

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ**Коллективные состояния экситонов в полупроводниках**

М.М. Глазов, Р.А. Сурис

Дан обзор многочастичных эффектов в ансамблях экситонов в полупроводниках с акцентом на двумерные системы: структуры с одиночными и двойными квантовыми ямами и с квантовыми микрорезонаторами. Обсуждается эффект конденсации Бозе – Эйнштейна — накопления макроскопического числа экситонов в основном состоянии системы. Известный запрет на конденсацию в низкоразмерных системах может быть снят за счёт беспорядка, обусловленного хаотическим потенциалом. Анализируются проявления конечного времени жизни экситонов и соответственно неравновесности системы, обусловленной процессами прихода и ухода экситонов в конденсатное состояние. Кратко отписываются другие коллективные фазы экситонов: двумерный кристалл диполярных экситонов и электронно-дырочная жидкость, возникающие в результате взаимодействия между частицами.

Ключевые слова: экситон, конденсат Бозе – Эйнштейна, сверхтекучесть, беспорядок, диполярный экситон, экситонный поляритон

PACS numbers: 03.75.Hh, 03.75.Kk, 71.35.–y, 71.35.Lk, 71.36.+c, 72.15.Rn DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.10.038663>

Содержание

1. Введение (1121).
2. Бозе-Эйнштейновская конденсация экситонов в объёмных полупроводниках (1122).
 - 2.1. Предсказание.
 - 2.2. Оптические свойства.
 - 2.3. Коротко об экспериментах.
3. Конденсация экситонов в двумерных системах (1125).
 - 3.1. Краткий обзор экспериментальных систем.
 - 3.2. Бозе-конденсация и сверхтекучесть в идеальных двумерных системах.
 - 3.3. Термодинамика двумерных экситонов и эффекты беспорядка.
 - 3.4. Статистика бозонов в одиночной ловушке.
 - 3.5. Роль конечного времени жизни.
 - 3.6. Взаимодействие и сверхтекучесть экситонов.
 - 3.7. Флуктуации в неравновесном экситонном конденсате.
 - 3.8. Проявления конденсации экситонов в экспериментах.
4. Другие коллективные фазы экситонов (1134).
 - 4.1. Бозе-системы с короткодействующим отталкиванием и дальнодействующим притяжением.
 - 4.2. Фазовый переход газ – кристалл.
 - 4.3. Электронно-дырочная жидкость.
5. Заключение (1139).

Список литературы (1140).

ные эффекты занимают важное место. Особую роль играют эффекты, где по существу проявляются квантовые свойства частиц. Конденсация Бозе – Эйнштейна — наиболее яркий из них. Этот эффект, предсказанный в 1920-е годы, заключается в том, что в газе невзаимодействующих идентичных частиц с целым спином — бозонов — при достаточно низкой температуре определённая доля частиц оказывается в основном состоянии, т.е. конденсируется [1–3]. В бозе-газе происходит фазовый переход, возникает параметр порядка — волновая функция конденсата [4]. Физически конденсация возникает при условии, что характерное расстояние между частицами оказывается порядка или меньше их длины волны де Бройля. Простая оценка по порядку величины в трёхмерном газе показывает, что конденсация возможна при температурах

$$T < T_c \sim \frac{\hbar^2 N^{2/3}}{m k_B}. \quad (1)$$

Здесь N — концентрация бозонов, m — их масса. В дальнейшем постоянную Планка \hbar и постоянную Больцмана k_B полагаем равными единице.

Интересной особенностью бозе-конденсации является то, что эффект возможен в невзаимодействующем газе, в отличие от других фазовых переходов как первого, так и второго рода [3], где взаимодействие в системе является движущей силой фазового перехода; ещё одним исключением являются переходы рода $2\frac{1}{2}$, связанные с изменением топологии поверхности Ферми [5, 6]. Убедительные наблюдения конденсации Бозе – Эйнштейна и пионерские исследования свойств конденсаторов были выполнены в последнее десятилетие XX в. на атомных парах рубидия [7] (см. также [8]) при сверхнизких температурах ~ 170 нК. Важно отметить, что отталкивание

М.М. Глазов, Р.А. Сурис. Физико-технический институт

им. А.Ф. Иоффе РАН,
ул. Политехническая 26, 194021 Санкт-Петербург,
Российская Федерация

E-mail: glazov@coherent.ioffe.ru, suris@theory.ioffe.ru

Статья поступила 14 августа 2019 г.

между бозонами не вызывает разрушения конденсата, а приводит к линейному спектру элементарных возбуждений бозе-системы со слабым взаимодействием [9]. Благодаря этому конденсат становится сверхтекучим.

Конденсация Бозе–Эйнштейна возможна не только в атомных системах, но и в кристаллах для квазичастиц, обладающих бозе-статистикой. Экситоны — электронно-дырочные пары в полупроводниках и изоляторах, связанные кулоновским взаимодействием, являются во многом аналогами атомов: спектр относительного движения электрона и дырки в экситоне Ванье–Мотта оказывается водородоподобным, а экситон как композитная квазичастица обладает целым спином [10, 11]. В 1960-е годы Москаленко [12], Блатт, Боэр и Брандт [13], Келдыш и Козлов [14], Гергель, Казаринов и Сурик [15] обратили внимание на возможность конденсации экситонов большого радиуса в полупроводниках, а Агранович и Тошич исследовали коллективные свойства френкелевских экситонов, т.е. экситонов малого радиуса, составимого с параметром решётки [16]. Поскольку при заданной температуре длина волны частицы тем больше, чем меньше масса этой частицы, экситоны по сравнению с атомами должны конденсироваться при значительно более высоких температурах (см. формулу (1)), а возможность генерации и детектирования экситонов в относительно простых оптических экспериментах открывает широкие перспективы для исследования экситонных конденсатов.

Несмотря на ряд работ, выполненных в 1980–1990-е годы на объёмных полупроводниках, свидетельства конденсации экситонов были неубедительны. Вторая волна интереса к коллективным явлениям в экситонных системах возникла в XXI в., после того как благодаря успехам технологии интерес исследователей сместился от объёмных материалов кnanoструктурам. Появились возможности синтеза двумерных и квазидвумерных структур, в которых движение носителей заряда в двух направлениях свободно, а в одном — ограничено. Именно на двумерных системах, включая структуры с одиночными и двойными квантовыми ямами, а также с квантовыми микрорезонаторами, были получены более убедительные свидетельства формирования коллективного состояния этих квазичастиц [17–23].

Тем не менее, несмотря на значительный прогресс, достигнутый в экспериментальных и теоретических исследованиях коллективных и когерентных эффектов в экситонных системах, открытыми оставались фундаментальные вопросы о том, насколько вообще понятие конденсата Бозе–Эйнштейна применимо к экспериментально изучаемым структурам. Как хорошо известно, конденсация в идеальных двумерных системах невозможна, однако ожидается сверхтекучесть экситонов. Наличие флуктуаций потенциала, вызванных несовершенствами структуры, приводит, с одной стороны, к появлению локализованных состояний, когда энергетический спектр экситонов становится дискретным и конденсация оказывается формально возможной, а с другой — за счёт локализации — сверхтекучесть может подавляться. Такая постановка задачи обсуждалась в литературе для двумерных [24–26] и одномерных [27, 28] систем, однако этот анализ не учитывает ещё одной ключевой особенности реальных систем — наличия конечного времени жизни экситонов и, соответственно, необходимости оптической или электрической накачки системы. Недавно

был предложен метод, позволяющий учесть эти обстоятельства в рамках единой модели [29]. Было показано, что наличие беспорядка делает конденсацию возможной, а конечное время жизни экситонов затрудняет термализацию экситонов в неупорядоченной системе и приводит к дополнительному ограничению на критическую температуру перехода. Отметим, что подавление конденсации за счёт конечного времени жизни экситонов в объёмных полупроводниках было предсказано в [30].

Экситоны являются взаимодействующими частицами. Взаимодействие может оказаться достаточно сильным, вследствие чего в экситонных ансамблях возможна реализация и других коллективных фаз. В объёмных полупроводниках возможно возникновение электронно-дырочной жидкости, которая может собираться в капли [31–35]. В квазидвумерных системах предсказан переход газ–кристалл в случае, если отталкивание между экситонами достаточно дальнодействующее [36].

Цель данного обзора — представить основные вехи теоретического исследования коллективных явлений в экситонных системах. В разделе 2 кратко обсуждается конденсация Бозе–Эйнштейна экситонов в объёмных полупроводниках, приводятся основные результаты для спектра элементарных возбуждений и анализируются оптические свойства конденсата, обсуждается роль беспорядка. Раздел 3 посвящён коллективным явлениям в двумерных системах, обсуждается формальный запрет на конденсацию в двумерии и возможность сверхтекучести экситонов, в этом же разделе приведены ключевые результаты теории, учитывающей как беспорядок, так и конечное время жизни экситонов. Электронно-дырочная жидкость и переход газ–кристалл кратко описаны в разделе 4.

2. Бозе–Эйнштейновская конденсация экситонов в объёмных полупроводниках

2.1. Предсказание

Теоретические предсказания возможности конденсации Бозе–Эйнштейна для экситонов [12–16] были сделаны в 1960-е годы вскоре после пионерского обнаружения Грассом и Карриевым проявлений экситонов большого радиуса в оптических спектрах полупроводников [37]. Для невзаимодействующих экситонов с изотропным параболическим законом дисперсии,

$$E_k = \frac{k^2}{2m}, \quad (2)$$

где k — волновой вектор экситона, m — масса движения экситона как целого, плотность частиц, которых вмещают возбуждённые состояния ($E_k > 0$) в условиях термодинамического равновесия, даётся формулой

$$N = \int f(E; T, \mu) \mathcal{D}_{3D}(E) dE. \quad (3)$$

Здесь

$$\mathcal{D}_{3D}(E) = \frac{\sqrt{m^3 E}}{\sqrt{2} \pi^2} \propto \sqrt{E} \quad (4)$$

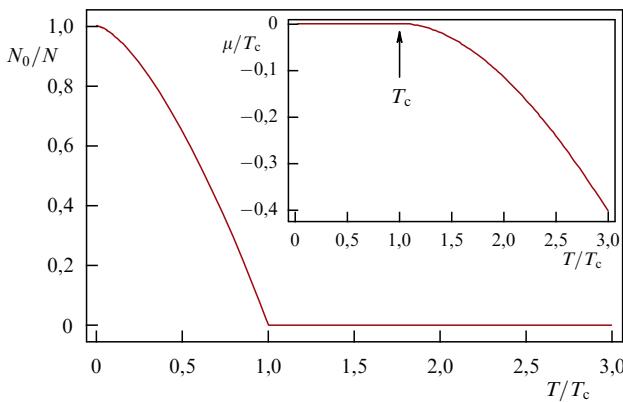


Рис. 1. Доля экситонов в основном состоянии в зависимости от температуры в трёхмерном случае, рассчитанная по формуле (8). На вставке показана температурная зависимость химического потенциала, найденная из условия (3).

— плотность состояний (фактор, связанный с возможным спиновым и долинным вырождением экситонных состояний, здесь и далее опускаем),

$$f(E; T, \mu) = \frac{1}{\exp[(E - \mu)/T] - 1} \quad (5)$$

— равновесная функция распределения частиц, T — температура экситонов, $\mu \leq 0$ — их химический потенциал. При фиксированной концентрации экситонов и понижении температуры или при фиксированной температуре и увеличении концентрации экситонов химический потенциал возрастает и при критической температуре [3]

$$T_c(N) = \frac{2\pi N^{2/3}}{\zeta^{2/3}(3/2)m} \approx 3,31 \frac{N^{2/3}}{m} \quad (6)$$

обращается в нуль ($\zeta(x)$ — ζ -функция Римана), см. вставку к рис. 1. При температурах $T < T_c(N)$ или концентрациях, больших критической (ср. с оценкой (1))

$$N_c(T) = \zeta\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2}, \quad (7)$$

состояние с $E = 0$ оказывается макроскопически заселённым: экситоны, которые "не поместились" в возбуждённые состояния системы, конденсируются в состоянии с нулевой энергией и нулевым импульсом. Их концентрация даётся формулой

$$N_0 = N - N_c(T) = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c(N)} \right)^{3/2} \right]. \quad (8)$$

Температурная зависимость плотности конденсата представлена на рис. 1, при $T \geq T_c$ конденсат отсутствует. Таким образом, экситоны, как и любые другие бозоны, могут формировать конденсат Бозе–Эйнштейна.

С точки зрения теории конденсации экситонов главные вопросы заключаются в следующем:

1. Каков спектр элементарных возбуждений в экситонном конденсате и в какой мере применима статистика Бозе–Эйнштейна к электронно-дырочным парам? Иными словами, какова роль неидеальности бозе-газа экситонов?

2. Каковы проявления экситонного конденсата в экспериментах?

3. Какова роль неравновесности экситонной системы и энергетического беспорядка в эффекте конденсации экситонов? Оба этих фактора неизбежны в экспериментально исследуемых полупроводниковых системах.

Основную сложность с точки зрения теории представляет задача о расчёте спектра элементарных возбуждений в экситонном конденсате. Возможные проявления конденсата в экспериментах обсуждаются в разделе 2.3. Третий вопрос будет подробно обсуждаться далее в разделе 3, посвящённом двумерным системам, где беспорядок и неравновесность играют особенно важную роль. Сейчас мы перейдём к анализу эффектов, связанных с неидеальностью газа экситонов.

Спектр возбуждений бозе-газа со слабым отталкиванием был получен Боголюбовым [9], при малых волновых векторах он соответствует спектру звука:

$$\omega_k = sk, \quad (9)$$

где эффективная скорость звука s определяется силой взаимодействия между бозонами. Непосредственное применение метода Боголюбова к экситонному конденсату сталкивается с определёнными сложностями. Как было отмечено Келдышем и Козловым [38], для экситонов большого радиуса отклонения от статистики Бозе–Эйнштейна (связанные с тем, что коммутатор операторов уничтожения и рождения этих композитных квазичастиц содержит вклады $\sim Na_B^3$, где a_B — боровский радиус экситона) проявляются при тех же плотностях экситонов, что и эффекты межчастичного взаимодействия. Эту сложность можно преодолеть как путём детального анализа четырёхфермионных взаимодействий (два электрона и две дырки) [38, 39], так и путём введения эффективной амплитуды экситон-экситонного рассеяния f с нулевым переданным импульсом [15, 40]. Расчёты показывают, что спектр элементарных возбуждений имеет вид

$$\omega_k = \sqrt{\left(\frac{k^2}{2m}\right)^2 + \frac{4\pi f N}{m^2} k^2}. \quad (10)$$

При малых k спектр линейный (см. формулу (9)) и скорость звука

$$s = \sqrt{\frac{4\pi f N}{m^2}}. \quad (11)$$

Это выражение при должном выборе амплитуды рассеяния f полностью соответствует ответу для слабонеидеального бозе-газа [4, 9]. Здесь и далее считается, что $Nf^3, Na_B^3 \ll 1$, мы также пренебрегаем формированием экситонных молекул (бизекситонов). Естественно, бозе-Эйнштейновская конденсация экситонов возможна лишь в условиях их отталкивания, когда $f > 0$. Вообще говоря, взаимодействие между экситонами имеет сложный характер: в зависимости от ориентации их спинов между этими квазичастицами возможно как притяжение, так и отталкивание, могут возникать связанные состояния — бизекситоны. Это приводит к тому, что коллективные состояния экситонов не исчерпываются лишь бозе-конденсатом, другие возможные фазы обсуждаются в разделе 4.

Интересно отметить, что и для экситонов малого радиуса — френкелевских экситонов — выражение (10) для спектра остаётся в силе, а эффективное отталкивание между электронно-дырочными парами возникает в соответствии с принципом Паули [16].

Спектр экситонов в виде (10) отвечает критерию сверхтекучести Ландау [4]: на плоскости (k, ω) зависимость ω_k лежит над прямой, проходящей через начало координат с ненулевым наклоном, поэтому бозе-энштейновская конденсация экситонов в объёмных полупроводниках должна сопровождаться переходом экситонов в сверхтекущее состояние [40], а коллективное поведение экситонов будет описываться стандартными гидродинамическими уравнениями для сверхтекущей жидкости. Наличие слабого беспорядка не разрушает конденсат, но приводит к затуханию фононов $\gamma_k \propto k^4$ [41]. Подробное обсуждение эффектов беспорядка дано в разделе 3 для интересующего нас случая двумерной системы.

