

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

X(3872) в молекулярной модели

Ю.С. Калашникова, А.В. Нефедьев

Обсуждаются методы и подходы к описанию молекулярных состояний в спектре тяжёлых кварков, а также подробно анализируются свойства экзотического состояния чармония X(3872) в рамках модели мезонной молекулы.

Ключевые слова: феноменология сильных взаимодействий, экзотические адроны, пороговые явления, чармоний, молекулярная модель

PACS numbers: 12.39. – x, 14.40.Lb, 14.40.Rt

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.08.038411>

Содержание

1. Введение (603).
 2. Определения и договорённости (606).
 3. Элементарное или составное состояние? (608).
 - 3.1. Схема связанных каналов. 3.2. Формулы Вайнберга, структура особенностей и природа взаимодействия. 3.3. Взаимное влияние кварковых и мезонных степеней свободы: двухканальный случай.
 4. Микроскопическая кварковая модель для X(3872) (614).
 5. Природа состояния X(3872) из данных (617).
 6. X(3872) и пионные степени свободы (623).
 - 6.1. Система связанных каналов $D\bar{D}^* \leftrightarrow D\bar{D}^*\pi \leftrightarrow \bar{D}D^*$. 6.2. Однопионный обмен в X(3872). 6.3. Форма линии X(3872) в упругом канале с учётом трёхчастичной динамики.
 7. Замечание о решёточных расчётах для X(3872) (629).
 8. Радиационные распады X(3872) (630).
 9. Заключение (632).
- Список литературы (632).

1. Введение

В конце XX – начале XXI столетий спектроскопия чармония рассматривалась как вполне уважаемая, но несколько скучная дисциплина. В самом деле, после чармониевой революции 1974 г. были обнаружены все возбуждения в системе $\bar{c}c$, лежащие ниже порога открытого очарования (charm), а также изрядное количество высоколежащих векторных состояний, которые могут рождаться непосредственно в e^+e^- -соударениях. С нача-

лом работы В-фабрик все предвкусали наблюдение других высоколежащих $\bar{c}c$ -состояний чармония, но при этом никто не ожидал сюрпризов в области теории: нерелятивистские кварковые модели, подобные корнельской [1], представлялись вполне адекватными для описания спектра радиационных переходов обнаруженных чармониев. Однако, как выяснилось впоследствии, предполагать, что мы полностью понимаем физику чармония, оказалось преждевременным: на В-фабриках было открыто целое семейство состояний, с одной стороны, определённо содержащих пару $\bar{c}c$, но, с другой стороны, не укладывающихся в рамки предположения о их простой кварк-антикварковой структуре. В литературе такие состояния принято называть экзотическими. Для того чтобы убедиться в существенном прогрессе, достигнутом в наблюдении экзотических чармониеподобных состояний за последнее время, достаточно обратиться к обзору [2], в котором прекрасно обрисована ситуация с экзотическим чармонием по состоянию на конец первого десятилетия XXI в. В частности, тогда количество обнаруженных экзотических состояний было менее десяти, в то время как сейчас полное число заявленных экзотических состояний в спектре чармония превышает 20, причём примерно половина из них считается подтверждённой и надёжно установленной.

Первым и наиболее хорошо изученным представителем этого семейства является состояние X(3872), обнаруженное в 2003 г. группой Belle в реакции $B^+ \rightarrow K^+ X \rightarrow K^+ (\pi^+ \pi^- J/\psi)$ [3]. Начнём с того, что данное состояние лежит фантастически близко к порогу $D^0 \bar{D}^{*0}$ — для усреднённого значения массы имеем [4]

$$M_X = 3871,69 \pm 0,17 \text{ МэВ}, \quad (1)$$

что находится в пределах менее 1 МэВ от порога $D^0 \bar{D}^{*0}$ [4]:

$$E_b = M_{D^0} + M_{\bar{D}^{*0}} - M_X = -(1,1^{+0,6+0,1}_{-0,4-0,3}) \text{ МэВ}. \quad (2)$$

Существует лишь верхний предел полной ширины X(3872), который весьма мал [4]:

$$\Gamma_X < 1,2 \text{ МэВ}. \quad (3)$$

Ю.С. Калашникова^{(1,2,*),} А.В. Нефедьев^(2,†)

⁽¹⁾ Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова, ул. Б. Черёмушкинская 25, 117218 Москва, Российская Федерация

⁽²⁾ Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Ленинский просп. 53, 119991 Москва, Российская Федерация
E-mail: *yulia@itep.ru, †nefediev@itep.ru

Статья поступила 26 апреля 2018 г.,
после доработки 12 августа 2018 г.

Аналогичным образом, на полную относительную вероятность рождения $X(3872)$ в слабых распадах B -мезона коллаборацией Belle наложено лишь верхнее ограничение [5]:

$$\text{Br}(B \rightarrow KX) < 2,6 \times 10^{-4}. \quad (4)$$

Позднее состояние $X(3872)$ было обнаружено и в моде $\pi^+\pi^-\pi^0 J/\psi$ [6], причём оказалось, что двухпионные и трёхпионные относительные вероятности — величины одного порядка:

$$\frac{\text{Br}(X \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 J/\psi)}{\text{Br}(X \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi)} = 1,0 \pm 0,4 \pm 0,3. \quad (5)$$

Последние экспериментальные результаты для этих величин для двухпионной моды [7]:

$$\begin{aligned} \text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ X(3872)) \text{Br}(X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi) = \\ = [8,63 \pm 0,82(\text{stat.}) \pm 0,52(\text{syst.})] \times 10^{-6}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{Br}(B^0 \rightarrow K^0 X(3872)) \text{Br}(X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi) = \\ = [4,3 \pm 1,2(\text{stat.}) \pm 0,4(\text{syst.})] \times 10^{-6}, \end{aligned}$$

и для трёхпионной моды [8]:

$$\begin{aligned} \text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ X(3872)) \text{Br}(X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 J/\psi) = \\ = [0,6 \pm 0,2(\text{stat.}) \pm 0,1(\text{syst.})] \times 10^{-5}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{Br}(B^0 \rightarrow K^0 X(3872)) \text{Br}(X(3872) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 J/\psi) = \\ = [0,6 \pm 0,3(\text{stat.}) \pm 0,1(\text{syst.})] \times 10^{-5}. \end{aligned}$$

Изучение спектра пионов показало, что дипион в моде $\pi^+\pi^- J/\psi$ происходит от ρ -мезона, тогда как трипион в моде $\pi^+\pi^-\pi^0 J/\psi$ — от ω -мезона. По этой причине в дальнейшем данные моды могут упоминаться как $\rho J/\psi$ и $\omega J/\psi$ соответственно.

Близость состояния $X(3872)$ к сильному порогу $D^0 \bar{D}^{*0}$ поднимает животрепещущий вопрос о наблюдении $X(3872)$ в конечном состоянии с открытым очарованием. Действительно, $X(3872)$ был обнаружен в распадах $B^+ \rightarrow K^+ D^0 \bar{D}^{*0} \pi^0$ [9] с довольно значительной относительной вероятностью¹:

$$\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+ D^0 \bar{D}^{*0} \pi^0) = (1,07 \pm 0,31^{+0,19}_{-0,33}) \times 10^{-4}. \quad (8)$$

Первоначально масса найденного в данной моде состояния лежала несколько выше массы, измеренной в неупругих модах со скрытым очарованием: в работе [9] приводилось значение

$$M_X = 3875,2 \pm 0,7^{+0,3}_{-1,6} \pm 0,8 \text{ МэВ}. \quad (9)$$

Более поздний результат Belle для массы $X(3872)$ в моде $D \bar{D}^*$ [10]:

$$M_X = 3872,9^{+0,6+0,4}_{-0,4-0,5} \text{ МэВ}. \quad (10)$$

¹ Данные по модам с открытым очарованием приводятся разными коллаборациями по-разному. Так, Belle приводит данные в канале $D \bar{D}^* \pi$, тогда как BaBar складывает данные, полученные в конечных состояниях $D \bar{D}^* \pi$ и $D \bar{D}^* \gamma$, и ссылается на соответствующую моду как на $D \bar{D}^*$. Для упрощения записи в дальнейшем канал с открытым очарованием всегда будет обозначаться как $D \bar{D}^*$, вне зависимости от того, о данных какой коллаборации идёт речь.

Несмотря на то что коллаборация BaBar также давала в этой моде несколько большее значение массы, чем в двухпионной моде [11], общепринятая точка зрения состоит в том, что речь всё же идёт об одном и том же чармониеподобном состоянии.

Значение (8) предполагает, что $X(3872)$ рождается в распадах B -мезонов с вероятностью такого же порядка величины, что и обычные $\bar{c}c$ -чармонии (см., например, [4]):

$$\text{Br}(B \rightarrow K J/\psi, K \psi', K \chi_{c1}) \sim 10^{-4}. \quad (11)$$

Данное состояние наблюдается также в радиационных модах. В частности, для мод $\gamma J/\psi$ и $\gamma \psi'$ BaBar даёт следующие значения [12]:

$$\begin{aligned} \text{Br}(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \text{Br}(X \rightarrow \gamma J/\psi) &= (2,8 \pm 0,8 \pm 0,2) \times 10^{-6}, \\ \text{Br}(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \text{Br}(X \rightarrow \gamma \psi') &= (9,5 \pm 2,9 \pm 0,6) \times 10^{-6}, \end{aligned} \quad (12)$$

а также отношения

$$\frac{\text{Br}(X \rightarrow \gamma J/\psi)}{\text{Br}(X \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi)} = 0,33 \pm 0,12, \quad (13)$$

$$\frac{\text{Br}(X \rightarrow \gamma \psi')}{\text{Br}(X \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi)} = 1,1 \pm 0,4. \quad (14)$$

Аналогичные данные коллаборации Belle имеют вид [13]:

$$\begin{aligned} \text{Br}(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \text{Br}(X \rightarrow \gamma J/\psi) &= (1,78^{+0,48}_{-0,44} \pm 0,12) \times 10^{-6}, \\ \text{Br}(B^\pm \rightarrow K^\pm X) \text{Br}(X \rightarrow \gamma \psi') &< 3,45 \times 10^{-6}, \end{aligned} \quad (15)$$

т.е. существует некоторая несогласованность между данными коллабораций BaBar и Belle относительно моды $\gamma \psi'$. Между тем имеется также недавнее измерение отношения вероятностей указанных мод, выполненное коллаборацией LHCb (Large Hadron Collider beauty experiment) [14]:

$$R \equiv \frac{\text{Br}(X \rightarrow \gamma \psi')}{\text{Br}(X \rightarrow \gamma J/\psi)} = 2,46 \pm 0,64 \pm 0,29. \quad (16)$$

История определения квантовых чисел состояния $X(3872)$ весьма драматична. Измерения двухпионной моды, проведённые коллаборацией CDF (Collider Detector at Fermilab) на Тэватроне [15], позволили сузить круг допустимых квантовых чисел $X(3872)$ до всего двух возможных: 1^{++} и 2^{-+} . Для приписывания $X(3872)$ квантовых чисел 1^{++} имеются серьёзные феноменологические причины; поэтому версия 1^{++} стала более популярной. Однако анализ, проведённый BaBar [8], привёл к выводу о том, что в системе $\omega J/\psi$ массовое распределение $\pi^+\pi^-\pi^0$ описывается с угловым моментом $L = 1$ лучше, чем с угловым моментом $L = 0$. При этом $L = 1$ предполагает отрицательную P -чётность и, как следствие, квантовые числа 2^{-+} для $X(3872)$. Вместе с тем в работе [16] было показано, что если провести одновременный анализ всех полученных на B -фабриках данных для двухпионных и трёхпионных мод, то предпочтительной оказывается гипотеза 1^{++} . Отвергнуть гипотезу 2^{-+} (на уровне восьми стандартных отклонений) удалось лишь в 2013 г., т.е. спустя 10 лет после открытия X , благодаря измерениям двухпионной моды, выполненным с высокой статисти-

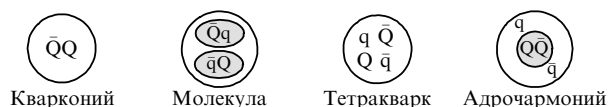


Рис. 1. Модели для X(3872), совместимые с квантовыми числами 1^{++} .

ческой значимостью в эксперименте LHCb в ЦЕРНе [17, 18].

В случае квантовых чисел 1^{++} наиболее естественная возможность для X(3872) — это истинный 2^3P_1 $\bar{c}c$ -чармоний, однако, на первый взгляд, эта возможность кажется исключённой из-за массы: вычисления в кварковых моделях дают для массы состояния 2^3P_1 заметно большие значения (см., например, работы [19–21]). Кроме того, отношение (5) вероятностей мод $\rho J/\psi$ и $\omega J/\psi$ указывает на сильное нарушение изоспиновой симметрии, что трудно объяснить в рамках простой модели $\bar{c}c$.

Следует отметить, что недостатка в моделях для X(3872) нет — на рис. 1 схематично представлены наиболее часто обсуждаемые модели. Одна из них — модель адронной молекулы — имеет достаточно длительную историю (см, например, работы [22, 23]), причём открытие состояния X(3872) вблизи $D\bar{D}^*$ -порога сделало данную модель весьма популярной [24–29]. Отметим, что в молекулярной модели нарушение изоспиновой симметрии возникает естественным образом [30, 31]. Ещё одной популярной моделью X(3872) является тетракварковая модель (см. работы [32–35]). Наконец, относительно недавно была предложена модель адрочармония [36, 37], позволяющая естественным образом объяснить большую вероятность распада экзотического состояния на низколежащий чармоний и лёгкие адроны.

Вообще говоря, помимо истинной чармониевой компоненты $\bar{c}c$ волновая функция X(3872) должна содержать дополнительные компоненты, такие как молекулярная компонента $D\bar{D}^*$, тетракварк, $\bar{c}c$ g-гибрид и другие, природа которых неясна. Относительные веса компонент должны определяться динамически, однако в отсутствие аналитических решений квантовой хромодинамики (КХД) они, вообще говоря, сильно модельно-зависимы. Тем не менее для окологорогового резонанса оказывается возможным определить примесь адронной молекулы модельно-независимым образом [38–40]. В настоящем обзоре мы приводим аргументы в пользу того, что в случае состояния X(3872) величину такой примеси действительно можно оценить, используя вышеупомянутый подход, и показать, что молекулярная компонента $D\bar{D}^*$ волновой функции X(3872) является доминирующей. Мы обсуждаем возможные механизмы формирования такой мезонной молекулы, а также роль молекулярной компоненты в пионных и электромагнитных распадах состояния X(3872).

Заметим, что публикации коллаборации Belle по X(3872) до сих пор остаются самыми цитируемыми за всё время её существования. Связано это не только с тем, что состояние X(3872) интересно само по себе. Как отмечалось выше, спектроскопия тяжёлых кварковых ароматов находится в настоящее время на подъёме, поскольку эксперимент продолжает поставлять информацию о всё новых состояниях, не укладывающихся в рамки кварковой модели. В то же время молекулярная модель является одним из наиболее успешных подходов,

позволяющих качественно объяснить, а во многих случаях и описать количественно свойства таких экзотических состояний в спектре тяжёлых кварков, а также предсказать новые резонансы. Заинтересованный читатель может найти подробное обсуждение этой модели применительно к адронной спектроскопии в недавнем обзоре [41]. Здесь мы упомянем лишь два сюжета, непосредственно связанных с X(3872).

Первый из этих сюжетов касается так называемых Z-резонансов, которые являются заряженными и по этой причине в принципе не допускают простой кварк-антикварковой интерпретации — очевидно, что минимальный состав таких состояний — четырёхкварковый. Состояния Z в спектре чармония, традиционно обозначаемые как Z_c , лежат вблизи сильных порогов и поэтому с большой долей вероятности могут интерпретироваться как адронные молекулы. В частности, состояние $Z_c(3900)$, обнаруженное коллаборациями BES III (Beijing Spectrometer III) [42] и Belle [43], довольно часто обсуждается в литературе в качестве изовекторной молекулы $D\bar{D}^*$ с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{+-}$, т.е. в качестве спинowego партнёра состояния X(3872). Крайне любопытно ещё и то, что недавно открыты аналогичные заряженные Z-состояния и в спектре боттомония — так называемые $Z_b(10610)$ и $Z_b(10650)$, лежащие вблизи порогов $B\bar{B}^*$ и $B^*\bar{B}$ соответственно [44, 45]. Молекулярная картина для данных состояний была предложена в работе [46] и развита в целом ряде более поздних работ.

Другой сюжет связан с переходами между молекулярными состояниями, в частности с переходами с участием экзотических векторных чармониев, традиционно обозначаемых как Y . Одним из наиболее хорошо изученных Y-резонансов является $Y(4260)$, обнаруженный коллаборацией BaBar в канале $J/\psi\pi^+\pi^-$ [47]. Это состояние не проявляется в инклюзивном сечении $e^+e^- \rightarrow$ адроны, что не имеет разумного объяснения для истинного $\bar{c}c$ -чармония, а близость массы данного состояния к порогу $D_1\bar{D}$ указывает на большую примесь адронной компоненты в его волновой функции, т.е. на его возможную молекулярную природу [48–51]. Предположение о том, что $Y(4260)$ является молекулой $D_1\bar{D}$, а $Z_c(3900)$ — молекулой $D\bar{D}^*$, позволяет развить красивую модель распада $Y(4260) \rightarrow \pi Z_c(3900)$ (см. работу [48]). Аналогичным образом можно описать радиационный переход $Y(4260) \rightarrow \gamma X(3872)$ [52].

Возможно, мы наблюдаем начало новой, молекулярной, спектроскопии. Состояние X(3872) представляет собой идеальную (во всяком случае наилучшую из возможных на данный момент) лабораторию по изучению экзотических молекулярных состояний. С одной стороны, относительно этого состояния набран достаточно обширный экспериментальный материал, с другой стороны, оно является типичным представителем семейства окологороговых резонансов, содержащих тяжёлые кварки. В результате такого стечения обстоятельств X(3872) позволяет применить всю силу развитых до сих пор теоретических и феноменологических подходов для извлечения из данных информации как о самом этом состоянии, его природе и свойствах, так и о взаимодействиях, ответственных за его образование. Таким образом, целью данного обзора являются описание методов и подходов, используемых в молекулярной модели, а также иллюстрация их применения на примере наиболее хорошо изученного состояния X(3872). Систематизация

знаний по экзотическим околопороговым состояниям представляется в настоящий момент весьма актуальной в связи с началом работы обновлённой В-фабрики Belle II, а также в связи с планами строительства в Новосибирске супер-с-т-фабрики, в физические программы которых входят исследования в области адронной спектроскопии.

Для облегчения восприятия материала обзора основные определения и договорённости, используемые на всём его протяжении, собраны в разделе 2. Там же приведено обоснование необходимости отдельного исследования свойств околопороговых состояний. Каждый крупный раздел, содержащий существенное количество технических подробностей и формул, мы предваряем (там, где это представляется уместным) кратким вступлением, анонсирующим представленные в этом разделе физические результаты. Если целью читателя является общее ознакомление с предметом исследования, а технические детали для него вторичны, то такому читателю имеет смысл пропустить часть формул раздела; мы приводим краткие указания о возможности опустить часть материала при первом или беглом прочтении, а также указываем на те места и выводы, которые нельзя пропустить без ущерба для понимания сути изучаемого вопроса и на которые по этой причине необходимо обратить особое внимание.

2. Определения и договорённости

Прежде всего поясним смысл некоторых понятий, используемых в обзоре. Понятие "резонанс" употребляется в качестве синонима слова "состояние". Такое отождествление обусловлено тем, что ввиду наличия у любого состояния каналов распада соответствующий ему полюс в комплексной плоскости энергии будет всегда лежать на нефизическом листе поверхности Римана, причём вне вещественной оси (разумеется, в силу принципа симметрии Шварца матрица рассеяния будет обладать также "зеркальным" полюсом, отличающимся знаком мнимой части). Таким образом, ни связанным, ни виртуальным уровнем в строгом смысле этого слова такое состояние быть не может. Тем не менее оказывается весьма удобным всё же прибегнуть к терминологии связанных состояний и виртуальных уровней, имея в виду положение полюса относительно соответствующего порога и на соответствующем листе поверхности Римана, отвечающей данному порогу. Поясним это на простом примере. В случае наличия нескольких каналов распада исследуемого состояния соответствующая поверхность Римана является многолистной, с числом листов 2^n , где n — полное число каналов. Однако если интерес представляет лишь область вблизи одного порога, а остальные пороги считаются удалёнными, то достаточно ограничиться рассмотрением только двухлистной поверхности Римана, отвечающей данному порогу, и условно полагать один из листов физическим (он переходит в истинный физический лист при отключении связи с остальными каналами), а другой — нефизическим. Тогда полюс, лежащий немного ниже порога на физическом листе такой эффективно двухлистной поверхности Римана, будем для удобства называть связанным состоянием, а на нефизическом листе — виртуальным уровнем, несмотря на то что в обоих случаях полюс будет несколько смещён с вещественной оси. Заметим, что, поскольку с

точки зрения полной многолистной поверхности Римана оба этих листа являются нефизическими, смещение полюсов с вещественной оси не приводит к противоречию с сохранением вероятности и другими принципами квантовой механики.

Каналы распада исследуемого резонанса будут условно делиться на "упругие" и "неупругие". Под упругим будет пониматься канал сильного распада резонанса в конечное состояние с открытым ароматом (соответствующий порог также называется упругим), а под неупругим — канал сильного распада резонанса в конечное состояние со скрытым ароматом (аналогично соответствующий порог также называется неупругим). В обзоре рассматриваются лишь S -волновые упругие пороги, тогда как на относительно высокую волну в неупругих каналах не накладывается никаких ограничений. Состояние, располагающееся вблизи сильного порога, будем называть околопороговым, а область энергии вокруг данного порога — околопороговой. Размер такой области определяется отдельно для каждой конкретной рассматриваемой задачи, но во всех случаях данная область ограничена соседними упругими и неупругими порогами.

"Элементарным" или "затравочным" будем называть состояние, структура которого не оказывает влияния на рассматриваемый эффект, например на форму линии околопорогового резонанса. В большинстве случаев под элементарным состоянием может пониматься компактное кварковое образование, например истинный кварковый, тетракварк, гибриды и т.п. При этом определяющая поведение формфакторов перехода между различными каналами реакции жёсткая шкала, определяемая силами, ответственными за образование соответствующего состояния, называется обратным радиусом действия сил. Например, обратный радиус действия сил β в задаче о связи элементарного состояния с адронным каналом определяется сильным межкварковым взаимодействием, ответственным за образование элементарного состояния. Предполагается, если не оговорено особо, что $\beta \simeq 1$ ГэВ и эта величина превышает все характерные импульсы задачи, причём соответствующая эффективная теория строится в лидирующем порядке в разложении по обратному радиусу действия сил.

Наконец, "молекулярным" состоянием будем называть околопороговое состояние, в волновой функции которого доминирует адронная компонента. Природа молекулярного состояния при этом не конкретизируется — допустим весь диапазон возможностей: от связанного или виртуального уровня до надпорогового резонанса. Аналогично удерживающие силы молекулы не ограничиваются t -канальными обменами, а могут иметь различное происхождение — выяснение природы таких сил является одной из важных задач феноменологии околопороговых состояний.

Теперь сделаем замечание относительно применимости терминов "масса" и "ширина" к околопороговым состояниям. Прежде всего отметим, что фундаментальной величиной, характеризующей резонанс, является положение полюса амплитуды в комплексной плоскости. Однако с практической точки зрения определить положение полюса в случае многолистной римановой поверхности при наличии сильной связи каналов далеко не всегда представляется возможным. С другой стороны, масса и ширина являются стандартными параметрами

распределения Брейта–Вигнера, которым хорошо описываются уединённые резонансы, т.е. состояния в спектре, лежащие достаточно далеко как от других состояний, так и от порогов каналов с данными квантовыми числами. Рассмотрим, например, элемент S -матрицы, отвечающий упругому рассеянию тяжёло-лёгких мезонов друг на друге $(\bar{Q}q) + (\bar{q}Q) \rightarrow (\bar{Q}q) + (\bar{q}Q)$ (здесь через Q и q обозначены тяжёлый и лёгкий кварки соответственно), и запишем его через амплитуду A в виде

$$S = 1 + 2iA, \quad (17)$$

так что унитарность требует выполнения условия

$$AA^\dagger = \frac{1}{2i} (A - A^\dagger), \quad (18)$$

которому можно удовлетворить автоматически, вводя вещественную величину K (в многоканальном случае — эрмитову K -матрицу):

$$A = K(1 - iK)^{-1}. \quad (19)$$

Если рассеяние протекает через образование резонанса, то функцию K можно представить в виде

$$K = G(s) \frac{1}{M^2 - s} G(s) = \frac{\Gamma(s)\sqrt{s}}{M^2 - s}, \quad \Gamma(s) = \frac{G^2(s)}{\sqrt{s}}, \quad (20)$$

где s — инвариантная энергия, а вершинная функция $G(s)$ и параметр M определяют соответственно связь резонанса с адронным каналом и его функцию распространения. Тогда с помощью формулы (19) для амплитуды A можно прийти к выражению

$$A = \frac{\Gamma(s)\sqrt{s}}{M^2 - s - i\Gamma(s)\sqrt{s}}. \quad (21)$$

Рассмотрим область энергий вблизи резонанса $s \sim M^2$. Если при этом вершинную функцию можно считать константой, т.е. положить $\Gamma(s) \approx \Gamma(M^2) \equiv \Gamma$, причём $\Gamma \ll M$, то функцию (21) можно разложить, ограничившись лидирующим членом:

$$A \approx \frac{\Gamma/2}{M - \sqrt{s} - i\Gamma/2}. \quad (22)$$

Полученное в результате распределение и представляет собой хорошо известное распределение Брейта–Вигнера, а величины M и Γ принято называть массой и шириной резонанса.

