящих к рассеянию, и не позволял однозначно объяснить экспериментальные данные, полученные на разных установках. Это послужило толчком для теоретического анализа режимов работы диагностики и поиска строго обоснованных методов интерпретации измерений. В частности, в работах [7, 8] было отмечено, что трактовка результатов измерений при линейном характере рассеяния зондирующей волны осложнена из-за доминирующего вклада в рефлектометрический сигнал слабо локализованного малоуглового рассеяния на всей трассе распространения волны, снижающего локальность диагностики и ведущего к существенной переоценке радиальной корреляционной длины турбулентности. Это в свою очередь потребовало вернуться к классической задаче о распространении элект-

ромагнитной волны в пространственно неоднородной плазме при наличии области непрозрачности, рассмотренной в 1940-х годах В.Л. Гинзбургом [9], однако с учётом присутствия в плазме низкочастотных флуктуаций.

К сожалению, использование подходов, развитых в предыдущие десятилетия для статистического описания распространения радиоволн в турбулентной среде В.И. Татарским, С.М. Рютовым, Ю.А. Кравцовым, В.И. Клячкиным и др. [10–12], в случае присутствия особенностей для распространяющихся волн, приводящих к их сильной рефракции, не всегда представляется возможным. По этой причине для решения сугубо прикладной задачи описания широко распространённого диагностического метода было развито новое направление электродинамики — теория рассеяния микроволновых пучков в турбулентной сильно рефракгирующей плазме. Были проанализированы как аналитически, так и численно различные режимы рассеяния зондирующих волн. Найдены критерии, при выполнении которых рассеяние происходит в линейном или в нелинейном по амплитуде рассеивающих волн режимах. В первом случае амплитуда рассеянного сигнала адекватно описывается в рамках борновского приближения [13]. В случае многократного рассеяния на всей трассе распространения зондирующего пучка вместо стандартного и рутинного суммирования рядов Дайсона [14] использовались оригинальные подходы, которые позволили аналитически описать многократное слаболокализованное малоугловое рассеяние и многократное рассеяние назад зондирующих волн. Основные закономерности многократного рассеяния изложены в работах [15–18], а предсказания теории широко используются в настоящее время для интерпретации многочисленных разновидностей флуктуационной рефлектометрии.

Следует отметить, что обсуждаемая в настоящей статье задача является не единственной, в которой так ярко проявляется влияние особенностей распространения электромагнитных волн в окрестности особых точек в диспергирующей неоднородной плазме, где нарушается приближение геометрической оптики, на физические нюансы процесса рассеяния [19, 20]. К задачам такого рода относятся также задачи о рассеянии в окрестности точек поляризационного вырождения, где совпадают волновые числа различных собственных мод. В частности, большой теоретический интерес вызывает задача рассеяния СВЧ-волн в окрестности верхнего гибридного резонанса, где происходят их замедление вплоть до остановки и линейная трансформация из электромагнитной моды в электростатическую, т.е. возбуждение продольных колебаний [21–30]. Поскольку в окрестности этой особой точки значительно возрастает амплитуда зондирующей волны, процесс рассеяния в данной области оказывается усиленным и локальным. Эти свойства широко используются для диагностики неустойчивостей и турбулентности плазмы (так называемой диагностики усиленного рассеяния) в линейных и тороидальных устройствах её удержания [31–35]. В последнее время активно ведётся анализ особенностей рассеяния СВЧ-волн в турбулентной плазме в окрестности точек поляризационного вырождения нормальных мод "холодной" плазмы [36–38].

Вышеперечисленные актуальные задачи выходят за рамки настоящей статьи, в которой мы остановимся прежде всего на основных теоретических результатах анализа распространения сильно рефракгирующих СВЧ-

волн в турбулентной неоднородной плазме в окрестности точек отсечки. В частности, мы изложим теорию расчёта амплитуды рассеянного сигнала в случае линейного режима рассеяния [8, 39], которое адекватно описывается в рамках борновского приближения. Затем обсудим особенности описания многократного малоуглового рассеяния зондирующей волны и его последствия для результатов измерений амплитуды рассеяния [15, 16]. Далее мы остановимся на возможности аналитического описания в замкнутой форме многократного брэгговского рассеяния назад и на ограничениях рефлектометрической диагностики при измерении профиля плотности плазмы в термоядерных установках [18].

Основываясь на результатах теоретического анализа режимов рассеяния СВЧ-волны в неоднородной турбулентной плазме, мы обсудим основные схемы флуктуационной рефлектометрии, такие как радиальная корреляционная рефлектометрия и доплеровская рефлектометрия, возможные методы интерпретации экспериментальных данных и экспериментальные подходы с использованием рефлектометрической диагностики, улучшающие локальность измерений и разрешение по волновым векторам флуктуаций.

2. Линейный режим рассеяния СВЧ-волны в неоднородной плазме в области с сильной рефракцией

Рассмотрим распространение СВЧ-волны в одномерно неоднородной магнитоактивной плазме при наличии поверхности отсечки. Введём прямоугольную систему координат (x, y, z) , которую и будем использовать в дальнейшем. Координата x ориентирована вдоль направления неоднородности профиля плотности электронов $n_e(x)$, а координата z — вдоль внешнего магнитного поля. Далее будем иметь в виду, что как плотность плазмы, так и её флуктуации являются квазиоднородными вдоль по магнитному полю. Последнее обстоятельство приводит к следующему. Основной вклад в отражённый сигнал, который регистрируется приёмной антенной, расположенной рядом с передающей, вносит лишь компонента зондирующего излучения, распространяющаяся квазиперпендикулярно к магнитному полю. Это позволяет рассматривать распространение зондирующей и рассеянной волн в двумерной геометрии. Электрическое поле монохроматической электромагнитной волны на частоте ω , распространяющейся перпендикулярно внешнему магнитному полю, является решением следующего волнового уравнения:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(N^2(x, \omega) - h \frac{\delta n(\mathbf{r}, t)}{n_c} \right) \right] E = 0, \quad (1)$$

где $n_c = m_e \omega^2 / (4\pi e^2)$ — значение критической концентрации для волны на частоте ω , c — скорость света, m_e , e — масса и заряд электрона, $\mathbf{r} = x, y$, δn — низкочастотные (дрейфовые) флуктуации плотности с характерными частотами Ω , которые много меньше частоты зондирующей волны, $\Omega \ll \omega$,

$$\delta n(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega \delta n(\mathbf{r}, \Omega) \exp(-i\Omega t).$$

При предположении о статистической стационарности и статистической однородности флуктуации плотности

характеризуются двухточечной корреляционной функцией, зависящей только от разности аргументов.

Уравнение (1) описывает поле волны как с обыкновенной, так и с необыкновенной поляризацией, распространяющейся поперечно внешнему магнитному полю в турбулентной плазме. В случае волны с обыкновенной поляризацией поле E в уравнении (1) соответствует параллельной удерживающему магнитному полю компоненте электрического поля $E = E_z$. При этом квадрат показателя преломления обыкновенной волны и безразмерный коэффициент h имеют вид

$$N^2 = N_o^2 = \eta, \quad h = h_o = 1. \quad (2)$$

В случае необыкновенной волны $E = E_y$ — это компонента электрического поля, которая перпендикулярна как внешнему магнитному полю, так и направлению неоднородности плазмы x . Соответствующие коэффициенты уравнения имеют вид

$$N^2 = N_{ex}^2 = \varepsilon - \frac{g^2}{\varepsilon}, \quad h_{ex} = \frac{(\omega^2 - 2\omega_{pe}^2)(\omega^2 - \omega_{ce}^2) + \omega_{pe}^4}{(\omega^2 - \omega_{uh}^2)^2}. \quad (3)$$

В выражениях (2) и (3) мы использовали следующие обозначения компонент тензора диэлектрической проницаемости "холодной" плазмы [40]:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pe}^2(x)}{\omega^2 - \omega_{ce}^2(x)}, \quad g = -\frac{|\omega_c|}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2(x)}{\omega^2 - \omega_{ce}^2(x)},$$

$$\eta = 1 - \frac{\omega_{pe}^2(x)}{\omega^2},$$

ω_{pe} , ω_{ce} , ω_{uh} — электронная плазменная, электронная циклотронная и верхнегибридная частоты соответственно,

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}}, \quad \omega_{ce} = \frac{|e|H}{m_e c}, \quad \omega_{uh} = \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2}.$$

Учитывая, что радиус корреляции флуктуаций плотности вдоль магнитного поля много больше типичных масштабов, характеризующих поведение СВЧ-волны вдоль координаты z , таких как радиус пучка w и масштаб его дифракционной расходимости, мы можем представить корреляционную функцию флуктуаций плотности $\langle \delta n(\mathbf{r}, \Omega) \delta n^*(\mathbf{r}', \Omega') \rangle$ как преобразование Фурье от двумерного спектра флуктуаций $\tilde{n}^2(\kappa, q, \Omega)$ по поперечным волновым числам и частоте:

$$\langle \delta n(\mathbf{r}, \Omega) \delta n^*(\mathbf{r}', \Omega') \rangle = \frac{1}{2\pi} \delta(\Omega - \Omega') \delta n^2 \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa dq \exp[i\kappa(x - x') + iq(y - y')] \tilde{n}^2(\kappa, q, \Omega),$$

где $\delta(\Omega - \Omega')$ — дельта-функция, δn^2 — средний квадрат амплитуды флуктуаций плотности.

В зависимости от уровня флуктуаций плотности уравнение (1) можно решать разными приближёнными методами. При небольшом уровне флуктуаций (критерий будет приведён ниже) разумно воспользоваться теорией возмущений. На первом шаге этого приближения мы положим $\delta n(\mathbf{r}, \Omega) = 0$ и будем считать частоту зондирующей волны равной ω_0 , что сводит уравнение (1) к урав-

нению Гельмгольца

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\omega_0^2}{c^2} N^2(x, \omega_0) \right) E = 0. \quad (4)$$

Учитывая однородность плазмы вдоль координаты y , с помощью метода Фурье можно представить решение уравнения (4) в виде

$$E(x, y) = \sqrt{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_y}{2\pi} f(k_y) \exp(ik_y y) W(x, k_y), \quad (5)$$

где P_0 — мощность сигнала, $f(k_y)$ — одномерная диаграмма направленности зондирующей антенны, расположенной в начале координат, форму которой мы считаем гауссовой,

$$f(k_y) = \sqrt{2\sqrt{\pi}w} \exp \left[-\frac{(k_y - K)^2 w^2}{2} \right]. \quad (6)$$

Последнее предположение является обычным для экспериментов по рефлектометрической диагностике флуктуаций плазмы. В (6) мы использовали следующие обозначения: $2w$ — диаметр зондирующего пучка, $K = k_0 \sin \vartheta$, ϑ — угол наклона антенны по отношению к направлению неоднородности в плоскости, перпендикулярной вектору магнитного поля; $k_0 = \omega_0/c$ — вакуумное волновое число. В случаях, типичных для рефлектометрических экспериментов, разумным является предположение, что квадрат показателя преломления представляет собой линейную функцию координаты: $N^2(x, \omega_0) = 1 - x/L_0$, где $L_0 = L(\omega_0)$ — характеризующий степень неоднородности плазмы масштаб, равный расстоянию от границы плазмы до положения критической поверхности (поверхности отсечки), функция W выражается через интегральное представление функции Эйри,

$$W(x, k_y) = \sqrt{\frac{8k_0\ell}{c}} \exp \left(i \int_0^L k_x(x, k_y) dx - i \frac{\pi}{4} \right) \times \\ \times \exp \left\{ i \int_{-\infty}^{\infty} dp \left[\frac{p^3}{3} - p \left(\frac{L(k_y) - x}{L_0} \right) \right] \right\},$$

где $\ell = (L_0/k_0^2)^{1/3}$ — эйривская длина, определяющая максимальный масштаб изменения поля вблизи отсечки,

$$k_x(x, k_y) = k_0 \sqrt{N^2(x, \omega_0) - \frac{k_y^2}{k_0^2}}. \quad (7)$$

В случае линейного профиля плотности волновое число (7) принимает вид

$$k_x(x, k_y) = k_0 \sqrt{\frac{L(k_y) - x}{L_0}},$$

где $L(k_y) = L_0(1 - k_y^2/k_0^2)$ — положение точки отражения для парциальной волны с волновым числом k_y . Решение (5), которое описывает пучок СВЧ-волн, излучаемых антенной с диаграммой направленности (6), является обобщением решения, найденного В.Л. Гинзбургом в рамках одномерной задачи, для двумерного случая.

В присутствии флуктуаций, если их амплитуда является малой и удовлетворяет следующему предельному соотношению (подробное обсуждение этого критерия

дано в разделе 3):

$$\frac{\delta n^2(L_0)}{n_c^2} \ll \left(\sqrt{\pi} l_{cx} L_0 k_0^2 \ln \frac{L_0}{l_{cx}} \right)^{-1}, \quad (8)$$

амплитуда рассеянного сигнала, принимаемого зондирующей антенной или расположенной непосредственно рядом с ней антенной, обладающей такой же диаграммой направленности (6), может быть получена в следующем, линейном по амплитуде флуктуаций плотности, борновском приближении с помощью электродинамической теоремы взаимности [40] в виде, предложенном в работе [41]:

$$A_s(\omega_s) = \frac{1}{4} \int_V \mathbf{j}_s(\omega_s, \mathbf{r}) \mathbf{E}^+(\omega_s, \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (9)$$

где интегрирование проводится по всему объёму плазмы V , $\omega_s = \omega_0 + \Omega$ — частота рассеянной волны. Выражение (9) имеет прозрачный физический смысл. Оно связывает вклад данной точки $\mathbf{r}$ в процесс формирования сигнала излучения, вызываемого плотностью тока $\mathbf{j}_s(\omega_s, \mathbf{r})$, со способностью приёмной антенны, если она работает в режиме передачи и генерирует пучок единичной мощности с электрическим полем $\mathbf{E}^+$, осветить эту точку $\mathbf{r}$ равновесной плазмы (без флуктуаций плотности), удерживаемой магнитным полем, направление которого инвертировано. Требование инверсии направления магнитного поля связано с гиротропией плазмы и встречается в свойствах симметрии всех функций отклика магнитоактивной плазмы [42, 43]. К функциям отклика, например, относятся тензоры проводимости, диэлектрической проницаемости, а также восприимчивость среды.

В задаче рассеяния плотность тока $\mathbf{j}_s$ задаётся билинейной плотностью тока, который генерируется при взаимодействии зондирующей волны и низкочастотных флуктуаций плотности. В длинноволновом пределе плотность тока с учётом низкочастотности её флуктуаций можно представить в виде

$$\mathbf{j}_s(\omega_s) = -|e| \delta n(\mathbf{r}, \Omega) \mathbf{u}(\omega_0), \quad (10)$$

где $u_j(\omega_0) = -\sigma_{jk} E_k(\omega_0, \mathbf{r}) / (|e|n)$ — осцилляторная скорость электронов в поле зондирующей волны, σ_{jk} — линейный тензор проводимости магнитоактивной плазмы. Отметим, что в случае зондирующей волны с обыкновенной поляризацией плотность тока (10) имеет только компоненту $\mathbf{j}_s(\omega_s) = j_s(\omega_s) \mathbf{e}_z$, параллельную внешнему магнитному полю, с амплитудой

$$j_s(\omega_s) = i \sqrt{P_0} \frac{|e|^2}{4m_e \omega_0} \delta n(\mathbf{r}, \Omega) E(\omega_0). \quad (11)$$

Подставив (10) в выражение (9), получим

$$A_s = A(\omega_s) = \frac{\sqrt{P_0}}{4} \int_V \frac{\delta n(\mathbf{r}, \Omega)}{n} \sigma_{jk} E_k(\omega_0, \mathbf{r}) E_j^+(\omega_s, \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (12)$$

где амплитуда электрического поля определяется выражением (5).

Анализируя выражение (12), можно сделать вывод о том, что в сигнале рассеяния можно ожидать доминирования вклада тех областей плазменного объёма, в которых одновременно возрастают амплитуды волн на частотах зондирующей волны ω_0 и волны рассеяния $\omega_s \approx \omega_0$. Именно к таким областям относится отсечка

зондирующей волны (или область её отражения), где уменьшаются групповые скорости и, соответственно, возрастают амплитуды зондирующей и рассеянной волн.

2.1. Амплитуда сигнала рассеяния в одномерном случае

Начнём анализ со случая зондирующего пучка волн с обыкновенной поляризацией. Будем считать, что пучок распространяется строго вдоль направления неоднородности, т.е. $K = 0$, и поверхность отсечки этих волн находится в ближней зоне антенны. Кроме того, предположим, что ширина пучка w существенно превосходит корреляционную длину турбулентности в поперечном направлении l_{cy} , тогда вклад в сигнал рассеяния вносят лишь флуктуации плотности, однородные по координате y . Эти предположения позволяют свести двумерную задачу к одномерной. Подставляя (5) в (12), после несложных аналитических выкладок мы можем свести многократный интеграл к однократному интегралу

$$A_s(\omega_0 - \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa}{2\pi} C(\kappa) \frac{\delta n(\kappa, 0, \Omega)}{n_c}, \quad (13)$$

где δn — фурье-компонента флуктуаций плотности на частоте Ω ,

$$\delta n(\kappa, q, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dx dy \delta n(\mathbf{r}, \Omega) \exp[-i(\kappa x + qy)].$$

В интеграле (13) зависимость эффективности рассеяния $C(\kappa)$ от радиального волнового числа флуктуаций задаётся выражением

$$C(\kappa) = \frac{\sqrt{P_0} k_0^2}{8\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i \frac{u^3}{12} - i \frac{L_0}{\ell} u + i \frac{\pi}{4}\right) \frac{du}{\sqrt{u(u + \kappa \ell)}}, \quad (14)$$

где контур интегрирования обходит точку ветвления $u = 0$ и полюс $u = -\kappa \ell$ сверху. Как правило, масштаб неоднородности плазмы много больше вакуумной длины волны зондирующего излучения и, соответственно, существенно больше эйриевской длины, $L_0/\ell \gg 1$. В этом случае основной вклад в интеграл вносят: полюс $u = -\kappa \ell$, описывающий резонансное рассеяние при выполнении условия Брэгга $\kappa = 2k(x)$, точки перевала $u = \pm 2\sqrt{L_0/\ell}$, ответственные за рассеяние на границе плазмы, где в нашей модели скачком изменяется амплитуда флуктуаций; а также точка ветвления, наряду с полюсом вносящая вклад в формирование сигнала слаболокализованного малоуглового рассеяния. Пренебрегая малым вкладом границы плазмы и учитывая вклады только полюса и точки ветвления, мы можем представить интеграл (14) в следующем виде [8, 39]:

$$C(\kappa) = \frac{\sqrt{P_0}}{8\pi^{3/2}} k_0^2 \exp(i\kappa L_0) \begin{cases} C_{sw}, & 1 \ll |\kappa| \ell < 2k_0 \ell, \\ C_{LW}, & |\kappa| \ell \ll 1, \end{cases}$$

где функция

$$C_{sw} = \frac{2\pi}{\sqrt{\kappa \ell}} \exp\left[-i \frac{(\kappa \ell)^3}{12}\right] \quad (15)$$

описывает сигнал рассеяния назад, который возрастает при уменьшении волнового числа флуктуаций как $1/\sqrt{\kappa}$, что объясняется приближением при этом точки рассея-

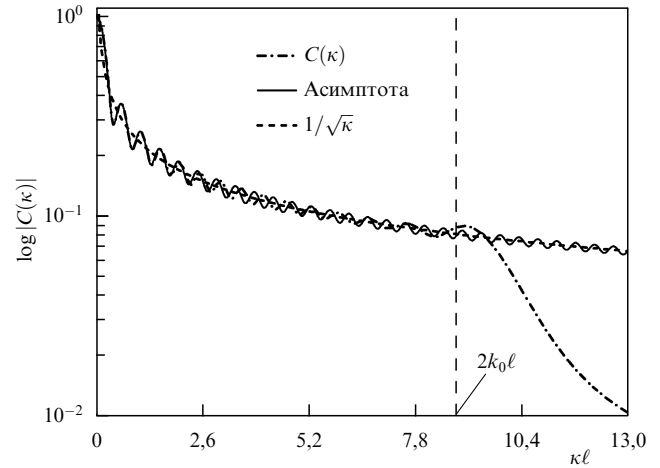


Рис. 1. Сравнение результатов численного интегрирования выражения (14) ($L_0 = 8$ см, $\ell = 0,464$ см, $f_0 = 45$ ГГц), асимптотических выражений (15) и зависимости $1/\sqrt{\kappa}$ при больших волновых числах флуктуаций, т.е. $\kappa \approx 2k_0$. Вертикальная штриховая линия — удвоенный вакуумный волновой вектор $\kappa = 2k_0$.

ния, в которой выполнено условие Брэгга, к отсечке и возрастанием в данной области поля зондирующей волны [44].

Вклад рассеяния на длинноволновых флуктуациях, $|\kappa| \ell \ll 1$, в объёме плазмы описывается функцией

$$C_{LW} = -\frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{\kappa \ell}} \operatorname{erf}(\sqrt{i\kappa L_0}), \quad (16)$$

где $\operatorname{erf}(\dots)$ — функция ошибок. Отметим, что выражение (16) может быть упрощено с учётом асимптотического представления функции ошибок в двух предельных случаях. Таким образом, асимптотики эффективности рассеяния (16) имеют следующий вид:

$$C_{LW} = -\frac{2\pi}{\sqrt{\kappa \ell}}, \quad 1 \ll |\kappa| L_0 < 2k_0 L_0, \quad (17)$$

$$C_{LW} = -4\sqrt{\pi} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) \sqrt{\frac{L_0}{\ell}}, \quad |\kappa| L_0 \ll 1. \quad (18)$$

Как можно увидеть из выражения (17), вопреки утверждениям работы [44] сингулярное поведение эффективности рассеяния вида $1/\sqrt{\kappa}$ не насыщается при волновых числах порядка обратного эйриевского масштаба. В области меньших волновых чисел ($|\kappa| \ll \ell^{-1}$) оно отвечает вкладу слаболокализованного малоуглового рассеяния на всей трассе распространения зондирующей волны и насыщается только при волновых числах флуктуаций, удовлетворяющих неравенству $\kappa L_0 \ll 1$ (см. (18)). На рисунках 1 и 2 проведено сравнение результатов численного расчёта для параметров $L_0 = 8$ см, $\ell = 0,464$ см, $f_0 = 45$ ГГц, аналитических выражений (18) и асимптотической зависимости $1/\sqrt{\kappa}$. Рисунок 1 иллюстрирует зависимости для больших волновых чисел флуктуаций, т.е. при $\kappa \approx 2k_0$. Видно, что асимптотическое выражение адекватно описывает зависимость, полученную численно, в тех пределах, где оно применимо. Обе зависимости, как асимптотическая, так и полученная численно, хорошо описываются функцией $1/\sqrt{\kappa}$. Для волновых чисел флуктуаций, больших удвоенного вакуумного волнового числа $\kappa = 2k_0$, не может быть вы-

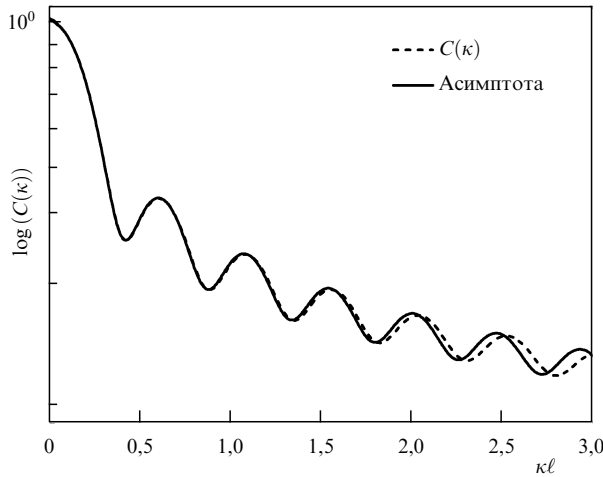


Рис. 2. Сравнение результатов численного интегрирования выражения (14) ($L_0 = 8$ см, $\ell = 0,464$ см, $f_0 = 45$ ГГц) и асимптотического выражения (18); $0 < \kappa\ell < 3$.

