

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ**Электророждение в атомном поле при высоких энергиях**

П.А. Крачков, А.И. Мильштейн

Обсуждаются новейшие результаты исследования процесса электророждения в атомном поле при высоких энергиях. Рассматриваются случаи рождения e^+e^- -пары релятивистским электроном, релятивистским мюоном или лёгким ядром, а также рождение $\mu^+\mu^-$ -пары релятивистским электроном в атомном поле. Особое внимание уделяется точному учёту взаимодействия налетающей частицы и взаимодействия родившейся пары с атомным полем (кулоновским поправкам). Показано, что во всех случаях учёт взаимодействия частицы, излучающей виртуальный фотон, с атомным полем сильно изменяет дифференциальное по конечным импульсам этой частицы сечение процесса, вопреки общепринятой точке зрения. Однако учёт этого взаимодействия очень слабо влияет на интегральное сечение процесса. Обсуждаются случаи рождения пары в несвязанном и связанном состояниях (позитроний, мюоний и димюоний).

Ключевые слова: электророждение, позитроний, мюоний, димюоний, сильное атомное поле

PACS numbers: 12.20.Ds, 32.80.-t

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.03.038425>**Содержание**

1. Введение (359).
 2. Амплитуда процесса электророждения (360).
 3. Рождение e^+e^- -пары релятивистским электроном в атомном поле (362).
 4. Рождение позитрония в электрон-атомных столкновениях при высоких энергиях (364).
 5. Рождение e^+e^- -пары релятивистским мюоном в атомном поле (365).
 6. Рождение позитрония и мюония при столкновении релятивистских мюонов с атомами (367).
 7. Рождение $\mu^+\mu^-$ -пары релятивистским электроном в атомном поле (369).
 8. Рождение парадимюония релятивистским электроном в атомном поле (370).
 9. Заключение (371).
 10. Приложение (372).
- Список литературы (372).

1. Введение

Процессы рождения e^+e^- - и $\mu^+\mu^-$ -пар при соударении заряженных частиц с атомами (электророждение) являются одними из фундаментальных процессов квантовой электродинамики. Определение с высокой точ-

ностью сечений этих процессов очень важно для описания взаимодействия заряженных частиц с веществом. Поэтому теоретическое изучение процессов электророждения началось ещё в 1930-е годы, и к настоящему времени на эту тему опубликовано много работ. Дифференциальные сечения и различные интегральные характеристики процесса электророждения электрон-позитронных пар ультрарелятивистским электроном в атомном поле изучены в работах [1–9] в низшем порядке теории возмущений по параметру $\eta = Z\alpha$ (в борновском приближении), здесь Z — зарядовый номер атома, α — постоянная тонкой структуры, $\hbar = c = 1$. Большое количество работ посвящено электророждению e^+e^- -пар тяжёлой частицей (мюоном или ядром) в атомном поле [10–16] и рождению $\mu^+\mu^-$ -пар релятивистским электроном в атомном поле [1, 2, 17].

Пара родившихся частиц может находиться как в несвязанном, так и в связанном состоянии (позитроний и димюоний). Свойства димюония обсуждались в многочисленных работах [18–30], так как этот водородоподобный атом в 200 раз меньше позитрония и поэтому он подходит для поиска новой физики. Пока рождения димюония не наблюдалось, но существует несколько предложений по поиску димюония. В Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН разработана схема эксперимента [31], основанная на рождении димюония в e^+e^- -аннигиляции. В Лаборатории Джейферсона (США) планируется осуществить рождение димюония при взаимодействии электронов с вольфрамовой мишенью [32]. В Национальной лаборатории Ферми (США) [33] предполагается наблюдать димюоний в распадах $\eta \rightarrow \gamma(\mu^+\mu^-)$, где η -мезон рождается при взаимодействии протонов с бериллиевой мишенью. Обсуждается также эксперимент по рождению димюония с использованием низкоэнергетического пучка мюонов [34].

П.А. Крачков, А.И. Мильштейн. Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН,
просп. Академика Лаврентьева 11, 630090 Новосибирск,
Российская Федерация
E-mail: P.A.Krachkov@inp.nsk.su, A.I.Milstein@inp.nsk.su

Статья поступила 29 января 2018 г.

Возникает вопрос: можно ли при столь длительной истории изучения электророждения найти что-то качественно новое и интересное? Ответ на этот вопрос оказался положительным. Дело в том, что при электророждении на тяжёлом атоме параметр $\eta = Z\alpha$ не является малым и необходимо выйти за рамки теории возмущений по этому параметру, т.е. найти кулоновские поправки. Кулоновские поправки могут быть связаны со взаимодействием с атомным полем как частиц родившейся пары, так и частицы, излучающей виртуальный фотон. Все кулоновские поправки, которые обсуждались до сих пор, были связаны с процессом превращения виртуального фотона в пару, а кулоновские поправки, связанные с процессом излучения виртуального фотона, вообще не рассматривались. Просто полагалось, что они не влияют на сечение процесса. Поэтому налетающая частица считалась или источником эквивалентных фотонов, или источником внешнего поля при движении по прямолинейной траектории с фиксированным прицельным параметром либо волновая функция налетающей частицы бралась в виде плоской волны. Решать задачу при одновременном точном учёте взаимодействия с атомным полем частиц родившейся пары и частицы, излучающей виртуальный фотон, было технически крайне сложно.

Ситуация изменилась после того, как был развит метод квазиклассических функций Грина, позволивший сделать качественный скачок в точности описания процессов квантовой электродинамики в сильных электромагнитных полях при высоких энергиях. Детальное описание квазиклассического метода, а также обзор многочисленных новейших результатов, полученных с его помощью, можно найти в [35].

Суть квазиклассического метода состоит в учёте вклада больших угловых моментов $l \sim p\rho$ частиц, участвующих в процессе, где ρ — характерный прицельный параметр, p — импульс частицы. Прицельный параметр можно оценить по соотношению неопределённостей как $\rho \sim 1/p_\perp$, где $p_\perp \sim p\theta$, θ — угол рассеяния. Таким образом, при $\theta \ll 1$ величина $l \sim 1/\theta \gg 1$. Следовательно, разложение по $1/l$, которое используется в квазиклассическом приближении, фактически является разложением по малым углам между импульсами начальных и конечных частиц. Именно эта область даёт основной вклад в сечение процессов во внешних полях при высоких энергиях. Относительную точность полученных в рамках квазиклассического подхода результатов для дифференциальных сечений можно оценить по максимальному углу между импульсами конечных частиц и импульсом начальной частицы. Точность результата определяется также разложением по $1/\gamma_i = m_i/e_i \ll 1$, где m_i и e_i — масса и энергия i -й частицы. При этом взаимодействие с внешним полем учитывается точно по параметрам поля (в нашем случае — по параметру η). Кроме того, квазиклассический метод позволяет легко учесть отличие атомного поля от кулоновского как на малых расстояниях (эффект конечного размера ядра), так и на больших (эффект экранирования поля ядра атомными электронами).

С использованием квазиклассического метода в наших недавних работах были точно по параметрам атомного поля детально изучены процессы рождения e^+e^- -пары релятивистским электроном [36, 37], релятивистским мюоном или лёгким ядром [38], а также рож-

дение $\mu^+\mu^-$ -пары релятивистским электроном [39]. Оказалось, что во всех случаях кулоновские поправки к дифференциальным сечениям этих процессов значительно изменяют результаты, полученные в борновском приближении. Это касается как поправок, связанных с излучением виртуального фотона, так и поправок, связанных со взаимодействием частиц в родившейся паре с атомным полем. Однако кулоновские поправки, обусловленные излучением виртуального фотона, не изменяют величины сечения, проинтегрированного по углам вылета частицы, излучившей виртуальный фотон. Обсуждению всех этих и других вопросов, связанных с процессом электророждения, посвящён предлагаемый обзор.

2. Амплитуда процесса электророждения

В этом разделе мы рассмотрим общую структуру амплитуды электророждения. Пусть заряженная частица с массой m_1 , начальным импульсом \mathbf{p}_1 и конечным импульсом \mathbf{p}_2 рождает в атомном поле частицу и античастицу с массами m_2 и импульсами \mathbf{p}_3 и \mathbf{p}_4 . Диаграмма Фейнмана, соответствующая амплитуде этого процесса, показана на рис. 1. Амплитуду электророждения T можно представить в виде

$$\begin{aligned} T &= \sum_{a,b=1}^3 \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \mathcal{D}^{ab} j^a J^b, \\ \mathcal{D}^{ab} &= -\frac{4\pi}{\omega^2 - k^2 + i0} \left(\delta^{ab} - \frac{k^a k^b}{\omega^2} \right), \\ \mathbf{j} &= \int d\mathbf{r} \exp(-i\mathbf{kr}) \bar{u}_{\mathbf{p}_2}^-(\mathbf{r}) \gamma u_{\mathbf{p}_1}^+(\mathbf{r}), \\ \mathbf{J} &= \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{kr}) \bar{u}_{\mathbf{p}_3}^-(\mathbf{r}) \gamma v_{\mathbf{p}_4}^+(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\omega = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \varepsilon_3 + \varepsilon_4$, $\varepsilon_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2}$ — энергия i -й частицы, $\mathcal{D}^{\mu\nu}$ — фотонный пропагатор ($\mathcal{D}^{\mu 0} = 0$), γ^ν — матрицы Дирака, $u_{\mathbf{p}}^+(\mathbf{r})$ и $u_{\mathbf{p}}^-(\mathbf{r})$ — положительно-частотные решения уравнения Дирака в атомном потенциале $V(r)$, $v_{\mathbf{p}}^+(\mathbf{r})$ — отрицательно-частотное решение уравнения Дирака в этом потенциале, верхний индекс минус (плюс) указывает на то, что асимптотика волновой функции на больших расстояниях содержит кроме плоской волны сферически сходящуюся (сферически расходящуюся) волну. Функция \mathbf{j} соответствует амплитуде излучения виртуального фотона с импульсом \mathbf{k} , а функция \mathbf{J} — амплитуде рождения частицы и античастицы этим виртуальным фотоном. Функции \mathbf{j} и \mathbf{J} вычисляются так же, как при вычислениях амплитуды тормозного излучения реального фотона [41, 42] и амплитуды

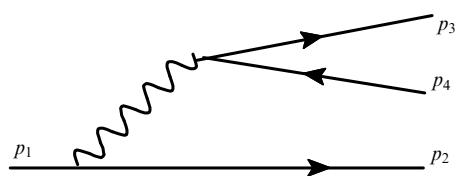


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана для амплитуды электророждения T . Волнистая линия обозначает фотонный пропагатор, сплошные линии соответствуют волновым функциям заряженных частиц в атомном поле.

рождения частицы и античастицы реальным фотоном в атомном поле [43].

Удобно представить пропагатор \mathcal{D}^{ab} следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathcal{D}^{ab} &= \mathcal{D}_{\perp}^{ab} + \mathcal{D}_{\parallel}^{ab}, \\ \mathcal{D}_{\perp}^{ab} &= -\frac{4\pi}{\omega^2 - k^2 + i0} \left(\delta^{ab} - \frac{k^a k^b}{k^2} \right) = \\ &= -\frac{4\pi}{\omega^2 - k^2 + i0} \sum_{\lambda=\pm} s_{\lambda}^{a*} s_{\lambda}^b, \\ \mathcal{D}_{\parallel}^{ab} &= -\frac{4\pi}{\omega^2 k^2} k^a k^b, \quad s_{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{s}_1 + i\lambda \mathbf{s}_2),\end{aligned}\quad (2)$$

где \mathbf{s}_1 и \mathbf{s}_2 — единичные векторы, перпендикулярные вектору \mathbf{k} . Подставляя это выражение в (1), находим:

$$\begin{aligned}T &= T_{\perp} + T_{\parallel}, \\ T_{\perp} &= -4\pi \sum_{\lambda=\pm} \int \frac{d\mathbf{k} j_{\lambda} J_{\lambda}}{(2\pi)^3 (\omega^2 - k^2 + i0)}, \\ T_{\parallel} &= -\frac{4\pi}{\omega^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} j_{\parallel} J_{\parallel}, \\ j_{\lambda} &= \mathbf{j} \mathbf{s}_{\lambda}^*, \quad J_{\lambda} = \mathbf{J} \mathbf{s}_{\lambda}, \quad j_{\parallel} = \mathbf{j} \frac{\mathbf{k}}{k}, \quad J_{\parallel} = \mathbf{J} \frac{\mathbf{k}}{k}.\end{aligned}\quad (3)$$

Таким образом, T_{\perp} и T_{\parallel} являются амплитудами, для которых поляризация виртуального фотона соответственно перпендикулярна и параллельна его импульсу \mathbf{k} . Каждую из амплитуд T_{\perp} и T_{\parallel} можно представить в виде суммы:

$$T_{\perp} = T_{\perp}^{(0)} + T_{\perp}^{(1)}, \quad T_{\parallel} = T_{\parallel}^{(0)} + T_{\parallel}^{(1)}, \quad (4)$$