Однако если резонанс располагается вблизи порога, т.е. $M \simeq 2M_{\bar{Q}q} \equiv M_{\text{th}}$, то зависимость вершинной функции от энергии важна и пренебрегать ею нельзя. По этой причине в случае окологороговых состояний форма линии уже не описывается распределением Брейта–Вигнера. Более того, даже ввести понятия массы и ширины уже не представляется возможным. Действительно, вблизи порога ширина двухчастичного S -волнового распада ведёт себя как $\Gamma \propto \sqrt{E}$, где энергия E отсчитывается от порога M_{th} , т.е. $\sqrt{s} = M_{\text{th}} + E$. В этом случае амплитуда (22) принимает вид

$$A \propto \frac{1}{E - E_0 + i \times \text{const} \times \sqrt{E}}, \quad (23)$$

где для удобства введена величина $E_0 = M - M_{\text{th}}$. Нетрудно увидеть, что распределение (23) обладает рядом свойств, которые не были присущи распределению Брейта–Вигнера (22), а именно:

- форма линии не является симметричной относительно точки $E = E_0$;
- положение максимума кривой не совпадает с величиной E_0 , поскольку функцию $\sqrt{E}$ необходимо аналитически продолжить под порог, т.е. в область $E < 0$, где она будет давать вклад в действительную часть знаменателя и сдвинет положение его нуля;
- при определённом соотношении между параметрами пик располагается строго на пороге, т.е. при $E = 0$, вне зависимости от величины параметра E_0 ;
- видимая ширина пика уже не даётся параметром типа ширины Γ в формуле (22), определяющим мнимую часть полюса амплитуды в комплексной плоскости энергии;
- производная от амплитуды по энергии обращается на пороге в бесконечность.

Перечисленные выше свойства распределения (23) относятся к классу пороговых явлений, изучению которых применительно к физике адронных состояний, содержащих тяжёлые кварки, посвящён данный обзор. В частности, в разделе 3.3 подробно обсуждается вид распределений для окологороговых состояний, порождённых одновременным действием и взаимным влиянием различных динамик, в том числе в многоканальном случае.

Таким образом, как указывалось выше, ввести понятия "масса" и "ширина" для окологорогового состояния в принципе невозможно. В связи с этим важно оговорить, что значение массы состояния X(3872), приведённое в (1), не следует воспринимать буквально, поскольку оно получено из подгонки формы линии формулой Брейта–Вигнера. Основная информация, содержащаяся в этой формуле, а также в формуле (2), состоит в том, что X(3872) лежит очень близко к нейтральному двухчастичному порогу $D\bar{D}^*$, так что учёт этого порога является критически важным для выяснения природы данного состояния.

Поскольку часто оказывается удобным оперировать таким понятием, как энергия связи, необходимо должным образом её определить. Как следует из обсуждения выше, простой способ, использованный в формуле (2), представляется неадекватным ввиду неопределённости величины M_X . В дальнейшем под энергией связи окологорогового состояния будем понимать разность между положением нуля вещественной части знаменателя распределения и положением порога (иначе говоря, речь идёт о положении действительной части полюса амплитуды относительно порога). При этом удобными и универсальными параметрами, определяющими мнимую часть знаменателя, являются константы связи резонанса с различными каналами его распада.

Заметим также, что амплитуда Брейта–Вигнера (22) обладает лишь одним полюсом в комплексной плоскости энергии, лежащим в точке $E = E_0 - i\Gamma/2$. Формально такое поведение противоречит принципу симметрии Шварца и по этой причине нарушает свойство аналитичности амплитуды. Данное нарушение, впрочем, невелико, если речь идёт об области энергий вблизи резонанса, поскольку длина пути зеркального полюса, расположенного в точке $E_0 + i\Gamma/2$, до данной области существенно превышает длину аналогичного пути для

полуса $E_0 - i\Gamma/2$. Однако, рассматривая явления в околопороговой области, необходимо удерживать оба симметричных полуса, поскольку ни один из них уже не является в этой области доминирующим. Очевидно, что амплитуда (22) не может удовлетворить этому условию и требует обобщения.

3. Элементарное или составное состояние?

Как отмечалось во введении, волновая функция околопорогового резонанса может содержать как компактную, "элементарную", так и молекулярную компоненты. Исследование природы такого резонанса подразумевает в том числе установление относительных весов этих компонент, причём модельно-независимым способом. В основе метода, с этой целью предложенного Вайнбергом в работах [38–40], лежит анализ низкоэнергетических наблюдаемых, из которого действительно оказывается возможным сделать вывод о том, является ли данное состояние "элементарным" или составным.

Метод Вайнберга основывается на идее расширения базиса задачи связанных каналов и включения в него "затравочного" резонанса, волновая функция которого претерпевает перенормировку за счёт взаимодействия с "составными" каналами. Идеологически данный метод аналогичен обычному теоретико-полевому подходу, в котором взаимодействие полей приводит к уменьшению вероятности наблюдения "затравочного" поля от единицы до некоторого меньшего значения $0 \leq Z \leq 1$. Важным достижением подхода Вайнберга следует считать установление однозначной связи такого Z -фактора с наблюдаемыми величинами, что и позволяет в итоге сделать модельно-независимый вывод о структуре волновой функции околопорогового резонанса.

В работе [40] предложенный подход был применён к случаю подпорогового состояния — дейтрону. В работе [53] предложено естественное обобщение подхода для случая произвольного околопорогового резонанса, лежащего как ниже, так и выше порога, а также с включением неупругости. Важно отметить, что наиболее естественным формализмом для применения метода Вайнберга является подход t -матрицы (или оператора рассеяния), прекрасно изложенный в монографии [54], после его необходимого обобщения для включения в рассмотрение "элементарного" состояния. Детали такого обобщённого формализма, представленного в этом разделе, содержатся также в работах [55, 56].

В разделе 3.1 важно обратить внимание на постановку задачи связанных каналов (формулы (24)–(26)), на вид различных типов решения такой задачи (формулы (38) и (41)), а также на определение Z -фактора (формула (40)) и спектральной плотности как его удобного обобщения (формула (42)), которое будет использоваться далее при анализе экспериментальных данных для X(3872). В разделе 3.2 важная для понимания материала информация содержится в формулах Вайнберга (59) и (60), а также в формуле (66), описывающей наиболее общий вид энергетического распределения в случае наличия всего одного адронного канала, внутри которого, однако, имеет место прямое взаимодействие мезонов.

В разделе 3.3 описывается обобщение результатов раздела 3.2 для двухканального случая. Основные результаты, представленные в разделе 3.3, проиллюстри-

рованы рис. 3–5. Главным выводом из этих результатов является утверждение о том, что весьма причудливая форма линии околопорогового резонанса может определяться всего двумя параметрами, один из которых задаёт положение нуля амплитуды рассеяния, а другой определяет вклад нелинейного члена $k_1 k_2$, где k_1 и k_2 — импульсы в мезонных каналах. Ввиду того что данные по X(3872) не позволяют идентифицировать такого рода особенности формы линии, материал раздела 3.3 представляет собой важный задел на будущее, когда новые эксперименты будут в состоянии поставлять высокоточную информацию об околопороговых состояниях, содержащих тяжёлые кварки. При беглом прочтении обзора или при наличии интереса лишь к современному состоянию данных по X(3872) раздел 3.3 может быть пропущен.

3.1. Схема связанных каналов

Рассмотрим физическое состояние, представляющее собой суперпозицию затравочного элементарного состояния $|\psi_0\rangle$ (например, истинного $\bar{c}s$ -чармония или тетракварка) и нескольких двухчастичных компонент (обозначенных как $i = 1, 2, \dots$), и запишем его волновую функцию в виде

$$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} c|\psi_0\rangle \\ \chi_1(\mathbf{p}) |M_{11} M_{12}\rangle \\ \chi_2(\mathbf{p}) |M_{21} M_{22}\rangle \\ \dots \end{pmatrix}, \quad (24)$$

где c — амплитуда вероятности обнаружения затравочного состояния, а $\chi_i(\mathbf{p})$ описывает относительное движение в системе мезонов M_{i1} и M_{i2} , имеющих импульсы $\mathbf{p}$ и $-\mathbf{p}$ соответственно. Рассматриваемая система описывается уравнением Шрёдингера

$$\mathcal{H}|\Psi\rangle = M|\Psi\rangle \quad (25)$$

с гамильтонианом

$$\hat{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} H_0 & V_{01} & V_{02} & \dots \\ V_{10} & H_{h1} & V_{12} & \dots \\ V_{20} & V_{21} & H_{h2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Здесь $H_0|\psi_0\rangle = M_0|\psi_0\rangle$, где M_0 — масса затравочного состояния. Заметим, что в дальнейшем будет удобно работать в терминах энергии, отсчитанной от низшего порога, отвечающего $i = 1$, так что

$$M = m_{11} + m_{12} + E, \quad M_0 = m_{11} + m_{12} + E_0.$$

Далее, предполагается существование прямого взаимодействия между мезонными каналами i и j , описываемого потенциалами $V_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ (включая диагональные члены с $i = j$), так что

$$H_{hi}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \left(m_{i1} + m_{i2} + \frac{p^2}{2\mu_i} \right) \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') + V_{ii}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'),$$

где m_{i1} и m_{i2} — массы мезонов в канале i , с приведённой массой

$$\mu_i = \frac{m_{i1} m_{i2}}{m_{i1} + m_{i2}}.$$

Мезонный канал i и затравочное состояние взаимодействуют посредством внедиагонального кварк-мезонного потенциала V_{0i} , заданного вершиной перехода $f_i(\mathbf{p})$.

Задачу связанных каналов удобно сформулировать в терминах t -матрицы, удовлетворяющей уравнению Липмана – Швингера, схематично представимому в виде

$$t = V - VSt, \quad (27)$$

где S — диагональная матрица свободных пропагаторов,

$$S_0(E) = \frac{1}{E_0 - E - i0}, \quad (28)$$

$$S_i(\mathbf{p}) = \frac{1}{p^2/(2\mu_i) - E + \Delta_i - i0}, \quad (29)$$

$$\Delta_i = (m_{i1} + m_{i2}) - (m_{11} + m_{12}).$$

Использование формализма t -матрицы, разумеется, является полностью эквивалентным подходом более "стандартному" методу, основанному на уравнении Шрёдингера для волновой функции системы (см., например, учебник [57]). Тем не менее подход t -матрицы (или оператора рассеяния, как он иногда называется в литературе (см., например, монографию [54])) предоставляет ряд преимуществ. В частности, он позволяет рассматривать задачу рассеяния для частиц вне массовой поверхности, т.е. формально "расцепить" импульс и энергию, которые для частиц на массовой поверхности жёстко связаны дисперсионным соотношением.

В качестве первого шага удобно определить t -матрицу для потенциальной задачи (т.е. t -матрицу прямого взаимодействия в мезонном канале t^V), удовлетворяющую уравнению

$$t_{ij}^V(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = V_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') - \sum_k \int V_{ik}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) S_k(\mathbf{q}) t_{kj}^V(\mathbf{q}, \mathbf{p}') d^3q, \quad (30)$$

и "одетые" вершинные функции,

$$\phi_i(\mathbf{p}) = f_i(\mathbf{p}) - \sum_k \int t_{ik}^V(\mathbf{p}, \mathbf{q}) S_k(\mathbf{q}) f_k(\mathbf{q}) d^3q, \quad (31)$$

$$\bar{\phi}_i(\mathbf{p}') = f_i(\mathbf{p}') - \sum_k \int S_k(\mathbf{q}) f_k(\mathbf{q}) t_{ki}^V(\mathbf{q}, \mathbf{p}') d^3q. \quad (32)$$

Полная t -матрица выражается через так определённые величины в виде [56]:

$$t_{00}(E) = -\frac{(E - E_0)\mathcal{G}(E)}{E - E_0 + \mathcal{G}(E)}, \quad (33)$$

$$t_{0i}(\mathbf{p}, E) = \frac{E - E_0}{E - E_0 + \mathcal{G}(E)} \bar{\phi}_i(\mathbf{p}), \quad (34)$$

$$t_{i0}(\mathbf{p}, E) = \frac{E - E_0}{E - E_0 + \mathcal{G}(E)} \phi_i(\mathbf{p}), \quad (35)$$

$$t_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', E) = t_{ij}^V(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + \frac{\phi_i(\mathbf{p}) \bar{\phi}_j(\mathbf{p}')}{E - E_0 + \mathcal{G}(E)}, \quad (36)$$

где

$$\mathcal{G}(E) = \sum_i \int f_i^2(\mathbf{q}) S_i(\mathbf{q}) d^3q - \sum_{i,j} \int f_i(\mathbf{k}) S_i(\mathbf{k}) t_{ij}^V(\mathbf{k}, \mathbf{q}) S_j(\mathbf{q}) f_j(\mathbf{q}) d^3k d^3q. \quad (37)$$

Рассматриваемая система может иметь связанные состояния (в общем случае — больше одного). Тогда для связанного состояния α с энергией связи $E_b^{(\alpha)}$ решение уравнения (25) можно записать в виде

$$c_b^{(\alpha)} = \cos \theta_\alpha, \quad \chi_b^{(i\alpha)}(\mathbf{p}) = S_i(\mathbf{p}) \phi_i(\mathbf{p}) \sin \theta_\alpha, \quad (38)$$

причём волновая функция этого связанного состояния нормирована:

$${}_b^{(\alpha)} \langle \Psi | \Psi \rangle_b^{(\alpha)} = 1,$$

что даёт для угла смешивания θ_α выражение вида

$$\tan^2 \theta_\alpha = \sum_i \int S_i^2(\mathbf{p}) \phi_i^2(\mathbf{p}) d^3p. \quad (39)$$

Величина

$$Z_\alpha = |\langle \psi_0 | \Psi \rangle_b^{(\alpha)}|^2 = \cos^2 \theta_\alpha, \quad (40)$$

введённая в работе [40], представляет собой вероятность обнаружить затравочное состояние в волновой функции связанного состояния α .

Решение уравнения (25) со свободной асимптотикой в i -м мезонном канале имеет вид

$$\chi_{fi}^{(i)}(\mathbf{p}) = \delta_{ij} \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{k}_i) - S_j(\mathbf{p}) t_{ji}(\mathbf{p}, \mathbf{k}_i, E), \quad (41)$$

$$c_{\mathbf{k}_i}^{(i)}(E) = -\frac{t_{0i}(\mathbf{k}_i, E)}{E_0 - E},$$

где $k_i = \sqrt{2\mu_i(E - \Delta_i)}$. Уравнение для коэффициента c (см. формулу (41)) позволяет ввести аналог величины (40) в непрерывном спектре — спектральную плотность $w(E)$, определяющую вероятность обнаружить затравочное состояние в волновой функции непрерывного спектра [58]:

$$w(E) = \sum_i \mu_i k_i \Theta(E - \Delta_i) \int |c_{\mathbf{k}_i}^{(i)}(E)|^2 d\mathbf{o}_{\mathbf{k}_i}, \quad (42)$$

где Θ — функция Хевисайда. Как показано в работе [58], условие нормировки для распределения $w(E)$ имеет вид

$$\int_0^\infty w(E) dE = 1 - \sum_\alpha Z_\alpha, \quad (43)$$

где суммирование проводится по всем связанным состояниям в системе.

В заключение этого раздела приведём формулы для амплитуды рождения рассматриваемого резонанса. Поскольку волновая функция системы многокомпонентна (см. выражение (24)), возможны два механизма рождения резонанса: через его кварковую или адронные компоненты, как показано на рис. 2. Для наших целей доста-

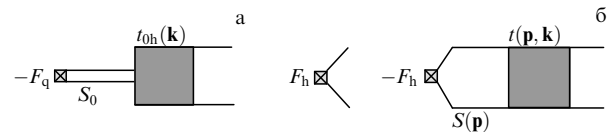


Рис. 2. Графическое представление механизмов рождения состояния (24) через кварковую (а) и адронную (б) компоненты.

точно рассмотреть точечный источник рождения. Тогда амплитуду рождения мезонной пары ($M_{i1}M_{i2}$) через адронную компоненту j можно представить в виде

$$\mathcal{M}_j^i(E) = \mathcal{F}_{hj}\delta_{ij} - \mathcal{F}_{hj} \int S_j(\mathbf{p}) t_{ji}(\mathbf{p}, \mathbf{k}_i, E) d^3p, \quad (44)$$

где $\mathcal{F}_{hj}$ — амплитуда рождения резонанса из точечного источника j -го мезонного канала, $k_i = \sqrt{2\mu_i(E - A_i)}$. Амплитуда рождения резонанса через кварковую компоненту имеет вид

$$\mathcal{M}_q^i(E) = -\mathcal{F}_q S_0(E) t_{0i}(\mathbf{k}_i, E), \quad (45)$$

где $\mathcal{F}_q$ — амплитуда рождения затравочного кваркового состояния точечным источником.

3.2. Формулы Вайнберга, структура особенностей и природа взаимодействия

Рассмотрим случай одного мезонного канала (по этой причине индекс канала будет повсеместно опускаться) и S -волны в относительном движении мезонной подсистемы и изучим низкоэнергетический предел системы, определяемый неравенством $k \ll \beta$, где k — импульс в мезонной подсистеме, а β — обратный радиус действия сил.

Определим петлевые функции

$$g(E) = \int d^3q \frac{f^2(\mathbf{q})}{q^2/(2\mu) - E - i0} = f_0^2(R + 4\pi^2\mu ik), \quad (46)$$

$$g'(E) = \int d^3q \frac{f(\mathbf{q})}{q^2/(2\mu) - E - i0} = f_0(R' + 4\pi^2\mu ik),$$

где μ — приведённая масса в мезонной подсистеме. В (46) учтено, что вещественные части петель R и R' — величины порядка $\mu\beta$, а поправки порядка $O(k^2/\beta^2)$ к ним опущены; для удобства мы также определили величину $f_0 \equiv f(0)$. Используя приближение длины рассеяния для t -матрицы потенциальной задачи,

$$t_V(\mathbf{q}, \mathbf{p}, E) = -\frac{1}{4\pi^2\mu(-a_V^{-1} - ik)}, \quad (47)$$

где a_V — длина рассеяния, рассматриваемая в качестве параметра задачи, можно получить следующую формулу для мезонного элемента полной t -матрицы (36):

$$t(E) = \frac{E - E_C}{[E - E_0]R_V + f_0^2[RR_V - R'^2] + 4\pi^2\mu ik[E - E_C]}, \quad (48)$$

$$E_C = E_0 - f_0^2(R + R_V - 2R'),$$

где $R_V = (2\pi)^2\mu\gamma_V$, $\gamma_V = 1/a_V$. Заметим, что выражение (48) для мезонной t -матрицы обращается в нуль при энергии $E = E_C$ — данный вопрос подробно обсуждается в разделе 3.3.

В выражении (48) оказывается возможным провести перенормировку, т.е. переопределить "затравочные" параметры E_0 и f_0 так, чтобы они поглотили величины R и R' , зависящие от радиуса действия сил (см. детали в работе [55]). При этом новые ("перенормированные") параметры E_f и g_f вводятся следующим образом:

$$[E_f - E_0]R_V + f_0^2[RR_V - R'^2] = 0, \quad (49)$$

$$g_f = 8\pi^2\mu \frac{E_f - E_C}{R_V} = \frac{8\pi^2\mu f_0^2}{R_V^2} (R - R_V)^2. \quad (50)$$

Записанная через перенормированные параметры t -матрица принимает вид

$$t(E) = \frac{1}{(2\pi)^2\mu} \frac{g_f}{2\mathcal{D}(E)}, \quad (51)$$

где

$$\mathcal{D}(E) = E - E_f - \frac{(E - E_f)^2}{E - E_C} + \frac{i}{2} g_f k. \quad (52)$$

Формула (51) напоминает известную формулу Флатте [59] для околороговой амплитуды рассеяния и переходит в неё при $|E_C| \gg |E_f|$:

$$t(E) \underset{|E_C| \gg |E_f|}{\approx} \frac{1}{(2\pi)^2\mu} \frac{(1/2)g_f}{E - E_f + (i/2)g_f k}. \quad (53)$$

Для того чтобы установить связь с результатами работ Вайнберга [38–40], предположим, что в системе имеется околороговое связанное состояние с энергией связи E_b . Тогда в окрестности полюса, соответствующего связанному состоянию, можно записать

$$t(E) \simeq \frac{g_{\text{eff}}^2}{E + E_b}, \quad (54)$$

где (см. работы [38–40])

$$g_{\text{eff}}^2 = \frac{\sqrt{2\mu E_b}}{4\pi^2\mu^2} (1 - Z), \quad (55)$$

а Z определяется выражением

$$\frac{Z}{1 - Z} = \frac{2E_b}{E_b + E_C} \left(1 - \frac{\gamma_V}{\sqrt{2\mu E_b}} \right). \quad (56)$$

Заметим, что при $Z = 0$ выражение (55) переходит в стандартную формулу, определяющую константу связи составного объекта через энергию связи конститuentов [60].

Нуль амплитуды упругого рассеяния находится в точке

$$E_C = -E_b \left(1 - \frac{2(1 - Z)}{Z} + \frac{2(1 - Z)}{Z} \frac{\gamma_V}{\sqrt{2\mu E_b}} \right). \quad (57)$$

Наконец, для фазы рассеяния в мезонном канале δ можно найти

$$k \cot \delta = -\sqrt{2\mu E_b} + \frac{\sqrt{2\mu E_b}(E + E_b)(E_b + E_C)}{2E_b(E - E_C)} \frac{Z}{1 - Z}. \quad (58)$$

Из-за наличия нуля амплитуды рассеяния в уравнении (58) разложение эффективного радиуса можно провести лишь при выполнении условия $|E_C| \gg E_b$, и в этом случае возникают знаменитые формулы Вайнберга для длины рассеяния a и эффективного радиуса r_e :

$$a = \frac{2(1 - Z)}{2 - Z} \frac{1}{\sqrt{2\mu E_b}}, \quad (59)$$

$$r_e = -\frac{Z}{1 - Z} \frac{1}{\sqrt{2\mu E_b}} + O\left(\frac{1}{\beta}\right). \quad (60)$$

Таким образом, если разложение эффективного радиуса существует, то в нашем распоряжении оказывается мощный инструмент, позволяющий отличать компактные (элементарные) состояния от молекулярных (составных) связанных состояний. Действительно, если $Z \approx 1$, т.е. если состояние является элементарным, то в соответствии с формулой (60) эффективный радиус — большой и отрицательный, а длина рассеяния, наоборот, мала, как следует из формулы (59). Если состояние, напротив, является молекулярным ($Z \ll 1$), то имеем обратную ситуацию: эффективный радиус мал, а длина рассеяния велика. Заметим, что знак эффективного радиуса при этом не определён, поскольку поправки, связанные с эффективным радиусом сил, могут его изменить.

Дополнительной к формулам Вайнберга является процедура подсчёта полюсов [61]. Представив знаменатель формулы Флатте (53) через параметры разложения эффективного радиуса

$$a = -\frac{g_f}{2E_f}, \quad r_e = -\frac{2}{\mu g_f}, \quad (61)$$

для полюсов t -матрицы находим

$$k_{1,2} = \frac{i}{r_e} \pm \sqrt{-\frac{1}{r_e^2} + \frac{2}{ar_e}}. \quad (62)$$

Если имеется связанное состояние, то полюсы выражаются как

$$k_1 = i\sqrt{2\mu E_b}, \quad k_2 = -i\frac{2-Z}{Z}\sqrt{2\mu E_b}, \quad (63)$$

так что первый полюс находится на физическом листе, а второй — на нефизическом. При этом в случае $Z \approx 1$ (элементарное состояние) эффективная константа связи g_f мала, $r_e \rightarrow -\infty$, и имеются два почти симметричных околопороговых полюса. Если $Z \ll 1$ (молекулярное состояние), то существует только один околопороговый полюс.

Процедура подсчёта полюсов применима и при отсутствии связанного состояния (для отрицательной длины рассеяния). Если константа связи g_f мала и $r_e \rightarrow -\infty$, то $k_{1,2} \rightarrow \pm\sqrt{2\mu E_f}$, т.е. имеются два околопороговых полюса, что соответствует случаю резонанса. При увеличении g_f полюсы уходят глубже в комплексную плоскость, а затем сталкиваются на мнимой оси. Если константа связи становится очень большой, а эффективный радиус — малым, то в околопороговой области "выживает" лишь один полюс, соответствующий виртуальному уровню. Казалось бы, можно предположить, что в случае резонанса или виртуального уровня вероятностная интерпретация в описании околопорогового состояния полностью утеряна. Однако это не так. В низкоэнергетическом приближении спектральная плотность (42) (которая, напомним, описывает вероятность обнаружения затравочного состояния в континууме) простым образом выражается через параметры Флатте:

$$w(E) = \frac{1}{2\pi} \frac{g_f k}{|E - E_f + (i/2)g_f k|^2}, \quad (64)$$

и благодаря условию нормировки (см. формулу (43)) позволяет сделать заключение об относительном весе молекулярной компоненты в волновой функции состоя-

ния — достаточно проинтегрировать выражение (64) по околопороговой области (см. работу [53]).

