Июль 2019 г. **Том 189, № 7**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Двумерная система сильновзаимодействующих электронов в кремниевых (100) структурах

В.Т. Долгополов

Целью обзора является описание и критический анализ работ различных экспериментальных групп, изучавших свойства двумерного электронного газа в кремниевых полупроводниковых системах (полевых транзисторах (100)Si-MOSFET *и квантовых ямах* (100)SiGe/Si/SiGe) *в окрестности перехода металл–изолятор. Выделены результаты, общие для всех исследователей*: 1) *эффективная масса электронов, измеренная на уровне Ферми, в металлической области возрастает по мере понижения концентрации и, по экстраполяции, имеет тенденцию к расходимости*; 2) *средняя по энергии масса в металлической области ведёт себя в двух исследованных системах по-разному*: *в* Si-MOSFET *она также обнаруживает тенденцию к расходимости, в квантовых ямах* SiGe/Si/SiGe — *насыщается в области минимальных концентраций*; 3) *в металлической фазе имеется небольшое* (*зависящее от качества образца*) *количество локализованных электронов*; 4) *в фазе изолятора в окрестности перехода металл–изолятор электронная система обнаруживает свойства, типичные для аморфных сред с сильным взаимодействием между составляющими такую среду частицами.*

Ключевые слова: двумерные электронные системы, переход металл–изолятор, эффективная масса

PACS numbers: **71.27.+a**, **71.30.+h**, **73.20.–r** DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.10.038449

Содержание

1. **Введение (673).**
2. **Электроны в кремниевых полевых транзисторах ((100)Si-MOSFET) (674).**
   2.1. Переход металл–изолятор в отсутствие магнитного поля. 2.2. Влияние магнитного поля на переход металл–изолятор. 2.3. Свойства электронов в глубине распределения Ферми. 2.4. Свойства электронов на уровне Ферми. 2.5. Промежуточные выводы. 2.6. Электроны в изоляторе. 2.7. Дополнительные промежуточные выводы.
3. **Электроны в квантовых ямах SiGe/Si/SiGe (687).**
   3.1. Достоинства и недостатки структур. 3.2. Тенденция к появлению плоской одночастичной зоны на уровне Ферми.
4. **Заключение (689).**

Список литературы (689).

1. Введение

Обзор посвящён краткому изложению современного состояния экспериментальных исследований сильновзаимодействующих двумерных электронных систем, созданных на базе кремниевых полупроводниковых структур. Под сильновзаимодействующей электронной системой понимается такая система, в которой характерная энергия кулоновского взаимодействия электронов значительно превосходит их кинетическую (фермиевскую) энергию ε_F. Поскольку первая обратно пропорциональна среднему расстоянию между электронами (т.е. $\sqrt{(n_s^{-1})}$, где n_s — концентрация электронов), а вторая $\varepsilon_F \propto n_s$, сильному взаимодействию соответствуют малые электронные концентрации. В большинстве обсуждаемых далее экспериментов электронный газ предполагается вырожденным, т.е. $\varepsilon_F \gg kT$, где k — постоянная Больцмана, T — температура.

Силу взаимодействия между электронами обычно характеризуют параметром r_s, равным отношению радиуса Вигнера–Зейтца $(\pi n_s)^{-1/2}$ к боровскому радиусу электронов $a_B = \kappa\hbar^2/(me^2)$, где κ — диэлектрическая постоянная, определяющая взаимодействие между электронами, m и e — их масса и заряд соответственно. В простейшем случае однодолинной электронной системы (к которому рассматриваемые ниже электронные системы не относятся) r_s как раз равен отношению характерной потенциальной энергии взаимодействия к энергии Ферми.

Не предполагая у читателя знакомства со свойствами двумерных электронных структур на базе кремния, мы крайне схематично изложим необходимые сведения. В импульсном пространстве ячейкой Вигнера–Зейтца для кремния является усечённый октаэдр (рис. 1а). Центр ячейки Вигнера–Зейтца обозначают бувой Г, центр квадратов — X, центр шестиугольников — L. Минимумы зоны проводимости расположены на прямых, соединяющих точки Г и X. Всего таких точек шесть. Изоэнергетические поверхности в импульсном пространстве схематически показаны на рис. 1б. Они представляют собой эллипсоиды вращения с массой вдоль длинной оси

В.Т. Долгополов. Институт физики твёрдого тела РАН, ул. Академика Осипьяна 2, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация;
Редколлегия журнала *Письма в ЖЭТФ*
E-mail: dolgopolovvalerir@mail.ru, melnikov@issp.ac.ru

Статья поступила 28 апреля 2018 г., после доработки 7 октября 2018 г.

© В.Т. Долгополов 2019

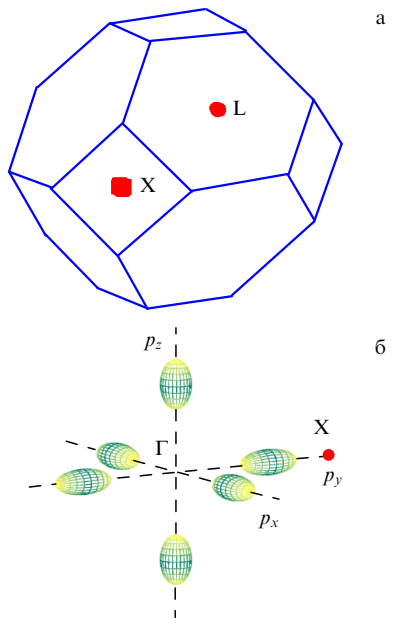

Рис. 1. (а) Ячейка Вигнера – Зейтца для электронов в кремнии. (б) Схематическое изображение изоэнергетических поверхностей вблизи минимумов зоны проводимости.

$0{,}98m_0$ (m_0 — масса свободного электрона) и $m_b = 0{,}19m_0$ для импульса в перпендикулярном направлении.

Если вводятся потенциальные барьеры, делающие движение электрона в z-направлении финитным (ориентация образца (100)), то в такой квантовой яме появляются дискретные уровни, низший из которых определяется эллипсоидами с длинной осью вдоль z (с "тяжёлой" массой при движении вдоль z). Таких эллипсоидов два, поэтому спектр, имеющий вид

$$\varepsilon(p) = \varepsilon_0 + \frac{p^2}{2m_b}\,, \qquad (1)$$

где ε_0 — энергия нижайшего уровня в квантовой яме, p — импульс в плоскости (100), кроме двукратного спинового вырождения имеет дополнительное, так называемое "долинное" вырождение. Строго говоря, в асимметричной потенциальной яме долинное вырождение снимается, однако в дальнейшем этим малым долинным расщеплением мы будем пренебрегать.

Для заполнения потенциальной ямы электронами необходимо, чтобы энергия Ферми ε_F превышала ε_0. При выполнении этого условия появляются электроны, свободно движущиеся вдоль квантовой ямы, волновая функция которых простирается в z-направлении на 30 Å в кремниевых полевых транзисторах (Si-MOSFET) и на 150 Å в рассматриваемых в разделе 3 квантовых ямах SiGe/Si/SiGe.

У двух рассматриваемых электронных систем есть и ещё одно существенное отличие. В кремниевых полевых транзисторах электроны находятся на границе между кремнием с диэлектрической постоянной κ_{Si} и диоксидом кремния (κ_{SiO_2}). Поэтому взаимодействие между электронами определяется средней диэлектрической постоянной $(\kappa_{Si} + \kappa_{SiO_2})/2 \simeq 7{,}7$. В квантовой яме SiGe/Si/SiGe взаимодействие определяется диэлектрической постоянной κ_{SiGe}, близкой к κ_{Si}. Следовательно, в SiGe/Si/SiGe для достижения равного взаимодействия нужно понизить концентрацию электронов по меньшей мере в два с половиной раза.

Управление концентрацией носителей тока осуществляется с помощью металлического электрода (затвора), нанесённого поверх диэлектрика, отделяющего двумерный электронный слой от затвора. Разность потенциалов между затвором и электронным слоем линейно связана с электронной концентрацией. Как будет показано далее, наличие затвора позволяет получать информацию о многих свойствах электронной системы.

2. Электроны в кремниевых полевых транзисторах ((100)Si-MOSFET)

2.1. Переход металл – изолятор в отсутствие магнитного поля

Двумерные электронные системы при гелиевых температурах могут обладать высокой проводимостью, значительно, в сотни раз, превышающей $\sigma_0 = e^2/h$ (где e — заряд электрона, h — постоянная Планка). Однако при малых электронных плотностях реальные электронные системы демонстрируют небольшую проводимость $\sigma \ll \sigma_0$, имеющую активационную температурную зависимость, типичную для изолятора. Таким образом, по мере понижения электронной плотности происходит переход проводимости от типично металлической к типичной для изолятора.

Начиная с работы [1] на базе скейлинговой гипотезы широкое распространение получило мнение, что металлическая фаза в двумерной электронной системе даже с произвольно слабым беспорядком невозможна, в том смысле, что такая система при нулевой температуре и бесконечных размерах неизбежно станет изолятором. В таком случае переход металл – изолятор (MIT) в двумерной системе оказался невозможным, и экспериментально наблюдаемый переход стали именовать "кажущимся". Термин не очень удачный, поскольку кажущимся, скорее, является изолятор, предполагаемый на месте металла при недостижимо низких температурах и фантастически огромных размерах образца.

Революционную роль сыграли эксперименты [2, 4], в которых наблюдалось необычное температурное поведение сопротивления высокоподвижных электронов в Si-MOSFET в окрестности перехода от металлической зависимости к поведению, типичному для изолятора (рис. 2). В сущности, подобное поведение было зарегистрировано даже раньше, в работе [3], но прошло незамеченным.

В [2, 4] обнаружено, что кривые в металлической области скалируются в одну универсальную кривую, и то же самое справедливо для области изолятора. Две эти группы кривых разделены не зависящей от температуры линией, соответствующей концентрации $n_c = 7{,}25 \times \times 10^{10}$ см$^{-2}$, на рис. 2.

Экстраполируя эту линию к нулю температуры, мы приходим к выводу, что в исследуемой электронной системе переход металл – изолятор возможен даже при нулевой температуре и бесконечных размерах образца, т.е. к выводу, явно противоречащему работе [1]. Поскольку при электронных концентрациях порядка 10^{11} см$^{-2}$ в исследуемом электронном газе кинетическая (фермиевская) энергия на порядок меньше характерной энергии взаимодействия между электронами, противо-

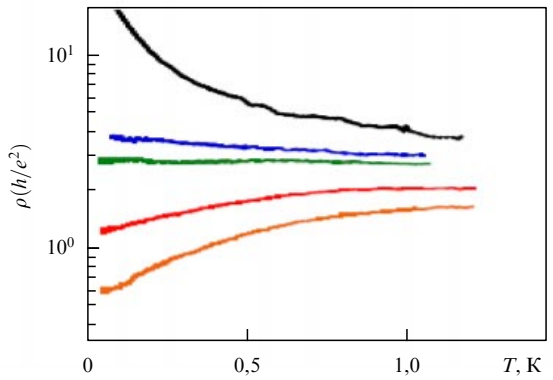

Рис. 2. Зависимость сопротивления от температуры для образца Si-MOSFET при электронных плотностях (сверху вниз): 6,85, 7,17, 7,25, 7,57, 7,85 ($\times 10^{10}$) см$^{-2}$. (По данным [5].)

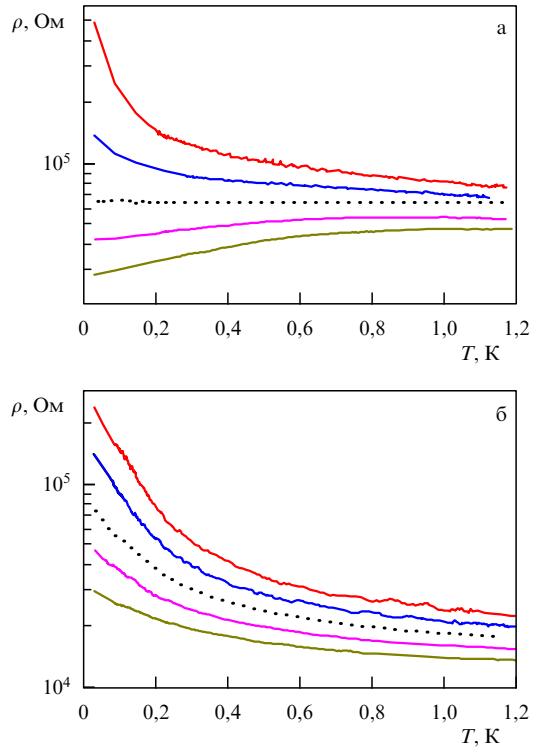

Рис. 3. Зависимость сопротивления от температуры для одного Si-MOSFET в отсутствие магнитного поля (а) при электронных плотностях (сверху вниз) 7,65, 7,8 ($\times 10^{10}$) см$^{-2}$, $n_c = 7{,}95$, 8,1, 8,25 ($\times 10^{10}$) см$^{-2}$ и в параллельном интерфейсу магнитном поле 4 Тл (б) при электронных концентрациях 1,095, 1,125 ($\times 10^{11}$) см$^{-2}$, $n_c = 1{,}155$, 1,185, 1,215 ($\times 10^{11}$) см$^{-2}$. (По данным [24].)

речие было интерпретировано как результат сильного межэлектронного взаимодействия. Возникло впечатление, что однопараметрический скейлинг остаётся справедливым с изменённой взаимодействием скейлинговой функцией. Убеждённость в универсальности однопараметрического скейлинга привела к парадоксальным выводам [6, 7] о том, что даже при сопротивлениях порядка 3×10^7 Ом на квадрат и положительной производной проводимости по температуре двумерная электронная система остаётся металлической, и о том, что критическая концентрация n_c может уменьшиться при увеличении беспорядка.

В то же время актуальность приобрели более реалистичные ренормгрупповые вычисления, учитывающие перенормировку при увеличении размера как беспорядка, так и взаимодействия [8–12]. На основании такого рода вычислений был сделан вывод о том, что наблюдаемый в наиболее совершенных Si-MOSFET фазовый переход действительно является квантовым фазовым переходом [10, 11]. Продемонстрировано совпадение теории с экспериментом в металлической области [12–14]. Последняя работа интересна тем, что она описывает экспериментально наблюдённую температурную зависимость в гораздо более широком интервале по сравнению с теориями малых поправок [15, 16].

