

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Космологическое ускорение

С.И. Блинников, А.Д. Долгов

*Дан обзор современного состояния теории и наблюдений ускорения расширения наблюдаемой части Вселенной.***Ключевые слова:** ускоренное расширение Вселенной, тёмная энергия

PACS numbers: 04.50. – h, 12.10.Kt, 95.36. + x, 98.80. – k

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.10.038469>

Содержание

1. Введение (561).
 2. Уравнения Фридмана и космологическое ускорение (563).
 3. Проблема вакуумной энергии (565).
 4. Данные в пользу космологического ускорения (572).
 - 4.1. История.
 5. Данные по сверхновым и барионным акустическим осцилляциям (573).
 - 5.1. Элементарная космография: расстояния во Вселенной.
 - 5.2. Фотометрическое расстояние. 5.3. Лестница космологических расстояний. Сверхновые. 5.4. Разнообразие кривых блеска SN Ia и их использование для космографии. 5.5. Барионные акустические колебания, или осцилляции (BAO). 5.6. BAO в корреляционной функции галактик. 5.7. Краткое резюме результатов по сверхновым совместно с BAO. 5.8. Систематика, зависимость от z . 5.9. Сверхновые как первичные индикаторы расстояний. 5.10. Слияние нейтральных звёзд и метод стандартной сирены.
 6. Тёмная энергия (586).
 7. Модифицированная гравитация (588).
 8. Заключение (594).
 9. Приложения (595).
 - 9.1. Вывод уравнений Фридмана. 9.2. Космологические параметры. 9.3. Скалярное поле.
- Список литературы (599).

1. Введение

Одним из наиболее впечатляющих открытий в астрономии, сделанных за последние два десятилетия, было обнаружение того факта, что космологическое расширение отнюдь не замедляется со временем, как было бы естественно ожидать для вещества, движущегося в собственном гравитационном поле. Напротив, скорость расширения возрастает, причём этот процесс начался в относительно недавнюю эпоху космологической истории.

Нобелевская премия 2011 года по физике была присуждена трём астрономам: Солу Перлмуттеру, Брайану Шмидту и Адаму Риссу (Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt, Adam G. Riess) — за открытие ускоренного расширения Вселенной по наблюдениям отдалённых сверхновых ("for the discovery of the accelerating expansion of the Universe through observations of distant supernovae"). Открытие не было неожиданным, но чрезвычайно важным. Оно если не поставило окончательную точку в вопросе о характере космологического расширения в современную эпоху, то привело очень сильный аргумент в пользу того, что расширение происходит с ускорением. Далёкие сверхновые оказались более тусклыми, чем ожидалось. Точнее говоря, зарегистрированный от них поток излучения оказался ниже ожидаемого при измеренных красных смещениях $z \sim 1$ и в предположении, что светимость этих сверхновых при $z \sim 1$ такая же, как и при $z = 0$, т.е. они являются стандартными свечами.

Отсюда следует, что они дальше, чем мы думали, и, следовательно, Вселенная расширяется быстрее, чем предсказывала Стандартная модель. Строго говоря, ни ускорение, ни даже расширение прямо не измерены в том смысле, что не хватает точности для того, чтобы заметить изменение расстояний между галактиками от времени наблюдателя t . Реально измеряются зависимости расстояния от красного смещения галактик, и вот эти зависимости оказываются другими, чем те, которые предсказывала Стандартная модель. Возможные подводные камни в интерпретации этих результатов и ошибки наблюдений обсуждаются ниже.

Очень важно, что в пользу ускоренного расширения Вселенной говорят не только данные по измерению

С.И. Блинников^{(1,2,3,4,*), А.Д. Долгов^(1,2,†)}

⁽¹⁾ Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова, ул. Б. Черёмушкинская 25, 117218 Москва, Российская Федерация

⁽²⁾ Новосибирский государственный университет, ул. Пирогова 2, 630090 Академгородок, Новосибирск, Российская Федерация

⁽³⁾ Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe (WPI), University of Tokyo, Kashiwa, 277-8583, Japan

⁽⁴⁾ Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, ул. Сущёвская 22, 127055 Москва, Российская Федерация
E-mail: *sergei.blinnikov@itep.ru, †dolgov@fe.infn.it

Статья поступила 21 марта 2018 г.,
после доработки 12 июля 2018 г.

потоков излучения и расстояний до сверхновых, но и целый ряд других совершенно независимых астрономических наблюдений. Как мы обсудим ниже, сюда входят, в частности, данные о возрасте Вселенной, анализ её крупномасштабной структуры, измерение угловых флуктуаций космического микроволнового фона (cosmic microwave background, CMB) и барионных акустических осцилляций (BAO). В силу этого можно заключить, что ускоренное расширение Вселенной, вне всяких сомнений, установлено.

Чтобы оценить всю необычность этого открытия, воспользуемся простой, хотя и не вполне точной, аналогией космологического расширения с движением камня, брошенного вертикально вверх, в поле тяжести Земли. Если начальная кинетическая энергия камня будет меньше его потенциальной энергии, т.е. $E_{\text{kin}} < U$, то, достигнув определённой высоты, камень на мгновение остановится и вернётся назад. В противоположном случае, когда $E_{\text{kin}} > U$, остановки не будет и камень улетит в бесконечность. В промежуточном, весьма специальном случае, когда $E_{\text{kin}} = U$, камень также улетит бесконечно далеко, но на бесконечности его скорость обратится в нуль. Во всех случаях скорость камня будет убывать по мере его движения вверх.

Как полагали до недавнего времени, космологическое расширение происходит полностью аналогично рассмотренным выше примерам. Расширение Вселенной можно понимать как движение по инерции, возникшее в результате некоего начального толчка, вызванного гравитационным отталкиванием (антигравитацией) в эпоху инфляции, которую мы обсуждаем ниже. Если исходный толчок был не очень сильным, то в какой-то момент Вселенная прекратит расширение и схлопнется обратно к горячей и плотной сингулярности. При достаточно сильном начальном толчке расширение будет идти вечно и горячая "баня" нам не грозит. Как и в примере с камнем, считалось, что скорость космологического расширения должна убывать со временем.

Последние открытия показали, что это совсем не так. В какой-то недавний по космологическим меркам момент нормальное расширение Вселенной с уменьшением скорости сменилось ускоренным. Если вернуться к аналогии с камнем, то картина бы выглядела так, что вначале камень летел бы, как обычно, постепенно теряя скорость, однако позже он начал бы ускоряться, как будто у него включился реактивный двигатель или, что ближе к космологической ситуации, гравитационное поле Земли на больших расстояниях стало бы антигравитационным, вызывающим отталкивание вместо притяжения.

В двух словах суть открытия ускоренного расширения Вселенной состоит в том, что на сравнительно поздней стадии космологической эволюции нормальное гравитационное притяжение, замедляющее скорость расширения, переходит в гравитационное отталкивание и скорость расширения начинает возрастать со временем. Заметим сразу же, что подобная антигравитация возможна только в релятивистской теории гравитации, например, в теории Эйнштейна — в общей теории относительности (ОТО), как обсуждается в разделе 2. В теории Ньютона возможно лишь гравитационное притяжение. Кстати, исходный толчок, который привёл к созданию нашей астрономически большой Вселенной из микроскопически малого и тесного начального состояния и к наблюдаемому сегодня расширению Вселенной "по инерции",

тоже был результатом космической антигравитации. Эта стадия называется инфляционной, и в течение этой стадии расширение также происходило с ускорением. Можно сказать, что большая, подходящая для жизни Вселенная оказалась возможной только благодаря ОТО. Впоследствии первоначальная "инфляционная" антигравитация либо исчезла, либо стала пренебрежимо малой почти во всей космологической истории. Причина, по которой антигравитация снова стала играть заметную роль в космологии на современном этапе, остаётся непонятной, тем более что необходимости в ней, на первый взгляд, нет.

Во избежание недоразумения сразу отметим, что антигравитация в ОТО возможна только для безграничных систем. Любой конечный объект с положительной плотностью энергии (а мы можем рассматривать лишь такие, чтобы избежать неустойчивости мира) всегда создаёт только нормальное гравитационное притяжение. Однако два таких объекта, помещённых внутри среды с отрицательным давлением, на достаточно большом расстоянии друг от друга уже не будут чувствовать "нормальное" притяжение, а будут ускоряться в противоположные стороны. Можно показать, что для двух галактик с массами порядка массы Млечного Пути гравитационное притяжение будет компенсироваться гравитационным отталкиванием вакуумной энергии на расстояниях около двух мегапарсек (см. ниже).

Как считалось совсем недавно, окончательная судьба вселенной и геометрия её трёхмерного пространства однозначно связаны. Замкнутая вселенная, имеющая геометрию трёхмерной сферы, не сможет расширяться вечно. В какой-то момент в отдалённом будущем расширение остановится и обратится в сжатие, как в примере с камнем с малой начальной скоростью. Расширение открытой вселенной с геометрией трёхмерного гиперболоида никогда не остановится. В промежуточном случае плоского трёхмерного пространства расширение также будет вечным. Остановка произойдёт асимптотически при $t \rightarrow \infty$.

Последний случай представляет особый интерес, так как, согласно наблюдениям, геометрия вселенной очень близка к плоской.

В случае ускоренного расширения наиболее вероятным оказывается вечное расширение для любой геометрии мира. Заметим, что этот результат прямо противоположен утверждению инфляционной теории, что при неускоренном (как считалось ранее) расширении на современной и более поздних стадиях наиболее вероятная окончательная судьба Вселенной — сжатие обратно к сингулярности. Таким образом, ускоренное расширение Вселенной может спасти мир от этой печальной судьбы. Не в этом ли его необходимость?

Утверждение о том, что достаточно длительная инфляция приведёт к тому, что наша Вселенная закончит свою жизнь в горячей сингулярности, требует пояснения. Дело в том, что инфляция приводит к возмущениям плотности, в частности, на масштабах космологического горизонта. Эти возмущения являются стохастическими и знак флуктуации плотности, $\delta\rho$, может быть как положительным, так и отрицательным. Поэтому естественно ожидать, что когда-то на масштабе горизонта $\delta\rho$ окажется положительной и тогда этот кусок Вселенной отцепится от общего космологического расширения и схлопнется. С точки зрения внешнего наблюдателя мы

превратимся в чёрную дыру. Однако, как уже отмечалось, при ускоренном расширении такая судьба нам не грозит, если плотность тёмной энергии, которая, возможно, вызывает такое расширение, уменьшается медленнее, чем квадрат масштабного фактора (см. ниже рассуждения после уравнения (2.16)).

Источник, вызывающий ускоренное расширение, неизвестен. Главным образом обсуждаются два варианта. Во-первых, это так называемая тёмная энергия, т.е. какая-то субстанция, имеющая отрицательное давление, которое по абсолютной величине превосходит одну треть от её плотности энергии, $|P| > \rho/3$ (см. раздел 2). Одной из форм тёмной энергии могла бы быть вакуумная энергия или, что то же, космологическая постоянная, для которой $P = -\rho$. Другой вариант тёмной энергии — это квазипостоянное скалярное поле ϕ , аналогичное тому, которое, вероятно, генерировало инфляцию. В таком случае различие между экспоненциальным расширением на заре существования мира и в сегодняшний день лишь в различии, правда, колоссальном, энергетических и временных масштабов.

Плотность вакуумной энергии не меняется при расширении (см. ниже уравнение (2.7)). Следовательно, если тёмная энергия является вакуумной энергией, то ускоренное расширение будет продолжаться вечно для любой трёхмерной геометрии мира, как мы уже отмечали выше. Однако если тёмная энергия является энергией очень лёгкого скалярного поля или поля с почти плоским потенциалом, то в весьма отдалённом будущем, когда параметр Хаббла станет сравним с массой или наклоном потенциала этого поля, темп расширения снова станет замедляться, а само поле ϕ обратится в нуль из-за красного смещения и/или рождения безмассовых частиц. В итоге судьба Вселенной снова станет определяться её геометрией, как это было в старой доброй фридмановской космологии.

К ускоренному расширению мог бы также приводить ряд модификаций гравитации при малых кривизнах. Вместо обычной ОТО, в которой лагранжиан пропорционален скаляру кривизны, R , рассматриваются теории с дополнительным нелинейным по кривизне членом, $R + f(R)$. В принципе можно бы рассматривать добавки, зависящие от квадрата тензора Риччи или Римана или более сложных инвариантов, однако пока детального анализа последних не проведено. Из-за нелинейности действия по кривизне уравнения гравитационного поля оказываются, вообще говоря, более высокого порядка, чем обычного второго. В результате могут возникнуть проблемы с духами, тахионами и с устойчивостью теории. Это приводит к ряду ограничений на вид функции $f(R)$.

Проблема выбора между двумя этими вариантами (тёмной энергии или модифицированной гравитации) является одной из центральных проблем в феноменологическом описании ускоренного расширения Вселенной. Аналогичный вопрос существует и для механизма инфляции, помимо скалярного поля (инфлатона) инфляция могла бы быть вызвана R^2 -поправками к действию ОТО. Однако имеется существенное отличие от механизма ускорения на поздней космологической стадии, т.е. сейчас или несколько раньше. Для R^2 -инфляции требуется модификация гравитации при больших кривизнах, которая довольно естественно возникает вследствие радиационных поправок, а для феноменологиче-

ского описания ускоренного расширения сегодня требуется модификация гравитации при очень малых кривизнах, которая вводится *ad hoc* без специальных на то теоретических оснований.

Кроме того, имеется гораздо более глубокая фундаментальная теоретическая проблема, тесно связанная с ускоренным расширением, — проблема вакуумной энергии. Дело в том, что теория и в каком-то смысле даже эксперимент говорят, что вакуум не пустой, а обладает колоссальной плотностью энергии, на 50–100 порядков превышающей наблюдаемое ограничение или, может быть, измеренное значение. Поэтому необходим какой-то механизм компенсации этих громадных вкладов. Несмотря на многочисленные попытки, этот механизм до сих пор не найден. Проблема компенсации вакуумной энергии, вероятно, одна из наиболее важных проблем современной фундаментальной физики.

Обзор имеет следующую структуру. В разделе 2 приведены (а в разделе 9.1 даже выведены как на простом наивном уровне, так и вполне строго) основные космологические уравнения — уравнения Фридмана, введено понятие космологической постоянной (вакуумной энергии) и поясняется, как может возникнуть космическая антигравитация. В этом же разделе определены основные космологические параметры. В разделе 3 описана проблема вакуумной энергии и возможные способы её решения. В разделе 4 обсуждаются астрономические данные, указывающие на ускоренное расширение Вселенной. В отдельный раздел 5 вынесен анализ данных по сверхновым и барионным акустическим осцилляциям в силу большой важности такого анализа и интересных перспектив на будущее. Феноменологическое описание ускоренного расширения Вселенной за счёт тёмной энергии или модифицированной гравитации приведено соответственно в разделах 6 и 7. В разделе 9.1 представлены два варианта упрощённого вывода уравнений Фридмана (один из ньютоновского предела, второй из вариационного принципа), в разделе 9.2 приведены основные космологические параметры и обсуждаются способы их измерения. Раздел 9.3 посвящён скалярному полю в космологии.

2. Уравнения Фридмана и космологическое ускорение

В основе современной космологии лежат уравнения Эйнштейна [1, 2], связывающие кривизну пространства-времени с тензором $T_{\mu\nu}$ энергии-импульса материи:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi}{m_{\text{Pl}}^2} T_{\mu\nu}. \quad (2.1)$$

Здесь $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор, который определяет интервал в четырёхмерном пространстве-времени согласно

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.2)$$

а $R_{\mu\nu}$ и $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи и скалярная кривизна соответственно. Они известным образом выражаются через метрический тензор и его первые и вторые производные, как описывается в любом учебнике по ОТО или римановой геометрии. Величина $m_{\text{Pl}} = 1,2 \times 10^{19}$ ГэВ носит название массы Планка. Здесь и ниже мы используем естественную систему единиц, где $c = \hbar / (2\pi) = 1$.

В этих единицах ньютоновская гравитационная постоянная равна $G_N = 1/m_{Pl}^2$.

Уравнения Эйнштейна были впервые применены к космологии реальной Вселенной А.А. Фридманом [3], хотя уже сам Эйнштейн пытался построить статическую модель вселенной (для чего и ввёл лямбда-член), а де Ситтер строил модели вакуумной вселенной. Фридман предположил, что вселенная однородна и изотропна (во всяком случае, на больших масштабах) и, следовательно, пространство должно иметь постоянную трёхмерную кривизну с интервалом вида

$$ds^2 = dt^2 - a^2[d\chi^2 + \sin^2\chi^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)]. \quad (2.3)$$

Несколько иной вид получается при замене $\sin\chi = r$, тогда $d\chi^2 = dr^2/(1-r^2)$, и можно записать интервал в виде (вводя $k = 1$)

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right]. \quad (2.4)$$

Величина $a(t)$ носит название масштабного фактора и определяет расстояние между двумя событиями в трёхмерном пространстве. Это форма метрики Фридмана из работы [3] и другой его метрики из работы [4] в записи Робертсона – Уокера [5, 6] (Robertson – Walker). Соответственно метрика однородной и изотропной вселенной получила название метрики Фридмана – Робертсона – Уокера (FRW metric).

При $k = +1$ трёхмерное пространство можно рассматривать как трёхмерную сферическую поверхность, вложенную в плоское четырёхмерное пространство. В этом случае говорят о замкнутой вселенной. В остальных случаях вселенная будет открытая. При $k = -1$ трёхмерное пространство представляет собой гиперboloид, а при $k = 0$ наше пространство является трёхмерно плоским и описывается обычной (изучаемой в средней школе) геометрией Евклида.

Подстановка метрического тензора, отвечающего интервалу (2.4), в уравнения (3.16) приводит к следующим уравнениям, определяющим эволюцию масштабного фактора от "сотворения" мира почти до наших дней, пока вселенную можно считать однородной и изотропной:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3} \frac{\rho}{m_{Pl}^2} - \frac{k}{a^2}, \quad (2.5)$$

где ρ — плотность энергии вещества, т.е. T_{tt} (или T_{00}) — компонента тензора энергии-импульса. Заметим, что в соответствии с гипотезой об однородности и изотропии вселенной предполагается, что тензор энергии-импульса имеет диагональный вид с пространственными компонентами, пропорциональными плотности давления, $T_i^j = -\delta_i^j P$.

Второе уравнение Фридмана выражает ускорение при расширении через плотность энергии и давления вещества:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3m_{Pl}^2} (\rho + 3P). \quad (2.6)$$

Сразу же отметим, что при $P < -\rho/3$ ускорение оказывается положительным, т.е. гравитация становится отталкивающей (антигравитацией). Как упоминалось

во введении, с этим связан первоначальный толчок, приведший к расширению Вселенной, а также очень вероятно, что это же является причиной наблюдаемого сейчас ускоренного расширения Вселенной.

Приведём ещё уравнение, описывающее эволюцию плотности энергии во фридмановской космологии:

$$\dot{\rho} = -3H(\rho + P). \quad (2.7)$$

Это уравнение представляет собой ковариантный закон сохранения тензора энергии-импульса,

$$D_\mu T_\mu^\nu = 0, \quad (2.8)$$

где D_μ — ковариантная производная в гравитационном поле. Уравнение (2.7) является следствием двух уравнений Фридмана (2.5) и (2.6), но выделено тут в силу его важности.

В разделе 9.1 приведён элементарный (хотя и слегка жульнический) вывод этих уравнений практически без использования ОТО. Он позволяет лучше почувствовать их физический смысл. Там же дан и более строгий, но нетрадиционный вывод из вариационного принципа ОТО.

Два независимых уравнения из трёх приведённых выше (2.5), (2.6), (2.7) содержат три неизвестные функции: $a(t)$, $\rho(t)$ и $P(t)$. Чтобы полностью определить систему, необходимо ещё одно уравнение. Обычно этим уравнением является уравнение состояния, выражающее плотность давления как функцию плотности энергии, $P = P(\rho)$. Во многих практически интересных случаях справедливо линейное соотношение:

$$P = w\rho, \quad (2.9)$$

где w — обычно некоторый постоянный параметр. Последнее, однако, не обязательно и нередко обсуждаются версии теории с $w = w(t)$. Такое предположение естественно делать для феноменологического описания и анализа наблюдательных данных при разных красных смещениях (т.е. в разные моменты космологической эволюции). Также зависимость $w(t)$ естественно возникает, например, в случае, когда гравитирующая материя оказывается каким-то динамическим полем. Тогда $w(t)$ определяется уравнениями движения этого поля (см. ниже раздел 6). Заметим, что соотношение $P = P(\rho)$, строго говоря, не всегда справедливо. Давление может выражаться через плотность энергии через её производные или интеграл по времени, или может зависеть от других термодинамических переменных (температуры, удельной энтропии и т.д.). Но, разумеется, соотношение (2.9) формально всегда справедливо: $w(t) = P(t)/\rho(t)$.

В более простых, но практически интересных случаях $w = \text{const}$. Например, для нерелятивистского вещества $P \ll \rho$, поэтому полагают $w = 0$. Для релятивистского вещества, как известно, $w = 1/3$. Закон космологического расширения имеет особенно простой вид при $k = 0$ (см. уравнение (2.5)), когда трёхмерное пространство является плоским, евклидовым. Согласно наблюдениям именно это с хорошей точностью и реализуется в нашем мире. В нерелятивистском случае масштабный фактор возрастает по закону:

$$a_{NR}(t) \sim t^{2/3}. \quad (2.10)$$

В релятивистском случае закон расширения имеет вид:

$$a_{\text{rel}}(t) \sim t^{1/2}. \quad (2.11)$$

Фридманом были найдены решения уравнений (2.5)–(2.7) для различных законов расширения и *предсказано* расширение вселенной, впоследствии обнаруженное в астрономических наблюдениях. Обычно это открытие приписывают Хабблу [7], однако оно было сделано ранее Леметром [8] (см. также [9]). Поэтому закон расширения вселенной было бы уместно называть законом Фридмана – Леметра – Хаббла.

По какой-то причине Эйнштейн был противником нестационарной вселенной и длительное время (до работы Хаббла) не признавал решений Фридмана. Пытаясь применить уравнения ОТО к космологии, Эйнштейн обнаружил, что стационарные решения отсутствуют и для "спасения" стационарной вселенной предложил ввести в уравнения (3.16) (см. ниже) дополнительное слагаемое, так называемый лямбда-член или, что то же, космологическую постоянную [10]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi}{m_{\text{Pl}}^2} T_{\mu\nu}. \quad (2.12)$$

Введение этого члена не нарушает ковариантного сохранения правой и левой частей этого уравнения. Тензор Эйнштейна автоматически сохраняется в метрической теории:

$$D_\mu \left(R^\mu_\nu - \frac{1}{2} g^\mu_\nu R \right) \equiv 0. \quad (2.13)$$

Это так называемое свёрнутое тождество Бьянки, которое автоматически выполняется в римановой геометрии. Равенство нулю производной тензора Эйнштейна напоминает автоматическое обращение в нуль производной левой части уравнений Максвелла, $\partial_\mu \partial_\nu F^{\mu\nu} \equiv 0$. Правая часть уравнения (2.12) ковариантно сохраняется (см. (2.8)) в силу общей ковариантности, т.е. инвариантности теории относительно выбора системы координат. Ковариантная производная метрического тензора равна нулю по построению теории. Это легко проверить, если найти ковариантную производную метрики через символ Кристоффеля Γ :

$$\begin{aligned} g_{ik;m} &= \partial_m g_{ik} - \Gamma_{im}^j g_{jk} - \Gamma_{km}^j g_{ij} = \partial_m g_{ik} - \Gamma_{kim} - \Gamma_{ikm} = \\ &= \frac{\partial_m g_{ik}}{2} - \frac{1}{2} \left(\partial_m g_{ik} + \partial_i g_{mk} - \partial_k g_{im} \right) - \\ &- \frac{1}{2} \left(\partial_m g_{ki} + \partial_k g_{mi} - \partial_i g_{km} \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Здесь члены, подчеркнутые одинаковыми символами, взаимно уничтожаются при учёте симметрии $g_{ik} = g_{ki}$. Поэтому ковариантное сохранение всех слагаемых в уравнении (2.12) не будет нарушено, если $\Lambda = \text{const}$. Отсюда и название величины — космологическая постоянная.

По мысли Эйнштейна антигравитация, создаваемая лямбда-членом, могла бы компенсировать гравитационное притяжение обычного вещества и обеспечить стационарность вселенной. Подобное стационарное решение действительно существует, но оно неустойчиво и, что главное, противоречит позднее открытому расширению

Вселенной. Поэтому впоследствии Эйнштейн отказался от гипотезы о существовании лямбда-члена, полагая его величайшей ошибкой (blunder) своей жизни (со слов Г. Гамова в книге "Моя мировая линия", впрочем, точная цитата нам неизвестна).

Впоследствии стало ясно, что космологическая постоянная эквивалентна энергии вакуума с тензором энергии-импульса:

$$T_{\mu\nu}^{\text{vac}} = g_{\mu\nu} \rho^{\text{vac}}, \quad (2.15)$$

и с уравнением состояния $P = -\rho$ (ссылки см., например, в обзоре [11]). Очевидно, что при доминантности вакуумной энергии вселенная должна расширяться ускоренно с экспоненциально растущим масштабным фактором:

$$a^{\text{vac}}(t) \sim \exp(H_{\text{vac}} t), \quad (2.16)$$

где $H_{\text{vac}}^2 = 8\pi\rho^{\text{vac}}/3m_{\text{Pl}}^2 \approx \text{const}$.

Заметим ещё, что согласно уравнению (2.7) плотность энергии релятивистского вещества убывает как $1/a^4$, а нерелятивистского — как $1/a^3$. В эпоху доминантности как того, так и другого космологическая плотность энергии уменьшается со временем как $1/t^2$. С другой стороны, плотность энергии вакуума не изменяется ни при расширении, ни при сжатии, т.е. $\rho^{\text{vac}} = \text{const}$.

Такое поведение космологической плотности энергии объясняет связь геометрии пространства и окончательной судьбы вселенной. Особенно просто её судьбу выяснить при отсутствии вакуумной или тёмной энергии. Согласно уравнению (2.5) при $k > 0$, т.е. в замкнутой вселенной, член, пропорциональный кривизне, k/a^2 , рано или поздно окажется больше, чем слагаемое, пропорциональное плотности энергии материи, которое убывает, по крайней мере, как $1/a^3$. Следовательно, H обратится в нуль, и затем расширение сменится сжатием.

Космологические решения в теории с лямбда-членом исследовались в работах Фридмана [3, 4], а также в работах [12–15]. Авторы последних работ считали, вопреки Эйнштейну, что добавление космологической постоянной в уравнения (2.12) было чрезвычайно важным обобщением ОТО. С другой стороны, многие очень хорошие физики относились к космологической постоянной крайне отрицательно. В частности, Гамов в своей автобиографической книге "Моя мировая линия" по поводу астрономических данных, указывающих на ненулевое значение космологической постоянной, в середине 1960-х годов писал: "Лямбда опять поднимает свою безобразную голову". Впрочем, эти указания впоследствии исчезли, но позднее появились снова (см. раздел 4.1).

Однако, как мы увидим в разделе 3, квантовая теория поля не только требует, чтобы космологическая постоянная (или, что то же, энергия вакуума) была отлична от нуля, но и предсказывает громадную величину последней.

3. Проблема вакуумной энергии

Проблема вакуумной энергии является, по-видимому, наиболее серьёзной проблемой современной фундаментальной физики. Теоретические оценки различных вкладов в вакуумную энергию приводят к фантастически громадному результату. Не будет большим преувеличением сказать, что теория предсказывает $\rho^{\text{vac}} \approx \infty$. Разно-

гласие между теоретическими значениями и астрономическими данными составляет величину порядка $10^{50} - 10^{100}$. Разброс этих значений отвечает различным физическим источникам вакуумной энергии. Громадная величина теоретических вкладов и ничтожно малый суммарный результат заставляют вспомнить высказывание Фейнмана о радиационных поправках в квантовой электродинамике: "Поправки бесконечны, но малы."

Вакуумом в квантовой теории называется состояние с низшей энергией и, вообще говоря, эта энергия не обязана быть равной нулю. Вспомним хорошо известный пример квантового осциллятора, для которого энергия основного уровня равна $\omega/2$, где ω — частота осциллятора.

Если вакуумная энергия отлична от нуля, то отвечающий ей тензор энергии-импульса должен быть пропорционален метрическому тензору (см. уравнение (2.15)), так как это единственный симметричный "инвариантный" тензор второго порядка, т.е. тензор, который не изменяется при переходе из одной системы координат в другую, что естественно ожидать для вакуума.

Квантовое поле представляет собой бесконечный набор осцилляторов со всеми возможными частотами. Соответственно плотность энергии вакуумных квантовых флуктуаций какого-либо бозонного поля оказывается бесконечно большой (см. раздел 9.3):

$$\begin{aligned} \rho_b^{\text{vac}} = \langle \mathcal{H}_b \rangle_{\text{vac}} &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{\omega_k}{2} \langle a_k^\dagger a_k + b_k b_k^\dagger \rangle_{\text{vac}} = \\ &= \int \frac{d^3k}{2(2\pi)^3} \omega_k = \infty^4. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь $\langle \mathcal{H}_b \rangle_{\text{vac}}$ — среднее вакуумное значение гамильтониана этого бозонного поля, $\omega_k = (k^2 + m^2)^{1/2}$ — энергия кванта с импульсом k и массой m , a_k , $a_k^\dagger$ и b_k , $b_k^\dagger$ — операторы уничтожения и рождения частиц и античастиц соответственно.

Если вычислить давление квантовых флуктуаций вакуума, то оно также окажется бесконечным. Если при этом воспользоваться выражениями (9.28) из раздела 9.3, формально обрезая интегралы для ρ и P на одном и том же верхнем пределе, то вычисленные таким образом вакуумные средние не будут удовлетворять условию $\rho^{\text{vac}} = -P^{\text{vac}}$. На этом основании в работе [16] был сделан вывод, что вакуумные флуктуации нарушают лоренц-инвариантность вакуума, а так как вакуум должен быть лоренц-инвариантным, то надо потребовать, чтобы наиболее расходящиеся члены, которые якобы нарушают лоренц-инвариантность, обращались в нуль. Однако обращение с бесконечно расходящимися интегралами требует осторожности и, в частности, сравнение формально равных выражений для разных величин вовсе не требует того, чтобы они и в самом деле были равны, см. ниже пример с сокращением бозонных и фермионных вкладов в суперсимметричном мире, когда получающийся конечный (с точностью до логарифмической расходимости) результат удовлетворяет необходимому лоренц-инвариантному условию $\rho^{\text{vac}} = -P^{\text{vac}}$.

Очевидно, что жизнь в мире с бесконечно большой плотностью энергии невозможна. Он либо расширится с "бесконечно" большой скоростью, если плотность энергии положительна, либо мгновенно схлопнется в сингулярность, если она отрицательна. К счастью, из-за замены коммутаторов на антикоммутаторы при квантова-

нии фермионные поля вносят точно такой же по величине, но противоположный по знаку вклад:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{vac}}^{(f)} &\equiv \langle \mathcal{H}_f \rangle_{\text{vac}} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{\omega_k}{2} \langle a_k^\dagger a_k - b_k b_k^\dagger \rangle_{\text{vac}} = \\ &= - \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \omega_k = -\infty^4. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Поэтому если бы для каждого бозона существовал фермионный партнёр с точно равной по величине массой, то вакуумная энергия квантовых флуктуаций обратилась бы в нуль. Этот факт был впервые отмечен Паули [17] и независимо Зельдовичем [18] (см. также [19], где подробно обсуждается работа Паули). Интересно, что идея о сокращении вакуумных энергий бозонов и фермионов появилась ещё до появления работ, где была предложена теория суперсимметрии [20–22], при наличии которой это сокращение происходит естественно. Однако суперсимметрия, если она и существует, не является точной, и массы бозонов и фермионов должны сильно различаться. При этом расходимости четвёртой степени будут всё же сокращаться независимо от масс. При так называемом мягком нарушении суперсимметрии должны сократиться и квадратичные расходимости, но конечный остаток, пропорциональный разности масс обычных частиц и их суперпартнёров, оказывается колоссальным в космологических масштабах:

$$\rho_{\text{SUSY}}^{\text{vac}} \sim m_{\text{SUSY}}^4 > 10^{55} \rho_c, \quad (3.3)$$

где $\rho_c \approx 4 \times 10^{-47} \text{ ГэВ}^4$ — космологическая плотность энергии во Вселенной в настоящее время (см. раздел 9.2), а m_{SUSY} — массовый масштаб нарушения суперсимметрии, который согласно имеющимся экспериментальным ограничениям должен быть выше 100 ГэВ. Отсутствие сигнала от суперсимметричных частиц на Большом адронном коллайдере (LHC) в ЦЕРН, по-видимому, говорит о том, что либо m_{SUSY} должна быть заметно выше, либо суперсимметрии вообще не существует.

Отметим, что суммарный вклад бозонов и фермионов с массами, которые подобраны так, чтобы квадратично и квадратично расходящиеся вклады сокращались, даёт логарифмически расходящийся результат, удовлетворяющий условию $\rho = -P$, так что лоренц-инвариантность, как уже отмечалось, не нарушается. При этом ясно, что ответ расходится как вторая и даже четвёртая степень массы при разности масс, стремящейся к бесконечности.

Если точная суперсимметрия приводит к нулевой вакуумной энергии, то в нарушенной суперсимметрии это не обязательно. Более того, так называемая глобальная суперсимметрия при мягком её нарушении, которое не портит перенормируемости теории, требует ненулевой величины вакуумной энергии, близкой к указанной выше m_{SUSY}^4 . Однако если расширить теорию, включив в неё гравитацию, т.е. рассмотреть теорию супергравитации (SUGRA), то утверждение об обязательности ненулевой вакуумной энергии снимается и с помощью очень тонкой подгонки параметров можно получить $\rho_{\text{SUGRA}}^{\text{vac}} = 0$. Однако естественное значение вакуумной энергии в такой теории составляет $\rho^{\text{vac}} \sim m_{\text{Pl}}^4$, так что необходимая подгонка для сокращения вакуумной энергии должна иметь точность около 10^{-123} , что выглядит крайне неестественным.