полнено условие Брэгга рассеяния назад зондирующей волны $\kappa = 2k_x(x, 0)$. Тогда асимптотические выражения перестают быть корректными. Этот вывод согласуется с результатами численных полноволновых расчётов распространения зондирующей волны в турбулентной плазме [45].

Рисунок 2 иллюстрирует насыщение сингулярной зависимости подынтегрального выражения в (14) для малых волновых чисел, $|\kappa| \ll 1/L_0$. Хотя при $|\kappa|\ell \approx 1$, т.е. в промежуточном диапазоне волновых чисел, простой асимптотической формулы для $C(\kappa)$ не существует, численное интегрирование (14) показывает, что асимптотика (16) и в этой области продолжает неплохо описывать точную зависимость.

2.2. Амплитуда сигнала рассеяния в двумерном случае

Во многих случаях, например, при анализе распространения узких или наклонных волновых пучков, а также когда точка отражения зондирующей волны расположена в дальней зоне антенны, рассмотренная в разделе 2.1 одномерная модель оказывается неприменимой. Тем не менее, поскольку в термоядерных установках с магнитным удержанием плазмы как сама квазиравновесная плазма, так и низкочастотная плазменная турбулентность практически однородны в направлении магнитного поля, вполне реалистичной для описания процессов рассеяния в окрестности области отражения зондирующей волны оказывается двумерная модель, которую мы рассматриваем в этом разделе.

2.2.1. Произвольный профиль плотности плазмы. Вначале рассмотрим случай произвольного (но плавного в геометрико-оптическом смысле) профиля плотности плазмы. При этом функция W , фигурирующая в формуле (3), в приближении Вентцеля – Крамерса – Бриллюэна (ВКБ) имеет вид

$$W(x, k_y) = \sqrt{\frac{2\pi\omega}{c^2 k_x(x, k_y)}} \exp \left[i \int_0^{L(k_y)} k_x(x', k_y) dx' - i \frac{\pi}{4} \right] \times \cos \left[\frac{\pi}{4} - \int_x^{L(k_y)} k_x(x', k_y) dx' \right]. \quad (19)$$

Как и в одномерном случае, подставим выражения (5) для амплитуд взаимодействующих волн в выражение для амплитуды сигнала рассеяния (12), что в итоге приводит к следующему выражению [8, 46, 47]:

$$A_s(\omega_0 - \Omega) = i \frac{\pi e^2}{m_e \omega_0} \sqrt{P_0} \iiint \frac{dk_x dk_y dq}{(2\pi)^3} \frac{\delta n(\kappa, q, \Omega)}{n_c} \times f(k_y) f(-q - k_y) C(\kappa, q, k_y). \quad (20)$$

Эффективность рассеяния C при геометрико-оптическом описании (метод ВКБ) падающей и рассеянной волны [40] имеет вид

$$C(\kappa, q, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} dx W(x, k_y) W(x, -k_y - q) \exp(i\kappa x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{k_x(x, k_y) k_x(x, -k_y - q)}} \times \sum_{m, n=\pm 1} \exp \left(i\Psi_{mn} - i \frac{m+n}{4} \pi \right), \quad (21)$$

$$\Psi_{mn} = \kappa x + m\phi(x, k_y) + n\phi(x, -k_y - q) + \phi(0, k_y) + \phi(0, -k_y - q),$$

$\phi(x, k_y) = \int_x^{L(k_y)} k_x(\xi, k_y) d\xi$ — текущая фаза волны. Наименьшие вклады в однократный интеграл (21) вносят окрестности точек стационарной фазы x_* [48], найденных из уравнения

$$\left. \frac{d\Psi_{mn}}{dx} \right|_{x_*} = \kappa - m k_x(x_*, k_y) - n k_x(x_*, -k_y - q) = 0.$$

Разные знаки коэффициентов m и n отвечают рассеянию вперёд, одинаковые знаки этих коэффициентов, $m = n$, — рассеянию назад. Значения $m = \mp 1$ отвечают рассеянию зондирующей волны до и после точки отражения соответственно. Для волны с конечным значением волнового числа k_y рассеяние назад в окрестности точки поворота (отсечки), т.е. $L(k_y)$, и рассеяние вперёд вдали от неё на одних и тех же флуктуациях невозможно. Это позволяет разделить вклады от этих событий и, учитывая, что

$$\frac{d^2 \Psi_{mn}(x_*)}{dx^2} = -m \frac{dk_x(x_*, k_y)}{dx} - n \frac{dk_x(x_*, -k_y - q)}{dx},$$

представить эффективность рассеяния в виде

$$C = 2 \sqrt{\frac{\pi \ell^3}{|\kappa|}} \exp \left[i\Psi(x_*) + i \frac{\pi}{4} \operatorname{sgn}(mn\kappa) \right], \quad (22)$$

где $\ell = |dk_x^2/dx|_{x_*}^{-1/3}$ — локальный эйриевский масштаб в точке рассеяния x_* . С учётом выражения (22) амплитуда сигнала рассеяния принимает следующий вид:

$$A_s(\omega_0 - \Omega) = 4\pi^{3/2} \frac{e^2}{m_e c^2} \sqrt{P_0} \iiint \frac{dk_x dk_y dq}{(2\pi)^3} \frac{\delta n(\kappa, q, \Omega)}{n_c} \times f(k_y) f(-q - k_y) \sqrt{\frac{\pi \ell^3}{|\kappa| - i\delta}} \exp(i\Psi(x_*)), \quad (23)$$

где $\delta > 0$ определяет обход точки особенности. Далее выполним интегрирование в многократном интеграле (23) по компоненте волнового вектора k_y с помощью метода перевала [48]. Для того чтобы найти положение

точки перевала в явном виде, воспользуемся параксиальным приближением. Предположим, что для диаграммы направленности зондирующей и приёмной антенн выполняется, как это обычно имеет место для условий экспериментов с использованием доплеровской рефлектометрии, следующее предельное соотношение: $(k_y - K) \ll \omega_0/c$. В этом случае радиальное волновое число можно приближённо представить в виде

$$k_x(x, k_y) \simeq k_x(x, K) - \frac{k_y^2 - K^2}{2k_x(x, K)}. \quad (24)$$

Кроме того, будем считать диаграмму направленности антенны гауссовой (4), что позволяет получить общее выражение для амплитуды сигнала рассеяния, справедливое при расположении точки отражения как в дальней, так и ближней зоне антенны. При этом положение точки перевала задаётся выражением

$$k_y^* = -\frac{q}{2} \frac{A(0) + nA(x_*) - iw^2}{A(0) + A(x_*)(m+n)/2 - iw^2}, \quad (25)$$

где

$$A(x) = \int_x^{L(K)} \frac{d\xi}{k_x(\xi, K)}.$$

Используя это выражение, найдём амплитуду сигнала рассеяния

$$\begin{aligned} A_s(\omega_0 - \Omega) &= 2\pi \frac{e^2}{m_e c^2} \sqrt{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk dq}{(2\pi)^2} \frac{\delta n(k, q, \Omega)}{n_c} \times \\ &\times f(k_y^*) f(-q - k_y^*) \sqrt{\frac{\ell^3}{|k| - i\delta}} \times \\ &\times \frac{\exp(i\Psi(x_*, k_y^*))}{\left(w^2 - \frac{i}{2} \frac{d^2 \Psi(x_*, k_y)}{dk_y^2} \Big|_{k_y=k_y^*}\right)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (26)$$

Отметим, что полученное выражение, представляющее собой интеграл от вкладов в сигнал рассеяния флуктуаций с различным пространственным масштабом, так же как и его одномерный аналог (14), (15), имеет сингулярность при радиальном волновом числе флуктуаций, равном нулю. Эта сингулярность формально может быть связана как с использованием ВКБ-приближения в формуле (19), так и с ограничениями применимости метода перевала.

2.2.2. Линейный профиль плотности плазмы. Для того чтобы обойти ограничения приближений, принятых в разделе 2.2.1, используем точное решение уравнения (2) при линейном профиле невозмущённой плазмы $n = n_c x/L_0$. В этом случае радиальное распределение поля зондирующей волны, имеющей частоту ω_0 , описывается формулой (5), в которой функция W выражается через интегральное представление функции Эйри:

$$\begin{aligned} W(x, k_y) &= \sqrt{\frac{8\omega\ell}{c^2}} \exp \left[i \int_0^{L(k_y)} k_x(x', k_y) dx' - i \frac{\pi}{4} \right] \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[i \frac{p^3}{3} + i \frac{x - L(k_y)}{\ell} p \right] dp. \end{aligned}$$

Следуя работе [8], подставим (5) в выражение (12), определяющее амплитуду сигнала рассеяния, и получим

$$\begin{aligned} A_s(\omega_0 - \Omega) &= \frac{e^2 \ell^2}{m_e c^2} \sqrt{P_0} \iiint \frac{dk dk_y dq}{(2\pi)^3} \frac{\delta n(k, q, \Omega)}{n_c} \times \\ &\times f(k_y) f(q - k_y) C(k, q, k_y) \exp(i\Psi), \end{aligned} \quad (27)$$

где Ψ — фаза рассеянной волны, которая в параксиальном приближении (т.е. при выполнении неравенств $|k_y|, |q - k_y| \ll \omega_0/c$) имеет вид

$$\Psi \simeq \frac{4}{3} k_0 L_0 - \frac{L_0}{k_0} [k_y^2 + (q - k_y)^2] + \frac{L_0}{2k_0^3} [k_y^4 + (q - k_y)^4],$$

учтено также, что $\omega_s = \omega_0 - \Omega \simeq \omega_0$. Соответственно, эффективность рассеяния $C(k, q, k_y)$ выражается как

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{i \frac{\pi}{\beta}} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{1}{(\xi - 1 + i\epsilon)\sqrt{\xi + i\epsilon}} \times \\ &\times \exp \left\{ i \left[\frac{\beta^3}{12} \xi^3 - \frac{\beta\sigma}{2} \xi - \frac{\delta}{4\beta} \xi^{-1} - (\xi - 1)s \right] \right\}. \end{aligned} \quad (28)$$

В выражении (28) использованы обозначения: $\beta = \kappa\ell$, $\sigma = -[k_y^2 + (q - k_y)^2]\ell^2$, $s = \kappa L(k_y)$, $\delta = q^2(q - 2k_y)^2\ell^4$.

Как и в одномерном случае, основной вклад в эффективность рассеяния (28) вносят полюс $\xi = 1$, точка ветвления $\xi = 0$ и точки перевала. В случае коротковолновых флуктуаций, удовлетворяющих условию $\kappa L_0 \gg 1$, значение интеграла (28) определяется вычетом в полюсе. Эффективность рассеяния при этом даётся выражением, которое можно получить и из ВКБ-анализа, проведённого нами выше [8],

$$C = -2\pi \sqrt{i \frac{\pi}{\beta}} \exp \left[i \left(\frac{\beta^3}{12} - \frac{\beta\sigma}{2} - \frac{\delta}{4\beta} \right) \right]. \quad (29)$$

Отметим, что сингулярность эффективности при $\kappa \rightarrow 0$, как и в одномерном случае, насыщается не при $\kappa \sim 1/\ell$, а при $\kappa \sim 1/L_0$. Это означает, что она связана не с ограничением ВКБ-приближения, а с вкладом слабо локализованного малоуглового рассеяния на длинноволновых флуктуациях. При $\kappa = 0$ эффективность рассеяния имеет вид

$$C = -\frac{4\pi i}{(2k_y - q)q\ell^2} \sin \left[(2k_y - q)q\ell^2 \sqrt{\frac{L_0}{\ell}} \right],$$

а при $q = 0$ и $q = 2k_y$

$$C = -4\pi i \sqrt{\frac{L_0}{\ell}}.$$

Строго говоря, амплитуда сигнала рассеяния является случайной величиной, которая зависит от случайных реализаций флуктуаций плотности. Диагностическое значение в первую очередь имеет такая статистическая характеристика сигнала рассеяния, как его спектр. В разделе 2.3 мы обсудим различные разновидности флуктуационной рефлектометрии и покажем, какие характеристики турбулентности они помогают изучать.

2.3. Флуктуационная рефлектометрия.

Радиальная корреляционная рефлектометрия

2.3.1. Одномерный анализ. Существенным недостатком флуктуационной рефлектометрии как диагностики

является полное отсутствие разрешения по радиальным волновым числам исследуемых флуктуаций, что является обратной стороной такого её достоинства, как достаточность единственного доступа к плазме. Попытка преодолеть этот недостаток в эксперименте основана на представлении о высокой локальности этой диагностики, связанной с возрастанием поля зондирующей и рассеянной волн в окрестности точки отсечки. Это обстоятельство позволяет надеяться на то, что одновременное зондирование на двух частотах и корреляционный анализ измеренных сигналов рассеяния позволят получить информацию о радиальных корреляционных свойствах турбулентности, а следовательно, и о её спектре по радиальным волновым числам.

Рассмотрим кросскорреляционную функцию (ККФ) (Cross-Correlation Function, CCF) двух сигналов рассеяния, зарегистрированных при зондировании в двух близких частотных каналах,

$$2\pi\delta(\Omega - \Omega') \text{CCF} = \left\langle [A_s(\omega_0 + \Omega) - \langle A_s(\omega_0 + \Omega) \rangle] \times [A_s(\omega_1 + \Omega') - \langle A_s(\omega_1 + \Omega') \rangle]^* \right\rangle, \quad (30)$$

где $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по ансамблю реализаций низкочастотных флуктуаций, ω_0 и ω_1 — зондирующая и отстроенная от неё частоты. Подставляя (13), (14) в (30), в итоге мы получим следующее выражение:

$$\text{CCF} = \delta n^2 \int_{-\infty}^{\infty} |C(\kappa)|^2 \tilde{n}^2(\kappa, 0, \Omega) \exp[i\kappa(L_0 - L_1)] d\Omega d\kappa, \quad (31)$$

где $L_0 = L(\omega_0)$ и $L_1 = L(\omega_1)$ — положения отсечек для двух частот, отстроенных друг от друга на величину $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_1$. Расстояние между отсечками $\Delta L = L_0 - L_1 \simeq 2L_0\Delta\omega/\omega_0$ и

$$|C(\kappa)|^2 = \frac{P_0\sqrt{L_0L_1}}{4\pi^2} \frac{(\omega_0\omega_1)^2}{c^4} \frac{\text{erf}(\sqrt{i\kappa L_0}) \text{erf}^*(\sqrt{i\kappa L_1})}{|\kappa|}. \quad (32)$$

Выражение (32) может быть упрощено в двух предельных случаях, $1/L_0 \ll |\kappa| < 2k_0$ и $|\kappa| \ll L_0^{-1}$, с использованием выражений (17) и (18):

$$|C(\kappa)|^2 = \frac{P_0\sqrt{L_0L_1}}{16\pi} \frac{(\omega_0\omega_1)^2}{c^4} \frac{1}{|\kappa|}, \quad \frac{1}{L_0} \ll |\kappa| < 2k_0, \quad (33)$$

$$|C(\kappa)|^2 = \frac{P_0L_0L_1}{4\pi^2} \frac{(\omega_0\omega_1)^2}{c^4}, \quad |\kappa| \ll L_0^{-1}. \quad (34)$$

Обратная зависимость (33) от волнового числа $1/\kappa$ описывает доминирующий вклад малоуглового рассеяния на длинноволновых флуктуациях в формирование корреляционной функции сигналов рассеяния. Используя выражение (32), окончательно получим

$$\text{CCF}(\Delta\omega) = D \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Omega d\kappa}{|\kappa|} \tilde{n}^2(\kappa, 0, \Omega) \exp\left(i2\kappa L_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) \times \text{erf}(\sqrt{i\kappa L_0}) \text{erf}^*(\sqrt{i\kappa L_1}), \quad (35)$$

где $D = P_0/(16\pi)\delta n^2\sqrt{L_0L_1}(\omega_0\omega_1)^2/c^4$. Как следует из выражения (35), зависимость ККФ от сдвига частот $\Delta\omega$ очень слабая, логарифмическая [15],

$$\text{CCF}(\Delta\omega) \sim \tilde{n}^2(0, 0, \Omega) \ln\left(\frac{\omega_0}{\Delta\omega}\right),$$

что связано с доминирующим вкладом длинноволновых флуктуаций, ответственных за малоугловое рассеяние [49]. Выражения (31) и (35) демонстрируют принципиальную связь экспериментально определённой кросскорреляционной функции сигналов рассеяния с пространственным спектром флуктуаций плотности. Однако зависимость ККФ от расстояния между точками отсечки двух волн, вопреки наивным представлениям, положенным в основу радиальной корреляционной рефлектометрии, не позволяет непосредственно определить двухточечную кросскорреляционную функцию турбулентности и её корреляционную длину. Несмотря на это, интегральное уравнение (35) может быть разрешено относительно спектра турбулентности по радиальным волновым числам [39], что открывает принципиальную возможность построения процедуры восстановления спектра турбулентности [50]. В разделе 2.3.2 мы обсудим метод радиальной корреляционной рефлектометрии (РКР) в реалистической двумерной геометрии. Кроме того, мы продемонстрируем процедуру извлечения данных из результатов корреляционных рефлектометрических измерений.

2.3.2. Двумерный анализ. В двумерной геометрии выражение для ККФ двух сигналов рассеяния при зондировании на разных частотах может быть получено с помощью выражений (12), (29), (30). После усреднения по ансамблю флуктуаций,

$$\langle A_s(\omega_0 + \Omega) A_s^*(\omega_1 + \Omega') \rangle = \frac{e^4 P}{4m_e \omega_0 \omega_1} \times \int_V \int_{V'} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' E_a^2(\omega_0, \mathbf{r}) E_a^2(\omega_1, \mathbf{r}') \langle \delta n(\mathbf{r}, \Omega) \delta n^*(\mathbf{r}', \Omega') \rangle, \quad (36)$$

и интегрирования по переменной k_y с помощью метода стационарной фазы легко получить [46]

$$\text{CCF} \simeq \delta n^2 P_0 \ell^3 w^2 \left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \exp\left(-i \frac{4}{3} \frac{L_0 \Delta\omega}{c}\right) J(\Delta\omega), \quad (37)$$

где функция, определяющая зависимость от разности частот зондирующих волн, а следовательно, и от расстояния между соответствующими отсечками, имеет вид

$$J(\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa dq \tilde{n}^2(\kappa, q, \Omega)}{\sqrt{\kappa^2 w^4 + L_0^2 [2\kappa/k_0 + (q/k_0)^2]^2}} \times \exp\left[-i \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \left(\frac{q^2}{k_0} - 2\kappa\right) L_0 - \frac{(q - 2K)^2 w^2}{2}\right]. \quad (38)$$

Соотношения (37) и (38) позволяют описать обе используемые экспериментально модификации диагностики РКР: стандартную РКР, основанную на зондировании плазмы вдоль градиента плотности [46], и доплеровскую РКР, в которой используется наклонное зондирование плазмы под углом к градиенту плотности [51–55]. Кроме того, формулы (37) и (38) позволяют предложить метод восстановления спектра флуктуаций по радиальному волновому числу по результатам многочастотного зондирования [56–58]. Далее мы последовательно изложим эти результаты.