Формулы Вайнберга и их интерпретация выглядят весьма простыми и естественными в отсутствие околопорогового нуля t -матрицы. Для того чтобы разобраться в ситуации общего положения, полезно изучить особенности амплитуды в терминах переменных E_f , g_f и γ_V . Так как

$$E_C = E_f - \frac{1}{2} g_f \gamma_V, \quad (65)$$

выражение для t -матрицы (51) можно представить в виде

$$t(E) = \frac{1}{4\pi^2 \mu} \frac{E - E_f + (1/2)g_f \gamma_V}{(E - E_f)(\gamma_V + ik) + (i/2)g_f \gamma_V k}, \quad (66)$$

откуда немедленно следует, что, поскольку знаменатель является полиномом третьей степени по импульсу, в общем случае t -матрица может иметь до трёх околопороговых полюсов. Детальный анализ этих особенностей, проведённый в работе [55], показывает, что появление нуля t -матрицы как раз соответствует случаю трёх околопороговых полюсов. Кроме того, для возникновения такого нуля требуется: 1) чтобы прямое взаимодействие в мезонном канале было достаточно сильным для появления связанного состояния или виртуального уровня; 2) чтобы существовало околопороговое затравочное кварковое состояние, слабо связанное с мезонным каналом. Иными словами, полюс, генерируемый прямым взаимодействием, сталкивается с парой полюсов, соответствующих "голому" состоянию, и в результате такого столкновения разложение эффективного радиуса разрушается.

При нарушении хотя бы одного из перечисленных выше условий нуля t -матрицы в околопороговой области не возникает, так что формулы эффективного радиуса верны и верны также выводы работ [40, 53, 61], т.е. большой отрицательный эффективный радиус соответствует компактному кварковому состоянию, тогда как малый эффективный радиус указывает на составное состояние. В первом случае имеются два околопороговых полюса, тогда как в последнем случае полюс только один.

В случае сосуществования двух околопороговых полюсов можно с определённой уверенностью утверждать, что резонанс генерируется диаграммой s -канального обмена и связь этого кваркового состояния с мезонным континуумом слабая. Наконец, в ситуации одного полюса невозможно сделать модельно-независимого вывода о природе взаимодействия, можно лишь утверждать, что резонанс генерируется динамически.

Сделаем поучительное замечание. Рассмотрим случай, отвечающий наличию связанного состояния и отсутствию прямого взаимодействия в мезонном канале. Нетрудно получить формулу, выражающую Z -фактор через энергию связи и "затравочную" константу связи каналов f_0 (см. определение в формуле (46)):

$$\frac{1}{Z} - 1 \approx \frac{4\pi^2 \mu^2 f_0^2}{\sqrt{2\mu E_b}}. \quad (67)$$

Из формулы (67) видно, что с уменьшением энергии связи Z -фактор также уменьшается, стремясь к нулю в пределе $E_b \rightarrow 0$. Иначе говоря, чем ближе резонанс лежит к

порогу, тем больший вклад в его волновую функцию даёт молекулярная компонента, т.е. тем более "составным" он становится. При этом для любой сколь угодно малой "затравочной" константы связи кваркового и мезонного каналов f_0 вследствие близости к порогу "молекулярность" состояния (т.е. значение $1 - Z$) может достигать сколь угодно больших значений, вплоть до единицы. Полученный результат представляется очень естественным, поскольку близость к порогу облегчает переход резонанса именно в данное конечное состояние, что и увеличивает вероятность его обнаружения в этом адронном канале, т.е. увеличивает именно его "молекулярность".

Отметим также модельную независимость подхода Вайнберга. Прежде всего обратим внимание на то, что Z -фактор определяет вычет t -матрицы (а следовательно, и амплитуды рассеяния) в полюсе связанного состояния (см. формулы (54), (55)). Поскольку вероятность, вычисленная по данной амплитуде, является наблюдаемой величиной, все входящие в неё параметры должны быть модельно- и схемо-независимыми. Таким образом, при данной энергии связи E_b величина Z -фактора определяется однозначно и модельно-независимо.

Причины модельной независимости Z -фактора можно проследить и несколько глубже. В подходе эффективных теорий поля параметры теории, входящие в лагранжиан, вообще говоря, являются предметом перенормировки и поэтому могут быть модельно-зависимыми (в смысле зависимости от схемы перенормировки). Такие перенормировки, однако, осуществляются посредством добавления к лагранжиану контрчленов, которые могут иметь только аналитическое поведение по энергии. Отсюда неизбежно следует, что члены, ведущие себя как $\sqrt{E}$, не претерпевают перенормировки и потому фиксируются модельно-независимым образом. Именно такое корневое поведение по энергии характерно для ключевых величин в подходе Вайнберга, в частности для Z -фактора. Таким образом, до тех пор пока энергия связи околупорогового резонанса невелика, так что импульс связанного состояния $\gamma = \sqrt{2\mu E_b}$ мал по сравнению с обратным радиусом действия сил β , дальнотействующая часть волновой функции такого резонанса полностью определяется величиной γ и поэтому устанавливается модельно-независимым образом.

3.3. Взаимное влияние кварковых и мезонных степеней свободы: двухканальный случай

В случае $X(3872)$ имеются два близлежащих S -волновых порога ($D^0\bar{D}^{*0}$ и D^+D^{*-}), расщеплённых на величину $\Delta = M_{th_2} - M_{th_1} \approx 8$ МэВ, поэтому соответствующее физическое состояние представляется в виде смеси затравочного кваркового состояния и двух мезонных компонент:

$$|X\rangle = \begin{pmatrix} c|\psi_0\rangle \\ \chi_1(\mathbf{p})|M_{11}M_{12}\rangle \\ \chi_2(\mathbf{p})|M_{21}M_{22}\rangle \end{pmatrix}. \quad (68)$$

Здесь индекс $i = 1$ обозначает компоненту $D^0\bar{D}^{*0}$, а индекс $i = 2$ — компоненту D^+D^{*-} .

Ниже кварковое состояние предполагается изосинглетным, так что для вершин перехода между ним и мезонными каналами имеем равенство $f_1(\mathbf{p}) = f_2(\mathbf{p}) \equiv$

$\equiv f(\mathbf{p})/\sqrt{2}$, где нормировочный множитель $1/\sqrt{2}$ введён для удобства перехода к одноканальному случаю. Низкоэнергетическое разложение и процедура перенормировки модели полностью аналогичны описанным в разделе 3.2. В частности, в качестве первого шага определим t -матрицу для прямого взаимодействия V_{ij} и параметризуем её в приближении длины рассеяния:

$$t^V = \frac{1}{4\pi^2\mu \text{Det}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\gamma_s + \gamma_t) + ik_2 & \frac{1}{2}(\gamma_t - \gamma_s) \\ \frac{1}{2}(\gamma_t - \gamma_s) & \frac{1}{2}(\gamma_s + \gamma_t) + ik_1 \end{pmatrix}, \quad (69)$$

где

$$\text{Det} = \gamma_s\gamma_t - k_1k_2 + \frac{i}{2}(\gamma_s + \gamma_t)(k_1 + k_2), \quad (70)$$

γ_s и γ_t — обратные длины рассеяния в синглетном и триплетном (по изоспину) каналах соответственно,

$$k_1 = \sqrt{2\mu E}, \quad k_2 = \sqrt{2\mu(E - \Delta)}, \quad (71)$$

μ — приведённая масса (поскольку расщепление Δ мало по сравнению с массами мезонов, приведённые массы в нейтральном и заряженном каналах полагаются равными между собой).

Тогда, полагая

$$E_f = E_0 - \frac{f_0^2}{R_s}(RR_s - R'^2), \quad (72)$$

$$E_C = E_0 - f_0^2(R_s + R - 2R'), \quad (73)$$

$$g_f = \frac{8\pi^2\mu}{R_s^2} f_0^2(R_s - R')^2, \quad (74)$$

где $R_s = 4\pi^2\mu\gamma_s$, нетрудно получить следующие выражения для компонент полной мезонной t -матрицы:

$$t_{11} = \frac{1}{8\pi^2\mu} \frac{\gamma_s(E - E_f) + (E - E_C)(\gamma_t + 2ik_2)}{D(E)}, \quad (75)$$

$$t_{12} = t_{21} = \frac{1}{8\pi^2\mu} \frac{\gamma_t(E - E_C) - \gamma_s(E - E_f)}{D(E)}, \quad (76)$$

$$t_{22} = \frac{1}{8\pi^2\mu} \frac{\gamma_s(E - E_f) + (E - E_C)(\gamma_t + 2ik_1)}{D(E)}, \quad (77)$$

где

$$D(E) = \gamma_s \left[\gamma_t + \frac{i}{2}(k_1 + k_2) \right] (E - E_f) - \left[k_1k_2 - \frac{i}{2}\gamma_t(k_1 + k_2) \right] (E - E_C). \quad (78)$$

Выражения (75)–(77) выведены в работе [56]. Альтернативный вывод этих выражений содержится в работе [62].

Нетрудно показать, что изосинглетный элемент t -матрицы обращается в нуль при энергии $E = E_C$. Так же как и в одноканальном случае (см. формулу (65)), константа связи g_f и параметр E_C связаны между собой:

$$E_C = E_f - \frac{1}{2} g_f \gamma_s, \quad (79)$$

так что нуль в точке E_C возникает в околупороговой области, если выполнено условие $|\gamma_s| \lesssim \Delta/g_f$; в против-

ном случае он покидает околопороговую область и выходит за границы области применимости построенной модели.

Ещё одно явление, оказывающее влияние на наблюдаемые величины, — это "запутывание" импульсов, отвечающих двум мезонным каналам: импульсы k_1 и k_2 входят в выражения для t -матрицы сложным нелинейным образом, включая произведение $k_1 k_2$ (см. также работу [63], в которой подобный эффект обсуждается в связи с формой линии X(3872)). Такое "запутывание" мезонных каналов определяется величиной (обратной) триплетной длины рассеяния γ_t и становится сильным в случае $|\gamma_t| \lesssim \sqrt{\mu\Delta}$.

Таким образом, можно выделить четыре предельных случая:

- случай 1: $|\gamma_s| \rightarrow \infty$ и $|\gamma_t| \rightarrow \infty$;
- случай 2: γ_s мал, а $|\gamma_t| \rightarrow \infty$;
- случай 3: $|\gamma_s| \rightarrow \infty$, а γ_t мал;
- случай 4: γ_s и γ_t оба малы.

Случай 1, который соответствует слабому прямому взаимодействию, описывается двухканальными формулами Флатте со знаменателем, содержащим простую сумму вкладов каналов в виде $g_f(k_1 + k_2)/2$. При малом значении константы связи g_f величина $Z \rightarrow 1$, так что описываемое околопороговое состояние является преимущественно компактным, тогда как большое значение g_f отвечает $Z \rightarrow 0$ и, соответственно, преимущественно молекулярному состоянию.

Случай 2 эффективно является одноканальным: при $|\gamma_t| \rightarrow \infty$ взаимодействие в изотриплетном канале слабое, запутывания каналов не происходит, взаимное влияние кварковых и мезонных степеней свободы имеет место лишь в изосинглетном канале и динамика системы определяется положением нуля t -матрицы.

Случай 3, наоборот, свободен от нуля t -матрицы, динамика определяется запутыванием каналов, которое в свою очередь определяется величиной триплетной длины рассеяния.

Наконец, случай 4 является случаем общего положения, в котором на динамику системы одновременно оказывают влияние все описанные выше эффекты.

Поскольку рассчитывать на появление экспериментальных данных по рассеянию $D^{(*)}$ -мезонов друг на друге не приходится, источником информации об околопороговых состояниях являются реакции их рождения, которое может происходить согласно различным механизмам. Изучим форму линии (дифференциальную вероятность рождения) резонанса при различных предположениях о механизме его рождения. В частности, рассмотрим рождение нейтральных $D^0 \bar{D}^{*0}$ -мезонов через адронную (одну или другую) и кварковую компоненты. Соответствующие амплитуды получаются переходом к низкоэнергетическому пределу в общих формулах (44) и (45). При этом предполагается, что t -матрица имеет околопороговый полюс, что позволяет пренебречь борновскими членами в амплитудах рождения через адронные компоненты (первое слагаемое в правой части выражения (44); подробно данный вопрос обсуждается в работе [55]).

Если ради простоты и наглядности рассмотрения пренебречь интерференцией между различными механизмами рождения, то можно легко получить соот-

ветствующие дифференциальные вероятности рождения в виде:

$$\frac{d\text{Br}_q}{dE} = \Theta(E) \frac{\mathcal{B}_0 \sqrt{E}}{|D(E)|^2} \gamma_s^2 |\gamma_t + ik_2|^2, \quad (80)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\text{Br}_{h1}}{dE} = \Theta(E) \frac{\mathcal{B}_1 \sqrt{E}}{|D(E)|^2} & \left| \gamma_s(E - E_f) + \right. \\ & \left. + (\gamma_t + 2ik_2) \left(E - E_f + \frac{1}{2} g_f \gamma_s \right) \right|^2, \end{aligned} \quad (81)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\text{Br}_{h2}}{dE} = \Theta(E) \frac{\mathcal{B}_2 \sqrt{E}}{|D(E)|^2} & \left| \gamma_s(E - E_f) - \right. \\ & \left. - \gamma_t \left(E - E_f + \frac{1}{2} g_f \gamma_s \right) \right|^2, \end{aligned} \quad (82)$$

где знаменатель $D(E)$ даётся выражением (78). Коэффициенты $\mathcal{B}_0$, $\mathcal{B}_1$ и $\mathcal{B}_2$ определяют лишь общую нормировку распределений.

В работе [56] приведены примеры формы линии резонанса, отвечающие случаям 1–4. Для определённости параметры задачи были фиксированы:

$$\mu = 966,5 \text{ МэВ}, \quad \Delta = 8,1 \text{ МэВ}, \quad g_f = 0,25, \quad (83)$$

а величины γ_s , γ_t и E_f приведены в табл. 1. Для каждого случая параметр Флатте E_f выбирался таким образом, чтобы в системе имелось связанное состояние с энергией $E_b = 0,5 \text{ МэВ}$.

На рисунках 3–5 изображены формы линии для рождения X через кварковую и мезонные компоненты для обсуждавшихся выше случаев 1–4. Для наглядности и удобства сравнения каждая кривая на рис. 3–5 нормирована так, чтобы интеграл по околопороговой области (выбранной в диапазоне энергий от 0 до 10 МэВ) равнялся единице (в единицах МэВ^{-1}), что однозначно фиксирует коэффициенты $\mathcal{B}_0$, $\mathcal{B}_1$ и $\mathcal{B}_2$.

Как видно из приведённых примеров, взаимное влияние различных степеней свободы приводит к весьма причудливой форме линии резонанса, при обнаружении которой в эксперименте можно сделать вывод о том, что данный резонанс образовался в результате сложной нетривиальной динамики. Обратное утверждение, вообще говоря, неверно: интерференция между различными механизмами рождения резонанса может приводить к выполаживанию формы линии даже при наличии конкурирующих кварковой и мезонной динамик. Это, однако, требует весьма тонкой подстройки параметров рождения резонанса, которая представляется маловероятной в реальном эксперименте.

Таблица 1. Параметры длин рассеяния, параметр Флатте E_f и Z-фактор связанного состояния при $E_b = 0,5 \text{ МэВ}$ для случаев 1–4

Случай	γ_s , МэВ	γ_t , МэВ	E_f , МэВ	Кривая	Z
1	$\pm\infty$	$\pm\infty$	–10,47	Сплошная	0,30
2	–30	$\pm\infty$	–3,22	Штриховая	0,85
3	$\pm\infty$	–30	–7,77	Штрих-пунктирная	0,19
4	–30	–30	–2,97	Пунктирная	0,67

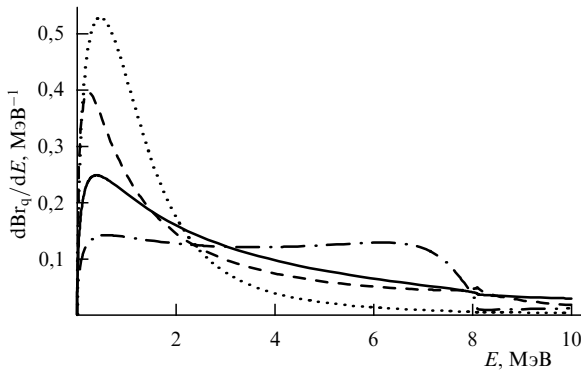


Рис. 3. Дифференциальная вероятность рождения резонанса через кварковую компоненту (см. формулу (80)). Случаю 1 соответствует сплошная кривая, случаю 2 — штриховая, случаю 3 — штрихпунктирная, а случаю 4 — пунктирная. (Из работы [56].)

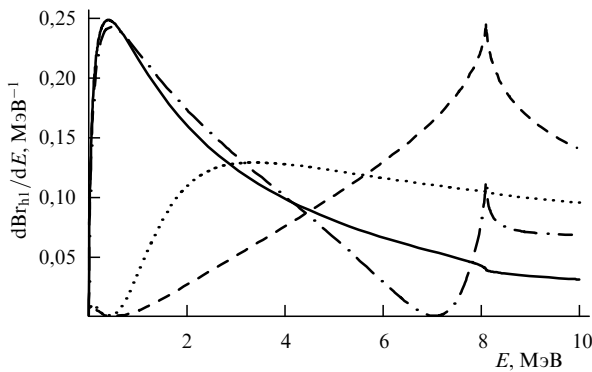


Рис. 4. Дифференциальная вероятность рождения резонанса через первую мезонную компоненту (см. формулу (81)), показанная сплошной, штриховой, штрихпунктирной и пунктирной кривыми для случаев 1–4 соответственно. (Из работы [56].)

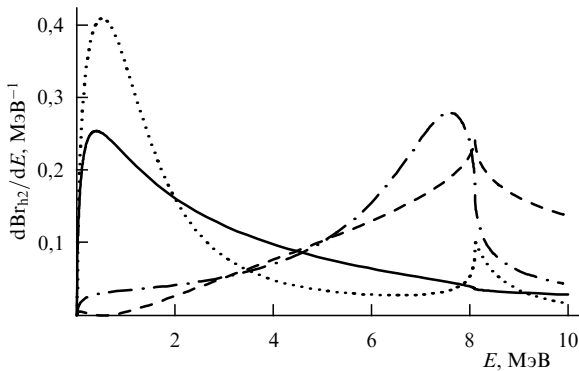


Рис. 5. Дифференциальная вероятность рождения резонанса через вторую мезонную компоненту (см. формулу (82)), показанная сплошной, штриховой, штрихпунктирной и пунктирной кривыми для случаев 1–4 соответственно. (Из работы [56].)

4. Микроскопическая кварковая модель для X(3872)

Как упоминалось во введении, предположение о простой $\bar{c}s$ -структуре для X(3872) исключено, как минимум, по соображениям положения состояния в спектре — оно лежит слишком низко для чармония 2^3P_1 . Существует,

однако, возможность сильной связи такого чармония с парами $D^{(*)}$ -мезонов, которая может исказить затравочный спектр $\bar{c}s$ -состояний. В данном разделе обсуждается вопрос о том, можно ли реализовать такой сценарий в рамках существующих кварковых моделей. Для этого используется общий формализм, представленный в разделе 3.1.

На первом этапе необходимо вычислить переходные формфакторы, описывающие связь D-мезонных пар с затравочными состояниями $\bar{c}s$. Для этого требуется модель рождения пар лёгких кварков. Простейшей моделью такого рода является так называемая модель 3P_0 , предложенная много лет назад в работе [64]. Эта модель предполагает однородное в пространстве рождение пар с квантовыми числами вакуума 0^{++} , т.е. 3P_0 -пар — отсюда и происходит её название. Приложения этой чисто феноменологической модели имеют длительную историю (см., например, ставшие классическими работы [65–67], а также относительно недавние работы [21, 68]).

В литературе известны и более сложные модели для оператора рождения пар, в которых взаимодействие кварковых токов строится с помощью сил конфайнмента и одноглюонного обмена. Примеры таких вычислений можно найти в корнельской модели [1], где предполагается, что потенциал конфайнмента является лоренцевым вектором, или в модели, предложенной в работе [69], где предполагается, что потенциал конфайнмента представляет собой лоренцев скаляр. Возможные механизмы сильных распадов рассматривались также в рамках метода вакуумных корреляторов (МВК) (см., например, обзор [70]), и был получен эффективный 3P_0 -оператор рождения пар с константой связи, вычисленной в терминах параметров МВК [71]. Для достижения поставленных целей здесь нам достаточно ограничиться вычислением переходных формфакторов в модели 3P_0 . Детали подхода и вычислений можно найти в работе [72].

Модель предполагает, что гамильтониан рождения пары с данным ароматом q представляет собой нерелятивистский предел выражения

$$H_q = g_q \int d^3x \bar{\psi}_q \psi_q, \quad (84)$$

так что пространственная часть амплитуды распада $A \rightarrow B + C$ в системе покоя начального мезона A даётся оператором

$$\hat{f}(\mathbf{p}) = \int d^3k \phi_A(\mathbf{k} - \mathbf{p}) \hat{O}(\mathbf{k}) \phi_B^*(\mathbf{k} - r_q \mathbf{p}) \phi_C^*(\mathbf{k} - r_q \mathbf{p}), \quad (85)$$

$$r_q = \frac{m_q}{m_q + m_c},$$

где ϕ_A , ϕ_B и ϕ_C — волновые функции начального и конечных мезонов в импульсном пространстве, $\mathbf{p} = \mathbf{p}_B = -\mathbf{p}_C$, а m_c и m_q — массы очарованного и лёгкого кварков соответственно. Оператор рождения 3P_0 -пары берётся в виде

$$\hat{O}(\mathbf{k}) = -2\gamma \boldsymbol{\sigma} \mathbf{k}, \quad \gamma = \frac{g_q}{2m_q}, \quad (86)$$

а матрица $\boldsymbol{\sigma}$ действует на спинные переменные лёгкого кварка и антикварка (тяжёлые кварк и антикварк

являются спектаторами). Для определения вершин $f_i(\mathbf{p})$ для конкретного мезонного канала i , входящего в формулы раздела 3.1, надо вычислить матричный элемент $\hat{f}(\mathbf{p})$ между спинowymi волновыми функциями начального и конечного состояний.

Поведение амплитуд (85) определяется видом волновых функций, который в свою очередь зависит от используемой кварковой модели. В стандартной нерелятивистской потенциальной модели гамильтониан имеет вид

$$H_0 = \frac{p^2}{m_c} + V(r) + C, \quad V(r) = \sigma r - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r}, \quad (87)$$

где σ — натяжение струны, α_s — константа сильной связи, а постоянная величина C определяет общий сдвиг спектра. Гамильтониан (87) следует дополнить релятивистскими поправками Ферми–Брейта, включающими в себя спин-спиновое, спин-орбитальное и тензорное взаимодействие и приводящими к расщеплению в мультиплетных $^{2S+1}L_J$. В первом приближении такие расщепления вычисляются по теории возмущений с использованием собственных функций гамильтониана (87). То же самое взаимодействие $V(r)$ используется также при вычислении спектров и волновых функций тяжёло-лёгких мезонов, на которые распадается чармоний, т.е. различных D-мезонов.

В работе [72] использовалась схема связанных каналов, описанная в разделе 3.1, причём прямым взаимодействием в мезонных каналах пренебрегалось. В схеме связанных каналов участвовали следующие мезонные состояния: DD , DD^* , D^*D^* , $D_s D_s$, $D_s D_s^*$ и $D_s^* D_s^*$, при этом разность между массами заряженных и нейтральных очарованных мезонов не учитывалась. Параметры кварковой модели и константа γ были выбраны таким образом, чтобы с достаточно хорошей точностью воспроизвести массы состояний чармония 1S, 1P и 2S, а также массу и ширину 3D_1 -состояния $\psi(3770)$.

Массы состояний чармония ниже порога рождения открытого очарования даются полюсами t -матрицы (см. выражения (33)–(37)), т.е. являются решениями уравнения

$$M - M_0 + \mathcal{G}(M) = 0, \quad \mathcal{G}(M) = \sum_i \int f_i^2(\mathbf{q}) S_i(\mathbf{q}) d^3 q, \quad (88)$$

где M — физическая масса, M_0 — затравочная масса, вычисленная в потенциальной модели (87) с учётом поправок Ферми–Брейта. Что касается надпорогового состояния $\psi(3770)$, то его "видимая" масса определялась из уравнения

$$M_R - M_0 + \text{Re } \mathcal{G}(M_R) = 0, \quad (89)$$

а его "видимая" ширина вычислялась как

$$\Gamma = 2\Re \text{Im } \mathcal{G}(M_R), \quad \Re = \left(1 + \frac{\partial \text{Re } \mathcal{G}(M)}{\partial M} \Big|_{M=M_R} \right)^{-1}. \quad (90)$$

Адронные сдвиги (т.е. разности между затравочными массами M_0 и физическими массами M) для низших состояний чармония оказались равными приблизительно 200 МэВ, а Z -факторы изменялись в пределах примерно от 0,9 для состояний 1S до приблизительно

Таблица 2. Массы и ширины 2P-состояний чармония, вычисленные в работе [72] в рамках потенциальной кварковой модели

J^{PC}	Затравочная масса, МэВ	Физическая масса, МэВ	Ширина, МэВ
1^{+-}	4200	3980	50
2^{++}	4230	3990	68
1^{++}	4180	3990	27
0^{++}	4108	3918	7

0,75–0,80 для состояний 2S. Таким образом, хотя эффекты связанных каналов и оказались существенными, кардинального изменения спектров не произошло.

Ситуация с 2P-уровнями с самого начала выглядит более интригующей, поскольку соответствующие чармонии населяют область масс 3,9–4,0 ГэВ, в которой открывается больше каналов рождения очарованных мезонов, причём некоторые из этих каналов являются S-волновыми.

Видимые массы и ширины состояний 2P также вычислялись с помощью формул (89) и (90) — соответствующие результаты приведены в табл. 2. На первый взгляд кажется, что учёт S-волновых порогов не привёл к драматическим последствиям. В самом деле, подобно S-волновым чармониям, затравочные P-волновые состояния всего лишь претерпели не очень большой (около 200 МэВ) адронный сдвиг и приобрели конечные ширины вполне скромных масштабов. Поэтому для раскрытия роли S-волновых порогов изучим спектральные плотности затравочных состояний, изображённые на рис. 6. Помимо относительно узких брейт-вигнеровских резонансов, которые наблюдаются во всех рассмотренных каналах, в канале 1^{++} (и только в этом канале!) наблюдается околопороговый пик, заметно превышающий плоский фон².