где $T_{\perp, \parallel}^{(0)}$ соответствуют амплитудам, для которых рожденная пара не взаимодействует с атомным полем, а в амплитудах $T_{\perp, \parallel}^{(1)}$ такое взаимодействие учитывается. Другими словами, слагаемые $T_{\perp, \parallel}^{(0)}$ соответствуют тормозному излучению виртуального фотона, который распадается на свободную пару. Заметим, что в $T_{\perp, \parallel}^{(0)}$ обязательно должно учитываться взаимодействие налетающей частицы с атомным полем, так как свободная частица не может родить свободную пару. В амплитудах $T_{\perp, \parallel}^{(1)}$ взаимодействие налетающей частицы с атомным полем может отсутствовать, так как такое взаимодействие не требуется для излучения виртуального фотона, рождающего взаимодействующую с полем пару. Для удобства читателей в приложении приведены явные выражения для амплитуд $T_{\perp, \parallel}^{(0)}$ и $T_{\perp, \parallel}^{(1)}$. Здесь мы укажем лишь структуру этих выражений:

$$\begin{aligned}T_{\perp}^{(0)} &= A(\Delta_0) t_{\perp}^{(0)}, \quad T_{\parallel}^{(0)} = A(\Delta_0) t_{\parallel}^{(0)}, \\ T_{\perp}^{(1)} &= \int d\Delta_{\perp} A(\Delta_{\perp} + \mathbf{p}_{2\perp}) t_{\perp}^{(1)}(\Delta_{\perp}), \\ T_{\parallel}^{(1)} &= \int d\Delta_{\perp} A(\Delta_{\perp} + \mathbf{p}_{2\perp}) t_{\parallel}^{(1)}(\Delta_{\perp}), \\ A(\Delta) &= -\frac{i}{\Delta_{\perp}^2} \int dr \exp(-i\Delta r - i\chi(\rho)) \Delta_{\perp} \nabla_{\perp} V(r),\end{aligned}\quad (5)$$

$$\chi(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} dz V(\sqrt{z^2 + \rho^2}), \quad \mathbf{p} = \mathbf{r}_{\perp},$$

$$\Delta_0 = \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1,$$

где $t_{\perp, \parallel}^{(0)}$ и $t_{\perp, \parallel}^{(1)}$ — некоторые функции, $V(r)$ — потенциальная энергия налетающей частицы в атомном поле, \mathbf{X}_{\perp} — компонента вектора \mathbf{X} , перпендикулярная \mathbf{p}_1 : $\mathbf{X}_{\perp} = \mathbf{X} - \mathbf{p}_1(\mathbf{X}\mathbf{p}_1)/p_1^2$. Поскольку в амплитудах $T_{\perp, \parallel}^{(0)}$ отсутствует взаимодействие рожденной пары с атомным полем, функции $t_{\perp, \parallel}^{(0)}$ не зависят от параметров атомного потенциала, а функции $t_{\perp, \parallel}^{(1)}$, напротив, зависят от этих параметров. Таким образом, все кулоновские поправки, связанные со взаимодействием налетающей частицы с атомным полем, определяются исключительно функцией $A(\Delta)$, а кулоновские поправки, связанные со взаимодействием родившейся пары с атомным полем, — функциями $t_{\perp, \parallel}^{(1)}$. Заметим, что $A(\Delta)$ определяет также кулоновские поправки к амплитуде тормозного излучения реального фотона в атомном поле (см. [41]). Для $\Delta_{\parallel} = 0$, где $\Delta_{\parallel} = \Delta\mathbf{p}_1/p_1$, выполняется следующее соотношение:

$$\begin{aligned}A(\Delta_{\perp}) &= -\frac{i}{\Delta_{\perp}^2} \int d\mathbf{p} \exp(-i\Delta_{\perp}\mathbf{p} - i\chi(\rho)) \Delta_{\perp} \nabla_{\perp} \chi(\rho) = \\ &= i \int d\mathbf{p} \exp(-i\Delta_{\perp}\mathbf{p} - i\chi(\rho)).\end{aligned}\quad (6)$$

Поэтому $A(\Delta_{\perp})$ не обращается в нуль в отсутствие потенциала, а переходит в другую функцию:

$$A(\Delta_{\perp}) \rightarrow i(2\pi)^2 \delta(\Delta_{\perp}). \quad (7)$$

Таким образом, в отсутствие взаимодействия налетающей частицы с атомным полем амплитуды $T_{\perp, \parallel}^{(1)}$ не обращаются в нуль (см. (5)):

$$T_{\perp, \parallel}^{(1)} \rightarrow i(2\pi)^2 t_{\perp, \parallel}^{(1)}(-\mathbf{p}_{2\perp}). \quad (8)$$

Функция $A(\Delta_{\perp})$ обладает следующим замечательным свойством, которое справедливо для любого локализованного потенциала $V(r)$ и произвольной функции $G(\Delta_{\perp})$, не зависящей от $\mathbf{p}_{2\perp}$:

$$\int d\mathbf{p}_{2\perp} \left| \int d\Delta_{\perp} A(\Delta_{\perp} + \mathbf{p}_{2\perp}) G(\Delta_{\perp}) \right|^2 = (2\pi)^4 \int d\mathbf{p}_{2\perp} |G(\mathbf{p}_{2\perp})|^2. \quad (9)$$

Соотношение (9) легко доказать, используя формулу (6):

$$\begin{aligned}\int d\mathbf{p}_{2\perp} \left| \int d\Delta_{\perp} A(\Delta_{\perp} + \mathbf{p}_{2\perp}) G(\Delta_{\perp}) \right|^2 &= \iint d\mathbf{x} dy G(\mathbf{x}) G^*(\mathbf{y}) \times \\ &\times \iint d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 \exp[i(\chi(\rho_2) - \chi(\rho_1)) + iy\mathbf{p}_2 - ix\mathbf{p}_1] \times \\ &\times \int d\mathbf{p}_{2\perp} \exp[i\mathbf{p}_{2\perp}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)].\end{aligned}\quad (10)$$

Интегрируя сначала по $\mathbf{p}_{2\perp}$, а затем по $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ и y , получаем (9). Именно благодаря соотношению (9) кулоновские поправки к амплитуде электророждения, связанные со взаимодействием налетающей частицы с атомным полем, мало влияют на величину сечения, проинтегрированного по импульсу $\mathbf{p}_{2\perp}$. В то же время эти поправки сильно влияют на величину дифференциального по $\mathbf{p}_{2\perp}$ сечения.

Интегральное представление функции $A(\Delta)$ очень удобно для учёта экранирования кулоновского поля ядра атомными электронами и эффекта конечного размера ядра. При $R^{-1} \gg \Delta_{\perp}, \Delta_{\parallel} \gg r_{\text{scr}}^{-1}$, где R — радиус ядра,

r_{scr} — радиус экранирования, $A(\Delta)$ можно заменить кулоновской функцией

$$A_C(\Delta) = -\frac{4\pi\eta(L\Delta)^{2i\eta}}{\Delta^2} \Gamma(1-i\eta) \Gamma(2-i\eta) \times \\ \times F\left(1-i\eta, i\eta, 2, \frac{\Delta_\perp^2}{\Delta^2}\right), \quad (11)$$

где $F(a, b, c, x)$ — гипергеометрическая функция, $\Gamma(x)$ — функция Эйлера, $L \sim r_{\text{scr}}$. Параметр L входит только в общую фазу амплитуды процесса, поэтому величина сечения не зависит от L . При $\Delta_\perp \gg \Delta_\parallel$ функция $A_C(\Delta)$ переходит в асимптотику $A_{\text{as}}(\Delta_\perp)$,

$$A_{\text{as}}(\Delta_\perp) = -\frac{4\pi\eta(L\Delta_\perp)^{2i\eta}\Gamma(1-i\eta)}{\Delta_\perp^2\Gamma(1+i\eta)}. \quad (12)$$

Дифференциальное сечение процесса электророждения для различимых частиц имеет вид

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{(2\pi)^8} d\varepsilon_3 d\varepsilon_4 d\mathbf{p}_{2\perp} d\mathbf{p}_{3\perp} d\mathbf{p}_{4\perp} \frac{1}{2} \sum_{\mu_i=\pm 1} |T_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}|^2, \quad (13)$$

где $\mu_i = \pm 1$ — спиральность частицы с импульсом \mathbf{p}_i , $\bar{\mu}_i = -\mu_i$. Для рождения e^+e^- -пары релятивистским электроном в атомном поле необходимо учесть тождественность частиц, т.е. заменить амплитуду $T_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}$ другой амплитудой, а именно:

$$T_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} = T_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} - \tilde{T}_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}, \quad (14)$$

$$\tilde{T}_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} = T_{\mu_1\mu_3\mu_2\mu_4} (\mathbf{p}_2 \leftrightarrow \mathbf{p}_3).$$

Теперь можно перейти к обсуждению свойств дифференциальных и интегральных сечений электророждения в различных случаях.

3. Рождение e^+e^- -пары релятивистским электроном в атомном поле

В этом разделе мы обсудим влияние различных эффектов на величину дифференциального и интегрального сечений рождения e^+e^- -пары релятивистским электроном в атомном поле. Содержание раздела основано на результатах работ [36, 37]. Нас будет интересовать величина вклада амплитуд $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$ в сечение (т.е. вклад излучения виртуального фотона, превращающегося в e^+e^- -пару не взаимодействующих с атомным полем частиц), влияние интерференции амплитуд T и \tilde{T} (т.е. важность учёта тождественности электронов), а также влияние кулоновских поправок, связанных со взаимодействием с атомным полем как налетающей частицы, так и родившейся пары.

Начнём наш анализ с полностью дифференциального сечения. Рассмотрим величину

$$S = \sum_{\mu_i=\pm 1} \left| \frac{\varepsilon_1 m_e^4 T_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}}{\eta(2\pi)^2} \right|^2, \quad (15)$$

которая является приведённым к безразмерному виду дифференциальному сечением, m_e — масса электрона. На рисунке 2 представлена зависимость S от поперечного импульса позитрона $p_{4\perp}$ для атома золота ($Z = 79$) при некоторых значениях ε_i , $\mathbf{p}_{2\perp}$ и $\mathbf{p}_{3\perp}$. На этом рисунке точный результат (сплошная кривая) сравнивается с

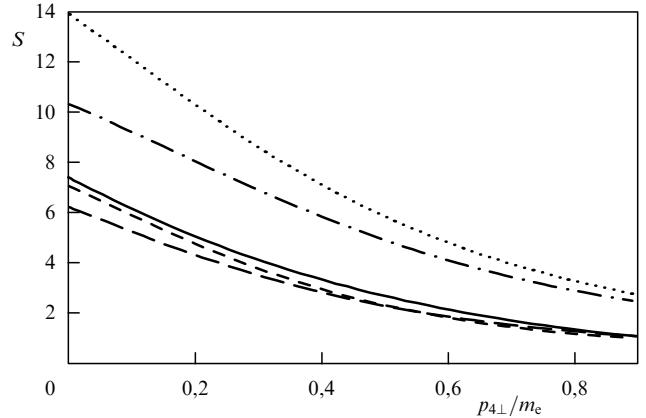


Рис. 2. Величина S как функция $p_{4\perp}/m_e$ (см. уравнение (15)) для $Z = 79$, $\varepsilon_1 = 100m_e$, $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 0,28$, $\varepsilon_3/\varepsilon_1 = 0,42$, $\varepsilon_4/\varepsilon_1 = 0,3$, $p_{2\perp} = 1,3m_e$, $p_{3\perp} = 0,5m_e$, $\mathbf{p}_{3\perp} \parallel \mathbf{p}_{4\perp}$, угол между $\mathbf{p}_{2\perp}$ и $\mathbf{p}_{4\perp}$ равен $\pi/2$. Сплошная кривая — точный результат, пунктирная — борновский результат, штрихпунктирная — результат, полученный без учёта интерференции между T и \tilde{T} , штриховая кривая с длинными штрихами — результат, полученный без учёта взаимодействия налетающего электрона с атомным полем, штриховая кривая с короткими штрихами — результат, полученный без учёта $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$.

результатами, полученными в следующих приближениях:

- в низшем по параметру η приближении (борновском) — пунктирная кривая;
- без учёта интерференции между амплитудами T и \tilde{T} — штрихпунктирная кривая;
- без учёта взаимодействия налетающего электрона с атомным полем — штриховая кривая с длинными штрихами;
- без учёта вклада амплитуд $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$ — штриховая кривая с короткими штрихами.

Видно, что борновский результат сильно отличается от точного (первый почти в два раза больше). Учёт интерференции приводит к разнице порядка 50 %, а учёт взаимодействия налетающего электрона с атомным полем изменяет сечение на величину порядка 15 %. Вклад величин $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$ заметен, но не очень велик (около 5 %). Влияние эффекта атомного экранирования для области параметров, представленной на рис. 2, пренебрежимо мало. Заметим, что относительный вклад интересующих нас эффектов в дифференциальное сечение сильно зависит от \mathbf{p}_i . Однако во всех случаях имеет место значительное отклонение борновского сечения от точного даже при умеренных значениях Z .

Для экспериментального наблюдения влияния взаимодействия налетающего электрона с атомным полем на величину дифференциального сечения электророждения достаточно измерять поперечный импульс или угол вылета одного из электронов. Для сечения $d\sigma/dp_{2\perp}$ величина этого эффекта велика в области $p_{2\perp}/m_e \lesssim 1$. Такой эксперимент в случае не очень больших $\gamma = \varepsilon_1/m_e \lesssim 100$ представляется вполне осуществимым.

Интересно, что для поляризованного налетающего электрона точное по η дифференциальное сечение обладает асимметрией \mathcal{A} :

$$\mathcal{A} = \frac{S_+ - S_-}{S_+ + S_-}, \quad S_\pm = \sum_{\mu_2\mu_3\mu_4} \left| \frac{\varepsilon_1 m_e^4 T_{\pm\mu_2\mu_3\mu_4}}{\eta(2\pi)^2} \right|^2. \quad (16)$$

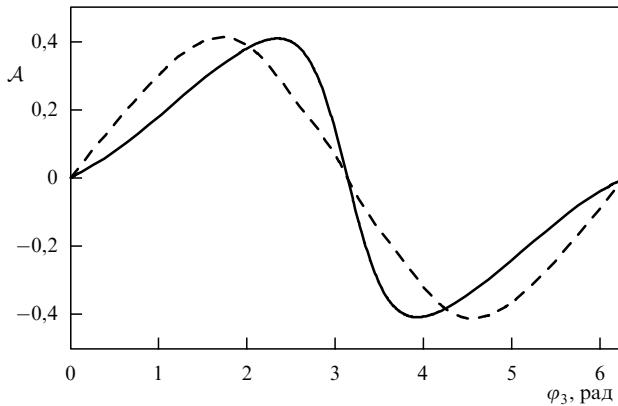


Рис. 3. Асимметрия \mathcal{A} (см. уравнение (16)) как функция φ_3 для $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 0,28$, $\varepsilon_3/\varepsilon_1 = 0,42$, $\varepsilon_4/\varepsilon_1 = 0,3$, $p_{2\perp} = 0,3m_e$, $p_{3\perp} = 0,5m_e$, $p_{4\perp} = 1,2m_e$, $\eta = 0,6$ при $\varphi_2 = 0$ (сплошная кривая) и $\varphi_2 = \pi$ (штриховая кривая), φ_i — угол между $\mathbf{p}_{i\perp}$ и $\mathbf{p}_{4\perp}$. В борновском приближении $\mathcal{A} = 0$.

В борновском приближении асимметрия исчезает для любых импульсов \mathbf{p}_i благодаря соотношению

$$\mathcal{T}_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}^B = -\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4 \left(\mathcal{T}_{\bar{\mu}_1\bar{\mu}_2\bar{\mu}_3\bar{\mu}_4}^B \right)^*, \quad (17)$$

которое не выполняется при учёте кулоновских поправок. Асимметрия \mathcal{A} показана на рис. 3 как функция φ_3 (угла между $\mathbf{p}_{3\perp}$ и $\mathbf{p}_{4\perp}$) для некоторых значений ε_i , $p_{i\perp}$ и φ_2 (угла между $\mathbf{p}_{2\perp}$ и $\mathbf{p}_{4\perp}$). Как и должно быть, асимметрия исчезает, если все импульсы лежат в одной плоскости ($\varphi_2 = 0, \pi$ и $\varphi_3 = 0, \pi$ на рис. 3). Видно, что асимметрия может достигать нескольких десятков процентов.