2.2. Оптические свойства

Экситоны в полупроводниках взаимодействуют с электромагнитным полем: поглощение света приводит к формированию экситонов, соответственно у экситонов есть излучательный канал рекомбинации¹. Поэтому естественно искать проявления конденсации экситонов в оптических свойствах полупроводников. В работе [15] была развита теория оптического отклика экситонного конденсата. Показано, что мнимая часть оптической восприимчивости кристалла, в котором экситоны образовали конденсированное состояние, имеет вид

$$\chi''(\omega, \mathbf{k}) \propto (N_k + 1)\delta(\omega - \Omega_0 - \omega_k) - N_k\delta(\omega - \Omega_0 + \omega_k). \quad (12)$$

Здесь

$$N_k = \frac{m^2 s^4}{2\omega_k(\omega_k + E_k + ms^2)} \quad (13)$$

— заселённость надконденсатных состояний [4, 9, 15], Ω_0 — частота экситонного резонанса (в которую включён общий энергетический сдвиг за счёт межэкситонного взаимодействия). Формула (12) имеет простой физический смысл: первому слагаемому отвечает процесс поглощения фотона, при котором рождается экситон в конденсате и фонон — надконденсатное возбуждение. Второе слагаемое описывает излучение фотона (усиление падающей электромагнитной волны) за счёт стимулированной аннигиляции экситонов. Соответствующие особенности восприимчивости разнесены по частоте на удвоенную энергию фонона $2\omega_k$. Зависимость (12) показана на рис. 2 и состоит из двух пиков, отвечающих поглощению и усиленнию электромагнитного поля. Здесь уместно подчеркнуть, что с возрастанием концентрации экситонов энергетический зазор между линиями усиления и поглощения увеличивается как квадратный корень концентрации экситонов, а ширина линий при рассеянии на неоднородностях из-за фононного характера возбуж-

¹ Вообще говоря, в объёмных кристаллах следует вести речь про экситонные поляритоны, однако, как правило, область антипересечения кривых дисперсии света и экситонов играет в эффекте конденсации незначительную роль.

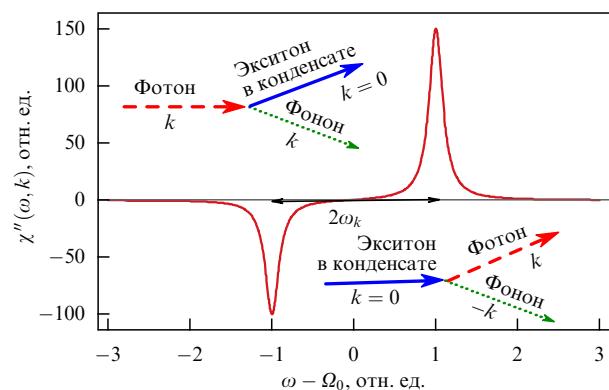


Рис. 2. Мнимая часть оптической восприимчивости экситонного конденсата. В расчёте δ -функциональные пики были заменены на функции Лоренца.

дений и рэлеевского закона их рассеяния уменьшается как обратный квадрат концентрации [41].

2.3. Коротко об экспериментах

Отметим, что в идеальном кристалле однофотонная рекомбинация конденсатного экситона (с волновым вектором $\mathbf{k} = 0$) запрещена законами сохранения импульса и энергии. Именно поэтому в оптических переходах, которые вносят вклад в восприимчивость (12), участвуют ещё и надконденсатные возбуждения². Интересная ситуация может реализоваться в полупроводниках, где основное состояние экситона является оптически запрещённым, например, паракситон в закиси меди [42]. В этом случае рекомбинация экситона из конденсата может сопровождаться испусканием фонона основной решётки, а спектр люминесценции будет определяться функцией распределения экситонов [11]. Более того, время жизни "запрещённых" экситонов может значительно превосходить время их энергетической релаксации, что облегчает достижение состояния термодинамического равновесия.

Эти обстоятельства мотивировали исследователей на поиск конденсации экситонов в объёмных полупроводниках [43–46] (см. также обзоры [47, 48]). Были выполнены как спектроскопические исследования, направленные на обнаружение люминесценции конденсата [43, 44], так и транспортные измерения, нацеленные на поиск сверхтекучести [45, 49, 50]. Однако вопрос об обнаружении бозе-энштейновского конденсата в объёмном Cu_2O (и в других объёмных полупроводниках) по-прежнему открыт. Эффекты сужения линий люминесценции можно интерпретировать в альтернативных моделях, не требующих формирования конденсата, но учитывающих безызлучательную рекомбинацию экситонов по механизму Оже [47, 51], а часть транспортных данных может быть описана в модели фононного ветра — увлечения экситонов неравновесными фононами, возникающими в результате интенсивного разогрева образца [52, 53]. Значительно более убедительные свидетельства конденсации экситонов были получены в двумерных системах, к обсуждению которых мы перейдём в разделе 3.

² В двумерных системах ситуация иная, так как отсутствие трансляционной симметрии вдоль оси роста структуры снимает закон сохранения нормальной компоненты импульса. Речь о таких системах пойдёт далее в разделе 3.

3. Конденсация экситонов в двумерных системах

3.1. Краткий обзор экспериментальных систем

Наиболее привлекательными с точки зрения экспериментов по конденсации экситонов являются двумерные или квазидвумерные полупроводниковые системы, в которых движение носителей заряда в плоскости является свободным, а в перпендикулярном направлении — квантуется. Активно исследуются два принципиально разных типа систем: 1) структуры с диполярными (или пространственно-непрямыми) экситонами (рис. 3а, б), основанные на одиночных или двойных квантовых ямах или на ван-дер-ваальсовых гетероструктурах с двухслойными дильталогенидами переходных металлов [54, 55], где электроны и дырки разделены в пространстве, и 2) структуры с квантовыми микрорезонаторами, аналогичные показанным на рис. 3в.

Диполярные экситоны (рис. 3а, б) обладают значительным радиационным временем жизни, так как интеграл перекрытия огибающих волновых функций электрона и дырки, описывающих размерное квантование носителей заряда вдоль оси роста структуры, относительно мал. В результате времена жизни таких экситонов варьируются в пределах от десятков наносекунд до единиц микросекунд [56]. В таких системах экситоны за время жизни достигают состояния термодинамического равновесия, что облегчает реализацию коллективных эффектов.

Ситуация принципиально иная в структурах с квантовыми микрорезонаторами, где достигается режим сильного взаимодействия экситонов с фотонами, пленочными в микрорезонаторах. При этом формируются новые квазичастицы — экситонные поляритоны [57, 58]. Их времена жизни варьируются в диапазоне от единиц до сотен пикосекунд в зависимости от образца [59] и оказываются сопоставимыми с временем термализации, поэтому экситонные поляритоны могут находиться в существенно неравновесном состоянии. Однако малая эффективная масса экситонных поляритонов ($m \sim 10^{-4} m_0$, где m_0 — масса свободного электрона) позволяет достичь вырождения в двумерном бозе-газе поляритонов, когда

$$T_{2D} \sim \frac{N}{m}, \quad (14)$$

даже при комнатной температуре ($T_{2D} \sim 300$ К) при разумных концентрациях квазичастиц $N \sim 10^{10} - 10^{11}$ см⁻²

[57]. Интересно отметить, что в структурах с микрорезонаторами может наблюдаться и конденсация фотонов [60].

3.2. Бозе-конденсация и сверхтекучесть в идеальных двумерных системах

Прежде чем переходить к анализу реалистичных структур, кратко остановимся на вопросе о том, что именно понимается под бозе-эйнштейновской конденсацией в двумерных или квазидвумерных системах, в которых квазичастицы могут распространяться лишь в двух пространственных измерениях. Хорошо известно [4], что в идеальных двумерных системах конденсация невозможна. Это утверждение является результатом известной теоремы Мермина — Вагнера (иногда называемой теоремой Мермина — Вагнера — Хоенберга или теоремой Коулмана) [61–63] об отсутствии в системах размерности два и меньше (в системах с аналитическим спектром) при конечной температуре фазовых переходов, нарушающих непрерывные симметрии. Появление бозе-эйнштейновского конденсата приводит к возникновению дальнего порядка, который характеризуется корреляциями в одночастичной матрице плотности:

$$\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle \psi^\dagger(\mathbf{r}_1) \psi(\mathbf{r}_2) \rangle, \quad (15)$$

где $\psi^\dagger(\mathbf{r})$ и $\psi(\mathbf{r})$ — операторы рождения и уничтожения экситонов, угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю частиц. Конденсация подразумевает ненулевой предел [4, 9, 64, 65]

$$\lim_{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \rightarrow \infty} \rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = N_c \neq 0, \quad (16)$$

отвечающий ненулевой когерентности первого порядка в системе

$$g^{(1)} = \lim_{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \rightarrow \infty} g^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \quad (17)$$

$$g^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \equiv \frac{\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)}{\sqrt{\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)}}.$$

В двумерных и одномерных системах $N_c \equiv 0$ при $T > 0$, поэтому соотношение (16) не выполняется, дальнего порядка нет, соответственно конденсация отсутствует.

В отсутствии конденсации в двумерных идеальных системах легко убедиться, не прибегая к общим утверждениям, а проанализировав сходимость интеграла, аналогичного (3), описывающего заполнение возбуждённых состояний. Так как для частиц с параболическим законом

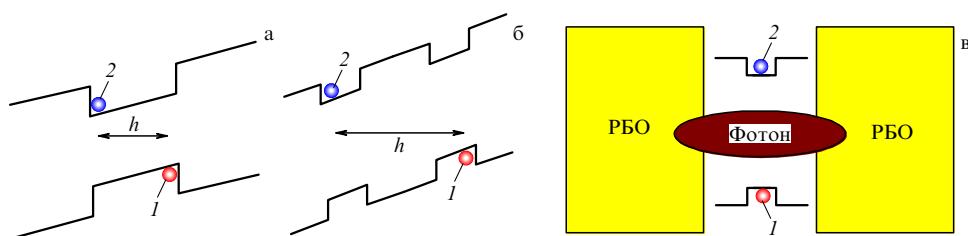


Рис. 3. Основные системы, в которых экспериментально исследуется конденсация экситонов: (а) широкая квантовая яма, (б) структура с двойной квантовой ямой, (в) структура с микрорезонатором, содержащим квантовую яму. Предполагается, что к структурам а и б приложено внешнее или встроенное электрическое поле, направленное вдоль оси роста, чтобы обеспечить пространственное разделение зарядов. Параметр h — характерное расстояние между электроном и дыркой по нормали к плоскости ям. Красные (1) и синие (2) кружки обозначают дырку и электрон, связанные в экситон кулоновским взаимодействием. РБО — распределённый брэгговский отражатель.

дисперсии в двух измерениях плотность состояний \mathcal{D}_{2D} не зависит от энергии, то интеграл

$$\int_0^\infty f(E; T, \mu) \mathcal{D}_{2D} dE \sim \ln\left(\frac{T}{|\mu|}\right)$$

расходится при $\mu \rightarrow 0$. Это означает, что возбуждённые состояния системы могут вместить неограниченное число бозонов, поэтому макроскопическое заполнение состояния с $\mathbf{k} = 0$ невозможно при конечных температурах. Конденсат может формироваться лишь при $T = 0$.

Подчеркнём, что приведённое рассуждение относится лишь к идеальной системе, где имеется трансляционная инвариантность. Естественной возможностью допустить конденсацию является создание потенциальной ямы (ловушки) для частиц, в которой основное состояние частиц отделено от возбуждённых состояний энергетическим зазором ΔE [66]³. При этом сумма чисел заполнений возбуждённых состояний остаётся конечной при любом значении химического потенциала, и конденсация (в смысле макроскопического заполнения основного состояния) оказывается возможной. Убедимся в этом на простом примере, считая потенциальную яму настолько мелкой, что в ней есть лишь один уровень размерного квантования. Более общий случай рассмотрен далее в разделе 3.4. Тогда заполнение возбуждённых состояний с $E > 0$ описывается сходящимся интегралом (максимальное допустимое значение $\mu = -\Delta E$)

$$\int_0^\infty \frac{\mathcal{D}_{2D} dE}{\exp[(E + \Delta E)/T] - 1} < +\infty.$$

Остальные частицы, как и в трёхмерной системе, конденсируются в основном состоянии, в данном случае на уровне размерного квантования в ловушке. В пионерских работах [18, 19] использовалась именно такая экспериментальная конфигурация, причём ловушки формировались за счёт крупномасштабных флюктуаций потенциала в системе. Термодинамические свойства бозонов в ловушке рассматриваются в разделе 3.4.

Имеется и другая возможность реализации коллективных эффектов в двумерной системе экситонов. Двумерные бозе-частицы со слабым отталкиванием при достаточно низких температурах могут переходить в сверхтекучее состояние [4, 67–70]. Соответствующий переход, называемый переходом Костерлица–Таулеса или Березинского–Костерлица–Таулеса, не является фазовым переходом в строгом смысле этого слова, однако система бозонов при температурах $T < T_{VKT}$ и $T > T_{VKT}$, где T_{VKT} — температура перехода, ведёт себя различно. При $T < T_{VKT}$ одиночичная матрица плотности (15) спадает медленно по степенному закону, а при $T > T_{VKT}$ — по экспоненциальному. С точностью до логарифмического множителя, зависящего от концентрации бозонов и силы взаимодействия, температура перехода Березинского–Костерлица–Таулеса и температура вырождения совпадают [4].

На возможность сверхтекучести экситонов в двумерных и квазидвумерных системах обратили внимание Лозовик и Юдсон [71, 72]. Отметим, что при нулевой

температуре, естественно, все экситоны находятся в основном состоянии с $k = 0$, а спектр элементарных возбуждений при малых k даётся, как и в трёхмерном случае, формулой (9): $\omega_k = sk$ (мы рассматриваем случай отталкивания между экситонами, см. также [73–75]). Такой спектр удовлетворяет критерию сверхтекучести Ландау [4], поэтому двумерный экситонный газ со слабым отталкиванием является сверхтекучим. При конечной температуре $T < T_{VKT}$ плотность сверхтекучей компоненты экситонного газа меньше, чем при $T = 0$, а при $T \geq T_{VKT}$ сверхтекучая компонента полностью исчезает.

Таким образом, в двумерных экситонных системах могут ожидаться коллективные эффекты: во-первых, конденсация Бозе–Эйнштейна при наличии энергетического беспорядка или ловушек, приводящих к локализации частиц, а во-вторых, сверхтекучесть, которая, однако, может подавляться за счёт наличия флюктуаций потенциала⁴. Конкуренция этих двух эффектов приводит к нетривиальной фазовой диаграмме, включающей сверхтекучую, делокализованную и локализованную фазы [26]. Имеется ещё одна особенность экситонов: эти квазичастицы обладают конечным временем жизни, поэтому реализация коллективных эффектов требует наличия накачки. Было показано [29], что конечное время жизни экситонов затрудняет термализацию экситонов в неупорядоченной системе и приводит к дополнительному ограничению на критическую температуру перехода.

Далее мы рассмотрим термодинамические свойства двумерных экситонов с учётом беспорядка и конечного времени жизни. Затем будут обсуждаться эффекты взаимодействия, а также флюктуационные эффекты, связанные с неравновесностью системы, обусловленной конкуренцией накачки и конечного времени жизни.

3.3. Термодинамика двумерных экситонов и эффекты беспорядка

Будем рассматривать двумерные системы с одиночными или двойными квантовыми ямами, подобные исследованным в [18, 56, 76, 77], где беспорядок может быть обусловлен, например, монослойными флюктуациями ширины ямы (рис. 4а). Области, где яма шире, эффективно локализуют экситон [78, 79]. Такие области локализации являются потенциальными ямами для латерального движения экситонов. Аналогичная ситуация может быть реализована и в других двумерных или квазидвумерных экситонных системах и экситон-поляритонных системах, например, при наличии отталкивающих примесей, за счёт хаотического распределения которых в плоскости структуры могут формироваться потенциальные ямы. Для экситонных поляритонов флюктуации ширины резонатора могут также служить источником энергетического беспорядка [57].

В двумерной неупорядоченной системе все одночастичные состояния локализованы [80]. Здесь и далее будет рассматриваться ситуация, когда энергетический спектр локализованных состояний ограничен снизу [29]. Далее для простоты мы будем отсчитывать энергию от границы спектра $E = 0$. Вблизи края спектра плотность состояний

³ Отметим, что ловушки используются для наблюдения конденсации атомов [7, 8].

⁴ В этом разделе мы считаем взаимодействие между экситонами достаточно короткодействующим. Наличие дальнодействующей части в потенциале межэкситонного взаимодействия приводит к ряду дополнительных эффектов, обсуждаемых в разделе 4.

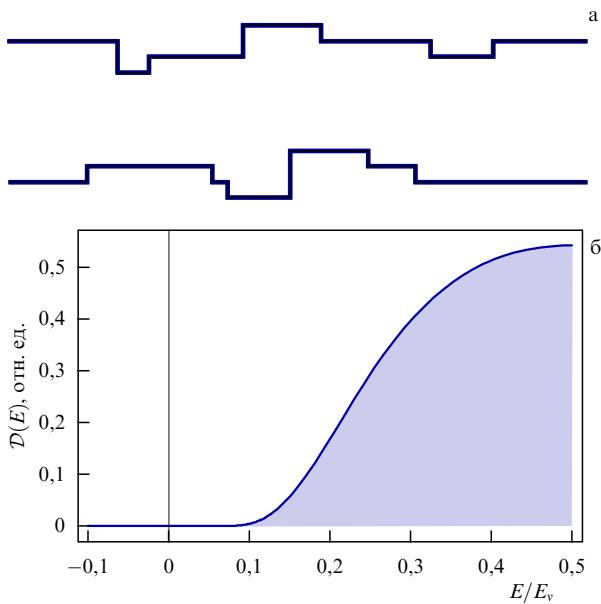


Рис. 4. (а) Схематическое изображение квантовой ямы с беспорядком, обусловленным флуктуациями ширины ямы. (б) Плотность состояний (18).