Интересно отметить, что в ходе космологической эволюции вакуумная энергия претерпевала колоссаль-

ные скачки при фазовых переходах от симметричной фазы к фазе с нарушенной симметрией. Дело в том, что в основе современной теории элементарных частиц лежит понятие спонтанно нарушенной (калибровочной) симметрии. В такой теории при охлаждении вселенной изменяется вакуумное состояние. При этом скачок плотности энергии составляет $\delta\rho^{\text{vac}} \sim 10^{60} \text{ ГэВ}^4$ для фазового перехода в модели большого объединения (GUT), $\delta\rho^{\text{vac}} \sim 10^8 \text{ ГэВ}^4$ — в электрослабой теории и $\delta\rho^{\text{vac}} \sim 10^{-2} \text{ ГэВ}^4$ — в квантовой хромодинамике (КХД) при переходе от фазы конфайнмента к деконфайнменту.

Проблема вакуумной энергии приобретает особую серьёзность, если рассмотреть структуру вакуума квантовой хромодинамики. Как известно, протон состоит из трёх лёгких кварков: $p \sim uud$, масса каждого из которых равна, грубо говоря, 5 МэВ. Поэтому следует ожидать, что масса протона должна быть весьма мала, $m_p \sim (15 \text{ МэВ} - E_B) < 15 \text{ МэВ}$, где E_B — энергия связи кварков в протоне. Полученный результат по крайней мере в 60 раз меньше массы протона. Недостающий вклад в массу берётся из нетривиальных свойств вакуума КХД. Вопреки интуитивному ожиданию этот вакуум оказывается не пустым, а заполненным конденсатом кварковых [23] и глюонных [24] полей:

$$\langle \bar{q}q \rangle \neq 0, \quad \langle G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \rangle \neq 0. \quad (3.4)$$

Плотность энергии этих конденсатов отрицательна и составляет примерно 1 ГэВ^4 . Это разумная величина по меркам физики элементарных частиц и громадная по космологическим стандартам современной Вселенной:

$$\rho_{\text{QCD}}^{\text{vac}} \approx -10^{45} \rho_c. \quad (3.5)$$

Внутри протона кварки уничтожают глюонный конденсат, отсутствие которого поднимает массу протона до нужной величины:

$$m_p = 2m_u + m_d - \rho^{\text{vac}} l_p^3 \sim 1 \text{ ГэВ}, \quad (3.6)$$

где l_p — размер протона.

Возникает почти мистическая ситуация. Прекрасно установленная, согласующаяся с экспериментом теория говорит, что вакуум не пустой. В нём присутствуют кварковые и глюонные поля, плотность энергии которых на 45 порядков превышает космологическую. Тем не менее полная плотность вакуумной энергии равна космологической. Что-то ещё "живёт" в вакууме и это "что-то", возможно, какое-то новое поле, компенсирует $\rho_{\text{QCD}}^{\text{vac}}$ на 45 порядков. Заметим, что такое новое поле должно быть лёгким, иначе оно не могло бы действовать на космологических масштабах. Кроме того, оно "ничего не знает" ни о кварках, ни о глюонах. В противном случае, если бы это поле заметно взаимодействовало с ними, то оно было бы обнаружено экспериментально. Очевидно, вакуумная энергия описывается одним параметром, и все описанные вклады можно компенсировать одной-единственной константой вычитания, но такое решение выглядит весьма неестественным.

Проблема усугубляется ещё и тем, что вакуумная (или вакуумноподобная) энергия не совсем нулевая и по какой-то неясной причине близка по величине к плотности энергии обычной материи (включая тёмную материю), хотя законы космологической эволюции ρ^{vac} и ρ_m

совершенно различны. Как мы отмечали выше, ρ^{vac} остаётся постоянной при расширении вселенной, а ρ_m уменьшается как куб масштабного фактора a для нерелятивистского вещества и как $1/a^4$ — для релятивистского. В настоящее время имеется ряд попыток решения этой проблемы или, лучше сказать, этих проблем, но ни одну из них нельзя назвать до конца удачной. Ниже мы их кратко опишем. Более детальные обзоры по этой теме содержатся в работах [25–38].

Первое, самое простое и ужасно некрасивое решение, уже упомянутое несколькими строками выше, состоит в том, что все эти вклады в вакуумную энергию компенсируются некоторой исключительно точно подобранной константой вычитания, которая равна сумме всех физических вкладов в вакуумную энергию с точностью $10^{-45} - 10^{-127}$. Это по существу представляет собой выбор нуля в отсчёте энергии. Так как нам надо объяснить величину лишь одного числа, то исключить возможность именно такого некрасивого решения никак нельзя, но она представляется весьма неестественной. Кроме того, хотелось бы, чтобы все вклады в вакуумную энергию происходили от физических полей, а не от какого-то произвольно выбранного числа.

В несколько лучшем положении находится предложение решения проблемы вакуумной энергии на основе антропного принципа, который гласит, что вопрос о величине тех или иных значений фундаментальных постоянных задаётся наблюдателем, находящимся во вселенной, где имеются подходящие условия для существования этого наблюдателя. Список ранних работ, видимо неполный, по антропному принципу дан в ссылках [39–42]; более подробное обсуждение может быть найдено, например, в книгах [43–46].

Для естественной реализации антропного принципа необходимо, чтобы существовало близкое к бесконечному (или даже бесконечное) число вселенных с различными значениями фундаментальных постоянных, в частности, с различными затравочными значениями вакуумной энергии (т.е. с различными константами вычитания). Весьма естественно космологически большие вселенные с различными физическими свойствами возникают в инфляционной модели [47]. Особенно хороша в этом смысле хаотическая инфляция [48]. По-видимому, впервые идея о большом числе вселенных в применении к решению проблемы вакуумной энергии была высказана в работе [49].

Идея о множественности вселенных получила сильную поддержку в контексте теории суперструн. Эти теории формулируются в 10-мерном пространстве, но предполагается, что дополнительные к нашему миру 6 измерений являются маленькими, компактными. Реалистический механизм компактификации дополнительных измерений, совместимый с инфляцией, был предложен в работе [50]. Вскоре было осознано, что существует колоссальное количество способов компактификации этого 6-мерного пространства. Согласно оценке работы [51] количество возможных типов компактификации оказалось около 10^{500} или, возможно, даже заметно больше. Аналогичные идеи о существовании большого числа различных вселенных развивались в работе [52].

Среди этого множества вселенных лишь относительно немногие могут оказаться пригодными для жизни (а могут и не оказаться). В пригодных для жизни все-

ленных вакуумная энергия, как положительная, так и отрицательная, не может быть слишком большой по абсолютной величине. При большой отрицательной ρ^{vac} вселенная схлопнется ещё до образования звёзд и планет, а при большой положительной ρ^{vac} расширение будет настолько быстрым, что никакие небесные тела не успеют возникнуть, так как плотность материи очень быстро станет пренебрежимо малой. Этим аргументам был придан количественный характер в работах [53–55]. Было показано, что в случае $\rho^{\text{vac}} > 0$ плотность вакуумной энергии не должна отличаться более чем на 2–3 порядка от космологической плотности массы обычной материи [54]. В работе [56] антропный принцип был использован для вывода ограничений на значения различных космологических параметров, включая вакуумную энергию.

Более детально вопрос об антропном ограничении на величину вакуумной энергии рассмотрен в работе [57]. Автор [57] делает существенно более сильное утверждение, что антропный принцип предсказывает ненулевую вакуумную энергию, причём довольно близкую по величине к наблюдаемой. Антропное ограничение на величину (положительной) вакуумной энергии может быть получено из требования, что вакуумная энергия могла начать доминировать лишь позже эпохи образования галактик. Плотность энергии обычной материи убывает при космологическом расширении как куб масштабного фактора, а ρ^{vac} остаётся постоянной, поэтому должно выполняться условие

$$\rho^{\text{vac}} < (1 + z_{\text{max}})^3 \rho_{\text{m}}^0, \quad (3.7)$$

где ρ_{m}^0 — плотность материи в сегодняшней Вселенной, а z_{max} — максимальное красное смещение, при котором начинают образовываться галактики.

Согласно работе [57] при $z_{\text{max}} \sim 10$ антропное ограничение на плотность вакуумной энергии составляет $\rho^{\text{vac}} < 4000 \rho_{\text{m}}^0$. Это ограничение было улучшено в работе [54] (см. также [58]): $\rho^{\text{vac}} < 100 \rho_{\text{m}}^0$, где было впервые отмечено, что не все значения Λ совместимы с наличием во Вселенной разумной жизни.

В работе [59] антропные соображения применялись к трём временным масштабам: времени образования галактик, моменту доминантности космологической постоянной в плотности энергии Вселенной и возрасту Вселенной — и был сделан вывод, что плотность вакуумной энергии близка к наблюдаемой.

Близкое утверждение о малости вакуумной энергии сделано в работе [60], однако, по словам авторов, нулевая вакуумная энергия намного более вероятна, чем наблюдаемая величина тёмной энергии.

Детальный анализ антропного подхода к вероятности того или иного значения вакуумной энергии был проведён в работах [61, 62]. Хотя авторы и сходятся во мнении, что антропные соображения говорят в пользу наибольшей вероятности малой вакуумной энергии, близкой к критической плотности энергии, всё же их результаты слегка различаются. Учитывая неопределённость оценок, можно говорить о хорошем их согласии.

Отрицательная плотность энергии вакуума ведёт к гравитационному притяжению и, чтобы избежать раннего сжатия вселенной до того, как она состарилась до современного возраста, необходимо выполнение условия $|\rho^{\text{vac}}| < \rho_{\text{m}}^0$.

Несмотря на очевидные успехи в понимании возможности естественной реализации антропного принципа, остаётся чувство неудовлетворённости теорией, в которой нет возможности динамического вычисления основных параметров. В связи с этим хочется вспомнить о проблемах фридмановской космологии, для решения которых пришлось бы применять антропный принцип, если бы не было найдено красивое и экономное инфляционное решение, давшее чёткое количественное предсказание о спектре возмущений плотности. Критику антропного подхода можно найти в статье [63]. Но в физике любой подход имеет право на существование, пока и поскольку он не противоречит опыту и хорошо установленным теориям в области их применимости.

Какое-то время назад возлагались надежды на существование симметрии, которая требовала бы нулевого значения лямбда-члена, как это происходит в ненарушенной суперсимметрии. Похоже, эти надежды оказались тщетными. Симметрия должна реализовываться при достаточно низких энергиях, ниже 100 МэВ, иначе будет невозможно компенсировать вакуумную энергию в КХД (3.5), а при этих энергиях физика хорошо известна и никакой подходящей симметрии в этом случае наверняка не существует. Более того, чтобы получить наблюдаемое значение вакуумной (или вакуумоподобной) энергии на уровне $(10^{-12} \text{ ГэВ})^4$, мы должны сдвинуться в область гораздо более низких, чем 100 МэВ, энергий.

С точки зрения по крайней мере одного из авторов этого обзора наиболее интересным представляется механизм динамической компенсации вакуумной энергии, предложенный в работе [64] в 1982 г. Предполагается, что существует новое лёгкое или безмассовое поле ϕ , таким образом связанное с гравитацией, что при наличии вакуумной энергии возникает конденсат этого поля, энергия которого компенсирует исходную вакуумную энергию. Этот механизм напоминает известное решение проблемы нарушения CP -инвариантности аксионным полем. Само предположение о том, что обратная реакция системы на внешнее воздействие стремится уменьшить это воздействие, является совершенно общим. Оно известно в химии с XIX века и носит название принципа Ле Шателье (Le Chatelier).

Исходная идея [64] и множество последующих предположений (см. обсуждения в обзорах [25–38]) опирались на использование скалярного поля, однако не исключены и поля высших спинов, например, векторное [65] или тензорное [66]. Независимо от конкретной реализации, эти предсказания имеют общие и весьма привлекательные черты. Во-первых, вклад энергии-импульса ϕ в космологическую динамику приводит к тому, что исходное экспоненциальное расширение переходит в степенное. Во-вторых, компенсация вакуумной энергии полем ϕ не является полной, а лишь с точностью до величины порядка $\rho_{\text{c}}(t)$. В-третьих, "недокомпенсированное" значение вакуумной энергии может иметь необычное уравнение состояния, в частности приводящее к ускоренному расширению. Таким образом, подобный механизм не только решает проблему компенсации вакуумной энергии от гигантской величины, типичной для физики элементарных частиц, до космологически малых значений, но и позволяет решить так называемую проблему совпадения, т.е. объяснить близость величины нескомпенсированной тёмной энергии ρ_{DE} (DE — dark energy) к полной, зависящей от времени плотности энергии во

вселенной $\rho_c(t)$ в полном соответствии с тем, что мы видим на небе. В этом смысле наличие космологической тёмной энергии было предсказано в 1982 г. [64] задолго до её астрономического наблюдения. К сожалению, до настоящего времени, несмотря на многочисленные попытки, не удалось найти реалистической космологической модели, включающей этот механизм.

По-видимому, впервые предположение о том, что вакуумная энергия может зависеть от времени и быть близкой по величине к космологической плотности энергии, было высказано М. Бронштейном [67]. Однако взятые буквально модели с $\Lambda = \Lambda(t)$ далеко не безобидны, так как ковариантное сохранение левой части уравнений Эйнштейна требует, как известно, выполнения условия $\Lambda = \text{const}$ (см. обсуждение сразу после уравнения (2.12)). Чтобы компенсировать несохранение вакуумной энергии, вводят равное по величине, но противоположное по знаку несохранение тензора энергии-импульса материи, $T_{\mu\nu}$. Однако при этом теряется предсказательная сила теории, так как подобные модели говорят лишь о том, чему должна быть равна ковариантная дивергенция:

$$D_\mu T_\nu^\mu = -\frac{m_{\text{Pl}}^2}{8\pi} \partial_\nu \Lambda, \quad (3.8)$$

но ничего не могут сказать о величине $T_{\mu\nu}$. По подобной причине работа Бронштейна была подвергнута Ландау довольно жёсткой критике.

Напомним, что в ОТО тензор энергии-импульса вычисляется как функциональная производная действия материи по метрике, так что он автоматически сохраняется в силу принципа общей ковариантности. Отказ от последнего привёл бы, вообще говоря, к ненулевой массе гравитона, в противоречии с наблюдениями. (См. работу [68] об анализе модифицированных теорий гравитации на масштабах звёзд и галактик с учётом возможного нарушения механизма Вайнштейна [69], который мог бы помочь избежать проблем с конечной массой гравитона.) Другая возможность — это революционная модификация теории гравитации, например, обращение к неметрическим теориям.

Можно, однако, избежать всех этих проблем, если ввести в теорию новое лёгкое или безмассовое поле, которое имеет приближённое уравнение состояния $P \approx -\rho$, отвечающее квазипостоянной вакуумоподобной плотности энергии.

Первая модель динамического сокращения вакуумной энергии, предложенная в работе [64], опиралась на безмассовое скалярное поле, неминимально связанное с гравитацией и удовлетворяющее уравнению движения вида

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + U'(\phi, R) = 0. \quad (3.9)$$

Потенциал $U(\phi, R)$ был выбран в простейшей форме, $U = \xi R \phi^2/2$. Легко видеть, что при $\xi R < 0$ это уравнение в пространстве де Ситтера имеет неустойчивые, экспоненциально растущие со временем решения, так как при постоянной кривизне R квадрат эффективной массы поля ϕ отрицателен. Аналогичное положение имеет место в модели Хиггса, когда длинноволновые состояния с $\phi = 0$ оказываются неустойчивыми.

С ростом ϕ уже нельзя пренебрегать его воздействием на космологическую эволюцию и, как легко проверить,

исходно экспоненциальное расширение, $a(t) \sim \exp(H_v t)$, асимптотически перейдёт в степенное:

$$\phi \sim t, \quad a(t) \sim t^\beta, \quad (3.10)$$

где β — некоторая постоянная, выражающаяся через параметры модели. Таким образом, обратная реакция ϕ на космологическое расширение приводит к превращению экспоненциального закона расширения во фридмановский, несмотря на наличие исходно ненулевой вакуумной энергии.

К числу недостатков этой простой модели, основанной на скалярном поле, следует отнести то, что тензор энергии-импульса этого поля не пропорционален метрическому тензору,

$$T_{\mu\nu}(\phi) \neq \tilde{\Lambda} g_{\mu\nu}, \quad (3.11)$$

и поэтому вакуумная энергия не обращается в нуль даже асимптотически. Изменение режима расширения достигается благодаря ослаблению гравитационного взаимодействия, константа которого убывает со временем, вначале экспоненциально, а затем как квадрат времени:

$$G_N \sim \frac{1}{t^2}. \quad (3.12)$$

Если бы подобное изменение G_N имело место в ранней вселенной, а позже как-то стабилизировалось, то этот механизм мог бы объяснить иерархию гравитационного и электрослабого масштабов [70].

Успешные предсказания теории первичного нуклеосинтеза требуют, чтобы константа G_N изменилась не более чем на 10 % от момента, когда возраст вселенной был около одной секунды, до нашего времени [71–74]. Ещё более сильные ограничения на переменность G_N следуют из анализа прихода сигнала от пульсара J1713+0747 (метод так называемого пульсарного тайминга, pulsar timing): $\dot{G}_N/G_N = (-0,6 \pm 1,1) \times 10^{-12} \text{ год}^{-1}$ (99,7 % CL), что по крайней мере в 30 раз медленнее, чем скорость расширения Вселенной [75]. Так что стабилизация изменения G_N со временем явно необходима. Однако имеются указания на некоторую мистическую переменность $G_N(t)$ [76, 77].

К настоящему времени опубликовано несколько десятков работ, в которых обсуждаются различные механизмы динамической компенсации вакуумной энергии скалярным полем. Ранние работы приведены в [78–90], а также в [91–94], где в основном речь идёт о феноменологическом описании тёмной энергии скалярным полем. Ссылки на более поздние статьи можно найти в обзорах [25–38]. К сожалению, ни один из предложенных механизмов нельзя считать полностью удовлетворительным.

С. Вайнбергом была сформулирована теорема о невозможности (no-go theorem) естественной компенсации вакуумной энергии скалярным полем (см. статью [25]). Теорема основана на том, что для компенсации необходимо выполнение двух условий: равенства нулю суммы $\rho_{\text{tot}} = \rho^{\text{vac}} + \rho_\phi$ и равенства нулю в этой точке производной потенциала $U'(\phi, R)$. Последнее условие означает, что то значение ϕ , при котором исчезает полная вакуумоподобная энергия, $\rho_{\text{tot}} = 0$, является одновременно и решением уравнения движения (3.9) с $\phi = \text{const}$. Однако, как это нередко бывает в физике, теоремы о невозможности удаётся обойти, изменив условия задачи. В частно-

сти, можно обратиться к полям с ненулевым спином (см. ниже) или же модифицировать форму взаимодействия ϕ с гравитацией, как это было сделано в работе [95] и более детально рассмотрено в работах [96, 97]. Основная идея этих работ состоит в том, чтобы модифицировать кинетический член скалярного поля, введя в него коэффициент, обратно пропорциональный квадрату кривизны:

$$A = \int d^4x \sqrt{-g} \times \left[-\frac{1}{2} (R + 2\Lambda) + F_1(R) \frac{D_\mu \phi D^\mu \phi}{2R^2} - U(\phi, R) \right]. \quad (3.13)$$

Здесь используется система единиц, в которой $m_{\text{Pl}}^2/8\pi = 1$. Соответствующее уравнение движения для ϕ имеет вид

$$D_\mu \left[D^\mu \phi \left(\frac{1}{R} \right)^2 \right] + U'(\phi) = 0, \quad (3.14)$$

а в FRW-метрике для пространственно-однородного поля $\phi(t)$ сводится к уравнению

$$\left(\frac{d}{dt} + 3H \right) \left(\frac{\dot{\phi}}{R^2} \right) + U'(\phi) = 0. \quad (3.15)$$

Уравнения Эйнштейна приобретают, в частности, дополнительное слагаемое, пропорциональное высшим производным поля ϕ :

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - 4C_1 \left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} D^2 - D_\mu D_\nu \right) R - \\ - \frac{D_\mu \phi D_\nu \phi}{R^2} + \frac{(D_\alpha \phi)^2}{2R^2} \left(g_{\mu\nu} + \frac{4R_{\mu\nu}}{R} \right) - \\ - g_{\mu\nu} [U(\phi) + \rho_{\text{vac}}] + 2(g_{\mu\nu} D^2 - D_\mu D_\nu) \frac{(D_\alpha \phi)^2}{R^3} = T_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

где $T_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса вещества, $(D\phi)^2 \equiv D_\alpha \phi D^\alpha \phi$ и для простоты мы положили $F_1(R) = C_1 R^2$.

Взяв след по индексам μ и ν , получим

$$\begin{aligned} -R + 3 \left(\frac{1}{R} \right)^2 (D_\alpha \phi)^2 - 4[U(\phi) + \rho_{\text{vac}}] - \\ - 6D^2 \left[2C_1 R - \left(\frac{1}{R} \right)^2 \frac{(D_\alpha \phi)^2}{R} \right] = T^\mu_\mu. \end{aligned} \quad (3.17)$$

В пространственно-однородном случае ковариантный оператор Д'Аламбера, действующий на скаляр, имеет вид $D^2 = d^2/dt^2 + 3H d/dt$, причём параметр Хаббла связан со скаляром кривизны соотношением

$$R = -6(2H^2 + \dot{H}). \quad (3.18)$$

Уравнения (3.15), (3.17), (3.18) полностью описывают нашу систему в отсутствие обычного вещества. Как показано в работах [96, 97], эти уравнения даже при исходно ненулевой вакуумной энергии имеют асимптотическое решение:

$$H = \frac{h}{t}, \quad R = \frac{r}{t^2}, \quad U(\phi) - \rho_{\text{vac}} \sim \frac{1}{t^2}. \quad (3.19)$$

Амплитуда поля ϕ стремится к значению, при котором потенциал $U(\phi)$ компенсирует исходно ненулевую вакуумную энергию, и экспоненциальный закон расширения переходит во фридмановский. Следовательно, это решение компенсирует вакуумную энергию, позволяя избежать запрет Вайнберга. Решение обладает и другими привлекательными свойствами, в частности, можно показать, что отвечающий ему параметр Хаббла равен $H = 1/(2t)$, как это имеет место в реальной космологии на стадии доминантности релятивистского вещества. Однако это значение H никак не связано с тем, какое вещество содержится во вселенной, тогда как в обычной космологии $H \sim \sqrt{\rho}$.

Кроме того, оказывается, что такие "хорошие" решения неустойчивы [97]. Для приведённого выше решения (3.19) последнее слагаемое в левой части уравнения (3.17), содержащее D^2 , оказывается малым, несущественным. Однако при изучении устойчивости решений того или иного уравнения члены с высшими производными должны быть сохранены, так как они коренным образом влияют на устойчивость. В работе [92] было показано, что именно члены с высшими производными ведут к сингулярному решению с R и H , обращающимися в бесконечность за конечное и короткое время. В общем решении знак кривизны изменяется с исходно отрицательного на положительный, причём параметр Хаббла стремится к минус бесконечности, приводя к коллапсу Вселенной, независимо от наличия обычного вещества.

Более общее действие вида

$$\begin{aligned} A = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{m_{\text{Pl}}^2}{16\pi} (R + 2\Lambda) + F_2(\phi, R) D_\mu \phi D^\mu \phi + \right. \\ \left. + F_3(\phi, R) D_\mu \phi D^\mu R - U(\phi, R) \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

пока не исследовано. Кроме того, в принципе в действие можно бы включить члены, зависящие от $R_{\mu\nu}$ или $R_{\mu\nu\alpha\beta}$, в надежде получить реалистическую модель. Однако наличие высших тензоров кривизны, помимо скаляра, вообще говоря, должно приводить к тахионам или духам в теории гравитации, которых счастливо избегает ОТО или теории с действием, зависящим лишь только от R , несмотря на наличие в действии вторых производных.

Теорему Вайнберга удаётся обойти также в модели динамической компенсации с двумя скалярными полями [98–102]. Одно из двух скалярных полей ϕ , рассмотренных в модели работы [101], имеет обычный кинетический член в лагранжиане, а второе поле χ — сингулярный при $\phi \rightarrow 0$ (p — целое число):

$$L_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{\mu^{2p}}{2\phi^{2p}} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi, \quad (3.21)$$

который напоминает лагранжиан из более поздней работы [95] тем, что заставляет релаксировать поле ϕ вблизи нуля. Точнее, надо бы сказать наоборот: в работе [95] используется эта идея работы [101]. Это приводит к довольно заметному сходству обеих работ, и их достоинств, и их недостатков.

Возможно, компенсирующие поля с ненулевым спином смогут решить проблему вакуумной энергии успешнее, чем скалярное поле. Модель компенсирующего векторного поля, V_μ , была предложена в работе [65] с лаг-

ранжианом, выбранным в форме

$$L_1 = \eta \left[\frac{F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}}{4} + (V^\mu_{;\mu})^2 \right] + \xi R m^2 \ln \left(1 + \frac{V^2}{m^2} \right). \quad (3.22)$$

В этой теории временная компонента поля, V_t , оказывается неустойчивой в пространстве де Ситтера и растёт со временем:

$$V_t \sim t + \frac{c}{t}. \quad (3.23)$$

Доминирующий член в тензоре энергии-импульса, отвечающий этому решению, пропорционален метрическому тензору и имеет вид

$$T_{\mu\nu}(V_t) = -\rho^{\text{vac}} g_{\mu\nu} + \delta T_{\mu\nu}, \quad (3.24)$$

где $\delta T_{\mu\nu}$ асимптотически стремится к нулю.

В этой модели гравитационная постоянная зависит от времени, но лишь логарифмически, что могло бы и не противоречить имеющимся ограничениям на вариацию G_N . Однако схема обладает типичным недостатком известных компенсационных механизмов, а именно, отсутствием связи между темпом космологического расширения, H , и плотностью энергии материи во вселенной, как это имеет место в обычной космологии (см. (2.5)).

Другую интересную возможность открывает безмассовое тензорное поле второго ранга, $S_{\mu\nu}$ [66], с лагранжианом, который содержит лишь кинетические члены:

$$L_2 = \eta_1 S_{\alpha\beta;\gamma} S^{\alpha\gamma;\beta} + \eta_2 S_{\beta;\alpha} S^{\alpha\gamma;\beta}_{;\gamma} + \eta_3 S_{\alpha;\beta} S^{\alpha\gamma;\beta}_{;\gamma}. \quad (3.25)$$

Иными словами, это свободное поле с минимальным гравитационным взаимодействием. Как известно, безмассовое поле должно взаимодействовать с сохраняющимся источником во избежание инфракрасной катастрофы. С другой стороны, единственным сохраняющимся источником тензорного поля второго ранга является тензор энергии-импульса (см., например, книгу [103]). Отсюда делается вывод, что единственным безмассовым полем спина два может быть только гравитон. Однако для свободных полей это ограничение неприменимо, и безмассовое тензорное поле второго ранга не исключено. Отметим ещё, что лагранжиан (3.25) зависит только от производных поля, и поэтому инвариантен при сдвиге на ковариантно постоянный тензор второго ранга. В силу этого квантовые радиационные поправки не должны генерировать массу для $S_{\alpha\beta}$. В этом состоит важное отличие от скалярного поля, для которого, вообще говоря, масса может возникнуть в результате радиационных поправок.

В плоской метрике Фридмана – Робертсона – Уокера компоненты поля $S_{\alpha\beta}$ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$(\partial_t^2 + 3H\partial_t - 6H^2) S_{tt} - 2H^2 s_{ij} = 0, \quad (3.26)$$

$$(\partial_t^2 + 3H\partial_t - 6H^2) s_{ij} = 0, \quad (3.27)$$

$$(\partial_t^2 + 3H\partial_t - 2H^2) s_{ij} - 2H^2 \delta_{ij} S_{tt} = 0, \quad (3.28)$$

где $s_{ij} = S_{ij}/a(t)$ and $s_{ij} = S_{ij}/a^2(t)$.

Легко видеть, что временно-временная компонента, S_{tt} , и изотропная пространственно-пространственная

компонента, $S_{ij} \sim \delta_{ij}$, нестабильны и растут со временем в метрике де Ситтера. Тензор энергии-импульса этих компонент стремится к постоянной величине, пропорциональной метрическому тензору, и компенсирует исходную вакуумную энергию с точностью до членов порядка m_{Pl}^2/t^2 . Однако, хотя это и не очевидно, константа связи гравитации с веществом меняется со временем, согласно аргументам, представленным в работе [104].

Здесь уместно сделать следующее общее замечание. Обычно при построении теории полей со спином накладываются дополнительные условия равенства нулю компонент с низшими спинами. Так, например, в теории векторного поля устраняется временная компонента вектора, которая является трёхмерным скаляром. В теории тензорного поля второго ранга устраняется не только трёхмерный скаляр, но и трёхмерный вектор. Однако в рассмотренном выше примере ситуация противоположная, когда трёхмерно скалярные компоненты четырёхмерного тензора остаются физическими, а устранение высших спинов является необходимым. Не ясно, можно ли непротиворечиво сформулировать подобную теорию, но в литературе имеется пример калибровочной теории скалярного поля, которое описывается временной компонентой вектора V_t , а компоненты со спином, равным единице, исключены [105].

Недавно в серии работ [106–109] были получены многообещающие результаты для механизма динамической компенсации вакуумной энергии в теории нескольких связанных векторных полей, временная компонента которых возрастает пропорционально времени, компенсируя вакуумную энергию. В такой модели, по видимому, удастся избежать отмеченных выше проблем с ростом гравитационной постоянной, хотя остаётся "вечная" проблема отсутствия канонической зависимости параметра Хаббла от плотности энергии обычной материи в ранние времена, например, в период первичного нуклеосинтеза.

Описанные выше механизмы динамической компенсации вакуумной энергии рассматривались большей частью в рамках инфляции, которая, как мы уже говорили, дала успешное количественное предсказание спектра возмущений плотности. Тем не менее пока нельзя говорить об инфляции как о факте, это всё ещё гипотеза, кроме того, сама инфляция порождается разными способами, как, например, в описанном выше механизме [101]. Помимо инфляции развиваются и другие сценарии, не столь всеобъемлющие, но претендующие на объяснение малой величины сегодняшней космологической константы (см., например, [110], где динамический механизм включается в сценарий "циклической вселенной").

Упомянем в заключение ещё одну космологическую проблему, связанную с вакуумной энергией. Современное значение ρ^{vac} очень близко к величине плотности энергии материи, отличаясь от него лишь в два раза, несмотря на существенное различие их эволюции в ходе расширения вселенной. Естественного понимания этой близости мы не имеем, как, впрочем, нет понимания близости плотностей энергии барионов и тёмной материи.

В заключение этого раздела подчеркнём, что представляется весьма естественным наличие глубокой связи между проблемами компенсации вакуумной энергии и физикой тёмной энергии. Скорее всего, решение этих проблем возможно лишь в совокупности.

4. Данные в пользу космологического ускорения

4.1. История

Примерно в 1920-е годы физики стали всерьёз обсуждать модели вселенных на основе ОТО, в том числе и модели для вселенной, конечной по объёму. Первыми общерелятивистские модели вселенной создали Эйнштейн, де Ситтер, Фридман. Забавно, что в это время ещё не были известны даже по порядку величины размеры Млечного Пути. Не было даже твёрдо установлено, существуют ли вне Млечного Пути другие галактики [111].

Что знали астрономы о размерах Галактики и о нашем положении в ней к 1920-м годам? Уже в XIX веке начали аккуратно измерять расстояния и обнаруживать собственные движения близких звёзд (понятие о сфере неподвижных звёзд давно исчезло). По подсчётам слабых звёзд в разных направлениях сложилось представление, что наше Солнце расположено близко к центру Галактики, ведь плотности звёзд вдоль полосы Млечного Пути примерно одинаковы. И только к 1920 г. Х. Шепли правильно указал на центр Галактики в направлении созвездия Стрельца — вокруг него сгущались шаровые звёздные скопления. Шепли далеко отодвинул Солнце от центра Галактики. Сейчас мы знаем, что до центра примерно 8 кпк (около 25 тысяч световых лет) [112], а Шепли даже сильно завысил это расстояние. Большинство же астрономов придерживались точки зрения Кёртиса, который давал такую оценку: "Наша Галактика, вероятно, не более чем 30 тысяч световых лет в диаметре", причём полагали, что Солнце находится вблизи центра Галактики.

26 апреля 1920 г. в Национальной академии наук США в Вашингтоне состоялся исторический диспут между Шепли и Кёртисом — "великий спор". Кёртис отстаивал малую шкалу расстояний в Галактике, а Шепли — большую.

В этих дебатах Кёртис приводил некоторые оценки, взятые из статьи Лундмарка: "Вольф — около 14000 световых лет в диаметре; Эддингтон — около 15000 световых лет; Шепли (1915) — около 20000 световых лет; Ньюком — не меньше 7000 световых лет, а позднее — возможно 30000 световых лет в диаметре и 5000 по толщине; Каптейн — около 60000 световых лет". Оценка же Шепли на 1920 год такова: "Галактика имеет примерно 300 тысяч световых лет в диаметре."

В тот момент никто никого не убедил. Только в 1930-е годы стало ясно, что Шепли в вопросе о положении Солнца вдали от центра был прав. (Современные данные по поводу размера Галактики: у Кёртиса было ~ 30 тыс. св. лет, у Шепли ~ 300 тыс. св. лет. Настоящее значение составляет ~ 100 тыс. св. лет ≈ 30 кпк. Они ошиблись примерно одинаково, но в разные стороны.) Правоту Шепли удалось установить, только когда астрономы (Линдبلاد, Оорт) разобрались в асимметрии звёздных движений вокруг нас, во вращении Галактики.

Но Шепли ошибся в другом — он считал спиральные туманности, такие как М31 (Андромеда), маленькими газовыми образованиями, лежащими внутри Галактики или совсем рядом с ней. А Кёртис доказывал, что эти спирали — такие же звёздные миры, как Млечный Путь. И оказался прав (только размер галактик занижал).