2.3.3. Стандартная РКР. При диаграмме зондирующей антенны, ориентированной вдоль направления неодно-

родности ($K = 0$), выражение (38) сводится к следующему [46]:

$$J(\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa d\mathbf{q} \tilde{n}^2(\kappa, \mathbf{q}, \Omega)}{\sqrt{\kappa^2 w^4 + L_0^2 [2\kappa/k_0 + (q/k_0)^2]^2}} \times \exp \left[-i \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \left(\frac{q^2 c}{\omega_0} - 2\kappa \right) L_0 - \frac{q^2 w^2}{2} \right]. \quad (39)$$

Далее для анализа воспользуемся предположением о гауссовой форме спектра флуктуаций плотности:

$$\tilde{n}^2(\kappa, \mathbf{q}, \Omega) = \pi l_{cx} l_{cy} \tilde{n}^2(\Omega) \exp \left(-\frac{\kappa^2 l_{cx}^2}{4} - \frac{q^2 l_{cy}^2}{4} \right), \quad (40)$$

где l_{cx} и l_{cy} — корреляционные длины турбулентности в направлениях x и y соответственно. Подставим (40) в (39) и выделим интеграл по радиальным волновым числам

$$I_\kappa = \int d\kappa \frac{\exp [i(\Delta\omega/\omega_0) 2\kappa L_0 - \kappa^2 l_{cx}^2/4]}{\sqrt{\kappa^2 w^4 + L_0^2 [2\kappa/k_0 + (q/k_0)^2]^2}}. \quad (41)$$

Есть два главных вклада в интеграл (41). Первый из них — вклад точки перевала $\kappa_{BS} = i4(\Delta\omega/\omega)(L_0/l_{cx}^2)$, имеющий вид

$$I_\kappa^{(1)} \simeq \frac{2\sqrt{\pi} \exp [-(\kappa_{BS} L_0 \Delta\omega/\omega_0)^2]}{l_{cx} \sqrt{\kappa_{BS}^2 w^4 + L_0^2 [2\kappa_{BS}/k_0 + (q/k_0)^2]^2}}, \quad (42)$$

описывает брэгговское рассеяние при $\Delta\omega = 0$ в окрестности отсечки. Второй — вклад сингулярности при

$$\kappa_{FS} = -iL_0 \frac{(q/k_0)^2}{i2L_0/k_0 \pm w^2}, \quad (43)$$

который выражается как

$$I_\kappa^{(2)} \simeq \frac{k_0}{L_0} \left[1 + \left(\frac{w^2 k_0}{2L_0} \right)^2 \right]^{-1/2} \exp \left(i \frac{2L_0}{k_0 w^2} a \right) K_0(a), \quad (44)$$

где $K_0(a)$ — модифицированная функция Бесселя [59], $a = (qw)^2 \Delta\omega/(2\omega_0) \{1 + [w^2 k_0/(2L_0)]^2\}^{-1}$. Вклад (42) от брэгговского рассеяния назад существен только в слу-

чае, когда расстояние между положениями отсечек ΔL меньше, чем корреляционная длина турбулентности l_{cx} . Вклад (44) сохраняется и при противоположном условии. Учитывая, что аргумент функции Макдональда мал, $a \ll 1$, воспользуемся асимптотическим выражением $K_0(a) \sim -\ln(a/2) - \gamma$, где $\gamma \simeq 0,577$ — константа Эйлера. Подставим (44) в выражение (39) и проинтегрируем по полоидальным волновым числам, в результате получим громоздкое выражение, которое приведено ниже в двух предельных случаях. В первом из них, т.е. при $k_0 w^2/(2L_0) \ll 1$, когда поверхность отсечки расположена в дальней зоне зондирующей антенны,

$$\text{CCF} = P_0 \frac{k_0^3 l_{cx} l_{cy} w}{4} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \exp \left(-4i \frac{L_0 \Delta\omega}{c} \right) \tilde{n}^2(\Omega) \times \sqrt{\pi} \left\{ \ln \left[\frac{4\omega_0}{\Delta\omega} \left(\frac{1}{2} + \frac{l_{cy}^2}{4w^2} - 2i \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{L_0}{k_0 w^2} \right) \right] - \gamma \right\} + \varphi \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{l_{cy}^2}{4w^2} - 2i \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{L_0}{k_0 w^2}}}, \quad (45)$$

где $\varphi \simeq 3,48$. Медленное, логарифмическое, уменьшение корреляционной функции при увеличении расстояния между поверхностями отсечки двух зондирующих волн $\propto \Delta\omega/\omega_0$ вызвано тем, что основной вклад в сигнал рассеяния вносят флуктуации с малыми волновыми числами, $|\kappa| \sim 1/(k_0 l_{cy}^2) \ll l_{cy}^{-1}$, которые ответственны за малоугловое рассеяние.

Введём понятие нормированной кросскорреляционной функции:

$$\text{CF} = \frac{\text{CCF}}{\sqrt{\langle |A_s(\omega_0)|^2 \rangle} \sqrt{\langle |A_s(\omega_1)|^2 \rangle}}, \quad (46)$$

где CCF определяется выражениями (37) и (39). Прямой численный расчёт (46) позволяет найти зависимость этой функции от безразмерного аргумента $\Delta L/l_{cx} = 2\Delta\omega L_0/(\omega_0 l_{cx})$. Эта зависимость приведена на рис. 3 для случая пучка зондирующих волн с обыкновенной поляризацией радиусом $w = 3\pi/(2k_0)$, распространяющегося вдоль направления неоднородности $K = 0$, изотропных гауссовых спектров флуктуаций (40) с корреляционными длинами $l_{cx} = l_{cy} = l_c = 5/k_0, 10/k_0, 20/k_0$ для

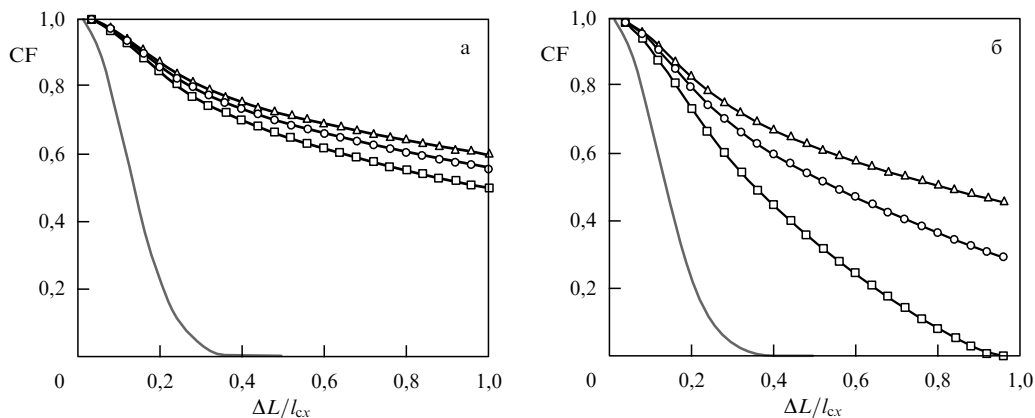


Рис. 3. Зависимость нормированной ККФ (см. (46)) от безразмерного аргумента $\Delta L/l_c = 2\Delta\omega L_0/(\omega_0 l_c)$. (а) $L_0 = 200\pi/k_0$, (б) $L_0 = 40\pi/k_0$. Треугольники — $l_c = 5/k_0$, кружки — $l_c = 10/k_0$, квадраты — $l_c = 20/k_0$, тонкая сплошная кривая — $\exp(-\Delta L^2/l_c^2)$. Нормальное зондирование ($K = 0$) пучком волн с обыкновенной поляризацией радиусом $w = 3\pi/(2k_0)$.

расстояний от границы плазмы до отсечки $L_0 = 100(2\pi/k_0), 20(2\pi/k_0)$. Тонкая сплошная кривая на рис. 3 соответствует формуле $\exp(-\Delta L^2/l_c^2)$ и случаю, когда вклад малоуглового рассеяния полностью подавлен. Полученные зависимости подтверждают выводы аналитического исследования. Отметим, что эффект медленного уменьшения корреляций двух сигналов рассеяния был также отмечен при статистическом анализе результатов численного решения уравнения (1) (см. [60]) для флуктуаций с гауссовой корреляционной функцией. Во втором предельном случае, $k_0 w^2/(2L_0) \gg 1$, соответствующем положению поверхностей отсечек зондирующих сигналов в ближней зоне антенны, (37) и (39) сводятся к следующему выражению:

$$\begin{aligned} \text{CCF} = P_0 k_0^2 L_0 l_{\text{сх}} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \exp\left(-4i \frac{L_0 \Delta \omega}{c}\right) \left(1 + \frac{2w^2}{l_{\text{сх}}^2}\right)^{-1/2} \times \\ \times \tilde{n}^2(\Omega) \left(\sqrt{\pi} \left\{ \ln \left[\frac{\omega_0}{\Delta \omega} \left(\frac{k_0 w^2}{L_0}\right)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{l_{\text{сх}}^2}{4w^2}\right) \right] - \gamma \right\} + \varphi\right). \end{aligned} \quad (47)$$

Анализируя (47), можно отметить, что и в этом предельном случае корреляция двух сигналов слабо зависит от разности их частот, т.е. от положения поверхностей их отсечек. Это вызвано, как и в предыдущем предельном случае, слабо локализованным малоугловым рассеянием зондирующих волн. Таким образом, слабая зависимость корреляционной функции сигналов от расстояния между их отсечками делает практически невозможными оценку характерной корреляционной длины флуктуаций плотности и тем более определение пространственного спектра флуктуаций непосредственно из данных, полученных с помощью радиальной корреляционной рефлектометрии.

Эффект сильной корреляции сигналов рассеяния может оказаться подавленным, если в спектре флуктуаций плотности отсутствуют длинноволновые компоненты радиальных волновых чисел. Рассмотрим следующий пример флуктуаций плотности, для которых полностью отсутствуют спектральные компоненты, ответственные за малоугловое рассеяние зондирующей волны (см. выражение (43)). Будем считать, что их корреляционная функция имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\delta n^2(\kappa, q, \Omega)}{n_c^2} = \frac{\pi^{3/2} l_c^3}{2} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \left| \kappa + \frac{q^2}{2k_0} \right| \times \\ \times \exp\left(-\frac{\kappa^2 l_c^2}{4} - \frac{q^2 l_c^2}{4}\right) \tilde{n}^2(\Omega). \end{aligned} \quad (48)$$

В этом случае ККФ сигналов рассеяния определяются брэгговским рассеянием назад (вклад (42)). В предельном случае $k_0 w^2/(2L_0) \ll 1$, соответствующем расположению поверхностей отсечки в дальней (волновой) зоне, ККФ имеет вид

$$\text{CCF} = \frac{P_0 \pi^{3/2} k_0^3 w^2 l_c}{4} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \exp\left(-\frac{4\Delta \omega^2}{\omega_0^2} \frac{L_0^2}{l_c^2} - i \frac{4L_0 \Delta \omega}{c}\right) \tilde{n}^2(\Omega). \quad (49)$$

Выражение (49) свидетельствует об экспоненциальном убывании корреляции сигналов рассеяния с увеличением расстояния между точками отсечки зондирующих волн $\Delta L = 2L_0 \Delta \omega / \omega_0$, описывающем поведение двухточечной кросскорреляционной функции флуктуаций плотности.

Этот результат указывает на возможность определения корреляционной длины турбулентности в случае отсутствия в её спектре флуктуаций, приводящих к малоугловому рассеянию.

2.3.4. Радиальная корреляционная доплеровская рефлектометрия (РКДР). Отметим, что сигнал малоуглового рассеяния может быть подавлен не только при отсутствии в спектре турбулентности соответствующих длинноволновых флуктуаций, но и в случае наклонного зондирования, когда малоугловое рассеяние не может приводить к рассеянию назад. Такой подход впервые был опробован экспериментально в [51] и обоснован теоретически в [52–54], где получено выражение для критического угла, который надо превзойти для подавления вклада малоуглового рассеяния.

Рассмотрим случай произвольного наклона зондирующей (приёмной) антенны. Будем считать, что антенна обладает такой узкой диаграммой направленности, при которой выполняется предельное соотношение $w \gg l_{\text{сх}}$. В этом случае диаграмму направленности в подынтегральном выражении двукратного интеграла (38) можно рассматривать как дельта-функцию $\delta(q - 2K)$. Это позволяет провести интегрирование по переменной q , что сводит (38) к однократному интегралу по радиальным волновым числам флуктуаций:

$$\begin{aligned} J(\Delta \omega) = \frac{\sqrt{2\pi}}{w} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa \tilde{n}^2(\kappa, 2K, \Omega)}{\sqrt{\kappa^2 w^4 + L_0^2 [2\kappa/k_0 + (2K/k_0)^2]^2}} \times \\ \times \exp\left\{-i \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \left[\frac{(2K)^2 c}{\omega_0} - 2\kappa\right] L_0\right\}. \end{aligned} \quad (50)$$

Как показано в разделе 2.3.3, вклад малоуглового рассеяния на всей трассе распространения в интеграл по радиальным волновым числам флуктуаций обусловлен наличием точки ветвления

$$\kappa_{\text{FS}} = -\frac{(2K)^2}{2k_0 [1 \pm i w^2 k_0 / (2L_0)]} \quad (51)$$

в знаменателе подынтегрального выражения. В случае расположения поверхностей отсечки в дальней зоне антенны, $k_0 w^2/(2L_0) \ll 1$, флуктуации, способные привести к генерации рассеянной волны, которая может быть принята антенной, имеют радиальное волновое число, близкое к величине

$$\kappa_{\text{FS}} \simeq -\frac{2K^2}{k_0}. \quad (52)$$

Как показано в разделе 2.3.3, вклад этой точки ответствен за слабую зависимость корреляционной функции двух сигналов рассеяния от расстояния между их отсечками (см. (45) и (47)). Это приводит к тому, что рефлектометрические измерения сильно переоценивают корреляционную длину флуктуаций плотности $\Delta L = 2L_0 \Delta \omega / \omega_0 \gg l_{\text{сх}}$. Однако если выполняется неравенство

$$\kappa_{\text{FS}} l_{\text{сх}} > 1, \quad (53)$$

то относительный "вес" флуктуаций плотности $\tilde{n}^2(\kappa_{\text{FS}}, 2K, \Omega)$, способных привести к формированию сигнала малоуглового рассеяния, который фиксируется приёмной антенной, оказывается малым. Это соответствует доминирующему вкладу "крыльев" их спектра по

радиальным волновым числам, для которых выполняется неравенство $\tilde{n}^2(\kappa_{FS}, 2K, \Omega) \ll \tilde{n}^2(0, 2K, \Omega)$. В этом случае вклад "паразитного" малоуглового рассеяния при формировании рассеянного сигнала оказывается подавленным уже при раздвижении отсечек на расстояние $\Delta L = 2L_0\Delta\omega/\omega_0 \leq l_{cx}$. При этом доминирует вклад в интеграл (50) точки перевала, аналогичный (42), обусловленный брэгговским рассеянием в окрестности отсечки. Отметим также, что при выполнении условия (53) в области сходимости интеграла по методу перевала величина под знаком квадратного корня в знаменателе подынтегрального выражения в (50) является практически постоянной, так что интеграл (50) принимает вид преобразования Фурье от спектра турбулентности и сводится к двухточечной корреляционной функции флуктуаций плотности. Критерий для угла наклона диаграммы направленности, необходимого для подавления сигнала малоуглового рассеяния, может быть получен из условия (53) с помощью выражения (51) в следующем виде:

$$\sin^2 \vartheta > \sin^2 \vartheta_* = \frac{1}{2k_0 l_{cx}} \sqrt{1 + \frac{w^4 k_0^2}{(2L_0)^2}}, \quad (54)$$

где угол ϑ определён после выражения (6). Когда поверхность отсечки для зондирующей частоты находится в волновой (дальней) зоне, этот критерий легко выполняется даже при небольших углах наклона зондирующей антенны. В противном случае, когда поверхность отсечки расположена в ближней зоне антенны, критерий (54) становится более строгим, требуя значительного угла наклона. Если существует техническая возможность расположить зондирующую и приёмную антенны под углом, соответствующим критерию (54), то ККФ двух сигналов рассеяния будет выражаться в виде

$$\begin{aligned} \text{CCF} \simeq P_0 \ell^3 \left(\frac{e^2 \delta n}{m_e c^2} \right)^2 \frac{\sqrt{2\pi} w}{L_0} \left(\frac{k_0}{2K} \right)^2 \times \\ \times \exp \left[-i \frac{4}{3} \frac{L_0 \Delta\omega}{c} - i \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{(2K)^2 L_0}{k_0} \right] \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \tilde{n}^2(\kappa, 2K, \Omega) \exp(ik\Delta L). \end{aligned} \quad (55)$$

Выражение (55) демонстрирует принципиальную возможность получать локальную информацию не только о радиальной корреляционной длине флуктуаций плотности из данных корреляционных измерений доплеровской рефлектометрии, но и о её двухточечной взаимной корреляционной функции. Результаты численных расчётов, проведённых в [54] как непосредственно в рамках соотношения (36), так и с использованием приближённого представления (38), в котором полная эффективность рассеяния заменена брэгговским вкладом, подтвердили сделанные теоретические выводы. Расчёты были выполнены для гауссовой двухточечной взаимной корреляционной функции флуктуаций плотности

$$\begin{aligned} \langle \delta n(x, y, \Omega) \delta n(x', y', \Omega') \rangle = 2\pi \delta(\Omega - \Omega') \delta n^2 \tilde{n}^2(\Omega) \times \\ \times \exp \left[-\frac{(x - x')^2}{l_{cx}^2} - \frac{(y - y')^2}{l_{cy}^2} \right], \end{aligned} \quad (56)$$

где угловые скобки означают статистическое усреднение. Спектр флуктуаций, соответствующий корреляционной

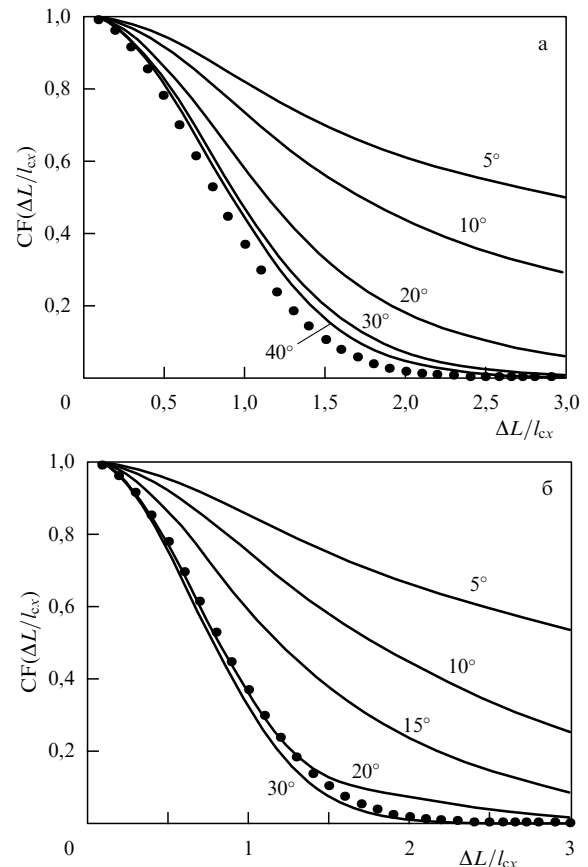


Рис. 4. Зависимость нормированной КФ сигналов рассеяния от расстояния между их поверхностями отсечек для различных углов наклона антенны. Круги — корреляционная функция флуктуаций плотности с $l_{cx} = l_{cy} = 0,5$ см. (а) $w = 4$ см, $\omega_0/(2\pi) = 65$ ГГц, $L_0 = 30$ см, $\vartheta_* = 31^\circ$, $w^2 k_0/(2L_0) \simeq 3,63$ (отсечки — в ближней зоне антенны); (б) $w = 1$ см, $\omega_0/(2\pi) = 75$ ГГц, $L_0 = 120$ см, $\vartheta_* = 15^\circ$, $w^2 k_0/(2L_0) \simeq 0,065$ (отсечки — в дальней зоне антенны).

функции (56), описывается гауссовой зависимостью (40). Результаты численного расчёта по формуле (39) приведены на рис. 4, где можно увидеть зависимость нормированной КФ сигналов рассеяния от расстояния между их поверхностями отсечек. Кругами на рис. 4 показана корреляционная функция флуктуаций плотности (40), где $l_{cx} = l_{cy} = 0,5$ см. Рисунок 4а получен для следующих параметров: $w = 4$ см, $\omega_0/(2\pi) = 65$ ГГц, $L_0 = 30$ см, $\vartheta_* = 31^\circ$, $w^2 k_0/(2L_0) \simeq 3,63$ (отсечки — в ближней зоне антенны). Приведены зависимости для разных углов наклона антенны. Как видно, при углах наклона, много меньших, чем $\vartheta_* = 31^\circ$, корреляционная функция имеет слабоубывающий логарифмический хвост, связанный с вкладом в результирующий сигнал малоуглового рассеяния на всей трассе распространения волны (см. (44)). Чем ближе угол наклона к критическому углу $\vartheta_* = 31^\circ$, тем эффективнее подавляется вклад этого нелокального рассеяния, и корреляционная функция становится близкой к корреляционной функции флуктуаций. Рисунок 4б демонстрирует результаты интегрирования при следующих параметрах: $w = 1$ см, $\omega_0/(2\pi) = 75$ ГГц, $L_0 = 120$ см, $\vartheta_* = 15^\circ$, $w^2 k_0/(2L_0) \simeq 0,065$. Для приведённых значений параметров отсечки зондирующих волн расположены в дальней зоне антенны. В этом случае критический угол много меньше, чем при расположении отсечек в ближней зоне антенны. Как видно, при углах наклона антенны,

которые много больше критического значения $\vartheta_* = 15^\circ$, полученная зависимость с разумной точностью воспроизводит корреляционную функцию флуктуаций. Параметры, использованные для расчёта в обоих случаях, выбирались близкими к тем, которые реализовывались в экспериментах на большой тороидальной установке — токамаке ASDEX Upgrade (Axially Symmetric Divertor Experiment Upgrade) [51].

Отметим, что в случае, когда угол наклона зондирующей диаграммы направленности недостаточно велик для того, чтобы удовлетворить критерию (54), непосредственное измерение двухточечной КФ флуктуаций плотности невозможно. Однако возможно её восстановление из результатов измерений с помощью соотношения (50). Действительно, это соотношение имеет вид преобразования Фурье по радиальному волновому числу, что позволяет выполнить обратное преобразование и выразить спектр флуктуаций в явном виде, используя результаты измерений ККФ сигналов доплеровской рефлектометрии (ДР) при зондировании на различных частотах [57]:

$$\tilde{n}^2(\kappa, 2K_0, \Omega) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \text{CCF}(\Delta L, \Omega) \exp(-i\kappa\Delta L) d(\Delta L) \times \left\{ \kappa^2 + \left[\frac{\kappa L_0 c}{\omega_0 w^2} \frac{2 - (2K_0 c/\omega_0)^2}{\sqrt{1 - (K_0 c/\omega_0)^2}} + \frac{L_0 c^2}{\omega_0^2 w^2} ((2K_0)^2 - \kappa^2) \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (57)$$

где $K_0 = K(\omega_0)$. Результаты применения этой приближённой формулы для демонстрации возможности восстановления спектров турбулентности по радиальному волновому числу и КФ флуктуаций плотности (флуктуационной корреляционной функции — ФКФ) из корреляционной функции РКДР показаны на рис. 5–7. В качестве исходной в этих вычислениях бралась турбулентность, обладающая КФ гауссовой формы (56). По ней из соотношения (36) рассчитывалась ККФ сигналов ДР, по которой затем с помощью соотношения (57) восстанавливались спектр и КФ турбулентности. Как видно из рис. 5 и 6, исходная ККФ ДР сигналов, так же как и её преобразование Фурье, очень сильно отличаются соответственно от исходной двухточечной КФ флуктуаций плотности и спектра флуктуаций по радиальным волновым числам из-за вклада сигнала малоуглового рассея-

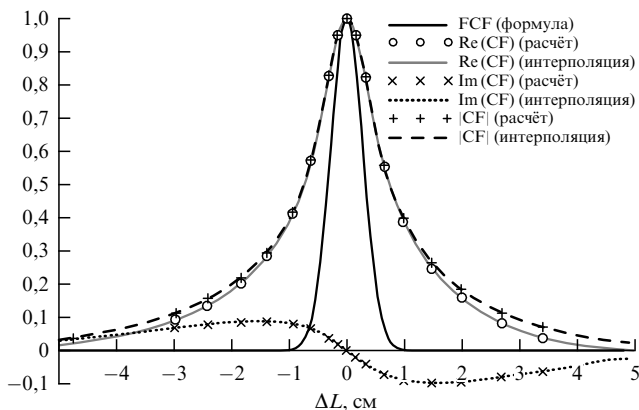


Рис. 5. Зависимость КФ РКДР от расстояния между отсечками; $w = 1,6$ см, $\vartheta = 10^\circ$; $l_{cx} = l_{cy} = l_c = 0,4$ см, $\nabla n = 5,83 \times 10^{12}$ см $^{-4}$. FCF (Fluctuation Correlation Function) — флуктуационная корреляционная функция (ФКФ).