экзитонов можно представить в виде [81, 82]

$$D(E) = \begin{cases} \frac{N_p E_v}{E^2} \exp\left(-\frac{E_v}{E}\right), & E > 0, \\ 0, & E < 0. \end{cases} \quad (18)$$

Здесь E_v — характерная ширина полосы локализованных состояний, N_p — концентрация ям. Плотность состояний нормирована соотношением

$$\int_0^\infty D(E) dE = N_p, \quad (19)$$

которое соответствует учёту лишь одного локализованного состояния на потенциальную яму. Экспоненциальный множитель $\exp(-E_v/E) = \exp(-\pi R^2 N_p)$ в плотности состояний описывает вероятность найти яму радиуса R с энергией локализации экзитона, при этом $E = (mR^2)^{-1}$, где m — масса движения экзитона как целого, множитель порядка единицы, зависящий от геометрии ямы, опускаем. В модели ям $E_v = \pi N_p / m$, а префактор в (18) легко получить, воспользовавшись соотношением $R dR = -(2mE^2)^{-1} dE$. Плотность состояний показана на рис. 4б. Соотношение (18) для плотности состояний справедливо для не слишком больших энергий $E \lesssim E_v$, если же $E \gg E_v$, то экспонента становится порядка единицы, плотность состояний перестаёт зависеть от энергии экзитона, однако такие энергии несущественны для обсуждения конденсации экзитонов.

Обращение в нуль плотности состояний на краю спектра связано с тем, что наличие состояния при $E \rightarrow 0$ требовало бы существования ямы бесконечно большого радиуса R ; вероятность найти такую яму исчезающе мала. В этом состоит ключевое отличие неупорядоченной двумерной системы от идеальной, где плотность состояний на границе спектра испытывает скачок. Обращение в нуль $D(E)$ при $E \rightarrow 0$ открывает возможность бозе-конденсации экзитонов в двумерных системах. Для начала проанализируем эту возможность в рамках тер-

модинамического подхода, считая время жизни экзитонов столь длинным, что частицы описываются равновесной функцией распределения (5). Можно показать, что критическая температура T_c и концентрация N_c экзитонов связаны соотношением [29]

$$N_c = \int_0^\infty f(E; T_c, 0) D(E) dE. \quad (20)$$

Концентрация ям считается достаточно большой, температура — низкой, а плотность экзитонов мала, чтобы взаимодействием между частицами можно было пренебречь. С логарифмической точностью температура конденсации может быть представлена в виде

$$T_c \approx \frac{4E_v}{\ln^2(\sqrt{\pi} N_p / N_c)}. \quad (21)$$

Логарифмический фактор в (21) предполагается большим, так что $T_c \ll E_v$, при этом критическая температура логарифмически зависит от концентрации экзитонов. Это связано с экспоненциально малой плотностью состояний при $E \rightarrow 0$. Отметим, что критическая температура T_c , определяемая формулой (21), оказывается значительно выше, чем температура вырождения идеального двумерного бозе-газа в отсутствие беспорядка $T_{2D} \sim N_c/m$. Такое неожиданное, на первый взгляд, соотношение между температурой вырождения и температурой конденсации является следствием неупорядоченности экзитонов: действительно, при $T \sim T_c$ среднее расстояние между заполненными ямами велико, и перекрытие де-бройлевских волн экзитонов несущественно, однако внутри данной ямы основное состояние занимает макроскопически большое число экзитонов. На рисунке 5 показана зависимость критической температуры от плотности, найденная из точного расчёта по формуле (20) (сплошная кривая), и логарифмическая асимптотика (21) (пунктир).

Таким образом, наличие беспорядка приводит к конденсации Бозе–Эйнштейна экзитонов в двумерных системах, это вполне аналогично возникновению конденсата в ловушках [66, 83, 84].

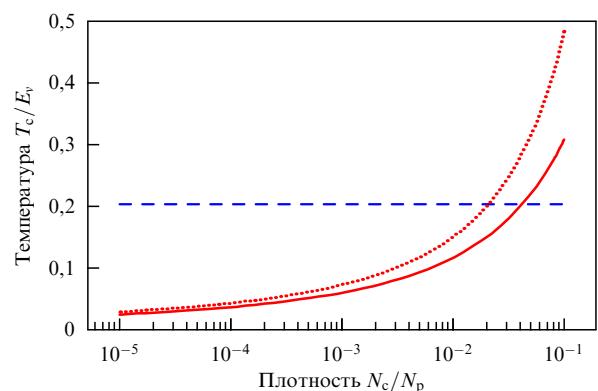


Рис. 5. Критическая температура бозе-конденсации экзитонов в зависимости от плотности. Сплошная кривая — точный расчёт по формуле (20), пунктир — асимптотическое выражение (21). Штриховая горизонтальная линия показывает температуру T_k (29), соответствующую ограничению снизу на температуру конденсации из-за конечного времени жизни частиц, рассчитанную при $N_p/\pi^2 = 0.3$, $w_0\tau_0 = 10^7$ (подробности см. в разделе 3.5). (Из работы [29].)

3.4. Статистика бозонов в одиночной ловушке

Для полноты картины приведём краткое термодинамическое описание статистики в одиночной потенциальной яме — ловушке. Для дискретного спектра, характеризующегося набором уровней E_i , связь между числом частиц и химическим потенциалом даётся выражением, аналогичным (3):

$$N = \sum_i f(E_i; T, \mu). \quad (22)$$

Естественно, что химический потенциал μ при любом конечном N лежит ниже основного состояния бозонов, $\mu < E_0$, и приближается к E_0 при $N \rightarrow \infty$. Возбуждённые состояния системы с энергиями $E_i > E_0$ могут вместить лишь ограниченное число частиц N' , поскольку сумма $\sum_{i \neq 0} f(E_i; T, E_0) \equiv N'$ сходится. При $N > N'$ оставшееся число $N - N'$ частиц оказывается в основном состоянии.

Следуя работе [66] (см. также [85]), кратко проанализируем статистику экситонов в ловушке, описываемой гармоническим потенциалом, — гармонической ловушке. Наиболее простой случай соответствует эквидистантному набору уровней

$$E_i = \omega \left(i + \frac{1}{2} \right), \quad i = 0, 1, \dots \quad (23)$$

Здесь ω — частота, соответствующая параболическому потенциалу ловушки. Такую ловушку называют одномерной [66]. Отметим, что именно такие ловушки часто используют для описания конденсации в двумерных протяжённых системах [66], так как плотность состояний, усреднённая по полосе энергий $\Delta E \gg \omega$, не зависит от энергии. Определим критическую температуру T_c при заданном числе экситонов N так, что при $T = T_c$ заселённость основного состояния равна заселённости всех остальных состояний ловушки. Иными словами, при температуре, равной критической⁵,

$$f(E_0; T_c, \mu) = \frac{1}{\exp[(E_0 - \mu)/T_c] - 1} = \frac{N}{2}, \quad N' = \frac{N}{2}.$$

⁵ В работе [66] использовался иной критерий конденсации, по порядку величины он совпадает с используемым здесь.

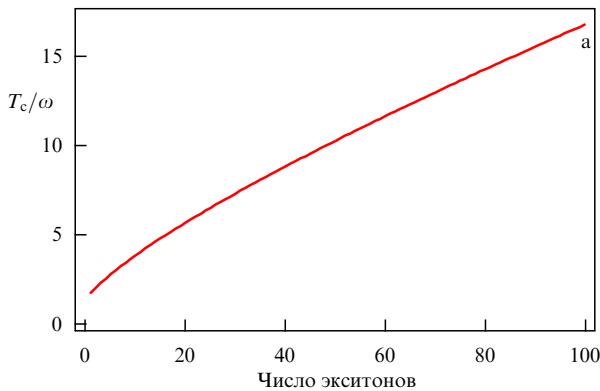


Рис. 6. (а) Зависимость критической температуры конденсации для экситонов в одномерной гармонической ловушке от числа экситонов N . (б) Доля экситонов в основном состоянии одномерной ловушки (сплошные кривые) и в возбуждённых состояниях (штриховые кривые) в зависимости от температуры, отнесённой к температуре конденсации, для $N = 10$ (синие кривые 1) и 100 (красные кривые 2). На вставке показаны аналогичные зависимости для трёхмерной ловушки при $N = 200$. ω — частота, соответствующая параболическому спектру ловушки (см. формулу (23)).

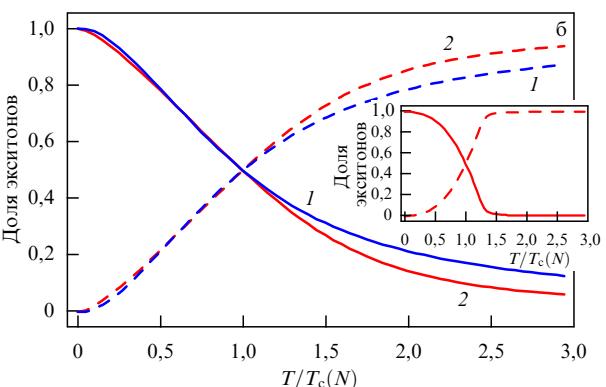
Зависимость $T_c(N)$ показана на рис. 6а. С логарифмической точностью $T_c = \omega N \ln N$, что совпадает с условием вырождения бозе-газа в одномерном гармоническом потенциале. На рисунке 6б представлена температурная зависимость долей экситонов в основном и возбуждённых состояниях для полного числа экситонов $N = 10$ и 100 . С ростом N кривые становятся чуть более резкими при $T > T_c(N)$. Переход оказывается более выраженным для трёхмерной гармонической ловушки (см. вставку к рис. 6б).

Несмотря на то что такое поведение ансамбля бозонов можно назвать конденсацией в широком смысле этого понятия, строго говоря, при конечном N фазовый переход в системе отсутствует, заселённости уровней (как и термодинамические параметры, например, теплоёмкость) ведут себя плавно в зависимости от температуры. При $N \rightarrow \infty$ переход оказывается резким, но и температура перехода $T_c(N) \rightarrow \infty$.

3.5. Роль конечного времени жизни

Вернёмся теперь к двумерной неупорядоченной системе. Приведённые в разделе 3.3 рассуждения не учитывают важного обстоятельства: экситоны, как и другие квазичастицы, обладают конечным временем жизни. Поэтому возможность описания ансамбля экситонов равновесной функцией распределения Бозе–Эйнштейна (5) требует анализа конкуренции процессов термализации экситонов и их ухода из системы. В частности, как было показано в [30], конечное время жизни экситона в объёмном полупроводнике приводит к ограничению снизу на концентрацию конденсата даже при $T = 0$. В двумерной неупорядоченной структуре малая плотность низкоэнергетических состояний (18) затрудняет релаксацию, что накладывает ограничения на температуру конденсации экситонов [29].

На рисунке 7 проиллюстрированы процессы кинетики экситонов в неупорядоченной системе. Введём время жизни экситона τ_0 , обусловленное процессами как излучательной, так и безызлучательной рекомбинации, его зависимостью от энергии экситона пренебрегаем. Процессы перехода между локализованными состояниями экситонов в ямах характеризуются вероятностью в единицу времени прыжка между ямами с энергиями E и E' , находящимися на расстоянии r



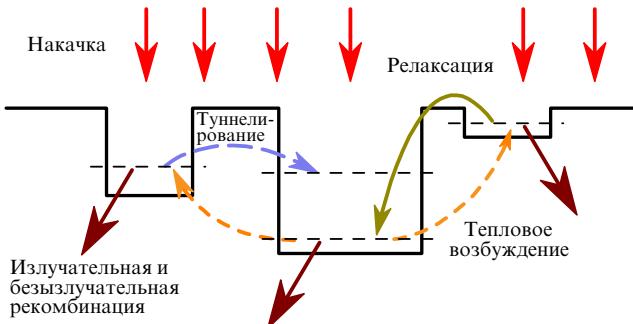


Рис. 7. Схематическое изображение кинетики экситонов в потенциальных ямах. Показаны процессы рекомбинации, энергетической релаксации, туннелирования и термических забросов вверх по энергии.

друг от друга [86–89]:

$$w(E \rightarrow E', r) = w_0 \exp(-2\pi r) \begin{cases} 1, & E' \leq E, \\ \exp\left(\frac{E - E'}{T}\right), & E' > E. \end{cases} \quad (24)$$

Здесь π — обратная длина подбарьерного туннелирования между ямами, w_0 — параметр, определяемый конкретным видом волновых функций локализованных экситонов и механизмом экситон-фононного взаимодействия, энергетической зависимостью w_0 пренебрегается. Экспоненциальный множитель $\exp[(E - E')/T]$ при $E' > E$ описывает вклад прыжков вверх по энергии с поглощением фононов. Темп прихода экситона в ямы, связанный с накачкой и релаксацией экситонов по энергии в области состояний с энергиями $E \gtrsim E_v$, обозначаем как G .

В неупорядоченных системах скорости переходов между локализованными состояниями $w(E \rightarrow E', r)$ имеют экспоненциально широкое распределение, что не позволяет ввести единое время энергетической релаксации экситонов [86, 90]. Однако благодаря такому экспоненциальному разбросу все ямы можно разделить на две категории: те, которые экситон может покинуть за время жизни, и те, время ухода из которых больше, чем время τ_0 . Последние назовём *ловушками*. Вероятность того, что яма с энергией E является ловушкой, описывается выражением

$$P_{\text{tr}}(E) = \exp[-K(E)], \quad (25)$$

где

$$K = \int_{w(E \rightarrow E', r)\tau_0 > 1} dE' dr 2\pi r \mathcal{D}(E'). \quad (26)$$

Формулы (25) и (26) описывают вероятность того, что в окрестности данной ямы нет таких ям, куда экситон мог бы прыгнуть за время жизни. При $E \rightarrow 0$ вероятность того, что данная яма является ловушкой, стремится к единице, $P_{\text{tr}}(0) = 1$. Уход экситонов из ловушек осуществляется только благодаря рекомбинации, а темп прихода в ловушки G в грубом, но достаточном для качественного анализа приближении можно считать не зависящим от энергии локализации. Тем самым заселённость ловушек не зависит от энергии E . В результате функция распределения экситонов по энергиям в ловуш-

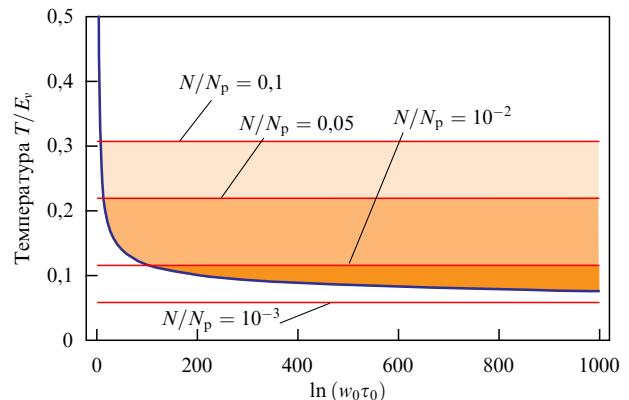


Рис. 8. Диаграмма состояний экситонов в неупорядоченной системе. Горизонтальные прямые показывают температуру конденсации при различных значениях N/N_p , рассчитанную по формуле (20). Кривая показывает температуру T_c в (29), рассчитанную при $N_p/\pi^2 = 0,3$. Затенённые области показывают параметры, при которых возможна конденсация при заданной плотности N : $T_k < T < T_c(N)$. (Из работы [29].)

ках принимает вид

$$f_{\text{tr}}(E) = G\tau_0 P_{\text{tr}}(E), \quad (27)$$

существенно отличающийся от равновесного (5). Ловушки при этом оказываются никак не связанными, а фазы экситонных функций в них — некоррелированными. Это означает, что критерий конденсации экситонов в неупорядоченной системе должен быть видоизменён.

Анализ, выполненный в [29], показывает, что функция $P_{\text{tr}}(E)$ достаточно резко спадает при увеличении энергии экситона, причём можно ввести характерную критическую энергию E_c , выше которой ловушки практически нет:

$$K(E_c) = 1. \quad (28)$$

Эту энергию можно ассоциировать с краем "прыжковой подвижности" экситонов. Если край прыжковой подвижности экситонов попадает в тепловую полосу $E_c \lesssim T$, то ограничения (27) на функцию распределения экситонов, связанные с их конечным временем жизни, несущественны и можно считать, что конденсация экситонов возможна. Если же температура достаточно мала, $T \ll E_c$, то функция распределения экситонов носит сильно неравновесный характер, и говорить об их бозе-эйнштейновской конденсации в строгом смысле этого слова нельзя. Таким образом, конденсация экситонов возможна при температуре

$$T > T_k \equiv E_c = \frac{E_v}{\ln \left[(\pi N_p / 4\pi^2) \ln^2 (w_0 \tau_0) \right]}. \quad (29)$$

Диаграмма состояний экситонов в неупорядоченной системе в осях логарифм времени жизни – температура, рассчитанная в [29] с учётом ограничения (29), представлена на рис. 8.