Теперь можно сопоставить картину той маленькой стационарной Вселенной, модель которой пытался строить

Эйнштейн ещё до 1920 г., с реальностью, о которой мы знаем теперь. Изменились не только наблюдаемые масштабы (в миллионы раз!). Родилось понятие о нестационарной Вселенной.

График зависимости красных смещений объектов от их расстояний называют диаграммой Хаббла, по его работе 1929 г. [113]. На основе своей диаграммы Хаббл установил закон роста расстояния до галактики с увеличением красного смещения.

На самом деле первым этот закон открыл за восемь лет до того немецкий астроном Карл Вирц (Carl Wirtz, 1876–1939), которого Алан Сендидж (Alan Sandage) назвал "европейским Хабблом без телескопа" [114] (Сендидж был PhD студентом Бааде, на Хаббла он работал с 1950 по 1953 гг.). Вирц был настоящим пионером наблюдательной космологии и в 1921 г. по данным для 29 спиральных галактик обнаружил, что чем дальше галактика, тем больше её красное смещение [115] (опубликовано в июне 1922 г.). К сожалению, из-за тяжёлой жизни в Германии в то время его исследования не получили поддержки. В 1936 г., когда Хаббл был уже прославлен на весь мир, Вирц сделал отчаянную попытку напомнить о своём приоритете в журнале *Zeitschrift für Astrophysik* [116], но всё равно был практически забыт. Тем не менее авторы обзора [117] назвали Вирца "пионером космических размеров".

Объективно и кратко история открытия расширения Вселенной изложена в статье [118]. Роль таких наблюдателей, как Весто Слайфер, освещена в [119].

Ван ден Берг [118] прямо пишет: "Миф о том, что расширение Вселенной было обнаружено Хабблом, впервые был распространён Хьюмасоном (1931) [120]. Истинная природа этого открытия оказалась более сложной и интересной".

Согласно исследованию истории этого открытия [121, 122], в 1927 г. Жорж Анри-Джозеф Эдуард Леметр (1894–1966) опубликовал работу под названием "Однородная Вселенная постоянной массы с растущим радиусом, с учётом лучевой скорости внегалактических туманностей" в *Анналах научного общества Брюсселя* [8]. (Английские переводы французского оригинала появились позже [123, 124].) В этой работе он нашёл линейное соотношение между скоростью удаления галактики и расстоянием до неё. Леметр был первым, кто получил численное значение параметра "Хаббла" в этом соотношении, связывающем скорость (v) и расстояние до галактики (D). Сегодня этот параметр известен как H_0 в равенстве $v = H_0 D$. Используя результаты измерений красного смещения, проведённых Весто Мелвином Слайфером (1875–1969) и Густавом Стромбергом (1882–1962), опубликованные в 1925 г., и оценки расстояний Хаббла (1926) [125] для 42 галактик, Леметр получил значение $H_0 = 625 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$.

Когда Вирц, Леметр и Хаббл обнаружили своё соотношение красное смещение – расстояние, они не имели надёжного способа измерить расстояния до галактик. Они только предположили зависимость расстояния от размеров и светового потока галактик, причём Вирц сформулировал закон только качественно, а Леметр и Хаббл недооценили фактические значения удаления галактик почти в 10 раз. Напомним, что Вирцу ещё было вовсе не ясно — вне или внутри Млечного Пути находятся спиральные туманности, он мог ошибаться в расстоянии ещё сильнее. Тем не менее факт роста крас-

ного смещения с увеличением расстояния Вирцем был установлен верно.

4.1.1. История появления намёков на лямбда-член в наблюдениях. До работ по сверхновым Ia для всех трёх указанных выше типов вселенных обычно всерьёз рассматривали только те варианты, где сейчас происходит торможение, а не ускорение под действием взаимного тяготения вещества во Вселенной. Большинство астрономов не ожидало увидеть данные, которые можно истолковать как ускорение расширения, хотя такие модели вселенной давно уже были построены де Ситтером (для пустоты) и Фридманом (для непустой вселенной) с лямбда-членом. Фридман [3] уже в 1922 г. во всех деталях рассмотрел судьбу ускоренно расширяющейся вселенной при положительном значении Λ . (В той же статье он рассматривал и космологические модели с нулевым и отрицательным значениями Λ .)

Иногда при появлении особенностей, например, в распределении квазаров по z возникала мода на модели с лямбда-членом. Эти модели выдвигались И.С. Шкловским [126] и Н.С. Кардашёвым [127] в 1967 г. Но потом особенности "рассасывались" и мода проходила. Серьёзные аргументы в пользу реальности лямбда-члена приводила Беатриса Тинсли с коллегами в 1975–1978 гг. на основе сопоставления возраста Вселенной и шаровых звёздных скоплений [128, 129]. Тогда казалось, что шаровые скопления старше Вселенной в моделях без ускорения. Но это противоречие тоже "рассосалось".

Важную роль сыграли статьи М. Фукугиты с соавторами [130–132]. Они подчеркнули, во-первых, что параметр H_0 не может быть столь малым, как $50 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$, что получили Сэндидж и Тамман [133], а тогда нужный возраст Вселенной может дать положительное Λ . Кроме того, в работе [130] было показано, что подсчёты слабых галактик требуют "ощутимого" (sizable) значения Λ .

Поначалу эти утверждения про H_0 и Λ многие астрономы-профессионалы считали еретическими, но в 1998 г. диаграмма Хаббла для SN Ia показала, что многие из сверхновых находятся от нас чуть дальше, чем в простых моделях. Ускорение расширения Вселенной (например, за счёт лямбда-члена) могло бы объяснить увеличение расстояния, и это объяснение стало общепринятым. В разделе 5 рассмотрим, как измеряют расстояния с помощью сверхновых.

5. Данные по сверхновым и барионным акустическим осцилляциям

5.1. Элементарная космография: расстояния во Вселенной

Если правильно отождествить длины волн различных спектральных линий в спектрах далёких объектов и если известны их лабораторные значения, то можно измерить красное смещение, которое определяется как отношение сдвига частот: $z = \omega_1/\omega_0 - 1$. Астрономы умеют делать это с очень высокой точностью для близких объектов и с точностью в несколько процентов для далёких. Значит, можно сказать, насколько длины волн линий изменились с момента испускания t_1 до момента наблюдения t_0 . Отсюда и из условия

$$\omega a(t) = \text{const} \quad (5.1)$$

получаем отношение масштабных факторов в эти два момента:

$$\frac{a(t_0)}{a(t_1)} = 1 + z.$$

Как же измерять расстояния? Эта задача сложнее.

Можно дать формальное определение *собственного* (proper) расстояния. Пусть у первого наблюдателя координата $r = 0$, у далёкой галактики $r = r_1$. Тогда

$$D_{\text{prop}}(t) = \int_0^{r_1} \sqrt{g_{rr}} dr = a(t) \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1-r^2}}, \quad (5.2)$$

соответствует расстоянию, которое измерили бы наблюдатели, сидящие достаточно плотно в расширяющейся вселенной между $r = 0$ и $r = r_1$, в *один момент космического времени* t . Для того чтобы осуществить такое измерение, им пришлось бы заранее сговориться. Поэтому непосредственно от D_{prop} не очень много пользы.

Введём вспомогательную величину

$$D_{\text{flat}}(t) \equiv a(t) r. \quad (5.3)$$

Назовем D_{flat} "плоским" (flat) расстоянием. Только при нулевой кривизне, $k = 0$, эта величина D_{flat} была бы измерена в момент координатного времени t набором наблюдателей с жёсткими линейками между точками с радиальными координатами 0 и r и совпала бы с собственным расстоянием. (Напомним, что величина r безразмерна!) Мы увидим ниже, что $D_{\text{flat}}(t)$ войдёт в измеримые расстояния и в общем случае $k \neq 0$.

В теоретической космологии важным является определение *сопутствующего* (comoving) расстояния,

$$D_{\text{com}} = a(t_0) \chi,$$

где χ — фридмановская радиальная координата, входящая в выражение (2.3). Фридман использовал χ для замкнутого мира, когда $k = 1$. В общем случае можно записать соотношение

$$r = \begin{cases} \sin \chi & \text{при } k = 1, \\ \chi & \text{при } k = 0, \\ \sinh \chi & \text{при } k = -1. \end{cases} \quad (5.4)$$

Мы не можем непосредственно измерить "расстояния" D_{prop} , D_{flat} и D_{com} до далёких объектов в расширяющейся вселенной с помощью линеек или радиолокации. Вместо этого в космографии вводят различные определения расстояний, зависящие от тех измерений, которые можно реально провести (например, расстояние углового размера — по измерению углового поперечника стандартной линейки). Подробности прекрасно изложены Вайнбергом [134, 135]. Мы следуем его работам, а также тексту Кэрролла [136].

5.1.1. Расстояние углового размера. Здесь дадим только набросок определения (подробнее см. [134, 135, 137]).

Если имеется источник с известным размером (стандартная линейка), то его можно использовать для определения расстояния, измеряя его угловой размер и используя очевидные тригонометрические формулы для евклидова пространства. Например, если луч зрения пер-

пендикулярен стандартной линейке, то ясно, что при уменьшении углового размера вдвое расстояние увеличится вдвое.

При больших расстояниях D углы малы, и линейку длиной R в плоском пространстве мы видим под углом $\theta = R/D$. Это позволяет определить *расстояние углового размера*, или *расстояние по угловому диаметру* (angular diameter distance),

$$D_A \equiv \frac{R}{\theta}, \quad (5.5)$$

(для малых θ).

Нетрудно показать, что в расширяющейся вселенной (не только в пространственно плоской, но и в искривлённой)

$$D_A = \frac{a_0 r}{1+z}, \quad (5.6)$$

где r — безразмерная радиальная координата в метрике FRW (2.4), поскольку свет был испущен, когда линейка была в $1+z$ раз ближе, чем в момент приёма, когда масштабный фактор равен a_0 .

Расстояние углового размера в космологии используется в основном при анализе анизотропии реликтового излучения (СМВ). В микроволновом диапазоне наблюдается почти идеальный спектр чёрного тела, который мы принимаем с поверхности "последнего рассеяния" (surface of last scattering). Малые отклонения от средней температуры, $T \approx 2,7$ К, измеряемые как функция углового размера, говорят об акустических колебаниях первичной плазмы в этот период. Максимальная величина флуктуации δT , наблюдаемая на угловом разделении примерно в один градус, отвечает "последней" звуковой волне, вошедшей под горизонт как раз в момент рекомбинации. Длина этой волны нам известна и по величине угла можно определить расстояние до поверхности последнего рассеяния. Отсюда, в частности, получают, что наша Вселенная пространственно плоская. Детали см. в работах [137–139]. Другое приложение расстояния углового размера даёт анализ ВАО (см. ниже раздел 5.5).

5.2. Фотометрическое расстояние

Более ценным для приложений сверхновых к космографии является так называемое фотометрическое расстояние (photometric distance):

$$D_{\text{ph}} = \left(\frac{L}{4\pi F} \right)^{1/2}, \quad (5.7)$$

где L — абсолютная светимость (т.е. световая мощность) источника — *стандартной свечи* (standard candle), а F — поток, измеренный наблюдателем (энергия, приходящая в единицу времени на единичную площадь приёмника). Иногда это расстояние обозначают D_L (luminosity distance). Это определение соответствует тому, что в плоском пространстве поток источника на расстоянии D есть $F = L/(4\pi D^2)$.

Во фридмановской вселенной, однако, нельзя сюда просто подставить $D_{\text{flat}} = a_0 r$ из (5.3), где a_0 — масштабный фактор в момент, когда фотоны были зарегистрированы на сопутствующей координате r от источника. Дело в том, что с ростом r поток уменьшается не только из-за обычной дилуции (поверхность сферы возрастает как $4\pi D_{\text{flat}}^2$), а ещё из-за двух эффектов: индивидуальные

фотоны испытывают красное смещение на фактор $(1+z)$ и темп прихода фотонов тоже снижается в $(1+z)$ раз. Поэтому мы имеем

$$F = \frac{L}{4\pi a_0^2 r^2 (1+z)^2},$$

или

$$D_{\text{ph}} = a_0 r (1+z) = D_{\text{flat}}(t_0) (1+z). \quad (5.8)$$

Итак, получаем, что расстояния, введённые в выражениях (5.5) и (5.7), не равны друг другу в общем случае даже для плоского пространства, если метрика нестационарна. Равенство $D_A = D_{\text{ph}}$ выполняется только в статическом плоском пространстве, а в расширяющейся вселенной $D_{\text{ph}} = D_A(1+z)^2$. То есть для сгустков горячей плазмы, которую мы видим на момент рекомбинации, когда $z \approx 1000$, различие в *миллион раз*!

Фотометрическое расстояние D_{ph} — величина, доступная измерению, если у нас есть астрофизический источник, абсолютная светимость которого L известна (стандартная свеча). Но r в выражении (5.8) не наблюдается непосредственно, так что мы должны избавиться от него. На нулевой геодезической, по которой к наблюдателю распространяются фотоны от далёкого объекта, можно положить $d\theta = d\varphi = 0$ и тогда получим

$$0 = ds^2 = c^2 dt^2 - \frac{a^2}{1 - k\bar{r}^2} d\bar{r}^2, \quad (5.9)$$

или

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{c dt}{a(t)} = \int_0^r \frac{d\bar{r}}{(1 - k\bar{r}^2)^{1/2}}. \quad (5.10)$$

Интеграл в правой части (5.10) элементарный:

$$\int_0^r \frac{d\bar{r}}{(1 - k\bar{r}^2)^{1/2}} = \begin{cases} \arcsin(r) & \text{при } k = 1, \\ r & \text{при } k = 0, \\ \operatorname{arsinh}(r) & \text{при } k = -1. \end{cases} \quad (5.11)$$

Для левой части (5.10) сделаем следующие преобразования:

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} &= \int_{a_1}^{a_0} \frac{dt}{da} \frac{da}{a} = - \int_{a_0/a_1}^1 \frac{a}{a_0} \frac{dt}{da} d\left(\frac{a_0}{a}\right) = \\ &= \int_1^{a_0/a_1} \frac{a}{a_0} \frac{dt}{da} d\left(\frac{a_0}{a}\right). \end{aligned}$$

Отсюда

$$a_0 \int_0^r \frac{d\bar{r}}{(1 - k\bar{r}^2)^{1/2}} = c \int_1^{z+1} \frac{d(\bar{z} + 1)}{H} = c \int_0^z \frac{d\bar{z}}{H},$$

т.е. выражение сводится к наблюдаемым величинам типа $1/H$ (равной $a/\dot{a}$), z (с помощью $a_0/a_1 = z + 1$) и т.п. Таким путём мы можем избавиться от r в выражении (5.8) для D_{ph} , если выразим r через интеграл $\int_0^z d\bar{z}/H$ и через элементарный интеграл $\int_0^r (1 - k\bar{r}^2)^{-1/2} d\bar{r}$.

Чтобы сделать это, воспользуемся уравнением Фридмана (2.5) и учтём возможность ненулевой энергии вакуума:

$$H^2 = \frac{8\pi G \rho}{3} - \frac{k}{a^2},$$

что эквивалентно выражению

$$H^2 = H_0^2 [\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda + (1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda)(1+z)^2], \quad (5.12)$$

где $\Omega_m = \mathcal{E}_m/\rho_c c^2$ и $\Omega_\Lambda = \mathcal{E}_{DE}/\rho_c c^2$ — введённые выше параметры плотности для нерелятивистского вещества (плотность которого ρ_m меняется обратно пропорционально сопутствующему объёму, т.е. как $(1+z)^3$) и тёмной энергии (эта плотность постоянна в простейшем случае Λ -члена) соответственно. Заметим, что ρ_m содержит энергию как обычного, так и невидимого нерелятивистского вещества (dark matter, сокращённо DM). Ниже мы будем использовать обычные сокращения для космологических моделей, например, CDM — модель с холодной тёмной материей, Λ CDM — та же модель с учётом Λ -члена и т.п.

Подставив H в выражение $\int_0^z d\bar{z}/H$ и выразив r через $\int_0^r (1 - k\bar{r}^2)^{-1/2} d\bar{r}$ только для случая $k = -1$ (остальные случаи k получаются автоматически аналитическим продолжением), мы находим рабочую формулу для фотометрического расстояния:

$$D_{ph}(z) = \frac{c}{H_0} (1+z) \frac{1}{\sqrt{\Omega_k}} \sinh \left\{ \sqrt{\Omega_k} \int_0^z [\Omega_m(1+\bar{z})^3 + \Omega_\Lambda + \Omega_k(1+\bar{z})^2]^{-1/2} d\bar{z} \right\}. \quad (5.13)$$

Здесь $\Omega_k \equiv 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda$ и при $\Omega_k < 0$ гиперболический синус ($\sinh$) переходит в тригонометрический ($\sin$), а $\sqrt{\Omega_k}$ — в $\sqrt{|\Omega_k|}$. При $\Omega_k \rightarrow 0$ легко берётся предел, причём $\sinh$ исчезает из выражения для D_{ph} , а остаётся только интеграл $\int_0^z [\dots]^{-1/2} d\bar{z}$.

Теперь зависимость $D_{ph}(z)$ выражена через космологические параметры. Мы видим из (5.13), что величина D_{ph} очень просто связана с "плоской" величиной D_{flat} из (5.3), и с фридмановской радиальной координатой χ . Нетрудно найти аналогичное выражение для $D_{ph}(z)$ в случае непостоянной плотности тёмной энергии, когда $P = w(z)\mathcal{E}$.

Если $P_{DE} = w\mathcal{E}_{DE}$, имеем

$$H(z) = H_0 [\Omega_m(1+z)^3 + v(z)\Omega_{DE} + \Omega_k(1+z)^2]^{1/2}, \quad (5.14)$$

где $\Omega_{DE} = \mathcal{E}_{DE}/\rho_c$. Теперь $H^{-1}(z)$ из (5.14) нужно подставить на место членов в квадратных скобках в (5.13). Плотность $\mathcal{E}_{DE}$ постоянна в простейшем случае Λ -члена (когда $w = -1$). Функция $v(z)$ определяется уравнением состояния тёмной энергии $P(z) = w(z)\mathcal{E}_{DE}(z)$:

$$v(z) = \exp \left[3 \int_0^z \frac{1+w(z)}{1+z} dz \right], \quad (5.15)$$

и равна единице для постоянного Λ -члена, т.е. для $w = -1$.

Следует обратить внимание, что формулы для фотометрического расстояния D_{ph} , в которые входит D_{flat} , типа (5.8) применимы для любых k , а не только для $k = 0$. Расстояние D_{ph} связывает L и F через площадь сферы, через которую вся мощность L и проходит. Но у нас в метриках типа FRW площадь сферы связана только с $g_{22} \equiv g_{\theta\theta}$ и $g_{33} \equiv g_{\phi\phi}$, т.е. в неё не входит $g_{11} = g_{rr}$, где и присутствует параметр 3D-кривизны k . Всегда получаем для площади сферы $4\pi a^2 r^2$, а наша величина D_{flat} радиус

этой сферы и задаёт. Поэтому мы получаем формулу для D_{ph} , верную и в кривом 3D-пространстве. А "истинное" расстояние D_{prop} содержит в себе $\int \sqrt{g_{rr}} dr$.

Конечно, наша формула не будет применима в анизотропном кривом пространстве, где g_{22} и g_{33} не имеют евклидова вида.

5.3. Лестница космологических расстояний.

Сверхновые

Лестница космологических расстояний опирается на *первичные индикаторы расстояний* (primary distance indicators), такие как тригонометрические параллаксы звёзд, близкие скопления звёзд с общим движением, пульсирующие звёзды, в частности, цефеиды (когда к ним применяют метод Бааде–Весселинка).

Имеется очень много *вторичных индикаторов расстояний* (secondary distance indicators), использующих различные калибровки для расстояний, которые установлены по предшествующим ступеням лестницы [140]. Например, те же цефеиды являются вторичными индикаторами расстояний, когда используется соотношение период–светимость, прокалиброванное по объектам с известным расстоянием.

Сверхновые относятся к астрономическим объектам наивысшей светимости L , поэтому они могут наблюдаться на огромных расстояниях и играют очень важную роль в проверках космологических моделей. В этом разделе мы поясним, как сверхновые используются в качестве индикаторов расстояний.

Астрономическая классификация сверхновых основана на их спектрах в видимом свете вблизи максимума блеска. Прежде всего проверяют, есть ли линии *водорода*.

1. Сверхновые типа I: *нет линий водорода* вблизи максимума блеска. Из них выделяют подтип Ia с линией ионизованного кремния. Такие сверхновые являются наиболее яркими (т.е. имеют очень высокую светимость в максимуме).

2. Сверхновые типа II: *чёткие линии водорода* в спектрах и в максимуме блеска, а также долгое время спуска.

Для измерений потока F и светимости L астрономы по традиции используют звёздные величины (звёздная вел., или m), которые являются логарифмической мерой потока. Разность двух звёздных величин по определению равна

$$m_1 - m_0 = -2,5 (\lg F_1 - \lg F_0) = -2,5 \lg \left(\frac{F_1}{F_0} \right). \quad (5.16)$$

Коэффициент $-2,5$ выбран потому, что по традиции звезда нулевой звёздной величины имеет блеск (т.е. даёт световой поток) ровно в 100 раз больше, чем звезда пятой звёздной величины. Нуль-пункт m_0 в (5.16) должен быть определён по стандартной звезде (обычно определяют по Веге, или α Lyrae). Все величины m и F в (5.16) могут иметь дополнительные индексы (например, для частоты ν в случае монохроматических потоков или U, B, V и т.п. для различных фильтров).

Абсолютная звёздная величина M определяется как звёздная величина на стандартном расстоянии D в 10 пк. Таким образом, $M = -2,5 \lg L + \text{const}$, т.е. чем больше светимость L , тем меньше M .

Для примера приводим на рис. 1 абсолютные кривые блеска $M(t)$ для нескольких SN Ia в фильтрах BVI — синем (blue), зелёном (visible) и ближнем инфракрасном (infrared).

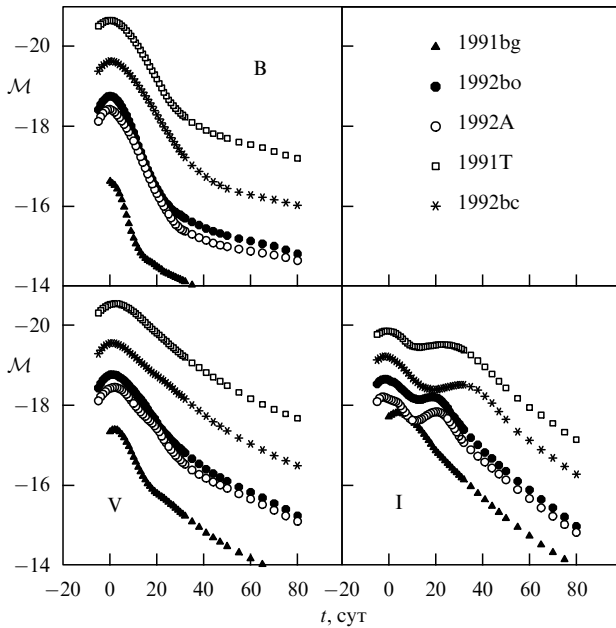


Рис. 1. Набор зависимостей $M(t)$ для SN Ia в фильтрах BVI. Источник: шаблоны СТИО.

Сейчас твёрдо установлено, что SN Ia являются продуктами термоядерного взрыва вырожденных звёзд. Моделирование надёжно показывает, что свет, т.е. энтропия в SN Ia, порождается в радиоактивных распадах: ^{56}Ni переходит в ^{56}Co , а тот в ^{56}Fe . Это, в частности, объясняет, почему кривые блеска Ia в фильтрах B, V по форме столь похожи (см. рис. 1). В последнее время гамма-линии, сопровождающие распад $^{56}\text{Co} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$, были непосредственно обнаружены в наблюдениях на спутнике Интеграл [141].

Сверхновые типа Ia видны в больших количествах до $z \sim 1,7$ [142], а по спектрам отождествлены три сверхновых типа IIp при $z = 0,808, 2,013, 2,357$ [143]. Самая далёкая известная SN Ia имеет красное смещение $z = 1,914$ [144].

Благодаря сверхновым Ia было открыто [145–147], что в рамках фридмановских моделей космологический лямбда-член не равен нулю, $\Omega_\Lambda > 0$, т.е. сейчас Вселенная расширяется с ускорением. В более общем классе моделей это можно интерпретировать как наличие в космосе "тёмной энергии". Одной из важнейших задач фундаментальной физики в настоящее время является установление реальности и свойств тёмной энергии (и тёмной материи). В решении этой задачи сверхновые, видимые на космологических расстояниях, будут продолжать играть ключевую роль. Как уже отмечалось, за это открытие присуждена Нобелевская премия по физике 2011 г.

Основы использования сверхновых для измерения расстояний можно кратко сформулировать следующим образом.

1. Теоретическая зависимость фотометрического расстояния (5.7) от красного смещения z , $D_{\text{ph theor}}(z, \Omega_m, \Omega_{\text{DE}}, w(z), \dots)$, определяется космологическими моделями, например, как в выражениях (5.12)–(5.15). Но, конечно, теоретические модели могут быть гораздо богаче, чем использованные в этих формулах, они могут основываться на неэйнштейновской гравитации, на дополнительных измерениях пространства и т.д. Тогда там будут совсем другие параметры.

2. Сравнение предсказанной зависимости $D_{\text{ph theor}}(z)$ с "наблюдаемой" $D_{\text{ph obs}}(z)$ даёт параметры, наилучшим образом (best-fitting) воспроизводящие наблюдения, такие как $\Omega_m, \Omega_{\text{DE}}, w(z)$ и т.д.

Предложено несколько методов использования сверхновых и их газовых остатков в космографии. Эти методы можно разделить на две группы.

В первой группе применяют идею стандартной свечи, которую мы подробно разберём в разделе 5.4. Стандартная свеча требует калибровки, она опирается на лестницу космологических расстояний. Здесь сверхновые выступают как *вторичные индикаторы расстояний*.

Во второй группе методов сверхновые являются *первичными индикаторами расстояний*. Эти методы рассмотрены в разделе 5.9.

5.4. Разнообразие кривых блеска SN Ia и их использование для космографии

Как видно из рис. 1, несмотря на похожие формы кривых блеска SN Ia, их светимости в максимуме сильно различаются, поэтому они не являются стандартными свечами!

Это разнообразие не было столь очевидно многим исследователям три-четыре десятилетия назад. Тогда почти все считали, что сверхновые Ia все одинаковы, т.е. SN Ia являются стандартными свечами в том смысле, что максимумы абсолютной светимости (т.е. световой мощности) в разных сверхновых одинаковы. Позже выяснилось [148, 149], что это не так, но были предложены процедуры, позволяющие найти абсолютную светимость, т.е. провести стандартизацию свечи [150, 151].

Более детально история развития применимости сверхновых для космологии может быть описана следующим образом. Некоторая неоднородность максимальной светимости SN I была известна давно, однако разброс казался намного меньшим, чем у других быстропеременных астрофизических объектов, например, новых звёзд. В 1938 г. Бааде [152] заметил, что дисперсия абсолютной звёздной величины в максимуме для сверхновых (по его данным $1,1^m$) намного меньше, чем для новых. Он предложил использовать их в качестве индикаторов расстояний, используя одну и ту же абсолютную звёздную величину для всех SN. Заметим, что в его выборке было всего 18 объектов и деления SN I на подтипы тогда ещё не было. Идея использования сверхновых для космографии была тут же поддержана [153, 154]. Параметры, характеризующие кривые блеска, стал вводить Ю.П. Псковский [155] (в частности, его знаменитое β для наклона "хвоста" кривой блеска). В 1967 г. он измерил β для сверхновых I типа и показал, что все они имеют очень схожие значения β , тем самым подтвердив вывод о пригодности SN I в качестве индикаторов расстояний. И только в 1977 г., используя большие выборки SN, Псковский заметил связь между наклоном кривой блеска (β) и абсолютной звёздной величиной SN [148]. Тогда же он выписал формулу для этой корреляционной зависимости.

Итак, Псковский впервые связал форму кривых блеска сверхновых со светимостью в максимуме. История этого открытия описана в статье [156]. Псковский одним из первых установил не только разнообразие Ia, но и нашёл важную корреляцию светимости в пике L_{max} и темпа убывания $L(t)$ [148, 149]. Именно такого рода корреляции используются сейчас для нахождения абсолют-

ной светимости, т.е. для *стандартизации свечи*. Подробности получения разных подходов к стандартизации свечи описаны в обзорах [121, 122]. Исследование [121, 122] установило, что большую роль в открытии Псковского сыграла переписка с американским астрофизиком Растом (B.W. Rust), который, однако, не публиковал своих работ в доступных журналах. Тем не менее диссертация Раста [150] была замечена классиками исследования расширяющейся Вселенной [157, 158] и сыграла свою роль в установлении корреляции, которая позволяет стандартизовать свечу SN Ia.

Характер этой корреляции состоит в том, что "более яркие SNe Ia являются более медленными". Здесь "яркие" строго значит "имеющие высокую светимость", а "медленные" относится к темпу убывания потока после максимума. Качественно это можно увидеть уже на рис. 1, но эти данные не были известны 40 лет назад. М. Филлипс [151] после Псковского нашёл аналогичную корреляцию. Сейчас такие корреляции называют *соотношением Псковского – Филлипса* (Pskovskij–Phillips, или PP), а также WLR (width luminosity relation) и BDR (brightness decline rate). Пример современных данных для PP-корреляции $M_B - \Delta m_{15}$ мы приводим на рис. 2 из работы [159] с разрешения авторов. Здесь Δm_{15} обозначает изменение светимости в звёздных величинах через 15 сут после максимума в В-фильтре. Большее Δm_{15} означает более быстрое убывание. Тогда в самом деле сверхновая слабее в максимуме.

Если измерен темп убывания наблюдаемого потока $F(t)$ для далёкой сверхновой, то из соотношений типа изображённого на рис. 2, с учётом фактора замедления времени $(1+z)$, можно получить L и фотометрическое расстояние D_{ph} . Именно таким путём стандартизируются нестандартные свечи.

Затем берётся формула типа (5.13) и методом наименьших квадратов находятся космологические параметры, наилучшим образом воспроизводящие данные наблюдений. На практике и стандартизация, и нахождение космологических параметров проводится с помощью одного глобального фита. Это позволяет умень-

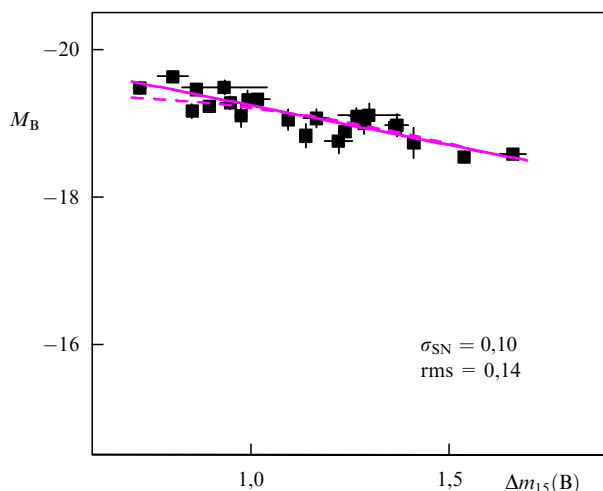


Рис. 2. Соотношение Псковского – Филлипса по данным проекта Карнеги (Carnegi) [159]. По оси абсцисс отложено уменьшение потока через 15 сут после максимума, Δm_{15} , по оси ординат — абсолютная звёздная величина в максимуме блеска.

шить ошибки. То есть χ^2 содержит не только параметры, связанные с космологией, но и параметры, связанные с кривой блеска. Именно таким путём было получено ненулевое значение Λ в работах [145–147].

Такая работа продолжается, точность полученных параметров повышается, однако нельзя сказать, что она очень высока. Например, первые результаты группы SN Legacy Survey (SNLS) [160] дали по $D_{ph}(z)$ наилучший фит $\Omega_m = 0,263 \pm 0,042$ (stat.) $\pm 0,032$ (syst.), откуда $\Omega_\Lambda \approx 0,74$ для плоской Λ -космологии. Для тёмной энергии, когда используются выражения (5.14), (5.15), они получили $w = -1,023 \pm 0,090$ (stat.) $\pm 0,054$ (syst.) при условии, что w постоянно в уравнении состояния $P = w\rho$. Эти результаты получены при комбинировании данных по сверхновым с данными Sloan Digital Sky Survey (SDSS) по барионным акустическим осцилляциям (BAO), т.е. по распределению галактик в пространстве (см. раздел 5.5). Более поздняя важная работа, выполненная той же самой французской группой [161], представляет собой компиляцию данных от коллабораций SNLS, SDSS, Nearby SNe, HST. Комбинированные данные по CMB, BAO и SN Ia приводят согласно работе [161] к значению параметра Хаббла $H_0 = 68,50 \pm 1,27$ км с⁻¹ Мпк⁻¹, что несколько ниже, чем даёт группа А. Рисса $H_0 = 73,8 \pm 2,4$ км с⁻¹ Мпк⁻¹ в [162], но в хорошем согласии с последними результатами WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe). Для плоской Λ CDM-космологии в работе [161] получено значение $\Omega_m = 0,295 \pm 0,034$ (stat. + syst.), что согласуется со значениями, найденными по измерениям флуктуаций реликтового излучения (CMB) в экспериментах Planck и WMAP. С учётом данных по CMB был получен параметр $w = -1,018 \pm 0,057$ (stat. + syst.) для плоской вселенной.