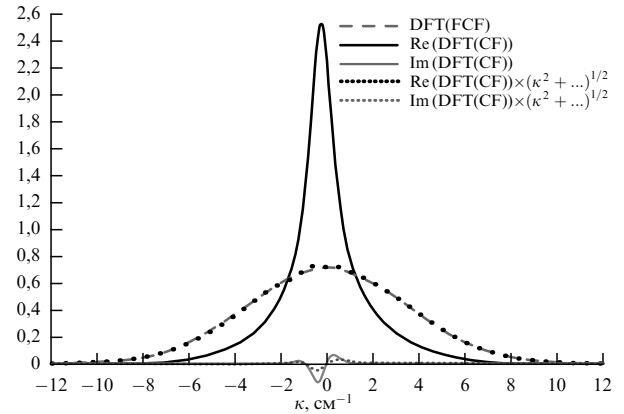


Рис. 6. Спектры по радиальным волновым векторам КФ РКДР (сплошная тёмная кривая — действительная часть, сплошная светлая кривая — мнимая часть) и корреляционной функции флуктуаций ФКФ (FCF), полученные в результате процедуры восстановления (57). Штриховая и пунктирная кривые — соответственно действительная и мнимая части дискретного преобразования Фурье (Discrete Fourier Transform, DFT) функции FCF, умноженные, согласно (57), на функцию

$$\left\{ \kappa^2 + \left[\frac{\kappa L_0 c}{\omega_0 w^2} \frac{2 - (2K_0 c/\omega_0)^2}{\sqrt{1 - (K_0 c/\omega_0)^2}} + \frac{L_0 c^2}{\omega_0^2 w^2} ((2K_0)^2 - \kappa^2) \right]^2 \right\}^{1/2},$$

$$l_{cx} = l_{cy} = l_c = 0,4 \text{ см}, w = 1,6 \text{ см}, \nabla n = 5,83 \times 10^{12} \text{ см}^{-4}, \vartheta = 10^\circ.$$

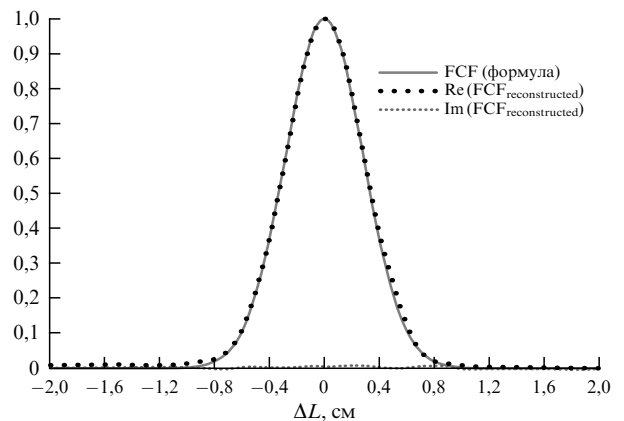


Рис. 7. Исходная ФКФ (сплошная светлая кривая) и ФКФ, восстановленная из КФ РКДР (штриховая кривая — действительная часть, пунктирная кривая — мнимая часть). Параметры те же, что и в случае рис. 6.

ния. Однако восстановленный спектр флуктуаций и их двухточечная КФ практически идеально совпадают с исходными.

Анализ РКДР в этом разделе выполнен с использованием плоскостной модели плазмы, хорошо применимой в случае больших термоядерных установок. Исследование влияния кривизны магнитных поверхностей плазмы, проведённое в [58], позволило предложить процедуру восстановления КФ флуктуаций плотности по ККФ сигналов ДР, аналогичную приведённой в работе [57].

2.4. Выводы

Выше рассмотрен линейный по амплитудам флуктуаций плотности режим рассеяния СВЧ-волн в неоднородной плазме в областях сильной рефракции. С помощью

теоремы взаимности в борновском приближении мы получили амплитуду сигнала рассеяния и исследовали его статистические свойства. Показано, что кроме области отражения зондирующей волны в сигнал рассеяния большой вклад вносит и вся трасса распространения из-за слабо локализованного малоуглового рассеяния. Это обстоятельство приводит к медленному расщеплению корреляции сигналов рассеяния на разных частотах, что затрудняет интерпретацию экспериментальных данных.

Предложены как экспериментальный, так и математический подходы для решения этой проблемы. Первый из них состоит в использовании наклонного зондирования плазмы, позволяющего подавить вклад малоуглового рассеяния и исследовать свойства коротковолновой турбулентности. Второй подход позволяет восстановить спектр турбулентности по радиальным волновым числам из результатов измерений.

3. Нелинейный режим рассеяния сильно рефрагирующей СВЧ-волны в неоднородной плазме

Как показал анализ, проведённый в разделе 2, при рассеянии сильно рефрагирующей волны значительный вклад в амплитуду рассеянного сигнала вносит слабо локализованное малоугловое рассеяние [8, 61]. Его влияние приводит к очень медленному (логарифмическому) убыванию корреляции с возрастанием расстояния между поверхностями отсечек зондирующих сигналов в двух близких частотных каналах. Это делает практически невозможной оценку пространственного масштаба турбулентности при корреляционном анализе сигналов рассеяния при нормальном (вдоль направления неоднородности) зондировании плазмы. Данный факт впервые был отмечен в одномерных численных расчётах [7], а затем объяснён в рамках двумерной аналитической теории [62].

Однако в экспериментах, использующих для изучения флуктуаций плотности радиальную корреляционную рефлектометрию, нередко наблюдается помимо очень слабой зависимости коррелятора двух сигналов от расстояния между отсечками [63] быстрое уменьшение их корреляции [3, 4]. В частности, подобные наблюдения имели место при расстоянии между поверхностями отсечки зондирующих сигналов в двух близких частотных каналах, меньшем вакуумной длины волны зондирующего излучения. Такое поведение не находит объяснения в линейной теории (в рамках которой рассеяние описывается с помощью борновского приближения), и, по-видимому, оно связано с переходом рассеяния в нелинейный по флуктуациям плотности режим. Принимая во внимание, что эффективность рассеяния максимальна для флуктуаций плотности, обладающих большей по сравнению с корреляционным масштабом длиной волны, и учитывая, что длинноволновые колебания доминируют во флуктуационном спектре, можно сделать вывод, что переход к нелинейному режиму происходит через многократное малоугловое рассеяние.

3.1. Влияние многократного малоуглового рассеяния на сигнал флуктуационного рефлектометра

Малоугловое рассеяние зондирующей волны может быть описано в рамках геометрико-оптического приближения путём учёта поправки к фазе волны, которая

набирается на всей трассе её распространения из-за флуктуаций плотности [10]. Поскольку профиль невозмущённой плотности плазмы монотонный и гладкий, в объёме плазмы присутствует только одна точка отсечки. В этом приближении поперечное распределение поля волны на частоте ω_j , которая прошла путь от зондирующей антенны до поверхности отсечки, отразилась в её окрестности и вернулась назад к границе плазмы, где была зарегистрирована приёмной антенной, можно представить в виде

$$E(\omega_j, y, t) = \sqrt{P_0} E_a(\omega_j, y, t) \exp(-i\omega_j t),$$

где амплитуда $E_a(\omega_j, y, t)$ выражается как

$$E_a(\omega_j, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_y}{2\pi} f(k_y) \exp(i\phi_r(k_y, y, \omega_j, t)), \quad (58)$$

функция f , описывающая диаграмму направленности зондирующей антенны, может быть найдена как результат преобразования Фурье,

$$f(k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} dy E_0(y) \exp(-ik_y y).$$

Как правило, в дальнейшем мы будем считать эту функцию гауссовой, описываемой формулой (6). Полная фаза, набираемая волной за время прохода от зондирующей антенны до поверхности отсечки и обратно до приёмной антенны, даётся суммой регулярной и флуктуационной частей

$$\phi_r = \phi_0 + \delta\phi = 2 \int_0^{x_c} k_x(x, \omega_j, k_y) dx + k_y y - \frac{\pi}{2} + \delta\phi, \quad (59)$$

где $k_x(x, \omega_j, k_y)$ — компонента волнового вектора вдоль направления неоднородности, определённая выражением (7). Обычно аппаратная функция зондирующей и приёмной антенны близка к гауссовой. В параксиальном приближении регулярная часть фазы зондирующей волны имеет вид

$$\phi_0 = 2 \int_0^{L_j} k_x(x, \omega_j, 0) dx + d_j^2(0) \frac{k_y^2}{2} + k_y y - \frac{\pi}{2},$$

где $L_j = L(\omega_j)$ — положение поверхности отсечки при нормальном падении волны, имеющей частоту ω_j , а геометрическая расходимость пучка описывается коэффициентом

$$d_j^2(x) = 2 \int_x^{L_j} \frac{dx'}{k_x(x', \omega_j, 0)}.$$

Нерегулярную часть фазы волны $\delta\phi$, связанную с её распространением через турбулентную среду, с точностью до членов первого порядка малости можно представить в следующем виде [16]:

$$\delta\phi = -\frac{\omega_j^2}{2c^2} \int_0^{L_j} \frac{h(x, \omega_j) dx}{k_x(x, \omega_j, k_{yj})} \times \frac{\delta n(x, y_{j-}(x, k_{yj}), t) + \delta n(x, y_{j+}(x, k_{yj}), t)}{n_c}. \quad (60)$$

Поправка к фазе (60) вычислена вдоль невозмущённой влиянием турбулентности траектории $x(y', k_y)$, приходя-

щей в точку $(0, y)$,

$$\begin{aligned} y_{j\pm}(x, k_{yj}, \omega_j) &= y - \frac{k_{yj}}{2} (d_j^2(0) \pm d_j^2(x)), \\ y_0(\omega_j, k_{yj}) &= y - k_{yj} d_j^2(0). \end{aligned} \quad (61)$$

Верхний (+) и нижний (−) индексы отвечают частям траектории зондирующей волны после и до точки отсечки соответственно. Выражение для амплитуды сигнала на частоте ω_j может быть получено из соотношений (58) и (61) свёрткой поля отражённой волны с аппаратной функцией приёмной антенны $E_0(y_j - y_r)$, смещённой относительно зондирующей в поперечном направлении на расстояние $y = y_r$,

$$A_r(\omega_j, t_j) = \int_{-\infty}^{\infty} dy_j E_a(y_j, \omega_j, t_j) E_0(y_j - y_r).$$

Выражение для средней амплитуды сигнала, описывающее влияние на него турбулентной плазмы, так же как и выражение для взаимной корреляционной функции двух сигналов при зондировании разными частотами и при наклонном зондировании, могут быть получены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle A_r(\omega_j, t_j) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} dy_j \langle E_r(y_j, \omega_j, t_j) \rangle E_0(y_j - y_r), \\ \text{CCF} &= \int_{-\infty}^{\infty} dy_j dy_l K_{jl}(y_j, y_l, \omega_j, \omega_l, \tau) E_0(y_j - y_r) E_0^*(y_l - y_r), \end{aligned} \quad (62)$$

где $\tau = t_j - t_l$, угловые скобки означают усреднение по ансамблю флуктуаций плотности,

$$\begin{aligned} K_{jl} &= \left(\langle E_a(y_j, \omega_j, t_j) \rangle - \langle E_a(y_l, \omega_l, t_l) \rangle \right) \times \\ &\times \left(\langle E_a(y_l, \omega_l, t_l) \rangle - \langle E_a(y_j, \omega_j, t_j) \rangle \right)^*. \end{aligned} \quad (63)$$

Поскольку обычно длина траектории много больше корреляционной длины флуктуаций, $l_{cx} \ll L_{j,l}$, поправку к фазе сигнала $\delta\varphi$ (60) можно представить как сумму независимых вкладов и рассматривать эволюцию фазы как нормальный случайный процесс, функция взаимной вероятности $p[\delta\varphi(\omega_j, y_j, t_j), \delta\varphi(\omega_l, y_l, t_l)]$ которого имеет вид [64]

$$p[\delta\varphi_j, \delta\varphi_l] = \frac{\sqrt{\alpha_{jj}\alpha_{ll} - \alpha_{jl}^2}}{\pi} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{m,n=j}^l \alpha_{mn} \delta\varphi_m \delta\varphi_n\right), \quad (64)$$

где $j, l = 1, 2$, α_{mn}^{-1} — корреляционная функция возмущений фазы волны,

$$\begin{aligned} \alpha_{jl}^{-1} = \langle \delta\varphi_j \delta\varphi_l \rangle &= \frac{\omega_j^2 \omega_l^2}{4c^4} \frac{1}{k_{yl} k_{yj}} \int_{y_0(k_{yj})}^{y_j} dy' \int_{y_0(k_{yl})}^{y_l} dy'' \times \\ &\times \frac{\langle \delta n(x(y', k_{yl}), y', t') \delta n(x(y'', k_{yj}), y'', t'') \rangle}{n_{cl} n_{cj}} \times \\ &\times h(x(y', k_{yl})) h(x(y'', k_{yj})), \end{aligned}$$

$n_{cl,j} = n_c(\omega_{l,j})$ — плотность отсечки на соответствующей частоте. Воспользовавшись (58)–(60), (63) и (64), получим выражение для среднего значения амплитуды волны в турбулентной среде

$$\langle E_a(\omega_j, t_j, y_j) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_{yj}}{2\pi} f(k_{yj}) \exp\left(i\phi_0(\omega_j, k_{yj}) - \frac{\alpha_{jj}^{-1}}{2}\right) \quad (65)$$

и кросскорреляционную функцию принятых сигналов в двух частотных каналах, $j \neq l$,

$$\begin{aligned} \text{CCF} &= (2\pi)^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} dk_{yj} dk_{yl} f(k_{yj}) f^*(k_{yl}) \times \\ &\times \exp\left[i(\phi_{0j} - \phi_{0l}) - \frac{\alpha_{ll}^{-1} + \alpha_{jj}^{-1}}{2}\right] [\exp(\alpha_{jl}^{-1}) - 1], \end{aligned} \quad (66)$$

где знак * означает комплексное сопряжение.

Далее будем считать турбулентность статистически стационарной и однородной в направлении координаты y и слабо неоднородной в направлении x . В этом случае корреляционная функция флуктуаций может быть представлена в следующем виде

$$\begin{aligned} \langle \delta n(x(y''), y'', t'') \delta n(x(y'), y', t') \rangle &= \\ &= \delta n^2 \left(\frac{x(y'') + x(y')}{2} \right) K_n(x(y'') - x(y'), y'' - y', t'' - t'). \end{aligned} \quad (67)$$

В выражении (67) предполагается нормировка $K_n(0, 0, 0) = 1$ и корреляционные длины определены согласно выражениям

$$\begin{aligned} \int K_n(x, y, t) dx &= l_{cx} \bar{K}_n(y, t), \\ \iint K_n(x, y; t) dx dy &= l_{cx} l_{cy} \bar{K}_n(t), \end{aligned}$$

$\bar{K}_n(0) = 1$. В этом случае фазовая корреляционная матрица имеет вид

$$\begin{aligned} \alpha_{jl}^{-1} &= \frac{\omega_j^2 \omega_l^2}{4c^4} \frac{1}{k_{yl} k_{yj}} \int_{y_0(k_{yj})}^{y_j} dy' \frac{\delta n^2(x(y', k_{yj}))}{n_{cj} n_{cl}} h^2(x(y', k_{yj})) \times \\ &\times \int_{y_0(k_{yl})}^{y_l} dy'' K_n(x(y'', k_{yl}) - x(y', k_{yj}), y'' - y', t_j - t_l). \end{aligned} \quad (68)$$

Далее мы подробно проанализируем влияние многократного малоуглового рассеяния на функционирование радиальной корреляционной и доплеровской рефлектометрии. Причём первую из них мы рассмотрим в модели одномерно неоднородной плазмы, позволяющей провести подробный анализ и описать все основные эффекты.

3.2. Влияние многократного малоуглового рассеяния на характеристики радиальной корреляционной рефлектометрии

В одномерном случае фазовая корреляционная матрица принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \alpha_{jl}^{-1} &= \frac{\omega_j^2 \omega_l^2}{c^4 n_{cj} n_{cl}} \int_0^{L_j} \frac{dx'}{k_x(x')} \int_0^{L_l} \frac{dx''}{k_x(x'')} \times \\ &\times \delta n^2 \left(\frac{x' + x''}{2} \right) \bar{K}_n(x' - x'', \tau), \end{aligned} \quad (69)$$

где

$$K_n(x'' - x', \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa}{2\pi} \bar{n}^2(\kappa, \tau) \exp[i\kappa(x'' - x')]. \quad (70)$$

Вначале рассмотрим случай зондирования плазмы обыкновенной волной при однородном распределении флуктуаций плотности, $\delta n^2 = \text{const}$. Кроме того, будем считать профиль плотности линейным. После подстановки $\zeta = \sqrt{L_j - x''}$, $\zeta' = \sqrt{L_l - x'}$ и несложных преобра-

зований корреляционная функция (69) может быть представлена в виде

$$\alpha_{jl}^{-1} = \frac{\omega_j \omega_l}{c^2} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \times \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{\tilde{n}^2(k, \tau)}{|k|} \exp(ik\Delta L) F(\sqrt{k}L_j) F(\sqrt{k}L_l)^*, \quad (71)$$

где $\Delta L = L_l - L_j$, $F(s) = \int_0^s \exp(it^2) dt$ — интеграл Френеля. Выражение α_{jl}^{-1} , которое определяет поведение амплитуды регистрируемого сигнала на частоте зондирующей волны, может быть получено из выражения (71):

$$\alpha_{jj}^{-1} = \frac{\omega_j^2}{c^2} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{\tilde{n}^2(k)}{|k|} |F(\sqrt{k}L_j)|^2. \quad (72)$$

Проанализировав последнее выражение, отметим следующее. Подынтегральное выражение имеет особенность вида $1/|k|$, которая говорит о доминирующей роли рассеяния на длинноволновых флуктуациях. Это может приводить к ухудшению локализации измерений. В случае $L_j \gg l_{cx}$ выражение (72) может быть получено с логарифмической точностью в явном виде:

$$\alpha_{jj}^{-1} \approx \frac{\omega_j^2 L_j l_{cx}}{c^2} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \ln \left(\frac{L_j}{l_{cx}} \right). \quad (73)$$

В случае гауссова спектра флуктуаций (40) можно получить более аккуратную оценку:

$$\alpha_{jj}^{-1} \approx \sqrt{\pi} \frac{\omega_j^2 L_j l_{cx}}{4c^2} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \ln \left(\frac{8L_j}{\pi l_{cx}} - \frac{\gamma}{2} + 1 \right), \quad (74)$$

где $\gamma = 0,577$ — константа Эйлера.

Выражения (73) и (74) определяют связь стандартного отклонения флуктуаций фазы рассеянного сигнала и уровня флуктуаций плотности в плазменной турбулентности. Они позволяют восстановить уровень флуктуаций плотности из данных рефлектометрических измерений даже в случае неоднородного распределения [65]. Численный анализ влияния двумерных эффектов на связь уровня флуктуаций плотности и амплитуды сигнала флуктуационной рефлектометрии [66] показал широкую применимость соотношений (77), (78) и в реальной экспериментальной геометрии.

Нелинейный режим рассеяния соответствует ситуации, в которой линия в частотном спектре сигнала рефлектометра на зондирующей частоте сильно подавлена (режим сильной экстинкции). Согласно (55) и (73) критерий перехода в нелинейный режим имеет вид

$$\frac{\delta n^2}{n^2} \frac{\omega_j^2 L_j l_{cx}}{c^2} \ln \left(\frac{L_j}{l_{cx}} \right) > 1. \quad (75)$$

При выполнении обратного предельного условия

$$\frac{\delta n^2}{n^2} \frac{\omega_j^2 L_j l_{cx}}{c^2} \ln \left(\frac{L_j}{l_{cx}} \right) \ll 1 \quad (76)$$

в частотном спектре регистрируемого сигнала доминирует линия на зондирующей частоте. В этом случае при описании распространения зондирующей волны остаётся корректным борновское приближение. В выражении (71) подынтегральное выражение сильно возрастает

(как $1/|k|$) при малых волновых числах. Функция $|F|^2$ при $1/|k| < l_{cx}$ ведёт себя как $|k|$. При этом сингулярность "насыщается" и выражение α_{jl}^{-1} с логарифмической точностью может быть представлено в виде

$$\alpha_{jl}^{-1} = \frac{\omega_j \omega_l L_j l_{cx}}{c^2} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \bar{K}_n(0, \tau) \ln \left(\frac{\Delta L}{l_{cx}} \right). \quad (77)$$

Согласно выражению (77) корреляция между двумя сигналами при увеличении расстояния между отсечками уменьшается медленно, согласно логарифмическому закону, что совпадает с предсказанием линейного анализа, как численного, так и аналитического (в рамках двумерной модели), в котором не использовалось геометрико-оптическое приближение [46, 62]. Заметим, что эффект логарифмически медленного уменьшения корреляции фаз сигналов рефлектометров был упущен при анализе в работе [67] вследствие сделанного там предположения об обнулении спектра флуктуаций плотности при малых радиальных волновых числах.

Таким образом, можно отметить, что, во-первых, именно малоугловое рассеяние приводит к логарифмической зависимости корреляционной функции флуктуаций фазы рефлектометрического сигнала от расстояния между отсечками и, во-вторых, этот факт не является особенностью использовавшегося геометрико-оптического приближения. Согласно (77) при выполнении условия (76) анализ кросскорреляционной функции сигналов рассеяния не позволяет оценить радиальный корреляционный масштаб флуктуаций плотности. Поведение ККФ при переходе из линейного режима в нелинейный в случае, когда турбулентность имеет гауссов спектр, показано на рис. 8. Анализ рис. 8 позволяет прийти к выводу, что при сравнительно небольшом уровне турбулентности, $\delta n/n_c < 10^{-3}$, корреляционная функция слабо зависит от расстояния между отсечками. При $\delta n/n_c > 2 \times 10^{-3}$ выполняется условие (75). В этом случае потеря корреляции происходит быстрее и по другому, не логарифмическому, закону. При $\delta n/n_c > 2 \times 10^{-2}$ корреляция между двумя регистрируемыми сигналами утрачивается, когда расстояние между отсечками значительно меньше корреляционного масштаба.

