

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

О существовании "суперрезонансных" состояний в субволновых диэлектрических резонаторах и их связи со связанными состояниями в континууме

В.В. Климов

В данном письме, подготовленном в связи с публикацией М.В. Рыбина и М.Ф. Лимонова [УФН 189 (8) 881 (2019)] показано, что в диэлектрических резонаторах субволновых размеров одинаковых объёмов, но различных форм нет никаких мод, которые бы качественно отличались от мод диэлектрической сферы. В частности, показано, что в диэлектрических цилиндрах нет "суперрезонансных" мод с добротностями, превышающими добротности аналогичных мод сфер такого же объёма.

Ключевые слова: нанооптика, диэлектрические нанорезонаторы, моды, добротность

PACS numbers: 42.25.-p, 42.70.Qs, 78.67.-n, 78.67.Pt

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.05.038619>

*Pluralitas non est ponenda
sine necessitate.*

Gulielmus Occamus

Существование высокодобротных резонансных мод в диэлектрических резонаторах известно давно [1–4], и эти моды имеют много практических применений [5–7]. С другой стороны, недавно в оптике было обнаружено замечательное явление — существование связанных состояний в континууме (Bound states in Continuum – BIC) [8, 9], которое характеризуется полным отсутствием радиационных потерь в нетривиальных двумерных фотонных структурах и экспоненциальным спаданием полей при удалении от них.

В связи с этим в работе [10], опубликованной в журнале *Успехи физических наук* (УФН), а также в работах [11, 12] появилась информация о существовании неизвестных ранее высокодобротных мод в субволновых диэлектрических резонаторах цилиндрической формы ограниченного объёма. Авторы указанных работ назвали эти моды "суперрезонансными состояниями" и связали их с BIC. Выбор цилиндрического резонатора для поиска высокодобротных мод вряд ли можно назвать удачным, так как в общем случае наличие рёбер приводит к дополнительному рассеянию полей и снижению добротности. Ниже будет показано, что никаких новых "суперрезонансных" мод в работах [10–12] не обнаружено, а найдены лишь наиболее близкие к сфере геометрии цилиндра, в которых добротности мод приближаются (снизу) к добротностям мод сферы.

В.В. Климов. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
Ленинский просп. 53, 119991 Москва, Российская Федерация
E-mail: klimov256@gmail.com

Статья поступила 24 апреля 2019 г.

Прежде всего отметим, что когда речь идёт о собственных состояниях (eigenstates) или модах (eigenmodes) электромагнитного поля в резонаторах конечных размеров, имеются в виду решения уравнений Максвелла в отсутствие источников, экспоненциально убывающие на бесконечности и характеризующиеся собственными значениями (eigenvalues). Весьма важно также то, что собственные значения мод являются аналитическими функциями от формы резонатора, и это не позволяет говорить о возникновении новых мод при изменении формы субволнового резонатора.

В случае круглого цилиндра собственными значениями являются комплексная частота, азимутальное квантовое число и чётность по оси цилиндра, а собственные моды должны характеризоваться распределением электромагнитных полей, экспоненциально убывающим на бесконечности. Важно иметь в виду, что моды или состояния поля являются внутренними характеристиками резонатора, поэтому они не должны зависеть от условий возбуждения резонатора внешними полями. В [10–12] конкретных характеристик новых "суперрезонансных" состояний, экспоненциально спадающих на бесконечности, в формате $\{\omega_n = \omega'_n + i\omega''_n, m_n, p_n, \mathbf{E}_n(\mathbf{r})\}$ не приведено, что уже не позволяет говорить о их существовании.

Авторы [10, 11] существование неизвестных ранее "суперрезонансных" мод пытаются доказать косвенно посредством исследования сечений рассеяния $\sigma(\omega)$ плоских волн фиксированной поляризации на диэлектрическом цилиндре с помощью аппроксимации $\sigma(\omega)$ профилем Фано с пятью параметрами. Оставляя в стороне вопрос о точности определения этих пяти параметров из численного эксперимента, авторы [10, 11] делают вывод о существовании "суперрезонансных" тёмных мод на основе уменьшения до нуля сечения рассеяния ($q = 0$) при изменении геометрии задачи (высоты цилиндра). Вывод

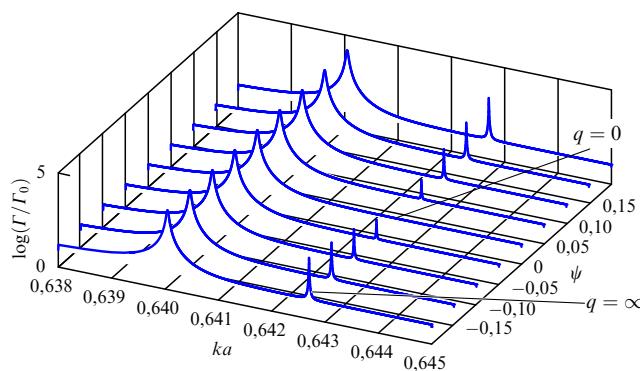


Рисунок. Мощность излучения диэлектрической сферы в зависимости от размерного параметра ka и ориентации возбуждающего диполя ψ при $\varepsilon = 80$.