Рассмотрим теперь дифференциальное по поперечному импульсу электрона сечение $d\sigma/dp_{2\perp}$. Это сечение показано на рис. 4а для $Z = 79$ (золото) и $\varepsilon_1 = 100m_e$. Данные результаты получены в приближении $\varepsilon_i \gg m_e$, поэтому возникает вопрос о нижнем пределе интегрирования по энергиям конечных частиц при вычислении $d\sigma/dp_{2\perp}$. Оказалось, что изменение нижнего предела интегрирования на величину порядка m_e слабо влияет на конечный результат, а также не оказывает существенного влияния на соотношение между вкладами различных поправок. На рисунке 4а представлен результат интегрирования по всей кинематически разрешённой области. На рисунке 4б показана величина δ — относительное отклонение приближённого результата для $d\sigma/dp_{2\perp}$, вычисленного без учёта амплитуд $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$ или без учёта интерференции, от точного. Видно, что оба эффекта дают существенный, но не очень большой вклад в сечение ($\delta \leq 5\%$). Из рисунка 4а видно, что точный результат сильно отличается от борновского (разница достигает 50 % в пике), причём учёт взаимодействия налетающего электрона с атомным полем приводит к значительному уменьшению сечения в пике ($\sim 20\%$) и небольшому увеличению сечения в широкой области импульсов $p_{2\perp}$ вне пика. Два отклонения (положительное и отрицательное) значительно компенсируют друг друга в сечении, проинтегрированном по поперечным импульсам электронов $p_{2\perp}$ и $p_{3\perp}$. Это утверждение иллюстрируется рис. 5, на котором показано дифференциальное по поперечному импульсу позитрона сечение $d\sigma/dp_{4\perp}$ для $Z = 79$ и $\varepsilon_1 = 100m_e$.

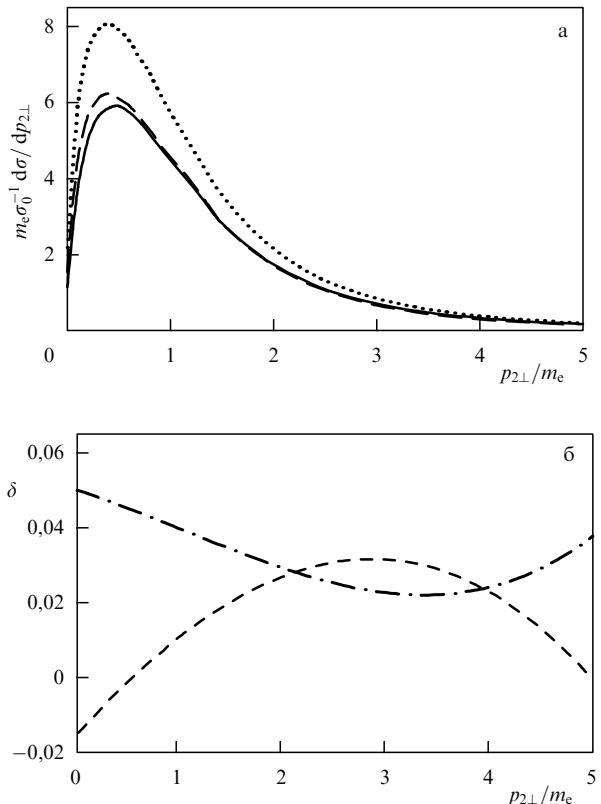


Рис. 4. (а) Зависимость $d\sigma/dp_{2\perp}$ от $p_{2\perp}/m_e$ в единицах $\sigma_0/m_e = \alpha^2 \eta^2 / m_e^3$ для $Z = 79$, $\varepsilon_1/m_e = 100$; сплошная кривая — точный результат, пунктирная кривая — борновский результат, штриховая кривая — результат, полученный без учёта взаимодействия налетающего электрона с атомным полем. (б) Величина δ как функция $p_{2\perp}/m_e$, где δ — отклонение приближённого результата $d\sigma/dp_{2\perp}$ от точного в единицах точного сечения; штрихпунктирная кривая — результат, полученный без учёта интерференции между T и \tilde{T} , штриховая кривая — результат, полученный без учёта $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$.

Как видно из рис. 5а, борновский результат для $d\sigma/dp_{4\perp}$ существенно отличается от точного (примерно на 30 % в пике). Представленная на рис. 5б величина δ_1 — относительное отклонение приближённого результата для $d\sigma/dp_{4\perp}$ (вычисленного или без учёта взаимодействия налетающего электрона с атомным полем, или без учёта амплитуд $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$, или без учёта интерференции) от точного. Все значения δ_1 являются заметными ($\delta_1 \leq 6\%$). Сечение, полученное без учёта взаимодействия налетающего электрона с атомным полем, и сечение, найденное без учёта амплитуд $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$, очень близки между собой. Это означает, что кулоновские поправки, связанные со взаимодействием налетающего электрона с атомным полем, приводят к очень малому сдвигу в $d\sigma/dp_{4\perp}$, тогда как $d\sigma/dp_{2\perp}$ изменяется довольно существенно.

Рассмотрим полное сечение σ изучаемого процесса. Это сечение для $Z = 79$ показано на рис. 6а в зависимости от ε_1/m_e . Сплошная кривая соответствует точному результату, пунктирная — борновскому, штрихпунктирная — ультрагрэлевитристской асимптотике борновского результата [2] (формула Рака). Заметим, что небольшое отличие при относительно малых энергиях борновского результата от результата, вычисленного с помощью формулы Рака, связано с двумя факторами. Во-первых, наш результат для полного сечения имеет неопределён-

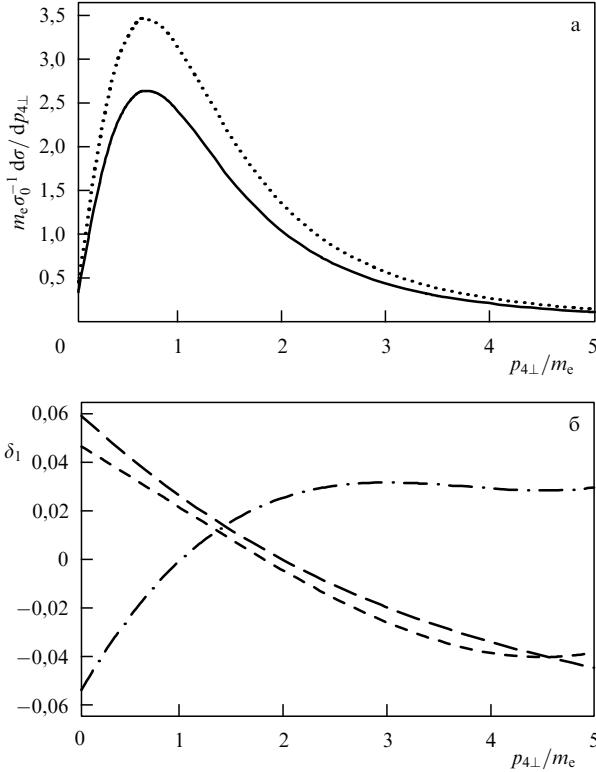


Рис. 5. (а) Зависимость $d\sigma/dp_{4\perp}$ от $p_{4\perp}/m_e$ в единицах $\sigma_0/m_e = \alpha^2\eta^2/m_e^3$ для $Z = 79$, $\varepsilon_1/m_e = 100$. Сплошная кривая — точный результат, пунктирующая кривая — борновский результат и штрихпунктирная кривая — результат, полученный по формуле Рака [2]. (б) Величина δ_1 — относительное отклонение приближённого результата для $d\sigma/dp_{4\perp}$ от точного — как функция $p_{4\perp}/m_e$. Штрихпунктирная кривая — результат, полученный без учёта интерференции между T и \tilde{T} , штриховая кривая с длинными штрихами — результат, полученный без учёта вклада $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$, штриховая кривая с короткими штрихами — результат, полученный без учёта взаимодействия налетающего электрона с атомным полем.

ность, связанную с выбором нижнего предела интегрирования по энергиям частиц. Во-вторых, в формуле Рака [2] не учтена тождественность электронов. Видно, что борновский результат для полного сечения сильно отличается от точного результата (более чем на 20 % во всей указанной области). На рисунке 6б показано относительное отклонение δ_2 приближённого результата для σ от точного. Поправки к полному сечению, связанные с учётом $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$, и кулоновские поправки, связанные с учётом взаимодействия налетающего электрона с атомным полем, малы даже при умеренных энергиях ε_1 . Эффект интерференции, который является важным при умеренных энергиях, уменьшается с увеличением энергии.

4. Рождение позитрония в электрон-атомных столкновениях при высоких энергиях

Используя формулы, полученные для дифференциального сечения электророждения e^+e^- -пары с заданными импульсами, легко найти сечение электророждения позитрония (связанного состояния e^+ и e^-). Позитроний может рождаться или в состоянии с нулевым полным спином (парапозитроний, имеющий положительную C -чётность), или с полным спином, равным единице (ортопозитроний, имеющий отрицательную C -чёт-

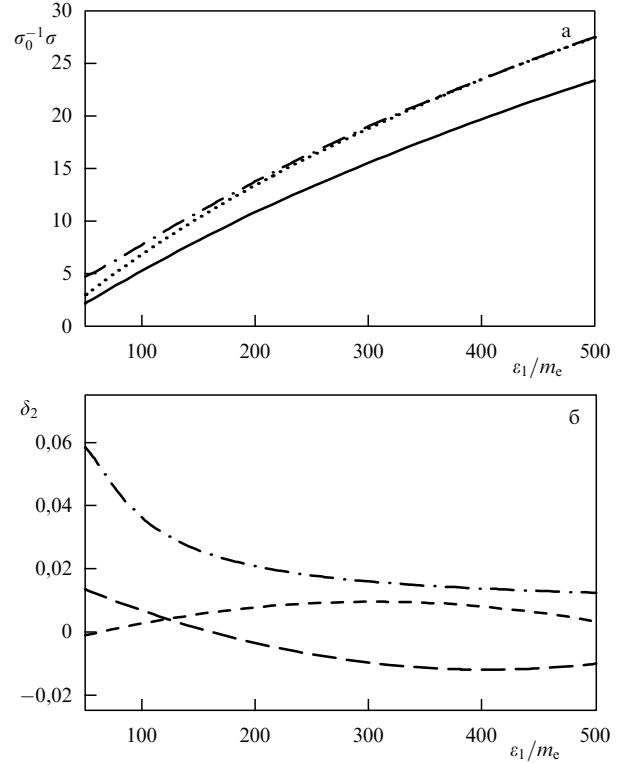


Рис. 6. (а) Полное сечение σ как функция ε_1/m_e в единицах $\sigma_0 = \alpha^2\eta^2/m_e^2$ для $Z = 79$. Сплошная кривая — точный результат, пунктирующая кривая — борновский результат и штрихпунктирная кривая — результат, полученный по формуле Рака [2]. (б) Величина δ_2 — отклонение приближённого результата σ от точного в единицах точного сечения — как функция ε_1/m_e . Штрихпунктирная кривая — результат, полученный без учёта интерференции между T и \tilde{T} , штриховая кривая с короткими штрихами — результат, полученный без учёта $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$, штриховая кривая с длинными штрихами — результат, полученный без учёта взаимодействия налетающего электрона с атомным полем.

ность). Сечение σ_{pp} электророждения парапозитрония с угловым моментом $l = 0$ и главным квантовым числом n имеет вид [26, 28]

$$d\sigma_{pp} = \frac{\alpha^2 E}{(2\pi)^5 2m_e} |\psi_n(0)|^2 dE d\mathbf{p}_{2\perp} d\mathbf{P}_\perp \frac{1}{2} \sum_{\mu_1 \mu_2} |\bar{T}_{\mu_1 \mu_2}|^2, \quad (18)$$

где E и \mathbf{P} — энергия и импульс позитрона, $E = (P^2 + 4m_e^2)^{1/2}$, $\psi_n(0)$ — волновая функция позитрона в начале координат, $|\psi_n(0)|^2 = \alpha^3 m_e^3 / (8\pi n^3)$. Амплитуда $\bar{T}_{\mu_1 \mu_2}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{P})$ выражается через амплитуду $T_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4)$ (см. (14)) следующим образом:

$$\bar{T}_{\mu_1 \mu_2}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{P}) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[T_{\mu_1 \mu_2 + -} \left(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \frac{\mathbf{P}}{2}, \frac{\mathbf{P}}{2} \right) - T_{\mu_1 \mu_2 - +} \left(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \frac{\mathbf{P}}{2}, \frac{\mathbf{P}}{2} \right) \right]. \quad (19)$$

Определим теперь полное сечение $d\sigma_{tot}$ рождения позитрония:

$$d\sigma_{tot} = \frac{\alpha^2 E}{(2\pi)^5 2m_e} |\psi_n(0)|^2 dE d\mathbf{p}_{2\perp} d\mathbf{P}_\perp \times \\ \times \frac{1}{2} \sum_{\mu_i = \pm 1} \left| T_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4} \left(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \frac{\mathbf{P}}{2}, \frac{\mathbf{P}}{2} \right) \right|^2. \quad (20)$$

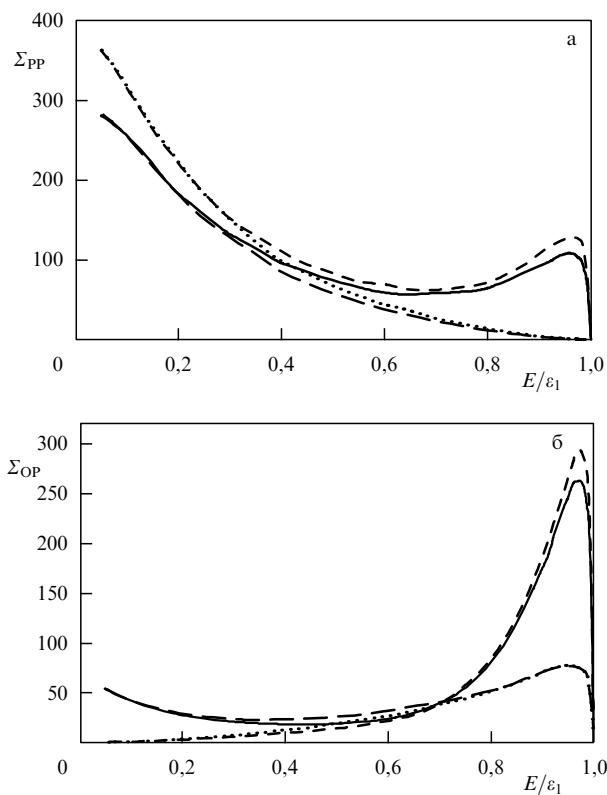


Рис. 7. Спектры парапозитрония $\Sigma_{PP} = S^{-1} d\sigma_{PP}/dE$ (а) и ортопозитрония $\Sigma_{OP} = S^{-1} d\sigma_{OP}/dE$ (б), где S определено в (22), как функция E/ε_1 для $Z = 79$, $\varepsilon_1 = 1000 m_e$. Сплошная кривая — точный результат, штриховая кривая с короткими штрихами — борновский результат, штриховая кривая с длинными штрихами — точный по η результат, в котором учитывалось образование позитрония только из виртуального фотона (без учёта вклада обменной диаграммы \tilde{T}), пунктирная кривая — борновский результат для этого вклада.