Длина упругого рассеяния $D\bar{D}^*$ в канале 1^{++} оказывается отрицательной и весьма большой:

$$a_{D\bar{D}^*} = -8 \text{ Фм}, \quad (91)$$

сигнализируя о наличии виртуального уровня, расположенного очень близко к порогу $D\bar{D}^*$ (с энергией всего 0,32 МэВ относительно него). Немного уменьшив значение затравочной массы и/или увеличив значение константы рождения пар γ , нетрудно сдвинуть виртуальный уровень ближе к порогу или даже переместить полюс на физический лист, образовав связанное состояние. Очевидно, этот околопороговый пик следует отождествить с X(3872). В более продвинутой версии подхода связанных каналов [73, 74] учитывалась разность между массами нейтрального и заряженного порогов, и оказалось, что по-прежнему имеется пик, отвечающий X(3872), и расположен он на нейтральном пороге $D^0\bar{D}^{*0}$.

² Отметим также интересную возможность появления экзотической формы линии в канале 0^{++} , обсуждавшуюся в работе [72]. Действительно, если сдвинуть затравочную массу состояния 2^3P_0 на 30 МэВ вверх (что не исключается кварковой моделью ввиду большой неопределённости в спин-орбитальном расщеплении для скаляра), то физическое состояние 0^{++} попадает в область энергии около 3,94 ГэВ, т.е. прямо на порог $D_s\bar{D}_s$. Вследствие такой близости к порогу форма линии существенно искажается и принимает небрейт-вигнеровский вид, а также ожидается большая примесь молекулы $D_s\bar{D}_s$ в волновой функции данного состояния.

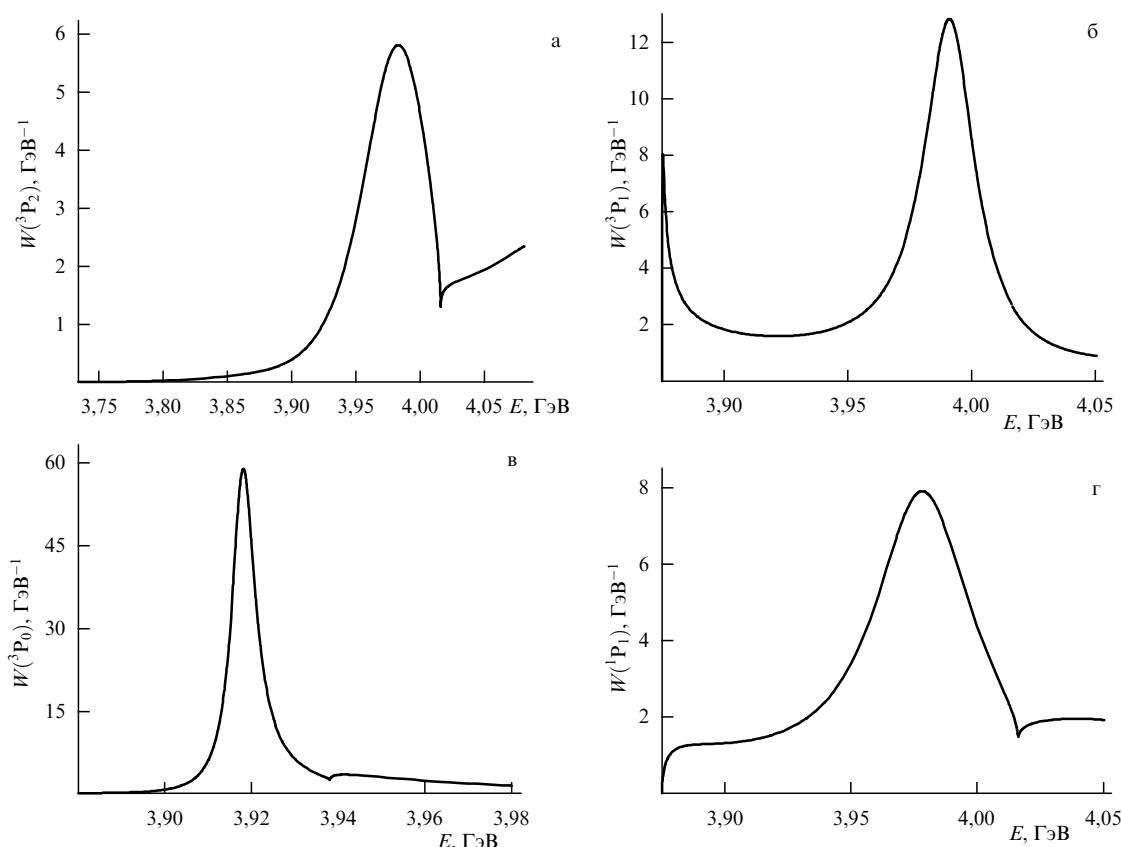


Рис. 6. Спектральная плотность затравочных состояний $2P$. (Из работы [72].)

Таким образом, связь с мезонными каналами генерирует не только резонанс, но и, кроме того, реальный/виртуальный уровень, расположенный очень близко к порогу. На самом деле, в данной динамической схеме полюс, соответствующий $X(3872)$, является примером так называемого СС-полюса (СС — от англ. "Coupled Channel" — связанный канал) (см., например, работу [75]): в пределе сильной связи дополнительный полюс в комплексной плоскости может приходиться из бесконечности и подходить близко к физической области.

В какой мере этот результат является надёжным? Он получен в рамках наивной нерелятивистской модели, применимость которой к динамике лёгких кварков вызывает, мягко говоря, вполне обоснованные сомнения. Использованный здесь нерелятивистский формализм связанных каналов, представленный в разделе 3.1, применим в той мере, в какой можно считать нерелятивистским движение D-мезонных пар в рассматриваемом интервале энергий. Существенно релятивистской задачей является вычисление вершин перехода $f_i(\mathbf{p})$, однако основные черты вершин (85) имеют место в общем релятивистском случае. Во-первых, вершина при малых p ведёт себя как p^{2l+1} , где l — орбитальный момент в D-мезонной системе. Во-вторых, вершинная функция убывает при больших p , и величина области убывания определяется радиусом перекрытия волновых функций начального и конечного состояний. Первая черта определяет аналитические свойства собственной энергии $\mathcal{G}(\mathcal{M})$, тогда как поведение $f_i(\mathbf{p})$ при больших p отвечает вместе со значением эффективной константы

связи за масштаб адронного сдвига затравочного состояния (что касается эффективной константы связи, то её величину можно определить из экспериментального значения ширины состояния $\psi(3770)$). Мы ожидаем, таким образом, что предложенная здесь схема связанных каналов для уровней чармония качественно не изменится при применении более строгих подходов, и используем модель 3P_0 как простую иллюстрацию одного из возможных сценариев связывания $X(3872)$.

Здесь естественно задаться вопросом о том, почему образование СС-состояний оказалось невозможным в других S-волновых каналах $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$. Было бы естественным предположить, что этого требует предел тяжёлого кварка. Действительно, данный предел предполагает, что начальные состояния в данном NL -мультиплете являются вырожденными (здесь N — радиальное квантовое число, L — момент количества движения кварк-антикварковой пары) и имеют одинаковые волновые функции, а также что такое же вырождение имеет место для конечных двухмезонных состояний. Так называемые петлевые теоремы [76] демонстрируют, что в пределе тяжёлых кварков полные ширины распадов тяжёлых кваркониев в конечные состояния с открытым ароматом одинаковы для данного NL -мультиплета. Соответственно, адронный сдвиг затравочного кваркония $Q\bar{Q}$ одинаков для всех членов данного мультиплета.

Таким образом, в соответствии с петлевыми теоремами [76] существование $D\bar{D}^*$ -молекулы с квантовыми числами 1^{++} предполагает существование других моле-

кул с мезонным содержанием, определяемым S -волновыми коэффициентами спиновой связи P -волновых уровней чармония³:

$$\begin{aligned} 0^{++} &\rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} D\bar{D} + \frac{1}{2} D^*\bar{D}^*, \\ 1^{++} &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (D\bar{D}^* + \bar{D}D^*), \\ 1^{+-} &\rightarrow -\frac{1}{2} (D\bar{D}^* - \bar{D}D^*) + \frac{1}{\sqrt{2}} D^*\bar{D}^*, \\ 2^{++} &\rightarrow D^*\bar{D}^*. \end{aligned} \quad (92)$$

Между тем в реальном мире петлевые теоремы нарушаются спин-зависящими взаимодействиями как для начальных ($\bar{c}c$), так и для конечных ($D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$) состояний. Так как генерирование CC -состояния представляет собой существенно пороговое явление, это обстоятельство препятствует появлению партнёров $X(3872)$ в динамической схеме связанных каналов.

Действительно, эффективные константы связи данного затравочного уровня чармония с данным мезонным каналом пропорциональны коэффициентам спиновой связи и в пределе тяжёлых кварков различаются только этими коэффициентами. Как следует из соотношений (92), S -волновой коэффициент спиновой связи уровня 3P_1 сосредоточен в единственном канале $D\bar{D}^*$, тогда как для уровней 1P_1 и 3P_0 связь распределена между двумя каналами с разными порогами. В результате константа связи в этих случаях слишком мала для поддержания CC -состояния: например, длина рассеяния $D\bar{D}^*$ в канале 1P_1 , $|a| \simeq 1$ Фм, что значительно меньше значения (91) для случая 3P_1 . Проблема с каналом 3P_2 имеет другую природу: порог $D^*\bar{D}^*$ с массой около 4,016 ГэВ лежит слишком высоко, что исключает CC -состояние 2^{++} . Таким образом, мы приходим к выводу о том, что в рамках модели связанных каналов молекулярное состояние 1^{++} является уникальным⁴.

5. Природа состояния $X(3872)$ из данных

В этом разделе обсуждается природа чармониеподобного состояния $X(3872)$. Ввиду близости данного резонанса к порогу значительная примесь $D\bar{D}^*$ -компоненты в его волновой функции неизбежна. Таким образом, реалистическая модель для описания $X(3872)$, развитая в разделе 4, предполагает, что волновая функция этого состояния содержит как короткодействующую часть

(которая может отождествляться с обыкновенным $\bar{c}c$ -чармонием), так и дальнodayствующую часть (определяемую молекулярной компонентой $D\bar{D}^*$), причём благодаря близости к порогу относительный вес последней компоненты не мал.

Начнём с качественных феноменологических соображений, поддерживающих такую картину. Прежде всего, нарушение изоспиновой симметрии, следующее из примерного равенства вероятностей распада $X(3872)$ на конечные состояния $\rho J/\psi$ и $\omega J/\psi$, немедленно находит естественное объяснение в рамках молекулярной модели как возникающее благодаря разности между массами $\Delta \approx 8$ МэВ заряженного и нейтрального порогов $D\bar{D}^*$ (см. работы [30, 31]). Действительно, в молекулярной картине переход из X в какое-либо конечное состояние происходит преимущественно через промежуточные петли $D\bar{D}^*$, причём для разных изоспиновых состояний вклады петель с заряженными (L_c) и нейтральными (L_0) D -мезонами либо прибавляются, либо вычитаются. В частности, для отношения эффективных констант связи $X(3872)$ с конечными состояниями $\rho J/\psi$ и $\omega J/\psi$ можно найти

$$\frac{g_{X \rightarrow \rho J/\psi}}{g_{X \rightarrow \omega J/\psi}} \sim \left| \frac{L_0 - L_c}{L_0 + L_c} \right| \sim \frac{\sqrt{m_D \Delta}}{\beta} \sim 0,1, \quad (93)$$

где m_D — масса $D^{(*)}$ -мезона, $\beta \simeq 1$ ГэВ задаёт характерный масштаб вещественной части петли, определяемый радиусом действия сил. С учётом сильно различающихся фазовых объёмов для рассматриваемых распадов отношение констант (93) оказывается достаточным для объяснения экспериментального отношения (5). Для чистого $\bar{c}c$ -состояния объяснить такое нарушение изоспиновой симметрии было бы весьма проблематично, если вообще возможно, поскольку отношение (93) для истинного чармония оказывается примерно на порядок меньше, чем для молекулы (см., например, обсуждение в работе [16]).

С другой стороны, как упоминалось во введении, $X(3872)$ рождается в распадах B -мезонов с вероятностью того же порядка величины, что и вероятности рождения истинного чармония (см., например, соотношение (11)), тогда как оценки вероятности рождения молекулы дают очень малые значения [89]. Аналогичным образом в работе [90] были высказаны сомнения по поводу молекулярной структуры $X(3872)$, основанные на факте его обильного рождения при высоких энергиях на адронных коллайдерах. Недавно этот вопрос стал предметом оживлённых дискуссий в литературе (см., например, работы [91, 92]).

Резюмируя, можно заключить, что, хотя детали прямого рождения $X(3872)$ в молекулярной картине нуждаются в прояснении, включение в рассмотрение молекулярной составляющей его волновой функции позволяет разрешить данное противоречие.

Переходим теперь к количественному описанию $X(3872)$, основанному на экспериментальных данных. В частности, представим достаточно простую, но реалистическую параметризацию для формы линии $X(3872)$ [93, 94] и покажем, что в рамках такой параметризации оказывается возможным сделать некоторые выводы о природе состояния $X(3872)$.

Поскольку нерегулярности в формах линии $X(3872)$ в данных по его рождению в распадах B -мезонов в око-

³ Данные соотношения не зависят от модели рождения пар и предполагают только сохранение спина тяжёлого кварка при распаде тяжёлого кваркония.

⁴ Это утверждение относится лишь к сформулированной в данном разделе модели без прямого взаимодействия мезонов. В большинстве работ, посвящённых молекулярным состояниям в спектре чармония и боттомония (см., например, [77–85]), для разрешения проблемы связывания предполагается существование короткодействующего прямого взаимодействия между тяжёлыми $D^{(*)}$ - или $B^{(*)}$ -мезонами, ответственного за образование околупорогового полюса, чаще всего лежащего на первом (физическом) листе поверхности Римана, т.е. связанного состояния. Описанию свойств состояния $X(3872)$ в рамках такого подхода посвящён раздел 6.3, а обсуждение вопросов, связанных с существованием спиновых партнёров $X(3872)$, можно найти в работах [83, 84, 86–88].

лопороговой области отсутствуют, такие формы линии могут описываться простыми формулами Флатте [59], которые можно естественным образом вывести в модели связанных каналов, явно включающей в себя как молекулярную компоненту, так и затравочное состояние чармония. Говоря более конкретно, физическая система содержит затравочный полюс, отождествляемый в дальнейшем с истинным $\bar{c}s$ -чармонием χ'_{c1} (радиально возбуждённым аксиально-векторным $\bar{c}s$ -состоянием), два упругих канала (заряженный и нейтральный каналы $D\bar{D}^*$, расщеплённые по массе на величину $\Delta = M(D^+D^{*-}) - M(D^0\bar{D}^{*0}) \approx 8$ МэВ), а также набор неупругих каналов. Заметим, что для описания имеющихся в настоящий момент экспериментальных данных достаточно учесть неупругие каналы с помощью ширины $\Gamma(E)$ [93]:

$$\Gamma(E) = \Gamma_{\pi^+\pi^-J/\psi}(E) + \Gamma_{\pi^+\pi^-\pi^0J/\psi}(E) + \Gamma_0, \quad (94)$$

$$\Gamma_{\pi^+\pi^-J/\psi}(E) = f_\rho \int_{2m_\pi}^{M-m_{J/\psi}} \frac{dm}{2\pi} \frac{q(m)\Gamma_\rho}{(m-m_\rho)^2 + \Gamma_\rho^2/4}, \quad (95)$$

$$\Gamma_{\pi^+\pi^-\pi^0J/\psi}(E) = f_\omega \int_{3m_\pi}^{M-m_{J/\psi}} \frac{dm}{2\pi} \frac{q(m)\Gamma_\omega}{(m-m_\omega)^2 + \Gamma_\omega^2/4}, \quad (96)$$

где

$$q(m) = \sqrt{\frac{(M^2 - (m + m_{J/\psi})^2)(M^2 - (m - m_{J/\psi})^2)}{4M^2}}, \quad (97)$$

$$M = M(D^0\bar{D}^{*0}) + E,$$

f_ρ и f_ω — константы связи, m_ρ , m_ω и Γ_ρ , Γ_ω — массы и ширины ρ - и ω -мезонов соответственно [4].

Величина Γ_0 описывает дополнительную неупругость, которая учитывается эффективно. Ответственной за этот вклад в моды распада $X(3872)$ является короткодействующая чармониевая χ'_{c1} -компонента $X(3872)$. К числу таких мод будем относить различные аннигиляционные моды распада в лёгкие адроны, радиационные распады⁵, двухпионные моды типа $X \rightarrow \chi_{lc}(3515)\pi\pi$ и др. Иными словами, речь идёт о всех неупругих модах распада, кроме мод $\rho J/\psi$, $\omega J/\psi$, которые включены в модель явно по причине их существенной зависимости от энергии (см. выражения (95) и (96)). Тогда, если взять значение полной ширины основного состояния аксиально-векторного чармония $\chi_{c1}(3515)$, равное $0,84 \pm 0,04$ МэВ [4], а также сделанные в рамках кварковой модели оценки для полной ширины чармония χ'_{c1} , дающие величину 1,72 МэВ [20], довольно естественно предположить, что параметр Γ_0 должен принимать значения порядка 1–2 МэВ. Соотнеся эту оценку с верхним ограничением на ширину состояния $X(3872)$ (3), зафиксируем данный параметр:

$$\Gamma_0 = 1 \text{ МэВ}. \quad (98)$$

Таким образом, для знаменателя, входящего в расщепления для $X(3872)$, приходим к следующей фор-

муле:

$$D(E) = \begin{cases} E - E_f - \frac{1}{2}(g_1\kappa_1 + g_2\kappa_2) + \frac{i}{2}\Gamma(E), & E < 0, \\ E - E_f - \frac{1}{2}g_2\kappa_2 + \frac{i}{2}(g_1\kappa_1 + \Gamma(E)), & 0 < E < \Delta, \\ E - E_f + \frac{i}{2}(g_1\kappa_1 + g_2\kappa_2 + \Gamma(E)), & E > \Delta, \end{cases} \quad (99)$$

где

$$k_1 = \sqrt{2\mu_1 E}, \quad \kappa_1 = \sqrt{-2\mu_1 E}, \\ k_2 = \sqrt{2\mu_2(E - \Delta)}, \quad \kappa_2 = \sqrt{2\mu_2(\Delta - E)},$$

μ_1 и μ_2 — приведённые массы в упругих каналах. Энергия отсчитывается от порога $D^0\bar{D}^{*0}$. В дальнейших расчётах полагается $g_1 = g_2 = g$, что является хорошим приближением в пределе изоспиновой симметрии.

В соответствии с обсуждением, проведённым в начале этого раздела, предполагается, что $X(3872)$ рождается в распадах B -мезонов через компактную компоненту $\bar{c}s$. При этом вся динамика слабого перехода $B \rightarrow K$, сосредоточенная на малых расстояниях, поглощается коэффициентом $\mathcal{B}$, значение которого можно оценить как

$$\mathcal{B} \equiv \text{Br}(B \rightarrow K\chi'_{c1}) = (3-6) \times 10^{-4}, \quad (100)$$

поскольку представляется разумным предположить, что чармоний χ'_{c1} рождается в распадах $B \rightarrow K$ с вероятностью, сравнимой с вероятностью рождения других аналогичных чармониев. В литературе можно найти предсказание $\text{Br}(B \rightarrow K\chi'_{c1}) = 2 \times 10^{-4}$, полученное в рамках кварковой модели [95], однако следует заметить, что используемый подход недооценивает вероятность рождения χ_{c1} более чем вдвое.

С учётом вышесказанного нетрудно найти дифференциальные вероятности рождения для неупругих каналов:

$$\frac{d \text{Br}(B \rightarrow K\pi^+\pi^-J/\psi)}{dE} = \mathcal{B} \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_{\pi^+\pi^-J/\psi}(E)}{|D(E)|^2}, \quad (101)$$

$$\frac{d \text{Br}(B \rightarrow K\pi^+\pi^-\pi^0J/\psi)}{dE} = \mathcal{B} \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_{\pi^+\pi^-\pi^0J/\psi}(E)}{|D(E)|^2}. \quad (102)$$

Что касается упругого канала $D\bar{D}^*$, то тут необходимо учитывать нестабильность D^{*0} -мезона, распадающегося в конечные состояния $D^0\pi^0$ и $D^0\gamma$ со следующими относительными вероятностями [4]:

$$\text{Br}(D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0) = (61,9 \pm 2,9) \%, \quad (103)$$

$$\text{Br}(D^{*0} \rightarrow D^0\gamma) = (38,1 \pm 2,9) \%, \quad (104)$$

так что для конечного состояния $D^0\bar{D}^0\gamma$ находим

$$\frac{d \text{Br}(B \rightarrow KD^0\bar{D}^0\gamma)}{dE} = 0,38 \mathcal{B} \frac{1}{2\pi} \frac{gk_1}{|D(E)|^2}. \quad (105)$$

В случае конечного состояния $D^0\bar{D}^0\pi^0$ необходимо также учитывать интерференцию сигнала с фоном, который определяется величиной c и фазой ϕ , так что для

⁵ Предположение о том, что радиационные распады слабо чувствительны к дальнедействующей компоненте волновой функции $X(3872)$, подтверждено расчётами, приведёнными в разделе 8.

дифференциальной вероятности рождения в данном канале имеем

$$\frac{d \text{Br}(B \rightarrow K D^0 \bar{D}^0 \pi^0)}{dE} = 0,62 \frac{k_1}{2\pi} \left[\left(\text{Re} \frac{\sqrt{gB}}{D(E)} + c \cos \phi \right)^2 + \left(\text{Im} \frac{\sqrt{gB}}{D(E)} + c \sin \phi \right)^2 \right]. \quad (106)$$

Для последнего ингредиента, необходимого для анализа данных, т.е. для спектральной плотности, нетрудно найти следующее явное выражение:

$$w(E) = \frac{1}{2\pi |D(E)|^2} (gk_1 \Theta(E) + gk_2 \Theta(E - \Delta) + \Gamma(E)). \quad (107)$$

В соответствии с подходом, изложенным в разделе 3.2, интеграл от $w(E)$

$$W = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} w(E) dE, \quad (108)$$

вычисленный по окологороговой области, определяет примесь истинного чармония χ'_{c1} в волновой функции X(3872). В рассматриваемой задаче естественным определением такой окологороговой области является интервал энергий $-10 \lesssim E \lesssim 10$ МэВ, покрывающий как нейтральный трёхчастичный порог при $E_{D^0 \bar{D}^0 \pi^0} \approx -7$ МэВ, так и заряженный двухчастичный порог при $E_{D^+ \bar{D}^-} \equiv \Delta \approx 8$ МэВ.

Теперь нетрудно оценить полную вероятность рождения X(3872):

$$\text{Br}(B \rightarrow KX) = BW < 2,6 \times 10^{-4}, \quad (109)$$

где использовано экспериментальное ограничение ⁶ (4).

Наконец, в табл. 3 приведены полученные в различных кварковых моделях оценки для радиационных распадов χ'_{c1} , которые потребуются нам в дальнейшем.

Таким образом, используемая модель X(3872) задаётся набором восьми параметров:

$$\Gamma_0, \quad g, \quad E_f, \quad f_\rho, \quad f_\omega, \quad B, \quad \phi, \quad c, \quad (110)$$

и она призвана описать форму линии X(3872) в области энергий вблизи нейтрального порога $D\bar{D}^*$.

Анализируемые в этом разделе данные принадлежат коллаборациям Belle (см. работу [10] для канала $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$

и работу [99] для канала $\pi^+ \pi^- J/\psi$) и BaBar (см. работу [11] для канала $D^0 \bar{D}^{*0}$, являющегося суммой каналов $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$ и $D^0 \bar{D}^0 \gamma$, и работу [100] для канала $\pi^+ \pi^- J/\psi$). Параметры экспериментальных распределений приведены в табл. 4.

Для непосредственного сравнения с экспериментальными данными теоретические распределения необходимо свернуть с функцией разрешения детектора, которая является гауссовой функцией с параметром σ , приведённым в табл. 4 для всех наборов данных ⁷. Далее, полученные дифференциальные вероятности рождения необходимо перевести в распределения числа событий по энергии с помощью соотношения

$$N(E) = E_{\text{bin}} \left(\frac{N_{\text{tot}}}{\text{Br}_{\text{tot}}} \right) \frac{d \text{Br}}{dE}, \quad (111)$$

где N_{tot} — полное число событий, Br_{tot} — полная относительная вероятность, E_{bin} — размер бина. Все указанные параметры также приведены в табл. 4.

Процедура состоит в одновременной подгонке данных одной и той же коллаборации в каналах $\pi^+ \pi^- J/\psi$ и $D^0 \bar{D}^{*0}$. Для каждого набора данных рассматриваются две возможности: связанное состояние и виртуальный уровень. Различить данные ситуации можно по знаку действительной части длины рассеяния в канале $D^0 \bar{D}^{*0}$, для которой нетрудно получить следующее выражение:

$$a = - \frac{1}{\sqrt{2\mu_2 \Delta} + (2E_f - i\Gamma(0))/g}. \quad (112)$$

В таблице 5 приведено несколько наборов параметров, обеспечивающих наилучшее описание данных. Название каждого набора содержит указание на коллаборацию, данные которой обрабатываются, а также на вид описания: связанное (b) состояние или виртуальный (v) уровень ⁸. Длина рассеяния вычисляется по формуле (112), а для оценки ширины $\Gamma(\gamma\psi')$ используется экспериментальное соотношение $\text{Br}(\gamma\psi') \simeq \text{Br}(\pi^+ \pi^- J/\psi)$ (см. формулу (14)).