о связи "суперрезонансных" мод с ВИС делается исходя из наличия в спектре симметричной линии ($q = \infty$) и уменьшения параметра γ_0 , связываемого авторами с добротностью "суперрезонансных" мод. Однако в данном случае такой подход некорректен, так как уменьшение сечения обусловлено тем, что в данной конфигурации рассматриваемая мода просто не возбуждается. Это никоим образом не свидетельствует об исчезновении этой моды или о возникновении новых мод. Только в специально подобранных условиях отсутствие рассеяния может свидетельствовать о существовании каких-то особых эффектов, например о наличии связанных состояний в континууме [8, 9]. В работах [13, 14] строго показано, что существование ВИС в трёхмерных ограниченных телах невозможно, поэтому привлечение данного понятия для анализа мод в цилиндре в [10, 11] ничем не обосновано.

На самом деле уменьшение сечения рассеяния до нуля связано с ортогональностью возбуждающего поля и рассматриваемых мод (TE_{012} в [10, 11] или TM_{111} в [12]) для некоторых геометрий цилиндра при фиксированной поляризации. При других поляризациях возбуждающего поля (например, при азимутальной поляризации) никаких особенностей при рассеянии на том же цилиндре авторы [10, 11] не обнаружили бы.

В качестве подтверждения того очевидного факта, что изменение условий возбуждения может привести к уменьшению сечения рассеяния до нуля и к "исчезновению" мод, на графике показана нормированная мощность излучения G/G_0 диэлектрической сферы радиусом a в зависимости от ориентации возбуждающего диполя, расположенного на расстоянии r от центра. Эта зависимость описывается точным аналитическим выражением [15]:

$$\frac{G}{G_0} = 1 - \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ \cos^2 \psi \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)(2n+1) q_n \left(\frac{h_n^{(1)}(z)}{z} \right)^2 + \sin^2 \psi \sum_{n=1}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) \left[p_n(h_n^{(1)}(z))^2 + q_n \left(\frac{d(z h_n^{(1)}(z))}{zdz} \right)^2 \right] \right\},$$

где ψ — угол отклонения диполя от радиального направления, $z = kr$, q_n и p_n — коэффициенты Ми для ТМ- и ТЕ- мод соответственно [15].

Из приведённого графика видно, что в зависимости от ориентации диполя появляются самые разные формы линий, в том числе как соответствующая уменьшению интенсивности излучения ТЕ-моды до нуля ($q = 0$), так и

симметричная ($q = \infty$). В целом рисунок полностью аналогичен рис. 9а из [10], рис. 3а из [11] и рис. 3а из [12]. Однако из этого, конечно, не следует вывод (который делают авторы [10–12]) о том, что с модами что-то происходит и они связаны с ВИС: на самом деле при изменении возбуждения моды совсем не изменяются, так как они определяются только *полосами* коэффициентов Ми q_n и p_n . Аналогичные графики имеют место и при возбуждении сферы осесимметричными пучками.

Отсутствие каких-либо новых "суперрезонансных" состояний видно также из рис. 9 в [12], на котором моды не имеют никаких особенностей в области предсказываемого возникновения "суперрезонансных" состояний.

Важнейшим своим открытием авторы [11] считают демонстрацию того, что добротность "квази-ВИС-моды" кремниевого резонатора может достигать величины $Q_{TE012} = 200$, недостижимой для обычных мод в сфере. Однако это утверждение неверно: в сфере такого же объёма для моды с аналогичной пространственной структурой (см. структуру, обозначенную как "supercavity mode" на рис. 1 в [11]) $Q_{TE301} = 250$, что существенно превышает добротность "супермод".