Тогда сечение рождения ортопозитрония выражается как

$$d\sigma_{OP} = d\sigma_{tot} - d\sigma_{PP}. \quad (21)$$

На рисунке 7 показана зависимость спектров парапозитрония $\Sigma_{PP} = S^{-1} d\sigma_{PP}/dE$ и ортопозитрония $\Sigma_{OP} = S^{-1} d\sigma_{OP}/dE$ от E/ε_1 , где

$$S = \frac{\eta^2}{Em_c^5} |\psi_n(0)|^2, \quad (22)$$

для $Z = 79$ и $\varepsilon_1 = 1000 m_e$. Существуют два вклада в амплитуду образования позитрония из электрона с импульсом \mathbf{p}_3 и позитрона с импульсом \mathbf{p}_4 . В первом случае позитроний образуется из электрона и позитрона, рожденных виртуальным фотоном (амплитуда T), а во втором случае позитрон подхватывается электроном, излучившим виртуальный фотон (обменная амплитуда \tilde{T}). Из рисунка 7 видно, что при $E \sim \varepsilon_1$ точный результат (сплошная кривая) существенно отличается от результата, полученного без учёта обменной диаграммы (штриховая кривая с длинными штрихами). В обоих случаях точный по η результат заметно отличается от борновского (штриховая кривая с короткими штрихами и пунктирная кривая соответственно). Заметим, что точный по η результат для спектра рождения позитрония без учёта обменного вклада получен в работе [40].

Наши результаты, показанные на рис. 7 штриховыми кривыми с длинными штрихами, согласуются с результатами [40].

5. Рождение e^+e^- -пары релятивистским мюоном в атомном поле

Рождение e^+e^- -пары релятивистской тяжёлой частицей в атомном поле является очень важным процессом, так как это сечение даже больше, чем сечение тормозного излучения тяжёлой частицы в атомном поле. Поэтому оно даёт заметный вклад в энергетические потери тяжёлых частиц в детекторах. Сечение рождения e^+e^- -пары релятивистской тяжёлой частицей в атомном поле было вычислено в борновском приближении много лет назад [1, 2]. В этом приближении сечение зависит от зарядового номера атома Z и зарядового номера тяжёлой частицы Z_p (отношение её заряда к заряду протона) как $Z^2 Z_p^2$. В работах [1, 2] взаимодействие тяжёлой частицы с атомным полем не учитывалось. Позднее кулоновские поправки, связанные со взаимодействием e^+e^- -пары с атомным полем, были получены в работах [10, 11] с использованием плоских волн для волновой функции тяжёлых частиц и кулоновских волновых функций для электрона и позитрона. Поэтому результаты работ [10, 11] для сечений являются точными по параметру $Z\alpha$, но зависят от Z_p как Z_p^2 (Z_p содержится только в амплитуде излучения виртуального фотона). Авторы работ [10, 11] получили сечения, дифференциальные по конечным импульсам тяжёлой частицы и проинтегрированные по этим импульсам. Для последнего случая сечение было получено также в рамках другого подхода (см. работы [15, 16] и обзоры [44, 45]). Подход состоял в вычислении сечения при заданном прицельном параметре ρ тяжёлой частицы относительно атомного центра, т.е. взаимодействие тяжёлой частицы с атомным полем не учитывалось. Затем результат интегрировался по прицельным параметрам. Таким образом, окончательный результат соответствует сечению, проинтегрированному по конечным импульсам тяжёлой частицы.

Заметим, что энергия ω родившейся e^+e^- -пары, которая даёт основной вклад в сечение, много меньше энергии тяжёлой частицы. Поэтому сечение процесса не зависит от спина и массы m_p тяжёлой частицы, но зависит от релятивистского фактора $\gamma = \varepsilon_p/m_p$, где ε_p — энергия тяжёлой частицы. Таким образом, формулы для сечения электророждения e^+e^- -пары мюоном и лёгким ядром совпадают (с учётом соответствующего зарядового номера).

В нашей недавней работе [38] вычислено дифференциальное сечение рождения e^+e^- -пары в атомном поле релятивистским мюоном или лёгким ядром с учётом взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем. Полученные нами результаты являются точными по обоим параметрам, $\eta = Z\alpha$ и $\eta_p = Z_p Z\alpha = Z_p \eta$. Показано, что дифференциальное по импульсу конечной частицы сечение сильно зависит, вопреки общепринятой точке зрения, от величины η_p . Для лёгких ядер в поле тяжёлого атома этот параметр может быть большим, $\eta_p \gtrsim 1$. Однако сечение, проинтегрированное по конечным импульсам тяжёлой частицы, не зависит от η_p . По-видимому, экспериментальное наблюдение сильной зависимости дифференциального по $\mathbf{p}_{2\perp}$ сечения от η_p для

не очень больших значений релятивистского фактора γ вполне реально.

Дифференциальное сечение процесса описывается формулой (13) — диаграмма Фейнмана для амплитуды T в представлении Фарри показана на рис. 1. Основной вклад в сечение определяется областью энергий электрона и позитрона $\varepsilon_{3,4} \lesssim \gamma m_e$, где $\gamma = \varepsilon_1/m_p \gg 1$, так что $\omega/\varepsilon_1 \lesssim m_e/m_p \ll 1$.

Рассмотрим сначала процесс в кулоновском поле, а затем обсудим влияние экранирования. Для электророждения e^+e^- -пары релятивистской тяжёлой частицей вклад $T^{(0)}$ невелик по сравнению с вкладом $T^{(1)}$. Вклад $T^{(1)}$ равен сумме вкладов, $T^{(1)} = T_\perp + T_\parallel$, которые в кулоновском поле имеют вид:

$$\begin{aligned} T_\perp &= \frac{8i\eta}{\omega} |\Gamma(1-i\eta)|^2 \int \frac{d\Delta_\perp A_{as}(\Delta_\perp + \mathbf{p}_{2\perp})}{(Q^2 + \Delta_{0\parallel}^2) M^2 (\omega^2/\gamma^2 + \Delta_\perp^2)} \left(\frac{\xi_2}{\xi_1} \right)^{i\eta} \mathcal{M}, \\ \mathcal{M} &= -\frac{\delta_{\mu_3\bar{\mu}_4}}{\omega} [\varepsilon_3(\mathbf{e}_{\mu_3}^* \Delta_\perp)(\mathbf{e}_{\mu_3} \mathbf{I}_1) - \varepsilon_4(\mathbf{e}_{\mu_4}^* \Delta_\perp)(\mathbf{e}_{\mu_4} \mathbf{I}_1)] + \\ &\quad + \mu_3 \delta_{\mu_3\mu_4} \frac{m_e}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_{\mu_3}^* \Delta_\perp) I_0, \end{aligned} \quad (23)$$

$$T_\parallel = -\frac{8i\eta\varepsilon_3\varepsilon_4}{\omega^3} |\Gamma(1-i\eta)|^2 \int \frac{d\Delta_\perp A_{as}(\Delta_\perp + \mathbf{p}_{2\perp})}{(Q^2 + \Delta_{0\parallel}^2) M^2} \left(\frac{\xi_2}{\xi_1} \right)^{i\eta} I_0 \delta_{\mu_3\bar{\mu}_4},$$

где $\omega = \varepsilon_3 + \varepsilon_4$, $\mathbf{e}_\lambda = (\mathbf{e}_x + i\lambda \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$, \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y — единичные векторы, ортогональные вектору \mathbf{p}_1 и друг другу, а функция $A_{as}(\Delta_\perp)$ определена в формуле (12) с заменой $\eta \rightarrow \eta_p$. В формуле (23) приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \Delta_{0\parallel} &= -\frac{1}{2} \left[\frac{\omega}{\gamma^2} + \frac{\omega(m_e^2 + \zeta^2)}{\varepsilon_3\varepsilon_4} + \frac{\delta^2}{\omega} + \frac{p_{2\perp}^2}{\varepsilon_1} \right], \\ M^2 &= m_e^2 + \frac{\varepsilon_3\varepsilon_4}{\gamma^2} + \frac{\varepsilon_3\varepsilon_4}{\omega^2} \Delta_\perp^2, \\ \mathbf{Q} &= \Delta_\perp - \boldsymbol{\delta}, \quad \mathbf{q}_1 = \frac{\varepsilon_3}{\omega} \mathbf{Q} - \boldsymbol{\zeta}, \quad \mathbf{q}_2 = \frac{\varepsilon_4}{\omega} \mathbf{Q} + \boldsymbol{\zeta}, \\ \boldsymbol{\zeta} &= \frac{\varepsilon_4}{\omega} \mathbf{p}_{3\perp} - \frac{\varepsilon_3}{\omega} \mathbf{p}_{4\perp}, \quad \boldsymbol{\delta} = \mathbf{p}_{3\perp} + \mathbf{p}_{4\perp}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$I_0 = (\xi_1 - \xi_2) F(x) + (\xi_1 + \xi_2 - 1)(1-x) \frac{F'(x)}{i\eta},$$

$$\mathbf{I}_1 = (\xi_1 \mathbf{q}_1 + \xi_2 \mathbf{q}_2) F(x) + (\xi_1 \mathbf{q}_1 - \xi_2 \mathbf{q}_2)(1-x) \frac{F'(x)}{i\eta},$$

$$\xi_1 = \frac{M^2}{M^2 + q_1^2}, \quad \xi_2 = \frac{M^2}{M^2 + q_2^2}, \quad x = 1 - \frac{Q^2 \xi_1 \xi_2}{M^2},$$

$$F(x) = F(i\eta, -i\eta, 1, x), \quad F'(x) = \frac{\partial F(x)}{\partial x},$$

где $F(a, b, c, x)$ — гипергеометрическая функция. Для учёта эффекта экранирования необходимо (см. нашу работу [36]) в уравнении (23) сделать замену $A_{as}(\Delta_\perp) \rightarrow A(\Delta_\perp)$,

$$A(\Delta_\perp) = i \int d\mathbf{p} \exp(-i\Delta_\perp \mathbf{p} - iZ_p \chi(\rho)), \quad (25)$$

$$\chi(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} dz V(\sqrt{z^2 + \rho^2}),$$

где $V(r)$ — атомный потенциал, и умножить подынтегральное выражение в (23) на атомный формфактор $F_a((\Delta_\perp - \boldsymbol{\delta})^2 + \Delta_{0\parallel}^2)$. В отсутствие взаимодействия тяжё-

лой заряженной частицы с атомным полем влияние экранирования на сечение процесса изучено в работе [4]. В этом случае экранирование важно при $\gamma \gg m_e r_{scr} \sim \sim Z^{-1/3}/\alpha$. Для дифференциального по $\mathbf{p}_{2\perp}$ сечения влияние экранирования на результат учёта взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем существенно при $\gamma \gg (\omega/m_e) m_e r_{scr} \gg m_e r_{scr}$. Поэтому при значениях γ вплоть до очень больших для тяжёлой частицы можно использовать $A_{as}(\Delta)$ (12) вместо $A(\Delta)$ (25), но учитывать при этом атомный формфактор F_a . Здесь мы не будем касаться деталей влияния экранирования на процесс электророждения.

В терминах переменных ζ , $\boldsymbol{\delta}$ и $\mathbf{p}_{2\perp}$ (см. соотношения (24)) главный вклад в полное сечение определяется областью интегрирования ζ , $\boldsymbol{\delta}$, $p_{2\perp} \lesssim m_e$ и $\omega \lesssim m_e \gamma$. В этой области $\omega/\varepsilon_1 \lesssim m_e/m_p$ и $p_{2\perp}/\varepsilon_1 \ll p_{3\perp}/\varepsilon_3, p_{4\perp}/\varepsilon_4$, т.е. угол между импульсами \mathbf{p}_2 и \mathbf{p}_1 много меньше углов между импульсами \mathbf{p}_3 , \mathbf{p}_4 и \mathbf{p}_1 . Рассмотрим сечение, проинтегрированное по $\mathbf{p}_{2\perp}$. В этом случае можно пренебречь последним членом $p_{2\perp}^2/\varepsilon_1$ в $\Delta_{0\parallel}$ (см. (24)), так как он мал по сравнению с другими слагаемыми (его относительный вклад в $\Delta_{0\parallel}$ порядка m_e/m_p). Тогда переменная $\mathbf{p}_{2\perp}$ будет присутствовать в выражении для амплитуды T только в качестве аргумента функции $A_{as}(\Delta_\perp + \mathbf{p}_{2\perp})$ (см. уравнения (23)). Используя соотношение (9), находим, что сечение, проинтегрированное по $\mathbf{p}_{2\perp}$, не зависит от параметра η_p (на величину этого сечения не влияет учёт взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем). Таким образом, проинтегрированное по $\mathbf{p}_{2\perp}$ сечение можно получить исходя из амплитуд, вычисленных в пределе $\eta_p \rightarrow 0$ с помощью формулы (8). Сечение $d\sigma_0$ в этом пределе даётся формулой (13) с заменой $T \rightarrow T_0 = T_{0\perp} + T_{0\parallel}$, где

$$\begin{aligned} T_{0\perp} &= -\frac{32\pi^2\eta}{\omega A_0^2 M^2 (\omega^2/\gamma^2 + p_{2\perp}^2)} \left(\frac{\xi_2}{\xi_1} \right)^{i\eta} \mathcal{M}_0, \\ \mathcal{M}_0 &= \frac{\delta_{\mu_3\bar{\mu}_4}}{\omega} [\varepsilon_3(\mathbf{e}_{\mu_3}^* \mathbf{p}_{2\perp})(\mathbf{e}_{\mu_3} \mathbf{I}_1) - \varepsilon_4(\mathbf{e}_{\mu_4}^* \mathbf{p}_{2\perp})(\mathbf{e}_{\mu_4} \mathbf{I}_1)] - \\ &\quad - \mu_3 \delta_{\mu_3\mu_4} \frac{m_e}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_{\mu_3}^* \mathbf{p}_{2\perp}) I_0, \\ T_{0\parallel} &= \frac{32\pi^2\eta\varepsilon_3\varepsilon_4}{\omega^3 A_0^2 M^2} \left(\frac{\xi_2}{\xi_1} \right)^{i\eta} I_0 \delta_{\mu_3\bar{\mu}_4}. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь все обозначения соответствуют таковым в (23) с заменой $\Delta_\perp \rightarrow -\mathbf{p}_{2\perp}$. Результат (26) согласуется с соответствующим результатом работы [10].