Тематике перехода металл–изолятор и, в частности, перехода в высокоподвижных MOSFET посвящено большое количество обзоров [6, 17–23, 25]. Мы не будем пересказывать здесь их содержание, только обратим внимание на некоторые детали.

1. Прежде всего отметим, что критическая концентрация n_c не является универсальной и изменяется при изменении хаотического потенциала (см. рис. 2 и рис. 3а, а также [25]).

2. Если считать обнаруженный в Si-MOSFET переход стабилизированным за счёт взаимодействия квантовым фазовым переходом металл–изолятор, то должен быть ещё один переход металл–изолятор, возникающий по мере роста электронной концентрации и ослабления взаимодействия. Никаких следов (см., например, [26]) такого перехода не наблюдалось. Впрочем (см. [10]), есть теоретическое предсказание возможного отсутствия второго перехода.

3. Несмотря на определённый успех, теория ренормгруппы не может сделать никаких предсказаний относительно устройства изолятора.

2.2. Влияние магнитного поля на переход металл–изолятор

Параллельное интерфейсу магнитное поле воздействует исключительно на спин электронов двумерной электронной системы и способно полностью её поляризовать по спину [27]. Поляризованная по спину электронная система в окрестности перехода от поведения, типичного для металла, к поведению, типичному для изолятора, не обнаруживает свойств, подобных изображённым на рис. 2. Как видно из рис. 3б, при всех концентрациях электронов сопротивление возрастает при понижении температуры, хотя ряд признаков (исчезновение нелинейности, зануление энергии активации) указывает на переход от изолятора к металлу при критической концентрации $n_c = 1{,}155 \times 10^{11}$ см$^{-2}$. Строго говоря, негоризонтальная сепаратриса, отделяющая металл от изолятора, не означает отсутствия квантового фазового перехода (детальное обсуждение этого вопроса приведено в работах [6, 23]), поэтому определение критической концентрации по знаку температурной производной является, как минимум, спорным. В дальнейшем мы будем использовать другие критерии для определения критической концентрации n_c, например, зануление энергии активации в фазе изолятора.

На рисунке 4 показано положение точки перехода металл–изолятор на плоскости (B, n_s) в магнитном поле, нормальном и параллельном двумерному электронному газу. В параллельной ориентации магнитного поля положение точки перехода не зависит от угла между током и полем, что лишний раз подтверждает влияние магнитного поля в этом случае исключительно на спин

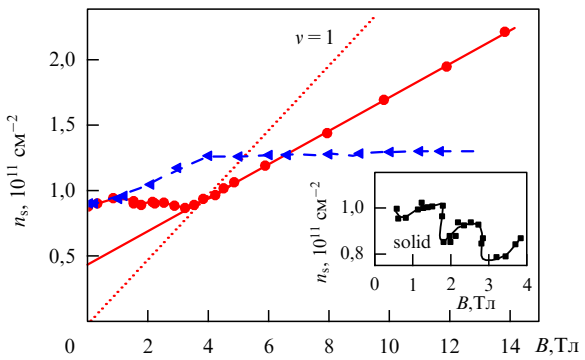

Рис. 4. Измеренная на одном образце граница перехода металл–изолятор при двух ориентациях магнитного поля: точки — магнитное поле перпендикулярно поверхности (по данным [29]), треугольники — магнитное поле в плоскости электронного газа. $n_c(B = 0) = 0{,}89 \times 10^{11}$ см$^{-2}$. Пунктиром обозначена линия, соответствующая фактору заполнения $\nu = 1$. На вставке показаны осцилляции границы в более крупном масштабе (из работы [30]).

электронов. (Вклад спин-орбитального взаимодействия в магнетосопротивление в Si-MOSFET довольно слаб: в [28] обнаружена анизотропия около 5 % магнетосопротивления в параллельном поле при разных направлениях тока относительно поля.)

В областях под сплошной линией на рис. 4 в нормальном магнитном поле и под штриховой в параллельном электронная система является изолятором, а выше этих линий — металлом. Обращают на себя внимание два обстоятельства. Во-первых, в параллельном магнитном поле критическая концентрация плавно возрастает примерно в полтора раза и, достигнув этого значения, перестаёт расти при дальнейшем увеличении магнитного поля. Во-вторых, поведение границы раздела оказывается совершенно различным в нормальном и параллельном магнитном поле.

Возрастание критической концентрации в параллельном магнитном поле связано с поляризацией электронов по спину. В сильном магнитном поле (превышающем 4 Тл на рис. 4) электроны полностью поляризованы по спину и критическая плотность не зависит от магнитного поля. Наблюдается переход из поляризованного по спину электронного изолятора в поляризованный по спину металл [31].

Последнее утверждение, так же как масштаб эффекта и поведение сопротивления в металлической области, согласуется с представлениями о переходе металл–изолятор за счёт многократного электрон-электронного рассеяния [32]. В металлической фазе возникает область повышенной вязкости, названная в работе [33] металлическим стеклом. Аналогичная область, хотя и в гораздо более узком интервале концентраций, может существовать и в нулевом магнитном поле. Во всяком случае, она прекрасно проявляется в сильно разупорядоченных Si-MOSFET [6].

Линейное возрастание критической концентрации на начальном участке рис. 4 в рамках этих представлений должно соответствовать поведению поля полной спиновой поляризации, что, хотя и не совсем точно, соответствует эксперименту. Тем не менее в адекватности описания перехода металл–изолятор в наиболее совершенных Si-MOSFET с помощью расчёта [32] имеются сомнения. Расчёт соответствует, скорее, не квантовому фазовому, а андерсоновскому переходу. Кроме того, точка перехода в расчёте определяется с помощью экстраполяции из металлической области.

Линейная зависимость критической концентрации в сильном нормальном магнитном поле может быть понята на основании соображений, высказанных в работе [34]. Нормальное магнитное поле уменьшает амплитуду нулевых колебаний электронов в изоляторе ($\propto B^{-1/2}$). Согласно критерию Линдемана, критическая электронная плотность определяется из сравнения амплитуды нулевых колебаний и межэлектронного расстояния ($\propto n_s^{-1/2}$). Экстраполяция прямой к нулевому магнитному полю задаёт число локализующих центров, равное 4×10^{10} см$^{-2}$ для рис. 4.

На начальном участке, где квантование несущественно, кривые для нормального и параллельного магнитного поля совпадают. Однако при дальнейшем увеличении магнитного поля граница в нормальном поле не только не поднимается вверх по концентрации, подобно границе в параллельном поле, но даже несколько опускается, демонстрируя мелкие осцилляции (см. вставку на рис. 4).

В сильном квантующем магнитном поле на каждом из квантовых уровней имеется полоса делокализованных состояний. При уменьшении магнитного поля делокализованные состояния спускаются вниз по концентрации, следуя каждое своему фактору заполнения. Следовательно, переход металл–изолятор в сильном поле должен происходить при факторе заполнения, меньшем единицы (см. рис. 4). В слабом магнитном поле ($\omega_c\tau \simeq 1$) делокализованные состояния отрываются от квантовых уровней и, будучи топологически защищёнными, сливаются, не опускаясь при дальнейшем уменьшении поля ни по энергии, ни по концентрации [35, 36].

Осцилляции границы в этой области были объяснены осцилляциями химического потенциала в условиях квантового эффекта Холла [37, 38]. Предположено, что на границе перехода металл–изолятор обе фазы могут сосуществовать. В этом случае химические потенциалы фаз в точке перехода должны быть равны между собой. Химический потенциал изолятора изменяется плавно по энергии, а химический потенциал металла в квантующем магнитном поле осциллирует, что и приводит к осцилляциям границы.

2.3. Свойства электронов в глубине распределения Ферми

2.3.1. Поле полной спиновой поляризации.

Эксперимент. Параллельное поверхности поле полной спиновой поляризации B^{p} линейно зависит от электронной плотности [39–41] и по экстраполяции обращается в нуль при конечной концентрации электронов n_{c0} (рис. 5). Линейная зависимость, изначально установленная по транспортным измерениям, позже была подтверждена независимыми экспериментами [42]. В работе [41] показано, что ухудшение качества образца не изменяет наклона линейной зависимости, но увеличивает n_{c0}. Поскольку n_{c0} во всех экспериментах оказывалась довольно близкой к n_c, возникла мысль о том, что число подвижных электронов не равно n_s, а составляет всего $n_s - n_c$.

С целью исключения такой возможности в работе [39] произведены измерения электронной плотности n_{Hall} по эффекту Холла в слабом магнитном поле (рис. 6). Оказалось, что полученная таким образом концентрация с

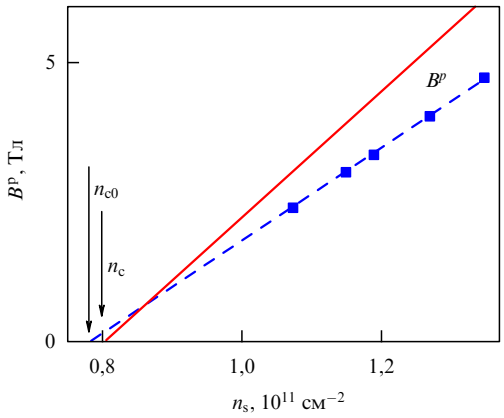

Рис. 5. Точки — поле полной спиновой поляризации в зависимости от концентрации электронов (по результатам работы [39]). Штриховая линия — подгонка методом наименьших квадратов по экспериментальным точкам. Сплошная линия — ожидаемый результат для невзаимодействующих электронов в модели, представленной в тексте.

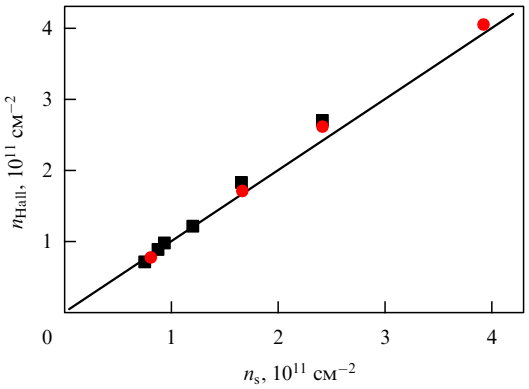

Рис. 6. Зависимость электронной концентрации, найденной из измерений эффекта Холла в слабом магнитном поле, от полной электронной концентрации, определённой по квантовым осцилляциям в сильном магнитном поле. Точки — $B = 0{,}3$ Тл, квадраты — $B = 0{,}1$ Тл. Сплошная линия соответствует $n_{\rm Hall} = n_{\rm s}$.

экспериментальной точностью совпадает с полной концентрацией электронов $n_{\rm s}$, определённой, как обычно, по эффекту Шубникова – де Гааза в сильном магнитном поле. Ниже будут приведены аргументы в пользу того, что такой эксперимент, вообще говоря, не исключает существования "хвоста" плотности состояний, содержащего локализованные электроны.

Условие полной спиновой поляризации может быть сформулировано следующим образом: фермиевская энергия, отсчитанная от дна электронной подзоны у электронов, имеющих выигрыш по энергии в магнитном поле $\varepsilon_{\rm F}^{\rm p}$, равна $\mu_{\rm B} g B^{\rm p}$ (здесь $\mu_{\rm B}$ — магнетон Бора, g — фактор Ланде, взятый при энергии $\varepsilon_{\rm F}^{\rm p}$). Постоянство наклона экспериментальной зависимости на рис. 5 означает, что $\mu_{\rm B} g D_{\rm T}^{\rm p} = \text{const}$. Здесь фактор Ланде и термодинамическая плотность состояний полностью поляризованного по спину электронного газа ($D_{\rm T}^{\rm p}$), в принципе, являются функцией электронной плотности. С учётом того, что g-фактор слабо изменяется с электронной плотностью в металлической фазе, постоянство наклона означает отсутствие перенормировки термодинамической плотности состояний в полностью поляризованной по спину электронной системе (100)Si-MOSFET.

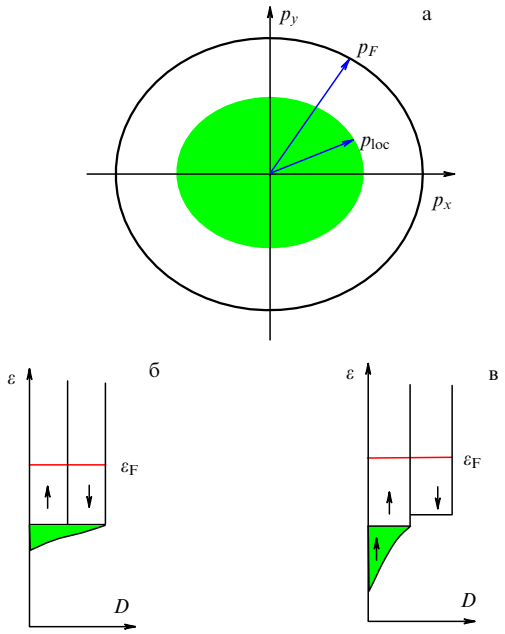

Рис. 7. (а) Ферми-поверхность с локализованными (отмеченными заливкой) состояниями внутри. (б) Плотность состояний $D(\varepsilon) = {\rm d}n/{\rm d}\varepsilon$ в зависимости от энергии. Показанные заливкой локализованные состояния в отсутствие магнитного поля не поляризованы по спину. (в) Плотность состояний в зависимости от энергии в слабом магнитном поле. Локализованные состояния полностью поляризованы по спину.

Обнаружение конечной критической плотности даже в самых совершенных кремниевых структурах было интерпретировано как проявление возможной спонтанной спиновой поляризации в сильно взаимодействующем электронном газе или, по крайней мере, как индуцированной магнитным полем неустойчивости [22, 39].

Наивная модель. Поведение поля полной спиновой поляризации, аналогичное изображённому точками на рис. 5, может быть реализовано и в двумерной системе невзаимодействующих электронов. Действительно, пусть часть таких электронов локализована (рис. 7). В нулевом магнитном поле одинаково заполнены две спиновые подзоны, каждая из которых состоит из двух долинных подзон. Хвост локализованных состояний по спину не поляризован.

Существенно, что: 1) первый делокализованный электрон имеет конечный квазиимпульс и энергию (рис. 7а):

$$p_{\rm loc} = \hbar(\pi n_{\rm c})^{1/2}, \qquad \varepsilon(n_{\rm c}) = \frac{p_{\rm loc}^2}{2m^*}\,, \tag{2}$$

2) число сильно локализованных электронов не зависит от $n_{\rm s}$ ($n_{\rm s} > n_{\rm c}$).