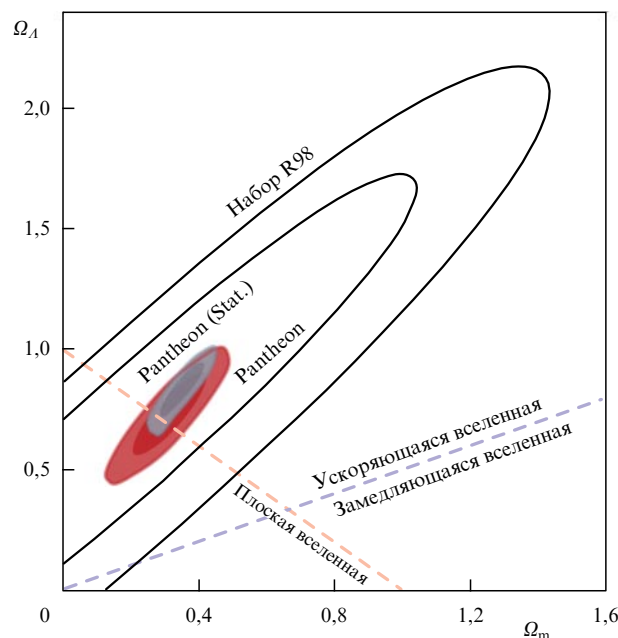


Рис. 3. (В цвете онлайн.) Свидетельства наличия тёмной энергии на основе данных только о SN Ia [163]. Показаны доверительные контуры при 68 % и 95 % для космологических параметров Ω_m и Ω_Λ для CDM-модели при фиксированном $w = -1$, но при переменном Ω_k как для первого набора сверхновых R98 [146], так и для набора Pantheon. Ограничения Pantheon с учётом систематических неопределённостей показаны красным цветом, а чисто статистические неопределённости показаны серым.

В следующем разделе 5.5 мы кратко опишем возможности метода BAO для космологических исследований. Этот метод является важным дополнением к методам, опирающимся на свойства сверхновых. На рисунке 3 приведены последние результаты, полученные на основе измерений только сверхновых [163]. Здесь собраны 276 SN Ia ($0,03 < z < 0,65$) из наблюдений проекта Pan-STARRS1 с полезными оценками расстояний до SN Ia из обзоров SDSS, SNLS, HST и др., что дало самый большой объединённый набор SN Ia общим числом 1049 сверхновых в диапазоне $0,01 < z \lesssim 2$, который авторы назвали "Pantheon Sample".

Во всех упомянутых выше результатах по космологическим параметрам, извлечённым из наблюдений сверхновых, использовался обычный аппарат для моделей FRW-космологии с учётом тёмной энергии, когда эволюция масштабного фактора описывается через плотность энергии, усреднённой по очень большому масштабу (> 100 Мпк). На самом деле, усреднение нелинейных уравнений Эйнштейна — задача нетривиальная. Могут возникать отклонения от решений, полученных при обычном усреднении (так называемый эффект обратной реакции, backreaction). Не углубляясь в споры вокруг этой проблемы, дадим ссылки на недавние работы, где, в частности, используются данные по SN Ia и обсуждается этот эффект [164–166].

5.5. Барийные акустические колебания, или осцилляции (BAO)

Барийными акустическими колебаниями, или осцилляциями (BAO), называют первичные звуковые волны, распространяющиеся в горячей плазме фотонов и барионов благодаря давлению фотонов в ранней Вселенной. Здесь мы остановимся на основных идеях метода BAO для определения космологических параметров (в том числе для нахождения доли DE — тёмной энергии). Подробности можно посмотреть в хорошем обзоре [167], там же много полезного материала и о других методах исследования DE, в том числе по сверхновым. Специально барийным акустическим колебаниям посвящён обзор [168]. Основы, необходимые для понимания теории BAO, можно найти и в старых обзорах по развитию возмущений во вселенной, например, полезен обзор [169].

В ранней вселенной барионы и фотоны тесно связаны, и возмущения в плазме распространяются в форме акустических колебаний. После рекомбинации водорода при красном смещении $z_r \approx 10^3$ фотоны и барионы практически перестают взаимодействовать и давление света на барионы исчезает. Как говорят, происходит расщепление барионов и фотонов. Вскоре после этого вследствие космологического расширения волны в барионах, т.е. распространяющиеся звуковые волны, останавливаются, оставляя след в распределении вещества на масштабе, соответствующем расстоянию, пройденному звуковыми волнами до этой эпохи (т.е. на масштабе акустического горизонта).

Звуковые волны распространяются до эпохи рекомбинации $t \approx 4 \times 10^5$ лет со скоростью $\approx c/\sqrt{3}$ (чуть меньше перед самой рекомбинацией) и застывают на масштабе, который в современную эпоху даёт сопутствующий размер $l_{\text{BAO}} \approx 150$ Мпк (т.е. $l_{\text{BAO}} \approx 100 h^{-1}$ Мпк). Количественный вывод этого значения радиуса остановки на основе упрощённых моделей приведён в работах [170, 171] (см. также [172, раздел 7.1.2]).

Уточним эти утверждения. Пока барионы тесно связаны с фотонами, имеем для скорости звука (при $c \equiv 1$)

$$u_s = \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_s^{1/2} \approx \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (5.17)$$

Здесь индекс s обозначает звук (sound), а S — энтропию, так как скорость звука адиабатическая. Поскольку $u_s = a(t) dr/dt$, где r — радиальная координата Робертсона–Уокера из (2.4), имеем для координаты акустического горизонта

$$r_s = \int_0^{t_r} \frac{u_s dt}{a(t)}, \quad (5.18)$$

а для его размера

$$l_s(t_r) = a(t_r) r_s = a(t_r) \int_0^{t_r} \frac{u_s dt}{a(t)}. \quad (5.19)$$

При произвольном красном смещении z после рекомбинации в корреляционной функции материи должна быть особенность на длине

$$l_{\text{BAO}}(z) = \frac{1+z_r}{1+z} l_s(t_r). \quad (5.20)$$

Если приближённо положить до рекомбинации $u_s \approx 1/\sqrt{3}$ (5.17) и $a(t) \propto t^{1/2}$ (что на самом деле верно только в радиационно-доминированную эпоху), то получим оценку

$$l_s(t_r) = t_r^{1/2} \int_0^{t_r} \frac{dt}{\sqrt{3}t^{1/2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} t_r \approx 135 \text{ кпк}, \quad (5.21)$$

если для рекомбинации $t_r \approx 380$ тыс. лет. Для нерелятивистского закона $a(t) \propto t^{2/3}$ имеем другую оценку: $l_s = \sqrt{3}t_r \approx 200$ кпк. На самом деле надо учесть, что закон расширения лежит между этими двумя предельными случаями. Кроме того, скорость звука (5.17) отличается от $1/\sqrt{3}$ из-за вклада барионов в давление:

$$u_s^2 = \frac{1}{3} \frac{1}{1+R_B}, \quad (5.22)$$

где

$$R_B = \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma} \approx \frac{3 \times 10^4 \Omega_b h^2}{1+z} \left(\frac{T_0}{2,725 \text{ К}} \right)^4, \quad (5.23)$$

см. ниже выражение (9.17) для $\Omega_b h^2$.

В результате получается $l_s(t_r) \approx 150$ кпк на эпоху рекомбинации, угловой размер пятен реликтового излучения именно этого размера и определяет основной пик в спектре мощности возмущений температуры по сферическим гармоникам. Этот же масштаб даёт современный размер корреляционной длины акустических осцилляций $l_{\text{BAO}}(0) \approx 150$ Мпк, так как $z_r \approx 10^3$.

Данные пяти лет наблюдений реликтового фона WMAP дали [173]

$$l_{\text{BAO}}(0) = 153,3 \pm 2,0 \text{ Мпк}, \quad z_d = 1020,5 \pm 1,6, \quad (5.24)$$

т.е. это значение для современного масштаба BAO получено из акустического горизонта для момента окончания так называемой "эпохи увлечения" фотонов барионами (drag epoch). В выражении (5.24) стоит обозначение z_d вместо z_r , так как в литературе различают для эпохи рекомбинации два определения (для порядковых

оценок это различие не существенно, но важно в точных расчётах), а именно, отличают момент последнего рассеяния фотонов от конца эпохи увлечения барионов фотонами. Последнее рассеяние — это момент, когда оптическая глубина по комптоновскому рассеянию фотонов до сегодняшнего наблюдателя становится меньше единицы — без учёта последующей реионизации.

Момент t_d конца эпохи увлечения определяется как время, при котором барионы выходят из тесной связи с фотонами. На самом деле барионы зацеплены за электроны электрическими полями, а те зацеплены за фотоны комптоновским рассеянием. Сечение процесса то же самое, томсоновское, σ_T , что и при последнем рассеянии фотона, но число фотонов гораздо больше, чем число барионов (и электронов) в горячей (по энтропии) вселенной, поэтому пробег фотонов $(n_e \sigma_T)^{-1}$ на много порядков больше, чем пробег барионов $(n_b \sigma_T)^{-1}$ в море фотонов (поскольку $n_\gamma/n_b \sim 10^9$ и до рекомбинации $n_e \sim n_b$).

На самом деле, для правильного анализа выхода фотонов и барионов из режима тесной связи нужно сравнивать не пробеги частиц, а эффективность их обмена импульсами. Сделаем это, следуя работе [174], где показано, что в гидродинамическом приближении комптоновское рассеяние приводит к обмену импульсами между жидкостями барионов и излучения и стремится уравнивать средние скорости жидкостей u_b и u_γ соответственно. Однако плотности импульса $(\rho_\gamma + p_\gamma) u_\gamma = (4/3) \rho_\gamma u_\gamma$ и $(\rho_b + p_b) u_b \approx \rho_b u_b$ не равны при равенстве скоростей. Сохранение импульса (т.е. уравнение Эйлера, точнее, Навье–Стокса) требует, чтобы ускорение барионной жидкости из-за комптоновского увлечения (drag) было умножено на $R_b^{-1} = (4/3) \rho_\gamma / \rho_b$ (ср. с выражением (5.23)) в сравнении с той же величиной для фотонной жидкости. Таким образом, в динамику процесса входит не огромное число n_γ/n_b , а число R_b , близкое к единице при $z \approx 10^3$. Прекрасное педагогическое изложение этого вопроса представлено в книге [175]. Там показано, что аналитическая теория [174] полностью подтверждается численным моделированием кинетических уравнений для фотонов и барионов в эпоху рекомбинации Вселенной.

Поскольку гидродинамическое приближение для фотонов становится неприменимым после рекомбинации, различие между моментом последнего рассеяния и концом эпохи увлечения можно описать, перефразировав Вайнберга [135] (с. 441 русского издания): "Строго говоря, момент конца эпохи увлечения t_d здесь следует выбрать на той стадии рекомбинации, когда типичный электрон перестаёт обмениваться ощутимым импульсом с фотонами, вместо несколько более раннего момента времени последнего рассеяния t_s , когда типичный фотон перестаёт обмениваться импульсом с электронами. Поскольку R_b при последнем рассеянии несколько отличается от единицы, между этими временами есть небольшая разница". Насколько конкретно момент конца эпохи увлечения t_d отличается от момента последнего рассеяния, зависит от истории ионизации (аппроксимирующие формулы см. [174, Appendix E]).

Следует иметь в виду, что $t_d > t_s$ только при $\Omega_b \ll 1$. Если бы выполнялось условие $\Omega_b h^2 > 0,03$, то последнее рассеяние было бы позже конца эпохи увлечения барионов.

Таким образом, характерный масштаб ВАО представляет собой масштаб звукового горизонта в конце

эпохи тесной связи, когда фотонное давление больше не может предотвращать гравитационную неустойчивость в барионах (что происходит несколько позже последнего рассеяния фотонов, потому что параметр $\Omega_b h^2 = 0,022$ мал).

Часто говорят, что ВАО оставляют чёткий отпечаток на характерном масштабе сгущения (кластеризации) вещества, но следует иметь в виду, что этот след проявляется только статистически — в качестве локального повышения в корреляционной функции при $r \approx 150$ Мпк.

Поясним, как используют ВАО для измерения космологических расстояний. Проводятся обзоры изображений галактик или скоплений галактик в определённых достаточно широких по телесному углу областях неба. При этом по показателям цвета галактик определяют их так называемое фотометрическое красное смещение. Такие обзоры могут обнаружить отпечаток ВАО в кластеризации галактик по углу в достаточно узких интервалах по фотометрическому красному смещению. Пусть такой отпечаток имеет угловой поперечник α . Поскольку линейный поперечник $r \approx 150$ Мпк задаёт нам стандартную линейку, это позволяет измерить расстояние углового размера $D_A(z) = R/\alpha$ согласно формуле (5.5). Спектроскопическое исследование галактик в том же объёме позволяет измерить красные смещения гораздо более аккуратно, а также позволяет увидеть ВАО вдоль луча зрения, а не только по углу. Тем самым оно даёт более точное измерение $D_A(z)$. Кроме того, измерение разницы скоростей галактик на масштабе ВАО позволяет напрямую определить зависимость параметра Хаббла от красного смещения $H(z)$. Другие индикаторы распределения материи также можно использовать для измерения ВАО. Поскольку масштаб ВАО известен в абсолютных единицах (на основе простого физического расчёта и значений параметров, измеренных по реликтовому фону), с помощью метода ВАО $D(z)$ измеряется в абсолютных единицах — Мпк, а не в единицах h^{-1} Мпк, так что ВАО и измерения расстояний до сверхновых на том же красном смещении дают различную информацию. Недавние результаты по космологическим параметрам из подробного обзора Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS) представлены в работе [176]. На основе данных Planck и BOSS получено $\Omega_k = 0,0003 \pm 0,0026$ и $w = -1,01 \pm 0,06$, в близком согласии с плоской Λ CDM-моделью. Добавление данных о сверхновых Ia улучшает ограничение на параметр в уравнении состояния тёмной энергии до $w = -1,01 \pm 0,04$ и приводит к значению постоянной Хаббла $H_0 = 67,9 \pm 0,9$ км с⁻¹ Мпк⁻¹.

Наглядно ВАО можно увидеть прямо из наблюдательных данных по скоплениям галактик, например, по обработке в работе [177] (см. рис. 4 и 5). На рисунке 4 показаны две области на небесной сфере, точки отображают положения скоплений галактик. Кажется, что распределение точек случайное и совершенно равномерное.

След ВАО в распределении материи проявляется как в распределении скоплений галактик, так и в распределении галактик поля [178]. Его наблюдения оказались мощным и надёжным зондом тёмной энергии (см., например, [179]). Сравнение наблюдаемого масштаба ВАО из обзоров галактик и истинного физического масштаба звукового горизонта, который можно независимо оценить из исходных данных космического микроволнового фона, позволяет установить соответствие между наблю-

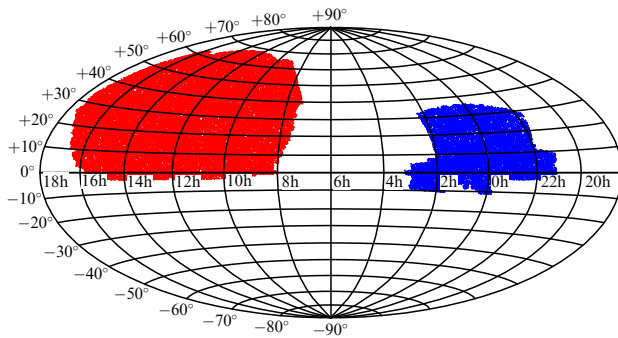


Рис. 4. Набор скоплений галактик [177] в двух областях неба. Распределения скоплений представляются равномерными (ср. с рис. 6б), если не проводить подробный анализ.

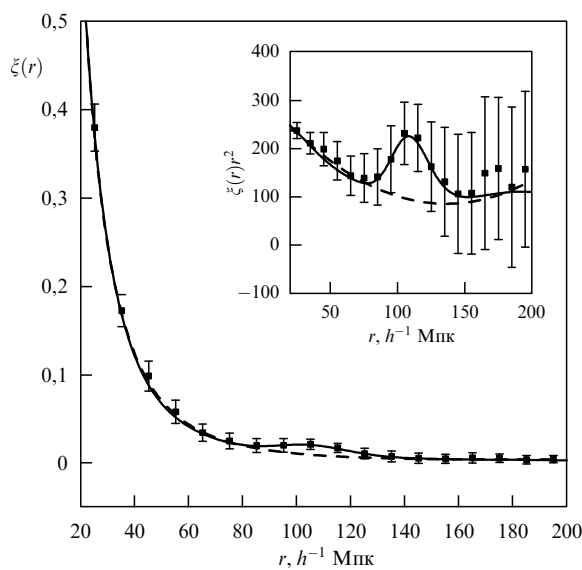


Рис. 5. Корреляционная функция для скоплений галактик [177] с явным максимумом из-за ВАО.

дательными координатами и физическими координатами; это соответствие чувствительно к истории расширения и, следовательно, к свойствам тёмной энергии (см., например, [180]). Точность, с которой корреляционная функция ВАО может быть измерена, и, следовательно, ограничения на тёмную энергию, полученные из измерений ВАО, зависят от силы следа ВАО и от того, как хорошо мы можем отделить след ВАО от широкополосного шума в спектре мощности возмущений. Из-за образования крупномасштабных структур, а также благодаря наблюдаемому эффекту пространственных искажений из-за красного смещения след ВАО, как ожидается, постепенно деградирует/затухает вместе с эволюцией структур, так что этот след значительно слабее при низких красных смещениях, где расширение Вселенной в основном управляется тёмной энергией.

Приведём наглядные примеры замыывания сигнала кольцевого распределения точек на двумерной плоскости: когда много случайных точек расположены на небольшом числе колец, выявление сигнала не представляет трудности. Если то же число точек разбросано по большому числу колец (на каждое кольцо приходится мало точек), то требуется специальная процедура обработки и поиска корреляции (см. рис. 6).

Но главная причина трудности восстановления (реконструкции) распределения плотности не в выявлении сигнала из случайной картины распределения точек, а в том, что пик плотности соответствует размеру 150 Мпк в настоящую эпоху, поэтому приходится обследовать большой объём пространства, чтобы найти пик с приемлемой точностью. Проблема реконструкции подробно освещена в обзорах [181, 182].

Измерение характерного масштаба барионных акустических колебаний (ВАО) в корреляционной функции различных индикаторов распределения вещества — это эффективный инструмент для исследования космического расширения и убедительный метод получения космологических параметров. Пик ВАО в корреляционной функции при красном смещении z появляется на

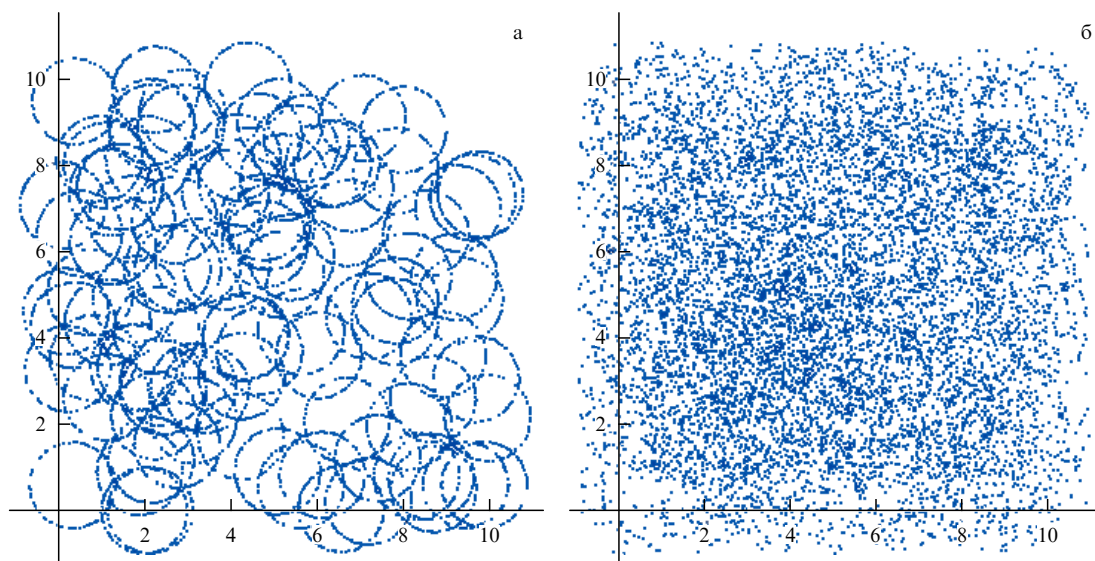


Рис. 6. (а) По 100 случайных точек на 100 случайно расположенных окружностях. (б) 1000 окружностей по 10 точек на каждой. Алгоритм взят здесь: <http://mathematica.stackexchange.com/questions/57938/how-to-generate-random-points-in-a-region>.

угловом удалении объектов $\Delta\theta = l_d / [(1+z) D_A(z)]$, где $D_A = D_{ph} / (1+z)^2$ — расстояние по угловому диаметру, а $l_d = l_s(z_d)$ — звуковой горизонт при красном смещении расщепления z_d (drag), т.е. в эпоху, когда барионы отделяются от фотонов. Корреляционная функция ВАО также проявляется в красном смещении $\Delta z = l_d / D_H$, где $D_H \equiv c / H(z)$. Поэтому измерение положения пика ВАО при некотором z ограничивает комбинации космологических параметров, которые определяют D_H / l_d и D_A / l_d на этом красном смещении [183].

5.6. ВАО в корреляционной функции галактик

Пик ВАО наблюдался в основном в корреляционной функции пар галактик, полученных в обзорах красного смещения. Небольшая статистическая значимость предыдущих исследований давала ограничения только на D_V / l_d , где

$$D_V(z) \equiv \{z(1+z)^2 D_H D_A^2\}^{1/3}. \quad (5.25)$$

Как физика, так и данные ВАО зависят от содержания вещества во вселенной. Следовательно, они априори зависят от выбранной динамической структуры (см., например, обзор [184]). Анализ, проведённый в работе [185], показал, что отношение $D_V(z) / D_V(z_0)$ слабо зависит от динамической структуры, поэтому можно получать надёжные ограничения на космологические параметры на основе таких отношений.

Результаты коллаборации Planck [186] и работы [161] по ВАО-измерениям величины D_V / l_d при $z = 0,106, 0,35, 0,57$ на основе [187–189] соответственно, а также результаты статей [190] и [191] для $z = 0,35$ и $z = 0,2$ дают

$$\frac{D_V(z)}{D_V(z=0,35)} = (0,335 \pm 0,016, 0,576 \pm 0,022, 1,539 \pm 0,039) \quad (5.26)$$

при $z = (0,106, 0,2, 0,57)$ соответственно.

На основе такого подхода к ВАО и с использованием общедоступных данных по сверхновым типа Ia в работе [183] были получены наблюдательные ограничения на класс моделей модифицированной гравитации, которые при низких красных смещениях приводят к степенной космологии (т.е. к моделям со степенным ростом масштабного фактора в зависимости от времени). Было показано, что при режиме расширения $a(t) \propto t^\beta$ с β , близким к $3/2$, пространственно плоская вселенная хорошо подходит для описания данных ВАО и SN Ia.

5.7. Краткое резюме результатов по сверхновым совместно с ВАО

Новые результаты той же группы SNLS [192] дают на основе более богатой статистики наблюдений для двух разных процедур подгонки кривых блеска к данным наблюдений (тут надо учесть, что наблюдаемые точки на кривой блеска, как правило, расположены редко, нужны специальные процедуры выявления максимума, значений Δm_{15} и т.п.) либо $\Omega_m = 0,173^{+0,095}_{-0,098}$ и $w = -0,85^{+0,14}_{-0,20}$, либо $\Omega_m = 0,214^{+0,072}_{-0,097}$ и $w = -0,95^{+0,17}_{-0,19}$ (все интервалы ошибок здесь чисто статистические). Для параметра w в уравнении состояния тёмной энергии (который считается постоянным по крайней мере до $z = 1,4$) в плоской вселенной они получили $w = -0,91^{+0,16}_{-0,20}$ (stat.) $^{+0,07}_{-0,14}$ (syst.) на основе данных только

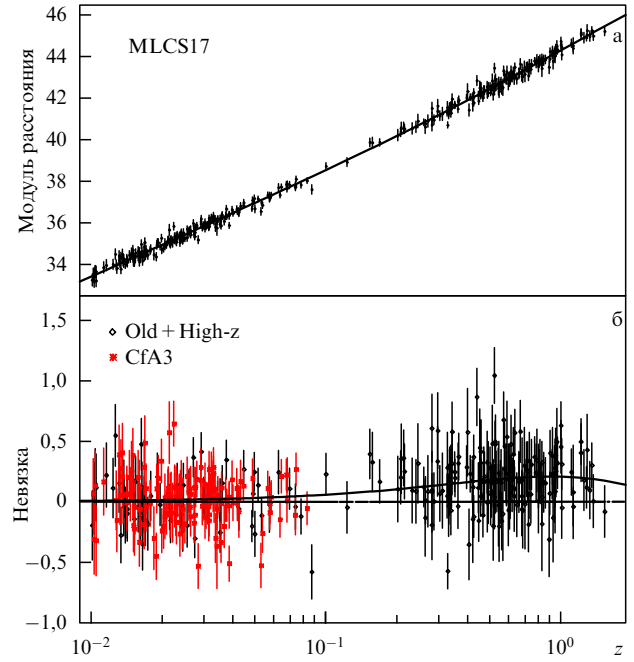


Рис. 7. (В цвете онлайн.) Диаграмма Хаббла по SN Ia (a) и её невязки (b) из каталога CfA3 [193]. Новые данные показаны красным, а старые — чёрным. Невязки относятся к вселенной без тёмной энергии, $\Omega_m = 0,27$ и $\Omega_\Lambda = 0$. Наилучший космологический фит показан в панели невязок. Более современную версию диаграммы Хаббла по SN Ia см. на рис. 8 из работы [161].

по сверхновым. Эти значения w согласуются с космологической постоянной, которая требует $w \equiv -1$. Результаты обзора CfA3 Гарвард-Смитсоновского центра астрофизики [193] (см. рис. 7 и 8) совместно с данными ВАО, используемыми в качестве априорного распределения вероятностей, дают $1 + w = 0,013^{+0,066}_{-0,068}$ (0,11 syst.), что тоже согласуется с космологической постоянной. Данные ВАО совместно с их набором сверхновых дают также $\Omega_m = 0,281^{+0,037}_{-0,016}$ и $\Omega_\Lambda = 0,718^{+0,062}_{-0,056}$. Хотя результаты разных групп формально согласуются, всё же видно, что различий между ними больше, чем можно было бы ожидать по их собственным оценкам ошибок.

Космологические параметры, извлекаемые из наблюдений сверхновых и ВАО, непрерывно уточняются. Например, статья [161] является в каком-то смысле продолжением описанной выше работы [192]. Помимо этого там исправлены некоторые неточности предыдущего анализа. В [161] с учётом данных по ВАО получено значение $w = -1,027 \pm 0,055$ для параметра в уравнении состояния тёмной энергии, что согласуется с их значением при учёте CMB $w = -1,018 \pm 0,057$ (stat. + syst.).

Комбинированные результаты, представленные на рис. 9, заимствованы из работы [163], содержащей самый полный набор SN Ia на конец 2017 г.

Данные по ВАО [194] в сочетании с измерениями флуктуаций температуры реликтового излучения миссией Planck, с измерениями поляризации WMAP-9, а также 6dF обзором ВАО, не выявили отклонений от плоской Λ CDM-модели. В этой модели параметр Хаббла получается равным $H_0 = 67,15 \pm 0,98$ км с $^{-1}$ Мпк $^{-1}$. Для переменного уравнения состояния тёмной энергии $w_{DE} = -1,080 \pm 0,135$. В неплоской Λ CDM-модели получена кривизна $\Omega_k = -0,0043 \pm 0,0047$, согласующаяся с нулём.

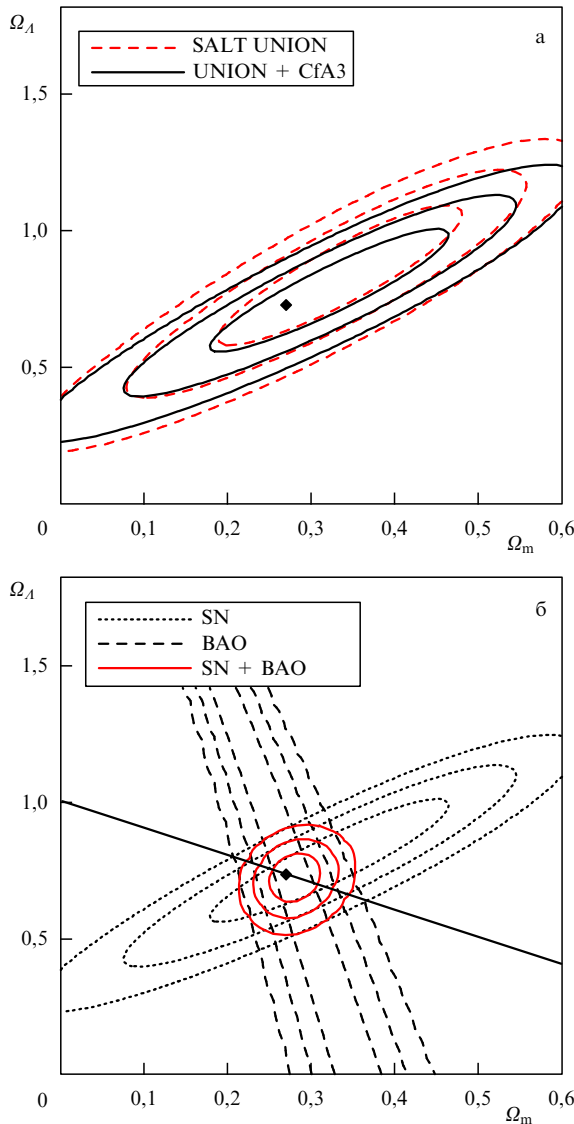


Рис. 8. (В цвете онлайн.) Параметры Ω из обзора CfA3 [193]. Контуры допустимых значений Ω_Λ и Ω_m при $1 + w = 0$ без предположения о плоском пространстве. Согласованная космология (concordance cosmology) $\Omega_\Lambda = 0,73$, $\Omega_m = 0,27$ представлена точкой. Рисунок а показывает, как добавление набора CfA3 значительно сужает контуры вдоль оси Ω_Λ . Рисунок б показывает сочетание контуров SN с ограничениями из BAO, а прямая линия описывает плоскую вселенную $\Omega_\Lambda + \Omega_m = 1$.

5.8. Систематика, зависимость от z

При переходе от описания соотношения Псковского–Филлипса к получению диаграммы Хаббла нужно учесть важную добавку. Давно установлено, что светимость SN Ia зависит не только от формы кривой блеска (соотношение Псковского–Филлипса), но и от цвета сверхновой. И зависимость от цвета очень существенна. Поправка на цвет вводится во все современные космологические анализы. В наиболее популярной модели стандартизации SALT2 [195] абсолютная звёздная величина SN Ia определяется следующим образом: $M = M_0 + \alpha X_1 - \beta C$, где X_1 — аналог Δm_{15} (отвечает за форму кривой блеска), а C — цвет. По-видимому, первым параметр цвета ввёл Роберт Трип [196], хотя и Адам Рисс тоже как-то его учитывал в своём методе MLCS.

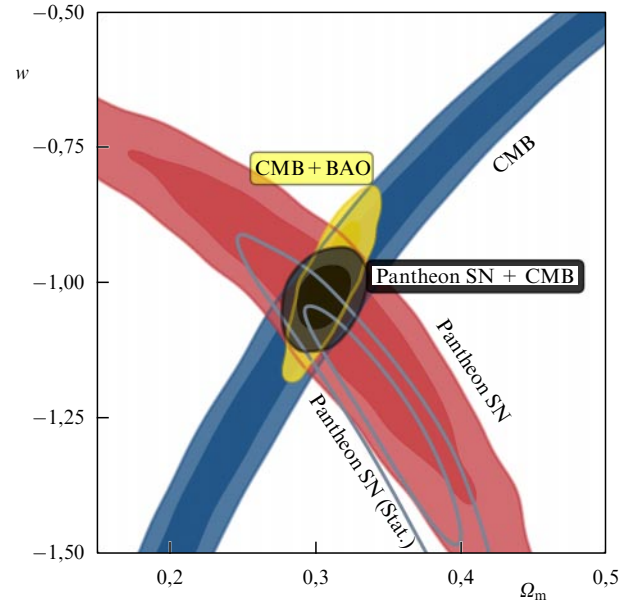


Рис. 9. (В цвете онлайн.) Доверительные контуры 68 % и 95 % для Ω_m и w в CDM-модели по результатам [163]. Показаны ограничения по реликтовому фону CMB (оттенки синего цвета), SN с учётом систематических неопределённостей (красный цвет), SN с учётом только статистических неопределённостей (серые линии), SN + CMB (чёрные линии).

Кроме того, достоверно установлено (но эта поправка ещё не внесена в космологический анализ), что абсолютная звёздная величина SN Ia зависит от родительской галактики (host galaxy). В качестве физической величины, характеризующей хост, используют деление по подтипам (спиральные, эллиптические [197, 198]), массу звёздной составляющей галактики [161, 199, 200], глобальный и локальный темпы звездообразования [201, 202] (исследуют непосредственное окружение сверхновой [203]). Пока что поправки на свойства родительской галактики вносят в космологический анализ буквально руками. Например (см. формулу (5) в [161]), для сверхновых, родительские галактики которых имеют звёздную массу более $10^{10} M_\odot$, к M_0 прибавляют малую добавку Δ_M , т.е. просто сдвигают одну часть диаграммы Хаббла (с массивными родительскими галактиками) относительно другой (с маломассивными).

Имеется много факторов, которые могут повлиять на результаты, полученные для космологии с помощью сверхновых типа Ia, прокалиброванных по соотношению Псковского–Филлипса, например, поглощение и рассеяние света в межгалактическом пространстве или в родительских галактиках (см. работы [159, 204] и ссылки там), изменение металличности прародителей сверхновых и относительной роли различных предсверхновых с изменением возраста Вселенной.

Для читателя-физика попытаемся в нескольких словах объяснить роль этих факторов в космологических приложениях сверхновых.