Хотя сечение, проинтегрированное по $\mathbf{p}_{2\perp}$, не зависит от η_p , дифференциальное по $\mathbf{p}_{2\perp}$ сечение сильно зависит от этого параметра. Это утверждение основывается на результатах расчёта, приведённых на рис. 8, где величина

$$\Sigma = \frac{d\sigma}{S d\mathbf{p}_{2\perp} d\varepsilon_3 d\varepsilon_4}, \quad S = \frac{(Z_p \alpha)^2}{\omega^2 m_e^3}, \quad (27)$$

являющаяся дифференциальным по $\mathbf{p}_{2\perp}$ сечением (в единицах S), проинтегрированным по $\mathbf{p}_{3\perp}$ и $\mathbf{p}_{4\perp}$, показана в зависимости от $p_{2\perp}$ при $\omega = m_e \gamma/4$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \omega/2$, $\gamma = 100$, $Z = 79$ и нескольких значениях Z_p .

Видно, что влияние взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем на величину дифференциального по $\mathbf{p}_{2\perp}$ сечения очень велико. При небольших значениях $p_{2\perp}/m_e$ точное по η_p сечение существенно меньше сечения, по-

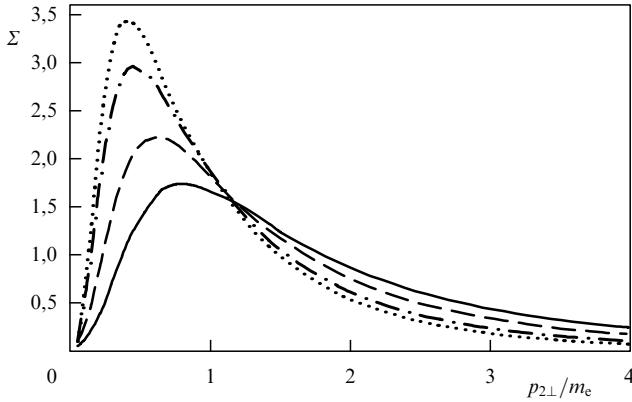


Рис. 8. Зависимость Σ от $p_{2\perp}/m_e$ (см. уравнение (27)) для $\omega = m_e\gamma/4$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \omega/2$, $\gamma = 100$, $Z = 79$ при значениях $Z_p = 3$ (сплошная кривая), $Z_p = 2$ (штриховая кривая), $Z_p = 1$ (штрихпунктирная кривая) и $Z_p \rightarrow 0$ (без учёта взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем) (пунктирная кривая).

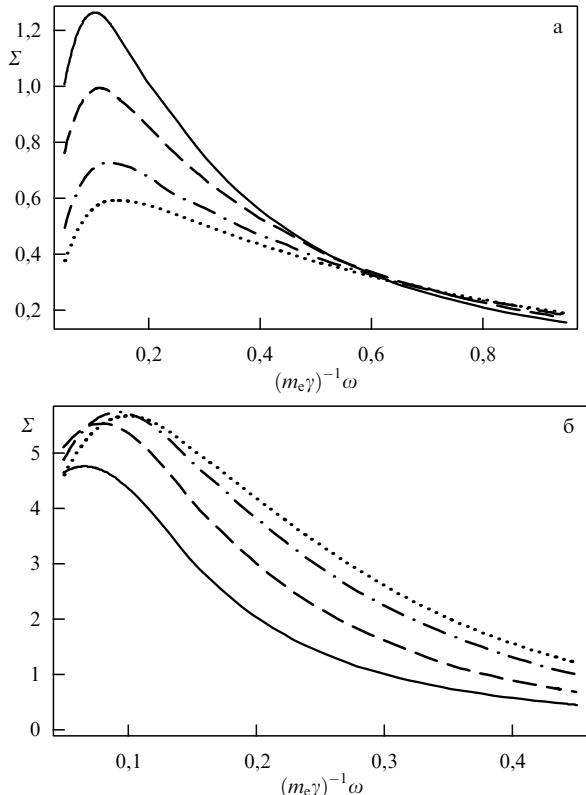


Рис. 9. Зависимость Σ от $\omega/(m_e\gamma)$ (см. уравнение (27)) для $p_{2\perp}/m_e = 2$ (а) и $p_{2\perp}/m_e = 0,5$ (б), $\varepsilon_3 = \varepsilon_4$, $\gamma = 100$, $Z = 79$ при $Z_p = 3$ (сплошная кривая), $Z_p = 2$ (штриховая кривая), $Z_p = 1$ (штрихпунктирная кривая) и $Z_p \rightarrow 0$ (без учёта взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем) (пунктирная кривая).

лученного в пределе $\eta_p \rightarrow 0$. При больших величинах $p_{2\perp}/m_e$ соотношение между этими сечениями противоположно. Как и должно быть, $\int_0^\infty \Sigma dp_{2\perp}$ не зависит от η_p .

Зависимость Σ от $\omega/(m_e\gamma)$ для $p_{2\perp}/m_e = 2$ показана на рис. 9а, а для $p_{2\perp}/m_e = 0,5$ — на рис. 9б при $\varepsilon_3 = \varepsilon_4$, $\gamma = 100$, $Z = 79$ и нескольких значениях Z_p . Видно, что зависимость Σ от Z_p очень велика при любых $\omega/(m_e\gamma)$.

Зависимость Σ от $x = \varepsilon_3/\omega$ для $\omega = m_e\gamma/4$, $\gamma = 100$, $Z = 79$ и нескольких значений Z_p при $p_{2\perp}/m_e = 2$ при-

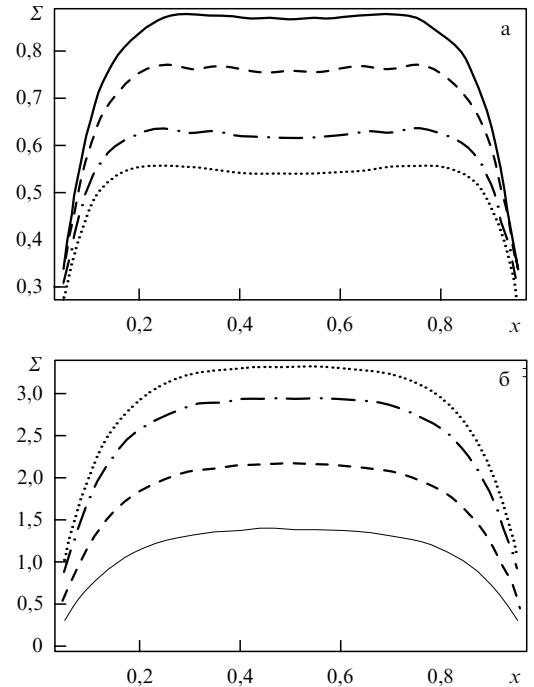


Рис. 10. Зависимость Σ от $x = \varepsilon_3/\omega$ (см. (27)) для $\omega = m_e\gamma/4$, $\gamma = 100$, $Z = 79$, $p_{2\perp}/m_e = 2$ (а) и $p_{2\perp}/m_e = 0,5$ (б) при $Z_p = 3$ (сплошная кривая), $Z_p = 2$ (штриховая кривая), $Z_p = 1$ (штрихпунктирная кривая) и $Z_p \rightarrow 0$ (без учёта взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем) (пунктирная кривая).

ведена на рис. 10а, а при $p_{2\perp}/m_e = 0,5$ — на рис. 10б. Как и в предыдущих случаях, учёт взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем очень важен для дифференциального сечения.

Ситуация с зависимостью сечения электророждения от η_p напоминает ситуацию с зависимостью кулоновских поправок к сечению тормозного излучения релятивистским мюоном в атомном поле (см. работу [42]). Кулоновские поправки к сечению тормозного излучения, дифференциального по импульсам мюона и фотона, приводят к существенному отличию результата от полученного в борновском приближении. Однако кулоновские поправки к сечению, проинтегрированному по импульсу мюона (или фотона), обращаются в нуль.

Для наблюдения сильной зависимости дифференциального сечения процесса от параметра η_p необходимо измерять угол вылета конечной тяжёлой частицы. Угол между импульсами \mathbf{p}_2 и \mathbf{p}_1 существенно меньше углов между импульсами \mathbf{p}_3 , \mathbf{p}_4 и \mathbf{p}_1 . Однако эксперимент при не очень большом значении релятивистского фактора γ кажется вполне реальным.

6. Рождение позитрония и мюония при столкновении релятивистских мюонов с атомами

Сечение σ_{pp} электророждения парапозитрония с угловым моментом $l = 0$ и главным квантовым числом n при столкновении тяжёлой частицы с атомом имеет вид (ср. с формулой (18)):

$$d\sigma_{\text{pp}} = \frac{\alpha^2 E}{(2\pi)^5 2m_e} |\psi_n(0)|^2 dE d\mathbf{p}_{2\perp} d\mathbf{P}_\perp |\bar{T}|^2, \quad (28)$$

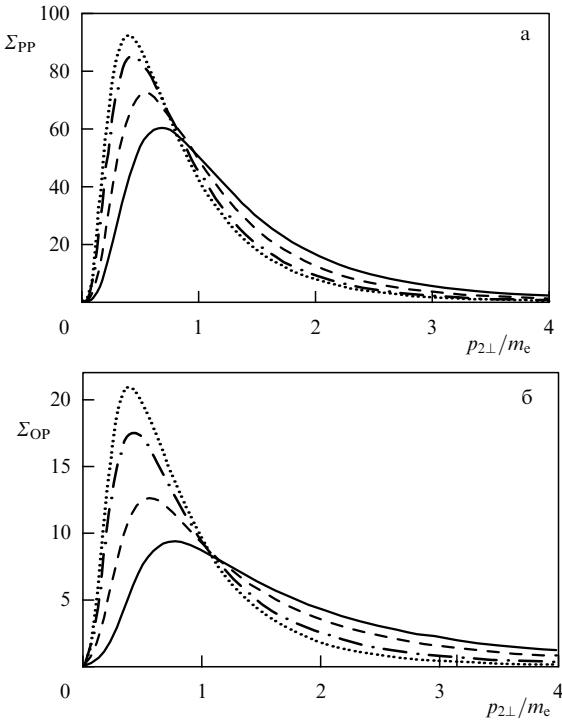


Рис. 11. Зависимость Σ_{PP} (а) и Σ_{OP} (б) от $p_{2\perp}/m_e$ (см. уравнения (32)) для $E = m_e\gamma/4$, $\gamma = 100$, $Z = 79$ при $Z_p = 3$ (сплошная кривая), $Z_p = 2$ (штриховая кривая), $Z_p = 1$ (штрихпунктирная кривая), $Z_p \rightarrow 0$ (без учёта взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем) (пунктирная кривая).

где E и \mathbf{P} — энергия и импульс позитрония, $E = (P^2 + 4m_e^2)^{1/2}$, $\psi_n(0)$ — волновая функция позитрония в начале координат, $|\psi_n(0)|^2 = \alpha^3 m_e^3 / (8\pi n^3)$. Амплитуда $\bar{T}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{P})$ выражается через амплитуду $T_{\mu_3\mu_4}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4)$ (см. (23)) следующим образом:

$$\bar{T}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{P}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[T_{+-} \left(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \frac{\mathbf{P}}{2}, \frac{\mathbf{P}}{2} \right) - T_{-+} \left(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \frac{\mathbf{P}}{2}, \frac{\mathbf{P}}{2} \right) \right]. \quad (29)$$

Напомним, что амплитуда процесса не зависит от спина тяжёлой частицы. Полное сечение рождения позитрония $d\sigma_{\text{tot}}$ определяется формулой

$$d\sigma_{\text{tot}} = \frac{\alpha^2 E}{(2\pi)^5 2m_e} |\psi_n(0)|^2 dE d\mathbf{p}_{2\perp} d\mathbf{P}_\perp \times \sum_{\mu_3,\mu_4=\pm 1} \left| T_{\mu_3\mu_4} \left(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \frac{\mathbf{P}}{2}, \frac{\mathbf{P}}{2} \right) \right|^2. \quad (30)$$

Тогда сечение рождения ортопозитрония выражается как

$$d\sigma_{\text{OP}} = d\sigma_{\text{tot}} - d\sigma_{\text{PP}}. \quad (31)$$

На рисунке 11 показана зависимость безразмерных величин Σ_{PP} и Σ_{OP} от $p_{2\perp}$:

$$\Sigma_{\text{PP}} = \frac{d\sigma_{\text{PP}}}{S dp_{2\perp} dE}, \quad \Sigma_{\text{OP}} = \frac{d\sigma_{\text{OP}}}{S dp_{2\perp} dE}, \quad S = \frac{\eta^2}{Em_e^6} |\psi_n(0)|^2, \quad (32)$$

для $Z = 79$, $\gamma = 100$, $E = m_e\gamma/4$ и нескольких значений Z_p (заряда тяжёлой частицы в единицах $|e|$).