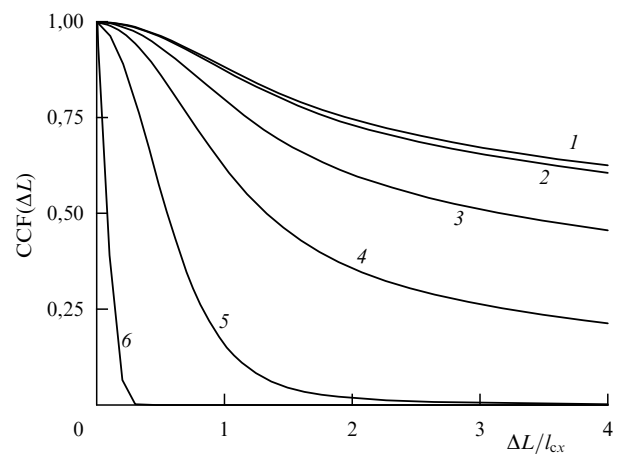


Рис. 8. Зависимость корреляционной функции ККФ двух сигналов от расстояния между отсечками $\Delta L/l_{cx}$ для уровней турбулентности $\delta n/n_c$, равных 10^{-4} (1), 10^{-3} (2), 3×10^{-3} (3), 5×10^{-3} (4), 10^{-2} (5), 5×10^{-2} (6); $2\pi c/\omega_1 = 0,52$ см, $l_{cx} = 2$ см, $L_1 = 60$ см.

Рассмотрим далее ситуацию, в которой малоугловое рассеяние находится в сильно нелинейном режиме (на рис. 8 при $\delta n/n_c > 2 \times 10^{-2}$), так что выполнено неравенство

$$\frac{\delta n^2}{n^2} \frac{\omega_j^2 L_j l_{cx}}{c^2} \ln \left(\frac{L_j}{l_{cx}} \right) \gg 1, \quad (78)$$

где $j = 1, 2$. При выполнении условия (78) корреляция сигналов, зарегистрированных в двух каналах, сохраняется только при $\Delta L \ll l_{cx}$ и $\tau \ll t_c$ (где t_c — корреляционное время турбулентности). В этом диапазоне параметров мы можем представить ККФ в виде

$$\text{CCF} = \exp \left[i(\phi_{01} - \phi_{02}) - \left(\frac{\Delta L}{l_{cx}^{\text{eff}}} \right)^2 - \left(\frac{\tau}{t_c^{\text{eff}}} \right)^2 \right], \quad (79)$$

где

$$\left(\frac{1}{l_{cx}^{\text{eff}}} \right)^2 = \frac{\omega_j^2}{2c^2} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa}{2\pi} |\kappa \tilde{n}^2(\kappa, 0)| \left| F(\sqrt{\kappa} L_j) \right|^2, \quad (80)$$

$$\frac{1}{t_{\text{eff}}^2} = \frac{2\omega_j^2}{c^2} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa}{2\pi} \frac{1}{|\kappa|} \left| \frac{\partial^2 \tilde{n}^2(\kappa, \tau)}{\partial \tau^2} \right|_{\tau=0} \left| F(\sqrt{\kappa} L_j) \right|^2. \quad (81)$$

В случае, когда турбулентность характеризуется гауссовым спектром, выражения (80) и (81) сводятся к следующему:

$$\left(\frac{1}{l_{cx}^{\text{eff}}} \right)^2 = 2\sqrt{\pi} \frac{\omega_j^2 L_j}{c^2 l_{cx}} \frac{\delta n^2}{n_c^2} K_n(0), \quad (82)$$

$$\frac{1}{t_{\text{eff}}^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\omega_j^2 L_j l_{cx}}{c^2} \frac{\delta n^2}{n_c^2} \left| \frac{\partial^2 K_n(\tau)}{\partial \tau^2} \right|_{\tau=0} \ln \left(\frac{8L_j}{\pi l_{cx}} - \frac{\gamma}{2} + 1 \right). \quad (83)$$

Согласно выражению (81) основной вклад в интеграл вносят волновые числа, удовлетворяющие соотношению $\kappa \ll l_{cx}^{-1}$. Сингулярность в интеграле "насыщается" при радиальных волновых числах $|\kappa| \propto L_j^{-1}$, т.е. когда интеграл Френеля ведёт себя как $F(\kappa) \approx \kappa$. Таким образом, доминирующую роль при формировании частотных спектров регистрируемого сигнала в нелинейном режиме играет малоугловое рассеяние на всей трассе распространения зондирующего пучка, которое можно описать в рамках геометрико-оптического приближения. Следует также отметить, что ширина спектра рассеяния в нелинейном режиме существенно превосходит ширину спектра турбулентности. Измерения при этом не являются локальными. Напротив, как видно из формулы (84), при корреляционных измерениях в разных частотных каналах двух сигналов сингулярность отсутствует, более того, деструктивная роль малоуглового рассеяния оказывается подавленной. Основной вклад в корреляционные измерения в этом режиме вносит окрестность точки отсечки. При этом, однако, корреляционные измерения позволяют оценить не корреляционную длину флуктуаций l_{cx} , а величину $l_{cx} n_c^2 / \delta n^2$.

На рисунке 9 приведена зависимость корреляционной функции двух сигналов ККФ от расстояния между отсечками $\Delta L/l_{cx}$ для различных уровней турбулентности, отвечающих нелинейному режиму рассеяния. Символы — результаты полноволнового одномерного расчёта в работах [68, 69] для параметров $\omega_1/(2\pi) = 57,69$ ГГц, $l_{cx} = 4$ см, $L_1 = 60$ см и статистически однородной турбулентности. Сплошными кривыми показаны резуль-

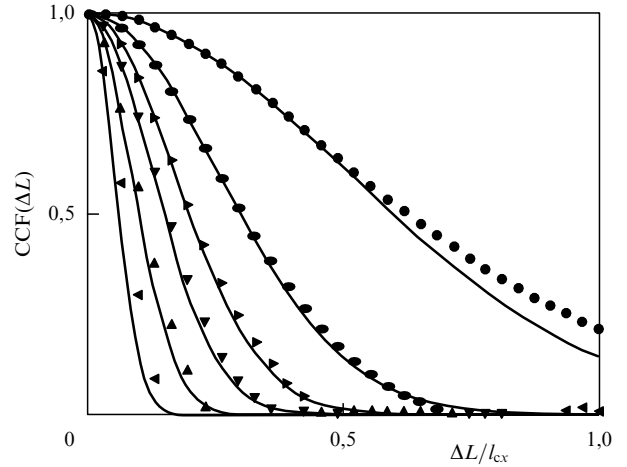


Рис. 9. Зависимость корреляционной функции двух сигналов ККФ от расстояния между отсечками $\Delta L/l_{cx}$ для различных уровней турбулентности. Символы — результат численного расчёта [48, 49] для $\delta n/n_c = 5 \times 10^{-3}$ (кружки), 10^{-2} (овалы), $1,5 \times 10^{-2}$ (треугольники вершиной вправо), 2×10^{-2} (треугольники вершиной вниз), 3×10^{-2} (треугольники вершиной вверх), 5×10^{-2} (треугольники вершиной влево). Сплошные кривые — формула (79). $\omega_1/(2\pi) = 57,69$ ГГц, $l_{cx} = 4$ см, $L_1 = 60$ см.

таты расчёта по формуле (79). Продemonстрировано разумное согласие между аналитическим предсказанием и результатами численного анализа.

Следуя работе [15], рассмотрим случай статистически неоднородной турбулентности и зондирования плазмы произвольного профиля плотности волной с любой поляризацией. Считая турбулентность слабо неоднородной, зададим корреляционную функцию флуктуаций плотности в виде

$$\langle \delta n(x'', t'') \delta n(x', t') \rangle = \delta n^2 \left(\frac{x' + x''}{2a} \right) \bar{K}_n(x'' - x', t'' - t'),$$

где $l_{cx} \ll a \ll L_j$, $j = 1, 2$, a — характерный масштаб неоднородности профиля плотности. Подставим это выражение в (69) и сделаем замену переменных $\sqrt{L_j - x''} = \sqrt{2\xi} \cos \psi$, $\sqrt{L_j - x'} = \sqrt{2\xi} \sin \psi$. Учитывая неравенство $l_{cx}/L_j \ll 1$, получим следующее выражение:

$$\alpha_{jl}^{-1} \simeq \frac{4\omega_j \omega_l}{c^2} L_j \int_0^\infty d\xi \frac{\delta n^2(L_j + L_l - 2\xi)}{n_c^2} \times \\ \times h^2(L_j + L_l - 2\xi) S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau),$$

где функция $S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau)$ определяется спектром флуктуаций по радиальным волновым числам:

$$S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau) = \\ = \int_0^{2\pi} d\psi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa}{2\pi} \tilde{n}^2(\kappa, \tau) \exp [i\kappa \Delta L - 2i\kappa \xi \cos(2\psi)] = \\ = \int_0^{\pi/2} d\psi \bar{K}_n[\Delta L - 2\xi \cos(2\psi), \tau]. \quad (84)$$

Для того чтобы оценить локальность корреляционных измерений, рассмотрим асимптотическое поведение функции $S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau)$ при больших значениях аргумента $\xi \gg l_{cx}$. В случае, когда расстояние между двумя точками отсечки много больше корреляционной длины, $\Delta L \gg l_{cx}$, и $\xi - 2\Delta L \gg l_{cx}$, асимптотическое выражение функции

$S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau)$ имеет вид

$$S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau) = \frac{\bar{K}_n[\tau] l_{cx}}{2\sqrt{4\xi^2 - \Delta L^2}}, \quad \bar{K}_n[\tau] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{l_{cx}} K_n[s, \tau].$$

При увеличении расстояния от точки отсечки функция $S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau)$ убывает сравнительно медленно, как $1/(4\xi)$. Поэтому вклад окрестности точки отсечки не превалирует над вкладом остальной области интегрирования. При этом значение корреляционной функции существенно зависит от поведения уровня турбулентности вдали от точки отсечки. В случае, когда выполняется условие (75), ситуация оказывается противоположной. Функцию $S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau)$ в этом случае можно разложить в ряд Тейлора по параметрам $\Delta L \ll l_{cx}$ и $\tau \ll t_c$, так же как это сделано в разделе 3.1. Оставляя первый не исчезающий член, получим следующие выражения для $1/l_{cx}^{\text{eff}}$ и $1/t_{\text{eff}}$:

$$\left(\frac{1}{l_{cx}^{\text{eff}}}\right)^2 = \frac{2\omega_j \omega_l}{c^2} L_j \int_0^\infty d\xi \frac{\delta n^2(L_j - \xi)}{n_c^2} \times \\ \times h^2(L_j - \xi) \left| \frac{\partial^2 S_{jl}(\xi, \Delta L, 0)}{\partial \Delta L^2} \right|_{\Delta L=0}, \quad (85)$$

$$\frac{1}{t_{\text{eff}}^2} = \frac{2\omega_j \omega_l}{c^2} L_j \int_0^\infty d\xi \frac{\delta n^2(L_j - \xi)}{n_c^2} \times \\ \times h^2(L_j - \xi) \left| \frac{\partial^2 S_{jl}(\xi, 0, \tau)}{\partial \tau^2} \right|_{\tau=0}. \quad (86)$$

Вдали от поверхности отсечки при $\xi \gg l_{cx}$ функция $S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau)$ может быть асимптотически представлена в виде

$$S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau) \approx \frac{\bar{K}_n(\tau) l_{cx}}{4\xi} \left(1 + \frac{\Delta L^2}{8\xi^2}\right). \quad (87)$$

Первый член в правой части (87) — часть аппаратной функции, которая описывает измерения частотного спектра флуктуаций в нелинейном режиме рассеяния, — ведёт себя как $|S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau)| \propto 1/|\xi|$. Второй член, $|S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau)| \propto 1/|\xi|^3$, убывает значительно быстрее с изменением координаты, что гарантирует преимущественный вклад окрестности точки отсечки $\xi \leq l_{cx}$ в приведённое ниже выражение для эффективной корреляционной длины (88). Поэтому можно говорить о том, что корреляционные измерения в нелинейном режиме являются локальными. Для гауссова спектра флуктуаций выражение для аппаратной функции имеет вид

$$S_{jl}(\xi, \Delta L, \tau) \approx \frac{\sqrt{\pi} l_{cx}}{4} \left\{ \left[\left(1 - \frac{\tau^2}{t_c^2}\right) + \frac{\Delta L^2}{2} \frac{\partial}{\partial b} \right] G(\xi, b) \right\}_{b=l_{cx}^2/4}, \\ G(\xi, b) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2b}\right) I_0\left(\frac{\xi^2}{2b}\right). \quad (88)$$

Зависимости функций $Y_1 = l_{cx} G(\xi, b)$ и $Y_2 = l_{cx}^2 \partial G(\xi, b) / \partial b$ от пространственной переменной ξ/l_{cx} приведены на рис. 10, где также показаны асимптотические зависимости $Y_1 \propto l_{cx}/|\xi|$ и $Y_2 \propto -l_{cx}^3/(2|\xi|^3)$, полученные из (87). Для того чтобы проиллюстрировать тот факт, что в нелинейном режиме при корреляционных измерениях доминирующий вклад вносит окрестность точки отсечки, рассмотрим простую модель статистически неоднородных флуктуаций (рис. 11). Будем считать, что пространственное распределение флуктуаций представляет собой суперпозицию однородного фона $\delta n_0/n_c = 2 \times 10^{-2}$ и неоднородного распределения $\delta n_a(x)/n_c =$

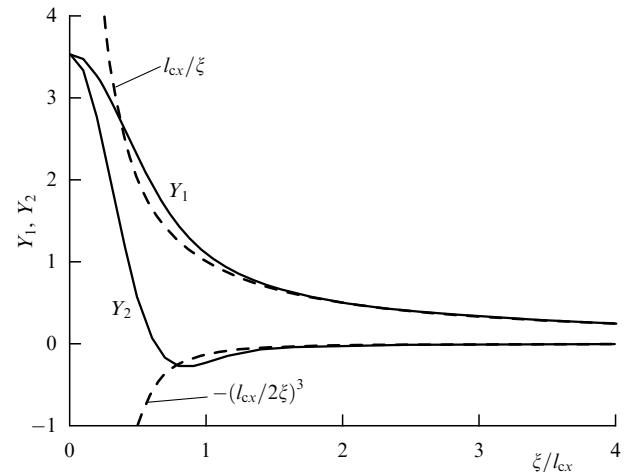


Рис. 10. Зависимость функций $Y_1 = l_{cx} G(\xi, b)$ и $Y_2 = l_{cx}^2 \partial G(\xi, b) / \partial b$ от координаты ξ/l_{cx} и сравнение их с асимптотическими выражениями (показанными штриховыми кривыми). Спектр флуктуаций плотности гауссов, $2\pi c/\omega_1 = 0,52$ см, $l_{cx} = 2$ см, $L_1 = 60$ см.

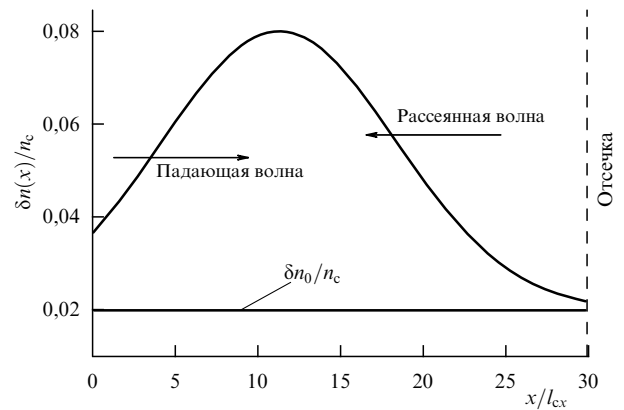


Рис. 11. Вид неоднородного турбулентного слоя $\delta n(x) = \delta n_a(x) + \delta n_0$.

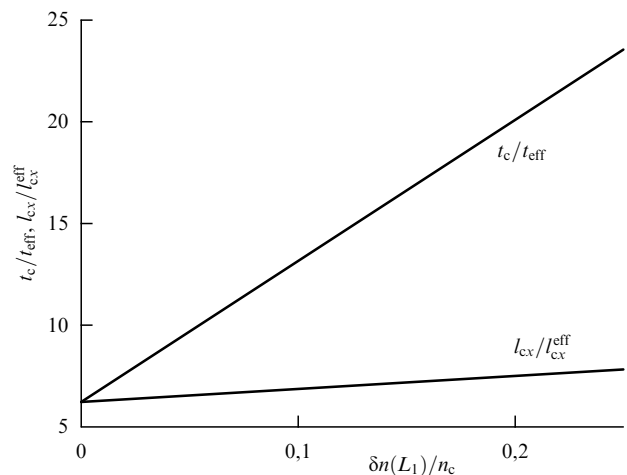


Рис. 12. Зависимость $l_{cx}/l_{cx}^{\text{eff}}$ и t_c/t_{eff} от уровня турбулентности в точке отсечки; $2\pi c/\omega_1 = 0,52$ см, $l_{cx} = 2$ см, $L_1 = 60$ см.

$= \delta_a f(x)$. Неоднородная компонента флуктуаций расположена между границей плазмы и точкой отсечки. Будем варьировать её уровень δ_a , не изменяя при этом пространственного распределения $f(x)$.

На рисунке 12 показано поведение безразмерных параметров $l_{cx}/l_{cx}^{\text{eff}}$ и t_c/t_{eff} , согласно выражениям (85), (86),

(88), в зависимости от уровня неоднородной компоненты флуктуаций в точке отсечки. Хорошо видно, что их поведение принципиально различно. Зависимость t_c/t_{eff} чувствительна к изменению уровня флуктуаций во всём слое (плазменном объёме), в то время как $l_{cx}/l_{cx}^{\text{eff}}$ изменяется незначительно и зависит в основном от уровня флуктуаций в окрестности точки отсечки. Как упоминалось выше, уширение частотного спектра корреляционной рефлектометрии определяется нелокальным малоугловым рассеянием во всей пространственной области, где присутствует турбулентность. В то же время подавление корреляции сигналов в двух частотных каналах в нелинейном режиме рассеяния чувствительно к уровню флуктуаций в окрестности точки отсечки. Подобная интерпретация наглядно иллюстрируется рис. 12.

Следует отметить, что все расчёты, приведённые выше, сделаны при условии, что в плазме присутствует только одна точка отсечки. Однако результаты численного моделирования корреляционной функции сигналов в рамках одномерной полноволновой модели [68, 69] продемонстрировали хорошее согласие с теоретическими предсказаниями в широком диапазоне значений $\delta n/n_c$. Согласие имело место даже при тех уровнях турбулентности $\delta n/n_c > l_{cx}/L_j$, при которых аналитические выражения, казалось бы, должны становиться некорректными, поскольку условие отсутствия в плазме дополнительных точек отсечки нарушается. Таким образом, можно надеяться, что для полученных выше аналитических выражений условие, ограничивающее их применимость в зависимости от уровня флуктуаций, не является критичным.

Применительно к использованию рассеяния сильно рефрагирующих микроволновых пучков для получения данных о флуктуациях плотности, в частности, на тороидальных установках для удержания плазмы можно констатировать следующее. В линейном режиме рассеяния (условие определяется выражением (76)) локальность измерений корреляционной функции сигналов в двух частотных каналах и частотного спектра турбулентности невысока и она существенно зависит от формы профиля плотности плазмы. ККФ убывает по логарифмическому закону, что согласуется с результатами, полученными как аналитически, так и численно [7, 8], т.е. без использования ВКБ-приближения. Переход от линейного режима рассеяния к нелинейному зависит от размера трассы зондирующей волны, радиального корреляционного масштаба турбулентности и уровня турбулентности. При выполнении условия (75) рассеяние находится в нелинейном режиме.

В сильно нелинейном режиме, когда выполняется условие (78), измерения корреляционной функции сигналов в двух частотных каналах являются локальными, однако они позволяют оценить скорее уровень турбулентности, чем радиальную корреляционную длину флуктуаций плотности. Измерения частотного спектра турбулентности в сильно нелинейном режиме отличаются, как и в линейном режиме, невысокой локальностью. Аналитические результаты, полученные в рамках одномерной нелинейной модели, хорошо согласуются с результатами численного моделирования [68], проведённого в рамках одномерной волновой модели РКР. Результаты численного моделирования показали, что условие $|\delta n/n_c| \ll l_{cx}/L_j$, ограничивающее применимость полученных аналитических выражений при больших отно-

сительных уровнях турбулентности, по всей видимости, не является критичным.

Как показывает анализ радиальной корреляционной рефлектометрии, выполненный в двумерной геометрии [16], дифракция рассеянных волн влияет только на амплитуду зондирующей волны. Она не изменяет таких свойств, как уширение спектра зондирующего сигнала, и особенностей подавления корреляции сигналов в двух частотных каналах, которые с хорошей точностью описываются в рамках одномерной нелинейной модели, что позволяет объяснить сходство результатов численного моделирования ККФ, полученных в рамках одномерной и двумерной моделей [60].

Следует, однако, отметить, что двумерные эффекты очень существенны для доплеровской рефлектометрической диагностики, описанию нелинейного режима которой посвящён раздел 3.3.

3.3. Влияние многократного малоуглового рассеяния на характеристики доплеровской рефлектометрии

Доплеровская разновидность флуктуационной рефлектометрии (ДР) в настоящее время широко используется как для изучения полоидального вращения плазмы токамака, так и для анализа пространственных спектров флуктуаций плотности [51, 70–74]. При исследованиях этим методом зондирующая волна, для которой в плазме имеется поверхность отсечки, распространяется наклонно по отношению к градиенту плотности в полоидальном сечении токамака. Регистрируется сигнал рассеяния назад, имеющий частоту, отличную от зондирующей. Смещение частотного спектра регистрируемого сигнала обычно интерпретируется как возникшее при однократном рассеянии в результате эффекта Доплера за счёт полоидального вращения плазменной турбулентности.

Изначально ожидалось, что метод обладает высоким пространственным и временным разрешением и допускает простую интерпретацию экспериментальных результатов. Это ожидание было связано с предположением о том, что весь зарегистрированный приёмной антенной сигнал — результат рассеяния на флуктуациях плотности в окрестности поверхности отсечки. Данное предположение основано на физическом эффекте увеличения амплитуды зондирующей волны в этой области. Однако с увеличением амплитуды турбулентности или длины траектории зондирующей волны, что имеет место в больших плазменных установках, диагностика в результате многократного малоуглового рассеяния переходит в нелинейный режим формирования регистрируемого сигнала, возрастание которого с увеличением уровня турбулентности насыщается. При этом распространение зондирующей волны становится нерегулярным, а интерпретация данных диагностики, справедливая в линейном режиме, оказывается неприменимой. Нелинейные по амплитуде флуктуаций эффекты могут играть важную роль в случае, когда сигнал линейного рассеяния назад подавлен [75, 76], а также в больших установках, где длина лучевой траектории велика [72].