Уравнение (2) не может быть доказано, является предположением и должно быть проверено экспериментально. Вопрос о возможности проверки этого уравнения мы отложим до следующих разделов.

В слабом магнитном поле и при достаточно низкой температуре все электроны "хвоста" поляризуются по спину (рис. 7в). Такое возможно, например, для одиночных локализованных спинов [43, 44]. Для рисунка 7в невозможно нарисовать аналог рис. 7а.

Попытка измерить термодинамическую плотность состояний в поляризованной по спину локализованной электронной системе [24] привела к совершенно неожи-

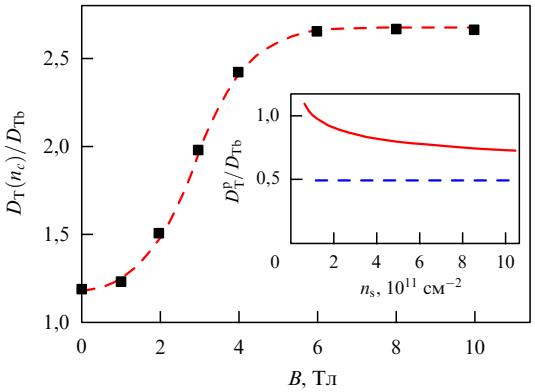

Рис. 8. Термодинамическая плотность состояний в окрестности критической концентрации у фазы изолятора в параллельном магнитном поле. (По данным работы [24].) Вставка — термодинамическая плотность состояний у полностью поляризованных по спину электронов в металлической фазе для экспериментальных данных рис. 5 (штриховая линия) и по результатам работы [49] (сплошная кривая).

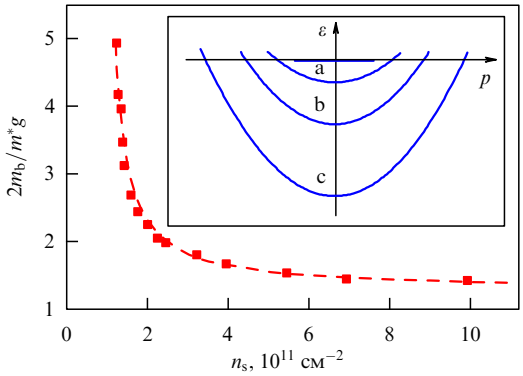

Рис. 9. Зависимость от электронной концентрации средней одночастичной массы m^*, умноженной на фактор Ланде, взятый на ферми-уровне, для поляризованных по спину электронов. (По данным работы [39].) На вставке показан одночастичный электронный спектр для трёх электронных концентраций $n_s(\mathrm{c}) = 2n_s(\mathrm{b}) = 4n_s(\mathrm{a})$. Энергии отсчитаны от уровня Ферми.

данному результату, показанному на рис. 8: термодинамическая плотность состояний в фазе изолятора у спин-поляризованной электронной системы оказалась почти в три раза больше, чем у неполяризованных по спину свободных электронов, и почти в шесть раз больше, чем у свободных электронов, поляризованных по спину.

Подвижные электроны начинают поляризоваться при концентрации $n_s > n_c$. Другими словами, в рассматриваемой модели $n_c = n_{c0}$, а наклон прямой определяется условием

$$\frac{\mathrm{d}B^{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}n_s} = \frac{2}{\mu_B g D_{Tb}} = \frac{\pi\hbar^2}{m^*\mu_B g}\,, \tag{3}$$

$D_{Tb} = 2D_{Tb}^{\mathrm{p}} = \mathrm{d}n_s/\mathrm{d}\varepsilon_F$ — термодинамическая плотность состояний неполяризованного по спину электронного газа с зонными параметрами. Соответствующая зависимость представлена сплошной линией на рис. 5 для $m^* = m_b$ (m_b — зонная масса электрона), $g = 2$. Как видно из рис. 5, значения n_c и n_{c0} практически совпадают, а наклон экспериментальной прямой меньше ожидаемого. Наклоны можно согласовать, если считать, что g-фактор больше зонного: $g = 1{,}3g_0 = 1{,}3 \times 2$. Действительно, измеренные значения фактора Ланде всегда превышают величину g_0 и составляют $(1{,}5-1{,}7)g_0$ [45], $1{,}5g_0$ [47], $(1-1{,}3)g_0$ [48]. Для получения всех приведённых значений использованы измерения в нормальном магнитном поле, поэтому не очевидно, что те же значения фактора Ланде будут справедливы и для параллельного интерфейсу магнитного поля.

Специально отметим, что наличие локализованных состояний, подчиняющихся уравнению (2), не может быть обнаружено в транспортных измерениях в металлической фазе, где все свойства определяются ближайшей окрестностью поверхности Ферми. В частности, измерения холловского сопротивления в слабых магнитных полях будут давать полную концентрацию электронов.

Представление о том, что электронная система переходит в полностью поляризованное по спину состояние, также не лишено оснований, поскольку, например, система локализованных магнитных моментов будет поляризоваться при нулевой температуре в бесконечно слабом магнитном поле.

Изложенные соображения переносятся с небольшими изменениями на систему сильновзаимодействующих электронов, если полагать, что речь идёт об одночастичных электронных состояниях. Средняя масса квазичастиц в этой модели не зависит (или зависит слабо) от электронной концентрации. Именно такая модель имелась, по-видимому, в виду при интерпретации экспериментальных результатов в работах [41, 46].

Альтернативная наивная модель состоит в следующем. Предполагается, что при превышении критической концентрации n_c все электроны становятся подвижными, а энергия полностью поляризованного газа в точке n_c обращается в нуль:

$$p(n_s) = \hbar(\pi n_s)^{1/2}\,, \quad \varepsilon_F^{\mathrm{p}}(n_s) = \frac{p^2}{2m^*} \propto (n_s - n_c)\,. \tag{4}$$

Предполагаемый одночастичный спектр полностью поляризованного электронного газа схематически изображён на вставке к рис. 9. Спектр квадратичен, со средней эффективной массой m^*. Постоянство термодинамической плотности состояний и обращение поля полной спиновой поляризации в нуль при $n_s = n_c$ обусловливают расходимость m^*, как это показано на рис. 9.

Эта модель использовалась в ряде работ, начиная с [39] и заканчивая недавней публикацией [22].

Обе модели обладают рядом недостатков. Прежде всего, это обращение с квазичастицами как со свободными частицами даже в глубине фермиевского распределения. Обе модели не в состоянии объяснить сдвиг критической концентрации при установлении полной спиновой поляризации. Наконец, в них никак не рассматриваются физические свойства изолятора.

2.3.2. Термодинамическая плотность состояний. Как уже упоминалось, термодинамическая плотность состояний является одним из параметров, который может быть извлечён из эксперимента. Экспериментальные данные для полностью поляризованной системы подвижных электронов можно сравнить с результатами численного моделирования квантовым методом Монте-Карло [49].

На вставке к рис. 8 сплошной линией показана термодинамическая плотность состояний идеальной, с пренебрежимо малым рассеянием электронов, двумерной электронной системы Si-MOSFET, вычисленная с использованием результата работы [49]. Там же штриховой линией показана термодинамическая плотность состояний, полученная из экспериментальных данных рис. 5 с использованием значения $g = 1{,}3g_0$. Как видно из рис. 8, расчётная термодинамическая плотность состояний слабо зависит от электронной плотности при $n_s > 3 \times 10^{11}$ см$^{-2}$, асимптотически приближаясь к штриховой линии при $n_s \to \infty$. В той же области концентраций вычисленное поле полной спиновой поляризации неплохо согласуется с экспериментом. Учёт конечной длины свободного пробега электронов, согласно [49], приводит к ослаблению роста термодинамической плотности состояний при минимальных концентрациях электронов, тем самым приближая термодинамическую плотность состояний к константе в интересующем нас интервале концентраций.

Сравнение данных основного рис. 8 с данными вставки приводит к выводу о том, что термодинамическая плотность состояний в параллельном магнитном поле испытывает скачок при концентрации n_c, увеличиваясь в условиях полной спиновой поляризации в фазе изолятора.

Информация о термодинамической плотности состояний может быть извлечена из измерений ёмкости MOSFET. Действительно, измерив ёмкость в отсутствие магнитного поля и в поле, параллельном плоскости двумерной системы, определим их разность $\Delta C(n_s)$ в области полной спиновой поляризации:

$$\frac{\Delta C}{C} = C_0(Ae^2)^{-1}\left(\frac{1}{D_{\mathrm{Tpol}}} - \frac{1}{D_{\mathrm{T}}}\right). \qquad (5)$$

Здесь A — площадь затвора. При электронной плотности менее $1{,}2 \times 10^{11}$ см$^{-2}$ в магнитном поле электронная система становится изолятором, что и приводит к росту $|\Delta C|$. При электронной концентрации $2{,}25 \times 10^{11}$ см$^{-2}$ по измерениям магнетосопротивления фиксируется переход в полностью поляризованное по спину состояние.

Как видно из рис. 10, измеренная разность ёмкостей уменьшается по мере увеличения концентрации электронов. Подобное возможно только в случае, если термодинамическая плотность состояний ведёт себя как $D_{\mathrm{T}} \propto \propto n_s/(n_s - n_c)$, а $D_{\mathrm{Tpol}} = \mathrm{const}$ [1]. О таком поведении сообщалось в работе [51] на основании анализа данных по зависимости упругого времени релаксации от электронной плотности. Подгонка экспериментальных данных с помощью этого выражения и уравнения (5) показана на рис. 10 штриховой линией для $D_{\mathrm{T}} = D_{\mathrm{Tb}} n_s/(n_s - n_c)$ и $D_{\mathrm{Tpol}} = D_{\mathrm{Tb}}/1{,}3$. Полученный результат требует проверки с помощью измерений в более сильных магнитных полях.

2.3.3. Магнитный момент электронов в металлической фазе. Исследования магнитного момента электронов начаты работой [52]. Поскольку прямое измерение магнитного момента двумерной электронной системы

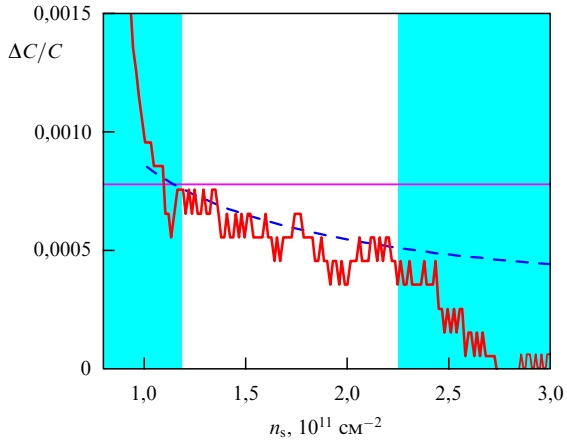

Рис. 10. Нормированная на ёмкость MOSFET разность измеренных ёмкостей в отсутствие магнитного поля и в параллельном магнитном поле 9,9 Тл. Сплошной линией показан уровень, ожидаемый для электронной системы без взаимодействия. Экспериментальные данные, как это обсуждается в тексте, следует рассматривать только в области, свободной от заливки. Штриховая линия — подгонка ёмкости с помощью уравнения (5) с учётом возможного изменения термодинамической плотности состояний $D_{\mathrm{T}} \propto n_s/(n_s - n_c)$ [51]. Здесь последнее выражение следует рассматривать как чисто эмпирическое, удовлетворительно описывающее экспериментальные данные.

затруднительно из-за его малости, в эксперименте измерялась величина $\partial\mu/\partial B$, равная по соотношению Максвелла $-\partial M/\partial n_s$. Здесь μ — химический потенциал электронной системы, M — магнитный момент единицы площади. Осталось только проинтегрировать измеренную величину по электронной концентрации, чтобы получить зависимость $M(n_s)$. Однако для этого нужно либо использовать какую-нибудь точку с известным значением магнитного момента как начальную, либо произвести измерения величины $\partial\mu/\partial B$ в области изолятора при малых электронных плотностях, что непросто в случае низкой температуры, и на наиболее совершенных образцах. Ниже мы приводим результаты, полученные каждым из этих способов: первым по статье [42] и вторым, следуя работам [52–55].

Магнитный момент как функция электронной плотности для двух значений магнитного поля показан на рис. 11. Кривые, изображённые на этом рисунке, получены из оригинальных кривых интегрированием в предположении, что при максимальной электронной концентрации можно пренебречь взаимодействием, использовать зонную массу и фактор Ланде $g = 1{,}3g_0$ для вычисления магнитного момента. Оправданием использованной процедуры служит тот факт, что в окрестности максимума магнитный момент, выраженный в магнетонах Бора, с хорошей точностью совпадает с полным числом электронов (расхождение не превышает 2×10^{10} см$^{-2}$).

На рисунке 11 для сравнения штриховыми линиями показаны зависимости магнитного момента, ожидаемые для газа свободных электронов с зонными параметрами. Видно, что взаимодействие играет существенную роль и значительно модифицирует зависимость $M(n_s)$. В дополнение на рис. 11 штрихпунктиром показана ожидаемая зависимость для газа взаимодействующих электронов в предположении, что электроны с противоположной ориентацией спина имеют параболический спектр с массой $\propto n_s/(n_s - n_c)$. Видно, что спектр частично поля-

[1] Выражение для D_{Tpol}, полученное в работе [50], основано на недоразумении: в соотношение Максвелла и в экранирование входят химические потенциалы, отсчитанные от разных уровней.

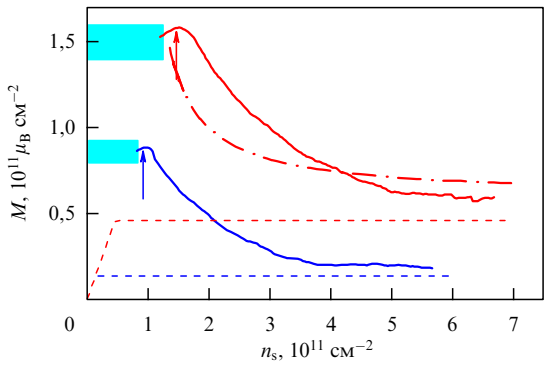

Рис. 11. Зависимость магнитного момента единицы площади в параллельном магнитном поле 5 Тл (верхняя сплошная кривая) и 1,5 Тл (нижняя сплошная кривая), $T = 0{,}4$ К (по экспериментальным данным [42]). Штриховой линией показано ожидаемое поведение магнитного момента в тех же полях для газа свободных электронов с зонными параметрами. Стрелками отмечены концентрации, отвечающие полной спиновой поляризации (по данным рис. 5). Штрихпунктирная линия — расчёт в приближении параболического закона дисперсии с одинаковой средней эффективной массой у электронов с различной ориентацией спина. Фактор Ланде и масса соответствуют рис. 9. Залиты области изолятора.