Особенно трудно определить поглощение и рассеяние света сверхновых по пути к наблюдателю. Рентгеновская астрономия даёт очень много информации о горячем межгалактическом газе внутри скоплений галактик (так называемый intracluster gas), но о барионном газе между скоплениями галактик известно очень мало (inter-cluster

gas). Известна проблема "нехватки" барионов во Вселенной (missing baryon problem): космологический нуклеосинтез предсказывает около 4–5 % плотности энергии в барионах, то же самое число получается из анализа реликтового излучения СМВ. Однако полное число всех наблюдаемых барионов (в газе и звёздах) значительно меньше. Эти скрытые барионы могут находиться в состоянии тёплого газа между скоплениями галактик (inter-cluster gas). Температура этого газа может быть слишком высока для его детектирования в видимом или ближнем ультрафиолетовом диапазоне, но низка для заметной эмиссии в рентгеновском диапазоне. В принципе такой газ может содержать примесь "серой" пыли (поглощение на которой не зависит от длины волны). Тогда мы увидим далёкие галактики ослабленными, что может быть ложно истолковано как эффект ускорения космологического расширения. Тут можно упомянуть работу Богомазова и Тутукова [205]. Они писали про серую пыль и её влияние на диаграмму Хаббла. В той же работе они рассмотрели эффект от эволюции массы сливающихся белых карликов с хаббловским временем. Однако этот эффект не должен присутствовать при красных смещениях, больших $z \sim 1$: столь далёкие сверхновые не показывают эффекта ускоренного расширения.

Такое построение с серой пылью может показаться совершенно искусственным, тем не менее его нельзя стопроцентно исключить, пока не решена проблема скрытых барионов.

Также очень мало известно о так называемом "покраснении" в родительских галактиках сверхновых. Это тот же эффект поглощения/рассеяния света, но в среде, окружающей взрывающуюся звезду. Свойства этой среды могут сильно меняться по пространству. Для близких галактик эти свойства можно исследовать, но для далёких объектов это сделать очень трудно.

Металличность, т.е. содержание элементов тяжелее гелия, в предсверхновых может влиять на поведение кривых блеска сверхновых, т.е. на соотношения типа Псковского–Филлипса и тем самым на стандартизацию свежей.

Предложено несколько допустимых сценариев рождения сверхновых типа Ia в очень сложной и запутанной эволюции двойных звёзд (одиночные вырожденные звёзды — белые карлики — взрываться не могут). Относительную роль этих сценариев в близкой вселенной трудно оценить (в литературе имеются противоречивые данные об этом). Тем более трудно оценить это в далёкой, молодой вселенной.

Все эти факторы: поглощение света, металличность, относительная роль сценариев эволюции — могут изменяться с возрастом вселенной: звёзды производят всё больше и больше металлов, загрязняющих межзвёздную среду. Таким образом появляются систематические ошибки в определении расстояний и космологических параметров с помощью сверхновых.

Другим возможным источником ошибок является неправильная классификация и примесь необычных событий типа SN Ia. Например, был открыт своеобразный подкласс SN Ia, подтип SN 2002cx сверхновых [206]. Они слабые, но медленные (см., например, рис. 10, взятый из работы [207]), т.е. ведут себя противоположно соотношению Псковского–Филлипса, которое используется для космологии и согласно которому медленно затухающие

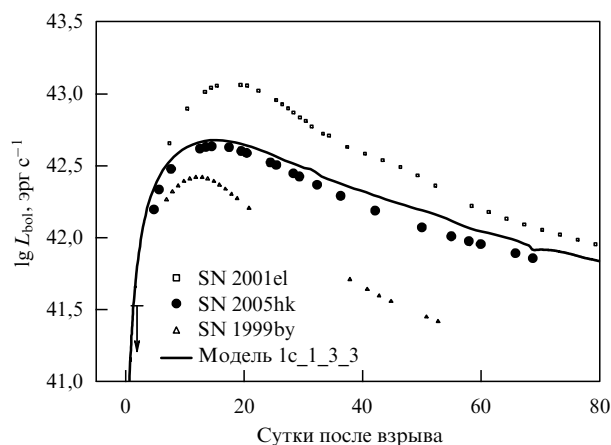


Рис. 10. SN 2005hk в сравнении с двумя "нормальными" SN Ia.

SN Ia являются самыми яркими. Теперь представим, что число событий подтипа SN 2002cx растёт с увеличением космологического красного смещения z . Тогда, опираясь на соотношение Псковского–Филлипса, которое установлено для близких SN Ia, т.е. при $z = 0$, мы получим, что сверхновые Ia при больших z в среднем кажутся более слабыми, следовательно, фотометрическое расстояние до них больше, чем при истинном значении Ω_Λ . Таким образом, будет получен ложный вклад в DE.

Можно процитировать работу Конлей и др. [192]: "Эволюцию абсолютной величины сверхновых Ia с красным смещением нельзя получить без детальной физической модели, поскольку она в принципе может имитировать любую космологию" ("Evolution in the absolute magnitude of SNe Ia with redshift is not constrainable without a detailed physical model because it can in principle mimic any cosmology"). Это не означает, что сверхновые нельзя использовать для надёжной космографии. Просто нужно развивать новые подходы к этой задаче. Один из таких новых подходов по SN Ia представлен в работе [208]. Здесь отмечается: "Эти результаты означают, что по меньшей мере 3/4 дисперсии невязок параметра Хаббла в текущем анализе космологии на основе сверхновых обязаны SN Ia" ("These results imply that at least 3/4 of the variance in Hubble residuals in current supernova cosmology analyses is due to SN Ia"). Такие результаты подтверждают наши опасения об использовании SN Ia для анализа DE, как делается, например, в работах [209, 210], так как свойства звёзд меняются с возрастом вселенной. Авторы работы [208] на основе наблюдений пытаются оценить количественную меру астрофизической неопределённости. Они аккуратно всё делают в локальной вселенной, улучшая стандартизуемость SN Ia, но на больших расстояниях всё равно неизвестная астрофизика будет давать неизвестную систематику, так как SN Ia являются вторичными индикаторами расстояний, и остаётся невыясненным, как будет меняться для больших z их улучшенная калибровка, полученная при $z \sim 0$ (их оценка "standardizing high-redshift supernovae to within $0,06 \pm 0,07$ magnitudes" остаётся принципиально статистической).

При участии авторов данного обзора был предложен новый прямой метод DSM для измерения расстояний в космологии [211–213], который обсуждается в следующем разделе.

5.9. Сверхновые как первичные индикаторы расстояний

Для методов "стандартной свечи" требуется знать расстояния до большого числа сверхновых, измеренные совсем другим, независимым методом с привлечением лестницы космологических расстояний [133]. Иначе, без набора большой статистики объектов с известным расстоянием, невозможно провести калибровку процедуры стандартизации свечи (см. обзоры, например, [156, 214]). То есть в этой группе методов сверхновые используются как вторичные индикаторы расстояний (secondary distance indicators).

Другая группа методов позволяет использовать сверхновые как *первичные индикаторы расстояний* (primary distance indicators). Например, сверхновые II типа (SN II) очень сильно различаются по светимости и по формам кривых блеска и не годятся, вообще говоря, для метода стандартной свечи. Но их большое преимущество — это возможность прямых измерений расстояния, например, методом расширяющейся фотосферы (expanding photosphere method, EPM) [215]. Для этого не нужна стандартизация свечи и не нужна лестница космологических расстояний.

Хорошие спектральные наблюдения сверхновой позволяют получить расстояние методом SEAM (spectral-fitting expanding atmosphere method [216]). В отличие от EPM, в методе SEAM нет необходимости делать предположение о чернотельном характере спектра сверхновой.

В настоящем обзоре мы описываем развитие нового метода для измерения расстояний в космологии, частично основанного на EPM и SEAM и частично на ESM (expanding shock front method [217]). В этом методе должны использоваться сверхновые типа II_n наивысшей светимости, которые в последние годы стали не только активно открывать, но и детально исследовать [218].

Предлагается называть этот метод методом плотного слоя (DSM, dense shell method), так как светимость SN II_n обусловлена распространением тонкого плотного слоя в окружающей среде. На примере SN 2006gy и SN 2009ip показано, что этот метод является правомерным: получено расстояние до этих сверхновых независимо от обычных калибровок расстояний. Для нового метода не требуется приближения стандартной свечи, как для сверхновых типа Ia, и нет необходимости опираться на шкалу (так называемую лестницу) космологических расстояний.

В SN II фотоны рождаются в ударных волнах, распространяющихся в их оболочках (за время $< 10^4$ с в SN 1987A и до $\sim 10^7$ с и больше в SN II_n). В обычных SN II ударная волна порождает не только кратковременную вспышку жёсткого излучения, но и резервуар энтропии, обеспечивающий свечение на стадии "плато" в течение нескольких месяцев. У сверхновых SN II_n, где ударная волна распространяется в окружающей среде несколько месяцев, она и является источником свечения [219–222].

Кривые блеска SN II очень разнообразны по форме и амплитуде, что делает невозможным для их описания введение стандартной свечи, т.е. какой-то унифицированной кривой блеска. Кривая блеска сильно зависит от свойств оболочки, окружающей источник энергии сверхновой, будь то коллапсирующее ядро или термоядерное горение в ядре. В то же время оболочка делает SN II гораздо менее зависимой от деталей взрыва. В течение

месяцев в оболочке наблюдается реальная фотосфера, проявляющаяся на кривых блеска в виде классического плато.

Идея метода расширяющейся фотосферы EPM восходит к работам Бааде [223] и Весселинка [224], которые развивали его для определения расстояний до пульсирующих звёзд — цефеид.

Поскольку мы в состоянии построить детальную модель SN II_n, на основе той же идеи возникает новый прямой метод DSM, позволяющий использовать яркий свет SN II_n для космологии.

Суть метода в следующем. Если известна скорость фотосферы v , то за время измерений dt её радиус изменится на $dr = v dt$ и мы сразу узнаем изменение радиуса dr безо всяких лестниц космологических расстояний. Измеряемый поток излучения равен

$$F = \frac{4\pi r^2 \sigma T^4}{D^2}, \quad (5.27)$$

где D — фотометрическое расстояние. Температура T измерима, dr и dF измеримы, а D не меняется. Удобнее ввести $S = \sqrt{F}$

$$S = \frac{2\sqrt{\pi\sigma} T^2}{D}. \quad (5.28)$$

Отсюда, если T не изменяется значительно между двумя измерениями, имеем

$$dS = \frac{2\sqrt{\pi\sigma} dr T^2}{D}. \quad (5.29)$$

Величина dr может быть измерена непосредственно в ряде случаев. А именно, $dr = v_{ph} dt$, если v_{ph} — скорость фотосферы. Тогда из измерения dS , dr и T прямым методом находим расстояние D .

Авторы [215] чётко поняли, что по спектральным линиям мы видим скорость u вещества, а сама фотосфера движется относительно вещества (ведь при расширении уменьшается коэффициент поглощения вещества). Даже знаки u и v_{ph} могут быть противоположны, когда фотосфера сжимается. В этом состоит главная трудность методов EPM и SEAM: чтобы эти методы работали, необходимо полагать, что идёт свободный разлёт и скорость вещества составляет $u = r/t$. Так бывает, когда через какое-то время после взрыва вокруг отсутствует плотное вещество. А в SN II_n как раз не так, вокруг много вещества и ударная волна месяцами или даже годами не прорывается в разреженную среду.

Зато, как видно из графиков в работах [221] и [222], в таких сверхновых всё вещество за фронтом ударной волны сжато в холодный плотный слой (cold dense shell, CDS или DS). Фотосфера приклеена к этому плотному слою, и как раз $u = v_{ph}$ — а эту величину можно измерить. Всё описанное соответствует идее Бааде [223], выдвинутой ещё в 1920-е годы.

Итак, мы можем сформулировать новый метод DSM для определения космологических расстояний с помощью сверхновых типа SN II_n. Этот метод состоит из следующих этапов.

- Нужно измерить *узкие* компоненты спектральных линий для оценки свойств (плотности, скорости) околзвёздной оболочки. Здесь не требуется высокая точность измерений и моделирования.

• Измерить *широкие* эмиссионные компоненты линий и найти скорость на уровне фотосферы (с максимально возможной точностью).

• Хотя закон $u = r/t$ в этих сверхновых неприменим, но v_{ph} соответствует теперь *истинной* скорости радиуса фотосферы (а не только скорости течения вещества, как в SN II-P).

• Теперь применима первоначальная идея Бааде [223] для измерения приращений радиуса $dr = v_{ph} dt$ *путём интегрирования по времени* (конечно, с необходимым учётом рассеяния, потемнения/усиления к краю и т.п.). Получаемые значения изменений радиуса должны использоваться при итерациях оптимальной модели.

• Наблюдаемый поток теперь позволяет получить расстояние D из выражения

$$D = \frac{2\sqrt{\pi\sigma} dr T^2}{dS}. \quad (5.30)$$

При значительном изменении T такой простой подход неприменим и нужно построить модель, наилучшим образом воспроизводящую данные наблюдений широкополосной фотометрии и скорость v_{ph} , которая контролируется по наблюдениям $dr(t)$. Такая модель нужна для вычисления эволюции r и поправочного фактора ζ , а в реальности и для детальных предсказаний теоретического потока F_v .

Изложим основной алгоритм метода на основе чернотельной модели с цветовой температурой T_c с поправочным фактором ζ . Будем считать, что наблюдения достаточно часты, чтобы для ряда точек можно было измерить изменения радиуса $dr = v_{ph} dt$. Пусть начальный (неизвестный нам) радиус есть R_0 , а $R_i = R_0 + \Delta R_i$ для $i = 1, 2, 3, \dots$, где ΔR_i уже можно считать известными из суммирования измеренных dr . Тогда

$$\zeta_i^2 (R_0 + \Delta R_i)^2 \pi B_v(T_{ci}) = 10^{-0.4A_v} D^2 f_{vi}, \quad (5.31)$$

или, после извлечения корня,

$$\zeta_i (R_0 + \Delta R_i) \sqrt{\pi B_v(T_{ci})} = 10^{-0.2A_v} D \sqrt{f_{vi}}. \quad (5.32)$$

Хорошая модель даёт нам набор ζ_i , T_{ci} для всех точек наблюдений, и по измеренным f_{vi} , ΔR_i мы находим методом наименьших квадратов неизвестные R_0 и комбинацию $10^{-0.4A_v} D^2$. Чтобы получить расстояние D , мы должны либо знать поглощение A_v из астрономических наблюдений, либо получить его из тех же уравнений, записанных для различных спектральных фильтров. В таком случае, уже зная R_0 , мы получим ряд уравнений вида

$$10^{-0.4A_v} D^2 = a_s, \quad (5.33)$$

где индекс s обозначает один из фильтров UBVRI, а a_s — некоторая постоянная, зависящая от выбора фильтра. Это даёт нам разности $A_{s1} - A_{s2}$ и, зная закон зависимости экстинкции от частоты, можно получить A_v .

С помощью описанного здесь метода DSM в работах [211–213] были получены расстояния до трёх сверхновых типа II: SN 2006gy, SN 2009ip, SN 2010jl. Сравнение с расстояниями до этих объектов, измеренными другими (косвенными) методами, доказывает работоспособность нового прямого метода, который позволяет избавиться от систематических ошибок, вносимых лестницей космологических расстояний.

5.10. Слияние нейтронных звёзд и метод стандартной сирены

В 2015 г. произошёл прорыв в эру гравитационно-волновой астрономии: впервые было объявлено о наблюдении слияния пары массивных чёрных дыр. Ранее человечество наблюдало Вселенную в электромагнитном и нейтринном каналах, теперь оно обрело новое "зрение": абсолютно новый гравитационно-волновой канал для исследования объектов во Вселенной, изучения их свойств и проверки предсказаний теорий. Первый сигнал гравитационных волн был получен 14 сентября 2015 г. двумя антеннами коллаборации LIGO [225]. Анализ показал, что источником сигнала были две массивные чёрные дыры. Затем последовало ещё несколько открытий сигналов слияния чёрных дыр вплоть до 14 августа 2017 г. (уже при участии обновлённого детектора VIRGO).

Три дня спустя, 17 августа 2017 г., было сделано ещё одно важное открытие: был зарегистрирован сигнал гравитационных волн GW180717 [226], продолжительность и форма которого свидетельствовала не о слиянии чёрных дыр, а о слиянии нейтронных звёзд в тесной двойной системе. По временной задержке сигнала двух антенн LIGO с учётом данных VIRGO удалось определить область нахождения источника — примерно 30 квадратных градусов на небесной сфере. Космические обсерватории Fermi [227] и Интеграл [228] увидели слабый короткий гамма-всплеск GRB170817A в квадрате локализации источника гравитационных волн через 1,7 с после потери сигнала LIGO.

По амплитуде гравитационной волны и по картине изменения её частоты можно оценить расстояние до источника. Оно оказалось примерно 40 Мпк с ошибкой в несколько десятков процентов, но даже при большой ошибке на таком расстоянии в области локализации на небесной сфере совсем немного галактик, поэтому наземные телескопы (в том числе робот МАСТЕР [229]) довольно быстро нашли вспышку слабой сверхновой (так называемой "килоновой") в галактике NGC 4993, которая находится от нас на расстоянии 40 Мпк.

В связи с этим выдающимся открытием мировой науки важно подчеркнуть, что первое предсказание такого явления было сделано в 1980-х годах в работе одного из авторов настоящего обзора с коллегами [230]. Было впервые предсказано, что при слиянии пары нейтронных звёзд должен происходить выброс тяжёлых элементов, электромагнитная вспышка, в частности гамма-всплеск, а не только излучение гравитационных волн. До этой работы предлагались модели слияния нейтронной звезды и чёрной дыры, но с неэффективным гамма-всплеском внутри нашей Галактики [231], а Блинные и др. [230] прямо писали про десятки мегапарсек и про энергию взрыва порядка сверхновой. Раньше этой работы была также замечательная статья [232], в которой было всё предсказано про гравитационно-волновой и нейтринный сигналы при слиянии нейтронных звёзд в паре, но ничего не говорилось про электромагнитный сигнал, который в миллион раз слабее первых двух, но гораздо легче регистрируется. В дальнейшем сценарий работы [230] был подкреплён количественным расчётом [233], в котором были получены все основные характеристики слабого гамма-всплеска GRB170817A (полная энергия и жёсткость фотонов в гамма-диапазоне, характерные скорости выброса тяжёлых элементов).

Фотометрическое расстояние до источника гравитационной волны, измеренное только по гравитационно-волновому сигналу — так называемый метод стандартной сирены, — даёт возможность измерить постоянную Хаббла H_0 , если известно красное смещение материнской галактики. На это было впервые указано Шутцем [234] как раз после статьи [230], когда стало ясно, что мощный сигнал в гравитационных волнах должен сопровождаться слабым электромагнитным сигналом. Отождествление электромагнитного сигнала с конкретной галактикой гораздо надёжнее, чем по гравитационным волнам, а это повышает точность измерения параметра Хаббла. Оценка расстояния по гравитационно-волновому сигналу неизбежно содержит неопределённости в основном из-за неопределённости угла наклона плоскости орбиты (получено расстояние $43,8^{+2,9}_{-6,9}$ Мпк уже с учётом локализации килоновой [235]). Был получен параметр Хаббла с использованием данных гравитационной волны для GW170717: $H_0 = 70,0^{+12,0}_{-8,0}$ км с⁻¹ Мпк⁻¹ (на уровне достоверности 68,3 % [235]). Очевидно, что эта оценка совместима с измерениями группы Рисса по сверхновым $73,45 \pm 1,66$ км с⁻¹ Мпк⁻¹ [236, 237] и по реликтовому фону по данным коллаборации Planck: $H_0 = 67,8 \pm 0,9$ [238] и более новое значение $H_0 = 67,4 \pm 0,5$ [239]. Как видно из оценок доверительных интервалов, между этими двумя группами имеется значимое расхождение (tension) в значении H_0 . Когда будет открыто большое количество слияний пар нейтронных звёзд, тогда точность измерения H_0 этим методом можно будет улучшить. Заметим, что в настоящее время наш метод DSM [211–213], описанный выше, по точности вполне конкурентоспособен в сравнении с методом стандартной сирены, и его можно развивать при меньших материальных затратах, чем последний, поскольку самые мощные оптические телескопы всё же дешевле, чем установки для детектирования гравитационных волн.

6. Тёмная энергия

Тёмная энергия — это общее название неизвестной субстанции, которая, возможно, вызывает космологическое ускорение. Тёмной энергией может быть любая форма вещества, для которой справедливо уравнение состояния $P = w\rho$ (2.9) с $w < -1/3$ (см. уравнение (2.6)). Напомним, что согласно наблюдениям параметр w весьма близок к -1 . Специальный частный случай $w = -1$ отвечает обсуждавшейся выше вакуумной энергии и принципиально отличается от всякого другого.

Как справедливо отмечено в работе [11], из-за наличия вакуумной энергии с таким уравнением состояния для двух атомов водорода в абсолютном вакууме нашей современной Вселенной достаточно большим расстоянием, на котором их гравитационное притяжение будет компенсироваться гравитационным отталкиванием вакуумной энергии, будет уже один метр. Строго говоря, отталкивание на этом расстоянии будет незаметным на фоне наведённого электрического дипольного взаимодействия атомов. Этот мысленный эксперимент справедлив для идеально нейтральных частиц с массой 1 ГэВ. В реальном мире такое утверждение верно для двух галактик с массой Млечного Пути на расстоянии в пару мегапарсек.

Альтернативным механизмом ускоренного космологического расширения могла бы быть модификация гравитации на больших (космологических) расстояниях,

рассматриваемая в разделе 7.

Существование тёмной энергии было предсказано в работе [64], ещё до открытия ускоренного расширения Вселенной. Там и в нескольких последующих работах [65, 66] было сделано утверждение, что компенсационный механизм должен иметь недокомпенсированный остаток с плотностью энергии, близкой к космологической, и нестандартным уравнением состояния. В частности, в работе [66] отмечалось, что может возникнуть уравнение состояния с $w < -1$, которое за конечное время приведёт к космологической сингулярности, впоследствии получившей название фантомной [240].

В других ранних работах [91–94] отмечалось, что скалярное поле может вести себя при некоторых потенциалах как зависящая от времени вакуумоподобная энергия. Важным продвижением в описании тёмной энергии явилось обнаружение потенциалов, которые приводят к так называемым следящим (tracking) решениям, впервые найденным в работах [241, 242] и в несколько более поздних статьях [243, 244]. Такие следящие решения интересны тем, что за счёт выбора потенциала скалярного поля можно сделать так, чтобы плотность энергии этого поля довольно естественно оказывалась близкой к плотности энергии обычного вещества в настоящее время, тем самым решая проблему близости ρ_m к ρ^{vac} в современной Вселенной. Эта тематика быстро стала очень популярной [245–263] (см. также обзоры [264–266]).

Возможные формы моделей тёмной энергии, основанных на скалярном поле, можно разделить на несколько классов. В частности, это могло бы быть поле с обычным кинетическим членом (см. уравнение (9.24) в разделе 9.3), однако потенциал такого поля $U(\phi)$, как правило, выбирается довольно необычным и как минимум приводит к неперенормируемой, сильно нелинейной теории. Это поле было названо "квинтэссенция", согласно предложению Колдуэлла (Caldwell) и др. [248].

Другие варианты включают так называемую К-эссенцию (K-essence) — теорию, в которой кинетический член имеет нестандартную форму:

$$A_K = \int d^4x \sqrt{-g} P(\phi, X), \quad (6.1)$$

$X = (1/2) g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi$ — обычный кинетический член, но функция P нелинейно зависит от него. Часто P выбирается в факторизованном виде: $P(\phi, X) = f_1(\phi) f_2(X)$. Свобода тут очень большая, чем и объясняется множество работ на эту тему.

Ещё один способ описания тёмной энергии опирается на скалярное тахионное поле, примером действия для которого может служить выражение

$$A_T = \int d^4x V(\phi) \sqrt{-\det [g_{\mu\nu} - \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi]}, \quad (6.2)$$

где $V(\phi)$ — некоторая потенциальная функция, подбираемая *ad hoc*. Обратим внимание на необычную размерность поля ϕ , обратную первой степени энергии.

Такое действие напоминает действие Борна – Инфельда [267], где вместо $\partial_\mu \phi \partial_\nu \phi$ стоит тензор Максвелла, $F_{\mu\nu}$, или же модификацию гравитации [268, 269], где в действие под знаком корня подставляется $R_{\mu\nu}$. Все эти теории имеют ряд похожих свойств.

Наконец, стоит упомянуть "фантомное" поле со знаком действия, который противоположен нормальному. Такое поле приводит к значению $w < -1$, как видно из выражения для плотности энергии и давления (9.28) при изменении знака перед производными поля ϕ . Разумеется, неправильный знак кинетического члена приводит к неустойчивости высокочастотных мод, что представляет серьёзную проблему для таких теорий уже на классическом уровне, не говоря о проблемах квантовой теории.

Более подробное обсуждение этих вариантов феноменологического описания (эффективного, в духе эффективных лагранжианов) тёмной энергии и обширный список литературы можно найти в обзорах [264–266]. Возникает впечатление, что всё, что считалось ранее патологией в нормальных теориях, используется для "создания" ускоренного расширения. Мы не можем, однако, исключить, что решение проблемы лежит именно на этом пути.

Простейшим кандидатом на роль носителя тёмной энергии является скалярное поле ϕ с каноническим кинетическим членом и с очень малой (или даже нулевой) массой, $m < H_0$, где H_0 — параметр Хаббла в современную эпоху. Это поле удовлетворяет уравнению Клейна — Гордона:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{\nabla^2 \phi}{a^2(t)} + U'(\phi) = 0, \quad (6.3)$$

где $U(\phi)$ — потенциал этого поля, а $U' = dU/d\phi$.

Если параметр Хаббла велик (ниже будут приведены конкретные условия необходимой величины), то решение этого уравнения окажется приближённо постоянным. Во-первых, пространственные неоднородности ϕ сглаживаются из-за космологического расширения, вызываемого фактором $1/a^2$ при пространственных производных. А вторая производная по времени окажется пренебрежимо малой в силу большого хаббловского трения. Отметим, что для пространственно однородного поля $\phi = \phi(t)$ уравнение (6.3) совпадает с уравнением движения в ньютоновской механике, где роль координаты играет $\phi(t)$. Поэтому его решение интуитивно легко представить, зная форму потенциала $U(\phi)$. Член $3H\dot{\phi}$ ведёт себя, как жидкое трение в механике, так что при большом трении движение напоминает плавание в глицерине, когда скорость под воздействием постоянной силы стремится к постоянной величине.

Итак, предположим, что вторыми производными в уравнении (6.3) можно пренебречь, найдём решение и проверим, удовлетворяет ли найденное решение исходным предположениям о медленности изменения ϕ . При указанных предположениях ϕ удовлетворяет уравнению первого порядка:

$$\dot{\phi} = -\frac{U'}{3H}. \quad (6.4)$$

Это так называемое приближение медленного скатывания, широко используемое в инфляционных моделях.

Если основной вклад в космологическую плотность энергии ρ даёт ϕ , то в пределе медленного изменения этого поля ρ определяется потенциалом $U(\phi)$ и согласно уравнению (2.5) параметр Хаббла равен

$$H^2 = \frac{8\pi U}{3m_{\text{Pl}}^2}. \quad (6.5)$$

Приближение медленного скатывания будет справедливым, если $\dot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$ и $\phi^2 \ll 2U(\phi)$. Для реализации этих

условий необходимо выполнение неравенства

$$\frac{U''}{U} \ll \frac{8\pi}{3m_{\text{Pl}}^2}, \quad (6.6)$$

что требует очень большой величины поля ϕ . В частности, для массивного невзаимодействующего поля, т.е. поля с гармоническим потенциалом $U = m^2 \phi^2/2$, указанные выше условия будут выполнены, если

$$\phi^2 > \frac{4\pi}{3} m_{\text{Pl}}^2. \quad (6.7)$$

Если потребовать, чтобы плотность энергии поля ϕ , а именно $\rho_\phi = m_\phi^2 \phi^2/2$, была порядка современной космологической плотности энергии, то его масса должна быть ограничена очень низким значением: $m_\phi < 1/t_u \approx 10^{-42}$ эВ.

Некоторые сведения о теории скалярного поля приведены в разделе 9.3. Там дан вывод тензора энергии-импульса скалярного поля, который имеет вид (9.27). Для квазипостоянного и квазиднородного поля он становится пропорциональным метрическому тензору, $T_{\mu\nu} \propto g_{\mu\nu}$, реализуя вакуумоподобное уравнение состояния (2.15), т.е. $w \approx -1$, что и приводит к почти экспоненциальному ускоренному расширению. Существенно, однако, что поле ϕ , хоть и медленно, но убывает. Предполагается, что в точке равновесия, где $dU/d\phi = 0$, потенциал также обращается в нуль, $U = 0$. (Это требование отсутствия вакуумной энергии и его выполнение, вообще говоря, необязательны.) Простыми примерами таких потенциалов, стремящихся к нулю на бесконечности, являются степенной $U \sim 1/\phi^q$ или экспоненциальный $U \sim \exp(-\phi/\mu)$, где μ — постоянный параметр размерности массы [270]. Эти потенциалы были специально введены для феноменологического описания ускоренного расширения, но основания для их возникновения довольно шаткие.

Движение $\phi(t)$ в таких потенциалах принципиально отлично от движения в потенциалах, имеющих минимум при конечном ϕ , например, $U(\phi) = m_\phi^2 \phi^2/2$ или $U(\phi) = \lambda \phi^4/4$, и также нулевое значение вакуумной энергии. Отметим, что эти два потенциала естественны в квантовой теории поля, так как отвечают перенормируемой теории. В таких потенциалах произойдёт существенное изменение режима расширения, когда ϕ уменьшится до значения, при котором H^2 сравняется с m_ϕ^2 или с $\lambda \phi^2$, т.е. ϕ уменьшится до значения заметно ниже планковского. В этот момент квазиэкспоненциальный режим ускоренного расширения перейдёт в обычный замедляющийся фридмановский: либо в нерелятивистский ($w = 0$) для квадратичного потенциала, либо в релятивистский ($w = 1/3$) для квартичного. При этом ϕ начнёт осциллировать вокруг минимума, порождая безмассовые частицы, фотоны или гравитоны.

Если же потенциал не имеет минимума при конечном ϕ , то поле монотонно стремится к нулю и режим расширения вечно будет ускоренным, и в режиме медленного скатывания (slow roll) параметр w будет постоянным и отрицательным, обеспечивая ускоренное расширение. Рассмотрим для примера экспоненциальный потенциал [270, 271]

$$U(\phi) = U_0 \exp\left(-\frac{\phi}{\mu}\right). \quad (6.8)$$

В предположении, что $\dot{\phi}^2 \ll U(\phi)$ уравнение движения ϕ сводится к (6.4), которое легко интегрируется, если в плотности энергии доминирует потенциальный член и параметр Хаббла даётся выражением (6.5). Поле ϕ логарифмически растёт со временем:

$$\phi(t) = 2\mu \ln \left[\sqrt{\frac{U_0}{96\pi\mu^4}} m_{\text{Pl}}(t - t_0) + \exp\left(\frac{\phi_0}{2\mu}\right) \right], \quad (6.9)$$

где ϕ_0 — величина поля в начальный момент t_0 .

Соответственно при больших t

$$U(\phi) \approx \frac{96\pi\mu^4}{(m_{\text{Pl}}t)^2}, \quad (\dot{\phi})^2 \approx \frac{4\mu^2}{t^2} \quad (6.10)$$

и условие медленного скатывания выполняется при $m_{\text{Pl}} \lesssim \mu$. Параметр Хаббла при этом уменьшается обратно пропорционально времени:

$$H \approx \frac{16\pi\mu}{m_{\text{Pl}}t}, \quad (6.11)$$

т.е. расширение будет степенным:

$$a \sim t^{16\pi\mu/m_{\text{Pl}}}. \quad (6.12)$$

При $16\pi\mu > m_{\text{Pl}}$ процесс расширения будет проходить с ускорением. При $m_{\text{Pl}}/\mu \rightarrow 0$ закон расширения будет стремиться к экспоненциальному, а $w \rightarrow -1$.

7. Модифицированная гравитация

Конкурирующей гипотезой феноменологического описания механизма космологического ускорения является предположение о модификации гравитации при малой кривизне. Обычно это осуществляется добавлением некоторой функции скаляра кривизны R к действию Гильберта–Эйнштейна:

$$A = \frac{m_{\text{Pl}}^2}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} [R + F(R)] + A_m, \quad (7.1)$$

где $m_{\text{Pl}} = 1,22 \times 10^{19}$ ГэВ — масса Планка, R — скаляр кривизны, A_m — действие полей материи. Дополнительный член $F(R)$ меняет гравитацию на больших расстояниях, поэтому говорят об инфракрасной модификации гравитации. Нелинейная функция $F(R)$ подбирается таким образом, чтобы уравнения движения имели решения $R = \text{const}$ в отсутствие материи. Отметим, что, в принципе, можно было бы рассматривать более сложные варианты модификации гравитации с какими-то функциями не только R , но и инвариантных комбинаций, построенных из $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$ или тензора Римана. В настоящее время, однако, рассматриваются лишь теории с $F(R)$. Это диктуется не только простотой, но и проблемами с духами и тахионами в более сложных теориях.

Уравнения Эйнштейна для $F(R)$ -гравитации модифицируются следующим образом:

$$(1 + F') R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}(R + F) g_{\mu\nu} + (g_{\mu\nu} D_\alpha D^\alpha - D_\mu D_\nu) F' = \frac{8\pi T_{\mu\nu}^{(m)}}{m_{\text{Pl}}^2}, \quad (7.2)$$

где $F' = dF/dR$, D_μ — ковариантная производная в метрике Фридмана–Робертсона–Уокера, $T_{\mu\nu}^{(m)}$ — тен-

зор энергии-импульса вещества. Взяв след по индексам этого уравнения, $g_{\mu\nu} \delta A / \delta g_{\mu\nu}$, получим

$$3D^2 F'_R - R + R F'_R - 2F = \frac{8\pi T_\mu^\mu}{m_{\text{Pl}}^2}, \quad (7.3)$$

где $D^2 \equiv D_\mu D^\mu$ — ковариантный оператор Д'Аламбера. При рассмотрении $F(R)$ -теории изучение решений этого уравнения часто оказывается вполне достаточным.

Следует, однако, заметить, что добавление нелинейного по кривизне слагаемого в действие может привести к серьёзным патологиям в теории, в частности, к нарушению унитарности и появлению духов и/или тахионов. Обычно эти проблемы игнорируются при кривизнах, близких к планковским (кто знает, что там происходит), но заметные отклонения от обычной гравитации при малых кривизнах, т.е. в пределе слабого поля, могут привести к противоречию с хорошо установленными наблюдаемыми фактами. Мы, однако, не будем останавливаться на всём круге этих проблем, а ограничимся лишь возможными отклонениями от стандартной ОТО на уровне решений классических уравнений движения.