3.6. Взаимодействие и сверхтекучесть экситонов

До сих пор мы предполагали, что взаимодействие между экситонами отсутствует. Это допустимо при условии, что энергетический сдвиг уровня экситона мал по сравнению с расстоянием между уровнями в яме. В яме радиуса

R при плотности экситонов N сдвиг уровня в результате экситон-экситонного взаимодействия можно оценить в приближении однократного рассеяния как

$$\delta E \equiv \mathcal{E}_R - E_R = TN, \quad T = \frac{2\pi}{m} \frac{1}{\ln(E_0/\mathcal{E}_R)}. \quad (30)$$

Здесь $E_R = (mR^2)^{-1}$ — энергия размерного квантования в яме⁶, \mathcal{E}_R — энергия с учётом межчастичного взаимодействия, T — амплитуда экситон-экситонного рассеяния. Взаимодействие предполагается короткодействующим, считаем $T > 0$, что соответствует отталкиванию между экситонами. Ситуация более сложного экситон-экситонного взаимодействия, в частности, диполь-дипольного отталкивания, анализируется в разделе 4. Как известно, в двумерной системе на низких энергиях амплитуда T обладает логарифмической особенностью [92], соответственно в (30) введена энергия обрезания $E_0 \sim 1/(ma^2)$, где a — радиус потенциала межэкситонного взаимодействия. Для обменного взаимодействия между экситонами a — порядка боровского радиуса экситона, а E_0 — порядка энергии связи экситона [93]. Соответственно в (30) логарифмический множитель считается большим:

$$\ln\left(\frac{E_0}{\mathcal{E}_R}\right) \gg 1, \quad \frac{m}{2\pi} \ln\left(\frac{E_0}{\mathcal{E}_R}\right) \gg \Gamma^{-1},$$

где Γ — затравочная константа взаимодействия. Таким образом, с логарифмической точностью решение уравнения (30) записывается в форме

$$\mathcal{E}_R - E_R = \frac{2\pi N}{m} \frac{1}{\ln[mE_0/(2\pi N)]} \sim \frac{2\pi N}{m} \frac{1}{\ln[1/(Na^2)]}. \quad (31)$$

Требование малости энергетического сдвига соответствует ограничению

$$NR^2 \ll \ln\left(\frac{mE_0}{2\pi N}\right). \quad (32)$$

Таким образом, при малых концентрациях волновые функции экситонов, когда они распределены по практически независимым ямам, скоррелированы в пределах каждой из ям.

С ростом концентрации экситонов условие (32) нарушается и распределение экситонов по случайному потенциальному определяется конкуренцией флюктуаций потенциала, которые локализуют экситоны, и отталкиванием экситонов друг от друга, которое приводит к эффективному распределению экситонов по большей площади. В результате случайный потенциал эффективно экранируется (аналогичная ситуация имеет место и в трёхмерном случае [41]). На качественном уровне можно ожидать следующего поведения ансамбля экситонов: увеличение концентрации экситонов в ямах приводит к синему сдвигу уровня энергии в этих ямах, причём в более глубоких ямах, где концентрация частиц больше, сдвиг также оказывается большим (см. схематическую иллюстрацию на рис. 9). Это приводит к эффективному выравниванию энергий \mathcal{E}_R в ямах с разными радиусами R . Если для ям с радиусами R и R' разность энергий становится порядка или меньше константы туннельной связи между ямами

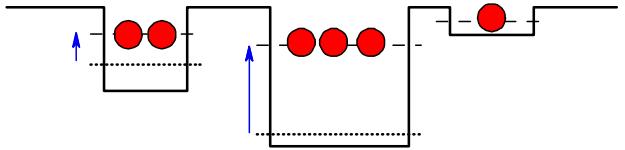


Рис. 9. Иллюстрация энергетических сдвигов экситонных уровней в ямах. В ямах с большим числом экситонов сдвиг оказывается больше.

$J_{RR'}$,

$$|\mathcal{E}_R - \mathcal{E}_{R'}| \lesssim J_{RR'},$$

то экситонные конденсаты в различных ямах начинают эффективно объединяться. При этом возможна синхронизация конденсатов, их волновые функции оказываются скоррелированными на масштабе связанных ям [94–96]. Таким образом, с ростом концентрации экситонов взаимодействие между ними приводит к распространению когерентности на всё большую площадь. В конечном итоге все ямы оказываются заполненными, а "лишние" экситоны заполняют всё пространство (ср. со сценарием, рассмотренным в [97]). Картина становится близкой к той, которая реализуется в ситуации без примесей. Экситоны распределяются в пространстве с такой концентрацией $N(\mathbf{r})$, чтобы полностью экранировать случайный потенциал $V(\mathbf{r})$. А именно, их химический потенциал

$$\mu = TN(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) \quad \text{при} \quad \sqrt{TNm} \gg V^{-1} \left| \frac{\partial V}{\partial r} \right| \quad (33)$$

не зависит от координаты [4, 98]. Ситуация в этом случае вполне аналогична классической задаче о переколяции — протекании жидкости в потенциальном ландшафте $V(\mathbf{r})$ [90, 99]. Химический потенциал, при котором ямы оказываются связанными, соответствует порогу переколяции в системе $\mu = V_c$ [97] (рис. 10). Если концентрация экситонов

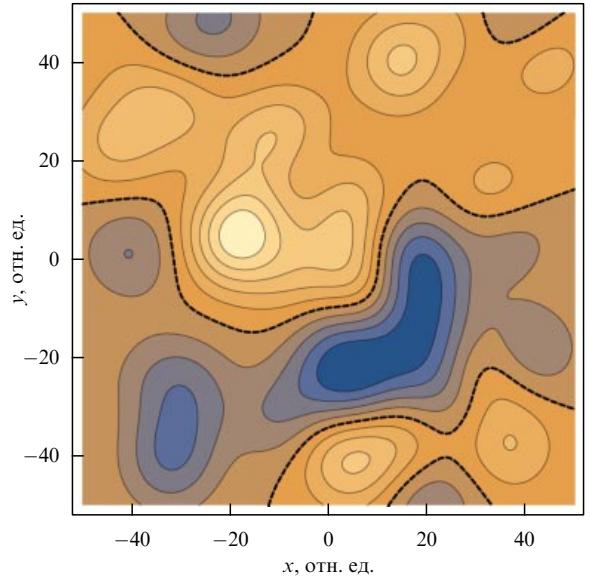


Рис. 10. Схематическая иллюстрация эффекта переколяции в случайном потенциале $V(\mathbf{r})$. Штриховая линия показывает уровень протекания V_c , при $\mu > V_c$ потенциальные ямы оказываются связанными.

⁶Как и раньше, мы не учитываем числовой множитель, связанный с формой ямы, расчёты для конкретных форм ям приведены, например, в [91].

тонов N достаточно велика, так что $\mu \gg V_c$, то взаимодействующие экситоны можно описывать как идеальную (сверхтекущую) жидкость [4, 29, 40, 100], однако даже при нулевой температуре в системе экситонов имеются флуктуации, обусловленные флуктуациями накачки (см. далее в разделе 3.7).

Отметим, что полная "фазовая диаграмма" слабо взаимодействующих бозонов в двумерной неупорядоченной системе в условиях термодинамического равновесия может включать, помимо локализованной и сверхтекущих фаз, фазу нормальной жидкости [26]. Возможность делокализации бозонов за счёт взаимодействия при температурах, превышающих температуру вырождения T_{2D} , связана с появлением резонансных пар двухчастичных состояний, матричный элемент взаимодействия между которыми превосходит разность их энергий. Это приводит к многочастичному переходу локализация – делокализация [26–28, 101] (см. также анализ перехода между локализованным и сверхтекущими состояниями в [24]). Отметим, однако, что в работе [26] рассматриваются состояния бозонов с энергиями $E \gtrsim E_v$, т.е. эффектами, связанными с хвостами плотности состояний Лифшица (18), пренебрегается. В то время как здесь (см. также [29]) основное внимание уделяется заполнению низкоэнергетических состояний, а также режиму достаточно большой плотности, когда случайный потенциал экранирован.

3.7. Флуктуации в неравновесном экситонном конденсате

Перейдём теперь к анализу флуктуационных эффектов в экситонных конденсатах, обусловленных наличием энергетического беспорядка и флуктуациями накачки. Вначале кратко рассмотрим эффекты, связанные со случаеменным потенциалом $V(\mathbf{r})$, при нулевой температуре, пренебрегая также флуктуациями, связанными с кинетикой экситонов. На качественном уровне наличие беспорядка приводит к уходу частиц из конденсатного состояния [41]. Обеднение конденсата можно понять, представив, согласно (33), одночастичную матрицу плотности (15) в виде

$$\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = N \left\langle \exp [i(\varphi(\mathbf{r}_1) - \varphi(\mathbf{r}_2))] \times \right. \\ \left. \times \left[\left(1 - \frac{V(\mathbf{r}_1)}{\mu}\right) \left(1 - \frac{V(\mathbf{r}_2)}{\mu}\right) \right]^{1/2} \right\rangle,$$

где $N = \mu/T$ — средняя концентрация экситонов, $\varphi(\mathbf{r})$ — фаза волновой функции. Легко убедиться, что на больших расстояниях, когда $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ превосходит корреляционную длину потенциала, для одночастичного коррелятора получается оценка:

$$\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \leq N \left(1 - \frac{\langle V^2 \rangle}{4\mu^2}\right). \quad (34)$$

Выражение (34) верно для плавного слабого беспорядка, когда $\sqrt{\langle V^2 \rangle} \ll TN$. Таким образом, случаеменный потенциал приводит к уменьшению числа частиц в конденсате, а также к уменьшению сверхтекущей доли экситонов в системе [102–106]. Это приводит к снижению критической температуры перехода Березинского – Костерлица – Таулеса по сравнению с идеальным случаем.

Наличие случаеменного потенциала также приводит к затуханию боголюбовских возбуждений за счёт их рэлевского рассеяния на беспорядке. Расчёт показывает, что для квантов с длиной волны, превосходящей корреляционную длину конденсата, темп затухания на беспорядке в системах размерности $D = 2$ и 3 описывается закономерностью [29, 41]

$$\gamma_k \propto \begin{cases} k^3, & D = 2, \\ k^4, & D = 3. \end{cases} \quad (35)$$

Таким образом, звуковые возбуждения конденсата с малыми волновыми векторами $k \rightarrow 0$ обладают сколь угодно длинным временем жизни по отношению к рассеянию на беспорядке.

Опишем теперь флуктуационные эффекты, возникающие в экситонных конденсатах вследствие конечного времени жизни квазичастиц и присутствия накачки. Для начала рассмотрим флуктуации числа частиц в конденсате N , обусловленные случаемными процессами прихода и ухода экситонов в основное состояние. Здесь и далее площадь структуры считается единичной, поэтому мы не делаем различия между плотностью частиц и их количеством. Легко показать, что

$$\frac{dN}{dt} = W_{\text{in}}(1 + N) - \left(\frac{1}{\tau_0} + W_{\text{out}} \right) N, \quad (36)$$

где W_{in} — темп прихода в основное состояние за счёт процессов генерации экситонов и их энергетической релаксации, множитель $1 + N$ обусловлен бозе-статистикой экситонов, W_{out} — темп ухода в возбуждённые состояния за счёт теплового возбуждения. Стационарное число частиц в основном состоянии можно записать как

$$\langle N \rangle = \frac{W_{\text{in}}}{\tau_0^{-1} + W_{\text{out}} - W_{\text{in}}} . \quad (37)$$

Анализ членов, ответственных за приход и уход, в кинетическом уравнении показывает, что условие устойчивости $\tau_0^{-1} + W_{\text{out}} - W_{\text{in}} > 0$ выполнено [107], поэтому $\langle N \rangle > 0$. Динамика флуктуаций $\delta n = N - \langle N \rangle$ описывается уравнением (36) с заменой N на $\langle N \rangle + \delta n$. Поэтому релаксация флуктуаций числа частиц характеризуется временем корреляции τ_N :

$$\frac{1}{\tau_N} = \frac{\tau_0^{-1} + W_{\text{out}}}{1 + \langle N \rangle} . \quad (38)$$

Замедление динамики флуктуаций является примечательным свойством бозе-систем: стимулированное рассеяние частиц в основное состояние поддерживает их флуктуации [107]. В согласии с выражением (38), чем больше экситонов в основном состоянии, тем дольше сохраняются флуктуации их числа.

Расчёт среднеквадратичной флуктуации числа экситонов в конденсате в результате конкуренции процессов прихода и ухода квазичастиц требует расчёта полной функции распределения экситонов. Соответствующий анализ [108, 109] показывает, что при $\langle N \rangle \gg 1$ флуктуации в ансамбле экситонов подавляются и

$$\langle \delta n^2 \rangle = \langle N \rangle . \quad (39)$$

На языке квантовой оптики это соотношение отвечает равенству единице когерентности второго порядка, $g^{(2)} = 1$, т.е. так называемой когерентной статистике экситонов. Это соответствует тому, что при достаточно больших N экситонный конденсат даже при наличии случайных процессов прихода и ухода частиц можно описывать как классическое поле $\psi(\mathbf{r}, t)$. Это аналогично тому, как в обычном лазере процессы стимулированного излучения в лазерную моду подавляют флуктуации числа фотонов в резонаторе, что допускает описание лазера квазиклассически на языке поля $E(\mathbf{r}, t)$ [110]. Соответствующее уравнение на экситонное поле может быть записано в виде (ср. с [111, 112])

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2m} \Delta \psi - T |\psi|^2 \psi - V(\mathbf{r}) \psi + \frac{i}{2} (\tau_0^{-1} + W_{\text{out}} - W_{\text{in}}) \psi = \\ = i j(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (40)$$

В правой части уравнения (40) мы учли эффективный ток $j(\mathbf{r}, t)$, описывающий спонтанные процессы в системе (в частности, флуктуации накачки по аналогии с ланжевеновскими силами в теории шумов). Уравнение (40) есть не что иное, как уравнение Гросса – Питаевского для волновой функции экситонного конденсата $\psi(\mathbf{r}, t)$, дополненное вкладами, описывающими приход и уход частиц из конденсата. При этом вклад

$$\propto W_{\text{in}} \psi$$

имеет смысл усиления (gain) в терминологии физики лазеров, а вклад

$$\propto (\tau_0^{-1} + W_{\text{out}}) \psi$$

описывает потери (loss). Отметим, что в ряде работ (см. [113, 114]) уравнение (40) дополняется нелинейным членом, ответственным за уход, $-iG|\psi|^2\psi$, стабилизирующим число частиц в конденсате. Строго говоря, этого не требуется, если выписать отдельно кинетические уравнения на числа заполнения возбуждённых состояний экситонов, что, как отмечалось выше, автоматически накладывает ограничения на W_{in} и W_{out} , соответствующие физическому условию $\tau_N > 0$ в (38). В случае резонансного оптического возбуждения экситонов или экситонных поляритонов в эффективный ток $j(\mathbf{r}, t)$ необходимо включить вклад, пропорциональный внешнему электрическому полю, приложенному к системе [112, 115, 116].

Отметим, что макроскопическое заполнение основного состояния $\langle N \rangle \gg 1$ приводит к соответствующему увеличению временной когерентности первого порядка экситонного ансамбля. Суть результата видна из формулы (40), которая показывает, что затухание флуктуации $\delta\psi(\mathbf{r}, t)$ в пренебрежении взаимодействием $T|\psi|^2 \rightarrow 0$ и пространственной неоднородностью системы $V(\mathbf{r}) \rightarrow 0$ описывается временем корреляции

$$\tau_c = 2\tau_N \propto \langle N \rangle. \quad (41)$$

Результат (41) можно получить и рядом других способов, например, воспользовавшись диаграммной техникой Келдыша для неравновесных систем и проанализировав минимую часть собственно-энергетической функции бозонов с учётом процессов прихода и ухода (общий подход к описанию неравновесной конденсации экситонов и экситонных поляритонов в рамках техники Келдыша развит

в [117]), или выписав операторные уравнения для ψ и ψ^\dagger в рамках ланжевеновского подхода [118]. Таким образом, в меру заполнения основного состояния время корреляции конденсата возрастает, а линия излучения экситонов сужается по аналогии с сужением линии излучения лазера [110, 119, 120]. Отметим, что с ростом концентрации экситонов флуктуации числа частиц (39) приводят к флуктуирующему сдвигу энергии экситона $\propto T\delta n$ и соответственно к сокращению времени корреляции [118]. В структурах с микрорезонаторами при достаточно большой накачке в дополнение к фазе неравновесного конденсата экситонных поляритонов возможна и фаза, соответствующая лазерной генерации непосредственно из фотонной моды резонатора (система переходит в режим слабой связи) [121]. Подробный обзор нелинейных эффектов в микрорезонаторах в условиях резонансного возбуждения приведён в [122].