Далее, основываясь на методах поиска решения волнового уравнения в случае многократного малоуглового рассеяния зондирующей волны, описанных в разделах 3.1, 3.2, мы приведём описание режима насыщения ДР, которое свободно от ограничений борновского приближения [17]. Как и ранее, предполагаем, что турбулент-

ность является длинноволновой, т.е. её корреляционная длина существенно больше длины волны зондирующего излучения. Данная модель является разумным приближением для параметров плазмы токамака и стелларатора. Влияние турбулентности на распространение зондирующей волны в основном сводится к случайной модуляции фазы зондирующего сигнала, причём в рассматриваемом случае многократного рассеяния эта модуляция по величине превосходит π . Здесь мы во многом следуем подходу [10–12], но с учётом неоднородности среды.

Рассмотрим случай произвольного профиля плотности плазмы, а также произвольной поляризации (обыкновенной или необыкновенной) зондирующего сигнала. Распространение зондирующей волны будем рассматривать в рамках плоской геометрии, пренебрегая искривлением магнитных поверхностей. При этом флуктуации плотности плазмы полагаем двумерно неоднородными и нестационарными.

Так же как и в случае стандартной рефлектометрии, распределение электрического поля отражённой от отсечки зондирующей волны в рупоре приёмной антенны может быть представлено с помощью геометрико-оптического приближения, а именно в виде выражения (58), где, как и ранее, полная фаза, набираемая волной при проходе от антенны до отсечки и обратно, даётся выражением (59). Регулярная часть фазы в случае наклонного зондирования в параксиальном приближении выражается как

$$\phi_0 = 2 \int_0^{L_j(K)} k_x(x, \omega_j, 0) dx + d_j^2(0) \frac{k_y^2 - K^2}{2} + k_y y - \frac{\pi}{2}, \quad (89)$$

где

$$d_j(x) = 2 \int_x^{L_j(K)} \frac{dx'}{k_x(x', \omega_j, K)}, \quad L_j(K) = L(\omega_j, K).$$

В свою очередь нерегулярную часть фазы волны $\delta\phi$, связанную с её распространением через турбулентную среду, с точностью до членов первого порядка малости можно представить в следующем виде:

$$\delta\phi = -\frac{\omega_j^2}{2c^2} \sum_{p=\pm} \int_0^{L_j(K)} \frac{\delta n(x, Y_p(x), t)}{n_c} \frac{h(x) dx}{k_x(x, \omega_j, K)}. \quad (90)$$

Поправка к фазе (90) вычислена вдоль невозмущённой траектории $x(y, k_y)$, приходящей в точку $(0, y)$:

$$Y_{\pm}(x) = y - \frac{K}{2} (d_j^2(0) \pm d_j^2(x)). \quad (91)$$

Верхний (+) и нижний (–) индексы отвечают частям траектории зондирующей волны после и до точки отсечки соответственно. Отметим что учёт влияния флуктуаций плотности на форму лучевой траектории, а также на поведение амплитуды волны приводит к поправкам высшего порядка малости по амплитуде флуктуаций плотности. Далее проанализируем наиболее распространённый экспериментальный случай, когда приёмная антенна находится рядом с зондирующей и их углы наклона ϑ к градиенту плотности совпадают. В этом случае, как правило, совпадают и их аппаратные функции, имеющие вид, соответствующий диаграмме (4),

$$E_0(y) = \frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{w}} \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2} + iKy\right). \quad (92)$$

Для оценки пространственного разрешения диагностики рассмотрим неоднородное распределение скорости полоидального вращения плазмы и предположим слабую статистическую неоднородность турбулентности в радиальном направлении, что является типичным для экспериментов на токамаках и стеллараторах. Учитывая полоидальное вращение плазмы, представим возмущение плотности в виде $\delta n(\mathbf{r}, t) = \delta n(x, y - v(x)t, t)$. Здесь скорость $v(x)$ описывает сумму скоростей вращения плазмы и фазовой скорости турбулентности. Это позволяет нам, по аналогии с (70), представить двухточечную корреляционную функцию флуктуаций плотности в виде

$$\langle \delta n(x, y; t_1) \delta n(x', y'; t_2) \rangle = \delta n^2 \left(\frac{x+x'}{2} \right) K_n \left(x-x'; y-y' - v \left(\frac{x+x'}{2} \right) \tau; \tau \right), \quad (93)$$

где $\tau = t_1 - t_2$. Рассмотрим далее сильно нелинейный режим малоуглового рассеяния, в котором выполнено условие (78). В этом случае мощность сигнала P_s и его нормированная автокорреляционная функция (ACF) могут быть представлены как

$$P_s = P_0 \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 dy_2 dk_{y1} dk_{y2} \exp(i\Psi(y_1, y_2, k_{y1}, k_{y2}) - \sigma(0)), \quad (94)$$

ACF(τ) =

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dy_1 dy_2 dk_{y1} dk_{y2} \exp(i\Psi(y_1, y_2, k_{y1}, k_{y2}) - \sigma(\tau))}{\int_{-\infty}^{\infty} dy_1 dy_2 dk_{y1} dk_{y2} \exp(i\Psi(y_1, y_2, k_{y1}, k_{y2}) - \sigma(0))},$$

где

$$\Psi(Y, y, Q, q) = i \frac{Y^2 + y^2/4}{w^2} + Ky + d_j^2(0)qQ + qY + Qy + i(Q-K)^2 w^2 + i \frac{q^2 w^2}{4}, \quad (95)$$

$$\sigma(\tau) = \frac{\tau^2}{t_{\text{eff}}^2} + \frac{(y + qd_j^2(0) - V_1\tau)^2}{\rho_{\text{eff}1}^2} + \frac{(V_2^2 - V_1^2)\tau^2}{\rho_{\text{eff}1}^2} + \frac{q^2 d_j^4(0)}{\rho_{\text{eff}2}^2},$$

$$Q = \frac{k_{y1} + k_{y2}}{2}, \quad q = k_{y1} - k_{y2},$$

$$Y = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad y = y_1 - y_2,$$

t_{eff} даётся выражением (86), в котором множитель $|\partial^2 S_{jj}(\xi, 0, \tau)/\partial \tau^2|_{\tau=0}$ имеет явный вид,

$$\left| \frac{\partial^2 S_{jj}(\xi, 0, \tau)}{\partial \tau^2} \right|_{\tau=0} = \frac{\omega_j^2}{4c^2} \frac{1}{k_x^2(x, \omega_j, 0)} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (\bar{K}_n(0; \tau) + \bar{K}_n(K; \tau)) \Big|_{\tau=0}.$$

Кроме того, при определении функции $\sigma(\tau)$ мы использовали следующие обозначения:

$$\rho_{\text{eff}1,2}^{-2} = \frac{\omega_j^2 l_{cx}}{4c^2} \left(\int_0^{L_j(K)} dx \frac{\delta n^2(x)}{n_c^2} h^2(x) S_{\rho 1,2}(x) \right),$$

$$V_1 = \frac{\omega_j^2 l_{cx}}{4c^2} \left(\int_0^{L_j(K)} dx \frac{\delta n^2(x)}{n_c^2} h^2(x) v(x) S_{\rho 1}(x) \right),$$

$$V_2^2 = \frac{\omega_j^2 l_{cx} \rho_{\text{eff}1}^2}{4c^2} \left(\int_0^{L_j(K)} dx \frac{\delta n^2(x)}{n_c^2} h^2(x) v^2(x) S_{\rho 1}(x) \right).$$

Отметим, что $V_2^2 - V_1^2 > 0$ в силу неравенства Коши – Буняковского (Шварца). Вдали от точки отсечки, $|x - L_j(K)| \gg l_{cx}$, функции $S_{\rho 1}(x, K)$ и $S_{\rho 2}(x, K)$ могут быть представлены в виде

$$S_{\rho 1}(x) = \frac{\omega_j^2}{4c^2} \frac{1}{k_x^2(x, \omega_j, 0)k_x(x, \omega_l, 0)} \times \\ \times \left(\partial_{yy} \bar{K}_n(y; 0) \Big|_{y=0} + \partial_{yy} \bar{K}_n(y; 0) \Big|_{y=Kd_j^2(x)} \right), \quad (96)$$

$$S_{\rho 2}(x) = \frac{\omega_j^2}{4c^2} \frac{1}{k_x^2(x, \omega_j, 0)} \times \\ \times \frac{d_j^4(x)}{d_j^4(0)} \left(\partial_{yy} \bar{K}_n(y; 0) \Big|_{y=0} - \partial_{yy} \bar{K}_n(y; 0) \Big|_{y=Kd_j^2(x)} \right). \quad (97)$$

Сингулярность в точке $x \rightarrow L_j(K)$, которая имеет место для функции $S_{\rho 1}(x)$, "насыщается" в окрестности точки отсечки при $|x - L_j(K)| \leq l_{cx}$ на уровне

$$S_{\rho 1}(x, Q) \simeq \frac{\omega_j^2}{2c^2} \frac{1}{k_x^2(L_j(K) - l_{cx}, K)} \partial_{yy} \bar{K}_n(y; 0) \Big|_{y=0}.$$

В этой пространственной области функция $S_{\rho 1}(x, K)$, по аналогии с (84), может быть представлена следующим асимптотическим выражением:

$$S_{\rho 1}(x, K) = \frac{2L_j(K)}{l_{cx}} \int_0^{\pi/2} \partial_{yy} \bar{K}_n(A - 2\zeta \cos(2\varphi), y, K) \Big|_{y=0} d\varphi,$$

где $\zeta = L_j(K) - x$. В частном случае гауссова спектра флуктуаций по радиальным волновым числам мы можем получить приближённое выражение функции $S_{\rho 1}$ в виде

$$S_{\rho 1} \simeq \frac{L_j}{l_{cx}} G(\zeta, b) \Big|_{b=l_{cx}^2/4} \partial_{yy} \bar{K}_n(y, K) \Big|_{y=0},$$

где функция $G(\zeta, b)$ определена в (88). Выражение (97) для функции $S_{\rho 2}$ остаётся верным и в окрестности точки отсечки. В итоге получим искомые величины: мощность сигнала

$$P_s = \frac{P_0}{\sqrt{1 + \frac{2w^2}{\rho_{\text{eff}1}^2}} \sqrt{4 + \frac{8d_j^4(0)}{\rho_{\text{eff}2}^2 w^2} + \frac{d_j^4(0)}{w^4} + \frac{8d_j^4(0)}{2w^4 + \rho_{\text{eff}1}^2 w^2}}} \times \\ \times \exp \left[-\frac{2w^2 \rho_{\text{eff}1}^2}{2w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2} K^2 - \frac{\left(\frac{w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2/4}{w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2/2} \right)^2}{\frac{w^2}{2d_j^4(0)} + \frac{1}{\rho_{\text{eff}2}^2} + \frac{1}{8w^2} + \frac{1}{2w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2}} K^2 \right] \quad (98)$$

и автокорреляционную функцию двух сигналов

$$\text{ACF}(\tau) = \\ = \exp \left\{ i \left[1 - \frac{4w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2}{2w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2} \left(\frac{1}{2} + \frac{2w^4}{d_j^4(0)} + \frac{4w^2}{\rho_{\text{eff}2}^2} + \frac{4w^2}{2w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2} \right)^{-1} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{2KV_1 \tau}{1 + \rho_{\text{eff}1}^2/(2w^2)} \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{\tau^2}{t_c^2} - \frac{\tau^2}{t_c^{\text{eff}2}} - \frac{(V_2^2 - V_1^2)\tau^2}{\rho_{\text{eff}1}^2} - \right. \\ \left. - \left[2w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2 + \left(\frac{w^2}{2d_j^4(0)} + \frac{1}{\rho_{\text{eff}2}^2} + \frac{1}{8w^2} \right)^{-1} \right]^{-1} V_1^2 \tau^2 \right\}. \quad (99)$$

Рассмотрим зависимость мощности принятого сигнала (98) от параметров эксперимента. Прежде всего, как легко увидеть, сигнал может быть подавлен экспоненциально,

$$P_s \propto \exp \left(-2w^2 K^2 \frac{2 + 4w^4/d_j^4(0)}{1 + 4w^4/d_j^4(0)} \right),$$

в случае, когда диаграмма направленности достаточно узка по углам, а малоугловое рассеяние зондирующей волны находится ещё не глубоко в нелинейном режиме, т.е. при выполнении предельных условий $wK \gg 1$, $\rho_{\text{eff}1}^2 \gg w^2$, $\rho_{\text{eff}2}^2 \gg 2d_j^4(0)/w^2$, w^2 . Подавление сигнала можно объяснить тем фактом, что в неоптимальном случае он принимается периферией диаграммы направленности антенны. Влияние этого эффекта может быть уменьшено или даже устранено многократным малоугловым рассеянием, ведущим к искажению фронта зондирующей волны и, таким образом, к генерации волн, которые после отражения от отсечки не подавлены диаграммой направленности приёмной антенны. Этот эффект имеет место в сильно нелинейном режиме рассеяния и в дальней зоне, когда выполнены условия $\rho_{\text{eff}1}^2 \ll w^2$, $\rho_{\text{eff}2}^2 \ll 2d_j^4(0)/w^2$, w^2 , а выражение для мощности сигнала принимает вид

$$P_s = P_i \frac{\rho_{\text{eff}1} \rho_{\text{eff}2}}{4d_j^2(0)} \exp [-(\rho_{\text{eff}1}^2 + \rho_{\text{eff}2}^2) K^2]. \quad (100)$$

Заметим, что при $(\rho_{\text{eff}1}^2 + \rho_{\text{eff}2}^2) K^2 > 1$ сигнал рассеяния из-за сильной экспоненциальной зависимости возрастает с увеличением амплитуды турбулентности. Выражение (100) свидетельствует, что в случае $(\rho_{\text{eff}1}^2 + \rho_{\text{eff}2}^2) K^2 = 1$ эта зависимость достигает максимума. При этом турбулентность достаточно сильна для того, чтобы существенно изменять пологоидальное волновое число зондирующей волны при многократном малоугловом рассеянии и вместе с отражением от отсечки разворачивать зондирующую волну в направлении приёмной антенны. Отметим, что при дальнейшем повышении уровня турбулентности, при $(\rho_{\text{eff}1}^2 + \rho_{\text{eff}2}^2) K^2 < 1$, сигнал доплеровского рефлектометра начинает убывать с возрастанием амплитуды турбулентности из-за сильного углового уширения рассеянного излучения, что наблюдалось в численных расчётах [73, 74].

Подчёркнём также, что мощность сигнала рассеяния назад, описываемая соотношением (100), почти постоянна при малых перпендикулярных волновых числах K зондирующей волны, удовлетворяющих условию $(\rho_{\text{eff}1}^2 + \rho_{\text{eff}2}^2) K^2 < 1$, но начинает резко, экспоненциально, убывать при выполнении противоположного условия $(\rho_{\text{eff}1}^2 + \rho_{\text{eff}2}^2) K^2 > 1$. Такое изменение поведения сигнала доплеровского рефлектометра при увеличении перпендикулярного волнового числа зондирующей волны наблюдалось в сильно нелинейном режиме малоуглового рассеяния в экспериментах на токамаке

ASDEX-Upgrade [72]. Заметим, что задаваемая условием $(\rho_{\text{eff}1}^2 + \rho_{\text{eff}2}^2)K^2 = 1$ величина критического волнового числа, при которой происходит это изменение поведения, согласно теории, увеличивается с возрастанием уровня турбулентных флуктуаций плотности.

Проанализируем спектр сигнала доплеровской рефлектометрии в случае доминирующего многократного малоуглового рассеяния. Преобразование Фурье автокорреляционной функции (99) в этом случае приводит к выражению

$$S(\omega) \propto \exp \left[-\frac{(\omega_j - 2\alpha KV_1)^2}{4/t_{\text{eff}}^2 + 4(V_2^2 - V_1^2)/\rho_{\text{eff}1}^2 + 4V_1^2/R^2} \right], \quad (101)$$

где

$$\alpha = \frac{2w^2}{2w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2} \left[1 - \frac{4w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2}{2w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2} \times \frac{1}{1/2 + 2w^4/d_j^4(0) + 4w^2/\rho_{\text{eff}2}^2 + 4w^2/(2w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2)} \right],$$

$$R^2 = 2w^2 + \rho_{\text{eff}1}^2 + \left(\frac{w^2}{2d_j^4(0)} + \frac{1}{\rho_{\text{eff}2}^2} + \frac{1}{8w^2} \right)^{-1}.$$

Вначале рассмотрим случай однородного полоидального вращения плазмы, $v(x) = v$. В этом случае $V_1 = V_2 = v$. В сильно нелинейном режиме, когда расходимость антенного пучка полностью определяется турбулентностью $t_{\text{eff}} \ll t_c$, w/v , из выражения (101) можно увидеть, что сдвиг частотного спектра определяется обычным (линейным) эффектом Доплера $\bar{\omega}_D = 2Kv$. Однако ширина частотного спектра $\Delta\bar{\omega} = 2/t_{\text{eff}}$ зависит от амплитуды флуктуаций плотности и отличается от ширины частотного спектра при линейном режиме рассеяния t_c^{-1} . Это отличие определяется коэффициентом, который можно оценить как

$$\frac{t_c}{t_{\text{eff}}} \sim \frac{\delta n^2}{n^2} \frac{\omega_j^2 L_j l_{\text{cx}}}{c^2} h^2 \ln \left(\frac{L_j}{l_{\text{cx}}} \right).$$

Таким образом, в случае нелинейного режима рассеяния ширина частотного спектра может быть значительно больше, чем в линейном режиме, который реализуется при выполнении неравенства

$$\frac{\delta n^2}{n^2} \frac{\omega_j^2 L_j l_{\text{cx}}}{c^2} h^2 \ln \left(\frac{L_j}{l_{\text{cx}}} \right) < 1,$$

являющегося обратным неравенству (78). Отметим, что если флуктуации, приводящие к рассеянию назад, подавлены в спектре турбулентности, как показано в [75, 76], то нелинейное многократное рассеяние назад может приводить к формированию сигнала ДР и при выполнении критерия, обратного (78).

В случае неоднородного полоидального вращения плазмы сдвиг частотного спектра определяется средним произведением амплитуды турбулентности и скорости вращения $\bar{\omega}_{\text{max}} = 2KV_1$. Это означает, что основной сдвиг частотного спектра может быть произведён как областью с высокой амплитудой флуктуаций плотности, так и областью с высокой скоростью полоидального вращения. На уширение частотного спектра оказывает влияние дополнительный фактор, связанный с широм (неоднородностью) полоидальной скорости вращения плазмы $\Delta\omega \simeq 2[1/t_{\text{eff}}^2 + (V_2^2 - V_1^2)/\rho_{\text{eff}1}^2]^{1/2}$. Таким обра-

зом, сдвиг и ширина частотного спектра при наличии шири скорости полоидального вращения плазмы в нелинейном режиме рассеяния отличаются от таковых, свойственных линейному режиму рассеяния зондирующей волны.

3.4. Влияние многократного рассеяния назад на работу флуктуационного рефлектометра

При высоком уровне турбулентности в плазме (критерий будет приведён ниже) возможны переход в нелинейный режим и рассеяние назад, чем могут быть объяснены аномальные эффекты, которые наблюдаются в различных экспериментах, в частности, при использовании радарной модификации рефлектометрической диагностики [77], позволяющей получать информацию о профиле невозмущённой плотности и турбулентности. В этих исследованиях, результаты которых изложены в работе [77], обнаружены скачки времени задержки зондирующей волны и фазы рассеянной волны, что может быть объяснено запирающим зондирующей волны в плазме. В рамках традиционной модели распространения зондирующей волны от антенны до поверхности отсечки и обратно такое запирающее возможно только при предположении быстрого и сильного изменения профиля плотности плазмы, которое приводит к появлению дополнительных поверхностных отсечек для зондирующей волны. Однако возможна и альтернативная интерпретация, которая основывается на предположении, что причиной запирающего является переход брэгговского рассеяния назад в нелинейный режим. До недавних пор ввиду математической сложности описания нелинейного режима брэгговского рассеяния назад эти эффекты анализировались только численно [78].

В этом разделе приводится аналитическая модель [79], позволяющая описать в рамках приближения одномерно неоднородной плазмы трёхволновое взаимодействие в области, где для зондирующей волны выполняется брэгговское резонансное условие. Показано, что многократное брэгговское рассеяние назад при некоторых частотах зондирующей волны приводит к её значительному усилению между брэгговским резонансом и отсечкой или между двумя брэгговскими резонансами. В результате анализа получены условия эффективного запирающего зондирующей волны, которые хорошо согласуются с результатами расчёта.

Как и в разделе 2.1, рассмотрим в рамках одномерной модели распространение зондирующей волны с произвольной поляризацией перпендикулярно внешнему магнитному полю в направлении неоднородности плотности плазмы. Поле этой волны описывается уравнением Гельмгольца (1), в одномерном случае принимающим вид

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(N^2(x, \omega) - h \frac{\delta n(x)}{n_c} \right) \right] E = 0, \quad (102)$$

где N и h определены в (2) и (3). Пусть возмущение плотности $n_c(x)$ описывается функцией

$$\delta n(x) = \sum_{j=1}^m \delta n_j(x) \cos(\kappa_j x),$$

$$\delta n_j(x) = \delta n_j n_c \exp \left[-\frac{(x - x_j)^2}{L_j^2} \right],$$

которая моделирует квазикогерентные флуктуации плотности, расположенные в области, где выполняется резонансное условие Брэгга $\kappa_j = 2k_x(x_j)$ для зондирующей волны, δ_j — относительная амплитуда флуктуаций, L_j — ширина области локализации флуктуаций. Считая плазму слабонеоднородной, $\kappa_j L_j \gg 1$, будем искать решение уравнения (102) в виде суперпозиции падающей и отражённой ВКБ-волн, распространяющихся в разных направлениях:

$$E_\alpha(x) = \frac{a_i(x)}{\sqrt{k_x(x)}} \exp\left(i \int^x k_x(x') dx'\right) + \frac{a_r(x)}{\sqrt{k_x(x)}} \exp\left(-i \int^x k_x(x') dx'\right). \quad (103)$$

Амплитуды a_i и a_r являются всюду константами, за исключением узкой окрестности точки брэгговского резонанса, в которой из-за нелинейного взаимодействия они становятся функциями координаты. Характерный масштаб их изменения $l_j = |dk_x/dx|_{x_j}^{-1/2}$ много больше длины зондирующей волны и много меньше характерного размера плазменной неоднородности. Поскольку выполняется условие $|k_x(x_j)l_j| \gg 1$, мы можем получить систему уравнений, описывающих амплитуды взаимодействующих волн,

$$\begin{cases} l_j \frac{da_i}{dx} - i\sqrt{Z}a_r \exp(i\Phi) = 0, \\ l_j \frac{da_r}{dx} + i\sqrt{Z}a_i \exp(-i\Phi) = 0, \end{cases} \quad (104)$$

где Z — слабо изменяющаяся функция координаты,

$$Z = \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^4 \left(h \frac{\delta n_j(x)}{n_c} \frac{l_j}{\kappa}\right)^2,$$

$\Phi(x) = \int_{x_j}^x (2k_x(x') - \kappa) dx'$ — расстройка фазы из-за неоднородности плазмы, которая в окрестности брэгговского резонанса может быть представлена в виде $\Phi(\xi) = \xi^2$, $\xi = (x - x_j)/l_j$. В случае нелокализованного возмущения ($L_j \rightarrow \infty$) система уравнений (104) детально проанализирована в работе [80] применительно к параметрической распадной неустойчивости неоднородной плазмы. Показано, что система уравнений (104) имеет решение в функциях параболического цилиндра [81]. В нашем случае система (104) описывает нелинейную связь падающей и отражённой волн в окрестности точки брэгговского резонанса (БР) (рис. 13). Характеристи-

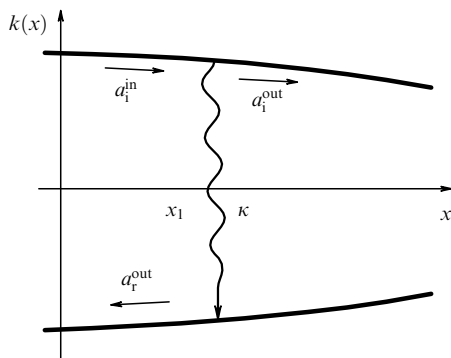


Рис. 13. Дисперсионные кривые, иллюстрирующие брэгговское рассеяние.