В пионерских статьях по описанию космологического ускорения за счёт модификации гравитации [272, 273] функция $F(R)$ была выбрана в виде $F(R) = -\mu^4/R$, где μ — малый параметр размерности массы. Однако, как было показано в работе [274], такой выбор функции $F(R)$ приводит к очень сильной экспоненциальной неустойчивости теории при наличии материи, так что обычная теория гравитации будет сильно искажена. Действительно, рассмотрим уравнение, описывающее эволюцию кривизны как функцию времени (7.3), для теории с $F(R) = -\mu^4/R$:

$$D^2 R - 3 \frac{(D_\alpha R)(D^\alpha R)}{R} = \frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{6\mu^4} - \frac{\tilde{T} R^3}{6\mu^4}. \quad (7.4)$$

Здесь $\tilde{T} = 8\pi T_\nu^\nu / m_{\text{Pl}}^2 > 0$.

Это уравнение в отсутствие вещества имеет очевидное решение $R^2 = 3\mu^4$, описывающее вселенную де Ситтера с постоянным скаляром кривизны.

Предположим теперь, что источником гравитационного поля является обычное небесное тело, например, Земля или Солнце, так что создаваемое гравитационное поле оказывается слабым и фоновое пространство является четырёхмерно плоским с метрикой Минковского. Будем искать решение уравнения (7.4) по теории возмущений, предполагая малое отклонение от стандартной ОТО. В низшем порядке кривизна алгебраически выражается через след тензора энергии-импульса: $R_0 = -\tilde{T}$. Обычное решение в пустоте $R = 0$ теперь оказывается приближённым, так как функция $F(R)$, как уже отмечалось, подбирается в таком виде, чтобы уравнение (7.3) в отсутствие материи имело бы решение $R = R_c = \text{const}$. Здесь R_c равно наблюдаемой космологической кривизне и пренебрежимо мало по сравнению с кривизной внутри любых материальных тел: столь же мало, как отношение космологической плотности энергии к плотности энергии этих тел. Можно проверить также, что стационарное решение вне гравитирующего тела в модифицированной теории быстро убывает при удалении от этого тела. На этом основании можно сделать вывод, что стационарные решения в модифицированной гравитации хорошо согласуются с ньютоновским пределом стандартной ОТО при достаточно малом μ .

На первый взгляд введение дополнительного члена в действие μ^4/R при достаточно малом μ не приводит к значительным отклонениям от обычной теории гравитации, но это совсем не так. Дело в том, что в модифицированной теории скаляр R становится динамической величиной, эволюция которой определяется уравнением второго порядка с малым коэффициентом перед старшей производной по времени. Из-за этого возникает очень сильная неустойчивость решения в присутствии материальных тел [274].

Применим уравнение (7.4) к пертурбативному вычислению гравитационного поля, точнее, скаляра кривизны, внутри какого-либо небесного тела, например, Солнца, Земли или просто облака газа в галактике с зависящей от времени плотностью энергии. Будем искать решение в виде $R = R_0 + R_1$, где R_0 — обычное решение ОТО, т.е. $R_0 = -\tilde{T}$. Полагая, как отмечалось выше, фоновую метрику плоской, найдём, что отклонение от ОТО, R_1 , удовлетворяет уравнению

$$\ddot{R}_1 - \Delta R_1 - \frac{6\dot{\tilde{T}}}{\tilde{T}} \dot{R}_1 + \frac{6\partial_j \tilde{T}}{\tilde{T}} \partial_j R_1 + R_1 \left[\tilde{T} + 3 \frac{(\partial_x \tilde{T})^2}{\tilde{T}^2} - \frac{\tilde{T}^3}{6\mu^4} \right] = \Delta \tilde{T} + \frac{\tilde{T}^2}{2} - \frac{3(\partial_x \tilde{T})^2}{\tilde{T}}, \quad (7.5)$$

где $(\partial_x \tilde{T})^2 = \dot{\tilde{T}}^2 - (\partial_j \tilde{T})^2$.

Последнее слагаемое в квадратных скобках в левой части (7.5) приводит к экспоненциальной неустойчивости малых флуктуаций, а также к неустойчивости гравитационного поля, создаваемого регулярно меняющейся со временем плотностью массы/энергии рассматриваемого тела. Характерное время неустойчивости оказывается очень коротким:

$$\tau_{\text{instab}} = \frac{\sqrt{6}\mu^2}{T^{3/2}} \sim 10^{-26} \text{ с} \left(\frac{\rho_m}{\text{г см}^{-3}} \right)^{-3/2}, \quad (7.6)$$

где ρ_m — плотность массы/энергии рассматриваемого тела, а $\mu^{-1} \sim t_u \approx 3 \times 10^{17}$ с, t_u — возраст вселенной. В силу малости μ слагаемое, содержащее μ^4 в знаменателе в уравнении (7.5), намного превосходит все другие члены.

Обычно пространственные производные ликвидируют или подавляют неустойчивость. Например, джинсовская неустойчивость устраняется противодействующим гравитации давлением. Однако в рассматриваемом случае слагаемое, содержащее лапласиан, ΔR_1 , которое обратно пропорционально квадрату размера системы, намного меньше, чем член, вызывающий неустойчивость. Легко убедиться, что неустойчивость может быть подавлена на масштабах, меньших, чем комптоновская длина волны протона, т.е. меньших 10^{-14} см.

Для решения проблемы неустойчивости была предложена дальнейшая модификация модифицированной гравитации. Мы рассмотрим здесь лишь класс моделей, предложенных в работах [275–277]. Некоторые другие формы модификации гравитации рассмотрены в обзоре [278]. Различные формы действия, изучаемые в работах [275–277], имеют вид

$$F_{\text{HS}}(R) = -\frac{R_{\text{vac}}}{2} \frac{c(R/R_{\text{vac}})^{2n}}{1 + c(R/R_{\text{vac}})^{2n}}, \quad (7.7)$$

$$F_{\text{AB}}(R) = \frac{\epsilon}{2} \lg \left[\frac{\cosh(R/\epsilon - b)}{\cosh b} \right] - \frac{R}{2}, \quad (7.8)$$

$$F_S(R) = \lambda R_0 \left[\left(1 + \frac{R^2}{R_0^2} \right)^{-n} - 1 \right]. \quad (7.9)$$

Несмотря на внешнее различие, все эти выражения приводят к практически совпадающим следствиям. Ниже мы будем следовать анализу, проведённому в работе [279], а в конкретных примерах будем использовать выражение (7.9).

Введя обозначение $f = R + F(R)$, перепишем полевые уравнения в виде

$$f' R_\mu^\nu - \frac{f}{2} \delta_\mu^\nu + (\delta_\mu^\nu \square - D_\mu D^\nu) f' = \frac{8\pi T_\mu^\nu}{m_{\text{Pl}}^2}. \quad (7.10)$$

Здесь и всюду ниже штрих у f или F означает производную по R .

Взяв след по индексам μ и ν , придём к замкнутому уравнению для R :

$$3\square f'(R) + Rf'(R) - 2f(R) = 8\pi m_{\text{Pl}}^{-2} T_\mu^\mu. \quad (7.11)$$

Такая модифицированная теория приведёт к ускоренному космологическому расширению при условии, что уравнение

$$Rf'(R) - 2f(R) = 0 \quad (7.12)$$

имеет решение $R = R_1 > 0$ с (приблизённо) постоянным R_1 .

Для того чтобы избежать возможных патологий в теории, необходимо потребовать выполнения следующих условий:

1) устойчивость космологических решений в будущем:

$$\frac{F'(R_1)}{F''(R_1)} > R_1; \quad (7.13)$$

2) классическая и квантовая устойчивость (гравитационное притяжение и отсутствие духов):

$$F'(R) > 0; \quad (7.14)$$

3) отсутствие неустойчивости в материальных телах, продемонстрированное выше:

$$F''(R) > 0. \quad (7.15)$$

Несмотря на существенное улучшение, эти дважды модифицированные версии теории по-прежнему приводят к серьёзным проблемам. Во-первых, в космологической ситуации, когда плотность энергии уменьшается со временем, в недалёком прошлом должна была существовать сингулярность, когда кривизна имела бесконечно большую величину, хотя плотность энергии оставалась конечной.

Более того, астрономические системы с растущей плотностью энергии либо должны уже прийти к сингулярному состоянию, либо придут к нему в близком будущем [280, 281]. Следуя работе [281], рассмотрим версию (7.9) модифицированной гравитации в пределе $R \gg R_0$, когда можно приближённо принять

$$F(R) \approx -\lambda R_0 \left[1 - \left(\frac{R_0}{R} \right)^{2n} \right], \quad (7.16)$$

и проанализируем эволюцию R в массивных астрономических объектах с растущей со временем плотностью массы/энергии $\rho \gg \rho_{\text{cosm}}$.

Предположим, как и выше, что гравитационное поле изучаемых объектов является слабым, так что ковариантные производные могут быть заменены на обычные. В этом приближении уравнение (7.11) принимает вид

$$(\partial_t^2 - \Delta)R - (2n+2) \frac{\dot{R}^2 - (\nabla R)^2}{R} + \frac{R^2}{3n(2n+1)} \left[\frac{R^{2n}}{R_0^{2n}} - (n+1) \right] - \frac{R^{2n+2}}{6n(2n+1)\lambda R_0^{2n+1}} (R + \tilde{T}) = 0. \quad (7.17)$$

Уравнение кардинально упростится, если вместо R ввести другую неизвестную функцию $w \equiv F' = -2n\lambda(R_0/R)^{2n+1}$, которая подчиняется уравнению

$$(\partial_t^2 - \Delta)w + \frac{dU(w)}{dw} = 0, \quad (7.18)$$

где потенциал $U(w)$ равен

$$U(w) = \frac{1}{3} (\tilde{T} - 2\lambda R_0) w + \frac{R_0}{3} \left[\frac{q^v}{2nv} w^{2nv} + \left(q^v + \frac{2\lambda}{q^{2nv}} \right) \frac{w^{1+2nv}}{1+2nv} \right] \quad (7.19)$$

с параметрами $v = 1/(2n+1)$ и $q = 2n\lambda$. Здесь мы следуем обозначениям работы [281] и надеемся, что совпадение обозначения w для новой функции кривизны и космологического параметра, связывающего давление и плотность энергии, не приведёт к путанице.

Заметим, что обсуждаемой сингулярности $R = \infty$ отвечает $w = 0$. Это обстоятельство при анализе сингулярности позволяет спокойно пренебречь пространственными производными в этом уравнении. Действительно, обычно пространственные производные не дают функции расти. Наоборот, они "тащат" её в нуль. Если сделать преобразование Фурье по координате, то $-\Delta w = k^2 w$, т.е. это слагаемое ведёт себя как потенциал гармонического осциллятора с минимумом в нуле. Таким образом, если сингулярность возникает в пренебрежении членом Δw , то она тем более возникнет и при учёте этого члена.

Если ограничиться лишь главными по малому отношению R_0/R слагаемыми и пренебречь пространственными производными, то уравнение (7.18) превращается в обычное осцилляторное уравнение

$$\ddot{w} + \frac{\tilde{T}}{3} - \frac{q^v(-R_0)}{3w^v} = 0 \quad (7.20)$$

с потенциалом, который в этом приближении принимает вид

$$U(w) = \frac{\tilde{T}w}{3} - \frac{q^v(-R_0)w^{1-v}}{3(1-v)}. \quad (7.21)$$

Потенциал U будет зависеть от времени, если плотность массы/энергии рассматриваемого небесного тела меняется со временем. Возьмём для примера объект, состоящий из нерелятивистского вещества с растущей

по линейному закону плотностью массы:

$$\tilde{T} \equiv \tilde{T}(t) = \tilde{T}_0 \left(1 + \frac{t}{t_{\text{contr}}} \right), \quad (7.22)$$

где t_{contr} — характерное время сжатия системы. Разумеется, линейное приближение когда-то должно стать несправедливым, но результаты качественно не меняются.

Для дальнейшего удобно ввести безразмерные переменные $t = \gamma\tau$ и $w = \beta\zeta$, где

$$\gamma^2 = \frac{3q}{-R_0} \left(-\frac{R_0}{\tilde{T}_0} \right)^{2(n+1)}, \quad \beta = \frac{\gamma^2 \tilde{T}_0}{3} = q \left(-\frac{R_0}{\tilde{T}_0} \right)^{2n+1}. \quad (7.23)$$

В таких терминах уравнение (7.20) становится очень простым по форме:

$$z'' - z^{-v} + (1 + \kappa\tau) = 0. \quad (7.24)$$

Здесь штрих означает производную по безразмерному времени τ .

Легко видеть, что минимум потенциала движется к $\zeta = 0$, а глубина потенциала в минимуме уменьшается. Кажется совершенно очевидным, что даже если в исходном состоянии значение ζ было постоянным и соответствовало минимуму потенциала, то при росте плотности массы возникнут осцилляции ζ вокруг ползущего минимума, и в процессе раскачки z достигнет нуля. Численные расчёты, проведённые в работе [281], показывают точно такую картину.

Для качественного анализа поведения осцилляций удобно использовать интегральный закон эволюции энергии, который для осцилляторного уравнения общего вида

$$\zeta'' + \frac{\partial U}{\partial \zeta} = 0 \quad (7.25)$$

с потенциалом, который может явно зависеть от времени, имеет вид

$$\frac{(\zeta')^2}{2} + U(\zeta, \tau) - \int d\tau \frac{\partial U}{\partial \tau} = \text{const}. \quad (7.26)$$

Соотношение (7.26) также позволяет провести общий анализ возникновения сингулярности R , как было сделано в работе [282].

Можно избежать бесконечных значений R , если добавить к действию слагаемое, пропорциональное R^2 :

$$F(R) \rightarrow F(R) - \frac{R^2}{6m^2}. \quad (7.27)$$

Космологические модели с квадратичным по кривизне действием были впервые рассмотрены в работах [285–287]. Члены высшего порядка по кривизне могут возникнуть в результате радиационных поправок к обычному действию Гильберта–Эйнштейна при рассмотрении вакуумного среднего тензора энергии-импульса в искривлённом пространстве. Заметим, что радиационные поправки генерируют не только R^2 , но и $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$, которые не столь безобидны, как предыдущие, поскольку приводят к патологии в теории в виде тахионов и духов.

Интересным свойством действия с квадратичными по кривизне членами является ранняя инфляционная ста-

дия, как это имеет место в модели Старобинского [286]. В этой модели инфляция естественно заканчивается из-за рождения частиц новой скалярной гравитационной степенью свободы — скаляром кривизны, который становится динамической переменной за счёт R^2 -поправок. Процесс разогрева Вселенной, знаменующий окончание инфляции, за счёт гравитационного рождения частиц в R^2 -теории рассматривался в ранних работах [287–291] и в недавних работах [292, 293].

Процесс рождения частиц в поздней Вселенной вследствие высокочастотных осцилляций скаляра кривизны в теории с действием (7.9) рассматривался в работах [294, 295], где был сделан вывод, что рождённые частицы могут давать заметный вклад в поток космических лучей высоких энергий. Этот результат критиковался в работах [296, 297], в которых ставилась под сомнение высокая эффективность рождения частиц. Однако, как было показано в работе [298], эта критика является необоснованной.

Уравнение движения, определяющее эволюцию $R(t)$, при наличии R^2 -члена, не удастся явно привести к осцилляторному уравнению типа (7.25), оно принимает более сложный вид [281]:

$$\left(1 - \frac{R^{2n+2}}{6\lambda n(2n+1)R_0^{2n+1}m^2}\right)\ddot{R} - (2n+2)\frac{\dot{R}^2}{R} - \frac{R^{2n+2}(R+T)}{6\lambda n(2n+1)R_0^{2n+1}} = 0. \quad (7.28)$$

Тем не менее можно видеть, что наличие второго слагаемого в коэффициенте перед $\ddot{R}$ не даёт кривизне увеличиваться до бесконечности. Интересно, что наивная оценка обрезания R на величине, при которой это второе слагаемое будет по порядку величины близко к единице, оказывается сильно заниженной. Рост R прекращается при гораздо более высоком значении, как это показано в работе [294], где был проведён более подробный анализ эволюции $R(t)$ в инфракрасно-модифицированных теориях с действием типа (7.7)–(7.9) с добавленным слагаемым $R^2/6m^2$ для астрономических систем с растущей плотностью энергии. Были получены аналитическое, с использованием соотношения (7.26), а также численное решения, находящиеся в хорошем согласии между собой.

При больших частотах численное решение неустойчиво и "взрывается" при довольно малых временах. Из-за этого не удастся надёжно продвинуться к асимптотическому режиму. Однако при достаточно малых частотах вычисления вполне надёжны и хорошо согласуются с аналитическими. С другой стороны, аналитические результаты становятся более точными с ростом частоты. Благодаря этому удастся покрыть весь существенный диапазон частот.

Для анализа уравнение движения (7.28) было преобразовано к форме (7.25), однако явного выражения для потенциала в этом случае получить не удастся. Тем не менее полученные приближения адекватно описывают решения. Для рассматриваемого случая астрономических систем с растущей плотностью справедливы соотношения $|R_c| \ll |R| \ll m^2$ и тогда F примерно равна

$$F(R) \simeq -R_c \left[1 - \left(\frac{R_c}{R}\right)^{2n}\right] - \frac{R^2}{6m^2}. \quad (7.29)$$

Рассмотрим приближённо однородное распределение материи с растущей плотностью массы, которая остаётся

достаточно малой (например, облако газа в процессе образования галактики или звезды). В этом случае фоновую метрику можно полагать метрикой Минковского. В этом приближении уравнение (7.3) принимает вид

$$3\partial_t^2 F' - R - T = 0. \quad (7.30)$$

Введём, как и выше, безразмерные величины

$$z \equiv \frac{T(t)}{T(t_{\text{in}})} \equiv \frac{T}{T_0} = \frac{\rho_m(t)}{\rho_{m0}}, \quad y \equiv -\frac{R}{T_0}, \quad g \equiv \frac{T_0^{2n+2}}{6n(-R_c)^{2n+1}m^2} = \frac{1}{6n(mt_u)^2} \left(\frac{\rho_{m0}}{\rho_c}\right)^{2n+2}, \quad (7.31)$$

$$\tau \equiv m\sqrt{g}t,$$

где $\rho_c \approx 10^{-29}$ г см⁻³ — космологическая плотность энергии в современной Вселенной, ρ_{m0} — начальное значение плотности энергии в рассматриваемой системе, $T_0 = 8\pi\rho_{m0}/m_{\text{Pl}}^2$.

Далее введём новую неизвестную функцию:

$$\xi \equiv \frac{1}{2n} \left(\frac{T_0}{R_c}\right)^{2n+1} F_{,R} = \frac{1}{y^{2n+1}} - gy, \quad (7.32)$$

для которой уравнение движения (7.30) может быть переписано в простой осцилляторной форме:

$$\xi'' + z - y = 0, \quad (7.33)$$

где штрих у ξ означает производную по безразмерному времени τ . Подстановка (7.32) аналогична, но не тождественна той, которая была сделана в работе [281], даже при отсутствии R^2 -члена. В рассматриваемом случае это несколько более удобно технически.

Потенциал этого осциллятора, очевидно, определяется условием

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = z - y(\xi). \quad (7.34)$$

Теперь y не выражается через ξ аналитически и явное выражение для потенциала отсутствует. Всё же удастся получить достаточно аккуратные приближённые выражения для $U(\xi)$, особенно при малых g , для положительных и отрицательных ξ по отдельности. Детали можно найти в работе [294].

Осцилляции $\xi(t)$ довольно близки к гармоническим, но физическое поле $R(t)$ колеблется весьма далёким от гармонической формы образом, демонстрируя резкие короткие пики с большой амплитудой, в которых $y \gg 1$, т.е. решение далеко уходит от стандартного значения в ОТО, $R_{\text{GR}} = -T_0$. Эти пики отвечают нереализованным сингулярным точкам, когда достижение кривизной бесконечной величины останавливается R^2 -членом. Поведение кривизны в зависимости от времени изображено на рис. 11. Сильная ангармоничность колебаний y или, что то же, R приводит к эффективной перекачке энергии низкочастотных мод, которые возбуждаются при медленном сжатии системы, в высокочастотные моды.

Высокочастотные осцилляции кривизны с большой амплитудой приведут к рождению космических лучей высоких энергий в период образования крупномасштабной структуры вселенной. Потоки таких частиц могут

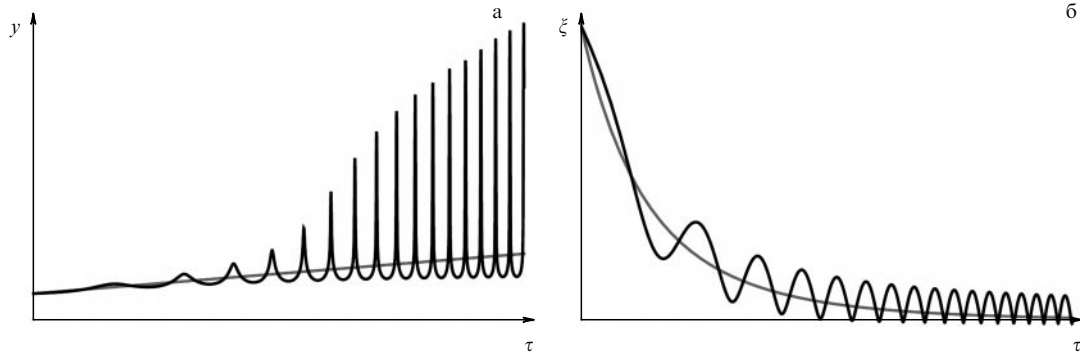


Рис. 11. Пики в осцилляциях кривизны. Результаты представлены для $n = 2$, $g = 0,001$, $\kappa = 0,04$ и $y'_0 = \kappa/2$.

быть наблюдаемы для довольно широкого интервала значений параметров теории.

Мы довольно подробно остановились на этом необычном поведении кривизны ещё и из-за того, что на этих решениях нарушается теорема Йебсена–Биркгофа (Jebsen–Birkhoff) и, в частности, возникает поразительное явление гравитационного отталкивания, антигравитации для систем конечного размера [299]. Возникновение гравитационного отталкивания для бесконечных систем, например, ускоренного космологического расширения, не противоречит ОТО. Обсуждение нарушения теоремы Йебсена–Биркгофа в $F(R)$ -модифицированных теориях можно найти в работах [300, 301].

Мы продемонстрируем возникновение гравитационного отталкивания на примере сферически-симметричного распределения материи с метрикой, определяемой обычным выражением:

$$ds^2 = A(r, t) dt^2 - B(r, t) dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (7.35)$$

Метрика такого типа для $F(R)$ -теорий анализировалась в работах [302, 303], но там не были приняты во внимание осцилляции кривизны, из которых и получается эффект антигравитации.

Предположим, что метрические коэффициенты A и B близки к единице, т.е. что метрика близка к плоской метрике Минковского. Именно в этом предположении и были получены количественные результаты об осцилляциях R . Ненулевые компоненты тензора Риччи, отвечающие метрике (7.35), равны

$$R_{00} = \frac{A'' - \ddot{B}}{2B} + \frac{(\dot{B})^2 - A'B'}{4B^2} + \frac{\dot{A}\dot{B} - (A')^2}{4AB} + \frac{A'}{rB}, \quad (7.36)$$

$$R_{rr} = \frac{\ddot{B} - A''}{2A} + \frac{(A')^2 - \dot{A}\dot{B}}{4A^2} + \frac{A'B' - (\dot{B})^2}{4AB} + \frac{B'}{rB}, \quad (7.37)$$

$$R_{\theta\theta} = -\frac{1}{B} + \frac{rB'}{2B^2} - \frac{rA'}{2AB} + 1, \quad (7.38)$$

$$R_{\phi\phi} = \left(-\frac{1}{B} + \frac{rB'}{2B^2} - \frac{rA'}{2AB} + 1\right) \sin^2\theta = R_{\theta\theta} \sin^2\theta, \quad (7.39)$$

$$R_{0r} = \frac{\dot{B}}{rB}. \quad (7.40)$$

Здесь штрих и точка над символом функции означают производные соответственно по r и t . Соответствующий

скаляр кривизны, $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$, равен

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{A} R_{00} - \frac{1}{B} R_{rr} - \frac{1}{r^2} R_{\theta\theta} - \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} R_{\phi\phi} = \\ &= \frac{A'' - \ddot{B}}{AB} + \frac{(\dot{B})^2 - A'B'}{2AB^2} + \frac{\dot{A}\dot{B} - (A')^2}{2A^2B} + \frac{2A'}{rAB} - \frac{2B'}{rB^2} + \\ &+ \frac{2}{r^2B} - \frac{2}{r^2} = \frac{2}{A} R_{00} - \frac{2B'}{rB^2} + \frac{2}{r^2B} - \frac{2}{r^2}. \end{aligned} \quad (7.41)$$

Полагая, как сказано выше, что метрика слабо отличается от плоской, т.е. что

$$A_1 = A - 1 \ll 1, \quad B_1 = B - 1 \ll 1, \quad (7.42)$$

проверим самосогласованность этого предположения для осцилляционных решений, найденных в работе [294], для которых R заметно превосходит своё значение в ОТО. Для этого удобно использовать уравнения (7.2) в форме

$$R_{00} - \frac{R}{2} = \frac{\tilde{T}_{00} + \Delta F_{,R} + F/2 - RF_{,R}/2}{1 + F_{,R}}, \quad (7.43)$$

$$R_{rr} + \frac{R}{2} = \frac{\tilde{T}_{rr} + (\partial_t^2 + \partial_r^2 - \Delta)F_{,R} - F/2 + RF_{,R}/2}{1 + F_{,R}}, \quad (7.44)$$

так как их левая часть не содержит вторых производных кривизны. В пределе слабого гравитационного поля можно пренебречь квадратами производных $A(r, t)$ и $B(r, t)$, и в результате получим для компонент R_{00} и R_{rr} тензора Риччи и для скаляра кривизны R следующие выражения:

$$R_{00} \approx \frac{A'' - \ddot{B}}{2} + \frac{A'}{r}, \quad (7.45)$$

$$R_{rr} \approx \frac{\ddot{B} - A''}{2} + \frac{B'}{r}, \quad (7.46)$$

$$R \approx A'' - \ddot{B} + \frac{2A'}{r} - \frac{2B'}{r} + \frac{2(1-B)}{r^2}. \quad (7.47)$$

Если плотность энергии материи внутри облака, т.е. для $r < r_m$, намного больше, чем средняя космологическая плотность энергии, то будут верны следующие соотношения:

$$F_{,R} \ll 1, \quad F \ll R. \quad (7.48)$$

Для статических решений эффекты модификации гравитации в этом пределе невелики и решение окажется близким к обычному шварцшильдовскому решению в согласии с имеющейся литературой. Как было отмечено выше, в работе [296] показано, что в системах с растущей плотностью энергии возбуждаются высокочастотные осцилляции кривизны. Для таких решений можно пренебречь пространственными производными F'_R по сравнению с временными, так как характерное время осциллирующей микроскопически мало, а пространственные вариации макроскопически велики. Так что из уравнения (7.3) следует, что $(\partial_t^2 - \Delta)F_{,R} = (\ddot{T} + R)/3$, и мы получим

$$B'_1 + \frac{B_1}{r} = r\ddot{T}_{00}, \quad (7.49)$$

$$A''_1 - \frac{A'_1}{r} = -\frac{3B_1}{r^2} + \ddot{B}_1 + \ddot{T}_{00} - 2\ddot{T}_{rr} + \frac{\ddot{T}_{\theta\theta}}{r^2} + \frac{\ddot{T}_{\varphi\varphi}}{r^2 \sin^2 \theta} \equiv S_A. \quad (7.50)$$

Предполагая малое отклонение от метрики Минковского, мы пренебрегли поправками к $T_{\mu\nu}$, вызванными кривизной пространства-времени. Ниже мы проверим, в каком случае справедливо это предположение.

Уравнение (7.49) имеет решение

$$B_1(r, t) = \frac{C_B(t)}{r} + \frac{1}{r} \int_0^r dr' r'^2 \ddot{T}_{00}(r', t). \quad (7.51)$$

Чтобы избежать сингулярности при $r = 0$, необходимо положить $C_B(t) \equiv 0$. Тогда выражение для B_1 формально совпадает с обычным шварцшильдовским решением, а решение для A_1 обладает дополнительной свободой:

$$A_1(r, t) = C_{1A}(t)r^2 + C_{2A}(t) + \int_r^{r_m} dr_1 r_1 \int_{r_1}^{r_m} \frac{dr_2}{r_2} S_A(r_2, t). \quad (7.52)$$

Пределы интегрирования выбраны таким образом, чтобы не возникло сингулярности при $r_2 = 0$.

Используя уравнение (7.51) с $C_B = 0$, перепишем S_A в следующем виде:

$$S_A = -\frac{3}{r^3} \int_0^r dr' r'^2 \ddot{T}_{00}(r', t) + \frac{1}{r} \int_0^r dr' r'^2 \ddot{T}_{00}(r', t) + \ddot{T}_{00} - 2\ddot{T}_{rr} + \frac{\ddot{T}_{\theta\theta}}{r^2} + \frac{\ddot{T}_{\varphi\varphi}}{r^2 \sin^2 \theta}, \quad (7.53)$$

и в итоге получаем

$$\begin{aligned} A_1(r, t) = & C_{1A}(t)r^2 + C_{2A}(t) + \int_r^{r_m} dr_1 r_1 \int_{r_1}^{r_m} \frac{dr_2}{r_2} \left(\ddot{T}_{00}(r_2, t) - 2\ddot{T}_{rr}(r_2, t) + \right. \\ & \left. + \frac{\ddot{T}_{\theta\theta}(r_2, t)}{r_2^2} + \frac{\ddot{T}_{\varphi\varphi}(r_2, t)}{r_2^2 \sin^2 \theta} \right) - \int_r^{r_m} dr_1 r_1 \int_{r_1}^{r_m} \frac{dr_2}{r_2} \times \\ & \times \left(\frac{3}{r_2^3} \int_0^{r_2} dr' r'^2 \ddot{T}_{00}(r', t) - \frac{1}{r_2} \int_0^{r_2} dr' r'^2 \ddot{T}_{00}(r', t) \right). \end{aligned} \quad (7.54)$$

Найдём сначала постоянные интегрирования в случае, когда отсутствует осциллирующее слагаемое в кривизне. Определим массу внутри радиуса r обычным

образом:

$$M(r, t) = \int_0^r d^3\bar{r} T_{00}(\bar{r}, t) = 4\pi \int_0^r d\bar{r} \bar{r}^2 T_{00}(\bar{r}, t). \quad (7.55)$$

Если всё вещество сосредоточено внутри радиуса r_m , то полная масса системы оказывается равной $M \equiv M(r_m)$ и, в соответствии с классическим решением Шварцшильда, не зависит от времени. Поскольку $\ddot{T}_{00} = 8\pi T_{00}/m_{\text{Pl}}^2$, то для $r > r_m$ получаем, как и ожидалось, $B_1 = r_g/r$, где $r_g = 2M/m_{\text{Pl}}^2$ — обычный внешний радиус Шварцшильда.

Вычислим теперь A_1 (7.54). Очевидно, что при $r > r_m$ первый интеграл обращается в нуль, так как $r_2 > r_m$, и по предположению $T_{\mu\nu} = 0$. Интеграл, содержащий $\ddot{T}_{00}$, тоже принимает нулевое значение в силу постоянства внешней массы. Оставшийся интеграл легко берётся,

$$\begin{aligned} \int_r^{r_m} dr_1 r_1 \int_{r_1}^{r_m} \frac{dr_2}{r_2} \frac{3}{r_2^3} \int_0^{r_2} dr' r'^2 \ddot{T}_{00}(r', t) = \\ = \frac{r_g}{r} + \frac{r_g r^2}{2r_m^3} - \frac{3r_g}{2r_m}. \end{aligned} \quad (7.56)$$

Таким образом, метрический коэффициент вне источника равен

$$A_1 = -\frac{r_g}{r} + \left(C_{1A}(t) - \frac{r_g}{2r_m^3} \right) r^2 + \left(C_{2A}(t) + \frac{3r_g}{2r_m} \right). \quad (7.57)$$

Выберем

$$C_{1A} = \frac{r_g}{2r_m^3}, \quad C_{2A} = -\frac{3r_g}{2r_m}. \quad (7.58)$$

Первое условие необходимо, чтобы убрать слагаемое, пропорциональное r^2 на бесконечности, второе условие необязательно, но оно всегда может быть наложено переопределением времени. Заметим, что такой выбор произвольных постоянных справедлив, когда в решении нет быстро осциллирующих членов.

В модифицированной гравитации внутреннее решение имеет ту же форму (7.51) и (7.54), однако коэффициент C_{1A} может нетривиально зависеть от времени. Этот коэффициент можно найти из уравнения (7.47), если известна скалярная кривизна $R(t)$. Используя выражения (7.51) и (7.54) и сравнивая их с уравнением (7.47), мы можем заключить, что доминирующий вклад в кривизну даётся суммой $A'' + 2A'/r$ и соответственно $C_{1A}^{(\text{osc})}(t) = R(t)/6$ со скаляром кривизны, вычисленным в работе [294]:

$$R(t) = R_{\text{GR}}(r)y(t), \quad (7.59)$$

где $R_{\text{GR}} = -8\pi T(r)/m_{\text{Pl}}^2$ — решение в общей теории относительности, а быстро осциллирующая функция $y(t)$ может быть много больше единицы. В соответствии с работой [294] максимальное значение y в пиковой области составляет

$$\begin{aligned} y(t) \sim & 6n(2n+1)mt_u \left(\frac{t_u}{t_{\text{contr}}} \right) \times \\ & \times \left(\frac{\rho_m(t)}{\rho_{m0}} \right)^{(n+1)/2} \left(\frac{\rho_c}{\rho_{m0}} \right)^{2n+2}, \end{aligned} \quad (7.60)$$

где t_u — возраст вселенной, t_{contr} — характерное время сжатия системы, так что плотность сжимающегося облака ведёт себя как $\rho_m(t) = \rho_{m0}(1 + t/t_{\text{contr}})$, а ρ_{m0} и $\rho_c = 10^{-29} \text{ г см}^{-3}$ — соответственно начальная плот-

ность массы/энергии облака и современная космологическая плотность. В соответствии с результатами работы [293], параметр m , входящий в выражение (7.27), должен превосходить 10^5 ГэВ, чтобы не возникло противоречия с первичным нуклеосинтезом. Поэтому множитель mt_u принимает гигантское значение: $mt_u \geq 10^{47}$, и y может быть много больше единицы, если только не будет подавлен малой величиной отношения $(\rho_c/\rho_{m0})^{2n+2}$ при большом показателе n .

