Сентябрь 2018 г. **Том 188, № 9**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

О свойствах "потенциального" закона дисперсии нейтрона в преломляющей среде

А.И. Франк

Известно, что так называемый потенциальный закон дисперсии нейтронных волн в веществе обладает свойством, отличающим его от всех остальных законов дисперсии. В случае справедливости потенциального закона дисперсии нормальная компонента волнового вектора в среде зависит только от нормальной компоненты волнового вектора в вакууме. Для закона дисперсии любого другого вида это не так. Кроме того, потенциальный закон дисперсии обладает ещё одной особенностью. Оказывается, что считавшееся очевидным представление о равенстве групповой скорости нейтрона в среде произведению вакуумной скорости на показатель преломления справедливо только для потенциального закона дисперсии, когда эффективная масса нейтрона в среде равна инерциальной.

Ключевые слова: нейтронные волны, преломляющая среда, закон дисперсии, эффективная масса

PACS numbers: 03.65.Nk, 03.75.Be DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.11.038237

Известно, что показатель преломления для волн любой природы определяется как отношение волновых чисел в вакууме и среде. Фолди получил соотношение для показателя преломления скалярных волн любой природы, решая задачу о многократном рассеянии волн [1],

$$k^2 = k_0^2 + 4\pi\rho f(0)\,, \tag{1}$$

где k_0 — волновое число падающей волны, ρ — объёмная плотность рассеивающих центров, f — амплитуда рассеяния на нулевой угол. По-видимому, формула Фолди с высокой точностью справедлива для наиболее медленных, так называемых ультрахолодных, нейтронов [2, 3], для которых она принимает вид

$$k^2 = k_0^2 - 4\pi\rho b\,, \quad n^2 = 1 - \frac{4\pi\rho}{k_0^2}\,b\,, \quad n = \frac{k}{k_0}\,, \tag{2}$$

где b — длина рассеяния нейтрона на ядрах. Поскольку длина рассеяния — величина постоянная, из (1) следует, что квадрат волнового числа на границе вещества меняется на постоянную величину. Это позволяет описывать взаимодействие нейтронов со средой путём введения понятия эффективного потенциала [1]

$$U_{\text{eff}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m}\,\rho b\,. \tag{3}$$

Поэтому закон дисперсии (2) нередко называют потенциальным. Для холодных и тепловых нейтронов закон дисперсии (2) не вполне применим. В этом случае справедлива формула Лэкса [4, 5]

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi\rho}{k_0^2}\,f(k_0)\,c(k_0)\,, \tag{4}$$

причём в ней следует учитывать как зависимость амплитуды рассеяния от волнового числа,

$$f(k_0) \approx -b + \mathrm{i}k_0 b^2\,, \tag{5}$$

так и поправку на когерентное поле c, определяемую корреляциями между положениями рассеивателей [6–8]. Кроме того, в случае близких резонансов амплитуда рассеяния $f(k_0)$, определяемая формулой Брейта–Вигнера, может зависеть от k_0 очень сильно. Не ставя здесь своей целью обзор современного состояния теории дисперсии нейтронов (см., например, [6, 9]), отметим лишь, что в общем случае закон дисперсии нейтронных волн в преломляющей среде может отличаться от потенциального закона вида (2).

Известно, что потенциальный закон дисперсии обладает весьма важным свойством, отличающим его от всех других законов дисперсии [10, 11]. Если он справедлив, то изменение волнового числа на границе происходит только за счёт изменения компоненты $k_{0\perp}$ волнового вектора, нормальной к поверхности вещества. Поэтому все оптические явления в этом случае можно описывать, оперируя лишь нормальной к поверхности среды компонентой волнового вектора, не принимая во внимание компоненту, параллельную поверхности. Кроме того, факт движения среды параллельно поверхности раздела никак не сказывается на свойствах преломлённой волны. Напротив, наличие такой связи свидетельствует о

А.И. Франк. Объединённый институт ядерных исследований, Лаборатория нейтронной физики им. И.М. Франка, ул. Жолио-Кюри 6, 141980 Дубна, Московская обл., Российская Федерация
E-mail: frank@nf.jinr.ru

Статья поступила 6 мая 2017 г., после доработки 29 октября 2017 г.

[1] В последние годы потенциал (3) всё чаще называют фермиевским (Fermi potential). Мы избегаем этого термина, предпочитая ему термин "эффективный", поскольку сам Ферми пользовался представлением о показателе преломления в среде, а модельный точечный квазипотенциал ввёл только для описания рассеяния нейтрона на изолированном ядре в борновском приближении.

несправедливости (2), (3) [12–14]. Ниже показано, что у потенциального закона дисперсии есть ещё одно важное свойство.

Определяя показатель преломления как отношение волновых чисел в вакууме и среде, обычно подразумевают, что показатель преломления определяет таким же образом и отношение скоростей (см., например, [10, 15]). Это предположение, однако, не является очевидным.