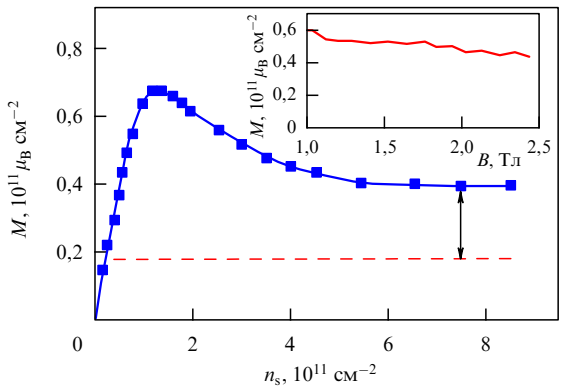

Рис. 12. Зависимость магнитного момента единицы площади в параллельном магнитном поле 2 Тл при температуре 1,7 К (точки). Штриховой линией показано ожидаемое поведение магнитного момента в том же поле для газа свободных электронов с зонными параметрами. Стрелка соответствует максимальному количеству локализованных электронов в металлической фазе. Вставка демонстрирует зависимость магнитного момента от магнитного поля при электронной концентрации $4{,}3 \times 10^{11}$ см$^{-2}$. (По экспериментальным данным [54].)

ризованной электронной системы не квадратичен, а из сравнения двух сплошных кривых при произвольной фиксированной концентрации можно заключить, что степень спиновой поляризации примерно пропорциональна магнитному полю.

Недавно [55] предложен метод измерения магнитного момента в изоляторе. Измерения возможны хоть и при малой, но конечной проводимости, обеспеченной конечностью температуры. Идея метода состоит в том, что процессы зарядки MOSFET происходят одинаково при модуляции затворного напряжения и параллельного магнитного поля, причём в первом случае измеряется некоторая эффективная ёмкость (зависящая от проводимости и не превышающая ёмкость образца), а во втором — величина $\partial\mu/\partial B$, относящаяся к той же площади, что и измеренная ёмкость. Единственной неприятной особенностью метода остаётся то обстоятельство, что полученный в результате измерений глубоко в изоляторе магнитный момент относится к приконтактной области образца.

Один из результатов [54], полученных с помощью интегрирования магнитного момента, стартуя с нулевой электронной плотности, при которой, естественно, магнитный момент электронной системы равен нулю, показан на рис. 12. Приведённая на рисунке кривая согласуется в области перекрытия ($n_s < 6 \times 10^{11}$ см$^{-2}$) с ранее полученными другим способом данными [52], для которых магнитный момент приблизительно пропорционален величине магнитного поля и, следовательно, в основном обусловлен подвижными электронами. При дальнейшем увеличении электронной плотности магнитный момент (см. рис. 12) перестаёт уменьшаться. Уровень, на котором насыщается зависимость $M(n_s)$, слабо зависит от температуры и величины магнитного поля (см. вставку на рис. 12), несомненно, связан с наличием локализованных электронов в металлической фазе и позволяет оценить их число. Действительно, поскольку магнитный момент в насыщении крайне слабо зависит от температуры, то максимальное число локализованных электронов равно разности между уровнем насыщения и ожидаемым уровнем для свободного электронного газа. Оно составляет 2×10^{10} см$^{-2}$ при том, что для исследуемого образца $n_c = 8{,}5 \times 10^{10}$ см$^{-2}$.

Это число не универсально. Оно изменяется от образца к образцу и даже для одного образца может изменяться от охлаждения к охлаждению.

Немало усилий потрачено на исследования магнитной восприимчивости, т.е. величины $\chi = \partial M/\partial B\ (B = 0)$ (рис. 13). Результат, показанный на рис. 13, можно сравнить с грубой оценкой для ожидаемой магнитной восприимчивости согласно данным рис. 11, 12 и сделать вывод, что измеренная восприимчивость превышает ожидаемую почти на порядок. Такое возможно только в том случае, если магнитная восприимчивость обусловлена начальной стадией перестройки "хвоста" плотности состояний (см. рис. 7) и не имеет прямого отношения к свойствам делокализованных электронов.

Отметим две особенности кривых на рис. 13. Во-первых, кривая, полученная на образце голландского

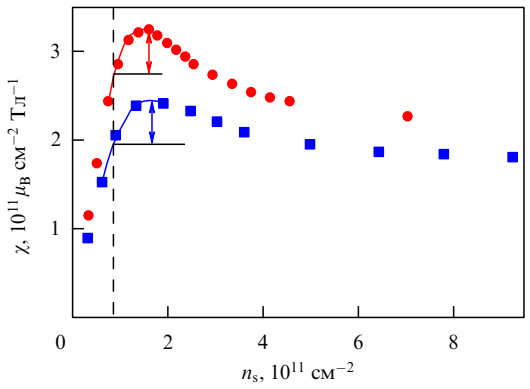

Рис. 13. Зависимость магнитной восприимчивости в нулевом магнитном поле от электронной плотности для двух образцов от различных изготовителей (кружки — образец российского производства, квадраты — образец из Голландии). Вертикальной штриховой линией отмечена граница между металлической фазой и фазой изолятора. $T = 1{,}7$ К. (По экспериментальным данным [54].)

производства, проходит ниже, чем соответствующая кривая для российского образца. Если считать, что при прочих равных параметрах восприимчивость в металлической фазе пропорциональна числу локализованных электронов, то следует сделать вывод о 25%-ном превышении числа локализованных электронов в российском образце.

Во-вторых, восприимчивость в небольшом интервале концентраций продолжает возрастать при увеличении n_s в металлической фазе, причём увеличение восприимчивости практически одинаково для двух образцов (стрелки на рис. 13).

2.4. Свойства электронов на уровне Ферми

2.4.1. Температурная зависимость проводимости. В отсутствие магнитного поля проводимость двумерной электронной системы в некотором интервале температур линейно зависит от температуры. Такое поведение проводимости предсказано в двух различных моделях [15, 16, 56] и экспериментально продемонстрировано в работе [57]. Интервал температур, в котором ожидается линейная зависимость, определяется условием

$$\frac{\hbar}{\tau} \ll kT \ll p_F v_F \,, \tag{6}$$

где k — постоянная Больцмана, p_F и v_F — импульс и скорость электронов на поверхности Ферми. Левое неравенство в соотношении (6) соответствует баллистическому режиму [16]. Оно появляется и в альтернативной модели [15] как ограничение по энергии в области столкновительного размытия параметра экранирования.

Для нас существенно, что независимо от модели проводимость в линейной области определяется соотношением

$$\frac{\sigma(T)}{\sigma(0)} = 1 - AkT \,, \tag{7}$$

где $A \propto (p_F v_F)^{-1} \propto m_F^*/n_s$. Здесь мы стандартным образом ввели одночастичную массу на поверхности Ферми как $m_F^* = p_F/v_F$.

Примеры зависимости проводимости от температуры на металлической стороне перехода металл–изолятор показаны на вставке к рис. 14. Для каждой из электронных концентраций на температурной зависимости проводимости имеется линейный участок, позволяющий определить $A(n_s)$. Полученная в результате зависимость показана на рис. 14. С хорошей точностью зависимость $1/A(n_s)$ оказалась линейной и экстраполирующейся в конечную концентрацию, совпадающую для исследуемого образца с n_{c0} и n_c. Линейная зависимость означает, что $m_F^* \propto n_s/(n_s - n_c)$, так же как и средняя масса спин-поляризованных электронов, и, по экстраполяции, расходится в той же концентрации, где фермиевская энергия спин-поляризованных электронов сравнивается с дном электронной подзоны (см. рис. 5).

2.4.2. ТермоЭДС. Альтернативным методом исследования свойств электронов в окрестности уровня Ферми в Si-MOSFET послужили измерения термоЭДС $S_T = -\Delta V/\Delta T$ [58], где ΔV — разность потенциалов, вызванная разностью температур ΔT при постоянном по величине и направлению потоке тепла вдоль электронного слоя. Именно в создании такого потока тепла и

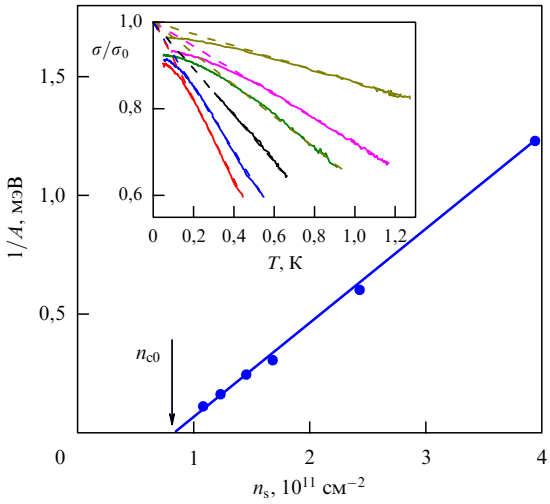

Рис. 14. Обратный наклон $1/A$ температурной зависимости нормированной проводимости как функции электронной плотности. На вставке показана температурная зависимость нормированной проводимости для электронных концентраций (сверху вниз): 2,4, 1,68, 1,45, 1,23, 1,08, 1,01 ($\times 10^{11}$ см$^{-2}$). (По экспериментальным данным [47].)

контроле за его постоянством состоит главная экспериментальная проблема при измерении термоЭДС при низких температурах.

В случае невзаимодействующих электронов (с учётом долинного вырождения) термоЭДС описывается выражением:

$$S_T = -\frac{2\pi k^2 m_b T}{3e\hbar^2 n_s} \,. \tag{8}$$

При малой электронной плотности упругое время релаксации само становится зависящим от температуры [15, 16], что приводит к поправке к уравнению (8). В правой части появляется дополнительный множитель, зависящий как от беспорядка [59–61], так и от взаимодействия [62]. Кроме того, для взаимодействующих электронов в уравнении (8) следует заменить m_b на m_F^*. Ожидается, что величина $1/S_T$ будет обратно пропорциональна температуре и, в простейшем случае, пропорциональна n_s/m_F^*.

Действительно, эксперимент демонстрирует правильное скалирование термоЭДС с температурой и линейную зависимость обратной термоЭДС от электронной плотности (рис. 15). Последнее означает постоянство дополнительного множителя в уравнении (8), обусловленное, вероятнее всего, узостью того интервала электронных концентраций, в котором производились измерения.

Измерения термоЭДС подтверждают зависимость $m_F^* \propto n_s/(n_s - n_c)$ при минимальных достижимых электронных плотностях и протягивают её гораздо ближе к критической концентрации.

2.4.3. Измерения энтропии. Дополнительная информация о свойствах электронной системы в Si-MOSFET получена из измерений энтропии [63]. Эксперимент, технически довольно сложный, состоял в том, чтобы исследовать отклик химического потенциала электронной системы на модуляцию температуры $\Delta\mu/\Delta T$, равный взятому с обратным знаком изменению энтропии при

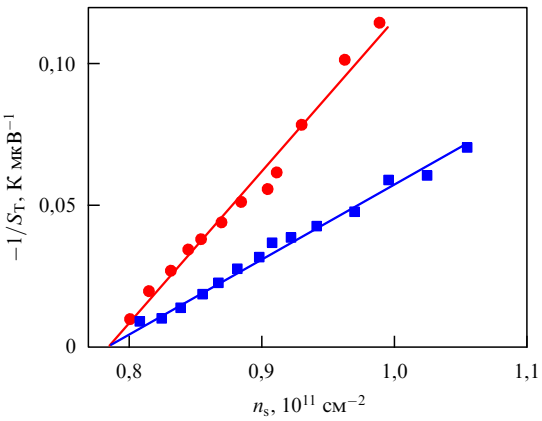

Рис. 15. Пример зависимости обратной термоЭДС от электронной концентрации для двух температур: кружки — 300 мК, прямоугольники — 600 мК. Прямые, проведённые по точкам, экстраполируются в концентрацию n_{c0}. (По экспериментальным данным [47].)

добавлении одного электрона. Энтропия S единицы площади вырожденного ($kT \ll \varepsilon_F$, где ε_F — энергия Ферми, отсчитанная от дна электронной подзоны) невзаимодействующего электронного газа равна

$$S = \frac{k^2 \pi T g_s g_v m_b}{6\hbar^2} \tag{9}$$

и не зависит от количества электронов. Поэтому для невзаимодействующих электронов ожидается нулевой отклик.

Свойства вырожденного электронного газа взаимодействующих электронов будут определяться ближайшей окрестностью уровня Ферми [64]:

$$\frac{\partial S}{\partial n_s} = \frac{\partial m_F^*}{\partial n_s} \frac{k^2 \pi T g_s g_v}{6\hbar^2} . \tag{10}$$

Поскольку масса электронов на уровне Ферми возрастает с уменьшением электронной плотности, ожидаются отрицательные значения $\partial S/\partial n_s$ в области вырожденного электронного газа.

Соответствующие экспериментальные данные приведены на рис. 16. Здесь сплошной линией показан расчёт с ранее найденной массой электронов на уровне Ферми. При электронной концентрации выше 4×10^{11} см$^{-2}$ расчёт вполне удовлетворительно согласуется с экспериментом. При меньших концентрациях экспериментальные точки отклоняются от расчётной кривой и даже переходят в верхнюю полуплоскость, поскольку электронная система перестаёт быть вырожденной.