ками брэгговского рассеяния назад в резонансном слое являются коэффициенты отражения S_{ri} , S_{ir} и прохождения S_{ii} , S_{rr} падающей волны. Так, в случае падения на этот слой волны с амплитудой a_i^{in} её электрическое поле по обе стороны от точки БР (x_j) имеет вид

$$E_\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{k_x(x)}} \left[a_i^{\text{in}} \exp\left(i \int_{x_j}^x k_x(x') dx'\right) + S_{ri} a_i^{\text{in}} \exp\left(-i \int_{x_j}^x k_x(x') dx'\right) \right], \quad x_j - x \gg l,$$

$$E_\alpha(x) = \frac{S_{ii} a_i^{\text{in}}}{\sqrt{k_x(x)}} \exp\left(i \int_{x_j}^x k_x(x') dx'\right), \quad x - x_j \gg l.$$

Компоненты S -матрицы (матрицы рассеяния) имеют следующий вид [18]:

$$S_{ii,rr} = \exp\left(-\frac{\pi Z}{2}\right), \quad (105)$$

$$S_{ri,ir} = \mp \exp\left(\pm i \frac{\pi}{4}\right) 2\sqrt{\frac{\pi}{Z}} \frac{\exp(-\pi Z/4)}{\Gamma(\mp i Z/2)},$$

где $\Gamma(\dots)$ — гамма-функция Эйлера [59]. В случае локализованного возмущения с конечной, но широкой огибающей, такой что выполняется неравенство $l_j/L_j \ll 1$, можно получить элементы S -матрицы аналитически, используя перенормировку коэффициента Z , т.е.

$$Z_* = \frac{Z|_{\xi=0}}{\sqrt{1 + l_j^2/L^2 Z|_{\xi=0}}}.$$

Эта процедура оказывается корректной до тех пор, пока выполняется соотношение $L_j \gg l_j(Z|_{\xi=0}/2)^{1/2}$. Для произвольной длины огибающей L_j эффективность трансформации можно оценить, используя ВКБ-решение системы уравнений (104)

$$a_i = a_i^{\text{in}} \exp\left[-\int_{\xi_1}^{\xi} \sqrt{|Z(\xi)| - \xi^2} d\xi\right].$$

В этом случае коэффициент трансформации принимает вид

$$S_{ii} = \exp\left(-\int_{\xi_1}^{\xi_2} \sqrt{|Z(\xi)| - \xi^2} d\xi\right), \quad (106)$$

где ξ_1 и ξ_2 — корни трансцендентного уравнения $|Z(\xi)| - \xi^2 = 0$.

3.4.1. Сильное отражение зондирующей волны в результате брэгговского рассеяния назад. Рассмотрим нелинейное брэгговское рассеяние. Будем считать, что в плазме присутствует только одна локализованная квазикогерентная флуктуация ($j = 1$) и отсутствует точка отсечки для зондирующей волны с обыкновенной поляризацией на частоте ω_0 . Дисперсионные кривые взаимодействующих волн $k_x(x)$ схематично показаны на рис. 13. Распределение электрических полей, полученное в результате численного решения уравнения (102), приведено на рис. 14 сплошными светлыми линиями, соответствующее возмущение плотности показано чёрной штриховой кривой. Несмотря на то что относительная амплитуда возмуще-

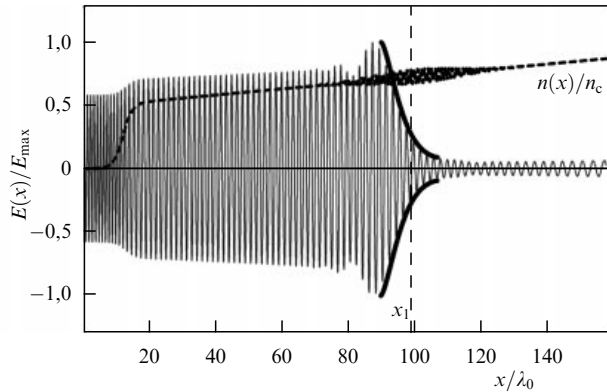


Рис. 14. Распределение электрических полей (тонкие сплошные линии) и плотности (жирная штриховая кривая) единственной локализованной квазикогерентной флуктуации, расположенной в точке брэгговского рассеяния назад обыкновенной волны. Жирная сплошная кривая — зависимость (105). $L_0 = 390\lambda_0$, $\delta = 7,5\%$.

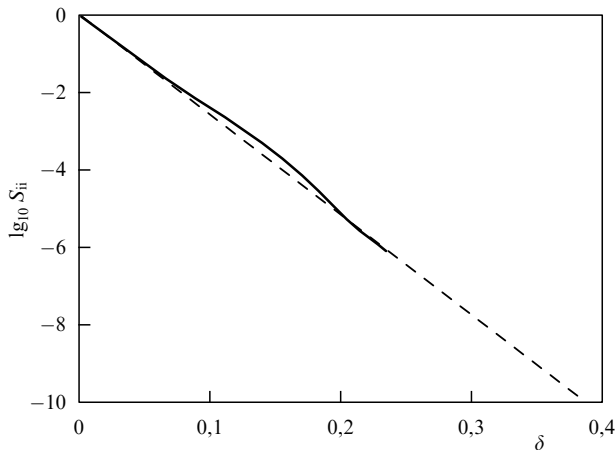


Рис. 15. Зависимость коэффициента прохождения от относительной амплитуды возмущения: аналитическая зависимость (105) (штриховая линия), результат численного моделирования (сплошная линия). $L_0 = 52\lambda_0$.

ния плотности мала, имеет место сильное подавление прохождения падающей волны через резонансный слой. Этот эффект может быть интерпретирован как сильное брэгговское рассеяние назад падающей волны. В частности, зависимость (105) адекватно описывает уменьшение амплитуды электрического поля (жирная сплошная кривая).

На рисунке 15 проведено сравнение коэффициента прохождения, предсказанного выражением (105), с найденным численно. Следует отметить, что выражение (105), скорректированное с учётом конечной длины огибающей $Z \rightarrow Z_*$, хорошо описывает коэффициент прохождения даже для узкого слоя локализации возмущения плотности ($L_0/l_1 = 1,4$), что продемонстрировано на рис. 16, где проведено сравнение с ВКБ-оценкой (106).

Важной особенностью коэффициента прохождения является его экспоненциальная зависимость от параметра Z , а значит, от квадрата амплитуды флуктуации. В случае $Z \gg 1$ (т.е. $S_{ii}|_{Z \gg 1} \rightarrow 0$, $S_{ir,ri}|_{Z \gg 1} \approx 1$) эта зависимость приводит к 100-процентному отражению падающей волны из-за брэгговского рассеяния назад с дополнительной фазой $\varphi_r = Z/2[\ln(Z/2) - 1] - \pi/4$, навязанной рассеянием. Временная задержка отражённой волны

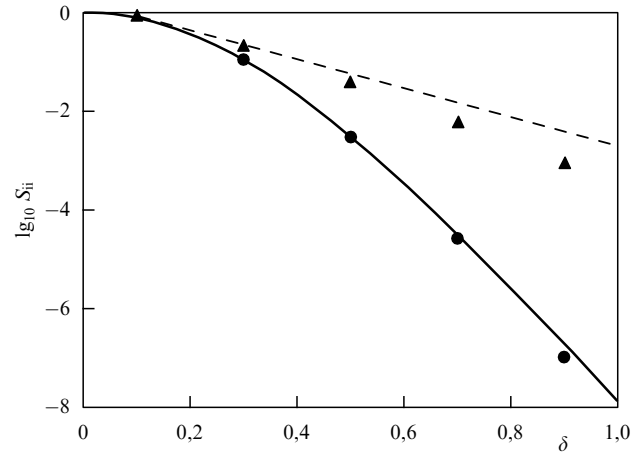


Рис. 16. Сравнение коэффициентов прохождения через резонансный слой, вычисленных по формулам (105) и (106). Сплошная кривая — (105), кружки — (106) для случая $L_0/l_1 = 5,6$; штриховая кривая — (105), треугольники — (106) для случая $L_0/l_1 = 1,4$.

может существенно отличаться от времени распространения зондирующей волны до отсечки и обратно, что показано в численных расчётах [82]. Критерий уровня возмущения плотности, при котором отражение от резонансного слоя становится существенным, имеет следующий вид:

$$\left. \frac{\delta n}{n_c} \right|_{x=x_j} \geq \frac{\delta n_{th}}{n_c} = \frac{c^2}{\omega_0^2} \frac{\kappa}{l_j h} \Big|_{x=x_j}. \quad (107)$$

Отметим, что выражение (105) описывает также линейный режим брэгговского рассеяния назад, $Z < 1$. В этом пределе коэффициент отражения имеет вид $S_{ri} = \exp(i3\pi/4)\sqrt{\pi Z}$. Критерий (107) остаётся верным в том случае, когда БР находится далеко от поверхности отсечки, т.е. является корректным ВКБ-представление (103) решения уравнения (102). Поэтому проведённый анализ остаётся корректным для волновых векторов флуктуаций, удовлетворяющих неравенству $\kappa > \kappa_{Ai} = \ell^{-1}$. В случае минимального значения радиального волнового числа брэгговское рассеяние назад имеет место в окрестности поверхности отсечки и критерий (107) принимает вид $\delta n/n_c \geq h^{-1}(k_0 L_0)^{-2/3}$. В то же время этот критерий свидетельствует о нарушении применимости борновского приближения для брэгговского рассеяния назад [83]. Для меньших радиальных волновых векторов, $\kappa \leq \kappa_{Ai}$, рассеяние назад становится невозможным и имеет место рассеяние вперед.

Критерий сильного рассеяния назад (107) в больших установках может быть выполнен даже при низком уровне флуктуаций. В этом случае эффект отражения зондирующей волны от турбулентного слоя может значительно изменить время задержки сигнала. Это приводит к тому, что рутинные измерения профиля плотности оказываются сомнительными с точки зрения достоверности результатов. Отметим, что критерий перехода рассеяния назад в сильно нелинейный режим получен в специфической модели квазикогерентного возмущения плотности. Он может немного измениться для различных моделей турбулентности. Однако, как показано в работе [84], основные закономерности, предсказанные выражением (107), сохраняются и остаются актуальными.

3.4.2. Запирание СВЧ-волны в результате сильного брэгговского рассеяния назад. Проанализируем эффект запирания СВЧ-волны из-за сильного рассеяния назад. Этот эффект может приводить к значительному возрастанию амплитуды волны в области её пленения. Он часто наблюдался при численном моделировании флуктуационной рефлектометрии в реалистичной геометрии при высоком уровне турбулентности (см. [78] и приведённые там ссылки). Дисперсионные кривые взаимодействующих волн и результаты численного решения уравнения (102) схематично представлены на рис. 17.

Рассмотрим зондирующую волну с единичной амплитудой, падающую со стороны меньшей плотности на турбулентный слой, в котором присутствует квази-когерентное возмущение плотности. Волновой вектор возмущения плотности удовлетворяет брэгговскому резонансному условию. Турбулентный слой расположен между границей плазмы и поверхностью отсечки. Поле зондирующей волны, которое описывается уравнением (102), может быть представлено в виде

$$E_a(x) = \frac{1}{\sqrt{k_x(x)}} \left[\exp \left(i \int_0^x k_x(x') dx' \right) + a_r^{\text{out}} \exp \left(-i \int_{x_1}^x k_x(x') dx' \right) \right], \quad x_1 - x \gg l,$$

$$E_a(x) = \frac{1}{\sqrt{k_x(x)}} \left[a_i^{\text{out}} \exp \left(i \int_0^x k_x(x') dx' \right) + a_r^{\text{in}} \exp \left(-i \int_{x_1}^x k_x(x') dx' \right) \right], \quad x - x_1 \gg l,$$

где a_r^{in} — амплитуда волны, отражённой от поверхности отсечки и падающей на слой со стороны большей плотности, a_i^{out} и a_r^{out} — амплитуды волн, распространяющихся от слоя к отсечке и к границе соответственно. Эти амплитуды связаны из-за брэгговского рассеяния назад матрицей рассеяния (105)

$$\begin{aligned} a_i^{\text{out}} &= S_{ii} + S_{ir} a_r^{\text{in}}, \\ a_r^{\text{out}} &= S_{ri} + S_{rr} a_r^{\text{in}}. \end{aligned} \quad (108)$$

Кроме того, вследствие отражения в отсечке амплитуды a_r^{in} и a_i^{out} различаются только фазой:

$$a_r^{\text{in}} = a_i^{\text{out}} \exp(-i2\varphi_0), \quad (109)$$

где

$$\varphi_0 = \int_{x_1}^{L_0} k_x(x') dx' + \delta\varphi(\delta n) + \frac{i\pi}{4}$$

— полная фаза, включающая в себя регулярную ВКБ-часть и поправку

$$\begin{aligned} \delta\varphi(\delta n) &= \int_{x_1}^{L_0} dx \sqrt{\frac{(2k_x(x) - \kappa_j)^2}{4} - |Z(x)|} - \\ &\quad - \int_{x_1}^{L_0} dx \frac{2k_x(x) - \kappa_j}{2}, \end{aligned}$$

связанную с модификацией дисперсионного уравнения волны из-за возмущения плотности. Эта поправка играет

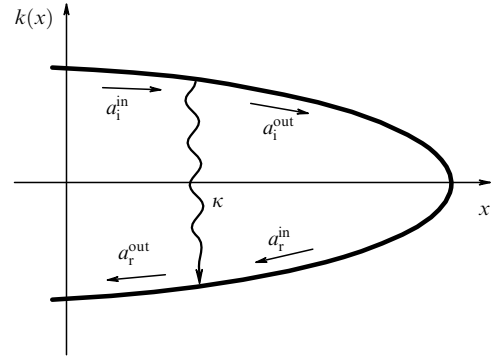


Рис. 17. Дисперсионные кривые взаимодействующих волн в присутствии отсечки.

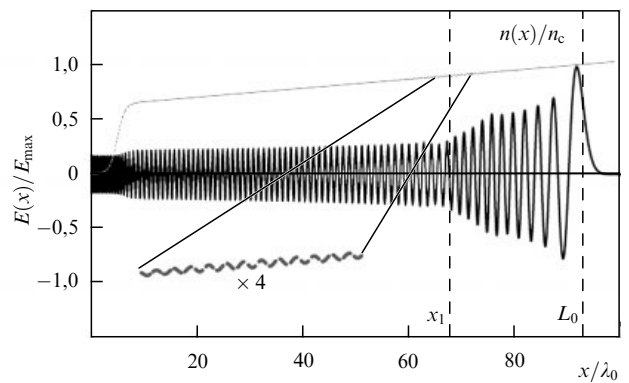


Рис. 18. Профиль плотности плазмы, нормированный на величину плотности в отсечке (серая кривая), и распределение электрического поля волны (чёрная сплошная кривая) в случае присутствия квази-когерентной флуктуации и отсечки. $L_0 = 390\lambda_0$, $\delta_1 = 1\%$.

существенную роль в случае, когда выполняется неравенство $Z > 1$. Подставляя (109) в (108), получим

$$a_i^{\text{out}} = \frac{S_{ii}}{1 - S_{ri} \exp(-i2\varphi_0)}. \quad (110)$$

Согласно (105) и (110) прохождение волны через резонансный слой при $Z_* > 1$ является экспоненциально малым.

В случае, когда частота волны удовлетворяет резонансному соотношению $2\varphi_0 + \varphi_r(\delta n_0) = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, волна начинает циркулировать между БР и отсечкой и её амплитуда становится экспоненциально велика, $a_i^{\text{out}} \approx \exp(\pi Z_*/2) a_i^{\text{in}}$. Эффект захвата волны чётко виден на рис. 18. Качество запирания определяется экспоненциально малыми потерями из этой области. Поэтому при $Z_* > 1$ "ширина" линии резонанса очень мала, что видно из рис. 19, где показаны зависимость коэффициента усиления $\Gamma = a_i^{\text{out}}/a_i^{\text{in}}$ от возмущения волнового числа флуктуации плотности δk , вычисленная по аналитической формуле (110), и результат численного расчёта этой зависимости. Эффект пленения волны в подобной специфической каверне можно диагностировать по быстрому скачку фазы отражённой волны и усиленному рассеянию запертой волны [79]. Отметим, что эти эффекты сохраняются и при учёте ограниченности флуктуаций плотности и волнового пучка в направлении, перпендикулярном градиенту неоднородности плазмы [79]. На рисунке 20

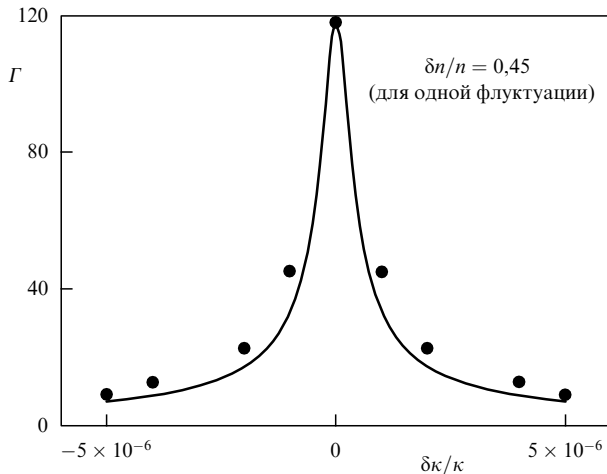


Рис. 19. Зависимость коэффициента усиления Γ от волнового числа флуктуации плотности $\delta\kappa$. Сплошная кривая — зависимость (110), кружки — результат расчёта. $L_0 = 390\lambda_0$.

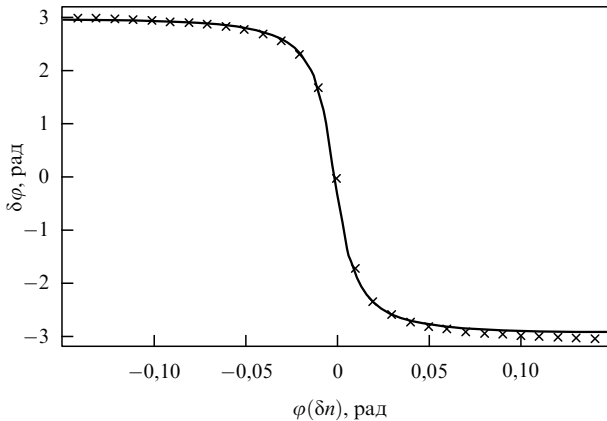


Рис. 20. Зависимость фазы отражённой волны от фазы флуктуации плотности. Сплошная кривая — зависимость (110), кресты — результат численного моделирования.

показаны фаза отражённой волны, вычисленная по формуле (110), и результат её численного расчёта (сплошная кривая и кресты соответственно) в зависимости от фазы флуктуации плотности. Видно разумное согласие между результатом аналитической модели и численным решением уравнения (102).

В результате анализа брэгговского рассеяния назад в рамках модели плоскостойкой одномерно неоднородной плазмы в случае квазикогерентной флуктуации плотности получен порог перехода в сильно нелинейный режим рассеяния (107). Для предполагаемых условий ИТЭР этот порог оказывается на уровне 1 % от плотности невозмущённой плазмы. Переход в нелинейный режим брэгговского рассеяния назад зондирующей волны приводит к значительному нерегулярному изменению времени задержки отражённого сигнала, что создаёт существенные проблемы при интерпретации измерений профиля плотности методом рефлектометрии. Кроме того, эффектом пленения зондирующей волны из-за перехода в нелинейный режим брэгговского рассеяния назад можно объяснить быстрое изменение фазы зондирующей волны, наблюдавшееся экспериментально.

3.5. Экспериментальное проявление нелинейного режима работы флуктуационного рефлектометра

Как показано в разделах 3.1–3.4, интерпретация данных флуктуационной рефлектометрии и получение с её помощью количественной информации о свойствах турбулентности является непростой задачей ввиду вклада в сигналы слаболокализованного малоуглового рассеяния и возможности перехода рассеяния зондирующей волны в нелинейный режим. Эти обстоятельства затрудняют непосредственное сопоставление данных эксперимента с предсказаниями теории или с результатами гирокинетических расчётов. В последнее время весьма популярным методом преодоления этих трудностей является создание синтетических диагностических результатов гирокинетических расчётов [70, 72, 73, 85–92].

В рамках этого подхода на основании теоретических представлений о флуктуационной рефлектометрии создаются коды для расчёта диагностических сигналов по данным численного гирокинетического моделирования дрейфовой турбулентности для конкретной тороидальной установки. Рассчитанные характеристики сопоставляются с соответствующими характеристиками экспериментальных сигналов. В зависимости от выбранной модели описания распространения зондирующей и рассеянной волн данный подход позволяет более или менее реалистично описывать флуктуирующую часть рефлектометрического сигнала.