Пространственные корреляции экситонов можно определить, линеаризуя уравнение (40). В качестве альтернативы удобно воспользоваться гидродинамическим подходом, описывая взаимодействующие экситоны как идеальную жидкость [4, 29, 40, 100]. Мы сосредоточимся на случае нулевой температуры, когда тепловыми флуктуациями можно пренебречь. Соответственно малые флуктуации концентрации частиц, δn , и скорости \mathbf{v} (в стационарной ситуации $\mathbf{v} \equiv 0$, $N \equiv N(\mathbf{r})$) удовлетворяют системе уравнений [4, 29, 40, 100, 123]:

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} + \nabla(N\mathbf{v}) + \frac{\delta n}{\tau_N} = \delta g, \quad (42a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{m} \nabla \delta p = 0, \quad (42b)$$

где флуктуация давления $\delta p = T\delta n$, $\delta g \equiv \delta g(\mathbf{r}, t)$ — флуктуации темпа генерации экситонов, поддерживающие среднеквадратичную флуктуацию числа частиц $\langle \delta n^2 \rangle$, формула (39)⁷. В линеаризованном уравнении (42a) мы пренебрели зависимостью стационарной плотности от координат. Учёт в этом подходе флуктуационного потенциала сводится лишь к замене $N \rightarrow N(\mathbf{r})$ в формуле (42a), а связь между флуктуациями давления и концентрации δp и δn в (42b) остаётся прежней.

Для анализа роли конечного времени жизни экситона в уравнении (42a) зависимостью средней концентрации частиц N от координаты и амплитуды рассеяния T от энергии можно пренебречь. Записывая

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{1}{m} \nabla \varphi(\mathbf{r})$$

и переходя к фурье-компонентам по координатам и времени для флуктуации фазы $\varphi \propto \varphi_{\mathbf{k}, \omega} \exp(-i\omega t + ik\mathbf{r})$, имеем

$$-i\omega \left(-i\omega + \frac{1}{\tau_N} \right) \varphi_{\mathbf{k}, \omega} + \frac{T N}{m} k^2 \varphi_{\mathbf{k}, \omega} = -T g_{\mathbf{k}, \omega}. \quad (43)$$

Отсюда, положив фурье-компоненты флуктуаций накачки $g_{\mathbf{k}, \omega} = 0$, увидим, что спектр элементарных возбуждений — фононов в экситонном конденсате — в

⁷ Коррелятор фурье-компонент флуктуаций генерации имеет вид $\langle g_{\mathbf{k}, \omega} g_{\mathbf{k}', \omega'} \rangle = g_0 \delta_{\mathbf{k}, -\mathbf{k}'} \delta(\omega + \omega')$, где $g_0 = 4\pi \langle N \rangle \tau_N^{-1}$. В работе [29] в системе уравнений, аналогичной (42), не делалось различия между τ_0 и τ_N .

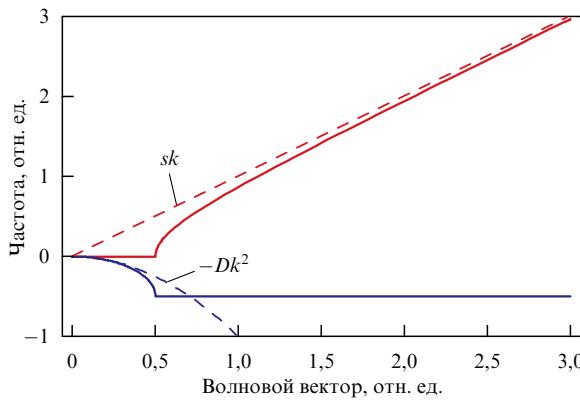


Рис. 11. Спектр элементарных возбуждений в неравновесном экситонном конденсате. Сплошные кривые показывают вещественную и мнимую части частоты ω , найденной из уравнения (44), штриховые — вещественную и мнимую части, найденные по асимптотическим формулам (46) и (45). (Из работы [29].)

согласии с [29, 111, 112] описывается соотношением

$$\omega\left(\omega + \frac{i}{\tau_N}\right) = \frac{\tau N}{m} k^2 \quad (44)$$

и в области низких частот носит диффузионный характер:

$$\omega \approx -iDk^2, \quad (45)$$

где эффективный коэффициент диффузии $D = TN\tau_N/m$. При достаточно больших k частота приобретает вещественную часть sk , где

$$s = \sqrt{\frac{\tau N}{m}} \quad (46)$$

— скорость звука (ср. с (9) и (11)). Дисперсия элементарных возбуждений представлена на рис. 11. Из графиков видно, что найденный спектр не удовлетворяет критерию сверхтекучести Ландау. Это естественно, так как в открытой системе экситонов имеется диссипация энергии за счёт конкуренции процессов прихода и ухода экситонов. С другой стороны, как показывает анализ, выполненный в [29], малые сосредоточенные в пространстве возмущения в такой системе распространяются со скоростью звука.

Уравнения (42) позволяют также рассчитать коррелятор фаз конденсата

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \langle \varphi(\mathbf{r} + \mathbf{r}', t + t') \varphi(\mathbf{r}', t') \rangle$$

и, в конечном итоге, одночастичную матрицу плотности (пренебрегая флуктуациями заселённости конденсата N):

$$\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = N \exp \left[-\frac{\Phi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, 0)}{2} \right]. \quad (47)$$

Расчёт показывает, что с точностью до общего множителя в двумерной системе [29]

$$\Phi(\mathbf{r}, t) \propto -\ln \left(\frac{Dt}{r^2} \right). \quad (48)$$

Таким образом, корреляционная функция фаз ведёт себя как $\ln(Dt/r)$, а значит, матрица плотности конденсата (47) на больших расстояниях спадает по степенному закону. Отметим, что при $t \rightarrow 0$ множитель Dt следует заменить на k_m^{-2} , где волновой вектор $k_m \sim ms$ определяется из условия перехода дисперсии элементарных возбуждений от линейной к квадратичной [29]. Сравнение формулы (48) и соответствующих выражений в [4, 70, 124, 125] показывает, что формула (48) применима и в равновесной ситуации с соответствующей заменой префактора на величину, пропорциональную температуре T . Таким образом, в двумерной системе флуктуации накачки, наряду с эффектами конечной температуры, разрушают дальний порядок в конденсате экситонов. Тем не менее, при не слишком высоких температурах $T \lesssim T_{2D}$, одночастичная матрица плотности спадает с расстоянием степенным образом:

$$\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^{-\eta}, \quad (49)$$

где показатель степени

$$\eta = \begin{cases} \frac{mT}{32\pi} = \frac{1}{16 \ln(mE_0/(2\pi N))}, & \text{флуктуации накачки} \\ \frac{mT}{2\pi N_s}, & \text{тепловые флуктуации} \end{cases} \quad (50)$$

определяется силой взаимодействия экситонов и температурой, N_s во второй строчке — концентрация сверхтекучей компоненты. Второе равенство в верхней строчке получено с учётом выражения (31). С точностью до численных множителей показатель степени определяется отношением характерной энергии взаимодействия частиц TN (если доминируют флуктуации накачки) или температуры T (если доминируют тепловые флуктуации) к температуре вырождения газа $T_{2D} \sim N/m$. При относительно малых концентрациях экситонов показатель η определяется тепловыми флуктуациями, а при достаточно больших — взаимодействием. Примечательно, что в этом случае η зависит от концентрации лишь логарифмически. С увеличением температуры при фиксированной концентрации частиц показатель η возрастает, а при некоторой критической температуре (или концентрации частиц) степенной закон (49) должен смениться экспоненциальным. Для равновесных двумерных систем это соответствует переходу Березинского–Костерлица–Таулеса [4].

Для полноты картины приведём выражения для одночастичной матрицы плотности в двумерной системе невзаимодействующих экситонов без беспорядка. В таком случае имеет место простое соотношение ($r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$) [22, 126]

$$\rho(r) = \int_0^\infty f(E; T, \mu) J_0(\sqrt{2mE} r) \mathcal{D}_{2D} dE,$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя первого рода; напомним, что \mathcal{D}_{2D} — плотность состояний в двумерной системе. В предельных случаях невырожденных и вырожденных экситонов получаем

$$\rho(r) \propto \begin{cases} \exp[-(k_{Tr})^2], & T \gg T_{2D}, \\ K_0(k_\mu r) \propto r^{-1/2} \exp(-k_\mu r), & T \ll T_{2D}. \end{cases} \quad (51)$$

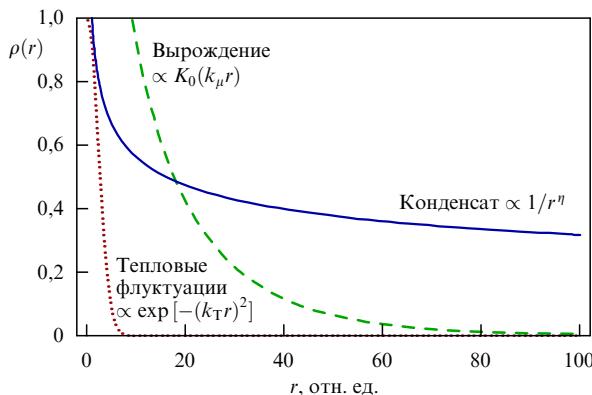


Рис. 12. Корреляционная функция первого порядка $\rho(r)$ для двумерного невырожденного бозе-газа (пунктирная кривая), вырожденного газа (штриховая кривая), рассчитанная по формуле (51), и для неравновесного конденсата (49) (сплошная кривая).

Напомним, что T_{2D} — температура вырождения двумерного газа экситонов, $k_T = \sqrt{mT/2}$ — характерный тепловой волновой вектор, а $k_\mu = \sqrt{2m|\mu|}$ — характерный волновой вектор, определяемый химическим потенциалом экситонов. Отметим, что для вырожденного газа $k_\mu \ll k_T$, и корреляционная длина вырожденных экситонов заметно превышает длину корреляции в невырожденном газе [22, 126]. Зависимости $\rho(r)$ для невырожденной и вырожденной статистики экситонов, а также для взаимодействующих частиц представлена на рис. 12.

3.8. Проявления конденсации экситонов в экспериментах

В ряде работ сообщалось об обнаружении конденсата экситонов и экситонных поляритонов. Первые экспериментальные наблюдения заключались в следующем:

1. Пороговое появление линии излучения непрямого экситона (I -линии) при фиксированной мощности накачки и снижении температуры ниже критической или при фиксированной температуре и росте мощности накачки [18].

2. Пространственное сжатие области, из которой происходит излучение пространственно непрямых экситонов с понижением температуры [19].

3. Пороговый рост интенсивности и сужение линии фотолюминесценции экситонных поляритонов с ростом мощности накачки [21].

Однако наиболее убедительным экспериментальным свидетельством конденсации двумерных экситонов и экситонных поляритонов является наблюдение их когерентности первого порядка (17). Для этого выполнялись интерференционные измерения (см., например, [20, 127]) для структур с пространственно непрямыми экситонами, а также [21] для экситонных поляритонов. Интерференция наблюдалась между точками конденсата, разнесёнными на расстояния от нескольких единиц до десятка микрометров [20, 22, 125, 127–130] (рис. 13), что значительно превышает тепловую длину волны экситонов. Следует отметить также, что с ростом числа частиц, когда двумерный бозе-газ становится вырожденным, но конденсат не формируется, увеличение длины пространственной когерентности может быть связано с уменьшением химического потенциала экситонов или экситонных поляритонов (см. (51) и рис. 12), что несколько затрудняет интерпретацию экспериментов [22, 126].

В работе [125] сообщалось о степенному спаде коррелятора (49) для экситонных поляритонов в микрорезонаторе, когда мощность накачки превышает пороговую (ср. рис. 13г и д), причём анализ степени η в зависимости от мощности накачки показывает, что затухание определяется именно неравновесной природой экситон-поляритонного конденсата. Как показано в [22], неравновесные эффекты могут играть существенную роль и увеличивать пространственную когерентность экситонов, даже если взаимодействие между частицами несущественно.

Отметим, что в структурах с микрорезонаторами были выполнены подробные исследования функции распределения экситонных поляритонов [21, 131]. Возможность контролировать отстройку между экситонной и фотонной модами в одном образце, а значит, менять дисперсию экситонных поляритонов и их времена жизни и энергетической релаксации, позволяет наблюдать переход между сильно неравновесной и практически равновесными ситуациями [131]. Также исследовалось формирование вихрей в экситон-поляритонном конденсате (см., например, [132]), наблюдалось сверхтекущее распространение конденсата [133] (обзор в [134]), а также возникновение солитонов [135, 136], однако некоторые из полученных результатов могут быть интерпретированы и без привлечения понятий конденсата и сверхтекучести [137].

Ещё одной экспериментальной платформой для исследования конденсации являются электронно-дырочные возбуждения в режиме квантового эффекта Холла и подобные системы [138–141]. Обсуждение таких систем выходит за рамки данного обзора.

4. Другие коллективные фазы экситонов

Представления о конденсации Бозе–Эйнштейна экситонов, обсуждавшиеся выше, были основаны на простейшей модели, в которой взаимодействие между экситонами считалось короткодействующим, а амплитуда экситон-экситонного рассеяния $T > 0$, что соответствует отталкиванию между частицами. Вообще говоря, это не так. В частности, в структурах с пространственным разделением носителей заряда взаимодействие между экситонами определяется относительно дальнодействующим $\propto 1/r^3$ диполь–дипольным отталкиванием частиц. Далее, как хорошо известно, экситоны могут связываться наподобие атомов в экситонные молекулы — биэкситоны [142]. Даже если спиновая конфигурация экситонов препятствует образованию связанных пар, на больших расстояниях между частицами возможно вандер-ваальсово притяжение экситонов. Всё это открывает возможности реализации различных коллективных фаз экситонов. Кратко опишем некоторые, на наш взгляд наиболее реалистичные, возможности.

4.1. Бозе-системы с короткодействующим отталкиванием и дальнодействующим притяжением

Рассмотрим пространственно прямые экситоны в рамках водородоподобной модели. Как и для двух нейтральных атомов, эффективная потенциальная энергия взаимодействия экситонов друг с другом может быть приближённо разделена на два вклада. "Короткодействующий" вклад, проявляющийся на малых расстояниях между экситонами, $r \lesssim a_B$ (напомним, что a_B — боровский радиус экситона), главным образом обусловлен обменным взаимодействием между тождественными носителями

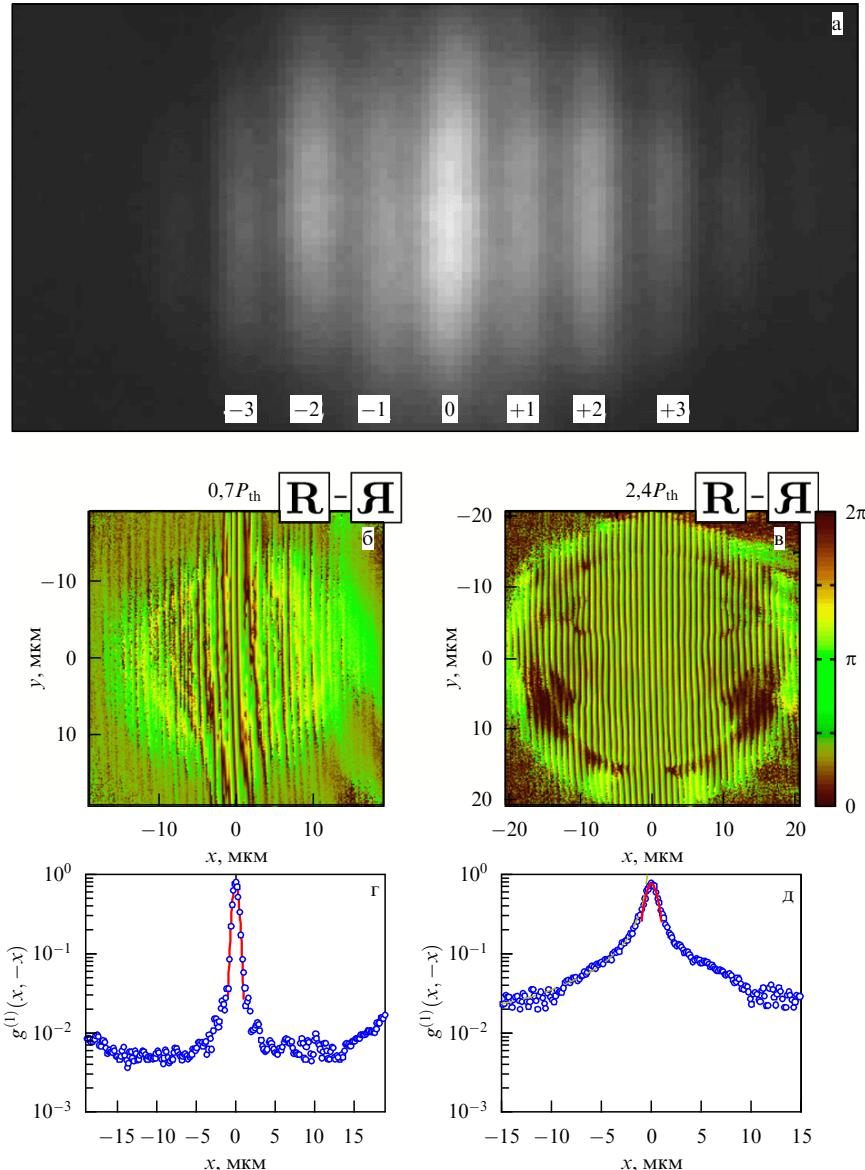


Рис. 13. (а) Картина интерференции света от пары пятен, разнесённых на 5 мкм в непрозрачном затворе Шоттки над квантовой ямой GaAs/AlGaAs шириной 250 Å. (Из работы [20].) (б, в) Карты интерференции излучения экситонных полярitonов в микрорезонаторе на основе GaAs, помещённом в интерферометр Майкельсона ниже (б) и выше (в) порога конденсации. (г, д) Зависимость когерентности первого порядка от расстояния при тех же мощностях накачки, что и на рис. б, в. Кривые — подгонка в рамках модели, разработанной в [125]. ((б–д) Из работы [125].)