В обратном предельном случае $kT \geqslant \varepsilon_F$ авторы работы [63] воспользовались для обработки экспериментальных результатов формулой для идеального газа с перенормированной средней эффективной массой m^*:

$$\frac{\partial S}{\partial n_s} = k\left[\frac{\varepsilon_F/kT}{\exp(\varepsilon_F/kT) - 1} - \ln\left(1 - \exp(-\varepsilon_F/kT)\right)\right]. \tag{11}$$

Выражение (11) справедливо лишь в ограниченном диапазоне электронных концентраций, зависящем от температуры. Например, для рис. 16 — это концентрации выше 10^{11} см$^{-2}$ (чтобы не захватывать изолятор) и ниже 2×10^{11} см$^{-2}$ (чтобы оставаться в невырожденном

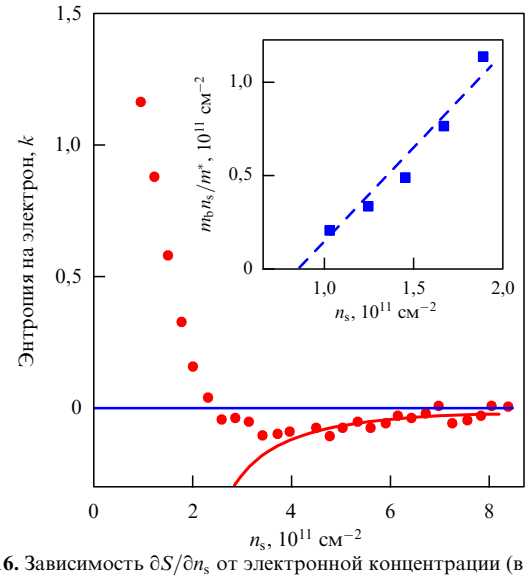

Рис. 16. Зависимость $\partial S/\partial n_s$ от электронной концентрации (в единицах k — постоянной Больцмана) при температуре 3 К (точки). Сплошная линия соответствует расчёту по уравнению (10) с массой $m_F^* = m_b n_s/(n_s - n_c)$, где $n_c = 8 \times 10^{10}$ см$^{-2}$. На вставке показана обработка точек верхней полуплоскости с помощью уравнения (11). Штриховая линия соответствует зависимости $m^* = m_b n_s/(n_s - n_c)$. (По экспериментальным данным [63].)

режиме). Результат соответствующей обработки приведён на вставке к рис. 16. Видно, что в выбранных координатах экспериментальные точки близки к прямой с наклоном 45°, экстраполирующейся в конечную электронную плотность.

В заключение этого раздела отметим, что результаты, полученные с помощью измерений энтропии, не могут служить подтверждением результатов разделов 2.3.3, 2.4.1 и 2.4.2, но и не находятся с ними в противоречии.

2.4.4. Эффект Шубникова – де Гааза. Для определения параметров электронной системы на уровне Ферми, как известно, могут быть использованы квантовые осцилляции сопротивления (эффект Шубникова – де Гааза) [65]. Соответствующие измерения выполнены в ряде работ [64, 66 – 68] различными экспериментальными группами и на образцах разных производителей. Для нахождения эффективной массы использованы соотношения Лифшица – Косевича (LK) [65], задающие относительную величину квантовых осцилляций U как функцию температуры и магнитного поля:

$$\begin{aligned} U &= \sum_i U_i^{LK} \cos\left[\pi i\left(\frac{\hbar c \pi n_s}{eB_\perp} - 1\right)\right] Z_i^s Z_i^v , \\ U_i^{LK} &= 4\exp\left(-\frac{2\pi^2 i k_B T_D}{\hbar\omega_c}\right) \frac{2\pi^2 i k_B T/\hbar\omega_c}{\sinh(2\pi^2 i k_B T/\hbar\omega_c)} , \\ Z_i^s &= \cos\left(\pi i \frac{\Delta_Z}{\hbar\omega_c}\right) = \cos\left(\pi i \frac{g m_F^*}{2m_e}\right) , \\ Z_i^v &= \cos\left(\pi i \frac{\Delta_v}{\hbar\omega_c}\right) , \end{aligned} \tag{12}$$

где T_D — температура Дингла, m_e — масса свободного электрона, $\hbar\omega_c$ — циклотронная частота, Δ_Z — зеемановское расщепление, Δ_v — долинное расщепление.

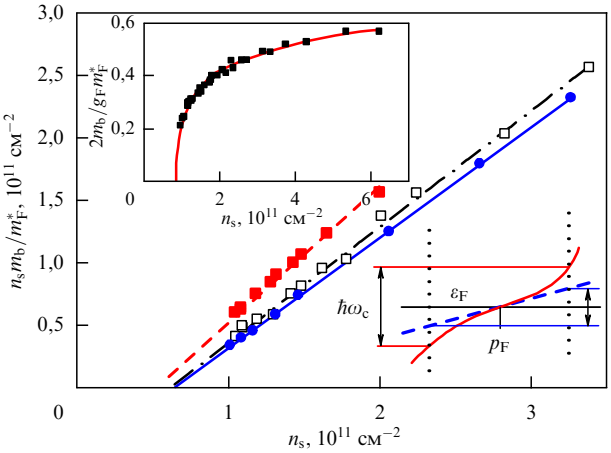

Рис. 17. Эффективная масса электронов на уровне Ферми, извлечённая из экспериментальных данных по квантовым осцилляциям в предположении, что температура Дингла не зависит от температуры: полые квадраты — по данным работы [66], точки — [67]. Сплошные квадраты — при замене квантового времени релаксации на транспортное [66]. Левая вставка — произведение $g_F m_F^*$, измеренное по биениям квантовых осцилляций [66]. Правая вставка иллюстрирует, как нелинейность электронного спектра вблизи уровня Ферми уменьшает измеренную эффективную массу. Штриховая линия — результат квазиклассического квантования электронных орбит в p-пространстве по Борну–Зоммерфельду. Правая стрелка — ожидаемая циклотронная энергия в случае линейного спектра. Левая стрелка — измеряемая циклотронная энергия. Уплощение одночастичного спектра привязано к уровню Ферми и смещается вместе с ним при изменении концентрации электронов или спиновой поляризации. Вместе с ним смещается и участок сильной нелинейности спектра. Впрочем, убедительного независимого доказательства существования этого эффекта в кремниевых полевых транзисторах до сих пор не представлено.

В слабых магнитных полях ($U \ll 1$) амплитуда определяется множителем U_1^{LK} и в температурной зависимости уравнения (12) остаются два подгоночных параметра: m_F^* и T_D. Такая обработка экспериментальных результатов работ [66] и [67] показана на рис. 17.

Как видно из рис. 17, данные, полученные на образцах разных производителей, в пределах точности эксперимента согласуются между собой, хорошо описываются линейной зависимостью в соответствующих координатах и экстраполируются в концентрацию $0{,}66 \times 10^{11}$ см$^{-2}$.

В разделе 2.4.1 было продемонстрировано, что транспортное упругое время релаксации зависит от температуры. Возникает вопрос, не может ли соответствующая зависимость проявиться и в определяющем температуру Дингла квантовом времени релаксации, и если да, то к какому изменению эффективной массы приведёт обработка результатов с температурой Дингла, зависящей от температуры. Для грубой оценки такого влияния в работе [66] в формуле Лифшица–Косевича квантовое время релаксации заменено на транспортное, зависящее от температуры. Результат показан на рис. 17 сплошными квадратами. Несмотря на количественное различие с предыдущей обработкой, точки вновь хорошо ложатся на прямую, экстраполирующуюся в концентрацию $0{,}55 \times 10^{11}$ см$^{-2}$.

Замена квантового времени релаксации на транспортное приводит к переоценке температурной зависимости температуры Дингла. Можно утверждать, что критическое значение электронной плотности, найденное по квантовым осцилляциям, лежит в интервале от $5{,}5 \times 10^{10}$ до $6{,}5 \times 10^{10}$ см$^{-2}$. Это значение заметно ниже найденного в разделах 2.4.1 и 2.4.2. Причиной расхождения может служить нелинейность одночастичного электронного спектра около уровня Ферми (см. правую вставку к рис. 17). Действительно, при минимальных электронных плотностях исследуется температурная зависимость осцилляций на третьем или четвёртом уровне Ландау, т.е. в условиях

$$\hbar\omega_c \simeq \frac{1}{3}\frac{p_F v_F}{2}\,.$$

При столь значительных отклонениях от уровня Ферми нелинейность спектра вполне способна привести к уменьшению измеряемой эффективной массы по отношению к массе, измеренной непосредственно на уровне Ферми.

Во избежание недоразумений следует сделать одно важное замечание. Амплитуда квантовых осцилляций определяется исключительно окрестностью уровня Ферми и совершенно нечувствительна к разности энергий между дном зоны и фермиевской. Именно поэтому измеренная масса оказалась нечувствительной к степени спиновой поляризации.

С помощью исследования температурной зависимости амплитуды квантовых осцилляций в наклонных полях [67] установлен ещё один важный факт: независимость массы электронов на уровне Ферми от степени спиновой поляризации. Это утверждение было недавно подтверждено независимыми экспериментами [64]. В его пользу свидетельствуют некоторые из первичных экспериментальных данных работы [66] и расчёты [69] для многодолинной электронной системы в пределе слабого взаимодействия.

В наклонном магнитном поле есть ещё одна возможность для измерения параметров электронной системы на уровне Ферми. При изменении наклона (или при изменении одной из компонент магнитного поля и фиксированной другой) можно наблюдать узлы квантовых осцилляций. В работе [70] показано, что при относительно слабом межэлектронном взаимодействии и нулевой температуре положение узлов определяется произведением $g_F m_F^*$. Соответствующие экспериментальные данные, приведёные на вставке к рис. 17, демонстрируют критическое поведение произведения $g_F m_F^*$, но не позволяют сколько-нибудь точно определить критическую концентрацию, поскольку закон экстраполяции неизвестен.

2.4.5. Низкочастотный шум сопротивления. Информация о свойствах электронов на уровне Ферми может быть получена из измерений низкочастотного (НЧ) шума сопротивления. Подобные измерения выполнены на Si-MOSFET совершенно различного качества [71] и в широком интервале температур. Ниже мы ограничимся результатами низкотемпературных измерений на наиболее совершенных образцах [72, 73].

В работе [72] показано, что НЧ спектральная плотность шума, обычно пропорциональная в металлической фазе $1/f$, изменяется в узкой области выше n_c на $1/f^{\alpha}$ с коэффициентом $\alpha > 1$, возрастающим по мере уменьшения концентрации электронов. Спектральная плотность шума в этой области возрастает при $T < 3$ К по мере понижения температуры. Такое поведение типично для аморфной фазы (Glassy phase).

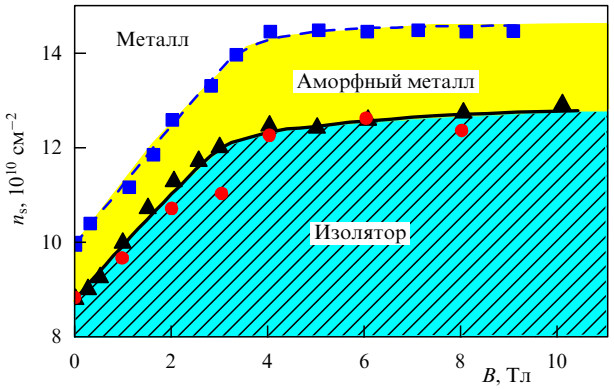

Рис. 18. Модифицированная фазовая диаграмма для перехода металл–изолятор в параллельном интерфейсу магнитном поле (ср. с рис. 4). Область, покрытая штриховкой — изолятор, область с заливкой — аморфный металл. (По данным работы [73].)

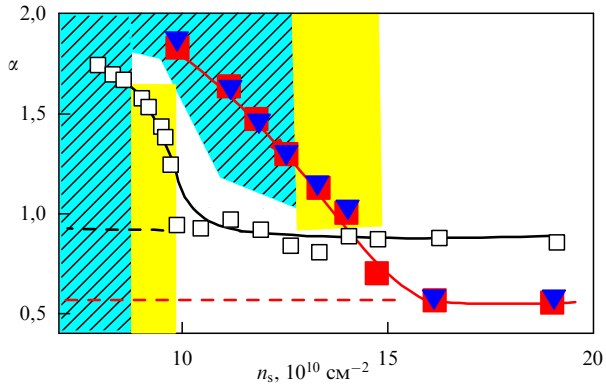

Рис. 19. Показатель степени α частотной зависимости спектральной плотности НЧ-шума ($\propto 1/f^{\alpha}$) как функция концентрации электронов. Полые квадраты — $B = 0$, треугольники — параллельное магнитное поле $B = 4$ Тл, квадраты — $B = 9$ Тл. Заливка соответствует рис. 18. Штриховые горизонтальные линии отмечают уровень насыщения α в металлической фазе. (По данным работы [73].)

В поляризованном по спину металле показатель степени α, так же как и в обычной металлической фазе, не зависит от электронной концентрации и равен примерно $\alpha \simeq 0{,}5$. В области перехода от поляризованного по спину изолятора к поляризованному по спину металлу [73] α возрастает, а диапазон концентраций, при которых существует стеклообразная металлическая фаза (Metallic Glass), расширяется (рис. 18).

Если граница между аморфным металлом и изолятором может быть установлена с хорошей точностью (см. разделы 2.1 и 2.2), то верхняя граница (штриховая кривая) на рис. 18 имеет несколько условный характер, поскольку нет критерия на величину показателя степени α, по которому можно было бы отделить металлическую фазу от аморфного металла. Точность определения этой границы можно оценить по данным, приведённым на рис. 19.

Отметим, что интервал электронной концентрации, в котором наблюдается аморфная металлическая фаза, сильно зависит от качества образца [6], значительно расширяясь по мере увеличения беспорядка.

2.5. Промежуточные выводы

Сформулируем кратко результаты приведённых экспериментов.

1. В металлической фазе масса электронов на уровне Ферми возрастает по мере уменьшения электронной плотности и не зависит от степени спиновой поляризации. По экстраполяции ожидается расходимость массы (появление плоского участка электронного спектра) при электронной концентрации, близкой к точке перехода металл–изолятор в нулевом магнитном поле на лучших из исследованных образцов.

2. В металлической фазе может сохраниться некоторая доля локализованных электронов, причём их число зависит от качества образца.

3. В металлической фазе в ближайшей окрестности перехода металл–изолятор может существовать аморфный металл, в котором имеются длиннопериодные корреляции флуктуаций [72]. В наиболее совершенных образцах область аморфного металла в нулевом магнитном поле практически исчезает.