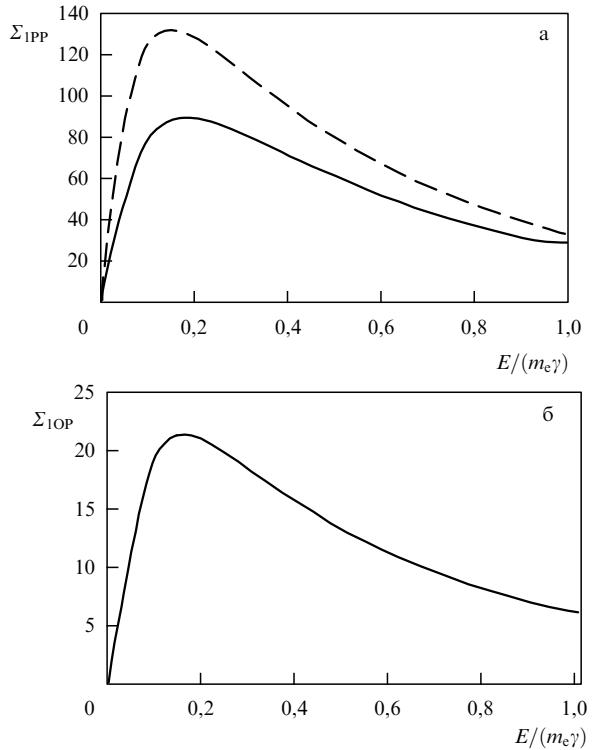


Рис. 12. Зависимость Σ_{IPP} (а) и Σ_{IOP} (б) от $E/(m_e\gamma)$ (см. (33)) для $\gamma = 100$ и $Z = 79$; сплошная кривая — точный по η результат, штриховая кривая — борновский результат. Сечение рождения ортопозитрония в борновском приближении равно нулю.

Видно, что, так же как и в случае несвязанных электрона и позитрона, учёт взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем существенно влияет на дифференциальное по $p_{2\perp}$ сечение рождения позитрония. Кроме того, сечение рождения ортопозитрония значительно меньше сечения рождения парапозитрония. Это обстоятельство связано с сохранением C -чётности, так как для рождения ортопозитрония необходим по крайней мере двухфотонный обмен с атомным полем, а для рождения парапозитрония достаточно однофотонного обмена.

Сечение рождения позитрония, проинтегрированное по $p_{2\perp}$, не изменяется при учёте взаимодействия тяжёлой частицы с атомным полем. Зависимость спектров позитрония от E/m_e ,

$$\Sigma_{\text{IPP}} = \frac{d\sigma_{\text{PP}}}{m_e S dE}, \quad \Sigma_{\text{IOP}} = \frac{d\sigma_{\text{OP}}}{m_e S dE}, \quad (33)$$

где S определено в (32), показана на рис. 12. Эти спектры не зависят от Z_p .

Кроме рождения позитрония при столкновении тяжёлой заряженной частицы с атомом возможен также процесс образования связанных состояний тяжёлой частицы и позитрона, например образование мюония ($\mu^- e^+$ -атома). Сечение этого процесса определяется как

$$d\sigma_{\mu e} = \frac{\alpha^2 \gamma}{(2\pi)^5} |\psi_n(0)|^2 dE d\mathbf{p}_{3\perp} d\mathbf{P}_\perp \times \sum_{\mu_3,\mu_4=\pm 1} \left| T_{\mu_3\mu_4} \left(\mathbf{p}_1, \mathbf{P}, \mathbf{p}_3, \frac{m_e}{m_\mu} \mathbf{P} \right) \right|^2, \quad (34)$$

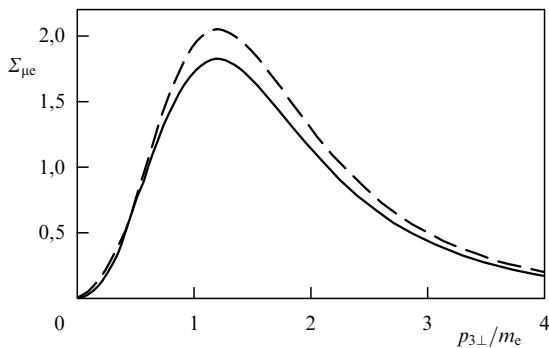


Рис. 13. Зависимость $\Sigma_{\mu e}$ от $p_{3\perp}/m_e$ для $\gamma = 100$, $Z = 79$, $\varepsilon_3 = \gamma m_e/4$. Сплошная кривая — точный по η результат, штриховая — борновский результат.

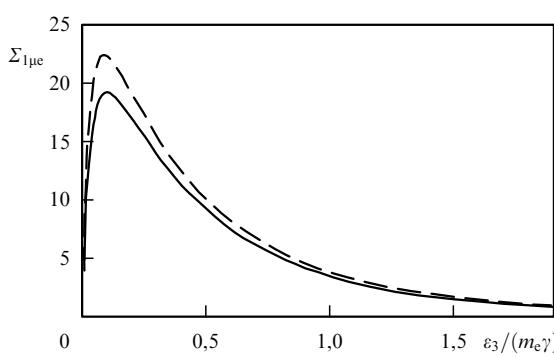


Рис. 14. Зависимость $\Sigma_{1\mu e}$ от $\varepsilon_3/(m_e\gamma)$ для $\gamma = 100$, $Z = 79$. Сплошная кривая — точный по η результат, штриховая — борновский результат.

где E и \mathbf{P} — энергия и импульс мюония, $E = (P^2 + m_\mu^2)^{1/2}$, $\psi_n(0)$ — волновая функция мюония в начале координат, $|\psi_n(0)|^2 = \alpha^3 m_e^3 / (\pi n^3)$. Так как амплитуда процесса не зависит от спина тяжёлой частицы, сечения рождения мюония со спином нуль и единица равны соответственно $\sigma_{\mu e}/4$ и $3\sigma_{\mu e}/4$. Зависимость сечения (в единицах S_1)

$$\Sigma_{\mu e} = \frac{d\sigma_{\mu e}}{S_1 dp_{3\perp} dE}, \quad S_1 = \frac{\eta^2}{\gamma m_e^7} |\psi_n(0)|^2,$$

от $p_{3\perp}/m_e$ показана на рис. 13. Заметим, что $|\psi_n(0)|^2$ для позитрония в восемь раз меньше, чем для мюония.

Так как из закона сохранения энергии следует, что $E = m_\mu \gamma - \varepsilon_3$, спектр мюония имеет пик в области $E \sim m_\mu \gamma$ шириной $\Delta E \sim m_e \gamma$, что видно из рис. 14, на котором показана зависимость спектра $\Sigma_{1\mu e} = d\sigma_{\mu e}/m_e S_1 d\varepsilon_3$ от $\varepsilon_3/m_e \gamma$.

Заметим, что полное сечение рождения позитрония только логарифмически усилено (примерно в $\ln \gamma$ раз) по сравнению с полным сечением рождения мюония. Однако $|\psi_n(0)|^2$ для мюония в восемь раз больше соответствующей величины для позитрония.

7. Рождение $\mu^+\mu^-$ -пары релятивистским электроном в атомном поле

Процесс рождения $\mu^+\mu^-$ -пары релятивистским электроном в атомном поле имеет особенность, состоящую в том, что кулоновские поправки к сечению (разница

между точным по η результатом и борновским), связанные со взаимодействием $\mu^+\mu^-$ -пары с атомным полем, сильно подавлены ядерным формфактором [46], так же как и в случае фоторождения $\mu^+\mu^-$ -пары [47]. Кулоновские поправки, обусловленные взаимодействием электрона с атомным полем, обсуждались в нашей недавней работе [39]. Оказалось, что эти поправки могут значительно изменить дифференциальное по углам вылета электрона сечение процесса, так же как и в случаях электророждения e^+e^- -пары в атомном поле релятивистской тяжёлой частицей [38] и релятивистским электроном [36, 37]. Однако сечение, проинтегрированное по углам вылета конечного электрона, не изменяется при учёте взаимодействия электрона с атомным полем.

Заметим, что в рассматриваемом в этом разделе процессе учёт эффекта экранирования ядра атомными электронами важен только при очень больших энергиях,

$$\varepsilon_1 \gtrsim \frac{m_\mu^2}{\alpha Z^{1/3} m_e} \sim 1 \text{ ТэВ},$$

и, как правило, им можно пренебречь. Однако очень важен учёт конечного размера ядра R . Это связано с тем, что для тяжёлых атомов комптоновская длина волны мюона $\lambda_\mu = 1/m_\mu$ меньше R . Для простоты вычислений можно рассмотреть потенциал ядра $V(r)$ в виде

$$V(r) = -\frac{\eta}{\sqrt{r^2 + R^2}}. \quad (35)$$

Для этого потенциала формфактор $F(Q^2)$ и функция $A(\Delta_\perp)$ (см. (6)) выражается как

$$F(Q^2) = QRK_1(QR), \quad A(\Delta_\perp) = A_{as}(\Delta_\perp) \frac{(\Delta_\perp R)^{1-i\eta} K_{1-i\eta}(\Delta_\perp R)}{2^{-i\eta} \Gamma(1-i\eta)}, \quad (36)$$

где $K_v(x)$ — модифицированная функция Бесселя второго рода, $A_{as}(\Delta_\perp)$ определена в (12). Заметим, что разница между результатами, полученными для реального и модельного формфакторов, не превышает 10 % (см. работу [48], в которой рассмотрено сечение в борновском приближении). Небольшая зависимость результатов от формы потенциала не влияет на качественный анализ важности кулоновских поправок, связанных со взаимодействием электрона с атомным полем.

Рассмотрим безразмерную величину

$$\Sigma = \frac{d\sigma}{S dp_{2\perp} d\varepsilon_3 de_4}, \quad S = \frac{\eta^2}{\omega^2 m_\mu^2 m_e}, \quad (37)$$

которая является проинтегрированным по $p_{3\perp}$ и $p_{4\perp}$ сечением, измеренным в единицах S . Зависимость этой величины от $p_{2\perp}$ показана на рис. 15 для $\omega = \varepsilon_1/2$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \omega/2$, $\varepsilon_1 = 50 m_\mu$, $Z = 79$.

Видно, что влияние взаимодействия электрона с атомным полем на величину дифференциального по $p_{2\perp}$ сечения очень велико. В области $p_{2\perp} \sim m_e$ точное сечение существенно меньше полученного в борновском приближении (отклонение около 20–30 %). При $p_{2\perp} \gg m_e$ точное сечение больше борновского (отклонение примерно 10 %). Однако кулоновские поправки к проинтегрированному по $p_{2\perp}$ сечению, т.е. к величине

$$\Sigma_1 = \frac{1}{m_e} \int_0^\infty \Sigma dp_{2\perp}, \quad (38)$$

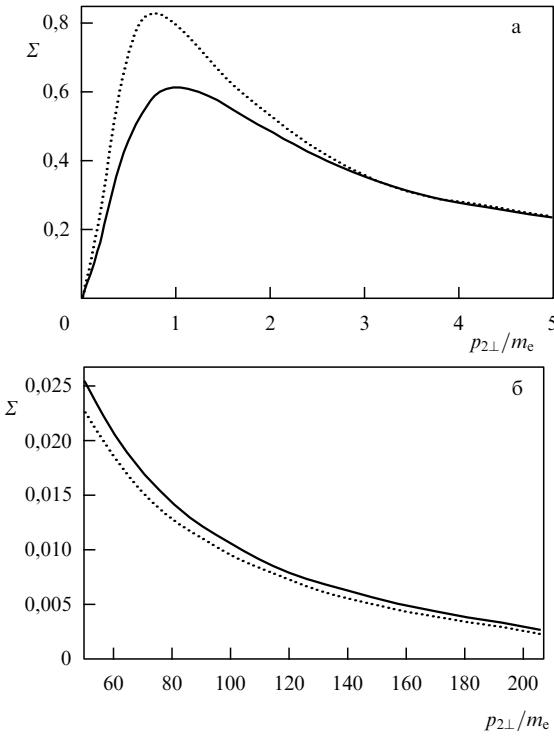


Рис. 15. Зависимость Σ от $p_{2\perp}/m_e$ (см. формулу (37)) для $\omega = \varepsilon_1/2$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \omega/2$, $\varepsilon_1 = 50m_\mu$, $Z = 79$; сплошная кривая — точный результат, пунктируя — борновский результат.

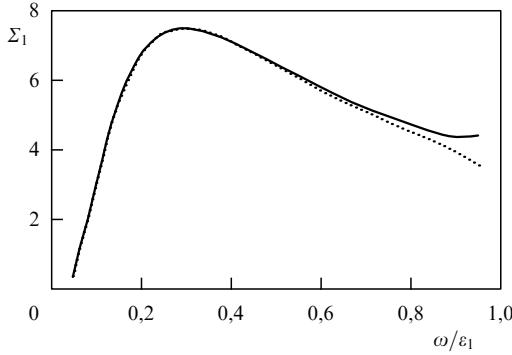


Рис. 16. Зависимость Σ_1 от ω/ε_1 (см. уравнение (38)) для $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \omega/2$, $\varepsilon_1 = 50m_\mu$, $Z = 79$; сплошная кривая — точный результат, пунктируя — результат без учёта вклада $T^{(0)}$.

оказываются сильно подавленными. На рисунке 16 показана зависимость Σ_1 от ω/ε_1 , причём точный результат практически совпадает с борновским при всех $\omega = \varepsilon_3 + \varepsilon_4$. Интересно рассмотреть относительный вклад в сечение амплитуды $T^{(0)}$. При $\omega \ll \varepsilon_1$ амплитуда $T^{(0)}$, в отличие от амплитуды $T^{(1)}$, подавлена множителем ω/ε_1 . Поэтому вклад амплитуды $T^{(0)}$ в сечение важен только при $\omega \sim \varepsilon_1$. Это утверждение следует из результатов вычислений, представленных на рис. 16, где функция Σ_1 , полученная без учёта вклада $T^{(0)}$, показана пунктирной кривой.

Учёт амплитуды $T^{(0)}$ приводит в дифференциальном сечении к асимметрии относительно перестановки импульсов μ^+ и μ^- , $\mathbf{p}_4 \leftrightarrow \mathbf{p}_3$. Вследствие соотношений

$$T_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}^{(0)}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4) = T_{\mu_1\mu_2\mu_4\mu_3}^{(0)}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_4, \mathbf{p}_3), \quad (39)$$

$$T_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}^{(1)}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4) = -T_{\mu_1\mu_2\mu_4\mu_3}^{(1)}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_4, \mathbf{p}_3)$$

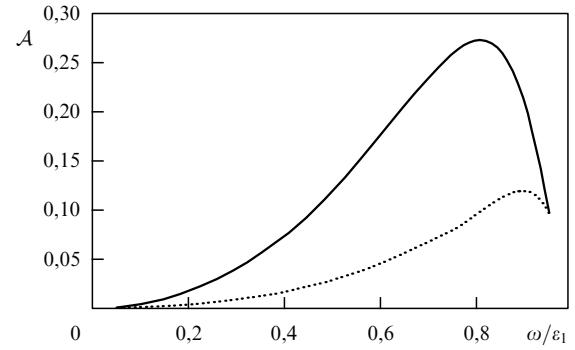


Рис. 17. Зависимость A от ω/ε_1 (см. уравнение (40)) для $\varepsilon_1 = 50m_\mu$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \omega/2$, $\mathbf{p}_{3\perp} \parallel -\mathbf{p}_{4\perp}$, $p_{4\perp} = m_\mu$, $Z = 79$; сплошная кривая — точный результат для $p_{3\perp} = 2.5m_\mu$, пунктируя кривая — для $p_{3\perp} = 0.5m_\mu$.