заряда, составляющими экситон [93, 143, 144]. "Дальнодействующий" вклад проявляется при $r \gg a_b$, он обусловлен в основном поляризационным или ван-дер-ваальсовым взаимодействием между экситонами [145, 146]. Для экситонов, находящихся в основном состоянии, взаимодействие ван-дер-Ваальса носит характер притяжения, поскольку флуктуация дипольного момента одного из экситонов индуцирует дипольный момент другого экситона таким образом, чтобы полная энергия пары понизилась [92]. Следовательно, на больших расстояниях между пространственно прямыми экситонами возможно притяжение. Отметим, что ситуация кардинально меняется для пространственно непрямых экситонов в структурах с одиночными или двойными квантовыми ямами, где на больших расстояниях доминирует диполь-дипольное отталкивание экситонов (см. раздел 4.2). Знак короткодействующего вклада в потенциальную

энергию межэкситонного взаимодействия, как правило, положительный, что соответствует отталкиванию между частицами.

Коллективные явления в системе бозонов с короткодействующим отталкиванием и дальнодействующим притяжением обсуждались в работах [147, 148] для трёхмерной системы. Здесь мы приведём простое рассмотрение, использующее приближение самосогласованного поля. Представим потенциальную энергию взаимодействия в виде

$$V(r) = V_{\text{core}}(r) - U(r),$$

где $V_{\text{core}}(r) > 0$ — короткодействующая отталкивающая часть и $-U(r)$ — дальнодействующий вклад, соответствующий притяжению. Как и раньше, короткодействующую часть будем характеризовать амплитудой

рассеяния f , а дальнодействующую — эффективной мощностью $U_0 = \int U(r) dr$. Опишем энергетический спектр такой системы в приближении малой плотности по короткодействующей части потенциала, $Nf^D \ll 1$ (D — размерность системы), и в приближении самосогласованного поля по дальнодействующей части. Для начала рассмотрим экситоны в объёмном полупроводнике. При нулевой температуре энергия основного состояния системы, отнесённая к единице объёма, может быть записана в виде⁸ (учитываются только парные взаимодействия [4, 149]):

$$\varepsilon = \frac{2\pi f}{m} N^2 \left(1 + \gamma_3 \sqrt{Nf^3} \right) - \frac{1}{2} N^2 U_0, \quad (52)$$

где численный коэффициент $\gamma_3 = 128/(15\sqrt{\pi})$, а безразмерный параметр $\sqrt{Nf^3}$ считается малым. В зависимости от концентрации частиц плотность энергии ε имеет минимум при

$$N = N_{cr} \equiv \left[\frac{4}{5\gamma_3 f^{3/2}} \left(\frac{mU_0}{4\pi f} - 1 \right) \right]^2, \quad U_0 > U_{cr} = \frac{4\pi f}{m}. \quad (53)$$

Действительно, при выполнении условия $U_0 > U_{cr}$ при малых концентрациях частиц доминирует дальнодействующее притяжение и энергия экситонного газа понижается с ростом концентрации. При $N > N_{cr}$ начинает работать короткодействующее отталкивание и $\varepsilon(N)$ начинает возрастать за счёт члена $\propto \gamma_3$. Если же $U_0 < U_{cr}$, то $\varepsilon(N)$ монотонно возрастает с увеличением концентрации, поскольку дальнодействующий вклад оказывается меньше короткодействующего.

Для определения условий устойчивости системы и спектра возбуждений достаточно определить сжимаемость неидеального бозе-газа. Записывая полную энергию газа $E = \varepsilon V$ в зависимости от полного числа бозонов NV , где V — объём системы, имеем для давления p и скорости звука s [4]

$$p = -\frac{\partial E}{\partial V} = N^2 \left[\frac{2\pi f}{m} \left(1 + \frac{3}{2} \gamma_3 \sqrt{f^3 N} \right) - \frac{U_0}{2} \right], \quad (54a)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial N}} = \left(\frac{N}{m} \right)^{1/2} \left[\frac{4\pi f}{m} \left(1 + \frac{15}{8} \gamma_3 \sqrt{f^3 N} \right) - U_0 \right]^{1/2}, \quad (54b)$$

в согласии с [148]. Естественно, при $U_0 = 0$ в приближении низкой плотности формула для скорости звука (см. далее (59)) переходит в известное выражение (11). Отметим, что при $N \geq N_{cr}$ давление положительно, а скорость звука вещественна, т.е. система является термодинамически устойчивой. Соответственно для бозе-газа с дальнодействующим притяжением и короткодействующим отталкиванием спектр элементарных возбуждений носит звуковой характер, а система (при $N \geq N_{cr}$) ведёт себя как конденсат.

При $N < N_{cr}$ система разбивается на капли с конденсатом, между которыми находится сильно разрежённый газ экситонов. Фазовое равновесие между каплями конденсата и газом проиллюстрировано на рис. 14а: в простейшей модели разрежённый газ экситонов описывается

⁸ Строго говоря, с учётом экранирования экситон-экситонного взаимодействия [41, 98] мощность потенциала U_0 в этом выражении следует заменить на $\tilde{U}_0 = N^{-2} \int U(r) \mathcal{K}_2(r) dr$, где $\mathcal{K}_2(r)$ — парная корреляционная функция бозонов.

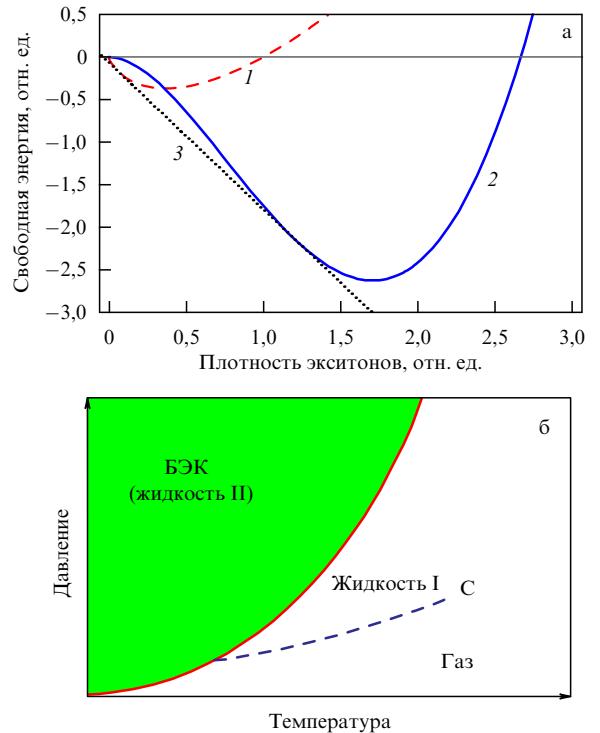


Рис. 14. (а) Свободная энергия идеального газа экситонов (красная штриховая кривая 1) и свободная энергия конденсата (синяя сплошная кривая 2), а также их общая касательная 3. Считается, что $U_0 > U_{cr}$. (б) Фазовая диаграмма в осях температура – давление, построенная в работе [147]. Сплошная красная кривая показывает переход в состояние конденсата Бозе–Эйнштейна (БЭК или жидкость II) с учётом межчастичного взаимодействия. Штриховая кривая показывает переход первого рода газ–классическая жидкость (жидкость I), С — критическая точка.

плотностью свободной энергии

$$\mathcal{F}_{id} = -NT \ln \left(\frac{N_d}{N} \right), \quad (55)$$

где N — концентрация экситонов, N_d — концентрация вырождения экситонного газа, T — температура, а для конденсата можно использовать приближение нулевой температуры и формулу (52), $\mathcal{F}_{cond} = \varepsilon$. Условие фазового равновесия требует равенства химических потенциалов и давлений, т.е. наличия общей касательной у кривых, показанных на рис. 14а. Фазовая диаграмма состояний такой системы, найденная в [147] и представленная на рис. 14б, оказывается весьма богатой. Помимо конденсатного (БЭК или жидкость II) по аналогии с физикой жидкого гелия) и газового состояний имеется состояние нормальной жидкости (жидкость I), между которой и газом имеется фазовый переход первого рода (штриховая кривая). Как и в классической теории фазовых переходов, переход между газовой фазой и жидкостью I возможен лишь при температурах, не превышающих температуры критической точки. Различие между жидкостями I и II заключается в том, что в жидкости II основное состояние системы оказывается макроскопически заселённым.

Подчеркнём, что вопрос о диаграмме состояний системы бозонов, имеющих возможность образовать бозе-Эйнштейновский конденсат и притягивающих на больших межчастичных расстояниях, достаточно нетриви-

альный. Здесь возможны два сценария. Первый реализуется при достаточно слабом притяжении между бозонами и малых значениях их масс. В таком случае по мере понижения температуры ещё в газовой фазе происходит конденсация Бозе–Эйнштейна, а лишь затем — фазовый переход из газовой фазы в жидкую. Второй сценарий имеет место при достаточно сильном межчастичном притяжении и/или больших значениях их масс. В данных условиях при понижении температуры сначала происходит фазовый переход газ – жидкость, а макроскопическое заполнение бозонами основного энергетического уровня осуществляется уже в жидкой фазе. При этом из-за взаимодействия доля частиц в бозе-эйнштейновском конденсате невелика. Такой сценарий (переход газ – жидкость, а потом бозе-конденсация), по-видимому, реализуется в гелии, где доля конденсата составляет примерно 7 %.

Приведём грубую оценку соотношений параметров, разделяющих указанные сценарии. Для того чтобы осуществлялся первый сценарий, необходимо, чтобы температура бозе-эйнштейновской конденсации $T_c \sim N^{2/3}/m$ (выражение (6)) превышала критическую температуру T_{cr} перехода в системе газ – жидкость при критической концентрации $N = N_{cr}$. Эти параметры можно оценить по порядку величины в рамках модели ван-дер-Ваальса [3]:

$$T_{cr} \sim \frac{1}{a^3} \int U(r) r^2 dr \sim \frac{U_0}{a^3}, \quad N_{cr} \sim \frac{1}{a^3}, \quad (56)$$

где a — эффективный радиус (короткодействующего) потенциала межчастичного отталкивания; напомним, что U_0 — мощность притягивающей части потенциала. В результате в трёхмерном случае получаем

$$\begin{cases} \frac{a}{m} \gg U_0 \Rightarrow \text{сначала бозе-конденсация,} \\ \frac{a}{m} \ll U_0 \Rightarrow \text{сначала переход газ – жидкость.} \end{cases}$$

Важно отметить, что радиус действия отталкивающей части потенциала a и амплитуда рассеяния f в (52) одного порядка. В рамках приведённого рассмотрения минимум в зависимости энергии конденсата $\varepsilon(N)$ и возможность формирования капель возникают лишь при $U_0 > U_{cr}$ (см. (53)). Таким образом, описанная модель адекватна лишь при достаточно сильном притяжении, т.е. соответствует второму сценарию: переход газ – жидкость, а затем конденсация.

В двумерной системе энергию единицы объёма бозе-газа можно записать в виде

$$\varepsilon = \frac{2\pi N^2}{m} \frac{1}{\ln [\gamma_2/(Na^2)]} - \frac{1}{2} N^2 U_0. \quad (57)$$

Здесь γ_2 — параметр порядка единицы, величина $U_0 = \int U(r) dr$, как и выше, описывает дальнодействующее притяжение в приближении среднего поля. Подчеркнём, что приближение средней плотности выполнено при условии, что $N \gg 1/a_{long}^2$, где a_{long} — радиус действия дальнодействующей части потенциала. Первый член явным образом учитывает логарифмическую зависимость амплитуды рассеяния в двумерной системе, считается, что логарифм в знаменателе большой (ср. с (31)). Расчёт вкладов следующих порядков по Na^2 (а также определение величины γ_2) является крайне нетривиальной задачей, их анализ выходит за рамки данного обзора [75, 150–156]. Минимум в зависимости $\varepsilon(N)$ достигается

при

$$N = N_{cr} \equiv \frac{\gamma_2}{a^2} \exp \left(-\frac{4\pi}{mU_0} \right), \quad (58)$$

при $N > N_{cr}$ доминирует отталкивание, а при $N < N_{cr}$ — притяжение. Выражение (58) верно с экспоненциальной точностью. В этом же приближении скорость звука можно записать в виде

$$s = \sqrt{\frac{N}{m} \left(\frac{4\pi}{m} \frac{1}{\ln [\gamma_2/(Na^2)]} - U_0 \right)}. \quad (59)$$

При $N > N_{cr}$ скорость звука $s > 0$ и система устойчива. Детальный анализ поведения системы при $N = N_{cr}$ требует выхода за рамки приближения $\ln [\gamma_2/(Na^2)] \gg 1$ и является интересной задачей для дальнейшего исследования.

Отметим, однако, что описанная модель и фазовая диаграмма, предложенная в [147], обладают ограниченной применимостью к реальным системам: в объёмных полупроводниках, как правило, формируется электронно-дырочная жидкость (см. раздел 4.3), а в двумерии возможно формирование кристаллической фазы экситонов, к обсуждению которой мы перейдём в разделе 4.2.

4.2. Фазовый переход газ – кристалл

Рассмотрим пространственно непрямые (диполярные) экситоны в квазидвумерных системах, схематически представленных на рис. За, б. Взаимодействие между такими экситонами можно описывать простым законом

$$V(r) = \frac{2e^2}{\kappa} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + h^2}} \right) \approx \frac{e^2 h^2}{\kappa r^3}. \quad (60)$$

Здесь r — расстояние между экситонами в плоскости структуры, h — характерное расстояние между электроном и дыркой по нормали к плоскости ям, eh — нормальная к плоскости ям компонента дипольного момента экситона, κ — диэлектрическая проницаемость среды. Выражение (60) справедливо при $h \gg a_b$ (напомним, a_b — боровский радиус экситона), причём при $r \gg h$ потенциальная энергия медленно, $\propto r^{-3}$, затухает с увеличением расстояния между частицами (см. приближённое равенство в (60)). В работе [36] предсказано, что, помимо конденсации Бозе–Эйнштейна, диполярные экситоны при температурах, превышающих ожидаемые температуры конденсации, могут образовывать кристаллическую структуру или, точнее, структуру, близкую к кристаллической (с известными оговорками о нестабильности двумерных кристаллов [3]). В дальнейшем для краткости мы будем называть эту фазу кристаллом.

В возможности кристаллизации экситонов с дальнодействующим отталкиванием (60) легко убедиться, проанализировав свободную энергию слабонеидеального экситонного газа и кристалла. Для газовой фазы плотность свободной энергии записывается в виде

$$\mathcal{F}_{\text{gas}} = \mathcal{F}_{\text{id}} + E_C, \quad E_C = \frac{1}{2} \int V(r) \mathcal{K}_2(r) dr, \quad (61)$$

где свободная энергия единицы объёма идеального газа даётся формулой (57), второе слагаемое описывает вклад кулоновского отталкивания, $\mathcal{K}_2(r)$ — парная корреляционная функция, которую в квазиклассическом прибли-

жении можно представить как⁹

$$\mathcal{K}_2(r) = N^2 \exp\left(-\frac{V(r)}{T}\right). \quad (62)$$

В условиях, когда экситонный газ не вырожден, но взаимодействие достаточно сильно, $T \ll e^2/(\chi h)$, кулоновский вклад сильно подавлен, так как окружность радиуса $r_T = [e^2 h^2/(\chi T)]^{1/3}$ вблизи экситона оказывается непроницаемой для других частиц. В результате

$$\mathcal{F}_{\text{gas}} = -NT \ln\left(\frac{N_d}{N}\right) + \frac{\pi \Gamma(4/3)}{h^2} \left(\frac{\chi h T}{e^2}\right)^{1/3} \frac{e^2}{\chi h} (Nh^2)^2, \quad (63)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция.