Предположим, что нейтрон проходит через преломляющий образец длиной L с показателем преломления $n(k_0)$. Определим закон дисперсии среды как $k = F(k_0^2)$. Вычислим скорость нейтрона в среде $v = L/\tau$, где τ — время прохождения через образец. Положив в качестве последнего групповое время[2] [16, 17]

$$\tau = \hbar\,\frac{\mathrm{d}(\Delta\Phi)}{\mathrm{d}E}\,, \tag{6}$$

где E — энергия нейтрона, $E = [\hbar^2/(2m)]\,k_0^2$, и, принимая во внимание, что набег фазы $\Delta\Phi$ определяется очевидным образом как $\Delta\Phi = kL$, для скорости в среде получаем

$$v = \frac{1}{\hbar}\left(\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}E}\right)^{-1}. \tag{7}$$

Отсюда следует, что скорость в среде в общем случае определяется как

$$v = \frac{\hbar}{2m}\,(F')^{-1}\,, \tag{8}$$

где m — масса нейтрона, $F' = \mathrm{d}F/\mathrm{d}k_0^2$. Таким образом, скорость в среде зависит не только от показателя преломления n, но и от закона дисперсии среды. Из (8) следует, что, потребовав выполнения соотношения

$$v = nv_0\,, \tag{9}$$

мы немедленно приходим к требованию удовлетворения равенства $k^2 = k_0^2 + \chi^2$, где χ^2 — произвольная константа. Таким образом, соотношение (9), принимавшееся как очевидное, справедливо лишь для потенциального закона дисперсии.

Полученный результат легко объяснить. Учитывая, что природа показателя преломления для любых волн связана с интерференцией первичной и вторичных волн, порождаемых рассеивателями среды, естественно полагать, что нейтрон в среде является не истинной частицей, а квазичастицей, обладающей эффективной массой m^*. Понятие эффективной массы уже вводилось ранее для нейтрона, проходящего через кристалл в условиях дифракции [18, 19]. Положив для скорости нейтрона $v = \hbar k/m^*$, из (8) получаем

$$m^* = 2mkF'\,, \tag{10}$$

причём для потенциального закона дисперсии $F(k_0^2) = k_0^2 + \chi^2$ справедливо равенство $m^* = m$. Таким образом, важным свойством потенциального закона дисперсии (2), (3), отличающего его от всех остальных, является равенство эффективной массы нейтрона в среде его инерциальной массе.

Отметим также, что из пропорциональности эффективной массы производной дисперсионной функции следует, что масса может быть отрицательной. В работе [19] наблюдалось отклонение пучка нейтронов магнитным полем в условиях дифракции. В частности, было продемонстрировано отклонение пучка в направлении, противоположном направлению действующей силы, что соответствует случаю отрицательной эффективной массы.

В условиях пропускания через преломляющий образец отрицательная эффективная масса может в принципе появиться в случае резонансного поведения амплитуды рассеяния. Этот случай заслуживает, вероятно, более подробного обсуждения.

[2] Групповое время задержки (6) ранее часто называли фазовым.

Список литературы

1. Foldy L L *Phys. Rev.* **67** 107 (1945)
2. Ignatovich V K, Utsuro M *Phys. Rev. B* **55** 14774 (1997)
3. Барабанов А Л, Беляев С Т *ЯФ* **62** 824 (1999); Barabanov A L, Belyaev S T *Phys. At. Nucl.* **62** 769 (1999)
4. Lax M *Rev. Mod. Phys.* **23** 287 (1951)
5. Lax M *Phys. Rev.* **85** 621 (1952)
6. Sears V F *Phys. Rep.* **82** 1 (1982)
7. Warner M, Gubernatis J E *Phys. Rev. B* **32** 6347 (1985)
8. Sears V F *Z. Phys. A* **321** 443 (1985)
9. Barabanov A L, Belyaev S T *Eur. Phys. J. B* **15** 59 (2000)
10. Франк И М *УФН* **161** (11) 109 (1991); Frank I M *Sov. Phys. Usp.* **34** 988 (1991)
11. Klein A G, Werner S A *Rep. Prog. Phys.* **46** 259 (1983)
12. Sears V F *Phys Rev. A* **32** 2524 (1985)
13. Arif M et al. *Physica B + C* **151** 63 (1988)
14. Франк А И *ЭЧАЯ* **47** 1191 (2016); Frank A I *Phys. Part. Nucl.* **47** 647 (2016)
15. Франк А И и др. *ЯФ* **71** 1686 (2008); Frank A I et al. *Phys. At. Nuc.* **71** 1656 (2008)
16. Bohm D *Quantum Theory* (New York: Prentice-Hall, 1951) p. 257; Пер. на русск. яз.: Бом Д *Квантовая теория* (М.: Наука, 1965) с. 305
17. Wigner E P *Phys. Rev.* **98** 145 (1955)
18. Raum K et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 2859 (1995)
19. Zeilinger A et al. *Phys. Rev. Lett.* **57** 3089 (1986)

On the properties of the "potential" neutron dispersion law in a refractive medium

A.I. Frank. *Joint Institute for Nuclear Research, Frank Neutron Physics Laboratory, ul. Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow region, Russian Federation*
E-mail: frank@nf.jinr.ru

It is known that the so-called potential law of neutron-wave dispersion in matter is distinct from all other dispersion laws in that the normal component of the wave vector in a medium depends only on its vacuum value. There is also another feature to the potential dispersion law, related to the statement that the neutron group velocity in a medium is equal to the product of its vacuum velocity by the refraction index. Although generally accepted as obvious, this statement turns out to be valid only for the potential dispersion law, for which the neutron effective mass in a medium is equal to the inertial one.

Keywords: neutron waves, refractive medium, dispersion law, effective mass

PACS numbers: 03.65.Nk, 03.75.Be
Bibliography — 19 references
Uspekhi Fizicheskikh Nauk **188** (9) 997–998 (2018)
DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.11.038237

Received 6 May 2017, revised 29 October 2017
Physics – Uspekhi **61** (9) (2018)
DOI: https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.11.038237