Следует отметить, что использование полноволновых кодов, основанных на решении уравнения (4), описывающего распространение электромагнитных волн в присутствии турбулентных флуктуаций плотности, оказывается чрезвычайно затратным по времени расчёта рефлектометрических сигналов. С этим связаны попытки построения быстрых кодов, основанных на линейном по амплитуде флуктуаций приближении при решении уравнения (4) (см. [68, 71, 83–92]), в частности на использовании теоремы взаимности в виде (12) (см. [70, 73]).

Пример успешного использования последнего подхода для интерпретации экспериментальных данных, полученных с помощью ДР, приведён на рис. 21, где

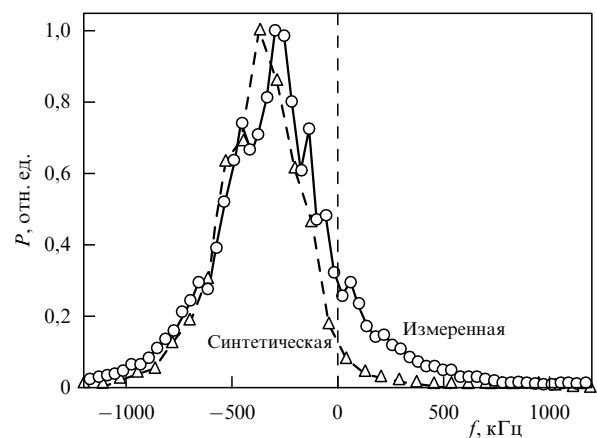


Рис. 21. Сравнение спектра ДР (кружки) с результатами восстановления с использованием синтетического подхода (треугольники). $P = dP_s/df$ — спектральная плотность мощности рассеянного сигнала. Частота флуктуаций плотности представляет собой разность частот зондирующей волны и сигнала рассеяния $f = f_s - f_i$. Смещение максимума частоты в область отрицательных значений соответствует электронному диамагнитному дрейфу.

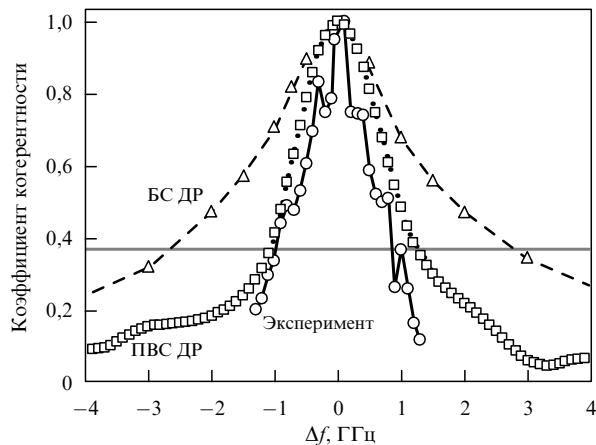


Рис. 22. Зависимость модуля ККФ РКДР (величины когерентности) от разности частот двух зондирующих волн. Треугольники — результат быстрой синтетической ДР (БС ДР) (Fast Synthetic Doppler reflectometry, FSDR), квадраты — результат полноволновой синтетической ДР (ПВС ДР) (Full Wave Synthetic Doppler Reflectometry, FWS DR), кружки — экспериментальные данные.

проведено сравнение экспериментального спектра ДР (кружки) с результатами восстановления этого спектра из данных глобального giroкинетического расчёта с использованием быстрой синтетической ДР-диагностики (треугольники) [70]. Экспериментальные данные получены на установке ФТ-2 (Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург). Численное моделирование турбулентности проведено с помощью giroкинетического кода ELMFIRE [93]. Частота флуктуаций плотности представляет собой разность частот зондирующей волны и сигнала рассеяния $f = f_s - f_i$. Смещение максимума частоты в область отрицательных значений соответствует электронному диамагнитному дрейфу [70]. Экспериментальные данные предсказывают полоидальную скорость вращения флуктуаций плотности в диапазоне $v_\theta = \pi f_D / k_\theta \approx 2,1 \pm 0,2 \text{ км с}^{-1}$, в то время как синтетическая ДР даёт оценку $v_\theta \approx 2,0 \pm 0,1 \text{ км с}^{-1}$. Разумное согласие экспериментальных и синтетических спектральных данных ДР демонстрирует работоспособность методики. Тем не менее её использование для восстановления данных РКДР эксперимента на токамаке ФТ-2 оказалось не столь успешным [73].

На рисунке 22 приведены зависимости ККФ РКДР от разности частот двух зондирующих волн. Треугольники демонстрируют результат быстрой синтетической ДР, а квадраты — результат полноволновой синтетической ДР [94], в рамках которой сигнал рассеяния вычислялся с помощью полноволнового кода IPF-FD3D [92] для распределения и спектра флуктуаций, вычисленных с помощью giroкинетического моделирования, кружки — экспериментальные данные.

На рисунке 23 показаны зависимости ККФ РКДР от расстояния между точками поворота двух зондирующих волн (положение точек поворота зондирующих волн вычислялось с помощью метода лучевых траекторий). Треугольники — результат быстрой синтетической ДР, звёздочки — ФКФ плотности, полученная с помощью кода ELMFIRE, кружки — экспериментальные данные. Как видно, быстрая синтетическая ДР не позволяет воспроизвести экспериментальные зависимости. Однако полноволновая синтетическая ДР даёт ККФ, близкие к изме-

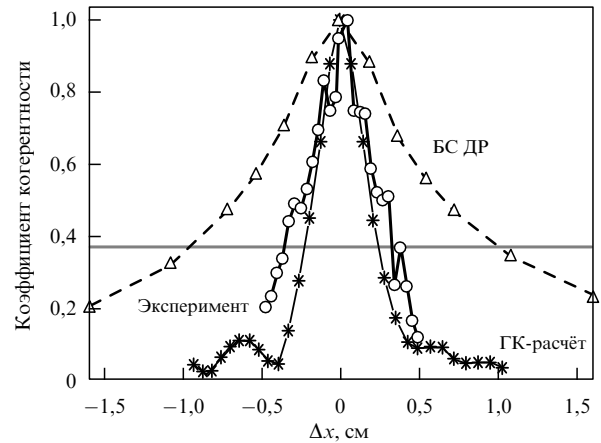


Рис. 23. Зависимость модуля ККФ РКДР (величины когерентности) от расстояния между точками поворота двух зондирующих волн. Треугольники — результат быстрой синтетической ДР, звёздочки — ФКФ плотности, полученная с помощью giroкинетического (ГК) кода ELMFIRE, кружки — экспериментальные данные.

ренным в эксперименте [70]. Медленное убывание ККФ, полученной с помощью быстрой синтетической ДР, на рис. 22 и 23 связано с вкладом слаболокализованного малоуглового рассеяния, приводящим к уширению ККФ в линейном приближении [54]. В то же время резкое различие между экспериментальными ККФ и зависимостями, полученными с помощью быстрой синтетической диагностики, связано с влиянием нелинейных эффектов, а именно многократного малоуглового рассеяния или сильной фазовой модуляции зондирующей волны, согласно теории [15–17] начинающих играть заметную роль с возрастанием уровня турбулентности.

Наличие значимой роли фазовой модуляции зондирующей волны в эксперименте РКДР на токамаке ФТ-2 подтверждено в работе [71], где стандартное отклонение случайной фазовой модуляции сигнала рассеяния численно с использованием приближения геометрической оптики по данным о флуктуациях плотности плазмы, полученным с помощью giroкинетического моделирования, а кроме того, измерено. Полный учёт эффекта сильной фазовой модуляции зондирующей и рассеянной волн в синтетической диагностике [94], основанной на полноволновом коде [92], позволяет полностью описать поведение, наблюдаемое в эксперименте, как это видно из рис. 22.

4. Заключение

Развитие в течение последних 20 лет теории рассеяния электромагнитных волн в неоднородной турбулентной плазме в областях с сильной рефракцией позволило выделить ряд важных обстоятельств, влияющих на формирование сигнала флуктуационной рефлектометрической диагностики в субтермоядерной плазме. В первую очередь к ним относится слаболокализованное малоугловое рассеяние на всей трассе распространения зондирующей волны, которое ухудшает разрешение диагностики по волновым числам флуктуаций плотности и приводит к переходу рассеяния в нелинейный режим при сравнительно низком уровне турбулентности.

Предложены и обоснованы экспериментальные и математические методы, позволяющие устранить влияние малоуглового рассеяния и в принципе добиться восстановления двухточечной корреляционной функции плазменной турбулентности с помощью радиальной корреляционной рефлектометрии. Определены пороги перехода рассеяния в режим, нелинейный по амплитуде флуктуаций плотности, и указаны новые возможности диагностики плазмы, открывающиеся в этом режиме.

Следует отметить, что при развитии теории весьма плодотворным показал себя типичный для отечественной теоретической школы подход, состоящий в преимущественно аналитическом изучении различных физических ситуаций в рамках упрощённых моделей и применении численных методов анализа лишь на стадии проверки аналитических предсказаний.

Несмотря на значительное продвижение в развитии теории, она ещё далека от завершения. К числу задач, которые предстоит решить в ближайшее время, относятся развитие теории полоидальной корреляционной рефлектометрии, а также разработка методов определения уровня турбулентности и её корреляционных характеристик из рефлектометрических измерений в нелинейном режиме, который предположительно будет реализовываться в токамаке-реакторе.

Благодарности. Статья подготовлена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 19-12-50037. База данных токамака ФТ-2, использованная в работе, поддерживается в рамках государственного контракта Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе.

Список литературы

- Doyle E J et al. *Rev. Sci. Instrum.* **61** 3016 (1990)
- Голант В Е *Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы* (М.: Наука, 1968)
- Mazzucato E, Nazikian R *Phys. Rev. Lett.* **71** 1840 (1993)
- Costley A E et al. *Rev. Sci. Instrum.* **61** 2823 (1990)
- Vershkov V A et al. *Nucl. Fusion* **39** 1775 (1999)
- Bretz N *Phys. Fluids B* **4** 2414 (1992)
- Hutchinson I H *Plasma Phys. Control. Fusion* **34** 1225 (1992)
- Gusakov E Z, Tyntarev M A *Fusion Eng. Design* **34–35** 501 (1997)
- Ginsburg V L *J. Phys. USSR* **7** 289 (1943)
- Татарский В И *Теория флуктуационных явлений* (М.: Изд-во АН СССР, 1959); Пер. на англ. яз.: Tatarski V I *Wave Propagation in a Turbulent Media* (New York: McGraw-Hill, 1961)
- Рытов С М, Кравцов Ю А, Татарский В И *Введение в статистическую радиофизику* (М.: Наука, 1977–1978); Пер. на англ. яз.: Rytov S M, Kravtsov Yu A, Tatarski V I *Principles of Statistical Radiophysics* (Berlin: Springer-Verlag, 1987–1989)
- Кляцкин В И *УФН* **179** 547 (2009); Klyatskin V I *Phys. Usp.* **52** 514 (2009)
- Born M Z. *Phys.* **38** 803 (1926)
- Joachain C J *Quantum Collision Theory* (Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1975)
- Gusakov E Z, Popov A Yu *Plasma Phys. Control. Fusion* **44** 2327 (2002)
- Gusakov E Z, Popov A Yu *Plasma Phys. Control. Fusion* **46** 1393 (2004)
- Gusakov E Z, Surkov A V, Popov A Yu *Plasma Phys. Control. Fusion* **47** 959 (2005)
- Gusakov E Z, Neuraux S, Popov A Yu *Plasma Phys. Control. Fusion* **51** 065018 (2009)
- Голант В Е, Пиля А Д *УФН* **104** 413 (1971); Golant V E, Piliya A D *Sov. Phys. Usp.* **14** 413 (1972)
- Шалашов А Г, Господчиков Е Д *УФН* **182** 157 (2012); Shalashov A G, Gospodchikov E D *Phys. Usp.* **55** 147 (2012)
- Пиля А Д *ЖТФ* **36** 2195 (1966); Piliya A D *Sov. Phys. Tech. Phys.* **11** 1639 (1967)
- Гусаков Е З, Пиля А Д *Письма в ЖТФ* **18** (10) 63 (1992); Gusakov E Z, Piliya A D *Sov. Tech. Phys. Lett.* **18** 325 (1992)
- Novik K M, Piliya A D *Plasma Phys. Control. Fusion* **36** 357 (1994)
- Brusehaber B, Gusakov E Z, Kramer M, Piliya A D *Plasma Phys. Control. Fusion* **36** 997 (1994)
- Gusakov E Z et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **42** 1033 (2000)
- Гусаков Е З, Сурков А В *Физика плазмы* **27** 1027 (2001); Gusakov E Z, Surkov A V *Plasma Phys. Rep.* **27** 971 (2001)
- Гусаков Е З, Сурков А В *Физика плазмы* **28** 898 (2002); Gusakov E Z, Surkov A V *Plasma Phys. Rep.* **28** 827 (2002)
- Гусаков Е З *Физика плазмы* **28** 627 (2002); Gusakov E Z *Plasma Phys. Rep.* **28** 580 (2002)
- Гусаков Е З, Сурков А В *Физика плазмы* **29** 49 (2003); Gusakov E Z, Surkov A V *Plasma Phys. Rep.* **29** 42 (2003)
- Гусаков Е З, Сурков А В *Письма в ЖТФ* **29** (16) 89 (2003); Gusakov E Z, Surkov A V *Tech. Phys. Lett.* **29** 698 (2003)
- Архипенко В И и др. *Письма в ЖЭТФ* **59** 393 (1994); Arkhipenko V I et al. *JETP Lett.* **59** 420 (1994)
- Arkhipenko V I et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **37** A347 (1995)
- Bulyiginskiy D G et al. *Phys. Plasmas* **8** 2224 (2001)
- Гурченко А Д и др. *Физика плазмы* **31** 521 (2005); Gurchenko A D et al. *Plasma Phys. Rep.* **31** 476 (2005)
- Gusakov E Z et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **48** B443 (2006)
- Господчиков Е Д, Хусаинов Т А, Шалашов А Г *Физика плазмы* **42** 695 (2016); Gospodchikov E D, Khusainov T A, Shalashov A G *Plasma Phys. Rep.* **42** 723 (2016)
- Хусаинов Т А, Господчиков Е Д, Шалашов А Г *ЖЭТФ* **153** 366 (2018); Khusainov T A, Gospodchikov E D, Shalashov A G *J. Exp. Theor. Phys.* **126** 302 (2018)
- Shalashov A G et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **60** 105009 (2018)
- Gusakov E Z, Kosolapova N V *Plasma Phys. Control. Fusion* **53** 045012 (2011)
- Гинзбург В Л *Распространение электромагнитных волн в плазме* 2-е изд., перераб. (М.: Наука, 1967); Пер. на англ. яз.: Ginzburg V L *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas* (Oxford: Pergamon Press, 1970)
- Piliya A D, Popov A Yu *Plasma Phys. Control. Fusion* **44** 467 (2002)
- Ахиезер А И и др. *Электродинамика плазмы* (М.: Наука, 1974); Пер. на англ. яз.: Akhiezer A I et al. *Plasma Electrodynamics* (Intern. Ser. of Monographs in Natural Philosophy, Vol. 68) (Oxford: Pergamon Press, 1975)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* 2-е изд., испр. (М.: Наука, 1982); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)
- Afeyan B B, Chou A E, Cohen B I *Plasma Phys. Control. Fusion* **37** 315 (1994)
- Heuraux S et al. *Rev. Sci. Instrum.* **74** 1501 (2003)
- Gusakov E Z, Yakovlev B O *Plasma Phys. Control. Fusion* **44** 2525 (2002)
- Gusakov E Z, Surkov A V *Plasma Phys. Control. Fusion* **46** 1143 (2004)
- Евграфов М А *Аналитические функции* 3-е изд., перераб. и доп. (М.: Наука, 1991); Пер. на англ. яз.: Eygrafov M A *Analytic Functions* (Mineola, NY: Dover Publ., 2019)
- Hutchinson I H *Plasma Phys. Control. Fusion* **34** 1225 (1992)
- Kosolapova N V, Gusakov E Z, Heuraux S *Plasma Phys. Control. Fusion* **54** 035008 (2012)
- Schirmer J et al. and the ASDEX Upgrade Team *Plasma Phys. Control. Fusion* **49** 1019 (2007)
- Gusakov E Z, Popov A Yu, in *Proc. of the 10th Intern. Reflectometry Workshop, Padova, Italy, May, 4–6 2011*; <https://www.igi.cnr.it/irw10/proceedings/PopovAYu.pdf>
- Gusakov E Z, Popov A Yu, in *Proc. of the 38th EPS Conf. on Plasma Physics, Strasbourg, France, 27 June–1 July 2011* (Europhysics Conference Abstracts, Vol. 35G, Eds A Becoulet, T Hoang, U Stroth) (Mulhouse: European Physical Society, 2011) P4.056

54. Gusakov E, Irzak M, Popov A *Plasma Phys. Control. Fusion* **56** 025009 (2014)
55. Blanco E, Estrada T *Plasma Phys. Control. Fusion* **55** 125006 (2013)
56. Gusakov E Z, Irzak M A, Popov A Yu, Teplova N V *Plasma Phys. Control. Fusion* **57** 075009 (2015)
57. Gusakov E Z et al. *Phys. Plasmas* **24** 022119 (2017)
58. Гусakov Е З, Круткин О Л *Физика плазмы* **43** 503 (2017); Gusakov E Z, Krutkin O L *Plasma Phys. Rep.* **43** 605 (2017)
59. Abramowitz M, Stegun I A *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables* (United States. National Bureau of Standards. Applied Mathematics Series, Vol. 55) (Washington, DC: U.S. Govt. Print. Off., 1964)
60. Valeo E J, Kramer G J, Nazikian R *Plasma Phys. Control. Fusion* **44** L1 (2002)
61. Gusakov E Z et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **44** 1565 (2002)
62. Gusakov E, Yakovlev B, in *Proc. of the 28th EPS Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics, 18–22 June 2001, Madeira, Portugal* (Europhysics Conference Abstracts, Vol. 25A, Eds C Silva, C Varandas, D Campbell) (Mulhouse: European Physical Society, 2001) p. 361
63. Nazikian R et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 135002 (2005)
64. Kolmogoroff A *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung* (Berlin: J. Springer, 1933); Пер. на англ. яз.: Kolmogorov A N *Foundations of the Theory of Probability* 2nd ed. (New York: Chelsea Publ. Co., 1956)
65. Gusakov E, Heuraux S, Popov A, Schubert M *Plasma Phys. Control. Fusion* **54** 045008 (2012)
66. Шелухин Д А и др. *Физика плазмы* **32** 771 (2006); Shelukhin D A et al. *Plasma Phys. Rep.* **32** 707 (2006)
67. Nazikian R, Mazzucato E *Rev. Sci. Instrum.* **66** 392 (1995)
68. Leclert G et al., in *Proc. of the 30th EPS Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics, St. Petersburg, July 7–11, 2003* (Europhysics Conference Abstracts, Vol. 27A, Eds R Koch, S Lebedev) (Mulhouse: European Physical Society, 2003) P1.79
69. Leclert G et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **48** 1389 (2006)
70. Altukhov A B et al. *Phys. Plasmas* **25** 082305 (2018)
71. Altukhov A B et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **58** 105004 (2016)
72. Happel T et al. and the ASDEX Upgrade Team *Plasma Phys. Control. Fusion* **59** 054009 (2017)
73. Altukhov A B et al. *Phys. Plasmas* **25** 112503 (2018)
74. Hirsch M et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **43** 1641 (2001)
75. Krutkin O L, Gusakov E Z, Heuraux S, Lechte C *Plasma Phys. Control. Fusion* **61** 045010 (2019)
76. Pinzón J R et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **59** 035005 (2017)
77. Clairet F et al. *Rev. Sci. Instrum.* **73** 1481 (2003)
78. Boucher I et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **40** 1489 (1998)
79. Gusakov E et al. *Phys. Scr.* **84** 045504 (2011)
80. Пилия А Д *ЖЭТФ* **64** 1237 (1973); Piliya A D *Sov. Phys. JETP* **37** 629 (1973)
81. Erdelyi A (Ed.) *Higher Transcendental Functions* Vol. 2 (New York: McGraw-Hill, 1953)
82. Hacquin S et al. *J. Comput. Phys.* **174** 1 (2001)
83. Chou A E, Afeyan B B, Cohen B I *Rev. Sci. Instrum.* **66** 1216 (1995)
84. Sysoeva E V, Gusakov E Z, Heuraux S *Plasma Phys. Control. Fusion* **55** 115001 (2013)
85. Leerink S et al. *Contrib. Plasma Phys.* **50** 242 (2010)
86. Leerink S et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 165001 (2012)
87. Hillesheim J C et al. *Rev. Sci. Instrum.* **83** 10E331 (2012)
88. Holland C et al. *Nucl. Fusion* **52** 063028 (2012)
89. Gusakov E Z et al. *Plasma Phys. Control. Fusion* **55** 124034 (2013)
90. Stroth U et al. *Nucl. Fusion* **55** 083027 (2015)
91. Ernst D R et al. and the DIII-D Team *Phys. Plasmas* **23** 056112 (2016)
92. Lechte C et al. and the ASDEX Upgrade Team *Plasma Phys. Control. Fusion* **59** 075006 (2017)
93. Heikkinen J A et al. *J. Comput. Phys.* **227** 5582 (2008)
94. Krutkin O L et al. *Nucl. Fusion* **59** 096017 (2019)

Scattering theory of strongly refracting microwaves in turbulent inhomogeneous plasma. Applications of the theory to the description of fluctuation reflectometry in thermonuclear fusion devices

E.Z. Gusakov, A.Yu. Popov

Ioffe Institute, ul. Politekhnicheskaya 26, 194021 St. Petersburg, Russian Federation

E-mail: evgeniy.gusakov@mail.ioffe.ru, a.popov@mail.ioffe.ru

We present the theory of propagation and scattering of strongly refracting microwaves in turbulent inhomogeneous plasmas. We calculate the scattered signal amplitude in the case of a linear scattering regime in the Born approximation and in the case of multiple small-angle scattering. We discuss the possibility of an analytic description of multiple Bragg backscattering in a closed form. Based on the results of a theoretical analysis of microwave scattering regimes in inhomogeneous turbulent plasmas, we discuss the main fluctuation reflectometry schemes that are broadly used in toroidal thermonuclear fusion devices to analyze turbulence characteristics. We describe the methods for interpreting experimental data and the experimental approaches relying on reflectometry diagnostics that enhance the locality of measurements and their resolution with respect to the wave vectors of fluctuations.

Keywords: microwave scattering, fluctuation reflectometry, drift turbulence, low-frequency density fluctuation, toroidal device, thermonuclear fusion

PACS numbers: 52.35.Hr, 52.35.Mw, **52.70. – m**

Bibliography — 94 references

Received 25 December 2019, revised 5 July 2020

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **190** (11) 1189–1216 (2020)

Physics – Uspekhi **63** (11) (2020)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.08.038813>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.08.038813>