Для кристаллической фазы основной вклад в плотность свободной энергии вносит кулоновское отталкивание экситонов, располагающихся в узлах решётки. Расчёт для идеальной треугольной решётки, выполненный в [36], даёт

$$\mathcal{F}_{\text{cryst}} \approx \frac{2,48}{h^2} \frac{e^2}{\chi h} (Nh^2)^{5/2} - NT \ln\left(\frac{g^g}{(g-1)^{g-1}}\right), \quad (64)$$

где второе слагаемое описывает энтропийный вклад, обусловленный наличием спинового вырождения экситонов, g — кратность вырождения.

Сопоставление выражений (63) и (64) показывает, что при низких температурах упорядоченное распределение экситонов в пространстве оказывается энергетически более выгодным, так как при $Nh^2 \ll 1$ отталкивание экситонов в кристаллической фазе оказывается меньше в меру малости Nh^2 . Фазовое равновесие между кристаллом и газом можно проанализировать, пользуясь теми же соображениями, что и в разделе 4.1 (рис. 15а), где представлены свободные энергии газовой и кристаллической фазы и их общая касательная. Фактор спинового вырождения $g = 2$, $N_d h^2 = 0,4$.

На рис. 15а изображена зависимость температуры от концентрации экситонов. На рисунке видно, что при низких концентрациях экситонов газовая фаза имеет меньшую свободную энергию, чем кристаллическая. При высоких концентрациях экситонов кристаллическая фаза становится более выгодной. Красная штриховая линия (1) — это свободная энергия газа, сплошная синяя линия (2) — кристалла, а чёрная линия (3) — общая касательная. Фактор спинового вырождения $g = 2$, $N_d h^2 = 0,4$.

⁹ Описание двумерных систем с диполь-дипольным отталкиванием в классическом случае представляет отдельную задачу (см., например, [157, 158] и ссылки там).

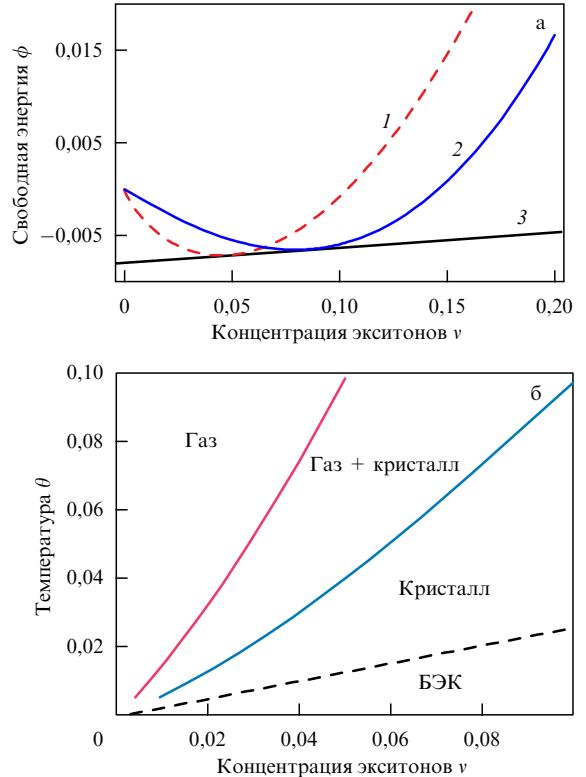


Рис. 15. (а) Плотность свободной энергии в безразмерных единицах $\phi = \mathcal{F}h^2/(e^2/\chi h)$ в зависимости от безразмерной концентрации $\nu = Nh^2$. Красная штриховая кривая 1 — свободная энергия газа (63), сплошная синяя кривая 2 — кристалла (64). Чёрная кривая 3 — их общая касательная. Фактор спинового вырождения $g = 2$, $N_d h^2 = 0,4$. (б) Фазовая диаграмма системы пространственно непрямых экситонов. Безразмерная температура $\theta = T/(e^2/\chi h)$. БЭК обозначает область параметров, где экситонный газ становится вырожденным. (Из работы [36].)

достижении границы двухфазной области появляется линия люминесценции из кристаллической фазы и нарастает её интенсивность с одновременным уменьшением интенсивности линии газовой фазы, причём положения линий не меняются. С дальнейшим увеличением концентрации система покидает двухфазную область, остаётся лишь одна линия, сдвиг частоты которой описывается энергией $\mathcal{E}_{\text{cryst}}(N)$. Это проиллюстрировано на рис. 16. Рисунки 16а и б отличаются значениями безразмерной температуры θ : чем выше температура, тем больше энергия кулоновского отталкивания экситонов в газовой фазе (второе слагаемое в формуле (63)), в отличие от энергии отталкивания в кристалле, где она не зависит от температуры (см. первый член в (64)). Поэтому в двухфазной области кулоновский сдвиг частоты в газовой фазе при высокой температуре больше, чем в кристалле, а при низкой температуре — наоборот.

Стерн и Бар-Йозеф экспериментально обнаружили возникновение двух фаз в двумерной системе дипольных экситонов, описание полученных ими результатов приведено в статьях [77, 159]. Важным открытым вопросом является самосогласованное модельное описание такой системы.

4.3. Электронно-дырочная жидкость

Для экситонов Ванье–Мотта в большинстве типичных полупроводников массы электрона m_e и дырки m_h до-

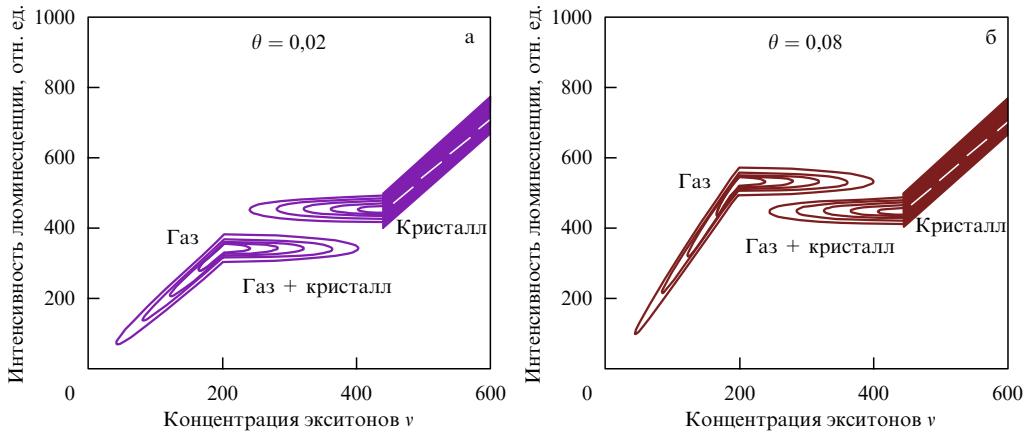


Рис. 16. Изменение спектра люминесценции с безразмерной концентрацией $v = Nh^2$ для двух различных безразмерных температур $\theta = T/(e^2/\pi h)$: (а) $\theta = 0,02$, (б) $\theta = 0,08$. Схематически представлены линии равной интенсивности люминесценции. (Из работы [36].)

стогочно близки, и параметр адиабатичности $(m_e/m_h)^{1/4}$ не является малым. В объёмном полупроводнике или в структурах с квантовыми ямами, где реализуются пространственно прямые (а не диполярные) экситоны, формирование кристалла из экситонов невозможно. Действительно, из общих соображений [3, 34] известно, что кристаллическая фаза должна возникать при критической концентрации экситонов $N_c \sim a_B^{-D}$ (a_B — боровский радиус экситона, $D = 2$ или 3 — размерность системы), но тогда амплитуда нулевых колебаний экситонов составляла бы порядка a_B , что привело бы к расплавлению кристалла¹⁰. Исходя из этих соображений Келдыш в 1968 г. предсказал возможность формирования электронно-дырочной жидкости: вырожденной двухкомпонентной жидкости электронов и дырок [31]. По существу, поведение электронов и дырок в такой жидкости аналогично поведению коллектива электронов в металле: частицы оказываются делокализованными и могут свободно и независимо распространяться по объёму жидкости, естественно, не нарушая электрической нейтральности системы. Впервые электронно-дырочная жидкость наблюдалась в работе Покровского и Свистуновой в кристаллах Ge [160].

Физике электронно-дырочной жидкости в полупроводниках и полупроводниковых наноструктурах посвящено значительное количество обзоров [31–34], включая современные работы [35, 161], поэтому мы очень кратко перечислим основные особенности такой фазы. Критическую температуру и концентрацию конденсации экситонов в электронно-дырочную жидкость можно оценить для объёмного полупроводника как [34]

$$T_c \sim 0,1 E_B, \quad N_c \sim \frac{1}{a_B^3}, \quad (65)$$

где E_B — энергия связи экситона. Фазовая диаграмма электронно-дырочной жидкости схематически изображена на рис. 17. В области параметров сосуществования газа и жидкости система разбивается на капли жидкой

¹⁰ Отметим, что для диполярных, или пространственно непрямых, экситонов ситуация более богатая, в системе появляется ещё один параметр $h \gg a_B$ — расстояние между слоями, и ближний порядок в расположении экситонов может быть явно выражен, как обсуждалось в разделе 4.2.

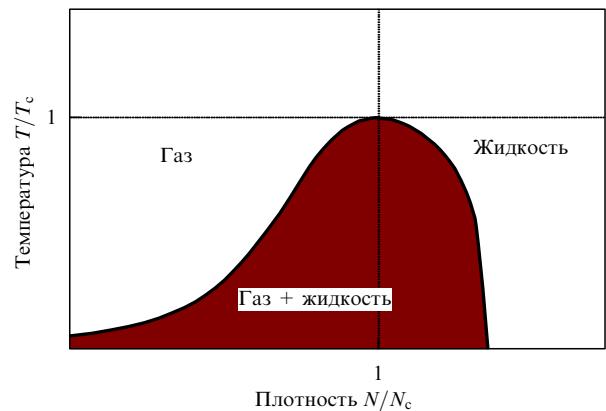


Рис. 17. Схематическое изображение фазовой диаграммы электронно-дырочной жидкости. (Из работы [34].)

фазы, окружённые газом экситонов (ср. со сценариями, рассмотренными в разделах 4.1, 4.2).

Энергия частиц в жидкости складывается из энергий Ферми электронов и дырок, а также из потенциальной энергии их кулоновского взаимодействия. Кулоновские корреляции в электронно-дырочной жидкости приводят к тому, что энергия жидкости понижается по сравнению с энергией невзаимодействующих частиц, а линия люминесценции жидкости оказывается ниже края поглощения невозбуждённого полупроводника. В многодолинных кристаллах Si и Ge рекомбинация экситонов возможна лишь с участием фононов, а спектр фотoluminesценции электронно-дырочной жидкости приобретает характерную "треугольную" форму.

5. Заключение

В настоящем обзоре изложены основные моменты развития представлений о коллективных эффектах в экситонных системах.

В объёмных полупроводниках, так же как и в атомных системах, возможно формирование конденсата Бозе–Эйнштейна экситонов. За счёт взаимодействия между экситонами конденсат будет сверхтекучим, а слабый случайный потенциал не оказывает существенного влияния на свойства конденсата. Формирование конденсатного состояния может проявляться в оптическом отклике

полупроводника в виде двух линий: усиления и поглощения излучения, разнесённых на удвоенную энергию конденсатного фонона с волновым вектором, равным волновому вектору света на частоте экситонного резонанса.

Ситуация оказывается кардинально иной в двумерных системах. Из общей теории для идеальных систем следует, что при конечной температуре фазовый переход в состояние конденсата невозможен, но система двумерных бозонов при низких температурах может обладать сверхтекучестью [4]. Реальные системы, в которых исследуют коллективное поведение двумерных или квазидвумерных экситонов: структуры с одиночными и двойными квантовыми ямами, а также с микрорезонаторами, обладают беспорядком, что делает картину коллективных эффектов очень богатой. Так, в отличие от идеальной двумерной системы, в системе с беспорядком конденсация Бозе–Эйнштейна экситонов возможна. Отталкивание между частицами приводит к ограничению числа экситонов в потенциальных ямах и экранированию флуктуационного потенциала, в результате чего система может перейти в сверхтекущее состояние. Дополнительную специфику вносит конечное время жизни экситонов. Во-первых, оно приводит к парадоксальному, на первый взгляд, результату — существованию низкотемпературной границы области конденсации на диаграмме состояний экситонов. Во-вторых, из-за конечного времени жизни экситоны могут существовать лишь при наличии начакки, флуктуации которой, наряду с тепловыми флуктуациями, разрушают дальний порядок.

В обзоре также кратко проанализирован переход газ–кристалл в системе диполярных экситонов и приведены основные сведения об электронно-дырочной жидкости в полупроводниках.

Несмотря на то что за почти шестидесятилетнюю историю исследований коллективных эффектов в экситонных системах в полупроводниках главные аспекты конденсации экситонов стали понятными, как теоретические, так и экспериментальные исследования в этой области далеки от завершения. С точки зрения теории важной задачей является построение фазовой диаграммы экситонов для реалистичных систем и уточнение границ областей конденсации и кристаллизации экситонов, перехода экситонной жидкости в сверхтекущее состояние, а также изучение возможностей существования конденсата и электронно-дырочной жидкости. Актуальным вопросом является реализация кроссовера между экситонным конденсатом и конденсатом фермионных пар [162] по аналогии с кроссовером между сверхпроводящим (БКШ — теория Бардина–Купера–Шриффера) и конденсатным состоянием атомов (БКШ–БЭК) [163, 164]. Появление новых материальных систем, в частности, полупроводников на основе атомарно тонких кристаллов, демонстрирующих необычно сильные экситонные эффекты [165, 166], ставит новые задачи как перед экспериментом, так и перед теорией экситонных конденсатов. Такие исследования сейчас находятся на начальных стадиях [54, 55, 167, 168].

Список литературы

1. Bose S Z. *Phys.* **26** 178 (1924)
2. Einstein A. *Sitzungsber. Preuß. Akad. Wiss. Phys.-Math. Kl.* (1) 3 (1925)
3. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* Ч. 1 (М.: Наука, 1976); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics Vol. 1* (London: Butterworth-Heinemann, 2008)
4. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Статистическая физика* Ч. 2 (М.: Физматлит, 2001); Lifshitz E M, Pitaevskii L M *Statistical Physics Vol. 2* (Oxford: Pergamon Press, 1980)
5. Лифшиц И М *ЖЭТФ* **38** 1569 (1960); Lifshitz I M *Sov. Phys. JETP* **11** 1130 (1960)
6. Blanter Ya M et al. *Phys. Rep.* **245** 159 (1994)
7. Anderson M H et al. *Science* **269** 198 (1995)
8. Davis K B et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 3969 (1995)
9. Боголюбов Н Н *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **11** 77 (1947); УФН **93** 552 (1967); Bogolubov N J. *Phys. USSR* **11** 23 (1947)
10. Rashba E I, Sturge M D (Eds) *Excitons* (Modern Problems in Condensed Matter Sciences, Vol. 2) (Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1982)
11. Klingshirn C F (Ed.) *Semiconductor Optics* (New York: Springer, 2012)
12. Москаленко С А *ФТТ* **4** 276 (1962); Moskalenko S A *Sov. Phys. Solid State* **4** 199 (1962)
13. Blatt J M, Böer K W, Brandt W *Phys. Rev.* **126** 1691 (1962)
14. Келдыш Л В, Козлов А Н *Письма в ЖЭТФ* **5** 238 (1967); Keldysh L V, Kozlov A N *JETP Lett.* **5** 190 (1967)
15. Гергель В А, Казаринов Р Ф, Сурис Р А *ЖЭТФ* **53** 544 (1967); Gergel' V A, Kazarinov R F, Suris R A *Sov. Phys. JETP* **26** 354 (1968)
16. Агранович В М, Тошиба Б С *ЖЭТФ* **53** 149 (1967); Agranovich V M, Toshich B S *Sov. Phys. JETP* **26** 104 (1968)
17. Butov L V et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 304 (1994)
18. Ларионов А В и др. *Письма в ЖЭТФ* **75** 689 (2002); Larionov A V et al. *JETP Lett.* **75** 570 (2002)
19. Butov L V et al. *Nature* **417** 47 (2002)
20. Горбунов А В, Тимофеев В Б *Письма в ЖЭТФ* **84** 390 (2006); Gorbunov A V, Timofeev V B *JETP Lett.* **84** 329 (2006)
21. Kasprzak J et al. *Nature* **443** 409 (2006)
22. Belykh V V et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 137402 (2013)
23. Shilo Y et al. *Nat. Commun.* **4** 2335 (2013)
24. Krauth W, Trivedi N, Ceperley D *Phys. Rev. Lett.* **67** 2307 (1991)
25. Falco G M, Nattermann T, Pokrovsky V L *Phys. Rev. B* **80** 104515 (2009)
26. Bertoli G et al. *Phys. Rev. Lett.* **121** 030403 (2018)
27. Aleiner I L, Altshuler B L, Shlyapnikov G V *Nat. Phys.* **6** 900 (2010)
28. Michal V P et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **113** E4455 (2016)
29. Глазов М М, Сурис Р А *ЖЭТФ* **153** 1001 (2018); Glazov M M, Suris R A *J. Exp. Theor. Phys.* **126** 833 (2018)
30. Тиходеев С Г *ЖЭТФ* **97** 681 (1990); Tikhodeev S G *Sov. Phys. JETP* **70** 380 (1990)
31. Keldysh L V, в сб. *Труды IX Международной конф. по физике полупроводников, Москва, 23–29 июля 1968 г.* (Л.: Наука, 1969)
32. Келдыш Л В УФН **100** 514 (1970); Keldysh L V *Sov. Phys. Usp.* **13** 292 (1970)
33. Тиходеев С Г УФН **145** 3 (1985); Tikhodeev S G *Sov. Phys. Usp.* **28** 1 (1985)
34. Jeffries C D, Keldysh L V *Electron-Hole Droplets in Semiconductors* (Modern Problems in Condensed Matter Sciences, Vol. 6) (Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1983)
35. Сибельдин Н Н УФН **187** 1236 (2017); Sibeldin N N *Phys. Usp.* **60** 1147 (2017)
36. Сурис Р А *ЖЭТФ* **149** 695 (2016); Suris R A *J. Exp. Theor. Phys.* **122** 602 (2016)
37. Гросс Е Ф, Каррьеев Н А *ДАН СССР* **84** 261 (1952)
38. Келдыш Л В, Козлов А Н *ЖЭТФ* **54** 978 (1968); Keldysh L V, Kozlov A N *Sov. Phys. JETP* **27** 521 (1968)
39. Combescot M, Combescot R, Dubin F *Rep. Prog. Phys.* **80** 066501 (2017)
40. Гергель В А, Казаринов Р Ф, Сурис Р А *ЖЭТФ* **54** 298 (1968); Gergel' V A, Kazarinov R F, Suris R A *Sov. Phys. JETP* **27** 159 (1968)
41. Гергель В А, Казаринов Р Ф, Сурис Р А *ЖЭТФ* **58** 686 (1970); Gergel' V A, Kazarinov R F, Suris R A *Sov. Phys. JETP* **31** 367 (1970)