Теоретические кривые формы линии резонанса, полученные в работах [93, 94] для всех четырёх приведённых в табл. 5 случаев, представлены на рис. 7, где интегралы от теоретических распределений по бинам, показанные чёрными кружками, сравниваются с экспериментальными данными, показанными светлыми кружками с отрезками ошибок.

Полученные описания данных позволяют сделать некоторые выводы о природе состояния X(3872). Во-первых, данные коллаборации Belle однозначно указывают на то, что X(3872) является связанным состоянием. Действительно, описание данных виртуальным уровнем заметно уступает по качеству описанию связанным состоянием: виртуальный уровень отвечает пороговому

Таблица 3. Некоторые характерные примеры оценок ширины радиационных распадов чармония χ'_{c1} в рамках кварковой модели

$\Gamma(\chi'_{c1} \rightarrow \gamma J/\psi)$, кэВ	$\Gamma(\chi'_{c1} \rightarrow \gamma \psi')$, кэВ	R (см. определение (16))	Литература
11	64	5,8	[20]
70	180	2,6	[21]
50–70	50–60	$0,8 \pm 0,2$	[97]
30,8–42,7	70,5–73,2	1,65–2,38	[98]

⁶ В работах [93, 94] использовалось актуальное на момент выполнения анализа ограничение $\text{Br}(B \rightarrow KX) < 3,2 \times 10^{-4}$, полученное коллаборацией BaBar [96] в 2006 г. Однако результаты анализа нечувствительны к величине этого ограничения.

⁷ Поскольку функция разрешения BaBar в канале $D^0 \bar{D}^{*0}$ имеет довольно сложную форму и при этом является закрытой информацией коллаборации, в расчётах использовалась гауссова функция с параметром $\sigma = 1$ МэВ.

⁸ Вследствие наличия в системе неупругости полюс в комплексной плоскости энергии, отвечающий состоянию X(3872), лежит уже не на вещественной оси, а является несколько смещённым в комплексную плоскость, так что, строго говоря, он отвечает не связанному состоянию или виртуальному уровню, а резонансу. Тем не менее удобно по-прежнему использовать терминологию связанных и виртуальных уровней, имея в виду соответствующий лист поверхности Римана, отвечающей только упругим каналам.

Таблица 4. Параметры экспериментальных распределений, полученных коллаборациями Belle [10, 99] и BaBar [11, 100]

Коллаборация	Канал	N_{tot}	B_{tot}	E_{bin} , МэВ	σ , МэВ
Belle	$\pi^+\pi^-J/\psi$	131	$8,3 \times 10^{-6}$	2,5	3
Belle	$D^0\bar{D}^0\pi^0$	48,3	$0,73 \times 10^{-4}$	2,0	$0,172\sqrt{m - M(D\bar{D}^*)}$
BaBar	$\pi^+\pi^-J/\psi$	93,4	$8,4 \times 10^{-6}$	5	4,38
BaBar	$D\bar{D}^*$	33,1	$1,67 \times 10^{-4}$	2,0	1

Таблица 5. Наборы параметров для описания данных коллабораций Belle [10, 99] и BaBar [11, 100]

Набор*	g	E_f , МэВ	$f_p \times 10^3$	$f_w \times 10^3$	$B \times 10^4$	ϕ , град	W	$BW \times 10^4$	$\text{Re } a$, Фм	$\Gamma(\gamma\psi')$, МэВ
Belle _v	0,3	−12,8	7,7	40,7	2,7	180	0,19	0,5	−5,0	$\sim 10^3$
Belle _b	0,137	−12,3	0,47	2,71	4,3	153	0,43	1,9	3,5	60
BaBar _v	0,225	−9,7	6,5	36,0	3,9	113	0,24	1,8	−4,9	800
BaBar _b	0,080	−8,4	0,2	1,0	5,7	0	0,58	3,3	2,2	25

* Нижний индекс в названии набора обозначает связанное (b) состояние или виртуальный (v) уровень.

каспу в неупругом канале, что плохо согласуется с данными в канале $\pi^+\pi^-J/\psi$. Для данных коллаборации BaBar описание с помощью виртуального уровня сравнимо по качеству с описанием связанным состоянием. Однако оценка ширины распада $\Gamma(\gamma\psi')$ для виртуального уровня выглядит неестественно большой по сравнению со значениями, приведёнными в табл. 3, тогда как в случае связанного состояния оценка ширины $\Gamma(\gamma\psi')$ находится в хорошем качественном согласии со значениями в табл. 3.

Значения интеграла от спектральной плотности W по околопороговой области, приведённые в табл. 5 для наборов параметров Belle_v и BaBar_v, указывают на весьма малую примесь чармония χ'_{c1} в волновой функции X, тогда как для наборов Belle_b и BaBar_b, соответствующих связанному состоянию, эта примесь состав-

ляет около 50 %. В случае связанного состояния полезно изучить величину

$$\mathcal{Z} = \int_{E_{\text{min}}}^{E_{\text{max}}} w_{\text{inel}}(E) dE, \tag{113}$$

где

$$w_{\text{inel}}(E) = \frac{1}{2\pi|D(E)|^2} \Gamma(E). \tag{114}$$

В пределе бесконечно малой неупругости спектральная плотность ниже порога $D^0\bar{D}^{*0}$ была бы пропорциональной δ -функции:

$$w(E < 0) \rightarrow Z\delta(E - E_{\text{bound}}), \tag{115}$$

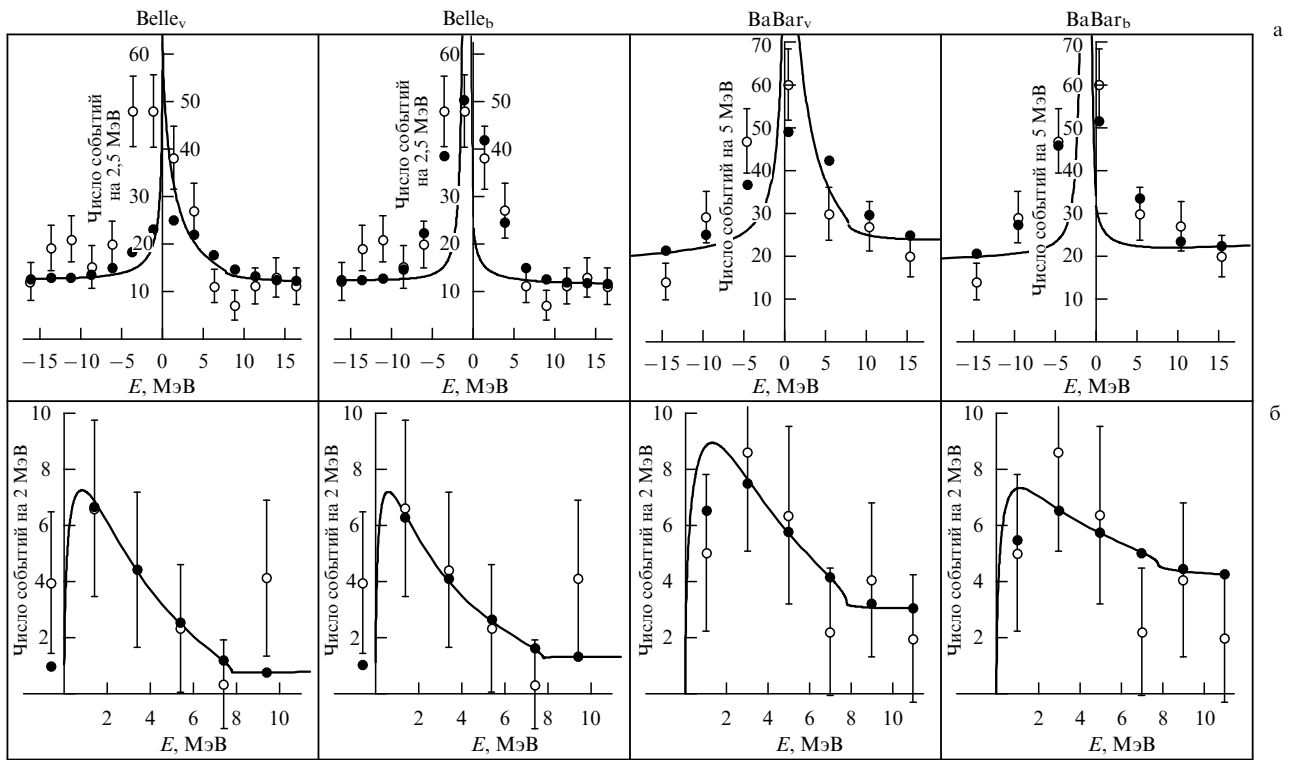


Рис. 7. Описание экспериментальных данных в каналах $\pi^+\pi^-J/\psi$ (а) и $D^0\bar{D}^{*0}$ (б) с помощью параметров, приведённых в табл. 5. (Из работы [93].)

где коэффициент Z — Z -фактор связанного состояния (см. определение (40)). Следовательно, величину Z можно в некотором смысле рассматривать в качестве Z -фактора X(3872) как связанного состояния, "размазанного" ввиду наличия неупругости. Например, для связанного состояния в подгонке к экспериментальным данным коллаборации Belle Z принимает значение

$$Z = 0,37. \quad (116)$$

Таким образом, мы заключаем, что X не является истинным чармонием, случайно попавшим на порог $D^0\bar{D}^{*0}$, поскольку тогда интеграл от спектральной плотности по области резонанса был бы близок к единице, в то время как согласно проведённым подгонкам он не превышает 50 %, причём для виртуальных уровней он и вовсе крайне мал. Следовательно, X является состоянием, возникающим динамически вследствие сильной связи затравочного состояния χ'_{c1} с адронным каналом $D\bar{D}^*$, и содержит большую примесь молекулярной компоненты $D\bar{D}^*$.

Прокомментируем влияние параметра Γ_0 на природу состояния X(3872). Как обсуждалось выше, данный параметр учитывает вклад многочисленных мод распада чармония χ'_{c1} и по этой причине он фиксировался исходя из оценок ширины этого истинного чармония. Рассмотрим отношение относительной вероятности распада по упругому каналу к суммарной относительной вероятности распадов по неупругим каналам [63, 101]:

$$\frac{\text{Br}(X \rightarrow D^0\bar{D}^0\pi^0)}{\text{Br}_{\text{inel}}}. \quad (117)$$

В академическом пределе $\Gamma_0 = 0$ неупругие каналы исчерпываются модами $\pi^+\pi^-J/\psi$ и $\pi^+\pi^-\pi^0J/\psi$. Поскольку относительные вероятности в этих модах примерно одинаковы (см. формулу (5)), достаточно рассмотреть отношение

$$\frac{\text{Br}(X \rightarrow D^0\bar{D}^0\pi^0)}{\text{Br}(X \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi)}, \quad (118)$$

которое можно оценить с помощью измеренного произведения относительных вероятностей [99]

$$\text{Br}(B^+ \rightarrow K^+X) \text{Br}(X \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi) = (7-10) \times 10^{-6}, \quad (119)$$

а также значения упругой относительной вероятности, приведённого в формуле (8). В итоге находим, что экспериментальное отношение (118) достаточно велико — приблизительно равно 10–15. Попробуем воспроизвести такое отношение для связанного состояния. Дифференциальная вероятность в неупругих каналах выражается как

$$B \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma(E)}{|D(E)|^2}, \quad (120)$$

причём при $\Gamma_0 = 0$ полная ширина $\Gamma(E)$ определяется лишь модами $\rho J/\psi$ и $\omega J/\psi$ и поэтому она весьма мала, в связи с чем уместно рассмотреть предел $\Gamma(E) \rightarrow 0$. В этом пределе при наличии связанного состояния распределение (120) обращается в δ -функцию, так что

знаменатель в отношении (118) стремится к некоторой константе. Нетрудно проверить, что отношение (118) в данном случае численно мало (см., например, работу [26]).

В случае отказа от условия $\Gamma_0 = 0$ неупругие моды уже не исчерпываются каналами $\pi^+\pi^-J/\psi$ и $\pi^+\pi^-\pi^0J/\psi$, поэтому отношение (117) трансформируется в отношение

$$\frac{\text{Br}(X \rightarrow D^0\bar{D}^0\pi^0)}{\text{Br}(X \rightarrow \text{не } D^0\bar{D}^0\pi^0)} \sim 1, \quad (121)$$

которое уже вполне достижимо. Таким образом, экспериментальные данные для X совместимы со связанным состоянием только при наличии ненулевого вклада в ширину, обусловленного модами распада чармониевой компоненты χ'_{c1} . Последний вывод хорошо согласуется с результатами анализа данных, проведённого выше в этом разделе.

Напротив, в случае виртуального уровня отношение (118) не накладывает на свойства X(3872) никаких ограничений даже в пределе $\Gamma_0 = 0$. Действительно, для виртуального уровня знаменатель распределения (120) не обращается в нуль, так что в пределе $\Gamma(E) \rightarrow 0$ знаменатель отношения (118) может быть сколь угодно малым, а само отношение (118), соответственно, сколь угодно большим (например, в работе [101] в случае виртуального уровня это отношение равнялось 9,9). Впервые идея о том, что включение в рассмотрение дополнительной неупругой ширины может позволить описать экспериментальные данные не только виртуальным уровнем, но и связанным состоянием, была высказана в работе [102].

Прокомментируем теперь роль конечной ширины D^* -мезона. В использованных выше формулах для теоретических распределений предполагалось, что мезон D^* стабилен, тогда как вследствие его конечной ширины распад $D^0\bar{D}^{*0} \rightarrow D^0\bar{D}^0\pi^0$ вносит вклад в область масс ниже номинального порога $D^0\bar{D}^{*0}$, искажая таким образом форму линии $D^0\bar{D}^{*0}$. Достаточно строгое рассмотрение эффектов конечной ширины проведено в работе [103], однако здесь воспользуемся простым рецептом, предложенным в работе [104] и переосмысленным заново в работах [63, 105]. Рецепт состоит в замене

$$\Theta(E)k_1(E) \rightarrow \sqrt{\mu_1} \sqrt{\sqrt{E^2 + \Gamma_*^2/4} + E}, \quad (122)$$

$$\Theta(-E)k_1(E) \rightarrow \sqrt{\mu_1} \sqrt{\sqrt{E^2 + \Gamma_*^2/4} - E},$$

которую предлагается сделать во всех формулах для относительных вероятностей рождения резонанса. Здесь Γ_* — ширина D^* -мезона. В соответствии с результатами работы [103] такие формулы верны, если резонанс находится достаточно далеко от трёхчастичного порога (в данном случае — от порога $D^0\bar{D}^{*0}\pi^0$).

Для численной оценки роли конечной ширины D^* -мезона достаточно вычислить дифференциальную вероятность в канале $D^0\bar{D}^{*0}$ с помощью замены (122) и значения ширины $\Gamma_* = 63$ кэВ для набора параметров Belle_s (сценарий связанного состояния для данных коллаборации Belle) и для набора параметров BaBar_s (сцена-

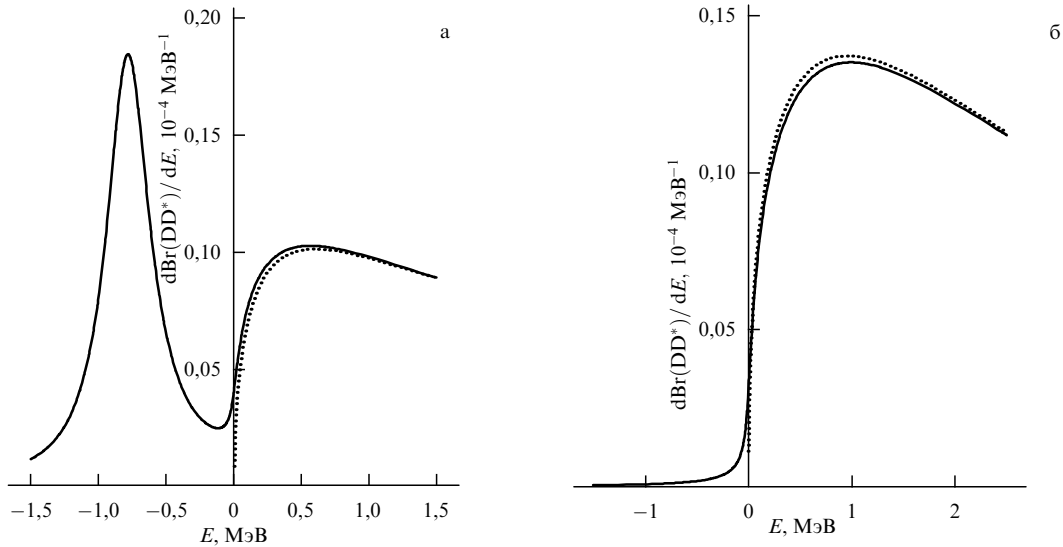


Рис. 8. Дифференциальные вероятности для канала $D^0 \bar{D}^{*0}$, описываемые формулой Флатте с учётом конечной ширины Γ_* (сплошные кривые) и без учёта ширины (пунктирные кривые) для набора параметров Belle_v (а) и BaBar_v (б).

рий виртуального состояния для данных коллаборации BaBar). Сравнение новых распределений с полученными ранее без учёта ширины проведено на рис. 8. Как видно из рисунка, учёт малой конечной ширины D^{*0} -мезона не меняет формы линии в случае виртуального уровня, тогда как в случае связанного состояния возникает подпороговый пик в области массы, соответствующей этому состоянию.

Можно предположить, что, для того чтобы различить случаи связанного и виртуального состояний, следует искать подпороговый пик в распределении $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$. Действительно, из рис. 8 ясно, что единственный ожидаемый эффект от такого подпорогового пика — это увеличение числа событий в первом околопороговом бине. Для параметров набора Belle_v, отвечающих связанному состоянию, вычислено отношение $\tilde{N}_i/N_i$ числа событий в первом ($i=1$) и втором ($i=2$) бинах, где $\tilde{N}_i$ соответствует учёту конечной ширины D^{*0} -мезона, а N_i — отсутствию её учёта:

$$\frac{\tilde{N}_1}{N_1} = 4,31, \quad \frac{\tilde{N}_2}{N_2} = 1,01. \quad (123)$$

Результат вычисления проиллюстрирован рис. 9. На первый взгляд, согласие с экспериментальными данными улучшилось, так как подгонки связанным состоянием для данных коллаборации Belle недооценивают число событий в нижнем бине, тогда как для более высоких бинов эффект совершенно не заметен.

К сожалению, в настоящее время экспериментальная ситуация не позволяет идентифицировать пик связанного состояния. Во-первых, пик весьма узок (порядка нескольких десятков кэВ), и существующее разрешение детектора является слишком грубым (порядка нескольких МэВ) для того, чтобы наблюдать этот пик непосредственно. Кроме того, как замечено в работе [63], и коллаборация BaBar, и коллаборация Belle полагают, что все события $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$ происходят от моды $D^0 \bar{D}^{*0}$, искажая, таким образом, кинематику событий ниже порога и искусственно перенасыщая надпороговую область за счёт подпороговой.

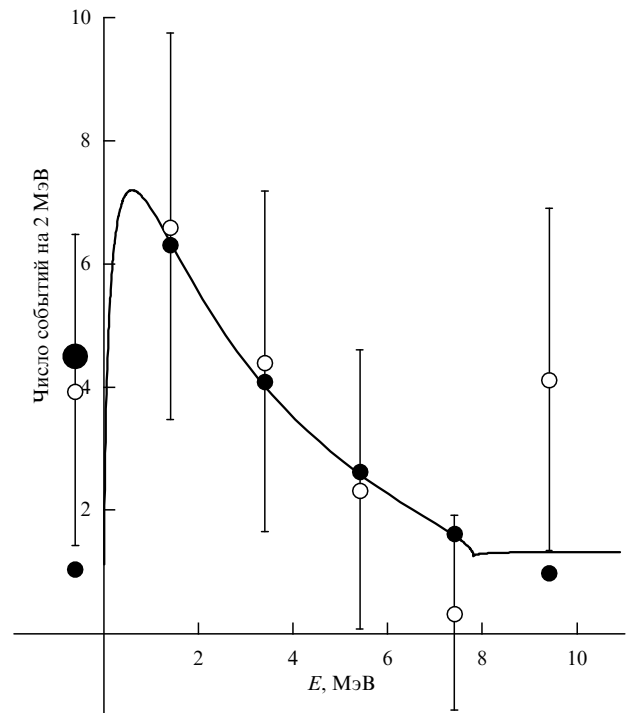


Рис. 9. Теоретическое описание данных коллаборации Belle в канале $D\bar{D}^*$ (набор параметров Belle_v). Светлые кружки с отрезками ошибок соответствуют экспериментальным данным, тёмные кружки — результатам теоретического расчёта; большим тёмным кружком выделен результат, полученный с учётом в теоретических формулах конечной ширины D^{*0} -мезона. (Из работы [93].)

Связанной с вопросом конечной ширины D^{*0} -мезона является проблема интерференции в цепочках

$$X(3872) \begin{cases} \bar{D}^0 D^{*0} \rightarrow \bar{D}^0 [D^0 \pi^0] \\ D^0 \bar{D}^{*0} \rightarrow D^0 [\bar{D}^0 \pi^0] \end{cases} \rightarrow D^0 \bar{D}^0 \pi^0. \quad (124)$$

В соответствии с оценками, сделанными в работе [106], в подпороговой области эффекты интерференции могут увеличить вероятность перехода в состояние

$D^0\bar{D}^0\pi^0$ примерно вдвое, тогда как выше порога соответствующий эффект значительно меньше [103]. Точный учёт интерференции в упрощённой картине, описанной в этом разделе, не представляется возможным, однако, как было продемонстрировано выше, данный эффект лежит существенно за границами точности имеющихся экспериментальных данных.

6. X(3872) и пионные степени свободы

Из обсуждения, приведённого в конце раздела 5, нетрудно заключить, что трёхчастичный порог $D\bar{D}\pi$ является ещё одним порогом, имеющим непосредственное отношение к физике X(3872). Действительно, разность масс мезонов D^* и D очень близка к массе пиона, так что двухчастичный разрез $D\bar{D}^*$ близок к трёхчастичному разрезу $D\bar{D}\pi$ и они оба близки по массе к X(3872) (рис. 10). Ввиду такой близости порогов возникает необходимость обобщить используемую схему связанных каналов и учесть в ней трёхчастичный канал явно [107].

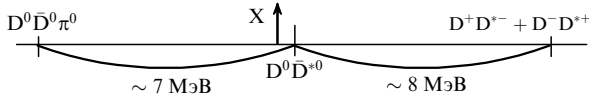


Рис. 10. Масса X(3872) относительно двухчастичных и трёхчастичного порогов.

В разделе 6.1 основное внимание уделяется виду системы уравнений связанных каналов с учётом трёхчастичной динамики (см. формулу (148)), а также разложению амплитуды по парциальным волнам, описанному в формуле (150) и в тексте после неё. Детальный вывод данных уравнений при беглом чтении может быть пропущен, как и раздел 6.2, особенно его техническая часть. Следует, однако, обратить внимание на сделанный основной вывод о том, что однопионный обмен является недостаточным удерживающим для того, чтобы обеспечить образование X(3872) даже как слабосвязанного состояния. Кроме того, существенным для выяснения природы однопионного обмена в X(3872) является описание важного отличия такого обмена в чармониевой системе от однопионного обмена в дейтроне, часто рассматриваемого (но, увы, так же часто ошибочно) в качестве универсального эталона (см. формулу (155) и пояснение ниже неё). Более того, из изложенного в разделе 6.2 следует, что сама постановка квантово-механической задачи об однопионном обмене без учёта короткодействующих сил является несамосогласованной. Адекватный подход, основанный на эффективной теории поля, излагается в разделе 6.3.

6.1. Система связанных каналов $D\bar{D}^* \leftrightarrow D\bar{D}\pi \leftrightarrow \bar{D}D^*$

С учётом трёхчастичной динамики в X(3872) базис модели состоит из трёх каналов:

$$|2\rangle = D\bar{D}^*, \quad |\bar{2}\rangle = \bar{D}D^*, \quad |3\rangle = D\bar{D}\pi, \quad (125)$$

связанных однопионным обменом.

В системе центра инерции импульсы в двухчастичных системах $D\bar{D}^*$ и $\bar{D}D^*$ определены в виде

$$\mathbf{p}_D = \mathbf{p}, \quad \mathbf{p}_{D^*} = -\mathbf{p}, \quad (126)$$

$$\mathbf{p}_{\bar{D}} = \bar{\mathbf{p}}, \quad \mathbf{p}_{D^*} = -\bar{\mathbf{p}}, \quad (127)$$

тогда как в трёхчастичной системе $D\bar{D}\pi$ относительные импульсы удобно определить с помощью двух наборов переменных Якоби, $\{\mathbf{p}, \mathbf{q}\}$ и $\{\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{q}}\}$:

$$\mathbf{p}_D = \mathbf{p}, \quad \mathbf{p}_{\bar{D}} = -\mathbf{q} - \frac{m}{m+m_\pi} \mathbf{p}, \quad \mathbf{p}_\pi = \mathbf{q} - \frac{m_\pi}{m+m_\pi} \mathbf{p} \quad (128)$$

или

$$\mathbf{p}_D = -\bar{\mathbf{q}} - \frac{m}{m+m_\pi} \bar{\mathbf{p}}, \quad \mathbf{p}_{\bar{D}} = \bar{\mathbf{p}}, \quad \mathbf{p}_\pi = \bar{\mathbf{q}} - \frac{m_\pi}{m+m_\pi} \bar{\mathbf{p}}, \quad (129)$$

где m — масса D -мезона, m_π — масса пиона. Переменные Якоби, принадлежащие разным наборам, связаны между собой следующими соотношениями:

$$\bar{\mathbf{q}} = \alpha\mathbf{q} + \beta\mathbf{p}, \quad \bar{\mathbf{p}} = -\mathbf{q} - \alpha\mathbf{p}, \quad \mathbf{q} = \alpha\bar{\mathbf{q}} + \beta\bar{\mathbf{p}}, \quad \mathbf{p} = -\bar{\mathbf{q}} - \alpha\bar{\mathbf{p}}, \quad (130)$$

где

$$\alpha = \frac{m}{m+m_\pi}, \quad \beta = \alpha^2 - 1 = -\frac{(2m+m_\pi)m_\pi}{(m+m_\pi)^2}. \quad (131)$$

Определим вершину $D^*\bar{D}\pi$ в виде

$$v_{D^*\bar{D}\pi}(\mathbf{q}) = g\boldsymbol{\epsilon}\mathbf{q}, \quad (132)$$

где $\boldsymbol{\epsilon}$ — вектор поляризации D^* -мезона, $\mathbf{q}$ — импульс в системе $D\pi$, g — константа связи. Численное значение g можно фиксировать с помощью измеряемой в эксперименте ширины распада $D^* \rightarrow D\pi$.