Отметим, что имеется существенное различие между вакуумными решениями в обычной и модифицированной гравитации. В стандартном случае пропорциональное r^2 слагаемое появляется как вне ($r > r_m$), так и внутри ($r < r_m$) облака с одним и тем же коэффициентом и поэтому оно должно обратиться в нуль. С другой стороны, в модифицированной гравитации такого условия нет и, следовательно, слагаемое $C_{1A}r^2$ может присутствовать при $r < r_m$ и отсутствовать при $r \gg r_m$.

Вакуумное решение для R , по-видимому, записывается как $R \sim R_c$, где R_c — маленькая космологическая кривизна, плюс возможное осциллирующее слагаемое. Таким образом, метрические функции внутри облака равны:

$$B(r, t) = 1 + \frac{2M(r, t)}{m_{\text{Pl}}^2 r} \equiv 1 + B_1^{(\text{Sch})}, \quad (7.61)$$

$$A(r, t) = 1 + \frac{R(t) r^2}{6} + A_1^{(\text{Sch})}(r, t). \quad (7.62)$$

Иными словами, мы построили решение, предполагая, что оно состоит из двух слагаемых: шварцшильдовского и осциллирующего, причём быстро осциллирующая часть возникает в системах с медленно меняющейся со временем плотностью энергии. Выражение для $A_1^{(\text{Sch})}(r, t)$ определяется интегралами (7.54) с постоянными $C_{A1} = r_g/2r_m^3$ и $C_{A2} = -3r_g/r_m$, как это следует из выражений (7.58).

Что касается интегралов в равенстве (7.54) во внутренней области, то мы вычислим их, полагая, что вещество является нерелятивистским, так что пространственные компоненты $T_{\mu\nu}$ пренебрежимо малы по сравнению с T_{00} . Предположим также для простоты, что плотность массы/энергии $T_{00} \equiv \rho_m(t)$ постоянна по пространству, но может зависеть от времени. Первые два интеграла в выражении (7.54) взаимно сокращаются и остаётся лишь интеграл, пропорциональный второй производной плотности массы. Так что в результате получим

$$A_1^{(\text{Sch})}(r, t) = \frac{r_g r^2}{2r_m^3} - \frac{3r_g}{2r_m} + \frac{\pi \dot{\rho}_m}{3m_{\text{Pl}}^2} (r_m^2 - r^2)^2. \quad (7.63)$$

Как мы уже отмечали, $R(t)$ в модифицированной теории, как правило, выше своего значения в ОТО, т.е. $|R_{\text{GR}}| = 8\pi\rho_m/m_{\text{Pl}}^2$, так что второе слагаемое в правой части уравнения (7.62), т.е. $R(t)r^2/6$, даёт доминирующий вклад в A_1 при достаточно больших r . Действительно, $r^2 R(t) \sim r^2 y R_{\text{GR}}$, причём $y > 1$, в то время как канонический шварцшильдовский вклад порядка $r_g/r_m \sim \rho_m r_m^2/m_{\text{Pl}}^2 \lesssim r_m^2 R_{\text{GR}}$.

В низшем порядке по гравитационному взаимодействию уравнение движения пробной нерелятивистской частицы (геодезическое уравнение) имеет вид

$$\ddot{r} = -\frac{A'}{2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{R(t)r}{3} + \frac{r_g r}{r_m^3} \right), \quad (7.64)$$

где A определено в уравнении (7.62). Поскольку в рассмотренной здесь модификации гравитации $R(t)$ отрицательно и велико по абсолютной величине, внутри сжимающегося облака с $\rho > \rho_c$ возникают эффекты гравитационного отталкивания, которое окажется сильнее гравитационного притяжения, если

$$\frac{|R| r_m^3}{3r_g} = \frac{|R| r_m^3 m_{\text{Pl}}^2}{6M} = \frac{|R| r_m^3 m_{\text{Pl}}^2}{8\pi\rho r_m^3} = \frac{|R|}{\tilde{T}_{00}} \equiv y > 1. \quad (7.65)$$

В результате могут образоваться ячеистые структуры, в частности, космические пустоты (voids).

Интересно, что в этой теории сила гравитационного отталкивания проявляется короткими, но сильными ударами, заметно превышающими обычное гравитационное притяжение.

Заметим, что хотя результат был получен в приближении плоского фонового пространства, он представляется более общим и справедливым также в случае искривлённого пространства-времени. Более того, естественно ожидать, что антигравитация возникает и в других похожих версиях $F(R)$ -теорий.

8. Заключение

После того как наш обзор был представлен в журнал, появился ещё ряд работ, имеющих непосредственное отношение к рассматриваемым нами проблемам. Ниже, по предложению рецензента, мы кратко опишем некоторые из новых работ. Укажем, прежде всего, обзор [304], где рассмотрены различные типы модификации гравитации, а не только $F(R)$, как в нашем обзоре. В обзоре [304] описана космологическая эволюция начиная от инфляционной эпохи до наших дней, а также модели отскока от сингулярности при схлопывании Вселенной.

В работе [305] выведены ограничения на параметры скалярно-тензорных и $F(R)$ -теорий на основе анализа наблюдений гравитационных волн от слияния нейтронных звёзд.

Детальное обсуждение космологической эволюции в $F(R)$ -теориях приведено в не опубликованной на момент написания нашего обзора работе [306].

Авторы обзора [307] проводят строгое различие между тёмной энергией и модифицированной гравитацией на основе сильного и слабого принципов эквивалентности. Рассмотрены феноменология и характерные наблюдаемые характеристики этих двух категорий моделей.

В обзоре [308] подчёркнута квантовая природа проблемы тёмной энергии и необходимость такого решения, которое обходит так называемую по-го теорему Вайнберга [25].

Критический анализ широкой совокупности различного типа астрономических наблюдений проведён в работе [309]. По утверждению авторов факт космологического ускорения является твёрдо установленным.

Вопрос о том, насколько твёрдо сверхновые SN Ia могут считаться стандартными свечами, обсуждается в работе [310] с учётом того, что гравитация может быть модифицирована. Авторы делают вывод, что в теориях, в которых сила гравитации зависит от времени, сверхновые SN Ia не могут считаться стандартными свечами и вывод об ускоренном расширении, вообще говоря, может быть не справедлив. Однако остаётся открытым вопрос, насколько необходимая зависимость гравита-

ционной постоянной от времени остаётся совместимой с полным набором данных в пользу антигравитирующей тёмной энергии.

Недавно возникло новое течение для описания ускоренного расширения Вселенной и тёмной энергии под названием "заболоченная почва" или просто "болото" (swampland) [311, 312] как альтернатива струнному ландшафту. Под последним понимается почти бесконечное количество вакуумных состояний (более чем $10^{100\,000}$) при компактификации суперструнных моделей на четырёхмерное пространство. Столь гигантское количество вакуумных состояний открывает путь антропному решению проблемы вакуумной энергии (см. выше обсуждение в разделе 3 между формулами (3.6) и (3.7)).

Авторы работ [311, 312] отмечают, что общепринято полагать, будто все самосогласованные эффективные квантовые полевые теории со взаимодействием с гравитацией с большой вероятностью могут быть получены тем или иным образом как результат компактификации струнной теории, что делает струнные теории не слишком полезными с точки зрения низкоэнергетической феноменологии. Согласно точке зрения, высказанной в работах [311, 312], это не так, и на самом деле могут существовать эффективные теории поля, не приводящие к самосогласованной теории гравитации при ультрафиолетовом замыкании. Авторы предлагают называть набор таких теорий, которые не приводят к струнной теории при ультрафиолетовом замыкании, болотом по контрасту с ландшафтом.

Космологические эффекты, к которым могла бы привести "заболоченная" картина, рассмотрены в работе [313]. Критический анализ таких моделей и их следствий приведён в работе [314].

В настоящее время количество работ по "болотной" тематике составляет уже несколько десятков, и их анализ требует отдельного обзора.

Благодарности. Мы благодарим одного из рецензентов за конструктивные замечания, а также Гастона Фолателли (Gaston Folatelli) за обсуждения вопросов о систематических ошибках в наблюдаемых параметрах SN Ia и Марию Пружинскую за внимательное прочтение текста и многочисленные поправки по истории и по космологическим приложениям сверхновых.

С.Б. благодарен Shun Saito и Tomomi Sunayama за ценные указания на литературу по БАО и критические замечания, а также Российскому научному фонду (грант № 19-12-00229) за поддержку работ по моделированию сверхновых. Работа А.Д. Долгова, описанная в разделах 3 и 6, по проблеме вакуумной энергии и о механизме ускоренного расширения Вселенной за счёт конденсата скалярного поля была поддержана грантом РНФ № 19-42-02004.

9. Приложения

9.1. Вывод уравнений Фридмана

9.1.1. Элементарный вывод из ньютоновской теории. Рассмотрим пространство, заполненное однородно и изотропно распределённым веществом, и выделим в нём небольшой шар радиуса $ra(t)$. Здесь r — фиксированная, так называемая сопутствующая, координата, а возможное изменение радиуса определяется функцией

$a(t)$. Такие обозначения выбраны для соответствия с используемыми в тексте космологическими обозначениями.

Рассмотрим поведение материальной точки на границе этого шара. Как известно, в сферически-симметричном случае внешность шара не оказывает никакого гравитационного действия на пробную частицу. Сумма кинетической и потенциальной энергий этой частицы должна сохраняться:

$$\frac{r^2 \dot{a}^2}{2} - \frac{4\pi}{3} \frac{\rho r^2 a^2}{m_{\text{Pl}}^2} = \text{const}. \quad (9.1)$$

Очевидно, что после деления на $r^2 a^2/2$ это уравнение совпадает с уравнением (2.5).

Рассмотрим далее баланс плотности энергии среды, $dE = -PdV$, где $E = \rho V$ и, следовательно, $dE = Vd\rho + 3(da/a)V\rho$. Отсюда, очевидно, следует уравнение (2.7).

Дифференцируя уравнение (2.5) и используя уравнение (2.7), получим уравнение (2.6).

На этом этапе может возникнуть законный вопрос: каким образом на основании нерелятивистской механики Ньютона удалось получить релятивистскую теорию гравитации Эйнштейна, где гравитирует не только масса, но и давление? Ответ состоит в том, что мы предположили, что источником гравитации является, по крайней мере частично, не плотность массы, а плотность энергии. В этом и состоит критическое отличие от нерелятивистской теории Ньютона.

9.1.2. Вывод из вариационного принципа. Обычно в учебниках по ОТО основные уравнения космологии, т.е. уравнение Фридмана, выводят из уравнений Эйнштейна в предположении однородной и изотропной метрики (2.3) или (2.4). В самом деле, уравнение (2.12) в смешанных компонентах даст при $\Lambda = 0$ для тензора Эйнштейна G_μ^ν выражение

$$G_\mu^\nu \equiv R_\mu^\nu - \frac{1}{2} g_\mu^\nu R = \frac{8\pi}{m_{\text{Pl}}^2} T_\mu^\nu, \quad (9.2)$$

откуда для метрики FRW (2.4) имеем

$$G_0^0 = R_0^0 - \frac{1}{2} R = \frac{8\pi}{m_{\text{Pl}}^2} T_0^0. \quad (9.3)$$

Вычисление тензоров Риччи и Эйнштейна даёт

$$G_0^0 = \frac{3k + 3(\dot{a})^2}{a^2}. \quad (9.4)$$

Поскольку $T_0^0 = \rho$, отсюда сразу получаем (2.5).

Покажем, что это уравнение можно вывести в рамках ОТО, не пользуясь тензором энергии-импульса T_i^k и уравнениями Эйнштейна, а прямо из действия S . Чтобы вывести из вариационного принципа, нужно знать только скаляр кривизны R . В этом выводе есть ряд поучительных моментов.

Действие S состоит из суммы двух слагаемых: гравитационной части и действия материи, S_m , определяемого лагранжианом $\mathcal{L}_m$:

$$S = S_H + S_m = \kappa \int R \sqrt{-g} d^4x + \int \mathcal{L}_m \sqrt{-g} d^4x. \quad (9.5)$$

Константа κ в выражении (9.5) равна

$$\kappa \equiv \frac{1}{16\pi G_N} \equiv \frac{m_{\text{Pl}}^2}{16\pi}. \quad (9.6)$$

Возьмём простой случай совершенной (идеальной) жидкости, когда плотность лагранжиана $\mathcal{L}_m$ есть просто энергия в единице объёма, ρ . Это подробно рассмотрено в книге В.А. Фока [315].

Подставляя выражения для скаляра кривизны, R , через масштабный фактор и его производные и плотность энергии, ρ , умноженные на $\sqrt{-g} = a^3$, получим функцию Лагранжа для величины $a(t)$:

$$L[a(t)] = -6\kappa(a^2\ddot{a} + a\dot{a}^2 + ka) + \rho a^3. \quad (9.7)$$

Мы можем избавиться от второй производной по времени, $\ddot{a}$, проинтегрировав соответствующее слагаемое в действии по частям:

$$\begin{aligned} \int_{t_{\text{in}}}^t a^2 \ddot{a} dt &= \int_{t_{\text{in}}}^t a^2 da = a^2 \dot{a} \Big|_{t_{\text{in}}}^t - \int_{t_{\text{in}}}^t \dot{a} da^2 = \\ &= \text{const} - 2 \int_{t_{\text{in}}}^t \dot{a}^2 a dt. \end{aligned} \quad (9.8)$$

Теперь обсудим пределы при интегрировании по времени. Нижний предел хотелось бы взять за нуль, $t_{\text{in}} = 0$ (то, что называют моментом Большого Взрыва — Big Bang), но не надо забывать, что решение в этом нуле в идеализированных моделях окажется сингулярным. Структуру этой сингулярности в рамках ОТО уже нельзя изучать. Верхний предел хотелось бы увести на бесконечность, но сделать это тоже нельзя, так как наша модельная вселенная может оказаться конечной во времени.

Избавившись от второй производной, получим лагранжиан в стандартном виде лишь с первыми производными, но, в отличие от принципа экстремума действия классической механики, когда мы фиксируем только координаты частиц на концах траектории, теперь мы должны фиксировать и скорость (здесь $\dot{a}$). Только при $\delta a = 0$ и $\delta \dot{a} = 0$ на границах области интегрирования мы можем забыть о неинтегральном члене. В этом случае мы получим лагранжиан для масштабного фактора $a(t)$:

$$L = -6\kappa(-\dot{a}^2 a + ka) + \rho a^3. \quad (9.9)$$

Мы можем взять любое баротропное уравнение состояния, чтобы связать ρ и плотность числа частиц, n . В частности, можно предположить, что ρ зависит только от a (через n), но не от $\dot{a}$. Тогда мы имеем "гамильтониан"

$$\mathcal{H} = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} \dot{a} - L = 6\kappa(a\dot{a}^2 + ka) - \rho a^3.$$

Здесь нет никакой явной зависимости от времени, следовательно, "энергия" должна быть постоянной:

$$(a\dot{a}^2 + ka) - \frac{\rho a^3}{6\kappa} = \text{const}. \quad (9.10)$$

Мы можем обратить константу в правой части в нуль, добавив к плотности энергии плотность какой-то пылевидной материи: $\rho \rightarrow \rho + \Delta\rho$ с $\Delta\rho = \rho_0(a_0/a)^3$. Иными словами, произвольная постоянная может быть поглощена в определении плотности энергии за счёт выбора $\rho_0 a_0^3$. Казалось бы, этого произвола нет при выводе такого же уравнения обычным путём из уравнений Эйнштейна, приведённом выше.

Но произвол всё равно остаётся, только константа определяется правильным выбором нулевого отсчёта энергии материи.

Выбор нуля для плотности энергии в (9.2) только кажется естественным: там, где нет никакой кривизны, имеем нулевые тензоры Римана, Риччи и Эйнштейна, там же полагаем и $\rho = 0$. Но если истинные уравнения гравитации содержат лямбда-член, то никакой естественности не получается: ведь можно писать либо лямбда-член слева, либо ненулевую энергию вакуума справа с уравнением состояния $P = -\rho^{\text{vac}}$. А можно записать и произвольные доли лямбда слева, а вакуумной энергии справа, получая совершенно эквивалентную динамику вселенной.

Итак, приравнивая нулю константу в уравнении (9.10), получаем, поделив его на a^3 и используя κ , определяемое выражением (9.6):

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}, \quad (9.11)$$

что и даёт известное первое уравнение Фридмана (2.5).

Вернёмся к вопросу о граничных членах, возникающих при интегрировании по частям в выводе уравнений движения. Связь вариационного принципа Гильберта с уравнениями Эйнштейна вовсе не тривиальна из-за внеинтегральных членов.

Нулевые значения вариаций производных на границе в учебниках обычно упоминают, но уравнения из вариационного принципа получают, сразу забыв об этом ограничении. Одно известное нам исключение — книга Уолда [316]. В более свежей книге Э. Пуассон [317] см. формулу (4.7) и ниже. Из книг по космологии это обсуждается в книге [318] (с. 451–464).

В этих книгах показано, что к действию Гильберта надо добавить члены с внешней кривизной. Такое действие обычно называют действием Гиббонса–Хокинга [319], иногда Гиббонса–Хокинга–Йорка (Gibbons–Hawking–York action), хотя, по-видимому, Йорк [320] был первым, кто в явном виде добавил внешнюю кривизну в действие.

Например, одна из часто цитируемых статей [321] предлагает такое действие для метрики g общих полей вещества ϕ :

$$I(g, \phi) = \int_M \left[\frac{R}{16\pi} + L_m(g, \phi) \right] + \frac{1}{8\pi} \oint_{\partial M} K, \quad (9.12)$$

где R — скаляр кривизны для метрики g , L_m — лагранжиан вещества, K — след тензора внешней кривизны границы.

В формуле (9.12) выбраны единицы, в которых и $m_{\text{Pl}} = 1$. Мы не будем давать формальное определение внешней кривизны K_{ik} . Его можно взять, например, из книги [322] (том 2 русского издания, с. 153 и далее), и убедиться, что в нашем примере с метрикой Фридмана (и Робертсона–Уокера) с нашей сигнатурой метрики имеем

$$K_{ik} = 0,5\dot{g}_{ik} \quad (9.13)$$

(ср. с формулой (21.70) из [322]). Здесь латинские индексы — это 1, 2, 3 (не так, как в книге Ландау, Лифшица [323]!).

Смысл такого выражения для внешней кривизны нетрудно понять: в нашем случае граница многообразия ∂M — это сечения при $t = \text{const}$, т.е. всё наше трёхмерное пространство. Внешняя кривизна получается по [322] из векторов, которые смотрят в четвёртое измерение, в нашем случае это t . Так и появляется производная по времени в (9.13).

Потом надо взять след

$$K \equiv K_i^i,$$

и мы увидим, что при том выборе коэффициентов, который сделан в выражении (9.12), наш внеинтегральный член в (9.8), а именно, $a^2 \dot{a}|_{t_0}^t$, содержащий точно ту же производную по времени, как и (9.13), исчезает. Не следует забывать и про другие коэффициенты, которые тут не выписаны. Таким образом, наш простой пример делает понятным выбор добавки к действию Гильберта в (9.12).

9.2. Космологические параметры

Здесь мы приведём значения основных космологических параметров и кратко опишем способы их измерения. Чтобы не загромождать список литературы, мы сошлёмся лишь на [324], где имеются ссылки на оригинальные работы и краткие обзорные статьи.

Важной величиной в космологии является так называемая критическая плотность энергии:

$$\rho_c = \frac{3H^2 m_{\text{Pl}}^2}{8\pi}. \quad (9.14)$$

В англоязычной литературе её называют "critical" или "closure" density. Последний термин связан с тем, что $\rho = \rho_c$ — граничное значение, при котором происходит переход от открытой вселенной к замкнутой. Согласно астрономическим данным полная плотность энергии всех форм материи во вселенной, ρ_{tot} , очень близка к критической (см. ниже уравнение (9.16)).

Космологическая плотность энергии той или иной формы материи характеризуется безразмерным параметром

$$\Omega_a = \frac{\rho_a}{\rho_c}. \quad (9.15)$$

Установлено, что

$$\Omega_{\text{tot}} = \frac{\rho_{\text{tot}}}{\rho_c} = 1,006 \pm 0,006. \quad (9.16)$$

Этот результат получен главным образом на основе анализа спектра угловых флуктуаций микроволнового фона (СМВ). Физическая длина волны, отвечающая первому максимуму на момент рекомбинации водорода ($z \approx 10^3$), известна, а тот угол, под которым мы её наблюдаем сегодня, а значит и положение первого максимума, зависит от геометрии вселенной. Это наблюдаемое положение как раз отвечает плоской, евклидовой геометрии.

Космологическая плотность барионной материи определяется несколькими независимыми способами: по наблюдаемому обилию лёгких элементов, гелия ^4He и дейтерия $\text{D} \equiv ^2\text{H}$, рождённых во время первичного нуклеосинтеза, по отношению высот пиков в флуктуациях микроволнового фона и по масштабу, на котором начинается диффузионное, или силковское, затухание (Silk damping). Все эти методы приводят к близким значениям:

$$\Omega_b h^2 = 0,022, \quad (9.17)$$

где h — безразмерная постоянная Хаббла, нормированная на 100: $h = H/100 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$. Согласно принятому

значению [324]

$$h = 0,673 \pm 0,012. \quad (9.18)$$

Этот результат получен на основании анализа угловых флуктуаций микроволнового фона и крупномасштабной структуры вселенной [325]. Однако стоит указать на систематическое и довольно значительное расхождение этого результата со значениями h , измеренными традиционными астрономическими методами [326]:

$$h = 0,738 \pm 0,024. \quad (9.19)$$

Пока неясно, означает ли это, что значение параметра Хаббла зависит от расстояния необычным образом и, следовательно, закон расширения не тот, что принимается в обычной ΛCDM -космологии (см., например, работу [183], где проанализированы возможные вариации закона расширения) или же расхождение может быть объяснено наличием нестабильной, но долгоживущей компоненты тёмной материи [327, 328]. Впрочем, не исключено и даже вероятнее более прозаическое объяснение, что различие связано с систематическими ошибками в определении астрономической лестницы расстояний. В связи с последней возможностью большой интерес приобретает метод прямого измерения H , предложенный в работе [211], который свободен от неоднозначности обычных астрономических методов.

Так или иначе, плотность барионной материи близка к

$$\Omega_b = 0,05. \quad (9.20)$$

Заметим, что из этого 5%-ного вклада барионов в космологическую плотность менее половины наблюдаются непосредственно. Оставшаяся половина находится неизвестно где и неизвестно в чём.

Суммарная плотность барионов и тёмной материи определяется по совокупности целого ряда независимых космологических наблюдений. Некоторые, исторически более ранние, методы не могут конкурировать с получившимися развитие в недавнее время, такими как анализ флуктуаций микроволнового фона или барионных акустических осцилляций, но мы их упомянем, чтобы показать, что анализ физически различных явлений во вселенной приводит к близким значениям плотностей тёмной и барионной материи и совокупно определяемой плотности тёмной энергии. В качестве альтернативы тёмной материи нередко предлагается модификация динамики или гравитационного взаимодействия, но таким образом невозможно описать всю совокупность имеющихся указаний на наличие именно тёмной материи.

Итак, сам факт наличия тёмной материи и величина космологической плотности нормально гравитирующей (барионной плюс невидимой, тёмной) материи определяется:

1) по плоским кривым вращения: скорости частиц газа или малых галактик-спутников при удалении от светящегося центра (большой) галактики не уменьшаются с увеличением расстояния, а стремятся к постоянной величине. Этот закон справедлив до расстояний порядка 10 галактических радиусов, внутри которого находится видимое светящееся вещество;

2) по гравитационному линзированию отдалённых объектов, которое позволяет оценить полное количество гравитирующего вещества вдоль луча зрения;

3) по равновесию горячего газа в богатых галактических скоплениях; для удержания газа внутри кластера требуется примерно в пять раз больше гравитации, чем создаётся видимым веществом;

4) по эволюции образования галактических скоплений как функции красного смещения; в пространственно плоской вселенной, т.е. во вселенной с $\Omega = 1$, в которой вся масса содержалась бы в нормально гравитирующей материи, число галактических кластеров при $z \sim 1$ было бы раза в три меньше, чем наблюдается. Если же основная часть вещества находится в виде антигравитирующей тёмной энергии, наблюдаемая картина согласуется с теорией.

Все эти методы дают для полной плотности кластеризованной нормально гравитирующей материи значение $\Omega_{DM} + \Omega_b \approx 0,3$. Более точные методы, основанные на анализе барионных акустических осцилляций и угловых флуктуаций температуры микроволнового фона, приводят (после вычета вклада барионов) к значению

$$\Omega_{DM} = 0,27. \quad (9.21)$$

Недостающая до единицы величина обеспечивается тёмной энергией:

$$\Omega_{DE} = 0,68. \quad (9.22)$$

Как уже отмечалось, указание на антигравитационные свойства тёмной энергии получены на основании открытия того, что отдалённые сверхновые оказались более тусклыми, чем ожидалось при стандартном замедляющемся космологическом расширении. Кроме того, ускоренное расширение необходимо для разрешения кризиса возраста вселенной. Без антигравитирующей тёмной энергии вселенная была бы раза в полтора моложе, чем следует из возраста старых звёздных скоплений и из ядерной хронологии. К такому же результату о необходимости ускоренного расширения приводит и анализ крупномасштабной структуры вселенной. Ускоренное расширение приводит к подавлению образования структур на больших масштабах в согласии с наблюдениями. Если параметризовать уравнение состояния тёмной материи в форме $P = w\rho$, то для параметра w имеем (см. [324] и [329])

$$w = -1,01 \pm 0,04. \quad (9.23)$$

Любопытно, что данные не только не исключают фантомное значение $w < -1$, но и явно указывают на него. Остаётся возможным также вакуумное значение $w = -1$. В работе [330] на основе данных о барионных акустических осцилляциях был сделан вывод о возможной вариации тёмной энергии при космологическом расширении. К сожалению, имеющиеся данные пока не позволяют определить, чем вызывается ускоренное расширение: тёмной энергией или инфракрасной модификацией гравитации.

9.3. Скалярное поле

В этом разделе мы приведём сводку необходимых формул о скалярном поле в космологии. Действие для действительного скалярного поля обычно выбирается в виде

$$A[\phi] = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - U(\phi) \right) \quad (9.24)$$

и приводит к уравнению движения

$$D^2 \phi + U'(\phi) = 0, \quad (9.25)$$

где $U' = dU/d\phi$, $D^2 = g^{\mu\nu} D_\mu D_\nu$, а D_μ — ковариантная производная во внешнем гравитационном поле. В FRW-метрике (2.4) с $k = 0$ это уравнение принимает вид

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{a^2} \nabla^2 \phi + U' = 0. \quad (9.26)$$

Отвечающий этому действию тензор энергии-импульса равен

$$T_{\mu\nu} = 2 \frac{\delta A}{\delta g^{\mu\nu}} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} (\partial\phi)^2 - U(\phi) \right]. \quad (9.27)$$

Соответственно плотности энергии и давления равны

$$\rho = \frac{\dot{\phi}^2 + (\nabla\phi)^2/a^2}{2} + U(\phi),$$

$$P_{ij} = \delta_{ij} \left[\frac{\dot{\phi}^2 - (\nabla\phi)^2/a^2}{2} - U(\phi) \right] + \frac{\partial_i \phi \partial_j \phi}{a^2}. \quad (9.28)$$

Заметим, что при $U > 0$ среднее давление всегда меньше, чем плотность энергии, $P_i^i/3 < \rho$. Очевидно, что в случае медленно изменяющегося поля ϕ , как во времени, так и в пространстве будет приближённо справедливо вакуумоподобное уравнение состояния: $P \approx -\rho$. В обратном предельном случае быстро изменяющегося $\phi(t)$, когда в $T_{\mu\nu}$ доминирует производная по времени, а поле ϕ пространственно однородно, имеет место максимально жёсткое уравнение состояния: $P = \rho$. Для такого уравнения состояния скорость звука равна скорости света. Это уравнение могло бы реализоваться при космологическом сжатии.

Иногда рассматриваются так называемые тахионные уравнения состояния, возникающие при $U < 0$, например, при $U = -m^2 \phi^2/2$, т.е. теории с отрицательным квадратом массы. Принято считать, что в таких теориях должно быть сверхсветовое распространение сигнала, но это неверно. Дело в том, что скорость сигнала — это скорость распространения его фронта, которая опережается асимптотикой коэффициента преломления при частоте/энергии, стремящейся к бесконечности. В этом пределе можно пренебречь потенциалом, и мы приходим к нормальному распространению со скоростью света. Разумеется, групповая скорость оказывается сверхсветовой, но это означает лишь деформацию волны, что естественно, так как вакуумное состояние неустойчиво при $m^2 < 0$. Как известно, в средах с аномальной дисперсией имеет место такая же картина: групповая скорость оказывается сверхсветовой, но волна деформируется, превращаясь в ударную волну с неаналитическим фронтом.

Заметим, что уравнение состояния в форме $P = P(\rho)$ не всегда существует. Хотя всегда можно определить параметр $w(t) \equiv P(t)/\rho(t)$, однако функциональной связи $P = P(\rho)$ может и не быть. Например, соотношение между P и ρ может быть нелокальным во времени. Тем не менее, несмотря на отсутствие уравнения состояния, набор космологических уравнений окажется полным, так как недостающим уравнением будет уравнение движения поля (9.26).

Квантование поля проводится согласно обычной процедуре. В однородном пространстве оператор поля

разлагается по его пространственным фурье-модам с коэффициентами, зависящими от времени:

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \int \frac{d^3k}{\sqrt{2E_k}(2\pi)^3} [a_k \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}) f_k(t) + a_k^\dagger \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x}) f_k^*(t)], \quad (9.29)$$

где $E_k = \sqrt{m^2 + k^2}$. Функции $f_k(t)$ являются решениями Фурье преобразованного уравнения (9.25) или уравнения (9.26), если речь идёт о FRW-метрике. В частности, в случае плоского пространства получим известный результат: $f_k(t) = \exp(-iE_k t)$. В космологическом случае для FRW-метрики решение уравнения (9.26) также известно аналитически. Можно показать, что оно выражается через функции Бесселя.

Операторы a_k и $a_k^\dagger$ являются операторами уничтожения и рождения квантов поля ϕ (элементарными частицами). Они удовлетворяют соотношению коммутации:

$$[a_k^\dagger, a_{k'}] = 2E_k(2\pi)^2 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}'). \quad (9.30)$$

Оператор a_k , действуя на вакуум, уничтожает его, $a_k|\text{vac}\rangle = 0$, а оператор $a_k^\dagger$ создаёт одночастичное состояние с импульсом k : $a_k^\dagger|\text{vac}\rangle = |k\rangle$. Фактор $2E_k$ в выражении (9.30) возникает лишь в пространстве Минковского. В общем случае искривлённого пространства-времени необходимо писать вронскиан решений уравнения движения для $f_k(t)$.

Фермионные поля квантуются аналогично, только коммутатор операторов рождения–уничтожения заменяется на антикоммутатор. Этот факт имеет важное значение для взаимного уничтожения расходящихся частей вакуумных энергий бозонов и фермионов (см. раздел 3).