Увеличение добротности мод по закону $\varepsilon^{3,2}$ (заявленное в [11] как признак "суперрезонансного состояния") является типичным и хорошо известным для мод диэлектрических резонаторов, причём не самых добротных, как следует из теоретических работ [2, 4], а также видно из рис. 9 в [12]. Наиболее добротными являются ТМ-моды с $m = 0$ [3] (см. также синие кружки на рис. 9 в [12]). Исходя из точной теории Ми добротности аналогичных осесимметричных ТМ-мод в сфере при больших диэлектрических проницаемостях могут быть асимптотически описаны как $Q_1 \approx \varepsilon^{5/2}/2/X_1^3$, $Q_2 \approx 18\varepsilon^{7/2}X_2^5$, $Q_3 \approx \approx \varepsilon^{9/2}2025/2/X_3^7$ и т.д., где X_n — корень сферической функции Бесселя $J_n(X_n) = 0$. При $\varepsilon = 80$ добротности этих резонансов составляют $Q_1 = 237$, $Q_2 = 13291$ и $Q_3 = 490632$ при $ka = 0,4947$, $ka = 0,644$ и $ka = 0,778$ соответственно. Добротности этих обычных ТМ-мод сферы с $n = 2,3$ при сравнимых объёмах диэлектрика существенно превышают добротности, приписываемые "суперрезонансным" модам в цилиндре ($Q_{TM1,1,1} \approx 10^3$ (см. красные точки в зелёном кружке на рис. 9 в [12])), именно *приписываемые*, поскольку никаких "суперрезонансных" мод нет даже в модовой структуре, найденной самими авторами (см. рис. 9 в [12]!), поэтому приставка "супер" в данном случае никоим образом не может быть оправдана.

Таким образом, в работах [10–12] никаких новых "суперрезонансных" мод, отличных от уже известных для сферы, не найдено, а их связь с модами ВИС не показана. Работы [10–12] и содержащиеся в них заявления и некорректные результаты в части "суперрезонансных" квази-ВИС-мод никогда не увидели бы света, если бы авторы, как это принято, перед началом работы изучили обширную литературу по данному вопросу и следовали бы известному методологическому принципу "бритвы Оккама", согласно которому не надо множить сущности без необходимости.

Для возникновения действительно новых мод нужна новая физика резонатора. В частности, принципиально новые моды (по сравнению с модами обычных диэлектрических резонаторов) возникают, когда резонатор изготовлен из необычных материалов, например из магнитоматериалов с отрицательными показателем преломле-

ния [16] или из кирального метаматериала [17] и т.д., но это уже другая история.

Список литературы

1. Richtmyer R D *J. Appl. Phys.* **10** 391 (1939)
2. Sager O, Tisi F *Proc. IEEE* **56** 1593 (1968)
3. Van Bladel J *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **23** 199 (1975)
4. Mongia R K, Bhartia P *Int. J. Microwave Millimeter-Wave Comput.-Aided Eng.* **4** 230 (1994)
5. Okaya A *Proc. IRE* **48** 1921 (1960)
6. Okaya A, Barash L F *Proc. IRE* **50** 2081 (1962)
7. Геворкян В, Кочемасов В *Электроника: наука, технология, бизнес* (4) 62 (2016)
8. Hsu C W et al. *Nature* **499** 188 (2013)
9. Zhen B et al. *Phys. Rev. Lett.* **113** 257401 (2014)
10. Рыбин М В, Лимонов М Ф *УФН* **189** 881 (2019); Rybin M V, Limonov M F *Phys. Usp.* **62** (8) (2019) <https://doi.org/10.3367/UFNe.2019.03.038543>
11. Rybin M V et al. *Phys. Rev. Lett.* **119** 243901 (2017)
12. Bogdanov A A et al. *Adv. Photon.* **1** 016001 (2019)
13. Colton D, Kress R, in *Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory* 2nd ed. (Applied Mathematical Sciences, Vol. 93, D Colton, R Kress) (Berlin: Springer-Verlag, 1998) p. 165
14. Silveirinha M G *Phys. Rev. A* **89** 023813 (2014)
15. Klimov V V, Ducloy M, Letokhov V S *J. Mod. Opt.* **43** 2251 (1996)
16. Klimov V V *Opt. Commun.* **211** 183 (2002)
17. Klimov V V et al. *Opt. Express* **22** 18564 (2014)

On the existence of ‘super-resonant’ states in sub-wavelength dielectric resonators and their relation to bound states in the continuum

V.V. Klimov

*Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences,
Leninskii prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation
E-mail: klimov256@gmail.com*

It is shown in this letter related to the paper by M.V. Rybin and M.F. Limonov [*Physics–Uspekhi* **62** (8) (2019)] that in dielectric sub-wavelength resonators of equal volume but different shape no eigen-modes exist that would be qualitatively different from those in dielectric spheres. In particular, there are no ‘super-resonant’ modes in dielectric cylinders whose Q-factor would exceed that of similar modes in dielectric spheres of the same volume.

Keywords: nano-optics, dielectric sub-wavelength resonators, eigen-modes, Q-factors

PACS numbers: **42.25.–p**, 42.70.Qs, **78.67.–n**, 78.67.Pt

Bibliography — 17 references

Received 24 April 2019

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **189** (10) 1131–1133 (2019)

Physics–Uspekhi **62** (10) (2019)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.05.038619>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2019.05.038619>