За переходы между двухчастичными и трёхчастичными каналами отвечают потенциалы

$$V_{32}^m(\mathbf{p}, \mathbf{q}; \mathbf{p}') = gq_m\delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad (133)$$

$$V_{32}^m(\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{q}}; \bar{\mathbf{p}}') = g\bar{q}_m\delta(\bar{\mathbf{p}} - \bar{\mathbf{p}}'),$$

а также аналогичные потенциалы V_{23}^m и V_{23}^m .

Уравнение для t -матрицы имеет вид (схематично)

$$t = V - Vg_0t, \quad (134)$$

где g_0 — диагональная матрица свободных пропагаторов,

$$g_{03}(\mathbf{p}, \mathbf{q}, M) = \frac{1}{D_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}, M)}, \quad (135)$$

$$g_{02}(\mathbf{p}, M) = g_{0\bar{2}}(\mathbf{p}, M) = \frac{1}{D_2(\mathbf{p}, M)}.$$

При этом обратные двух- и трёхчастичные пропагаторы можно определить следующим образом:

$$D_2(\mathbf{p}) = m + m_* + \frac{p^2}{2\mu_*} - M, \quad (136)$$

$$D_3(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = 2m + m_\pi + \frac{p^2}{2\mu_p} + \frac{q^2}{2\mu_q} - M,$$

где M — полная масса системы, m_* — масса D^* -мезона, а приведённые массы определены как

$$\mu_* = \frac{mm_*}{m+m_*}, \quad \mu_p = \frac{m(m+m_\pi)}{2m+m_\pi}, \quad (137)$$

$$\mu_q \equiv \mu_q(D\pi) = \frac{mm_\pi}{m+m_\pi},$$

причём в дальнейшем будет полагаться $\mu_* = \mu_p$.

Наконец, собственно-энергетическую часть $\Sigma(p)$ за счёт виртуальной петли Дт можно представить в виде

$$\Sigma(p) = \frac{g^2}{3} \int \frac{q^2 d^3 q}{D_3(\mathbf{p}, \mathbf{q})}. \quad (138)$$

Используя определение собственно-энергетической части (138), после некоторых алгебраических преобразований получим систему уравнений

$$\begin{cases} t_{22} = -\Sigma + \Sigma D_2^{-1} t_{22} + V_{23} D_3^{-1} V_{32} D_2^{-1} t_{22}, \\ t_{\bar{2}2} = -V_{23} D_3^{-1} V_{32} + \Sigma D_2^{-1} t_{22} + V_{23} D_3^{-1} V_{32} D_2^{-1} t_{22} \end{cases} \quad (139)$$

и аналогичную систему уравнений для компонент $t_{2\bar{2}}$ и $t_{\bar{2}\bar{2}}$. Детали вывода можно найти в работе [107].

Поскольку взаимодействие в системе является C -чётным, удобно сразу определить комбинации амплитуд, обладающие определённой C -чётностью:

$$t_{\pm} = t_{22} \pm t_{\bar{2}2}, \quad (140)$$

и удовлетворяющие следующим уравнениям:

$$\Delta D_2^{-1} t_{\pm} = -\Sigma \mp V_{23} D_3^{-1} V_{32} \pm V_{23} D_3^{-1} V_{32} D_2^{-1} t_{\pm}, \quad (141)$$

где введён обратный "одетый" пропагатор D^* -мезона $\Delta(p)$,

$$\Delta(p) = m_* + m + \frac{p^2}{2\mu_*} - M - \Sigma(p). \quad (142)$$

Тогда с помощью подстановки

$$t_{\pm} = -\frac{\Sigma D_2}{\Delta} + \frac{D_2}{\Delta} a_{\pm} \frac{D_2}{\Delta} \quad (143)$$

приходим к уравнению для новой функции $a_{\pm}^{mn}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$:

$$a_{\pm} = V_{\pm} - V_{\pm} \Delta^{-1} a_{\pm}. \quad (144)$$

Далее рассматриваются только C -чётные состояния, что соответствует знаку $+$ в приведённых выше формулах. Кроме того, для упрощения обозначений полагается $V_{+} \equiv V$.

Определим полный вид потенциала однопионного обмена V в уравнении (144). Для этого явным образом введём нейтральный ($D^0 \bar{D}^{*0} + \bar{D}^0 D^{*0}$) и заряженный ($D^- D^{*+} + D^+ D^{*-}$) двухчастичные каналы и учтём расщепление по массам между заряженными и нейтральными частицами как для D -мезонов, так и для пионов. Это даёт

$$\begin{aligned} V_{ik}^{mn}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= (\mathbf{p}' + \alpha_{ik} \mathbf{p})^m (\mathbf{p} + \alpha'_{ik} \mathbf{p}')^n F_{ik}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'), \\ F_{ik}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= -\frac{g^2}{D_{3ik}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')}, \end{aligned} \quad (145)$$

где индексы i, k соответствуют нейтральной (0) и заряженной (с) компонентам, коэффициенты α имеют вид:

$$\begin{aligned} \alpha_{00} &= \alpha'_{00} = \frac{m_0}{m_{\pi^0} + m_0}, \quad \alpha_{cc} = \alpha'_{cc} = \frac{m_c}{m_{\pi^0} + m_c}, \\ \alpha_{0c} &= \alpha'_{c0} = \frac{m_c}{m_{\pi^c} + m_c}, \quad \alpha_{c0} = \alpha'_{0c} = \frac{m_0}{m_{\pi^c} + m_0}, \end{aligned} \quad (146)$$

а обратные трёхчастичные пропагаторы даются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} D_{300}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= 2m_0 + m_{\pi^0} + \frac{p^2}{2m_0} + \frac{p'^2}{2m_0} + \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{p}')^2}{2m_{\pi^0}} - M - i0, \\ D_{3cc}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= 2m_c + m_{\pi^0} + \frac{p^2}{2m_c} + \frac{p'^2}{2m_c} + \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{p}')^2}{2m_{\pi^0}} - M - i0, \\ D_{30c}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= m_c + m_0 + m_{\pi^c} + \\ &+ \frac{p^2}{2m_0} + \frac{p'^2}{2m_c} + \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{p}')^2}{2m_{\pi^c}} - M - i0, \\ D_{3c0}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= m_c + m_0 + m_{\pi^c} + \\ &+ \frac{p^2}{2m_c} + \frac{p'^2}{2m_0} + \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{p}')^2}{2m_{\pi^c}} - M - i0. \end{aligned} \quad (147)$$

Рассмотрим процессы с нейтральными мезонами в конечном состоянии. Соответствующие компоненты матрицы a описываются системой уравнений

$$\begin{cases} a_{00}^{mn}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \lambda_0 V_{00}^{mn}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') - \\ - \sum_{i=0,c} \lambda_i \int \frac{d^3 s}{\Delta_i(s)} V_{0i}^{mp}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) a_{i0}^{pn}(\mathbf{s}, \mathbf{p}'), \\ a_{c0}^{mn}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \lambda_c V_{c0}^{mn}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') - \\ - \sum_{i=0,c} \lambda_i \int \frac{d^3 s}{\Delta_i(s)} V_{ci}^{mp}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) a_{i0}^{pn}(\mathbf{s}, \mathbf{p}'), \end{cases} \quad (148)$$

где коэффициенты $\lambda_0 = 1$ и $\lambda_c = 2$ учитывают изоспиновое содержание однопионного обмена.

Обратные пропагаторы Δ_0 и Δ_c , входящие в систему уравнений (148), имеют вид

$$\begin{aligned} \Delta_0(p) &= m_{*0} + m_0 + \frac{p^2}{2\mu_{0*}} - M - \frac{i}{2} \Gamma_0(p), \\ \Delta_c(p) &= m_{*c} + m_c + \frac{p^2}{2\mu_{c*}} - M - \frac{i}{2} \Gamma_c(p), \end{aligned} \quad (149)$$

где μ_{0*} и μ_{c*} — приведённые массы в системах $D^0 \bar{D}^{*0} + \bar{D}^0 D^{*0}$ и $D^- D^{*+} + D^+ D^{*-}$ соответственно, а петлевой оператор (см. формулу (142)) заменён бегущей шириной $\Gamma(p)$ (с аналитическим продолжением ниже порога), которая включает как собственную энергию $\Sigma(p)$, так и вклады других каналов распада D^* -мезонов (см. работу [107]).

Система уравнений (148) (вместе с аналогичной системой уравнений для величин a_{0c}^{mn} и a_{cc}^{mn}) представляет собой центральный результат данного раздела: полученные уравнения описывают порождаемое однопионным обменом взаимодействие в системе $D\bar{D}^*$, в полной мере учитывающее трёхчастичную унитарность, связанную с каналом $D\bar{D}\pi$.

Амплитуду a удобно разложить по сферическим векторам $\mathbf{Y}_{JLM}(\mathbf{n})$:

$$\begin{aligned} a_{ik}^{mn}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') &= \\ &= \sum_J \sum_{L_1 L_2} a_{ik}^{J, L_1, L_2}(p, p') \sum_M (\mathbf{Y}_{JL_1 M}(\mathbf{n}))^m (\mathbf{Y}_{JL_2 M}^*(\mathbf{n}'))^n, \end{aligned} \quad (150)$$

где $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$ — единичные векторы в направлении импульсов $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}'$. Поскольку квантовые числа $X(3872)$ равны 1^{++} , вклад в амплитуду рассеяния вносят две парциальные волны: S -волна и D -волна, так что $J = 1$ и

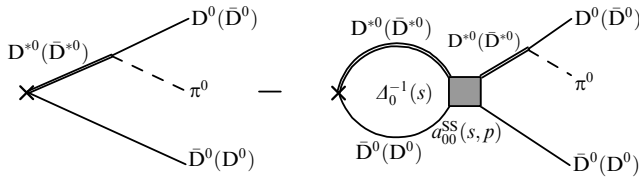


Рис. 11. Амплитуда рождения состояния $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$. Косым крестом обозначен точечный источник.

$L_1, L_2 = 0, 2$. Кроме того, рассматривая S -волну в конечном состоянии, достаточно ограничиться лишь компонентами амплитуды a_{ik}^{SS} и a_{ik}^{DS} . Явный вид потенциалов, входящих в уравнения для этих величин, приведён в работе [107].

При предположении о наличии точечного источника, рожающего C -чётную пару $D^0 \bar{D}^{*0}$ в S -волне, амплитуда рождения конечного состояния $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$ с инвариантной массой M (рис. 11) полностью определяется компонентой a_{00}^{SS} (соответствующие явные выражения можно найти также в работе [107]).

6.2. Однопионный обмен в X(3872)

Однобозонный (ρ , ω и т.п.) обмен предлагался много лет назад [22] в качестве механизма, способного образовать связанное состояние очарованных частиц. Возможность связать изосинглетную C -чётную систему $D\bar{D}^*$ однопионным обменом изучалась в работе [25]. После открытия X(3872) данная модель естественным образом вернулась к жизни в работах [24, 26], где система $D\bar{D}^*$ рассматривалась по аналогии с дейтроном: однопионный обмен участвовал в задаче в виде статического потенциала. При этом практически сразу появилось предостережение [30] о том, что из-за близости трёхчастичного порога $D\bar{D}\pi$ пион может уходить на массовую поверхность и это может помешать ему связать X(3872). Как показано в работе [108], трёхчастичный разрез может сыграть фатальную роль в системе $D_\alpha \bar{D}_\beta$, если доминирующий вклад в ширину D_β вносит распад $D_\beta \rightarrow D_\alpha \pi$ в S -волне. В частности, предсказанные в рамках статического приближения в работах [109, 110] связанные состояния в системах $D_\alpha \bar{D}_\beta$ исчезают в континууме, если решается полная трёхчастичная задача. В случае X(3872) распад $D^* \rightarrow D\pi$ происходит в P -волне (см. формулу (132)), и эта лишняя степень импульса в принципе может ослабить влияние разреза. Вопрос, однако, нуждается в детальном исследовании.

С P -волновой вершиной D -мезонные петлевые интегралы, входящие в выведенные выше уравнения, расходятся и требуют регуляризации, которая может быть проведена с использованием формфакторов с параметром обрезания Λ . Тогда заключение о том, может ли однопионный обмен связать X(3872), можно переформулировать в терминах значений Λ , при которых возникает околороговое связанное состояние. А именно, существование связанного состояния при относительно небольших обрезаниях ($\Lambda \lesssim 1$ ГэВ) можно интерпретировать как свидетельство того, что однопионный обмен является достаточно притягивающим для возникновения связанного состояния, поскольку такие значения Λ совместимы с кварковой моделью. Вместе с тем большие значения следует отвергнуть как нефизические. Соответствующие расчёты были проведены в статическом пре-

деле; их результаты представлены в работах [111, 112]. Заметим, что в первой из этих работ связанное состояние в системе $D^0 \bar{D}^{*0}$ было найдено для значений Λ в области 6–8 ГэВ. Во второй работе был учтён также заряженный канал, что позволило получить связанное состояние со значительно меньшим параметром обрезания, $\Lambda \simeq 0,6–0,8$ ГэВ. Таким образом, вывод, сделанный в работе [112], состоит в том, что X(3872) может связываться однопионным обменом. В работе [113] однопионный обмен в системе X(3872) был рассмотрен вне статического приближения и было показано, что для феноменологически адекватных (т.е. совместимых с кварковой моделью) значений Λ в системе X(3872) связанного состояния не существует. Ввиду важности данного вопроса для дальнейшего изложения остановимся на нём более подробно.

Для упрощения сравнения результатов с результатами предыдущих работ определим сначала ковариантную вершину $D^* \rightarrow D\pi$ в виде

$$v_\mu = g_f \bar{u}_\alpha (\tau^a)_\beta^\alpha u^\beta \pi^a p_\mu, \quad (151)$$

где p_μ — 4-импульс пиона, u^* , u и π — изоспиновые волновые функции D^* -мезона, D -мезона и пиона соответственно. В работе [112] была введена эффективная константа связи V_0 :

$$\frac{g_f^2}{4m_*^2} = \frac{6\pi V_0}{m_\pi^3}, \quad (152)$$

причём $V_0 \approx 1,3$ МэВ определяется из экспериментального значения ширины распада $\Gamma(D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+)$ [4]:

$$\Gamma(D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+) = \frac{g_f^2 q_{0c}^3}{12\pi m_*^2} = 2V_0 \frac{q_{0c}^3}{m_\pi^3}, \quad (153)$$

где q_{0c} — относительный импульс в системе $D^0 \pi^+$.

Переопределим вершину $D^* D\pi$ (132), вводя в неё формфактор, регулирующий её поведение при больших импульсах:

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = g\mathbf{q} \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + \mathbf{q}^2}, \quad g = \frac{\sqrt{6\pi V_0}}{m_\pi^{3/2}}, \quad (154)$$

где в соответствии с обсуждением, проведённым выше, введён параметр обрезания Λ . Если пренебречь нарушением изоспиновой симметрии, то потенциал однопионного обмена в статическом пределе выражается через эту вершину как

$$V_{\text{stat}}^{mn}(\mathbf{q}) = -\frac{3}{(2\pi)^3} \frac{g_m(\mathbf{q})g_n(\mathbf{q})}{\mathbf{q}^2 + [m_\pi^2 - (m - m_*)^2]}, \quad (155)$$

где множитель 3 соответствует изосинглетному состоянию. Заметим, что потенциал (155) в два раза меньше используемого в работе [112]. Это означает, что эффективно константа связи V_0 в работе [112] в два раза больше значения $V_0 = 1,3$ МэВ, полученного из данных по пионным распадам D^* .

Здесь уместно сделать замечание о критической разнице в потенциалах однопионного обмена в нуклонной физике (например, в дейтроне) и в физике чармония. Если массы обменивающихся пионом частиц близки между собой ($m_* \approx m$) и их разностью можно пренебречь ввиду

её малости по сравнению с массой пиона (данное требование с очевидностью выполнено для разности масс протона и нейтрона), то потенциал (155) сводится к потенциалу Юкавы — стандартному потенциалу пионного взаимодействия в нуклонной физике. С некоторой натяжкой данное условие выполнено в секторе b -кварка, поскольку разность масс B^* - и B -мезонов составляет 45 МэВ, т.е. она в три раза меньше массы пиона. В физике чармония, однако, ситуация драматическим образом отличается от описанной выше, поскольку разность масс D^* - и D -мезонов с хорошей точностью (с точностью примерно всего до 7 МэВ) совпадает с массой пиона. Кроме того, $m_* - m > m_\pi$, так что параметр $\mu = [m_\pi^2 - (m - m_*)^2]^{1/2}$ в знаменателе потенциала (155), определяющий характер его поведения, оказывается не только малым по абсолютной величине, но и, кроме того, чисто мнимым, так что вместо экспоненциального убывания с увеличением расстояния между мезонами статический потенциал демонстрирует осцилляции. Важно также отметить, что численная малость параметра μ указывает на заведомо низкую точность статического приближения для $X(3872)$ вообще, поскольку пренебрежение в знаменателе потенциала членами, отвечающими за отдачу D -мезонов, выглядит плохо обоснованной процедурой. Более адекватным подходом является удержание таких членов (см., например, выражения для обратных трёхчастичных пропагаторов с учётом трёхчастичной динамики (147)). Ниже данная проблема и её следствия для свойств однопионного потенциала обсуждаются более подробно.

Потенциал (155) можно представить в виде

$$V_{\text{stat}}^{mn}(\mathbf{q}) = -\frac{3}{(2\pi)^3} g_m(\mathbf{q}) g_n(\mathbf{q}) (V_1^{\text{stat}}(\mathbf{q}) + V_2^{\text{stat}}(\mathbf{q})),$$

$$V_1^{\text{stat}}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2E_\pi(E_\pi + m - m_*)}, \quad (156)$$

$$V_2^{\text{stat}}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2E_\pi(E_\pi + m_* - m)}, \quad (157)$$

где $E_\pi = \sqrt{\mathbf{q}^2 + m_\pi^2}$. Это соответствует двум различным упорядочениям (вкладам промежуточных состояний $D\bar{D}\pi$ и $D^*\bar{D}^*\pi$) в упорядоченной во времени теории возмущений (см. диаграммы на рис. 12).

Так как $m_* \approx m + m_\pi$, для импульсов q порядка нескольких сотен МэВ имеем $V_1 \gg V_2$. Для таких импульсов, однако, как было только что продемонстрировано, статическое приближение неприменимо. С другой стороны, для больших импульсов необходимо учитывать вклады второго упорядочения. Это в свою очередь открывает ящик Пандоры промежуточных состояний

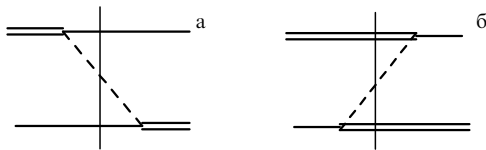


Рис. 12. Диаграммы в упорядоченной во времени теории возмущений, соответствующие потенциалам V_1 (а) и V_2 (б). Двойная и одинарная линии обозначают соответственно D^* - и D -мезоны, штриховая линия описывает пион. Тонкая вертикальная прямая выделяет промежуточное состояние.

вида

$$\bar{D}^* D^* \pi \leftrightarrow \bar{D} D^* \pi \pi \leftrightarrow \bar{D} D \pi \pi \dots \quad (158)$$

и делает, помимо прочего, неадекватным само понятие однопионного обмена.

Рассмотрим теперь потенциал пионного обмена вне статического предела. При этом прежде всего заметим, что в используемой постановке задачи разрешены все импульсы $q \lesssim \Lambda$. А поскольку ожидаемые значения обреза весьма велики — $\Lambda \lesssim 1$ ГэВ, приходится обратиться к релятивистской кинематике и модифицировать соответствующим образом потенциал, т.е. записать его в виде

$$V_{ik}^{mn}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = -\frac{1}{(2\pi)^3} \frac{g_m(\mathbf{p}' + \alpha_{ik}\mathbf{p}) g_n(\mathbf{p} + \alpha_{ik}\mathbf{p}')}{D_{3ik}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')}, \quad (159)$$

где вершина $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ задаётся выражением (154), а релятивизированный трёхчастичный пропагатор выражается как

$$D_3(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = 2E_\pi(E_\pi - \mu - i0), \quad (160)$$

где

$$\mu = m_{*0} + m_0 + E - \sqrt{m^2 + p^2} - \sqrt{m'^2 + p'^2}, \quad (161)$$

$$E_\pi = \sqrt{(\mathbf{p} + \mathbf{p}')^2 + m_\pi^2}. \quad (162)$$

Здесь, как и ранее, энергия E отсчитывается от нейтрального двухчастичного порога $D^0\bar{D}^{*0}$. Коэффициенты α и α' можно найти с помощью стандартных формул из учебника по релятивистской кинематике (см., например, учебник [114] или работу [115]):

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon'^2 - p'^2}} \left[\sqrt{m'^2 + p'^2} + \frac{\mathbf{p}\mathbf{p}'}{\varepsilon' + \sqrt{\varepsilon'^2 - p'^2}} \right], \quad (163)$$

$$\alpha' = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^2 - p^2}} \left[\sqrt{m^2 + p^2} + \frac{\mathbf{p}\mathbf{p}'}{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - p^2}} \right],$$

где

$$\varepsilon = \sqrt{m^2 + p^2} + E_\pi, \quad \varepsilon' = \sqrt{m'^2 + p'^2} + E_\pi.$$

Кинематика, соответствующая этому потенциалу, показана на рис. 13. Очевидно, что потенциал (159) есть не что иное, как часть V_1 (первое упорядочение) потенциала однопионного обмена вне статического предела. Статическое приближение получается из выражения (159), если положить $\alpha = \alpha' = 1$ и $\mu = m_{*0} + m_0 - m - m'$. Ни одна из этих замен не является несущественной, особенно первая:

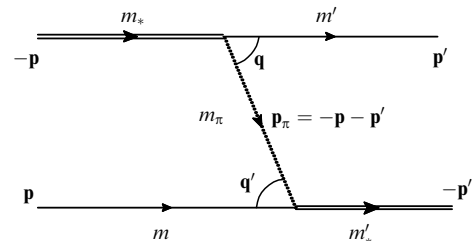


Рис. 13. Кинематика рассеяния D^* -мезона на D -мезоне за счёт однопионного обмена.

α уменьшается с возрастанием импульса, что приводит к эффективному подавлению потенциала на больших импульсах по сравнению с таковым в случае наивного статического приближения с $\alpha = \alpha' = 1$.

Кроме того, как двухчастичные пропагаторы $\Delta_0(p)$ и $\Delta_c(p)$ в уравнениях (148), так и трёхчастичный пропагатор $D_{3ik}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ генерируют вклады в мнимую часть взаимодействия, которые необходимо удерживать для сохранения унитарности и которые, с очевидностью, отсутствуют в работах [111, 112]. Такие вклады также приводят к эффективному ослаблению взаимодействия.

Для разрешения вопроса об удерживающих свойствах однопионного обмена с учётом всех перечисленных выше эффектов в работе [113] использовалась следующая стратегия. Система уравнений (148) решалась для разных версий однопионного потенциала, а затем вычислялись дифференциальные вероятности рождения X(3872). Сингулярность, отвечающая связанному состоянию, если таковое существует, проявляется в виде подпорогового пика в форме линии. Поскольку при фиксированной константе связи ($V_0 = 1,3$ МэВ) с возрастанием параметра обрезания потенциал становится всё более притягивающим, при некотором минимальном значении Λ связанное состояние появляется на самом двухчастичном пороге. Набор таких граничных обрезаний приведён в табл. 6, из которой видно, что, во-первых, даже включение второго упорядочения и использование статического предела не приводят к феноменологически приемлемым значениям Λ и, во-вторых, эффекты, связанные с динамическими пионами, увеличивают минимальное значение Λ .

Таблица 6. Минимальные значения параметра обрезания $\Lambda_{\min}$, совместимые с наличием связанного состояния в системе DD*

	V_1^{stat}	$V_1^{\text{stat}} + V_2^{\text{stat}}$	V_1	$V_1 + V_2^{\text{stat}}$
$\Lambda_{\min}$, МэВ	2750	1650	3800	2100

Таким образом, можно прийти к заключению о том, что однопионный обмен не может связать X(3872), и за его формирование ответственна какая-то другая динамика, сосредоточенная на малых расстояниях.