4. Средняя по спектру электронная масса в металлической фазе также возрастает по мере уменьшения электронной концентрации. Более точно это утверждение можно сформулировать так: расстояние между дном электронной подзоны и уровнем Ферми уменьшается при уменьшении электронной плотности быстрее, чем можно ожидать для невзаимодействующего электронного газа.

5. Термодинамическая плотность состояний неполяризованных по спину электронов пропорциональна электронной массе на уровне Ферми. Впрочем, это утверждение подлежит дополнительной проверке.

6. Поле полной спиновой поляризации линейно по электронной плотности и на лучших образцах экстраполируется в нуль при электронной концентрации, близкой к концентрации перехода металл–изолятор в нулевом магнитном поле. Последнее означает, что термодинамическая плотность состояний спин-поляризованных электронов при условии $n_s = n_{\uparrow}$ (где $n_{\uparrow}$ — число электронов с энергетически выгодной спиновой ориентацией) не зависит от концентрации электронов.

7. Средняя по спектру эффективная масса спин-поляризованных электронов возрастает при уменьшении электронной плотности, демонстрируя (по экстраполяции) тенденцию к расходимости при электронной концентрации, близкой к таковой при переходе металл–изолятор в нулевом магнитном поле.

2.6. Электроны в изоляторе

2.6.1. Низкочастотный шум в фазе изолятора. В работах [72, 73] измерения НЧ-шума были продолжены вплоть до границы металл–изолятор и даже в глубь фазы изолятора (см. рис. 19). Как видно из рисунка, ни в отсутствие магнитного поля, ни в магнитном поле, поляризующем электронную систему по спину, не наблюдается никаких особенностей в поведении α в точке перехода металл–изолятор. Следовательно, переход происходит между металлической аморфной фазой (с конечным сопротивлением при нулевой температуре) и стекловидной фазой изолятора (с проводимостью, стремящейся к нулю при понижении температуры).

Аморфная фаза изолятора рассмотрена в работе [74] в решёточной модели для бесспиновых электронов. Показано, что при одновременном наличии беспорядка и сильного электрон-электронного взаимодействия возникает бесщелевое состояние с глубоким, доходящим до

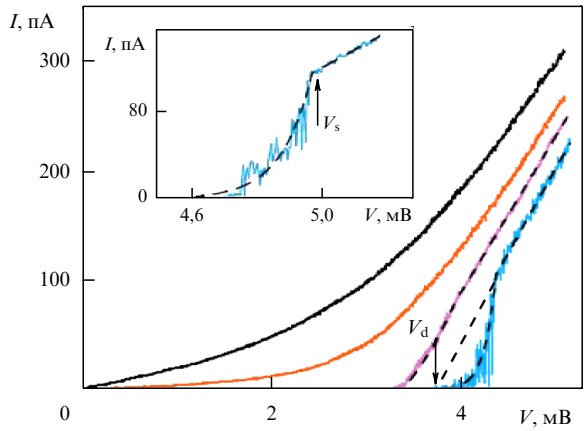

Рис. 20. Вольт-амперные характеристики в фазе изолятора. $n_s = 5{,}36 \times 10^{10}$ см$^{-2}$, температура (справа налево): 60, 140, 200, 300 мК. На вставке показана ВАХ при электронной плотности $n_s = 5{,}2 \times 10^{10}$ см$^{-2}$ в растянутом масштабе. $T = 60$ мК. Видно сильное возрастание низкочастотного шума в интервале $V_d < V < V_s$. (По данным работы [78].)

нуля на уровне Ферми, понижением одночастичной плотности состояний. При реализации такого спектра следует ожидать прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка [75]. Изменение сопротивления с температурой по закону Эфроса–Шкловского действительно было обнаружено экспериментально при значительном углублении в изолятор [4, 76]. В более близкой к переходу металл–изолятор области наблюдалась обычная активационная зависимость [24], свидетельствующая о переходе к прыжку на ближайшего соседа.

Появление промежуточной металлической аморфной фазы предсказано в работе [77].

Интересные результаты по НЧ-шуму в фазе изолятора получены в работе [78], в которой исследовались нелинейные вольт-амперные характеристики (ВАХ) глубоко в изоляторе (рис. 20). При низкой температуре ($T \simeq 60$ мК) в линейном режиме ток с экспериментальной точностью отсутствовал. При достижении напряжением некоторого критического значения, зависящего от разности $n_c - n_s$, ток начинал резко возрастать, причём увеличение тока сопровождалось НЧ-шумом, хорошо видным на вставке к рис. 20. Наконец, при достижении напряжением второго порогового значения ВАХ становилась линейной, а шум хотя и сохранялся, но уменьшался по амплитуде. Повышение температуры уменьшало оба пороговых напряжения, уменьшало шум, а при достаточно больших температурах приводило к появлению тока в линейной области. Наклон линейного участка ВАХ слабо зависел от температуры (см. рис. 20) и от электронной концентрации.

Наблюдаемые вольт-амперные характеристики аналогичны (с точностью до взаимной замены осей тока и напряжения) хорошо известным для депиннинга вихревой решётки в сверхпроводниках второго рода (см., например, [79]). Базируясь на этой аналогии, можно попытаться построить описание экспериментальных кривых.

Следуя терминологии, принятой для описания свойств вихревых решёток, введём два критических напряжения: статическое V_s (см. вставку к рис. 20) — как напряжение, соответствующее выходу тока на линейную зависимость от напряжения, и динамическое V_d — как результат экстраполяции линейной зависимости к нулю (см. рис. 20).

Область напряжений $V_d < V < V_s$ является областью коллективного пиннинга аморфной электронной системы с сильным межчастичным взаимодействием. В этой области пиннинг осуществляется центрами различной силы, и движение электронной системы возможно только за счёт термической активации. Подчеркнём, что речь идёт не об активации отдельного электрона, а об активационном движении всей электронной системы или, по крайней мере, большой её части:

$$I \propto \exp\left[-\frac{U(V)}{kT}\right]. \tag{13}$$

Здесь $U(V)$ — энергия активации, зависящая от приложенной к образцу разности потенциалов.

При напряжении, превышающем V_s, электронная система движется с трением, максимальным в пространственных точках с наибольшей силой пиннинга, поэтому

$$U_c = eE_sL\,, \tag{14}$$

где U_c — максимальная энергия активации в отсутствие электрического поля, E_s — электрическое поле при напряжении V_s, L — характерное расстояние между точками максимального пиннинга. Именно хаотическое расположение таких точек поддерживает аморфное состояние электронной системы. Электрический ток в этой области линейно связан с приложенным напряжением:

$$I = \sigma_0(V - V_d)\,. \tag{15}$$

Здесь σ_0 — коэффициент с размерностью обратного сопротивления.

Поскольку активационная энергия выражается как

$$U(V) = U_c - eEL = U_c\left(1 - \frac{V}{V_s}\right), \tag{16}$$

то ток при $V < V_s$ равен

$$I = \sigma_0(V - V_d)\exp\left[-\frac{U_c(1 - V/V_s)}{kT}\right]. \tag{17}$$

Подгонка экспериментальных кривых с помощью выражений (15), (17) показана на рис. 20 и вставке к нему штриховыми линиями. Единственным подгоночным параметром являлась энергия активации U_c. Все остальные величины, входящие в (15), (17), определялись из эксперимента. Как видно из рис. 20, расчёт хорошо описывает эксперимент.

Шум в области напряжений $V_d < V < V_s$ связан с ожиданием достаточно большой флуктуации, перебрасывающей электронную систему из одного локального минимума энергии в другой. Большой шум в нелинейном режиме, так же как и двухпороговое течение, исчезают раньше, чем достигается переход металл–изолятор [78]. Подобное поведение вполне согласуется с результатами измерения шума в линейном режиме, где насыщение α на уровне $\alpha \simeq 2$, соответствующем обычной аморфной фазе, наблюдалось при электронной плотности, заметно меньшей, чем n_c.

2.6.2. Магнитные свойства в фазе изолятора.
Локализованные дроплеты. В работе [80] приведены экспериментальные данные, интерпретированные как

следствие существования в фазе изолятора локализованных дроплетов, т.е. локализованных образований, похожих на квантовые точки, состоящие из нескольких ($\simeq 4$) электронов. Электроны в таких дроплетах полностью поляризованы по спину со случайной ориентацией полного магнитного момента в нулевом магнитном поле.

Несмотря на идентичность названий, локализованные дроплеты вряд ли имеют что-либо общее с предложенными в работе [81] свободными дроплетами — одной из промежуточных фаз между металлом и вигнеровским кристаллом.

В рамках представлений о локализованных дроплетах магнитный момент единицы площади можно записать как

$$M = \mu_{\mathrm{B}}\left[n_{\mathrm{d}} \tanh(sb) + (n_{\mathrm{s}} - n_{\mathrm{d}}) \tanh(b)\right], \tag{18}$$

где n_{d} — плотность электронов, вовлечённых в дроплеты, s — среднее число электронов в одном дроплете, $b = \mu_{\mathrm{B}} B/kT$ — нормированное магнитное поле. Для простоты будем считать $s \gg 1$, $b \ll 1$. Тогда

$$\frac{\partial M}{\partial n_{\mathrm{s}}} \simeq N_{\mathrm{d}} \frac{\partial s}{\partial n_{\mathrm{s}}} \left[\tanh(sb) + sb \cosh^{-2}(sb)\right]. \tag{19}$$

Здесь введено число дроплетов (центров сильного пиннинга) $N_{\mathrm{d}} = n_{\mathrm{d}}/s$, слабо зависящее от электронной концентрации в фазе изолятора, но зависящее от температуры.

На рисунке 21 приведены подгоночные кривые с использованием выражения (19) при значениях подгоночного параметра $N_{\mathrm{d}} \partial s/\partial n_{\mathrm{s}}$, равных 2, 1, −0,1 и $s = 4$. Как видно из рисунка, подгоночные кривые вполне удовлетворительно описывают эксперимент.

Сравнение расчёта с экспериментом позволяет сделать несколько любопытных выводов. Во-первых, обнаружение производной $\partial M/\partial n_{\mathrm{s}} \simeq 2$ в условиях насыщения при температуре $T = 0{,}8$ К означает, что та же производная при меньших концентрациях значительно меньше единицы, и интервал больших значений производной достаточно узок. Последние утверждения плохо согласуются с результатами измерений при более высоких температурах (см., например, рис. 12). Во-вторых, число локализованных дроплетов оказалось зависящим от температуры (что, впрочем, требует дополнительной проверки) и слабо зависящим от электронной концентрации в фазе изолятора. В-третьих, после перехода в металлическую фазу производная $\partial s/\partial n_{\mathrm{s}}$ меняет знак.

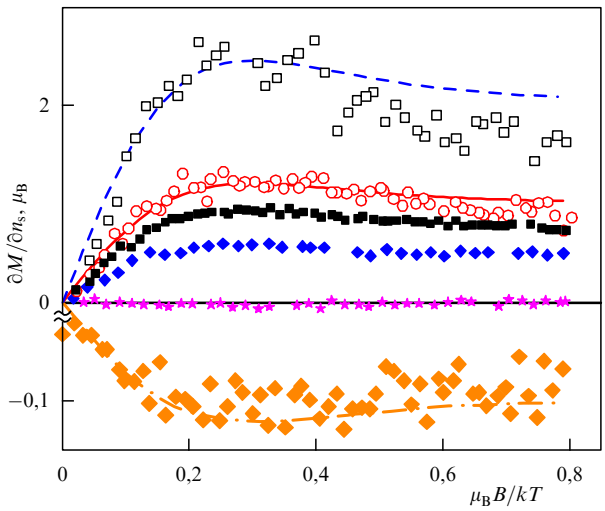

Рис. 21. Производная магнитного момента единицы площади по электронной концентрации в зависимости от нормированного магнитного поля, параллельного интерфейсу MOSFET. Полые символы — $n_{\mathrm{s}} = 5 \times 10^{10}$ см$^{-2}$: квадраты — $T = 0{,}8$ К, кружки — $T = 1{,}2$ К. Сплошные символы — $T = 1{,}8$ К: квадраты, ромбы, звёздочки и крупные ромбы отвечают электронной концентрации 0,4, 0,8, 1,4, 2,5 ($\times 10^{11}$) см$^{-2}$ соответственно. Штриховая, сплошная и штрих-пунктирная кривые — подгонка по уравнению (19), как это описано в тексте. (По данным работы [80].)

Невольно возникает вопрос: как соотносится представление о локализованных дроплетах с представлением об описанной выше, следующей из измерений шума, аморфной фазе? Если учесть, что при температурах $T \leqslant 2$ К кулоновская энергия значительно превосходит температуру, то характерный пространственный масштаб между электронами в дроплете не должен сильно отличаться от среднего межэлектронного расстояния. Другими словами, электронная система с дроплетами имеет малые изменения плотности на масштабах, превышающих (но незначительно) среднее межэлектронное расстояние, что вполне соответствует аморфному состоянию и качественно подтверждается экспериментом, хотя и проведённым на образцах разных производителей и разной степени совершенства.

Магнитный момент и восприимчивость в фазе изолятора. Обратимся вновь к рис. 12. В магнитном поле 2 Тл линейное возрастание магнитного момента с единичным наклоном продолжается вплоть до концентрации 5×10^{10} см$^{-2}$. При дальнейшем увеличении электронной концентрации магнитный момент продолжает возрастать, но уже не пропорционально n_{s}. Поскольку $B = 2$ Тл при температуре 1,7 К соответствует насыщению магнитного момента дроплетов, мы вынуждены заключить, что при $n_{\mathrm{s}} > 5 \times 10^{10}$ см$^{-2}$ уже не все локализованные электроны входят в состав дроплетов. Поэтому число центров сильного пиннинга $n_{\mathrm{d}} \sim 5 \times 10^{10}/s \sim$ $\sim 1{,}2 \times 10^{10}$ см$^{-2}$ ($s = 4$), а в металлической фазе, согласно оценке в разделе 2.3.3, $s \sim 2$.

В магнитном поле $B = 5$ Тл при температуре $T = 0{,}4$ К параметр $b \simeq 16$ и все электроны в фазе изолятора заведомо поляризованы по спину. Можно ожидать, что именно прямая $M = \mu_{\mathrm{B}} n_{\mathrm{s}}$ задаёт поведение магнитного момента в фазе изолятора, что соответствует результатам работ [52, 54]. Однако, как следует из рис. 11, экспериментальные точки в металлической фазе при минимальных концентрациях оказываются выше этой прямой, что не удивительно, поскольку в металлической фазе фактор Ланде $g > 2$.