асимметрия в сечении возникает из-за интерференции амплитуд $T^{(0)}$ и $T^{(1)}$. Рассмотрим сечение, проинтегрированное по $\mathbf{p}_{2\perp}$, $d\sigma(\mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4)$, и определим асимметрию как

$$A = \frac{d\sigma(\mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4) - d\sigma(\mathbf{p}_4, \mathbf{p}_3)}{d\sigma(\mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4) + d\sigma(\mathbf{p}_4, \mathbf{p}_3)}. \quad (40)$$

На рисунке 17 показана зависимость A от ω/ε_1 для нескольких значений \mathbf{p}_3 и \mathbf{p}_4 . Видно, что асимметрия может достигать нескольких десятков процентов при $\omega \sim \varepsilon_1$.

В работе [49] изучалась зарядовая асимметрия в сечении фоторождения $\mu^+\mu^-$ в атомном поле. Асимметрия в сечении возникает при учёте первой квазиклассической поправки к амплитуде процесса. Сечение, вычисленное в главном квазиклассическом приближении, такой асимметрией не обладает. Возникает вопрос о том, можно ли использовать пучок релятивистских электронов как источник эквивалентных фотонов для наблюдения зарядовой асимметрии в фоторождении, связанной с поправкой к ведущему квазиклассическому приближению. Так как зарядовая асимметрия из-за интерференции амплитуд $T^{(0)}$ и $T^{(1)}$ велика при $\omega \sim \varepsilon_1$, наблюдение зарядовой асимметрии в процессе электророждения, связанной с учётом первой квазиклассической поправки к амплитуде рождения $\mu^+\mu^-$ -пары виртуальным фотоном, может оказаться проблематичным.

8. Рождение парадимюния релятивистским электроном в атомном поле

Используя формулы, полученные для дифференциального сечения электророждения μ^+ и μ^- с заданными импульсами \mathbf{p}_3 и \mathbf{p}_4 , легко найти сечение электророждения димюония (связанного состояния μ^+ и μ^-). В этом процессе димюоний рождается преимущественно в состоянии с нулевым полным спином (парадимюоний с положительной C -чётностью), поскольку в данном случае амплитуда $T^{(1)}$ определяется только однократным обменом виртуальным фотоном между $\mu^+\mu^-$ -парой и атомным центром. Для рождения ортодимюония (C -чётность отрицательная и полный спин, равный единице) необходимо или учесть в амплитуде $T^{(1)}$ обмен по крайней мере двумя виртуальными фотонами между μ^+ , μ^- и атомным центром, подавленным формфакто-

ром, или учесть только амплитуду $T^{(0)}$, которая мала по сравнению с $T^{(1)}$.

Сечение σ_{PD} электророждения парадимюония с угловым моментом $l=0$ и главным квантовым числом n имеет вид [26, 28]

$$d\sigma_{\text{PD}} = \frac{\alpha^2 E}{(2\pi)^5 2m_\mu} |\psi_n(0)|^2 dE dp_{2\perp} d\mathbf{P}_\perp \frac{1}{2} \sum_{\mu_1 \mu_2} |\bar{T}_{\mu_1 \mu_2}|^2, \quad (41)$$

где E и \mathbf{P} — энергия и импульс димюония, $E = (P^2 + 4m_\mu^2)^{1/2}$, $\psi_n(0)$ — волновая функция димюония в начале координат, $|\psi_n(0)|^2 = \alpha^3 m_\mu^3 / (8\pi n^3)$. Амплитуда $\bar{T}_{\mu_1 \mu_2}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{P})$ выражается через амплитуду $T_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{\mu_1 \mu_2}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{P}) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[T_{\mu_1 \mu_2+-} \left(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \frac{\mathbf{P}}{2}, \frac{\mathbf{P}}{2} \right) - T_{\mu_1 \mu_2-+} \left(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \frac{\mathbf{P}}{2}, \frac{\mathbf{P}}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (42)$$

Для амплитуды $\bar{T}_{\mu_1 \mu_2}$ получим:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{\mu_1 \mu_2} &= \frac{4\sqrt{2} i \eta \epsilon_1}{E} \int \frac{d\Delta_\perp A(\Delta_\perp + \mathbf{p}_{2\perp}) F(Q^2 + \Delta_{0\parallel}^2)}{(Q^2 + \Delta_{0\parallel}^2) M^2 (m_e^2 E^2 + \epsilon_1^2 \Delta_\perp^2)} \mathcal{M}, \\ \mathcal{M} &= -\mu_1 \delta_{\mu_1 \mu_2} [\epsilon_1 (\mathbf{e}_{\mu_1}^* \Delta_\perp) (\mathbf{e}_{\mu_1} \mathbf{Q}) - \epsilon_2 (\mathbf{e}_{\mu_1} \Delta_\perp) (\mathbf{e}_{\mu_1}^* \mathbf{Q})] + \\ &+ \delta_{\mu_1 \bar{\mu}_2} \frac{m_e E^2}{\sqrt{2} \epsilon_1} (\mathbf{e}_{\mu_1} \mathbf{Q}), \end{aligned} \quad (43)$$

$$M^2 = m_\mu^2 + \frac{E^2 m_e^2}{4\epsilon_1 \epsilon_2} + \frac{\epsilon_1}{4\epsilon_2} \Delta_\perp^2, \quad \mathbf{Q} = \Delta_\perp + \mathbf{p}_{1\perp} - \mathbf{P}_\perp.$$

Сечение электророждения парадимюония имеет свойства, аналогичные свойствам сечения электророждения несвязанных μ^+ и μ^- , а именно: дифференциальное по поперечным импульсам электрона $p_{2\perp}$ сечение содержит большие кулоновские поправки, вопреки общепринятой точке зрения [19, 20, 30, 46]. Для иллюстрации этого утверждения на рис. 18 показана зависимость безразмерной величины Σ_{PD} от $p_{2\perp}/m_e$,

$$\Sigma_{\text{PD}} = \frac{d\sigma_{\text{PD}}}{S_{\text{PD}} dp_{2\perp} dE}, \quad S_{\text{PD}} = \frac{\eta^2}{Em_\mu^5 m_e} |\psi_n(0)|^2, \quad (44)$$

для $Z = 79$ и $\epsilon_1 = 50 m_\mu$.

Видно, что точный результат в области пика примерно на 30 % меньше борновского результата. В широкой области $m_e \ll p_{2\perp} \lesssim m_\mu$ точный результат примерно на 10 % больше борновского. Как и прежде, после интегрирования по $p_{2\perp}$ точное сечение совпадает с борновским результатом, показанным на рис. 19, где приведена зависимость спектра от E/ϵ_1 ,

$$\Sigma_{\text{IPD}} = \frac{d\sigma_{\text{PD}}}{m_e S_{\text{PD}} dE},$$

для $Z = 79$ и $\epsilon_1 = 50 m_\mu$. Эта зависимость очень похожа на зависимость Σ_1 от ω/ϵ_1 , показанную на рис. 16.

Заметим, что при взаимодействии релятивистского электрона с атомным полем возможно кроме рождения димюония рождение мюония ($e^- \mu^+$ -атома). Однако сечение последнего процесса много меньше сечения рождения димюония, поскольку $|\psi_n(0)|^2$ для димюония много

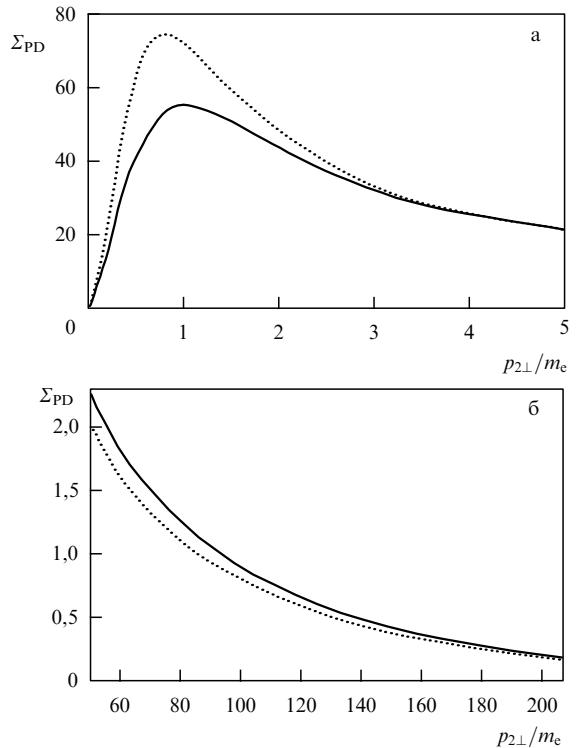


Рис. 18. Зависимость Σ_{PD} от $p_{2\perp}/m_e$ (см. уравнения (44)) для $\omega = \epsilon_1/2$, $\epsilon_1 = 50 m_\mu$, $Z = 79$. Сплошная кривая — точный результат, пунктирная — борновский результат.

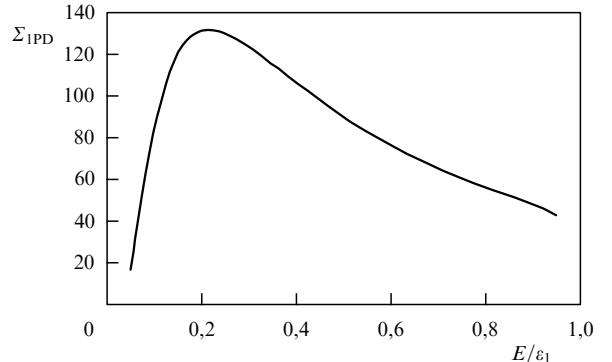


Рис. 19. Зависимость Σ_{IPD} (см. (27)) от E/ϵ_1 для $\epsilon_1 = 50 m_\mu$, $Z = 79$.

больше соответствующей величины для мюония (отношение равно $m_\mu^3 / (2m_e^3)$).

9. Заключение

Мы изложили новейшие результаты, касающиеся процесса электророждения релятивистским электроном $e^+ e^-$ - и $\mu^+ \mu^-$ -пар в атомном поле, а также рождения позитрония и димюония в атомном поле. Кроме того, рассмотрен процесс электророждения несвязанной $e^+ e^-$ -пары и позитрония тяжелой релятивистской частицей (мюоном или лёгким ядром), а также электророждение $e^+ \mu^-$ -атома. Особое внимание удалено учёту взаимодействия всех частиц с атомным полем. Это стало возможным благодаря методу квазиклассических функций Грина, который позволяет выразить решение уравнения Дирака во внешнем поле произвольного вида в простой

форме. С помощью этого метода легко учесть эффект экранирования поля ядра атомными электронами и эффект конечного размера ядра. Показано, что, вопреки общепринятой точке зрения, во всех случаях учёт взаимодействия налетающей частицы с атомным полем значительно изменяет дифференциальное сечение процесса. По-видимому, экспериментальное наблюдение этого эффекта не является очень сложной задачей. Оказалось, однако, что взаимодействие налетающей частицы с атомным полем не влияет на величину сечения, проинтегрированного по конечным импульсам этой частицы.

Работа поддержана Российским научным фондом (грант 14-50-00080).

10. Приложение

Приведём явное выражение для амплитуды T электророждения релятивистской частицей с массой m_1 в атомном поле пары частиц с массами m_2 (см. диаграмму Фейнмана на рис. 1). Связь между амплитудой T и дифференциальным сечением определяется формулой (13). Амплитуда T является суммой четырёх вкладов:

$$T = T_{\perp}^{(0)} + T_{\parallel}^{(0)} + T_{\perp}^{(1)} + T_{\parallel}^{(1)},$$

где

$$\begin{aligned} T_{\perp}^{(0)} &= \frac{8\pi\epsilon_3\epsilon_4 A(\Delta_0)}{m_2^2\omega^2 + \epsilon_3^2\epsilon_4^2\theta_{34}^2} \left\{ \delta_{\mu_1\mu_2}\delta_{\mu_3\bar{\mu}_4} \left[\frac{\epsilon_3}{\omega^2} (\mathbf{e}_{\mu_3}^* \mathbf{X})(\mathbf{e}_{\mu_3} \boldsymbol{\theta}_{34}) \times \right. \right. \\ &\times (\epsilon_1\delta_{\mu_1\mu_3} + \epsilon_2\delta_{\mu_1\mu_4}) - \frac{\epsilon_4}{\omega^2} (\mathbf{e}_{\mu_4}^* \mathbf{X})(\mathbf{e}_{\mu_4} \boldsymbol{\theta}_{34}) (\epsilon_1\delta_{\mu_1\mu_4} + \epsilon_2\delta_{\mu_1\mu_3}) + \\ &- \frac{m_1\mu_1}{\sqrt{2}\epsilon_1\epsilon_2} R\delta_{\mu_1\bar{\mu}_2}\delta_{\mu_3\bar{\mu}_4} (\mathbf{e}_{\mu_1} \boldsymbol{\theta}_{34}) (-\epsilon_3\delta_{\mu_1\mu_3} + \epsilon_4\delta_{\mu_1\mu_4}) + \\ &+ \frac{m_2\mu_3}{\sqrt{2}\epsilon_3\epsilon_4} \delta_{\mu_1\mu_2}\delta_{\mu_3\mu_4} (\mathbf{e}_{\mu_3}^* \mathbf{X})(\epsilon_1\delta_{\mu_3\mu_1} + \epsilon_2\delta_{\mu_3\bar{\mu}_1}) + \\ &\left. \left. + \frac{m_1m_2\omega^2}{2\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3\epsilon_4} R\delta_{\mu_1\bar{\mu}_2}\delta_{\mu_3\mu_4}\delta_{\mu_1\mu_3} \right] \right\}, \\ T_{\parallel}^{(0)} &= -\frac{8\pi}{\omega^2} A(\Delta_0) R\delta_{\mu_1\mu_2}\delta_{\mu_3\bar{\mu}_4}. \end{aligned} \quad (45)$$