6.3. Форма линии X(3872) в упругом канале с учётом трёхчастичной динамики

Результаты, представленные в разделе 6.2, позволяют предположить, что более адекватным подходом к описанию системы X(3872) является теоретико-полевой подход, в котором однопионное взаимодействие является хорошо определённым только в совокупности с контактными членами, описывающим короткодействующую часть взаимодействия (включая короткодействующую часть самого однопионного обмена) [107, 116]. В сформулированной таким образом задаче большие импульсы (порядка обрезания) уже не играют никакой роли, поскольку они поглощены перенормированным контактным членом, а вся динамика системы разворачивается на импульсах порядка характерной шкалы связанного состояния $k_b \simeq \sqrt{mE_b}$, т.е. на импульсах порядка нескольких десятков МэВ. В этом случае совершенно обоснованным является использование нерелятивистской кинематики для всех частиц (включая пионы).

В соответствии с изложенной выше идеей параметризуем короткодействующую часть потенциала констан-

той $C_0(\Lambda)$, где через Λ обозначен регулятор (для простоты используется обрезание трёхмерных импульсов в интегралах ступенчатой функцией $\theta(\Lambda - |\mathbf{p}|)$). Для каждого заданного значения параметра обрезания Λ контактный член фиксируется величиной энергии связи X(3872), которая для определённости принята равной 0,5 МэВ. При этом $C_0(\Lambda)$ поглощает основную зависимость предсказаний модели от обрезания, а остаточная зависимость ожидается достаточно слабой. В противном случае было бы необходимо ввести дополнительные, зависящие от импульсов, контрчлены.

Прежде чем перейти к решению полной задачи, обратимся к простой и точно решаемой модели, в которой потенциал исчерпывается чисто контактными взаимодействиями. В этом случае для амплитуд $a_{00} \equiv a_{00}^{SS}$ и $a_{c0} \equiv a_{c0}^{SS}$ имеем следующую простую алгебраическую систему уравнений:

$$\begin{cases} a_{00} = C_0 - C_0 a_{00} I_0 - 2C_0 a_{c0} I_c, \\ a_{c0} = 2C_0 - 2C_0 a_{00} I_0 - C_0 a_{c0} I_c, \end{cases} \quad (164)$$

решение которой для a_{00} даётся формулой

$$a_{00} = \frac{C_0(1 - 3C_0 I_c)}{(1 + C_0 I_0)(1 + C_0 I_c) - 4C_0^2 I_0 I_c}. \quad (165)$$

Для петлевых интегралов можно использовать их разложения:

$$\begin{aligned} I_0 &= \int_0^\Lambda dq \frac{q^2}{q^2/(2\mu_{0*}) - E - i0} \approx \\ &\approx 2\mu_{0*} \left(\Lambda + \frac{i}{2} \pi k_0 - \frac{k_0^2}{\Lambda} \right) + O\left(\frac{k_0^4}{\Lambda^3}\right), \end{aligned} \quad (166)$$

$$\begin{aligned} I_c &= \int_0^\Lambda dq \frac{q^2}{q^2/(2\mu_{c*}) + \Delta - E - i0} \approx \\ &\approx 2\mu_{c*} \left(\Lambda + \frac{i}{2} \pi k_c - \frac{k_c^2}{\Lambda} \right) + O\left(\frac{k_c^4}{\Lambda^3}\right), \end{aligned} \quad (167)$$

где $k_0^2 = 2\mu_{0*}E$, $k_c^2 = 2\mu_{c*}(E - \Delta)$ и $\Delta = (m_{\pi c} + m_c) - (m_{\pi 0} + m_0) \approx 8$ МэВ. Требование существования у амплитуды рассеяния (165) полюса при $E = -E_b$ приводит к квадратному уравнению для фиксации контактного члена C_0 :

$$(1 + C_0 I_0(-E_b))(1 + C_0 I_c(-E_b)) - 4C_0^2 I_0(-E_b) I_c(-E_b) = 0, \quad (168)$$

которое имеет два решения. Эти решения отвечают различным значениям изоспина, так что для случая изоскалярного состояния X(3872) следует выбрать одно из них.

Перейдём теперь к рассмотрению полной задачи, которая включает в себя, помимо контактного взаимодействия, потенциал однопионного обмена, полученный в разделе 6.1. Как указывалось выше, величина контактного взаимодействия C_0 выбирается таким образом, чтобы обеспечить существование связанного состояния с заданной энергией связи. Возникающая при этом зависимость $C_0(\Lambda)$ весьма нетривиальна — она изображена на рис. 14. Данное поведение (так называемый предельный цикл) весьма характерно для расчётов такого рода (см., например, работы [117–121], в которых аналогичное поведение контактного взаимодействия получено в

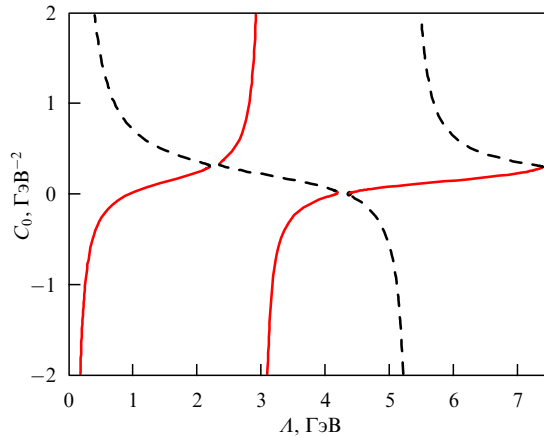


Рис. 14. Поведение контактного члена C_0 в зависимости от выбранной величины обрезания Λ в полной задаче с учётом пионов. (Из работы [107].)

нуклонных системах). Действительно, с возрастанием обрезания Λ дальнodelствующее взаимодействие изменяется, так что для компенсации этого изменения и удержания связанного состояния на прежнем месте требуется новое значение контактного члена. По мере приближения к точке разрыва кривой $C_0(\Lambda)$ небольшим изменениям обрезания отвечают всё большие изменения C_0 . Затем при некотором критическом обрезании подобрать C_0 становится невозможным, поэтому рассматривавшийся до этого уровень "тонет", а на заданную энергию связи фиксируется следующий уровень — происходит "перескок" на следующую ветвь функции $C_0(\Lambda)$. Далее ситуация повторяется. Как пояснялось выше, наличие двух решений для C_0 при каждом Λ отвечает двум значениям изоспина системы. Для $X(3872)$ необходимо рассматривать случай $I = 0$, что отвечает сплошной кривой на рис. 14. Заметим также, что обращение контактного члена в нуль при определённом значении обрезания не может интерпретироваться как отсутствие в системе короткодействующей динамики, поскольку выбор обрезания и соответствующее перераспределение вкладов потенциала в короткодействующую и дальнodelствующую динамику являются условными и не влияют на наблюдаемые величины, что гарантируется ренормгрупповыми уравнениями — в данном случае требованием $\partial E_b / \partial \Lambda = 0$. Остаточная зависимость от Λ может устраняться введением контактных членов более высокого порядка по импульсам, что, однако, не требуется в данном случае, поскольку такая остаточная зависимость крайне мала (порядка нескольких процентов (см. обсуждение ниже)) и может рассматриваться в качестве теоретической неопределённости расчёта.

Для повышения точности вычислений удобно выбирать значения обрезания в области "плато" в центральной части кривой, так что наиболее разумным выбором являются диапазоны $300 \lesssim \Lambda \lesssim 1700$ МэВ или $2500 \lesssim \Lambda \lesssim 3800$ МэВ. Как обсуждалось в разделе 6.2, использование больших обрезаний должно сопровождаться переходом к релятивистской кинематике, поэтому имеет смысл ограничиться рассмотрением не слишком больших обрезаний, с тем чтобы характерные импульсы в перенормированной теории были малы по сравнению с массами частиц, т.е. чтобы было применимо нерелятивистское приближение. Таким образом,

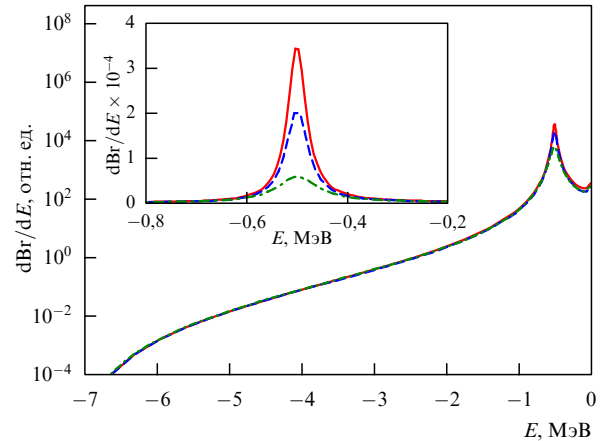


Рис. 15. Дифференциальная вероятность (в логарифмическом масштабе) наблюдения $X(3872)$ в канале $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$ для трёх случаев: 1) одноканальный случай в статическом приближении (штрихпунктирная кривая); 2) одноканальный динамический случай (штриховая кривая); 3) полная двухканальная динамическая задача (сплошная кривая). На вставке увеличенная для наглядности область вблизи пика показана в линейном масштабе. (Из работы [107].)

удобно фиксировать значение обрезания, например, $\Lambda = 500$ МэВ, лежащее внутри первого из упомянутых выше диапазонов.

Результаты расчёта формы линии $X(3872)$ в канале $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$ приведены на рис. 15. Были исследованы три случая:

1) одноканальная задача (только нейтральный канал $D^0 \bar{D}^{*0}$) в статическом приближении без учёта мнимой части потенциала, причём вместо "бегущей" ширины в двухчастичном пропагаторе Δ_0 используется постоянное значение;

2) полная динамическая задача в одноканальном приближении, включая промежуточные трёхчастичные состояния $D \bar{D} \pi$, а также динамическую ширину D^* -мезона с отброшенным вкладом заряженных пионов;

3) полная динамическая двухканальная задача с учётом полной трёхчастичной динамики $D \bar{D} \pi$ и динамической ("бегущей") ширины D^* -мезонов.

Все три кривые на рис. 15 одинаково нормированы вблизи трёхчастичного порога $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$, расположенного при $E = -7,15$ МэВ. Нетрудно увидеть, что разница между случаями 2 и 3 весьма невелика, что легко объяснить достаточно удалённым от пика расположением заряженных трёхчастичных порогов $D^+ \bar{D}^0 \pi^-$, $D^- \bar{D}^0 \pi^+$ и $D^+ \bar{D}^- \pi^0$. В то же время разница между случаями 1 и 2 является достаточно существенной, что подчёркивает важную роль трёхчастичной динамики в $X(3872)$ — учёт трёхчастичных эффектов уменьшает видимую ширину пика в два раза (см. подробности расчёта в работе [107]).

Заметим, что влияние выбора обрезания на полученные результаты весьма невелико. Приведённые выше результаты получены для обрезания $\Lambda = 500$ МэВ, однако вариация обрезания в довольно широких пределах (тестовые вычисления проводились во всём диапазоне $300 \lesssim \Lambda \lesssim 1700$ МэВ) приводит к изменениям в форме линии на уровне лишь нескольких процентов [107].

Поучительно сравнить результаты вычислений в полной динамической двухканальной задаче с аналогичными вычислениями в рамках пертурбативного описа-

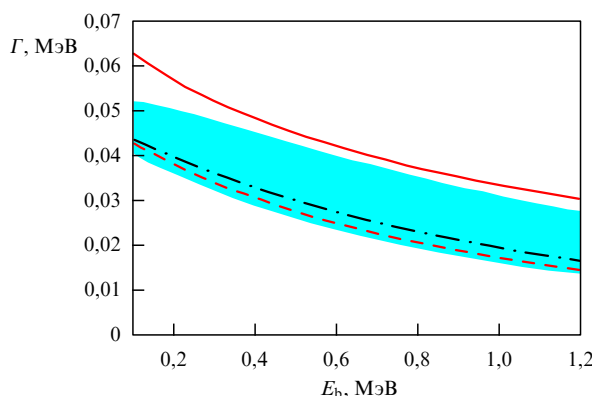


Рис. 16. (В цвете онлайн.) Зависимость теоретически рассчитанной ширины подпорогового пика X(3872) от его энергии связи E_b . Красная штриховая кривая описывает результат полного динамического расчёта, чёрная штрихпунктирная кривая и голубая полоса — результаты, полученные в рамках X-EFT в лидирующем порядке (см. работу [106]) и в следующем за лидирующим порядке (см. работу [122]) соответственно. Сплошной красной кривой показана полная ширина с учётом вклада распада $D^* \rightarrow D\gamma$. (Из работы [107].)

ния пионов — так называемой эффективной теории поля (Effective Field Theory — EFT) для X(3872) (X-EFT). В лидирующем порядке ширина была вычислена в работе [106], а в работе [122] этот результат был улучшен посредством учёта следующих за лидирующими поправок, что представляет собой естественное обобщение подхода к нуклон-нуклонным системам, развитого в работе [123]. Приведённое на рис. 16 сравнение результатов двух подходов демонстрирует возможность рассмотрения, по крайней мере в данной конкретной задаче о форме подпорогового пика в системе X(3872), вклада пионов в рамках теории возмущений. Следует отметить, однако, что описанный выше непертурбативный подход применим в более широкой области. В частности, он допускает естественное обобщение для других околопороговых состояний, в том числе таких, для которых расстояние до порогов не столь мало, как для X(3872). В этом случае возможность рассмотрения пионов по теории возмущений оказывается под вопросом. Примерами таких систем могут служить системы $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ и $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$, единообразный подход к которым, основанный на симметрии спина тяжёлого кварка, был предложен в работе [124] и развит в последующих работах [83, 87, 125]. Примеры использования данного непертурбативного подхода к указанным системам можно найти в работах [85, 88].

7. Замечание о решёточных расчётах для X(3872)

Как известно, решёточные расчёты, выполняемые исходя из первых принципов КХД, являются альтернативным по отношению к эксперименту источником информации об адронных состояниях. Благодаря быстрому росту мощности современных компьютеров, а также появлению большого числа компьютерных кластеров, обладающих высокой производительностью, современные решёточные расчёты в состоянии ответить на многие вопросы, относящиеся к физике сильных взаимодействий.

Недавно стали появляться первые результаты решёточных расчётов свойств экзотических состояний в спектре чармония, в частности состояния X(3872) [126–128]. К сожалению, на данный момент все такие расчёты обладают рядом недостатков. Прежде всего, точность расчётов весьма невелика. Например, полученное в работе [126] значение энергии связи X(3872)

$$E_b = 11 \pm 7 \text{ МэВ}, \quad (169)$$

т.е. ошибка в энергии связи оказывается порядка самого центрального значения. Результаты работ [127, 128] полностью аналогичны. Кроме того, используемый размер решётки $L \simeq 2$ Фм явно недостаточен для надёжного описания околопороговых состояний, волновая функция которых содержит "рыхлую" молекулярную компоненту [129]. Наконец, все подобные расчёты выполнены для достаточно большой токовой массы u - и d -кварков (вместо массы кварка удобно иметь дело с массой пиона, которая однозначно связана с первой соотношением Гелл-Мана–Окса–Реннера [130]). Большинство указанных недостатков может быть устранено исключительно улучшением методики вычислений и увеличением вычислительной мощности используемых компьютеров. Однако проблема нефизической массы пиона на решётке может быть если не снята полностью, то существенно нивелирована с помощью описанного в данном обзоре подхода, применённого в работах [131, 132]. Действительно, масса пиона встречается во всех представленных выше вычислениях исключительно в виде параметра, что позволяет практически произвольно изменять её (сохраняя лишь иерархию масштабов, которая важна при формулировании и решении задачи связанных каналов), в том числе увеличивать до значения $m_\pi = 266$ МэВ, использованного в решёточных расчётах [126–128]. Важным условием возможности такого адиабатического изменения массы пиона в уравнениях является полноценный (желательно непертурбативный) учёт в них трёхчастичной динамики, которая претерпевает существенные изменения при увеличении массы пиона. Уравнения для системы связанных каналов (148) полностью удовлетворяют указанному требованию, что позволяет решить с их помощью задачу о киральной экстраполяции энергии связи X(3872) от физической массы пиона до нефизически большой массы, используемой на решётке [131, 132].

Основной проблемой, с которой приходится столкнуться при построении киральной экстраполяции энергии связи X(3872), является неизвестная природа короткодействующих сил, ответственных за его формирование. Как результат, характер зависимости контактного члена C_0 от m_π может быть установлен лишь исходя из соображений его естественного поведения. Применительно к рассматриваемой задаче под естественностью понимается отсутствие в теории неестественно больших или неестественно малых массовых масштабов или численных коэффициентов. Приведённых соображений оказывается достаточно для того, чтобы объяснить полученные на решётке результаты. Из рисунка 17 видно, что, во-первых, увеличение энергии связи X(3872) с возрастанием массы пиона, предсказываемое решёточными расчётами, может быть естественным образом объяснено в рамках молекулярной модели X(3872) и, во-вторых, роль пионной динамики в данных расчётах весьма

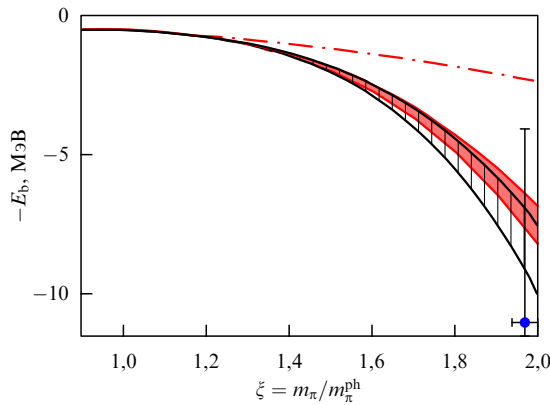


Рис. 17. (В цвете онлайн.) Зависимость энергии связи $X(3872)$ от массы пиона. Чёрная и красная полосы отвечают расчётам в рамках нерелятивистского [131] и релятивизованного [132] подходов. Штрихпунктирной кривой показан результат расчёта в чисто контактной теории без пионов. Синим кружком с отрезками ошибок показан результат решёточных расчётов [128]. (Из работы [132].)

велика — достаточно сравнить предсказания беспионной теории (штрихпунктирная кривая на рис. 17) с предсказанием полной теории (чёрная и красная полосы). Подробное описание построения киральных экстраполяций для $X(3872)$ можно найти в работах [131, 132].

Дальнейшее обсуждение решёточных расчётов для $X(3872)$ выходит за рамки данного обзора, посвящённого феноменологическим аспектам описания и интерпретации данного экзотического состояния. Заметим, однако, что, вне зависимости от перспектив изучения свойств экзотических состояний на решётке, задача построения киральных экстраполяций представляет собой отдельно стоящую важную проблему для околопороговых резонансов, поскольку она позволяет исследовать вопрос о вкладе в динамику системы и о взаимном влиянии взаимодействий, существующих на различных энергетических масштабах.

8. Радиационные распады $X(3872)$

В число экспериментально изученных процессов с участием $X(3872)$ входят процессы радиационных распадов

$X(3872)$ на конечные состояния $\gamma J/\psi$ и $\gamma \psi'$; в частности, измерено отношение относительных вероятностей указанных радиационных распадов (см. формулу (16)). Так как радиационные переходы представляют собой весьма полезный инструмент изучения волновых функций мезонов и выбора наиболее адекватной модели, теоретическое исследование этих распадов представляется естественным следующим шагом.

Качественно такие радиационные моды учитывались в анализе данных, проведённом в разделе 5, а именно, на подгонку к экспериментальным данным накладывалось требование соответствия ширины распада $X \rightarrow \gamma \psi'$ модельным оценкам для чармония χ'_{c1} . Таким образом, если предположить, что радиационные распады $X(3872)$ протекают исключительно через кварковую компоненту его волновой функции, то экспериментальное отношение (16) может быть воспроизведено достаточно легко. Феноменологические оценки, сделанные в ряде работ (см., например, [133–135]), показывают, что уже небольшой примеси кваркония $\bar{c}c$ (порядка 5–12 %) в волновой функции X достаточно для объяснения экспериментальных данных. Вместе с тем в литературе можно встретить мнение, что в молекулярной картине такое отношение (как и вообще сравнимое с единицей отношение R) получить невозможно (см., например, [136]).

В данном разделе показано, что при достаточно естественных предположениях о параметрах модели (в частности, об отношении констант связи чармониев J/ψ и ψ' с D -мезонами) экспериментальное отношение (16) может быть воспроизведено также и в молекулярной картине. Изложение в разделе следует работе [137]. При первом или беглом прочтении данный раздел может быть опущен, в частности технические детали вывода амплитуды радиационного распада $X(3872)$. При этом важно обратить внимание на приведённые в конце этого раздела выводы, утверждающие, что данные по радиационным распадам не могут иметь решающего значения для проверки молекулярной модели $X(3872)$, поскольку они в основном чувствительны к короткодействующей части его волновой функции.

Амплитуда радиационного распада $X \rightarrow \gamma \psi$ (где $\psi = J/\psi$ или ψ') даётся суммой диаграмм, изображённых на рис. 18. Таким образом, радиационные переходы

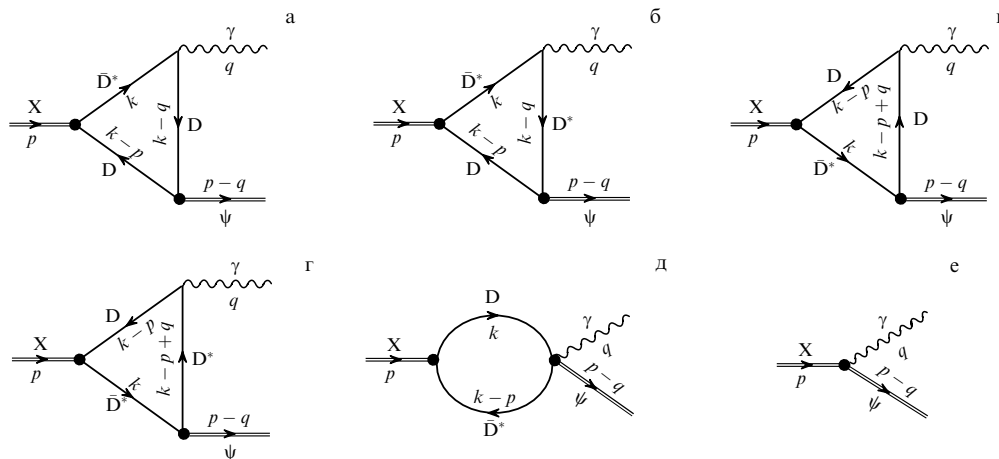


Рис. 18. Диаграммы, представляющие амплитуду радиационного распада $X(3872) \rightarrow \gamma \psi$, где $\psi = J/\psi$ или ψ' , в механизме мезонных петель. Зарядово-сопряжённые петли не показаны, но учтены в вычислении. Диаграмма (е) описывает вклад компактной компоненты волновой функции X .

могут происходить или через компоненту $\bar{c}s$ волновой функции X(3872) (рис. 18е), или через мезонную компоненту (рис. 18а–д), причём последний механизм является доминирующим, если X(3872) представляет собой мезонную молекулу.

Предположим сначала, что волновая функция X содержит лишь молекулярную $D\bar{D}^*$ -компоненту, и представим вершину $X_\sigma(p) \rightarrow D\bar{D}_\tau^*(k)$ (σ и τ — индексы, соответствующие векторам поляризации) в виде

$$\Gamma_{\sigma\tau}^{(X)}(p, k) = \frac{1}{\sqrt{2}} x_{nr} \sqrt{M_X m_* m} g_{\sigma\tau}, \quad (170)$$

где m , m_* и M_X — массы D-мезона, D^* -мезона и X(3872) соответственно, x_{nr} — нерелятивистская константа связи, которую можно извлечь из энергии связи X(3872) [60, 138].

Для вершин переходов $\psi_v(p) \rightarrow \bar{D}(k_1)D(-k_2)$, $\psi_v(p) \rightarrow D_\tau^*(k_1)D(-k_2)$ и $\psi_v(p) \rightarrow D_\alpha^*(k_1)D_\beta^*(-k_2)$ можно написать следующие выражения:

$$V_v^{\bar{D}D}(k_1, -k_2) = g_2 \sqrt{m_\psi m} m(k_1 + k_2)_v, \quad (171)$$

$$V_{v\tau}^{\bar{D}D^*}(k_1, -k_2) = 2g_2 \sqrt{\frac{m_\psi m}{m_*}} \epsilon_{v\tau\alpha\beta} k_2^\alpha k_1^\beta, \quad (172)$$

$$V_{v\alpha\beta}^{\bar{D}^*D^*}(k_1, -k_2) = g_2 \sqrt{m_\psi m_*} [(k_1 + k_2)_v g_{\alpha\beta} - (k_1 + k_2)_\beta g_{v\alpha} - (k_1 + k_2)_\alpha g_{v\beta}], \quad (173)$$

где использованы соотношения симметрии тяжёлого кварка [139–141].

Электрические вершины испускания фотона D-мезонами получаются с помощью стандартной процедуры замены обычной производной ковариантной в соответствующих членах лагранжиана взаимодействия. В результате для электрической вершины $D^\pm(k_1) \rightarrow D^\pm(k_2)\gamma_\rho(q)$ ($k_1 = k_2 + q$) приходим к выражению

$$\Gamma_\rho^{(e)}(k_1, k_2) = e(k_1 + k_2)_\rho, \quad q = k_1 - k_2, \quad (174)$$

где e — электрический заряд. Аналогично, для вершины $D_v^{\pm a}(k_1) \rightarrow D_\tau^{\pm b}(k_2)\gamma_\rho(q)$ ($k_1 = k_2 + q$) имеем

$$\Gamma_{v\tau\rho}^{(e)}(k_1, k_2) = e[(k_1 + k_2)_\rho g_{v\tau} - k_{1\tau} g_{v\rho} - k_{2\tau} g_{v\rho}]. \quad (175)$$

Нетрудно убедиться в том, что обе вершины удовлетворяют соответствующим тождествам Уорда. Наконец, после "удлинения" производной вершина (172) порождает четырёхточечное взаимодействие $D\bar{D}^*\psi\gamma$ (см. диаграмму на рис. 18д).