42. Гастев С В и др. *ФТТ* **25** 3002 (1983)
43. Snoke D W, Wolfe J P, Mysyrowicz A *Phys. Rev. Lett.* **64** 2543 (1990)
44. Snoke D W, Wolfe J P, Mysyrowicz A *Phys. Rev. B* **41** 11171 (1990)
45. Yoshioka K, Chae E, Kuwata-Gonokami M *Nat. Commun.* **2** 328 (2011)
46. Fröhlich D, Bayer M *ФТТ* **60** 1581 (2018); *Phys. Solid State* **60** 1600 (2018)
47. Snoke D, Kavoulakis G M *Rep. Prog. Phys.* **77** 116501 (2014)
48. Moskalenko S A, Snoke D W *Bose–Einstein Condensation of Excitons and Biexcitons and Coherent Nonlinear Optics with Excitons* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000)
49. Fortin E, Fafard S, Mysyrowicz A *Phys. Rev. Lett.* **70** 3951 (1993)
50. Benson E, Fortin E, Mysyrowicz A *Solid State Commun.* **101** 313 (1997)
51. Kavoulakis G M, Baym G *Phys. Rev. B* **54** 16625 (1996)
52. Koplevich G A, Tikhodeev S G, Gippius N A *ЖЭТФ* **109** 2189 (1996); *J. Exp. Theor. Phys.* **82** 1180 (1996)
53. Tikhodeev S G, Kopelevich G A, Gippius N A *Phys. Status Solidi B* **206** 45 (1998)
54. Fogler M M, Butov L V, Novoselov K S *Nat. Commun.* **5** 4555 (2014)
55. Wang Z et al. *Nature* **574** 76 (2019)
56. Butov L V *ЖЭТФ* **149** 505 (2016); *J. Exp. Theor. Phys.* **122** 434 (2016)
57. Kavokin A et al. *Microcavities* (Ser. on Semiconductor Science and Technology, No. 16) (Oxford: Oxford Univ. Press, 2011)
58. Timofeev V, Sanvitto D (Eds) *Exciton Polaritons in Microcavities* (New York: Springer, 2012)
59. Sun Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **118** 016602 (2017)
60. Klaers J et al. *Nature* **468** 545 (2010)
61. Mermin N D, Wagner H *Phys. Rev. Lett.* **17** 1133 (1966)
62. Hohenberg P C *Phys. Rev.* **158** 383 (1967)
63. Coleman S *Commun. Math. Phys.* **31** 259 (1973)
64. Penrose O, Onsager L *Phys. Rev.* **104** 576 (1956)
65. Боголюбов Н Н, Боголюбов Н Н (мл.) *Введение в квантовую статистическую механику* (М.: Наука, 1984); Пер. на англ. яз.: Bogolubov N N, Bogolubov N N (Jr.) *Introduction to Quantum Statistical Mechanics* (Hackensack, NJ: World Scientific, 2010)
66. Ketterle W, van Druten N J *Phys. Rev. A* **54** 656 (1996)
67. Reatto L, Chester G V *Phys. Rev.* **155** 88 (1967)
68. Сонин Э Б *ЖЭТФ* **59** 1416 (1970); Sonin É B *Sov. Phys. JETP* **32** 773 (1971)
69. Березинский В Л *ЖЭТФ* **61** 1144 (1971); Berezinskii V L *Sov. Phys. JETP* **34** 610 (1972)
70. Попов В Н *ТМФ* **11** 354 (1972); Popov V N *Theor. Math. Phys.* **11** 565 (1972)
71. Лозовик Ю Е, Юдсон В И *Письма в ЖЭТФ* **22** 556 (1975); Lozovik Yu E, Yudson V I *JETP Lett.* **22** 274 (1975)
72. Lozovik Yu E, Yudson V I *Physica A* **93** 493 (1978)
73. Lieb E H, Liniger W *Phys. Rev.* **130** 1605 (1963)
74. Lieb E H *Phys. Rev.* **130** 1616 (1963)
75. Ovchinnikov A A *Письма в ЖЭТФ* **57** 458 (1993); *JETP Lett.* **57** 477 (1993)
76. Snoke D et al. *Nature* **418** 754 (2002)
77. Stern M, Umansky V, Bar-Joseph I *Science* **343** 55 (2014)
78. Gammon D et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 3005 (1996)
79. Семина М А, Сергеев Р А, Сурис Р А *ФТП* **40** 1373 (2006); Semina M A, Sergeev R A, Suris R A *Semiconductors* **40** 1338 (2006)
80. Evers F, Mirlin A D *Rev. Mod. Phys.* **80** 1355 (2008)
81. Лифшиц И М *ЖЭТФ* **53** 743 (1967); Lifshitz I M *Sov. Phys. JETP* **26** 462 (1968)
82. Лифшиц И М, Гредескул С А, Пастур Л А *Введение в теорию неупорядоченных систем* (М.: Наука, 1982); Пер. на англ. яз.: Lifshits I M, Gredeskul S A, Pastur L A *Introduction to the Theory of Disordered Systems* (New York: Wiley, 1988)
83. Griffin A, Snoke D W, Stringari S *Bose–Einstein Condensation* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995)
84. Pitaevskii L, Stringari S *Bose–Einstein Condensation* (Intern. Series of Monographs on Physics, Vol. 116) (Oxford: Clarendon Press, 2003)
85. Bagnato V, Kleppner D *Phys. Rev. A* **44** 7439 (1991)
86. Thomas D G, Hopfield J J, Augustyniak W M *Phys. Rev.* **140** A202 (1965)
87. Golub L E, Ivchenko E L, Kiselev A A *J. Opt. Soc. Am. B* **13** 1199 (1996)
88. Киселев А А *ФТП* **32** 564 (1998); Kiselev A A *Semiconductors* **32** 504 (1998)
89. Tarasenko S A et al. *Semicond. Sci. Technol.* **16** 486 (2001)
90. Шкловский Б И, Эфрос А Л *Электронные свойства легированных полупроводников* (М.: Наука, 1979); Пер. на англ. яз.: Shklovskii B I, Efros A L *Electronic Properties of Doped Semiconductors* (Springer Series in Solid-State Sciences, Vol. 45) (Berlin: Springer-Verlag, 1984)
91. Sugakov V I *J. Phys. Condens. Matter* **31** 475301 (2019)
92. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика: нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1974); Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)
93. Ciuti C et al. *Phys. Rev. B* **58** 7926 (1998)
94. Baas A et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 170401 (2008)
95. Wouters M *Phys. Rev. B* **77** 121302(R) (2008)
96. Ohadi H et al. *Phys. Rev. B* **97** 195109 (2018)
97. Malpuech G et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 206402 (2007)
98. Ковалев В М, Чаплик А В *Письма в ЖЭТФ* **92** 208 (2010); Kovalev V M, Chaplik A V *JETP Lett.* **92** 185 (2010)
99. Baranovski S (Ed.) *Charge Transport in Disordered Solids with Applications in Electronics* (Chichester: Wiley, 2006)
100. Pethick C J, Smith H *Bose–Einstein Condensation in Dilute Gases* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002)
101. Basko D M, Aleiner I L, Altshuler B L *Ann. Physics* **321** 1126 (2006)
102. Лозовик Ю Е, Берман О Л, Рувинский А М *Письма в ЖЭТФ* **69** 573 (1999); Lozovik Yu E, Berman O L, Ruvinskii A M *JETP Lett.* **69** 616 (1999)
103. Astrakharchik G "Properties of a Bose gas in the presence of disorder", Ph.D. Thesis (Trento: Univ. Degli Studi di Trento, 2000 – 2001)
104. Berman O L et al. *Phys. Rev. B* **70** 235310 (2004)
105. Gaul C, Müller C A *Phys. Rev. A* **83** 063629 (2011)
106. Müller C A, Gaul C *New J. Phys.* **14** 075025 (2012)
107. Glazov M M et al. *Phys. Rev. B* **88** 041309(R) (2013)
108. Laussy F P et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 016402 (2004)
109. Laussy F P, in *Exciton Polaritons in Microcavities* (Springer Series in Solid-State Sciences, Vol. 172, Eds V Timofeev, D Sanvitto) (Berlin: Springer-Verlag, 2012) p. 1
110. Henry C H, Kazaninov R F *Rev. Mod. Phys.* **68** 801 (1996)
111. Wouters M, Carusotto I *Phys. Rev. Lett.* **99** 140402 (2007)
112. Carusotto I, Ciuti C *Rev. Mod. Phys.* **85** 299 (2013)
113. Keeling J, Berloff N G *Phys. Rev. Lett.* **100** 250401 (2008)
114. Keeling J, Berloff N G *Contemp. Phys.* **52** 131 (2011)
115. Gippius N A, Tikhodeev S G *J. Phys. Condens. Matter* **16** S3653 (2004)
116. Гиппинус Н А и др. *УФН* **175** 327 (2005); Gippius N A et al *Phys. Usp.* **48** 306 (2005)
117. Elistratov A A, Lozovik Yu E *Phys. Rev. B* **97** 014525 (2018)
118. Porras D, Tejedor C *Phys. Rev. B* **67** 161310(R) (2003)
119. Schawlow A L, Townes C H *Phys. Rev.* **112** 1940 (1958)
120. Lax M *Phys. Rev.* **160** 290 (1967)
121. Hanai R et al. *Phys. Rev. Lett.* **122** 185301 (2019)
122. Гаврилов С С *УФН* **190** 137 (2020); Gavrilov S S *Phys. Usp.* **63** 123 (2020)
123. Халатников И М *Теория сверхтекучести* (М.: Наука, 1971)
124. Брусов П Н, Попов В Н *Сверхтекучесть и коллективные свойства квантовых жидкостей* (М.: Наука, 1988)
125. Roumpos G et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **109** 6467 (2012)
126. Mouchliadis L, Ivanov A L *Phys. Rev. B* **78** 033306 (2008)
127. High A A et al. *Nature* **483** 584 (2012)
128. Yang S et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 187402 (2006)
129. Deng H et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 126403 (2007)
130. Nardin G et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 256402 (2009)
131. Kasprzak J et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 146404 (2008)

132. Lagoudakis K G et al. *Nat. Phys.* **4** 706 (2008)
133. Amo A et al. *Nature* **457** 291 (2009)
134. Byrnes T, Kim N Y, Yamamoto Y *Nat. Phys.* **10** 803 (2014)
135. Amo A et al. *Science* **332** 1167 (2011)
136. Sich M et al. *Nat. Photon.* **6** 50 (2012)
137. Cilibrizzi P et al. *Phys. Rev. Lett.* **113** 103901 (2014)
138. Eisenstein J P, MacDonald A H *Nature* **432** 691 (2004)
139. Eisenstein J P, Pfeiffer L N, West K W *Phys. Rev. Lett.* **123** 066802 (2019)
140. Kulik L V et al. *Nat. Commun.* **7** 13499 (2016)
141. Кулик Л В и др. УФН **189** 925 (2019); Kulik L V et al. *Phys. Usp.* **62** 865 (2019)
142. Lampert M A *Phys. Rev. Lett.* **1** 450 (1958)
143. de-Leon S B-T, Laikhtman B *Phys. Rev. B* **63** 125306 (2001)
144. Combescot M, Betbeder-Matibet O, Dubin F *Phys. Rep.* **463** 215 (2008)
145. Schindler C, Zimmermann R *Phys. Rev. B* **78** 045313 (2008)
146. Walther V et al. *Phys. Rev. B* **98** 165201 (2018)
147. Huang K *Phys. Rev.* **119** 1129 (1960)
148. Иорданский С В *ЖЭТФ* **47** 167 (1964); Iordanskii S V *Sov. Phys. JETP* **20** 112 (1965)
149. Lee T D, Huang K, Yang C N *Phys. Rev.* **106** 1135 (1957)
150. Schick M *Phys. Rev. A* **3** 1067 (1971)
151. Hines D, Frankel N E, Mitchell D J *Phys. Lett. A* **68** 12 (1978)
152. Fisher D S, Hohenberg P C *Phys. Rev. B* **37** 4936 (1988)
153. Lieb E H, Yngvason J *J. Stat. Phys.* **103** 509 (2001)
154. Mora C, Castin Y *Phys. Rev. Lett.* **102** 180404 (2009)
155. Beane S R *Phys. Rev. A* **82** 063610 (2010)
156. Fournais S et al. *J. Math. Phys.* **60** 071903 (2019)
157. Khrapak S A, Kryuchkov N P, Yurchenko S O *Phys. Rev. E* **97** 022616 (2018)
158. Кёдель Л и др. УФН **189** 1070 (2019); Couëdel L et al. *Phys. Usp.* **62** 1000 (2019)
159. Misra S et al. *Phys. Rev. Lett.* **120** 047402 (2018)
160. Покровский Я Е, Свистунова К И *Письма в ЖЭТФ* **9** 435 (1969); Pokrovskii Ya E, Svistunova K I *JETP Lett.* **9** 261 (1969)
161. Сибельдин Н Н *ЖЭТФ* **149** 678 (2016); Sibel'din N N *J. Exp. Theor. Phys.* **122** 587 (2016)
162. Sager L M, Safaei S, Mazziotti D A *Phys. Rev. B* **101** 081107(R) (2020)
163. Navon N et al. *Science* **328** 729 (2010)
164. Karan M Ю, Турлапов А В УФН **189** 225 (2019); Kagan M Yu, Turlapov A V *Phys. Usp.* **62** 215 (2019)
165. Wang G et al. *Rev. Mod. Phys.* **90** 021001 (2018)
166. Tartakovskii A *Nat. Rev. Phys.* **2** 8 (2020)
167. Waldherr M et al. *Nat. Commun.* **9** 3286 (2018)
168. Arp T B et al. *Nat. Photon.* **13** 245 (2019)

Collective states of excitons in semiconductors

M.M. Glazov, R.A. Suris

Ioffe Institute, ul. Politekhnicheskaya 26, 194021 St. Petersburg, Russian Federation

E-mail: glazov@coherent.ioffe.ru, suris@theory.ioffe.ru

A review of many-body effects in exciton ensembles in semiconductors is given with the emphasis on two-dimensional systems: structures with single and double quantum wells and with quantum microcavities. The Bose–Einstein condensation effect, an accumulation of a macroscopic number of excitons in the ground state of the system, is discussed. The known prohibition on condensation in low-dimensional systems can be lifted due to the disorder resulting from the chaotic potential. Manifestations of the finite exciton lifetime and, correspondingly, of the nonequilibrium of the excitonic system caused by processes of excitons entering and leaving the condensate state are analyzed. Other collective phases of excitons, namely, two-dimensional crystals of dipolar excitons and an electron-hole liquid, formed as a result of interparticle interactions, are discussed.

Keywords: exciton, Bose–Einstein condensate, superfluidity, disorder, dipolar exciton, exciton polariton

PACS numbers: 03.75.Hh, 03.75.Kk, **71.35.-y**, 71.35.Lk, **71.36.+c**, 72.15.Rn

Bibliography — 168 references

Received 14 August 2019

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **190** (11) 1121–1142 (2020)

Physics – Uspekhi **63** (11) (2020)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.10.038663>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2019.10.038663>