Здесь $\mu_i = \pm 1$ обозначает спиральность i -й частицы с импульсом \mathbf{p}_i , $\bar{\mu}_i = -\mu_i$, $\omega = \epsilon_3 + \epsilon_4$, $\boldsymbol{\theta}_{ij} = \mathbf{p}_{i\perp}/\epsilon_i - \mathbf{p}_{j\perp}/\epsilon_j$, функция $A(\Delta)$ определена в (5), а также введены следующие обозначения:

$$\Delta_0 = \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1, \quad \Delta_{0\perp} = \epsilon_2\boldsymbol{\theta}_{21} + \epsilon_3\boldsymbol{\theta}_{31} + \epsilon_4\boldsymbol{\theta}_{41},$$

$$\Delta_{0\parallel} = -\frac{1}{2} \left[\omega \left(\frac{m_1^2}{\epsilon_1\epsilon_2} + \frac{m_2^2}{\epsilon_3\epsilon_4} \right) + \epsilon_2\theta_{21}^2 + \epsilon_3\theta_{31}^2 + \epsilon_4\theta_{41}^2 \right],$$

$$R = \frac{1}{d_1 d_2} [\Delta_{0\perp}^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2) - 2\epsilon_1\epsilon_2 \boldsymbol{\theta}_{21}\Delta_{0\perp}], \quad (46)$$

$$\mathbf{X} = \frac{1}{d_1} (\epsilon_3\boldsymbol{\theta}_{23} + \epsilon_4\boldsymbol{\theta}_{24}) + \frac{1}{d_2} (\epsilon_3\boldsymbol{\theta}_{31} + \epsilon_4\boldsymbol{\theta}_{41}),$$

$$d_1 = \omega\epsilon_1 \left(\frac{m_1^2}{\epsilon_1\epsilon_2} + \frac{m_2^2}{\epsilon_3\epsilon_4} \right) + \epsilon_2\epsilon_3\theta_{23}^2 + \epsilon_2\epsilon_4\theta_{24}^2 + \epsilon_3\epsilon_4\theta_{34}^2,$$

$$d_2 = \omega\epsilon_2 \left(\frac{m_1^2}{\epsilon_1\epsilon_2} + \frac{m_2^2}{\epsilon_3\epsilon_4} \right) + \epsilon_2\epsilon_3\theta_{31}^2 + \epsilon_2\epsilon_4\theta_{41}^2 + (\epsilon_3\boldsymbol{\theta}_{31} + \epsilon_4\boldsymbol{\theta}_{41})^2.$$

Вклады $T_{\perp}^{(1)}$ и $T_{\parallel}^{(1)}$ выражаются как

$$\begin{aligned} T_{\perp}^{(1)} &= \frac{8i\eta\epsilon_1}{\omega} |\Gamma(1-i\eta)|^2 \times \\ &\times \int \frac{d\Delta_{\perp} A(\Delta_{\perp} + \mathbf{p}_{2\perp}) F(Q^2 + \Delta_{0\parallel}^2)}{(Q^2 + \Delta_{0\parallel}^2) M^2 (m_1^2\omega^2 + \epsilon_1^2\Delta_{\perp}^2)} \left(\frac{\xi_2}{\xi_1} \right)^{i\eta} \mathcal{M}, \\ \mathcal{M} &= -\frac{\delta_{\mu_1\mu_2}\delta_{\mu_3\bar{\mu}_4}}{\omega} [\epsilon_1(\epsilon_3\delta_{\mu_1\mu_3} - \epsilon_4\delta_{\mu_1\mu_4})(\mathbf{e}_{\mu_1}^* \Delta_{\perp})(\mathbf{e}_{\mu_1} \mathbf{I}_1) + \\ &+ \epsilon_2(\epsilon_3\delta_{\mu_1\bar{\mu}_3} - \epsilon_4\delta_{\mu_1\bar{\mu}_4})(\mathbf{e}_{\mu_1} \Delta_{\perp})(\mathbf{e}_{\mu_1}^* \mathbf{I}_1)] + \\ &+ \delta_{\mu_1\bar{\mu}_2}\delta_{\mu_3\bar{\mu}_4} \frac{m_1\omega\mu_1}{\sqrt{2}\epsilon_1} (\epsilon_3\delta_{\mu_1\mu_3} - \epsilon_4\delta_{\mu_1\mu_4})(\mathbf{e}_{\mu_1} \mathbf{I}_1) + \\ &+ \delta_{\mu_1\mu_2}\delta_{\mu_3\mu_4} \frac{m_2\mu_3}{\sqrt{2}} (\epsilon_1\delta_{\mu_1\mu_3} + \epsilon_2\delta_{\mu_1\bar{\mu}_3}) \mathbf{e}_{\mu_3}^* \Delta_{\perp} \mathbf{I}_0 - \\ &- \frac{m_1m_2\omega^2}{2\epsilon_1} \delta_{\mu_1\bar{\mu}_2}\delta_{\mu_3\mu_4}\delta_{\mu_1\mu_3} \mathbf{I}_0, \\ T_{\parallel}^{(1)} &= -\frac{8i\eta\epsilon_3\epsilon_4}{\omega^3} |\Gamma(1-i\eta)|^2 \times \\ &\times \int \frac{d\Delta_{\perp} A(\Delta_{\perp} + \mathbf{p}_{2\perp}) F(Q^2 + \Delta_{0\parallel}^2)}{(Q^2 + \Delta_{0\parallel}^2) M^2} \left(\frac{\xi_2}{\xi_1} \right)^{i\eta} I_0 \delta_{\mu_1\mu_2}\delta_{\mu_3\bar{\mu}_4}, \end{aligned} \quad (47)$$

где $\omega = \epsilon_3 + \epsilon_4$, $\mathbf{e}_{\lambda} = (\mathbf{e}_x + i\lambda\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$, \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y — единичные векторы, ортогональные вектору \mathbf{p}_1 и друг другу, функция $A(\Delta_{\perp})$ определена в уравнении (6). Используются следующие обозначения:

$$M^2 = m_2^2 + \frac{\epsilon_3\epsilon_4}{\epsilon_1\epsilon_2} m_1^2 + \frac{\epsilon_1\epsilon_3\epsilon_4}{\epsilon_2\omega^2} \Delta_{\perp}^2,$$

$$\mathbf{Q} = \Delta_{\perp} - \mathbf{p}_{3\perp} - \mathbf{p}_{4\perp}, \quad \mathbf{q}_1 = \frac{\epsilon_3}{\omega} \mathbf{Q} - \boldsymbol{\zeta},$$

$$\mathbf{q}_2 = \frac{\epsilon_4}{\omega} \mathbf{Q} + \boldsymbol{\zeta}, \quad \boldsymbol{\zeta} = \frac{\epsilon_3\epsilon_4}{\omega} \boldsymbol{\theta}_{34},$$

$$I_0 = (\xi_1 - \xi_2)F(x) + (\xi_1 + \xi_2 - 1)(1-x) \frac{F'(x)}{i\eta}, \quad (48)$$

$$\mathbf{I}_1 = (\xi_1\mathbf{q}_1 + \xi_2\mathbf{q}_2)F(x) + (\xi_1\mathbf{q}_1 - \xi_2\mathbf{q}_2)(1-x) \frac{F'(x)}{i\eta},$$

$$\xi_1 = \frac{M^2}{M^2 + q_1^2}, \quad \xi_2 = \frac{M^2}{M^2 + q_2^2}, \quad x = 1 - \frac{Q^2\xi_1\xi_2}{M^2},$$

$$F(x) = F(i\eta, -i\eta, 1, x), \quad F'(x) = \frac{\partial F(x)}{\partial x},$$

$F(a, b, c, x)$ — гипергеометрическая функция.

Список литературы

1. Bhabha H J *Proc. R. Soc. Lond. A* **152** 559 (1935)
2. Racah G *Nuovo Cimento* **14** 93 (1937)
3. Block M M, King D T, Wada W W *Phys. Rev.* **96** 1627 (1954)
4. Murota T, Veda A, Tanaka H *Prog. Theor. Phys.* **16** 482 (1956)
5. Johnson E G (Jr.) *Phys. Rev.* **140** B1005 (1965)
6. Brodsky S J, Ting S C C *Phys. Rev.* **145** 1018 (1966)
7. Bjorken J D, Chen M C *Phys. Rev.* **154** 1335 (1967)
8. Henry R G *Phys. Rev.* **154** 1534 (1967)
9. Homma S et al. *Proc. Phys. Soc. Jpn.* **3** 1230 (1974)
10. Никишов А И, Пичкуров Н В *Ядерная физика* **35** 964 (1982); Nikishov A I, Pichkurov N V *Sov. J. Nucl. Phys.* **35** 561 (1982)
11. Ivanov D Yu et al. *Phys. Lett. B* **442** 453 (1998)

12. Segev B, Wells J C *Phys. Rev. A* **57** 1849 (1998)
13. Baltz A J, McLerran L *Phys. Rev. C* **58** 1679 (1998)
14. Eichmann U et al. *Phys. Rev. A* **59** 1223 (1999)
15. Ivanov D Yu, Schiller A, Serbo V G *Phys. Lett. B* **454** 155 (1999)
16. Lee R N, Milstein A I *Phys. Rev. A* **61** 032103 (2000)
17. Beranek T, Merkel H, Vanderhaeghen M *Phys. Rev. D* **88** 015032 (2013)
18. Байер В Н, Сынах В С *ЖЭТФ* **41** 1576 (1961); Baier V N, Synakh V S *Sov. Phys. JETP* **14** 1122 (1962)
19. Kotkin G L et al. *Phys. Rev. C* **59** 2734 (1999)
20. Ginzburg I F et al. *Phys. Rev. C* **58** 3565 (1998)
21. Brodsky S J, Lebed R F *Phys. Rev. Lett.* **102** 213401 (2009)
22. Chen Y, Zhuang P, arXiv:1204.4389
23. Banburski A, Schuster P *Phys. Rev. D* **86** 093007 (2012)
24. Ellis S C, Bland-Hawthorn J *Phys. Rev. D* **91** 123004 (2015)
25. Lamm H, PhD Dissertation (Arizona State University, 2016)
26. Olsen H A *Phys. Rev. D* **33** 2033 (1986)
27. Биленький С М и др. *Ядерная физика* **10** 812 (1969); Bilenkii S M et al. *Sov. J. Nucl. Phys.* **10** 469 (1970)
28. Меледин Г В, Сербо В Г, Сливков А К *Письма в ЖЭТФ* **13** 98 (1971); Meledin G V, Serbo V G, Slivkov A K *JETP Lett.* **13** 68 (1971)
29. Holvik E, Olsen H A *Phys. Rev. D* **35** 2124 (1987)
30. Arteaga-Romero N, Carimalo C, Serbo V G *Phys. Rev. A* **62** 032501 (2000)
31. Bogomyagkov A et al. *EPJ Web Conf.* **181** 01032 (2018)
32. Hansson Adrian P et al. "Status of the Heavy Photon search experiment at Jefferson Laboratory", https://www.jlab.org/exp_prog/proposals/12/C12-11-006.pdf
33. REDTOP Experiment, <http://redtop.fnal.gov/>
34. Itahashi T et al. *JPS Conf. Proc.* **8** 025004 (2015)
35. Крачков П А, Ли Р Н, Мильштейн А И *УФН* **186** 689 (2016); Krachkov P A, Lee R N, Milstein A I *Phys. Usp.* **59** 619 (2016)
36. Krachkov P A, Milstein A I *Phys. Rev. A* **93** 062120 (2016)
37. Крачков П А, Мильштейн А И *ЖЭТФ* **154** 394 (2018); Krachkov P A, Milstein A I *JETP* **126** 326 (2018)
38. Krachkov P A, Milstein A I *Phys. Lett. B* **771** 5 (2017)
39. Krachkov P A, Milstein A I *Nucl. Phys. A* **971** 71 (2018)
40. Gevorkyan S R et al. *Phys. Rev. A* **58** 4556 (1998)
41. Ли Р Н, Мильштейн А И, Страховенко В М, Шварц О Я *ЖЭТФ* **127** 5 (2005); Lee R N, Milstein A I, Strakhovenko V M, Schwarz O Ya *JETP* **100** 1 (2005)
42. Krachkov P A, Milstein A I *Phys. Rev. A* **91** 032106 (2015)
43. Krachkov P A, Lee R N, Milstein A I *Phys. Rev. A* **90** 062112 (2014)
44. Baur G, Hencken K, Trautmann D *Phys. Rep.* **453** 1 (2007)
45. Baltz A J et al. *Phys. Rep.* **458** 1 (2008)
46. Hencken K, Kuraev E A, Serbo V G *Phys. Rev. C* **75** 034903 (2007)
47. Ivanov D, Melnikov K *Phys. Rev. D* **57** 4025 (1998)
48. Jentschura U D, Serbo V G *Eur. Phys. J. C* **64** 309 (2009)
49. Downie E J, Lee R N, Milstein A I, Ron G *Phys. Lett. B* **728** 645 (2014)
50. Lee R N, Milstein A I *ЖЭТФ* **136** 1121 (2009); *JETP* **109** 968 (2009)

High-energy electroproduction in the atomic field

P.A. Krachkov, A.I. Milstein

Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
prosp. Akademika Lavrent'eva 11, 630090 Novosibirsk, Russian Federation
E-mail: P.A.Krachkov@inp.nsk.su, A.I.Milstein@inp.nsk.su

We discuss the most recent results in studying high-energy electroproduction in the atomic field. Production of the e^+e^- pair by the relativistic electron, relativistic muon or light nucleus and production of the $\mu^+\mu^-$ pair by the relativistic electron are reviewed. We focus on an accurate account of the interaction of the incoming particle and produced pair with the atomic field (Coulomb corrections). Interaction of the particle that produces the virtual photon with the atomic field is shown in all the considered cases to significantly change the process cross section differential over that particle's momentum, this conclusion being in contrast to the generally accepted opinion. However, the process cross section integrated over that momentum proves to be only weakly affected by the interaction. Production of pairs in an unbound or bound state (positronium, muonium, and dimuonium) is also discussed.

Keywords: electroproduction, positronium, muonium, dimuonium, strong atomic field

PACS numbers: 12.20.Ds, **32.80.-t**

Bibliography — 50 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **189** (4) 359 – 373 (2019)

Received 29 January 2018

Physics – Uspekhi **62** (4) (2019)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.03.038425>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2018.03.038425>