Магнитные вершины переходов $D_v^{*a}(k_1) \rightarrow D_\tau^{*b}(k_2)\gamma_\rho(q)$ и $D_v^a(k_1) \rightarrow D^b(k_2)\gamma_\rho(q)$ ($k_1 = k_2 + q$) можно получить с помощью ковариантного обобщения кирального лагранжиана из работ [142, 143]:

$$\Gamma_{v\tau\rho}^{(m)ab}(q) = em_* (q_\tau g_{v\rho} - q_\nu g_{\tau\rho}) \left(\beta Q_{ab} - \frac{Q_c}{m_c} \delta_{ab} \right), \quad (176)$$

$$\Gamma_{v\rho}^{(m)ab}(q) = e\sqrt{mm_*} \epsilon_{v\rho\alpha\beta} v^\alpha q^\beta \left(\beta Q_{ab} + \frac{Q_c}{m_c} \delta_{ab} \right) \quad (177)$$

соответственно, где v_v — четыре-скорость тяжёлого кварка, $Q = \text{diag}(2/3, -1/3)$ — матрица зарядов лёгких кварков, m_c и $Q_c = 2/3$ — масса и заряд с-кварка. Члены, пропорциональные Q_c/m_c , происходят от магнитного

момента с-кварка, а члены, пропорциональные β , — от облака лёгких кварков в D-мезоне.

Таким образом, амплитуда радиационного перехода $X \rightarrow \gamma\psi$ в механизме D-мезонных петель имеет вид

$$M^{\text{loop}} = \varepsilon^\nu(\psi) \varepsilon^\sigma(X) \varepsilon^\rho(\gamma) M_{v\sigma\rho}^{\text{loop}}, \quad (178)$$

где

$$M_{v\sigma\rho}^{\text{loop}} = \frac{1}{\sqrt{2}} e x_{nr} g_2 m \sqrt{M_X m_\psi} I_{v\sigma\rho}, \quad (179)$$

$I_{v\sigma\rho}$ представляет собой сумму вкладов индивидуальных диаграмм на рис. 18а–д. Амплитуда (179) калибровочно инвариантна, что гарантируется явной поперечностью магнитных вершин (176) и (177), а также тождествами Уорда.

Петлевой интеграл $I_{v\sigma\rho}$ в амплитуде (179) расходится. Следовательно, в амплитуду необходимо ввести контрчлен, происходящий от контактного $X\gamma\psi$ -взаимодействия (см. диаграмму на рис. 18е), вклад которого выражается как

$$M^{\text{cont}} = \lambda \varepsilon_{\mu\sigma\rho\nu} \varepsilon^\mu(\psi) \varepsilon^\sigma(X) \varepsilon^\rho(\gamma) q^\nu, \quad (180)$$

причём он также калибровочно инвариантен по построению. Перенормировка модели состоит в поглощении затравочной константой λ расходящейся части петлевого интеграла с образованием контактной амплитуды (180) с конечной константой λ_τ .

Вычисления проводились в схеме $\overline{MS}^9$ для трёх значений параметра регуляризации μ : $\mu = M_X/2$, $\mu = M_X$ и $\mu = 2M_X$. Ввиду неопределённостей в константе связи x_{nr} , а также в константах g_2 и g_2' , определяющих связь векторных мезонов J/ψ и ψ' с D-мезонами, разумно ввести отношения

$$r_x \equiv \left| \frac{x_{nr}}{x_{nr}^{(0)}} \right|, \quad r_g \equiv \left| \frac{g_2}{g_2^{(0)}} \right|, \quad r_g' \equiv \left| \frac{g_2'}{g_2^{(0)}} \right|, \quad (181)$$

где в качестве отправной точки модельных оценок удобно принять значения $|x_{nr}^{(0)}| = 0,97 \text{ ГэВ}^{-1/2}$ [138] и $|g_2^{(0)}| = 2 \text{ ГэВ}^{-3/2}$ [139, 141].

Численные результаты для радиационных ширин и их отношения для случая $\lambda_\tau = \lambda_\tau' = 0$ приведены в табл. 7. Заметим, что уже для $g_2'/g_2 \simeq 1$ вычисленное отношение R хотя и оказывается меньше единицы, существенно

Таблица 7. Результаты вычисления ширин радиационных распадов $\Gamma(X \rightarrow \gamma\psi)$ для $\psi = J/\psi, \psi'$, а также их отношение R

	$\mu = M_X/2$	$\mu = M_X$	$\mu = 2M_X$
$\Gamma(X \rightarrow \gamma J/\psi)$, кэВ	$9,7(r_x r_g)^2$	$23,5(r_x r_g)^2$	$43,2(r_x r_g)^2$
$\Gamma(X \rightarrow \gamma \psi')$, кэВ	$3,8(r_x r_g')^2$	$4,9(r_x r_g')^2$	$6,0(r_x r_g')^2$
$R = \frac{\Gamma(X \rightarrow \gamma \psi')}{\Gamma(X \rightarrow \gamma J/\psi)}$	$0,39(g_2'/g_2)^2$	$0,21(g_2'/g_2)^2$	$0,14(g_2'/g_2)^2$

⁹ Схема перенормировки MS (от англ. Minimal Subtraction) отвечает размерной регуляризации интегралов с отбрасыванием лишь их расходящихся частей. В модифицированной схеме $\overline{MS}$ дополнительно отбрасываются константы, которые всегда сопровождают расходящуюся часть интеграла.

превышает значение, полученное в работе [136]. При этом отношения $g_2'/g_2 \simeq 3$ уже достаточно для того, чтобы воспроизвести экспериментальное отношение (16) даже в чисто молекулярной картине.

Величина перенормированного контактного взаимодействия $\lambda_r(\lambda_r') = 0$ является дополнительным источником неопределённости в отношении R . Требование ренормализационной инвариантности окончательного результата означает, что вариация петлевого вклада в амплитуду по параметру μ должна в точности компенсироваться аналогичной вариацией контактного члена. Из таблицы 7 видно, что вариация петлевого вклада весьма велика, так что для её компенсации вклад контактного члена должен быть как минимум того же порядка величины, т.е. тоже должен быть большим. Следовательно, радиационные распады состояния $X(3872)$ весьма чувствительны к короткодействующей части его волновой функции.

Для оценки вклада контактного члена воспользуемся модельными соображениями. Поскольку наиболее естественным предположением о природе короткодействующего вклада в волновую функцию $X(3872)$ является предположение о истинном кварк-антикварковом состоянии, для определения отношения R можно воспользоваться оценками радиационных ширин распадов 2^3P_1 - $\bar{c}c$ -чармония в различных кварковых моделях. Характерные примеры таких оценок собраны в табл. 3, из которой видно, что, несмотря на значительный разброс предсказаний, в качестве естественных величин данных ширин можно взять $\Gamma(X(\bar{c}c) \rightarrow \gamma J/\psi) \simeq 50$ кэВ и $\Gamma(X(\bar{c}c) \rightarrow \gamma \psi') \simeq 100$ кэВ, что даёт $R \simeq 2$.

Вспомним теперь, что относительный вес кварковой и мезонной компонент в волновую функцию $X(3872)$ и, следовательно, вклады кварковых и мезонных петель в амплитуду радиационного перехода определяются множителями Z и $1 - Z$ соответственно (см. подробное изложение вопроса в разделе 3). Таким образом, если воспользоваться более реалистической моделью $X(3872)$, в которой волновая функция содержит заметную примесь чармония с $Z \simeq 0,4 - 0,5$ (см. результаты, представленные в разделе 5), то экспериментальное отношение R воспроизводится уже для $g_2'/g_2 \simeq 2$, что хорошо согласуется с оценками этого отношения, полученными в работе [135] в сочетании с анализом, проведённым в [139].

Таким образом, несмотря на то что результаты вычислений, представленные в табл. 7, можно рассматривать лишь в качестве оценок по порядку величины, из них следуют два важных вывода.

- Радиационные распады $X(3872)$, а также отношение радиационных ширин R более чувствительны к короткодействующей части волновой функции X , чем к её дальнедействующей части. Поэтому с помощью данных об этих распадах нельзя подтвердить или отвергнуть молекулярную модель природы X .

- Значения отношения ширин R порядка единицы, в частности экспериментально измеренное отношение (16), не противоречат молекулярной картине $X(3872)$, несмотря на высказываемое в литературе предубеждение, основанное на ранних модельных оценках.

9. Заключение

Более 60 лет назад Вайнберг нашёл ответ на вопрос о том, является ли дейтрон составной или элементарной

частицей. В то же время, когда был развит соответствующий подход и были представлены доказательства того, что дейтрон представляет собой протон-нейтронную молекулу, были сделаны оговорки, касающиеся возможности приложения подхода к другим адронным резонансам. Прочитируем Вайнберга: "Природа делает всё, что в её силах, чтобы мы не узнали, заслуживает ли элементарная частица это звание" [40]. Обычно, в самом деле, природа не очень склонна к сотрудничеству, но случай $X(3872)$ является исключением.

Во-первых, масса $X(3872)$ практически совпадает с порогом $D^0\bar{D}^{*0}$, следовательно, наличие значительной примеси пар $D\bar{D}^*$ в волновой функции $X(3872)$ неизбежно, если, конечно, константа связи $X(3872)$ с этими парами не является патологически малой. Такая близость состояния к порогу позволяет построить низкоэнергетическую эффективную теорию, что в свою очередь позволяет развить систематический подход к вычислению амплитуд рождения и распада $X(3872)$, исследуя таким образом как дальнедействующую (молекулярную), так и короткодействующую (компактную) компоненты его волновой функции.

Во-вторых, ещё одним важным преимуществом $X(3872)$ можно считать наличие предсказаний кварковых моделей для лежащего неподалеку по массе состояния истинного 2^3P_1 -чармония, которое является наиболее естественным кандидатом на роль короткодействующей части волновой функции.

Наконец, экспериментальная ситуация достаточно благоприятна: имеются весьма детальные измерения амплитуд рождения и распадов $X(3872)$, что позволяет проверять предсказания моделей. Всё это превращает $X(3872)$ из *enfant terrible* спектроскопии чармония в идеальную лабораторию для изучения мезонных молекул.

Работа Ю.С. Калашниковой поддержана Министерством образования и науки РФ (грант 14.W03.31.0026), работа А.В. Нефедьева поддержана Российским научным фондом (грант 18-12-00226).

Список литературы

1. Eichten E et al. *Phys. Rev. D* **17** 3090 (1978); *Phys. Rev. D* **21** 313 (1980) Erratum
2. Пахлова Г В, Пахлов П Н, Эйдельман С И *УФН* **180** 225 (2010); Pakhlova G V, Pakhlov P N, Eidel'man S I *Phys. Usp.* **53** 219 (2010)
3. Choi S-K et al. (Belle Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **91** 262001 (2003)
4. Tanabashi M et al. (Particle Data Group) *Phys. Rev. D* **98** 030001 (2018)
5. Kato Y et al. (Belle Collab.) *Phys. Rev. D* **97** 012005 (2018)
6. Abe K et al., in *Lepton and Photon Interactions at High Energies. Proc., 22nd Intern. Symp., LP 2005, Uppsala, Sweden, June 30–July 5, 2005*
7. Choi S-K et al. *Phys. Rev. D* **84** 052004 (2011)
8. del Amo Sanchez P et al. (The BABAR Collab.) *Phys. Rev. D* **82** 011101(R) (2010)
9. Gokhroo G et al. (Belle Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **97** 162002 (2006)
10. Aushev T et al. (Belle Collab.) *Phys. Rev. D* **81** 031103(R) (2010)
11. Aubert B et al. (BABAR Collab.) *Phys. Rev. D* **77** 011102(R) (2008)
12. Aubert B et al. (BABAR Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **102** 132001 (2009)
13. Bhardwaj V et al. (Belle Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **107** 091803 (2011)
14. Aaij R et al. (LHCb Collab.) *Nucl. Phys. B* **886** 665 (2014)
15. Abulencia A et al. (CDF Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **98** 132002 (2007)
16. Hanhart C, Kalashnikova Yu S, Kudryavtsev A E, Nefediev A V *Phys. Rev. D* **85** 011501(R) (2012)
17. Aaij R et al. (LHCb Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **110** 222001 (2013)

18. Aaij R et al. (LHCb Collab.) *Phys. Rev. D* **92** 011102(R) (2015)
19. Бадалян А М, Моргунов В Л, Баккер Б Л Г *Ядерная физика* **63** 1722 (2000); Badalian A M, Morgunov V L, Bakker B L G *Phys. Atom. Nucl.* **63** 1635 (2000)
20. Barnes T, Godfrey S *Phys. Rev. D* **69** 054008 (2004)
21. Barnes T, Godfrey S, Swanson E S *Phys. Rev. D* **72** 054026 (2005)
22. Волошин М Б, Окунь Л Б *Письма в ЖЭТФ* **23** 369 (1976); Voloshin M B, Okun L B *JETP Lett.* **23** 333 (1976)
23. De Rújula A, Georgi H, Glashow S L *Phys. Rev. Lett.* **38** 317 (1977)
24. Törnqvist N A *Phys. Lett. B* **590** 209 (2004)
25. Törnqvist N A *Phys. Rev. Lett.* **67** 556 (1991)
26. Swanson E S *Phys. Lett. B* **588** 189 (2004)
27. Wong C-Y *Phys. Rev. C* **69** 055202 (2004)
28. Wang Z-G, Huang T *Eur. Phys. J. C* **74** 2891 (2014)
29. Kang X-W, Oller J A *Eur. Phys. J. C* **77** 399 (2017)
30. Suzuki M *Phys. Rev. D* **72** 114013 (2005)
31. Gamermann D, Oset E *Eur. Phys. J. A* **33** 119 (2007)
32. Maiani L et al. *Phys. Rev. D* **71** 014028 (2005)
33. Ebert D, Faustov R N, Galkin V O *Phys. Lett. B* **634** 214 (2006)
34. Ebert D et al. *Phys. Rev. D* **76** 114015 (2007)
35. Esposito A et al. *Int. J. Mod. Phys. A* **30** 1530002 (2015)
36. Dubynskiy S, Voloshin M B *Phys. Lett. B* **666** 344 (2008)
37. Dubynskiy S, Gorsky A, Voloshin M B *Phys. Lett. B* **671** 82 (2009)
38. Weinberg S *Phys. Rev.* **130** 776 (1963)
39. Weinberg S *Phys. Rev.* **131** 440 (1963)
40. Weinberg S *Phys. Rev.* **137** B672 (1965)
41. Guo F-K et al. *Rev. Mod. Phys.* **90** 015004 (2018)
42. Ablikim M et al. (BESIII Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **110** 252001 (2013)
43. Liu Z Q et al. (Belle Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **110** 252002 (2013)
44. Bondar A et al. (Belle Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **108** 122001 (2012)
45. Garmash A et al. (Belle Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **116** 212001 (2016)
46. Bondar A E et al. *Phys. Rev. D* **84** 054010 (2011)
47. Aubert B et al. (BABAR Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **95** 142001 (2005)
48. Wang Q, Hanhart C, Zhao Q *Phys. Rev. Lett.* **111** 132003 (2013)
49. Wang Q et al. *Phys. Rev. D* **89** 034001 (2014)
50. Cleven M et al. *Phys. Rev. D* **90** 074039 (2014)
51. Wu X-G et al. *Phys. Rev. D* **89** 054038 (2014)
52. Guo F-K et al. *Phys. Lett. B* **725** 127 (2013)
53. Baru V et al. *Phys. Lett. B* **586** 53 (2004)
54. Базь А И, Зельдович Я Б, Переломов А М *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике* (М.: Наука, 1971); Пер. на англ. яз. предыдущ. изд.: Baz' A I, Zel'dovich Ya B, Perelomov A M *Scattering, Reactions and Decay in Nonrelativistic Quantum Mechanics* (Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1969)
55. Baru V et al. *Eur. Phys. J. A* **44** 93 (2010)
56. Hanhart C, Kalashnikova Yu S, Nefediev A V *Eur. Phys. J. A* **47** 101 (2011)
57. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М.: Физматлит, 2004); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics. Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)
58. Bogdanova L N, Hale G M, Markushin V E *Phys. Rev. C* **44** 1289 (1991)
59. Flatté S M *Phys. Lett. B* **63** 224 (1976)
60. Ландау Л Д *ЖЭТФ* **39** 1856 (1960); Landau L D *Sov. Phys. JETP* **12** 1294 (1961)
61. Morgan D *Nucl. Phys. A* **543** 632 (1992)
62. Artoisenet P, Braaten E, Kang D *Phys. Rev. D* **82** 014013 (2010)
63. Braaten E, Stapleton J *Phys. Rev. D* **81** 014019 (2010)
64. Micu L *Nucl. Phys. B* **10** 521 (1969)
65. Le Yaouanc A et al. *Phys. Rev. D* **8** 2223 (1973)
66. Busetto G, Oliver L Z *Phys. C* **20** 247 (1983)
67. Kokoski R, Isgur N *Phys. Rev. D* **35** 907 (1987)
68. Barnes T et al. *Phys. Rev. D* **55** 4157 (1997)
69. Ackleh E S, Barnes T, Swanson E S *Phys. Rev. D* **54** 6811 (1996)
70. Di Giacomo A et al. *Phys. Rep.* **372** 319 (2002)
71. Симонов Ю А *Ядерная физика* **66** 2083 (2003); Simonov Yu A *Phys. Atom. Nucl.* **66** 2033 (2003)
72. Kalashnikova Yu S *Phys. Rev. D* **72** 034010 (2005)
73. Danilkin I V, Simonov Yu A *Phys. Rev. D* **81** 074027 (2010)
74. Danilkin I V, Simonov Yu A *Phys. Rev. Lett.* **105** 102002 (2010)
75. Badalyan A M et al. *Phys. Rep.* **82** 31 (1982)
76. Barnes T, Swanson E S *Phys. Rev. C* **77** 055206 (2008)
77. AlFiky M T, Gabbiani F, Petrov A A *Phys. Lett. B* **640** 238 (2006)
78. Voloshin M B *Phys. Rev. D* **84** 031502(R) (2011)
79. Mehen T, Powell J W *Phys. Rev. D* **84** 114013 (2011)
80. Ohkoda S et al. *Phys. Rev. D* **86** 014004 (2012)
81. Pavón Valderrama M *Phys. Rev. D* **85** 114037 (2012)
82. Hidalgo-Duque C, Nieves J, Pavón Valderrama M *Phys. Rev. D* **87** 076006 (2013)
83. Nieves J, Pavón Valderrama M *Phys. Rev. D* **86** 056004 (2012)
84. Guo F-K et al. *Phys. Rev. D* **88** 054007 (2013)
85. Baru V et al. *J. High Energ. Phys.* **2017** 158 (2017)
86. Hidalgo-Duque C et al. *Phys. Lett. B* **727** 432 (2013)
87. Albaladejo M et al. *Eur. Phys. J. C* **75** 547 (2015)
88. Baru V et al. *Phys. Lett. B* **763** 20 (2016)
89. Braaten E, Kusunoki M *Phys. Rev. D* **71** 074005 (2005)
90. Bignamini C et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 162001 (2009)
91. Albaladejo M et al. *Chinese Phys. C* **41** 121001 (2017)
92. Esposito A et al. *Chin. Phys. C* **42** 114107 (2018)
93. Kalashnikova Yu S, Nefediev A V *Phys. Rev. D* **80** 074004 (2009)
94. Kalashnikova Yu S, Kudryavtsev A E, Nefediev A V *Ядерная физика* **73** 1638 (2010); *Phys. Atom. Nucl.* **73** 1592 (2010)
95. Meng C, Gao Y-J, Chao K-T *Phys. Rev. D* **87** 074035 (2013)
96. Aubert B et al. (BABAR Collab.) *Phys. Rev. D* **74** 011106(R) (2006)
97. Badalian A M et al. *Phys. Rev. D* **85** 114002 (2012)
98. Badalian A M, Simonov Yu A, Bakker B L G *Phys. Rev. D* **91** 056001 (2015)
99. Adachi I et al., in *Proc. of 34th Intern. Conf. on High Energy Physics, ICHEP 2008, Philadelphia, Pennsylvania, July 30 – August 5, 2008* (Stanford: SLAC, 2008)
100. Aubert B et al. (BABAR Collab.) *Phys. Rev. D* **77** 111101 (2008)
101. Hanhart C, Kalashnikova Yu S, Kudryavtsev A E, Nefediev A V *Phys. Rev. D* **76** 034007 (2007)
102. Bugg D V *J. Phys. G* **35** 075005 (2008)
103. Hanhart C, Kalashnikova Yu S, Nefediev A V *Phys. Rev. D* **81** 094028 (2010)
104. Nauenberg M, Pais A, PRINT-64-554 (1964)
105. Braaten E, Lu M *Phys. Rev. D* **76** 094028 (2007)
106. Voloshin M B *Phys. Lett. B* **579** 316 (2004)
107. Baru V et al. *Phys. Rev. D* **84** 074029 (2011)
108. Filin A A et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 019101 (2010)
109. Close F, Downum C *Phys. Rev. Lett.* **102** 242003 (2009)
110. Close F, Downum C, Thomas C E *Phys. Rev. D* **81** 074033 (2010)
111. Liu Y-R et al. *Eur. Phys. J. C* **56** 63 (2008)
112. Thomas C E, Close F E *Phys. Rev. D* **78** 034007 (2008)
113. Kalashnikova Yu S, Nefediev A V *Письма в ЖЭТФ* **97** 76 (2013); *JETP Lett.* **97** 70 (2013)
114. Новожилов Ю В *Введение в теорию элементарных частиц* (М.: Наука, 1972); Пер. на англ. яз.: Novozhilov Yu V *Introduction to Elementary Particle Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1975)
115. Калашникова Ю С, Неведьев А В *Ядерная физика* **60** 1529 (1997); Kalashnikova Yu S, Nefediev A V *Phys. Atom. Nucl.* **60** 1389 (1997)
116. Baru V et al. *Phys. Rev. D* **91** 034002 (2015)
117. Nogga A, Timmermans R G E, van Kolck U *Phys. Rev. C* **72** 054006 (2005)
118. Кудрявцев А Е, Маркушин В Е, Шапиро И С *ЖЭТФ* **47** 432 (1978); Kudryavtsev A E, Markushin V E, Shapiro I S *Sov. Phys. JETP* **47** 225 (1978)
119. Кудрявцев А Е, Попов В С *Письма в ЖЭТФ* **29** 311 (1979); Kudryavtsev A E, Popov V S *JETP Lett.* **29** 280 (1979)
120. Beane S R et al. *Nucl. Phys. A* **700** 377 (2002)
121. Braaten E, Phillips D *Phys. Rev. A* **70** 052111 (2004)
122. Fleming S et al. *Phys. Rev. D* **76** 034006 (2007)

123. Kaplan D B, Savage M J, Wise M B *Nucl. Phys. B* **534** 329 (1998)
124. Nieves J, Pavón Valderrama M P *Phys. Rev. D* **84** 056015 (2011)
125. Guo F-K et al. *Eur. Phys. J. C* **74** 2885 (2014)
126. Prelovsek S, Leskovec L *Phys. Rev. Lett.* **111** 192001 (2013)
127. Lee S et al., arXiv:1411.1389
128. Padmanath M, Lang C B, Prelovsek S *Phys. Rev. D* **92** 034501 (2015)
129. Jansen M, Hammer H-W, Jia Y *Phys. Rev. D* **92** 114031 (2015)
130. Gell-Mann M, Oakes R J, Renner B *Phys. Rev.* **175** 2195 (1968)
131. Baru V et al. *Phys. Lett. B* **726** 537 (2013)
132. Baru V et al. *Phys. Rev. D* **92** 114016 (2015)
133. Dong Y et al. *Phys. Rev. D* **77** 094013 (2008)
134. Dong Y et al. *Phys. Rev. D* **79** 094013 (2009)
135. Dong Y et al. *J. Phys. G* **38** 015001 (2011)
136. Swanson E S *Phys. Lett. B* **598** 197 (2004)
137. Guo F-K et al. *Phys. Lett. B* **742** 394 (2015)
138. Guo F-K et al. *Phys. Lett. B* **725** 127 (2013)
139. Colangelo P, De Fazio F, Pham T N *Phys. Rev. D* **69** 054023 (2004)
140. Guo F-K, Hanhart C, Meißner U-G *Phys. Rev. Lett.* **103** 082003 (2009); *Phys. Rev. Lett.* **104** 109901 (2010) Erratum
141. Guo F-K et al. *Phys. Rev. D* **83** 034013 (2011)
142. Amundson J F et al. *Phys. Lett. B* **296** 415 (1992)
143. Cheng H-Y et al. *Phys. Rev. D* **47** 1030 (1993)

X(3872) in the molecular model

Yu.S. Kalashnikova^{(1,2,*), A.V. Nefediev^(2,†)}

⁽¹⁾ National Research Center “Kurchatov Institute”, Alikhanov Institute of Theoretical and Experimental Physics,
ul. B. Cherenushkinskaya 25, 117218 Moscow, Russian Federation

⁽²⁾ Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Leninskii prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation
E-mail: * yulia@itep.ru, † nefediev@itep.ru

We discuss methods and approaches to the description of molecular states in the spectrum of heavy quarks and investigate in detail various properties of the exotic charmonium-like state X(3872) in the framework of the mesonic molecule model.

Keywords: phenomenology of strong interactions, exotic hadrons, threshold effects, charmonium, molecular model

PACS numbers: **12.39**, – x, **14.40**.Lb, **14.40**.Rt

Bibliography — 143 references

Received 26 April 2018, revised 12 August 2018

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **189** (6) 603–634 (2019)

Physics – Uspekhi **62** (6) (2019)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.08.038411>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2018.08.038411>