Восприимчивость в фазе изолятора определяется начальным участком кривой зависимости магнитного момента от магнитного поля. В представлении о дроплетах

$$\chi = \frac{\mu_{\mathrm{B}}^2}{kT}\left[n_{\mathrm{d}}(s-1) + n_{\mathrm{s}}\right]. \tag{20}$$

В работе [80] обнаружено весьма приблизительное выполнение соотношения $n_{\mathrm{d}} \propto 1/T$.

На начальном участке зависимости $\chi(n_{\mathrm{s}})$ восприимчивость пропорциональна концентрации (см. рис. 13),

следовательно, $n_d = n_s$. Наклон начального участка на рис. 13 для образца, показанного точками, на 30 % меньше, чем у образца с данными, показанными кружками. Согласно уравнению (20) это означает, что среднее число частиц в дроплете s у более совершенного образца меньше, чем у более разупорядоченного.

2.7. Дополнительные промежуточные выводы

Прежде всего отметим, что из двух альтернативных наивных моделей, представленных в разделе 2.3.1, ни одна не оказалась верной в чистом виде. Эксперименту соответствует их комбинация.

Действительно, в металлической фазе как средняя по энергии эффективная масса электронов (m^*), так и эффективная масса электронов на уровне Ферми (m_F^*) возрастают по мере уменьшения электронной концентрации. Причём m_F^* демонстрирует тенденцию к расходимости, что согласуется со второй моделью, в которой предполагается, что в металлической фазе нет локализованных электронов, а свойства электронной системы определяются исключительно взаимодействием.

Вместе с тем в металлической фазе, несомненно, имеется небольшое количество локализованных электронов, определяющее, например, магнитную восприимчивость электронной системы. Количество локализованных электронов зависит от качества образца. Эксперимент демонстрирует, что, в согласии с предположениями первой модели, наличие локализованных электронов в металлической фазе не сказывается на эффекте Холла в слабых полях.

В фазе изолятора в общем случае имеются электроны, включённые в состав локализованных дроплетов, с суммарным магнитным моментом дроплета, ведущим себя как единое целое, а также локализованные электроны, не входящие в состав дроплетов. Соотношение между этими двумя группами электронов зависит, по-видимому, от качества образца. По ряду свойств, например, по шумовым характеристикам, такая смесь ведёт себя как аморфная фаза. К сожалению, какие-либо теоретические расчёты, включающие в себя магнитные свойства сильно взаимодействующей, разупорядоченной электронной системы, отсутствуют.

Очень интересными могли бы быть исследования магнитного момента на переходе металл – изолятор при милликельвиновых температурах. Экстраполируя имеющиеся знания, можно было бы ожидать в этой области скачок магнитного момента.

3. Электроны в квантовых ямах SiGe/Si/SiGe

3.1. Достоинства и недостатки структур

Свойства электронов в квантовых ямах SiGe/Si/SiGe наибольшей подвижности исследованы в работах [82–87]. Далее нас будут интересовать результаты публикаций [85–87], в которых электроны находились в кремниевой квантовой яме ориентации (100), шириной 150 Å. Квантовую яму сверху и снизу ограничивали барьеры SiGe. Верхний барьер толщиной ~ 1500 Å был покрыт слоем кремния толщиной 10 Å, на который термическим напылением наносили SiO (2000–3000 Å) и металлический затвор. Образцы, так же как и в случае Si-MOSFET, имели форму холловских мостиков.

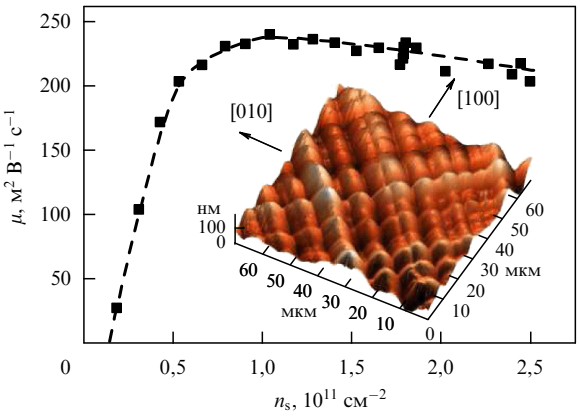

Рис. 22. Подвижность электронов в квантовой яме Si/SiGe ориентации (100) в зависимости от электронной концентрации при $T = 50$ мК. На вставке показан скан поверхности того же образца (до нанесения диэлектрика SiO и металлического затвора), полученный с помощью атомно-силового микроскопа. (По данным работ [85, 86].)

Достоинства электронной системы в квантовых ямах SiGe/Si/SiGe определяются, во-первых, высокой подвижностью электронов и, во-вторых, возможностью измерений при низкой электронной концентрации. Зависимость подвижности электронов от концентрации на одном из лучших образцов показана на рис. 22. Как видно из рисунка, максимальная подвижность электронов в квантовой яме SiGe/Si/SiGe почти на два порядка превышает подвижность электронов в лучших Si-MOSFET. Кроме того, металлическая проводимость простирается вплоть до очень малой электронной концентрации, порядка $1{,}5 \times 10^{10}$ см$^{-2}$.

К числу недостатков следует отнести более слабое (при фиксированной концентрации) электрон-электронное взаимодействие. Причиной тому, как это уже упоминалось во введении, являются в полтора раза бóльшая диэлектрическая постоянная и более размытая в нормальном к интерфейсу направлении волновая функция электронов.

Ещё одним недостатком структур SiGe/Si/SiGe является сложный рельеф поверхности (см. вставку к рис. 22). Имеются "грядки", вытянутые вдоль направлений [110] и [−110], с характерной высотой ~ 50 нм и периодом 10 мкм. Рельеф довольно плоский, поскольку период значительно превосходит характерную высоту грядок. В работе [86] показано, что рельеф потенциальной ямы повторяет рельеф поверхности, поэтому модуляция электронной концентрации за счёт грядок практически отсутствует.

Тем не менее модуляция рельефа значительно осложняет измерения в параллельном поверхности магнитном поле. Хотя поле в среднем параллельно поверхности, из-за изгибов квантовой ямы локально появляется нормальная (в идеальном случае — знакопеременная) компонента. Теперь уже нельзя считать, что параллельное поле воздействует только на спин электрона, поскольку локальная нормальная компонента воздействует на орбитальное движение. Способ преодоления этой трудности состоит в правильном выборе ориентации холловского мостика относительно кристаллографических осей и ориентации магнитного поля относительно измерительного тока [86, 87].

3.2. Тенденция к появлению плоской одночастичной зоны на уровне Ферми

Электронная система в квантовых ямах SiGe/Si/SiGe использована для измерений двух типов [87]. Во-первых, проведены измерения поля полной спиновой поляризации в зависимости от электронной плотности. Соответствующие результаты показаны на рис. 23.

Обнаруженное поведение поля полной спиновой поляризации хорошо согласуется (правда, с точностью до численного коэффициента) с результатами вычислений квантовым методом Монте-Карло [49]. При больших концентрациях зависимость хорошо аппроксимируется прямой линией, приходящей в конечную концентрацию при $B^{\mathrm{p}} \to 0$. При концентрации, примерно равной $n_{\mathrm{s}} \simeq \simeq 7 \times 10^{10}$ см$^{-2}$, происходит излом зависимости, и при меньших концентрациях $B^{\mathrm{p}}(n_{\mathrm{s}})$ стремится в начало координат (штриховая линия на левой вставке к рис. 23).

На правой вставке к рис. 23 показана зависимость величины $m_{\mathrm{b}} n_{\mathrm{s}}/m_{\mathrm{F}}^*$ от n_{s}. Применённый способ экспериментального получения массы на уровне Ферми мы обсудим ниже, а пока отметим прямолинейную зависимость на правой вставке, экстраполирующуюся в конечную электронную концентрацию, совпадающую с экспериментальной точностью с результатом экстраполяции зависимости $B^{\mathrm{p}}(n_{\mathrm{s}})$. Как уже отмечалось ранее, последняя зависимость определяется средней по энергии массой. Следовательно, при больших концентрациях средняя по энергии масса электронов и масса на уровне Ферми если не совпадают, то во всяком случае пропорциональны друг другу. Зато при концентрациях $n_{\mathrm{s}} < 7 \times 10^{10}$ см$^{-2}$ поведение масс совершенно различно: масса электронов на уровне Ферми продолжает расти с понижением электронной концентрации, а средняя по энергии масса насыщается.

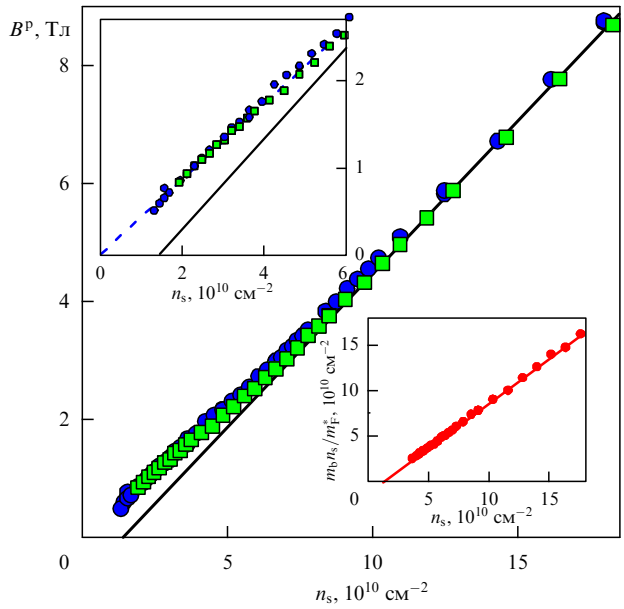

Рис. 23. Поле полной спиновой поляризации для двух образцов (разные символы) при температуре 30 мК в зависимости от электронной концентрации. Прямая — линейная подгонка по точкам в больших концентрациях. Левая вставка — начальный участок той же зависимости в увеличенном масштабе. Правая вставка — зависимость обратной эффективной массы на уровне Ферми от концентрации. (По данным работы [87].)

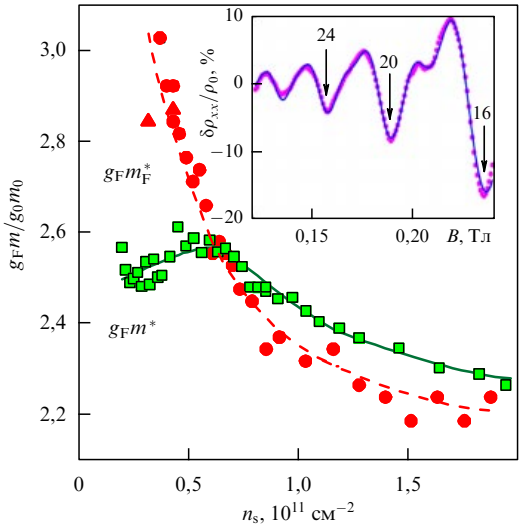

Рис. 24. Сравнение концентрационных зависимостей средней по энергии электронной массы и массы на уровне Ферми. $T = 30$ мК. Линии служат гидами для глаз. Вставка иллюстрирует качество подгонки экспериментальной зависимости нормированного сопротивления с помощью выражения (12). (По данным работы [87].)

Более наглядно такое поведение демонстрирует рис. 24, на котором сравниваются зависимости $g_{\mathrm{F}} m^*$ и $g_{\mathrm{F}} m_{\mathrm{F}}^*$ от электронной концентрации. Для нахождения первой зависимости использованы экспериментальные точки $B^{\mathrm{p}}(n_{\mathrm{s}})$ и соотношение

$$g_{\mathrm{F}} \mu_{\mathrm{B}} B^{\mathrm{p}} = \frac{2\pi\hbar^2 n_{\mathrm{s}}}{m^* g_{\mathrm{v}}}\,, \tag{21}$$

где $g_{\mathrm{v}} = 2$ — долинное вырождение.

Зависимость $g_{\mathrm{F}} m_{\mathrm{F}}^*(n_{\mathrm{s}})$ получена с помощью уравнений (12). Подгонялась зависимость сопротивления от магнитного поля, как это показано на вставке к рис. 24. Подгоночными параметрами служили m_{F}^*, $T_{\mathrm{D}} m_{\mathrm{F}}^*$ и $g_{\mathrm{F}} m_{\mathrm{F}}^*$. Величина m_{F}^* находилась в отдельных экспериментах по температурной зависимости квантовых осцилляций с точностью 10 %. Оказалось, что подгонка экспериментальных кривых не очень чувствительна к параметрам m_{F}^* и $T_{\mathrm{D}} m_{\mathrm{F}}^*$, но весьма чувствительна к произведению $g_{\mathrm{F}} m_{\mathrm{F}}^*$.

Сравнение поведения $g_{\mathrm{F}} m_{\mathrm{F}}^*$ и $g_{\mathrm{F}} m^*$ при концентрациях $n_{\mathrm{s}} < 7 \times 10^{10}$ см$^{-2}$ демонстрирует явное различие: масса электронов на уровне Ферми продолжает возрастать с уменьшением концентрации, в то время как средняя по энергии масса насыщается.

Подобное поведение соответствует появлению плоского участка одночастичного спектра на уровне Ферми (рис. 25).

В окрестности критической концентрации $\simeq 1{,}4 \times \times 10^{10}$ см$^{-2}$ электронная система находится в критической области, в которой эффективная масса на уровне Ферми ограничена температурой $m_{\mathrm{F}}^* < p_{\mathrm{F}} \Delta p/4kT$. Использование данных рис. 24 даёт оценку интервала Δp: $\Delta p/p_{\mathrm{F}} = 0{,}06$.

Отметим, что появление индуцированного взаимодействием плоского участка одночастичного спектра на уровне Ферми предсказано в ряде теоретических работ (см., например, [88, 89]), базирующихся на совершенно разных идеях.