Список литературы

- Einstein A *Sitzungsber. Preuß. Akad. Wiss. Berlin* **48** 844 (1915)
- Einstein A *Ann. Physik* **49** 769 (1916)
- Friedman A Z. *Phys.* **10** 377 (1922)
- Friedmann A Z. *Phys.* **21** 326 (1924)
- Robertson H P *Rev. Mod. Phys.* **5** 62 (1933)
- Walker A G, McCrea W H *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **94** 159 (1933)
- Hubble E *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **15** 168 (1929)
- Lemaître G *Ann. Soc. Sci. Bruxelles A* **47** 49 (1927)
- Nussbaumer H, Bieri L, arXiv:1107.2281
- Einstein A *Sitzungsber. Preuß. Acad. Wiss.* **1** 142 (1918)
- Чернин А Д *УФН* **178** 267 (2008); Chernin A D *Phys. Usp.* **51** 253 (2008)
- de Sitter W *Proc. Kon. Ned. Acad. Wet.* **20** 229 (1917)
- Lemaître G *Nature* **127** 706 (1931)
- Lemaître G *Ann. Soc. Sci. Bruxelles A* **53** 51 (1933)
- Eddington A S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **90** 668 (1930)
- Koksma J F, Prokopec T, arXiv:1105.6296
- Pauli W *Ausgewählte Kapitel aus der Feldquantisierung gehalten an der Eidg. Techn. Hochschule in Zürich, 1950–1951* (Ausgearb. von U Hochstrasser, M R Schaefroth) (Zürich: H. Maag, 1951); Пер. на англ. яз.: *Selected Topics in Field Quantization* (Pauli Lectures on Physics, Vol. 6) (Cambridge, Mass.: MIT Press, 1973)
- Зельдович Я Б *УФН* **95** 209 (1968); Zel'dovich Ya B *Sov. Phys. Usp.* **11** 381 (1968)
- Visser M *Particles* **1** 138 (2018)
- Гольфанд Ю А, Лихтман Е П *Письма в ЖЭТФ* **13** 452 (1971); Gol'fand Yu A, Likhtman E P *JETP Lett.* **13** 323 (1971)
- Волков Д В, Акулов В П *Письма в ЖЭТФ* **16** 621 (1972); Volkov D V, Akulov V P *JETP Lett.* **16** 438 (1972)
- Wess J, Zumino B *Phys. Lett.* **49** 52 (1974)
- Gell-Mann M, Oakes R J, Renner B *Phys. Rev.* **175** 2195 (1968)
- Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I *Nucl. Phys. B* **147** 385 (1978)
- Weinberg S *Rev. Mod. Phys.* **61** 1 (1989)
- Dolgov A D, in *The Quest for the Fundamental Constants in Cosmology. Proc. of the 24th Rencontre de Moriond. 9th Moriond Astrophysics Meeting, Les Arcs, France, March 5–12, 1989* (Eds J Adouse, J Tran Thanh Van) (Gif-sur-Yvette: Editions Frontieres, 1990) p. 227
- Dolgov A D, in *Phase Transitions in Cosmology, Fourth Paris Colloquium, Observatoire de Paris, 4–9 June, 1997* (Eds H J De Vega, N Sanchez) (Singapore: World Scientific, 1998) p. 161
- Binétruy P *Int. J. Theor. Phys.* **39** 1859 (2000) lectures at Les Houches summer school "The Early Universe" and Peyresq 4 meeting, July 1999
- Sahni V, Starobinsky A *Int. J. Mod. Phys. D* **9** 373 (2000)
- Weinberg S, astro-ph/0005265; talk given at Dark Matter 2000, February 2000
- Fujii Y *Grav. Cosmol.* **6** 107 (2000)
- Vilenkin A, in *The Dark Universe. Matter, Energy and Gravity. Proc. of the Space Telescope Science Institute Symp., Baltimore, MD, USA, April 2–5, 2001* (Space Telescope Science Institute Symp. Ser., Vol. 15, Ed. M Livio) (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003) p. 173; hep-th/0106083
- Sahni V *Class. Quantum Grav.* **19** 3435 (2002); in *Proc. of the Early Universe and Cosmological Observations: a Critical Review, Cape Town, 23–25 July 2001*; astro-ph/0202076
- Straumann N, astro-ph/0203330, Invited lecture at the first Séminaire Poincaré, Paris, March 2002
- Peebles P J E, Ratra B *Rev. Mod. Phys.* **75** 559 (2003)
- Kim J E *Mod. Phys. Lett.* **19** 1039 (2004); in *2003 Intern. Symp. on Cosmology and Particle Astrophysics CosPA 2003, Taipei, Taiwan, November 13–15, 2003*; hep-ph/0402043
- Burgess C P *Ann. Physics* **313** 383 (2014); hep-th/0402200, contribution to the Proc. of SUSY 2003, Univ. of Arizona, Tucson AZ, June 2003
- Bousso R *Gen. Rel. Grav.* **40** 607 (2008), arXiv:0708.4231
- Dicke R H *Nature* **192** 440 (1961)
- Carter B, in *Confrontation of Cosmological Theories with Observational Data. Proc. of the Symp., Krakow, Poland, September 10–12, 1973* (IAU Symp. 63, Ed. M Longair) (Dordrecht: D. Reidel Publ. Co., 1974) p. 291
- Carr B J, Rees M J *Nature* **278** 605 (1979)
- Розенталь И Л *УФН* **131** 239 (1980); Rozental' I L *Sov. Phys. Usp.* **23** 296 (1980)
- Розенталь И Л *Элементарные частицы и структура Вселенной* (М.: Наука, 1984)
- Barrow J D, Tipler F J *The Anthropic Cosmological Principle* (Oxford: Oxford Univ. Press, 1986)
- Розенталь И Л *Геометрия, динамика, Вселенная* (М.: Наука, 1987)
- Rozental I L *Big Bang, Big Bounce. How Particles and Fields Drive Cosmic Evolution* (Berlin: Springer-Verlag, 1988)
- Vilenkin A *Phys. Rev. D* **27** 2848 (1983)
- Linde A D *Phys. Lett. B* **175** 395 (1986)
- Сахаров А Д *ЖЭТФ* **87** 375 (1984); Sakharov A D *Sov. Phys. JETP* **60** 214 (1984)
- Kachru S, Kallosh R, Linde A, Trivedi S P *Phys. Rev. D* **68** 046005 (2003)
- Douglas R M *JHEP* **2003** (05) 046 (2003)
- Susskind L, hep-th/0302219
- Carter B, McCrea W H *Phil. Trans. R. Soc. London A* **310** 347 (1983)
- Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **59** 2607 (1987)
- Linde A, in *Three Hundred Years of Gravitation* (Eds S W Hawking, W Israel) (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987) p. 604
- Tegmark M, Rees M J *Astrophys. J.* **499** 526 (1998)
- Vilenkin A, in *Universe or Multiverse?* (Ed. B Carr) (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007) p. 163; astro-ph/0407586
- Garriga J, Vilenkin A *Phys. Rev. D* **61** 083502 (2000)
- Garriga J, Livio M, Vilenkin A *Phys. Rev. D* **61** 023503 (1999)
- Mersini-Houghton L, Adams F C *Class. Quantum Grav.* **25** 165002 (2008)
- Hong S E, Stewart E D, Zoe H *Phys. Rev. D* **85** 083510 (2012)
- Hartle J, Hertog T *Phys. Rev. D* **88** 123516 (2013)
- Kane G L, Perry M J, Zytlow A N *New Astron.* **7** 45 (2002); astro-ph/0001197

64. Dolgov A D, in *The Very Early Universe. Proc. of the Nuffield Workshop, Cambridge, 21 June to 9 July, 1982* (Eds B W Gibbons, S W Hawking, S T C Siklos) (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983)
65. Долгов А Д *Письма в ЖЭТФ* **41** 280 (1985); Dolgov A D *JETP Lett.* **41** 345 (1985)
66. Dolgov A D *Phys. Rev. D* **55** 5881 (1997)
67. Bronstein M *Phys. Z. Sowjetunion* **3** 73 (1933)
68. Koyama K, Sakstein J *Phys. Rev. D* **91** 124066 (2015); arXiv: 1502.06872
69. Vainshtein A I *Phys. Lett. B* **39** 393 (1972)
70. Biswas T, Notari A *Phys. Rev. D* **74** 043508 (2006)
71. Rothman T, Matzner R *Astrophys. J.* **257** 450 (1982)
72. Accetta F S, Krauss L M, Romanelli P *Phys. Lett. B* **248** 146 (1990)
73. Copi C J, Davis A N, Krauss L M *Phys. Rev. Lett.* **92** 171301 (2004)
74. Bambi C, Giannotti M, Villante F L *Phys. Rev. D* **71** 123524 (2005)
75. Zhu W W et al. *Astrophys. J.* **809** 41 (2015)
76. Anderson J D et al. *Europhys. Lett.* **110** 1002 (2015)
77. Schlamminger S, Gundlach J H, Newman R D *Phys. Rev. D* **91** 121101(R) (2015)
78. Wilczek F *Phys. Rep.* **104** 143 (1984)
79. Özer M, Taha M O *Phys. Lett. B* **171** 363 (1986)
80. Özer M, Taha M O *Nucl. Phys. B* **287** 776 (1987)
81. Fujii Y *Astropart. Phys.* **5** 133 (1996)
82. Peccei R D, Solà J, Wetterich C *Phys. Lett. B* **195** 183 (1987)
83. Ford L H *Phys. Rev. D* **35** 2339 (1987)
84. Freese K et al. *Nucl. Phys. B* **287** 797 (1987)
85. Gasperini M *Phys. Lett. B* **194** 347 (1987)
86. Reuter M, Wetterich C *Phys. Lett. B* **188** 38 (1987)
87. Barr S M, Hochberg D *Phys. Lett. B* **211** 49 (1988)
88. Weiss N *Phys. Lett. B* **197** 42 (1987)
89. Fujii Y, Nishioka T *Phys. Rev. D* **42** 361 (1990)
90. Fujii Y, Nishioka T *Phys. Lett. B* **254** 347 (1991)
91. Abbott L F *Phys. Lett. B* **150** 427 (1985)
92. Banks T *Nucl. Phys. B* **249** 332 (1985)
93. Bertolami O *Nuovo Cimento B* **93** 36 (1986)
94. Barr S M *Phys. Rev. D* **36** 1691 (1987)
95. Mukohyama S, Randall L *Phys. Rev. Lett.* **92** 211302 (2004)
96. Dolgov A D, Kawasaki M *ЯФ* **68** 860 (2005); *Phys. Atom. Nucl.* **68** 828 (2005); astro-ph/0307442
97. Dolgov A D, Kawasaki M, astro-ph/0310822
98. Fujii Y *Phys. Rev. D* **62** 064004 (2000)
99. Fujii Y, Nishioka T *Phys. Lett. B* **25** 347 (1991)
100. Fujii Y *Astropart. Phys.* **5** 133 (1996)
101. Rubakov V A *Phys. Rev. D* **61** 061501(R) (2000); hep-ph/9911305
102. Hebecker A, Wetterich C *Phys. Rev. Lett.* **85** 3339 (2000)
103. Weinberg S *The Quantum Theory of Fields* Vol. 1 (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995) Sec. 5.9
104. Rubakov V A, Tinyakov P G *Phys. Rev. D* **61** 087503 (2000)
105. Огиевский В И, Полубаринов П Г *ЯФ* **4** 216 (1966); Ogievetsky V I, Polubarinov I V *Sov. J. Nucl. Phys.* **4** 156 (1967)
106. Emelyanov V, Klinkhamer F R *Phys. Rev. D* **85** 063522 (2012)
107. Emelyanov V, Klinkhamer F R *Int. J. Mod. Phys. D* **21** 1250025 (2012); arXiv:1108.1995
108. Emelyanov V, Klinkhamer F R *Phys. Rev. D* **85** 103508 (2012); arXiv:1109.4915
109. Emelyanov V, Klinkhamer F R *Phys. Rev. D* **86** 027302 (2012)
110. Steinhardt P J, Turok N *Science* **312** 1180 (2006)
111. Shapley H, Curtis H D, *Bull. Natl. Res. Council* Vol. 2, Pt. 3, No. 11 171–217 (1921)
112. Boehle A et al. *Astrophys. J.* **830** 17 (2016)
113. Hubble E *Proc. Natl. Acad. Sci.* **15** 168 (1929)
114. Sandage A, in *Practical Cosmology. Inventing the Past. Saas-Fee Advanced Course 23. Lecture Notes 1993. Swiss Society for Astrophysics and Astronomy, XIV* (Berlin: Springer-Verlag, 1995) p. 1–232
115. Wirts C *Astron. Nachricht.* **215** 349 (1922)
116. Wirts C Z. *Astrophys.* **11** 261 (1936)
117. Seitter W C, Duerbeck H W, in *Cosmic Distance Scales in a Post-Hipparcos Era* (ASP Conference Series, vol. 167, Eds D Egret, A Heck) (San Francisco, CA: Astronomical Society of the Pacific, 1999) p. 237
118. van den Bergh S J. R. *Astron. Soc. Canada* **105** 197 (2011)
119. O’Raifeartaigh C, arXiv:1212.5499
120. Humason M L *Astrophys. J.* **74** 35 (1931)
121. Пружинская М В, Лисаков С М *Природа* (12) 36 (2015)
122. Pruzhinskaya M V, Lisakov S M *J. Astron. History Heritage* **19** (2) 203 (2016)
123. Lemaître A G *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **91** 483 (1931)
124. Lemaître A G *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **91** 490 (1931)
125. Hubble E P *Astrophys. J.* **64** 321 (1926)
126. Shklovsky J *Astrophys. J.* **150** L1 (1967)
127. Kardashev N *Astrophys. J.* **150** L135 (1967)
128. Gunn J E, Tinsley B M *Nature* **257** 454 (1975)
129. Tinsley B M *Nature* **273** 208 (1978)
130. Fukugita M et al. *Astrophys. J.* **361** L1 (1990)
131. Fukugita M, Hogan C *Nature* **347** 120 (1990)
132. Fukugita M, Hogan C J, Peebles P J E *Nature* **366** 309 (1993)
133. Sandage A, Tammann G A *Astrophys. J.* **194** 559 (1974)
134. Weinberg S *Gravitation and Cosmology* (New York: Wiley, 1972); Пер. на русск. яз.: Вейнберг С *Гравитация и космология* (М.: Мир, 1975)
135. Weinberg S *Cosmology* (Oxford: Oxford Univ. Press, 2008); Пер. на русск. яз.: Вайнберг С *Космология* (М.: УРСС. ЛИБРОКОМ, 2013)
136. Carroll S *Spacetime and Geometry, An Introduction to General Relativity* (San Francisco: Addison Wesley, 2004); gr-qc/9712019
137. Горбунов Д С, Рубаков В А *Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва* (М.: ЛКИ, 2008); Пер. на англ. яз.: Gorbunov D S, Rubakov V A *Introduction to the Theory of the Early Universe. Hot Big Bang Theory* (Singapore: World Scientific, 2011)
138. Challinor A, in *Workshop on Cosmology and Gravitational Physics, 15–16 December 2005, Thessaloniki, Greece*, Invited Review; astro-ph/0606548
139. Rubakov V A, Vlasov A D *Ядерная физика* **75** 1190 (2012); *Phys. Atomic Nuclei* **75** 1123 (2012); arXiv:1008.1704
140. Keel W C "The extragalactic distance scale", <http://www.astr.ua.edu/keel/galaxies/distance.html>
141. Churazov E et al. *Nature* **512** 406 (2014)
142. Poznanski D et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **382** 1169 (2007)
143. Cooke J et al. *Nature* **460** 237 (2009)
144. Jones D O et al. *Astrophys. J.* **768** 166 (2013)
145. Schmidt B P et al. *Astrophys. J.* **507** 46 (1998)
146. Riess A G et al. *Astron. J.* **116** 1009 (1998)
147. Perlmutter S et al. *Astrophys. J.* **517** 565 (1999)
148. Псковский Ю П *Астрон. журн.* **54** 1188 (1977); Pskovskii Yu P *Sov. Astron.* **21** 675 (1977)
149. Псковский Ю П *Астрон. журн.* **61** 1125 (1984); Pskovskii Yu P *Sov. Astron.* **28** 658 (1984)
150. Rust B W "The use of supernovae light curves for testing the expansion hypothesis and other cosmological relations", Ph.D. Thesis (Oak Ridge, TN: Univ. of Illinois, Oak Ridge National Lab., 1974)
151. Phillips M M *Astrophys. J. Lett.* **413** L105 (1993)
152. Baade W *Astrophys. J.* **88** 285 (1938)
153. Wilson O C *Astrophys. J.* **90** 634 (1939)
154. Zwicky F *Phys. Rev.* **55** 726 (1939)
155. Псковский Ю П *Астрон. журн.* **44** 82 (1967); Pskovskii Yu P *Sov. Astron.* **11** 63 (1967)
156. Phillips M M, in *1604–2004: Supernovae as Cosmological Light-houses* (Eds M Turatto et al.) (ASP Conf. Ser., Vol. 342, Eds M Turatto et al.) (San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2005) p. 211
157. Branch D, Tammann G A *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **30** 359 (1992)
158. de Vaucouleurs G, Pence W D *Astrophys. J.* **209** 687 (1976)
159. Folatelli G et al. *Astron. J.* **139** 120 (2010); arXiv:0910.3317
160. Astier P et al. *Astron. Astrophys.* **447** 31 (2006); astro-ph/0510447
161. Betoule M et al. *Astron. Astrophys.* **568** A22 (2014); arXiv: 1401.4064
162. Riess A G et al. *Astrophys. J.* **730** 119 (2011)
163. Scolnic D M et al. *Astrophys. J.* **859** 101 (2018); arXiv:1710.00845
164. Dam L H, Heinesen A, Wiltshire D L *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **472** 835 (2017)
165. Rácz G et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **469** L1 (2017)
166. Buchert T *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **473** L46 (2018)
167. Weinberg D H et al. *Phys. Rep.* **530** 87 (2013); arXiv:1201.2434
168. Bassett B A, Hlozek R, in *Dark Energy. Observational and Theoretical Approaches* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2010) Sec. 6

169. Kodama H, Sasaki M *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **78** 1 (1984)
170. Giovannini M *Int. J. Mod. Phys. D* **14** 363 (2005); astro-ph/0412601
171. Giovannini M *A Primer on the Physics of the Cosmic Microwave Background*, by Massimo Giovannini (Singapore: World Scientific, 2008)
172. Горбунов Д С, Рубаков В А *Введение в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория* (М.: КРАСАНД, 2010); Пер. на англ. яз.: Gorbunov D S, Rubakov V A *Introduction to the Theory of the Early Universe. Cosmological Perturbations and Inflationary Theory* (Singapore: World Scientific, 2011)
173. Komatsu E et al. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **180** 330 (2009)
174. Hu W, Sugiyama N *Astrophys. J.* **471** 542 (1996); astro-ph/9510117
175. Dodelson S *Modern Cosmology* (Amsterdam: Academic Press, 2003)
176. Alam Sh et al., arXiv:1607.03155
177. Hong T, Han J L, Wen Z L *Astrophys. J.* **826** 154 (2016); arXiv:1511.00392
178. Seo H-J, Beutler F, Ross A J, Saito S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **460** (2016); arXiv:1511.00663
179. Anderson L et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **441** 24 (2014)
180. Eisenstein D J, Hu W, Tegmark M *Astrophys. J.* **504** L57 (1998)
181. Eisenstein D J et al., arXiv:0607061
182. Padmanabhan N, White M, Cohn J D *Phys. Rev. D* **79** 063523 (2009); arXiv:0812.2905
183. Dolgov A, Halenka V, Tkachev I J. *Cosmol. Astropart. Phys.* **10** 047 (2014); arXiv:1406.2445
184. Bassett B A, Hlozek R, arXiv:0910.5224
185. Tegmark M et al. (SDSS Collab.) *Phys. Rev. D* **74** 123507 (2006); astro-ph/0608632
186. Ade P A R et al. (Planck Collab.) *Astron. Astrophys.* **571** A16 (2014); arXiv:1303.5076
187. Beutler F et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **416** 3017 (2011)
188. Padmanabhan N et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **427** 2132 (2012)
189. Anderson L et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **427** 3435 (2012)
190. Xia J-Q et al. *Phys. Rev. D* **85** 043520 (2012); arXiv:1103.0378
191. Percival W J et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **401** 2148 (2010)
192. Conley A et al. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **192** 1 (2011)
193. Hicken M et al. *Astrophys. J.* **700** 1097 (2009); arXiv:0901.4804
194. Kazin E A et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **441** 3524 (2014)
195. Guy J et al. *Astron. Astrophys.* **466** 11 (2007)
196. Tripp R, Branch D *Astrophys. J.* **525** 209 (1999)
197. Sullivan M et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **340** 1057 (2003)
198. Henne V et al. *New Astron.* **51** 43 (2017)
199. Sullivan M et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **406** 782 (2010)
200. Johansson J et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **435** 1680 (2013)
201. Sullivan M et al. *Astrophys. J.* **648** 868 (2006)
202. Neill J D et al. *Astrophys. J.* **707** 1449 (2009)
203. Rigault M et al. *Astrophys. J.* **802** 20 (2015)
204. Folatelli G et al. *Astrophys. J.* **773** 53 (2013)
205. Богомазов А И, Тутуков А В *Астрон. журн.* **88** 541 (2011); Bogomazov A I, Tutukov A V *Astron. Rep.* **55** 497 (2011)
206. Li W et al. *Publ. Astron. Soc. Pacific* **115** 453 (2003); astro-ph/0301428
207. Phillips M M et al. *Publ. Astron. Soc. Pacific* **119** 360 (2007); astro-ph/0611295
208. Fakhouri et al. *Astrophys. J.* **815** 58 (2015); arXiv:1511.01102
209. Alam U, Sahni V, Starobinsky A A *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **2** 011 (2007)
210. Shafieloo A, Sahni V, Starobinsky A A *Phys. Rev. D* **80** 101301 (2009)
211. Blinnikov S, Potashov M, Baklanov P, Dolgov A *Письма в ЖЭТФ* **96** 167 (2012); *JETP Lett.* **96** 153 (2012)
212. Potashov M, Blinnikov S, Baklanov P, Dolgov A *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **431** L98 (2013)
213. Бакланов П В, Блинные С И, Поташов М Ш, Долгов А Д *Письма в ЖЭТФ* **98** 489 (2013); Baklanov P V, Blinnikov S I, Potashov M S, Dolgov A D *JETP Lett.* **98** 432 (2013)
214. Leibundgut B *Nucl. Phys. A* **688** 1 (2001)
215. Kirshner R P, Kwan J *Astrophys. J.* **193** 27 (1974)
216. Baron E et al. *Astrophys. J. Lett.* **616** L91 (2004)
217. Bartel N et al. *Astrophys. J.* **668** 924 (2007)
218. Taddia F et al. *Astron. Astrophys.* **555** A10 (2013)
219. Grassberg E K, Imshennik V S, Nadyozhin D K *Astrophys. Space Sci.* **10** 28 (1971)
220. Грасберг Е К, Надежин Д К *Письма в Астрон. журн.* **12** 68 (1986); Grasberg E K, Nadezhin D K *Sov. Astron. Lett.* **12** 68 (1986)
221. Chugai N N et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **352** 1213 (2004)
222. Woosley S E, Blinnikov S, Heger A *Nature* **450** 390 (2007)
223. Baade W *Astron. Nachricht.* **228** 359 (1926)
224. Wesselink A J *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **10** 91 (1946)
225. Abbott B P et al. *Phys. Rev. Lett.* **116** 061102 (2016)
226. Abbott B P et al. *Phys. Rev. Lett.* **119** 161101 (2017)
227. Abbott B P et al. *Astrophys. J.* **848** L13 (2017)
228. Savchenko V et al. *Astrophys. J.* **848** L15 (2017)
229. Lipunov V M et al. *Astrophys. J.* **850** L1 (2017)
230. Блинные С И и др. *Письма в Астрон. журн.* **10** 422 (1984); Blinnikov S I et al. *Sov. Astron. Lett.* **10** 177 (1984); arXiv:1808.05287
231. Lattimer J M, Schramm D N *Astrophys. J.* **210** 549 (1976)
232. Clark J P A, Eardley D M *Astrophys. J.* **215** 311 (1977)
233. Блинные С И и др. *Астрон. журн.* **67** 1181 (1990); Blinnikov S I et al. *Sov. Astron.* **34** 595 (1990)
234. Schutz B F *Nature* **323** 310 (1986)
235. Abbott B P et al. (The LIGO Scientific Collab., The Virgo Collab., The 1M2H Collab., The Dark Energy Camera GW-EM Collab. and the DES Collab., The DLT40 Collab., The Las Cumbres Observatory Collab., The VINRO UGE Collab. & The MASTER Collab.) *Nature* **551** 85 (2017)
236. Riess A G et al. *Astrophys. J.* **826** 56 (2016)
237. Riess A G et al. *Astrophys. J.* **861** 126 (2018)
238. Ade P A R et al. (Planck Collab.) *Astron. Astrophys.* **594** A13 (2016)
239. Aghanim N et al. (Planck Collab.), arXiv:1807.06209
240. Caldwell R R *Phys. Lett. B* **545** 23 (2002)
241. Peebles P J E, Ratra B *Astrophys. J.* **325** L17 (1988)
242. Ratra B, Peebles P J E *Phys. Rev. D* **37** 3406 (1988)
243. Wetterich C *Nucl. Phys. B* **302** 668 (1988)
244. Wetterich C *Nucl. Phys. B* **302** 645 (1988)
245. Zlatev I, Wang L, Steinhardt P J *Phys. Rev. Lett.* **82** 896 (1999)
246. Liddle A R, Scherrer R J *Phys. Rev. D* **59** 023509 (1999)
247. Chiba T, Sugiyama N, Nakamura T *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **289** L5 (1997)
248. Caldwell R R, Dave R, Steinhardt P J *Phys. Rev. Lett.* **80** 1582 (1998)
249. Hu W, Eisenstein D J, Tegmark M *Phys. Rev. D* **59** 023512 (1998)
250. Huey G et al. *Phys. Rev. D* **59** 063005 (1999)
251. Ferreria P G, Joyce M *Phys. Rev. Lett.* **79** 4740 (1997)
252. Ferreria P G, Joyce M *Phys. Rev. D* **58** 023503 (1998)
253. Coble K, Dodelson S, Frieman J A *Phys. Rev. D* **55** 1851 (1997)
254. Turner M S, White M *Phys. Rev. D* **56** 4439 (1997)
255. Frieman J, Waga I *Phys. Rev. D* **57** 4642 (1998)
256. Carroll S M *Phys. Rev. Lett.* **81** 3067 (1998); astro-ph/9806099
257. Steinhardt P J, Wang L, Zlatev I *Phys. Rev.* **59** 123504 (1999)
258. Chiba T *Phys. Rev. D* **60** 083508 (1999); gr-qc/9903094
259. Bento M C, Bertolami O *Gen. Rel. Grav.* **31** 1461 (1999); gr-qc/9905075
260. Perrotta F, Baccigalupi C, Matarrese S *Phys. Rev. D* **61** 023507 (2000); astro-ph/9906066
261. Garriaga J, Livio M, Vilenkin A *Phys. Rev. D* **61** 023503 (2000); astro-ph/9906210
262. Bartolo N, Pietroni M *Phys. Rev. D* **61** 023518 (2000); hep-ph/9908521
263. Fujii Y *Phys. Rev. D* **62** 044011 (2000)
264. Copeland E J, Sami M, Tsujikawa S *Int. J. Mod. Phys. D* **15** 1753 (2006)
265. Bean R, arXiv:1003.4468
266. Mortonson M J, Weinberg D H, White M to appear as Chapter 25 of Particle Data Group 2014 Review of Particle Physics; arXiv:1401.0046
267. Born M, Infeld L *Proc. R. Soc. Lond. A* **144** 425 (1934)
268. Deser S, Gibbons G W *Class. Quantum Grav.* **15** L35 (1998)
269. Comelli D, Dolgov A *JHEP* **2004** (11) 062 (2004)
270. Lucchin F, Matarrese S *Phys. Rev. D* **32** 1316 (1985)
271. Sahni V, Feldman H, Stebbins A *Astrophys. J.* **385** 1 (1992)
272. Capozziello S, Carloni S, Troisi A *Recent Res. Dev. Astron. Astrophys.* **1** 625 (2003); astro-ph/0303041
273. Carroll S M et al. *Phys. Rev. D* **70** 043528 (2004); astro-ph/0306438
274. Dolgov A D, Kawasaki M *Phys. Lett. B* **573** 1 (2003)
275. Hu W, Sawicki I *Phys. Rev. D* **76** 064004 (2007)
276. Appleby A, Battye R *Phys. Lett. B* **654** 7 (2007)

277. Starobinsky A A *Письма в ЖЭТФ* **86** 183 (2007); *JETP Lett.* **86** 157 (2007)
278. Nojiri S, Odintsov S *Phys. Rep.* **505** 59 (2011)
279. Appleby S A, Battye R A, Starobinsky A A *JCAP* **2010** (06) 005 (2010)
280. Frolov A V *Phys. Rev. Lett.* **101** 061103 (2008)
281. Arbuzova E V, Dolgov A D *Phys. Lett. B* **700** 289 (2011)
282. Reverberi L *Phys. Rev. D* **87** 084005 (2013)
283. Гурович И Ц, Старобинский А А *ЖЭТФ* **77** 1683 (1979); Gurovich V Ts, Starobinsky A A *Sov. Phys. JETP* **50** 844 (1979);
284. Starobinsky A A *Письма в ЖЭТФ* **30** 719 (1979); Starobinsky A A *JETP Lett.* **30** 682 (1979)
285. Starobinsky A A, in *Proc. of the Second Seminar "Quantum Theory of Gravity"* (Moscow: INR Press, 1982) pp. 58–72; reprinted in: *Quantum Gravity* (Eds. M A Markov, P C West) (New York: Plenum Publ., 1984) pp. 103–128
286. Starobinsky A A *Phys. Lett. B* **91** 99 (1980)
287. Мамаев С Г, Мостепаненко С Г, Старобинский А А *ЖЭТФ* **70** 1577 (1976); Mamaev S G, Mostepanenko V M, Starobinskii A A *Sov. Phys. JETP* **43** 823 (1976)
288. Зельдович Я Б, Старобинский А А *Письма в ЖЭТФ* **26** 373 (1977); Zel'dovich Ya B, Starobinskii A A *JETP Lett.* **26** 252 (1977)
289. Vilenkin A *Phys. Rev. D* **32** 2511 (1985)
290. Mijic M B, Morris M S, Suen W-M *Phys. Rev. D* **34** 2934 (1986)
291. Suen W-M, Anderson P R *Phys. Rev. D* **35** 2940 (1987)
292. Gorbunov D S, Panin A G *Phys. Lett. B* **700** 157 (2011); arXiv:1009.2448
293. Arbuzova E V, Dolgov A D, Reverberi L *JCAP* **2012** (02) 049 (2012); arXiv:1112.4995
294. Arbuzova E V, Dolgov A D, Reverberi L *Eur. Phys. J. C* **72** 2247 (2012)
295. Arbuzova E V, Dolgov A D, Reverberi L *Phys. Rev. D* **88** 024035 (2013)
296. Gorbunov D, Tokareva A *ЖЭТФ* **147** 599 (2015); *JETP* **120** 528 (2015); arXiv:1412.3413
297. Gorbunov D, Tokareva A *Phys. Rev. D* **96** 103527 (2017); arXiv:1412.3770
298. Arbuzova E V, Dolgov A D, Reverberi L *Eur. Phys. J. C* **78** 481 (2018); arXiv:1707.02541
299. Arbuzova E V, Dolgov A D, Reverberi L *Astropart. Phys.* **54** 44 (2014)
300. Capozziello S, De Laurentis M *Phys. Rep.* **509** 167 (2011)
301. Capozziello S, Stabile A, Troisi A *Phys. Rev. D* **76** 1040 (2007)
302. de la Cruz-Dombriz A, Dobado A, Maroto A L *Phys. Rev. D* **80** 124011 (2009)
303. Cembranos J A R, de la Cruz-Dombriz A, Montes Nunez B *JCAP* **2012** (04) 021 (2012)
304. Nojiri S, Odintsov S D, Oikonomou V K *Phys. Rep.* **692** 1 (2017); arXiv:1705.11098
305. Nojiri S, Odintsov S D *Phys. Lett. B* **779** 425 (2018)
306. Capozziello S, Mantica C A, Molinari L G *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.* **16** 1950008 (2018)
307. Joyce A, Lombriser L, Schmidt F *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **66** 95 (2016); arXiv:1601.06133
308. Brax P *Rep. Prog. Phys.* **81** 016902 (2018)
309. Rubin D, Hayden B *Astrophys. J.* **833** L30 (2016); arXiv:1610.08972
310. Wright B S, Li B *Phys. Rev. D* **97** 083505 (2018); arXiv:1710.07018
311. Brennan T D, Carta F, Vafa C, arXiv:1711.00864
312. Obied G et al., arXiv:1806.08362
313. Agrawal P et al. *Phys. Lett. B* **784** 271 (2018); arXiv:1806.09718
314. Akrami Y, Kallosh R, Linde A, Vardanyan V *Fortschr. Phys.* **67** 1800075 (2019)
315. Фок В А *Теория пространства, времени и тяготения* (М.: ГИТТЛ, 1955); Пер. на англ. яз.: Fok V A *The Theory of Space, Time and Gravitation* (New York: Pergamon Press, 1959)
316. Wald R M *General Relativity* (Chicago: Univ. Chicago Press, 1984); Пер. на русск. яз.: Уолд Р М *Общая теория относительности* (М.: РУДН, 2008)
317. Poisson E *A Relativist's Toolkit: The Mathematics of Black-Hole Mechanics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2004)
318. Kolb E W, Turner M S *The Early Universe* (Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1990)
319. Gibbons G W, Hawking S W *Phys. Rev. D* **15** 2752 (1977)
320. York J W *Phys. Rev. Lett.* **28** 1082 (1972)
321. Hawking S W, Horowitz G T *Class. Quantum Grav.* **13** 1487 (1996); gr-qc/9501014
322. Misner C W, Thorne K S, Wheeler J A *Gravitation* (San Francisco: W.H. Freeman, 1973); Пер. на русск. яз.: Мизнер Ч, Торн К, Уилер Дж *Гравитация* (М.: Мир, 1977)
323. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Физматлит, 2003); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1975)
324. Tanabashi M et al. (Particle Data Group) *Phys. Rev. D* **98** 030001 (2018)
325. Ade P A R et al. (Planck Collab.) *Astron. Astrophys.* **571** A16 (2014); arXiv:1303.5076
326. Riess A G et al. *Astrophys. J.* **730** 119 (2011)
327. Berezhiani Z, Dolgov A D, Tkachev I I *Phys. Rev. D* **92** 061303(R) (2015); arXiv:1505.03644
328. Chudaykin A, Gorbunov D, Tkachev I *Phys. Rev. D* **94** 023528 (2016)
329. Alam S et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **470** 2617 (2017)
330. Sahni V, Shafieloo A, Starobinsky A A *Astrophys. J.* **793** L40 (2014); arXiv:1406.2209

Cosmological acceleration

S.I. Blinnikov^(1,2,3,4,*) A.D. Dolgov^(1,2,†)

⁽¹⁾ *National Research Center "Kurchatov Institute", Alikhanov Institute of Theoretical and Experimental Physics, ul. B. Cheremushkinskaya 25, 117218 Moscow, Russian Federation*

⁽²⁾ *Novosibirsk State University, ul. Pirogova 2, 630090 Akademgorodok, Novosibirsk, Russian Federation*

⁽³⁾ *Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe, University of Tokyo, Kashiwa, 277-8583, Japan*

⁽⁴⁾ *Dukhov Research Institute of Automatics, ul. Sushchevskaya 22, 127055 Moscow, Russian Federation*
E-mail: * sergei.blinnikov@itep.ru, † dolgov@fe.infn.it

An overview is given of the current status of the theory and observations of the acceleration of expansion the observable part of the universe.

Keywords: accelerating expansion of universe, dark energy

PACS numbers: **04.50.+h**, **12.10.Kt**, **95.36.+x**, **98.80.-k**

Bibliography — 330 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **189** (6) 561–602 (2019)

Received 21 March 2018, revised 12 July 2018

Physics – Uspekhi **62** (6) (2019)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.10.038469>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2018.10.038469>