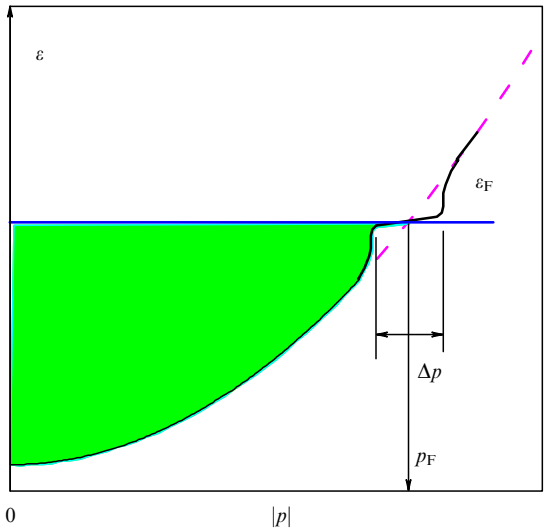

Рис. 25. Предполагаемый одночастичный спектр с плоским участком на уровне Ферми. Заливкой отмечена область энергий и импульсов, занятых электронами.

И приведённые выше эксперименты, и вывод о различном поведении массы на уровне Ферми и средней по энергии массы достаточно необычны. Для подтверждения этого поведения необходимы независимые эксперименты. Такой эксперимент опубликован в работе [92].

4. Заключение

Сравнив результаты, полученные исследователями разных групп на разных образцах Si-MOSFET, с результатами измерений на квантовых ямах SiGe/Si/SiGe, можно сделать вывод о том, что эффективная масса электронов на уровне Ферми m_F^* в металлической фазе имеет тенденцию к расходимости по мере понижения электронной концентрации. Результаты, касающиеся измерений эффективной массы на уровне Ферми, у различных групп на однотипных образцах от разных производителей отличаются исключительно за счёт разных способов обработки. К сожалению, возрастание m_F^* в области, доступной для измерений, далеко не так значительно, как, например в плёнках ^{3}He [90, 91], и вывод о расходимости массы приходится делать на основании экстраполяции.

В металлической фазе обнаруживается небольшое (зависящее от качества образца) количество локализованных электронов, слабо влияющее на транспортные свойства.

В фазе изолятора и в окрестности перехода металл–изолятор электронная система обнаруживает свойства, типичные для аморфных сред с сильным взаимодействием между составляющими такую среду частицами. Исследование микроскопического устройства фазы изолятора в Si-MOSFET показало, что она состоит из локализованных дроплетов (напоминающих квантовые точки), включающих в среднем около четырёх электронов, поляризованных по спину, и локализованных электронов, не входящих в такие дроплеты.

Из простого перечисления видно, что за последнее время произошёл значительный прогресс в эксперименте. Он достигнут в основном за счёт развития экспериментальных методов. К сожалению, не произошло совершенствования качества Si-MOSFET. С другой стороны, для исследования электронов в квантовых ямах SiGe/Si/SiGe применён далеко не весь имеющийся в распоряжении инструментарий. Выводы, сделанные на основе имеющихся экспериментальных данных, должны рассматриваться как предварительные. Частично, независимые дополнительные эксперименты описаны в работе [92]. Тем не менее для убедительного доказательства возможной независимости перехода металл–изолятор от событий на уровне Ферми понадобятся дальнейшие эксперименты.

Автор благодарен А.А. Шашкину и С.В. Кравченко за полезные обсуждения. Особую благодарность автор выражает В.М. Пудалову за внимательное прочтение манускрипта и многочисленные полезные замечания. Работа выполнена в рамках гранта РФФИ 18-02-00368 (частично) и Государственного задания Институту физики твёрдого тела РАН.

Список литературы

1. Abrahams E et al. *Phys. Rev. Lett.* **42** 673 (1979)
2. Kravchenko S V et al. *Phys. Rev. B* **50** 8039 (1994)
3. Заварицкая Т Н, Заварицкая Э И *Письма в ЖЭТФ* **45** 476 (1987); Zavaritskaya T N, Zavaritskaya E I *JETP Lett.* **45** 609 (1987)
4. Kravchenko S V et al. *Phys. Rev. B* **51** 7038 (1995)
5. Kravchenko S V, Klapwijk T M *Phys. Rev. Lett.* **84** 2909 (2000)
6. Popović D, in *Strongly Correlated Electrons in Two Dimensions* (Ed. S V Kravchenko) (Singapore: Pan Stanford Publ., 2016)
7. Feng X G et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 2625 (2001)
8. Финкельштейн А М *ЖЭТФ* **84** 168 (1983); Finkel'stein A M *Sov. Phys. JETP* **57** 97 (1983)
9. Finkel'stein A M *Sov. Sci. Rev. A* **14** 3 (1990)
10. Punnoose A, Finkel'stein A M *Science* **310** 289 (2005)
11. Punnoose A, Finkel'stein A M *Phys. Rev. Lett.* **88** 016802 (2001)
12. Anissimova S et al. *Nature Phys.* **3** 707 (2007)
13. Knyazev D A et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 046405 (2008)
14. Punnoose A et al. *Phys. Rev. B* **82** 201308(R) (2010)
15. Gold A, Dolgopolov V T *Phys. Rev. B* **33** 1076 (1986)
16. Zala G, Narozhny B N, Aleiner I L *Phys. Rev. B* **64** 214204 (2001)
17. Abrahams E, Kravchenko S V, Sarachik M P *Rev. Mod. Phys.* **73** 251 (2001)
18. Kravchenko S V, Sarachik M P *Rep. Prog. Phys.* **67** 1 (2004)
19. Pudalov V M, in *The Electron Liquid Paradigm in Condensed Matter Physics* (Eds G F Giuliani, G Vignale) (Amsterdam: IOS Press, 2004)
20. Шашкин А А *УФН* **175** 139 (2005); Shashkin A A *Phys. Usp.* **48** 129 (2005)
21. Kravchenko S V, Sarachik M P *Int. J. Mod. Phys. B* **24** 1640 (2010)
22. Shashkin A A, Kravchenko S V, in *Strongly Correlated Electrons in Two Dimensions* (Ed. S V Kravchenko) (Singapore: Pan Stanford Publ., 2016)
23. Гантмахер В Ф, Долгополов В Т *УФН* **178** 3 (2008); Gantmakher V F, Dolgopolov V T *Phys. Usp.* **51** 3 (2008)
24. Shashkin A A, Kravchenko S V, Klapwijk T M *Phys. Rev. Lett.* **87** 266402 (2001)
25. Sarachik M P, Kravchenko S V *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **96** 5900 (1999)
26. Pudalov V M et al. *Phys. Rev. B* **60** R2154 (1999)
27. Vitkalov S A et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 2164 (2000)
28. Pudalov V M et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 076401 (2002)
29. Shashkin A A, Kravchenko S V, Dolgopolov V T *Письма в ЖЭТФ* **58** 215 (1993); *JETP Lett.* **58** 220 (1993)
30. Kravchenko S V et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 910 (1995)
31. Eng K et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 136402 (2002)
32. Dolgopolov V T, Shashkin A A, Kravchenko S V *Phys. Rev. B* **96** 075307 (2017)
33. Jaroszyński J, Popović D, Klapwijk T M *Phys. Rev. Lett.* **92** 226403 (2004)

34. Лозовик Ю Е, Юдсон В И *Письма в ЖЭТФ* **22** 26 (1975); Lozovik Yu E, Yudson V I *JETP Lett.* **22** 11 (1975)
35. Khmelnitskii D E *Phys. Lett. A* **106** 182 (1984)
36. Долгополов В Т *УФН* **184** 113 (2014); Dolgopolov V T *Phys. Usp.* **57** 105 (2014)
37. Pudalov V M, in *Physics of the Electron Solid* (Conf. Proc. and Lecture Notes in Applied Physics, Vol. 1, Ed. S T Chui) (Cambridge, MA: International Press, 1994)
38. Долгополов В Т *УФН* **187** 785 (2017); Dolgopolov V T *Phys. Usp.* **60** 731 (2017)
39. Shashkin A A et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 086801 (2001)
40. Vitkalov S A et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 086401 (2001)
41. Pudalov V M et al., cond-mat/0103087
42. Shashkin A A et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 036403 (2006)
43. Dolgopolov V T, Gold A *Phys. Rev. Lett.* **89** 129701 (2002)
44. Gold A, Dolgopolov V T *J. Phys. Condens. Matter* **14** 7091 (2002)
45. Pudalov V M et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 196404 (2002)
46. Пудалов В М и др. *Письма в ЖЭТФ* **80** 408 (2004); Pudalov V M et al. *JETP Lett.* **80** 359 (2004)
47. Shashkin A A et al. *Phys. Rev. B* **66** 073303 (2002)
48. Anissimova S et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 046409 (2006)
49. Fleury G, Waintal X *Phys. Rev. B* **81** 165117 (2010)
50. Долгополов В Т *Письма в ЖЭТФ* **101** 300 (2015); Dolgopolov V T *JETP Lett.* **101** 282 (2015)
51. Gold A, Dolgopolov V T *Письма в ЖЭТФ* **86** 687 (2007); *JETP Lett.* **86** 600 (2007)
52. Prus O et al. *Phys. Rev. B* **67** 205407 (2003)
53. Reznikov M, Sivan U, cond-mat/0410409
54. Teneh N et al., cond-mat/0910.5724
55. Reznikov M et al. *Письма в ЖЭТФ* **92** 518 (2010); *JETP Lett.* **92** 470 (2010)
56. Stern F *Phys. Rev. Lett.* **44** 1469 (1980)
57. Дорожкин С И, Долгополов В Т *Письма в ЖЭТФ* **40** 245 (1984); Dorozhkin S I, Dolgopolov V T *JETP Lett.* **40** 1019 (1984)
58. Mokashi A et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 096405 (2012)
59. Fletcher R et al. *Phys. Rev. B* **56** 12422 (1997)
60. Faniel S et al. *Phys. Rev. B* **76** 161307(R) (2007)
61. Goswami S et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 026602 (2009)
62. Dolgopolov V T, Gold A *Письма в ЖЭТФ* **94** 481 (2011); *JETP Lett.* **94** 446 (2011)
63. Kuntsevich A Y et al. *Nature Commun.* **6** 7298 (2015)
64. Pudalov V M, Gershenson M E, Kojima H *Phys. Rev. B* **90** 075147 (2014)
65. Лифшиц И М, Косевич А М *ЖЭТФ* **29** 636 (1955); Lifshitz I M, Kosevich A M *Sov. Phys. JETP* **2** 730 (1956)
66. Pudalov V M et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 196404 (2002)
67. Shashkin A A et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 046403 (2003)
68. Klimov N N et al. *Phys. Rev. B* **78** 195308 (2008)
69. Gangadharaiah S, Maslov D L *Phys. Rev. Lett.* **95** 186801 (2005)
70. Бычков Ю А, Горьков Л П *ЖЭТФ* **41** 1132 (1962); Bychkov Yu A, Gor'kov L P *Sov. Phys. JETP* **14** 1132 (1962)
71. Popovic D, in *Conductor Insulator Quantum Transitions* (Eds V Dobrosavljević, N Trivedi, J M Valles (Jr.)) (Oxford: Oxford Univ. Press, 2012)
72. Jaroszyński J, Popović D, Klapwijk T M *Phys. Rev. Lett.* **89** 276401 (2002)
73. Jaroszyński J, Popović D, Klapwijk T M *Phys. Rev. Lett.* **92** 226403 (2004)
74. Pastor A A, Dobrosavljević V *Phys. Rev. Lett.* **83** 4642 (1999)
75. Efros A L, Shklovskii B I *J. Phys. C* **8** L49 (1975)
76. Pudalov V M et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 1866 (1993)
77. Dobrosavljević V, Tanasković D, Pastor A A *Phys. Rev. Lett.* **90** 016402 (2003)
78. Brussarski P et al. *Nature Commun.* **9** 3803 (2018)
79. Blatter G et al. *Rev. Mod. Phys.* **66** 1125 (1994)
80. Teneh N et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 226403 (2012)
81. Spivak B, Kivelson S A *Phys. Rev. B* **70** 155114 (2004)
82. Kawai M et al. *Appl. Phys. Lett.* **94** 82102 (2009)
83. Lu T M et al. *Appl. Phys. Lett.* **97** 059904 (2010)
84. Huang S-H et al. *Appl. Phys. Lett.* **101** 042111 (2012)
85. Melnikov M Yu et al. *Appl. Phys. Lett.* **106** 092102 (2015)
86. Melnikov M Yu et al. *J. Appl. Phys.* **122** 224301 (2017)
87. Melnikov M Yu et al. *Sci. Rep.* **7** 14539 (2017)
88. Ходель В А, Шагинян В Р *Письма в ЖЭТФ* **51** 488 (1990); Khodel V A, Shaginyan V R *JETP Lett.* **51** 553 (1990)
89. Camjayi A et al. *Nature Phys.* **4** 932 (2008)
90. Casey A et al. *J. Low Temp. Phys.* **113** 293 (1998)
91. Casey A et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 115301 (2003)
92. Melnikov M Yu et al. *Phys. Rev. B* **99** 081106(R) (2019)

Two-dimensional system of strongly interacting electrons in silicon (100) structures

V.T. Dolgopolov
Institute of Solid-State Physics, Russian Academy of Sciences,
ul. Akademika Osipyana 2, 142432 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation;
Editorial Board of JETP Letters
E-mail: *dolgopolovvalerir@mail.ru, melnikov@issp.ac.ru*

Studies of various experimental groups that explore properties of a two-dimensional electron gas in silicon semiconductor systems ((100)Si-MOSFET and (100) SiGe/Si/SiGe quantum wells) in the vicinity of the metal–insulator transition are described and critically analyzed. Results are identified that are common for all research: (i) the effective mass of electrons measured at the Fermi level in the metallic region increases with decreasing electron density and, if extrapolated, tends to diverge; (ii) the behavior of the energy-averaged mass in the metallic region is quite different in the two systems under study: in Si-MOSFETs, it also exhibits a tendency to diverge, while in the SiGe/Si/SiGe quantum wells, it saturates in the limit of low electron densities; (iii) there is a small number (depending on the sample quality) of localized electrons in the metallic phase; (iv) the properties that the electron system exhibits in the insulating phase, in the vicinity of the metal–insulator transition, are typical for amorphous media with a strong coupling between particles.

Keywords: two-dimensional electron systems, metal–insulator transition, effective mass

PACS numbers: **71.27.+a**, **71.30.+h**, **73.20.–r**

Bibliography — 92 references *Received 28 April 2018, revised 7 October 2018*

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **189** (7) 673 – 690 (2019) *Physics – Uspekhi* **62** (7) (2019)

DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.10.038449 DOI: https://doi.org/10.3367/UFNe.2018.10.038449