

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Антигравитация во Вселенной

И.Д. Новиков

Рассматриваются вопросы, связанные с изучением влияния давления на гравитационное взаимодействие материи. Показано, что часто используемое утверждение о том, что согласно общей теории относительности тяготение создаётся не только плотностью массы ρ , но и давлением p в комбинации $\rho + 3p/c^2$, неверно. Рассмотрены реальное влияние давления на гравитацию и связанные вопросы.

Ключевые слова: общая теория относительности Эйнштейна, антигравитация

PACS numbers: **04.20.**–q, 98.70.Ve, **98.80.**–k

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.11.038258>

Содержание

1. Введение (773).
 2. Уравнения Эйнштейна для сферически-симметричного распределения и движения материи (774).
 3. Сравнение роли плотности материи и роли давления в создании гравитационного ускорения (775).
 4. Величина массы тела и создаваемое им ускорение (775).
 5. Вариации гравитационного ускорения для разных сферических распределений материи (775).
 6. Заключение (776).
- Список литературы (777).

1. Введение

Две теории в физической космологии занимают сейчас ведущее место. Это теория инфляции в самом начале расширения Вселенной [1] и наблюдаемое ускорение расширения в современной Вселенной [2]. Оба явления интерпретируются в рамках общей теории относительности (ОТО) как гравитационное отталкивание, вызванное материей с особым уравнением состояния.

Сам факт существования во Вселенной сил гравитационного отталкивания вызывает большой интерес к проблеме антигравитации вообще. Теоретически возможность существования антигравитации в рамках ОТО известна давно. В отличие от гравитации в теории Ньютона, где она является специальным полем, в ОТО гравитация описывается искривлением пространства-времени. Однако возможность антигравитации связана главным образом не с этим свойством ОТО, а с особенностями того, какие параметры обычной материи создают гравитационное поле. Обычно эта особенность описывается следующим образом. Приведём высказывания специалистов.

"Согласно ОТО в создании поля тяготения участвуют не только масса вещества, но и все виды энергии, давление и натяжение, которое имеется в веществе" [1].

Аналогично этому авторы [3] пишут: "...давление равноправно с ρ участвует в создании гравитационного поля..." или более конкретно количественно [2]: "Согласно общей теории относительности, тяготение создаётся не только плотностью среды, но и давлением в комбинации

$$\rho + \frac{3p}{c^2},$$

где ρ — плотность вещества, p — давление, c — скорость света. Наконец, в монографии [3] утверждается, что "с учётом давления, как показал Толмен (1930 г.), ускорение притяжения в ОТО для покоящегося вещества равно

$$g = -G \frac{4\pi}{3} \frac{R^3}{R^2} \left(\rho + 3 \frac{p}{c^2} \right). \quad (1)$$

Здесь g — ускорение свободного падения на поверхности шара радиусом R , G — постоянная тяготения Ньютона, $4\pi R^3/3$ — объём шара, плотность вещества внутри шара ρ и давление p предполагаются однородными.

Согласно приведённым выше цитатам учесть влияние эффектов ОТО очень просто: надо при вычислении тяготеющей массы заменить ρ ньютоновской теории величиной $^1 \rho + 3p/c^2$.

Теперь кажется ясным, что для получения антигравитации при положительном ρ надо предположить, что давление отрицательно и достаточно велико по абсолютной величине:

$$p < -\frac{1}{3} \rho c^2. \quad (2)$$

И.Д. Новиков. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Астрономический центр, ул. Профсоюзная 84/32, 117997 Москва, Российская Федерация; The Niels Bohr International Academy, The Niels Bohr Institute, Blegdamsvej 17, DK-2100, Copenhagen, Denmark; Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", пл. Академика Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация E-mail: novikov@asc.rssi.ru

Статья поступила 4 октября 2017 г.

¹ Подчеркнём, что мы пока не учитываем эффекты искривления пространства-времени в ОТО, т.е. рассматриваем достаточно малые некомпактные массы (см. об этом далее).

Неравенству (2) удовлетворяет, в частности, уравнение состояния вакуума, вакуумноподобного состояния "квинтэссенции" [4] и ряда других возможных форм материи [5–7].

Чаще всего проблемы гравитационного отталкивания рассматриваются в связи с моделями однородной Вселенной. При этом обычный путь учёта влияния тяготения на эволюцию Вселенной заключался в следующем. Выделялся небольшой сферический объём в однородной Вселенной и анализировались силы тяготения, создаваемые материей этого шара. Размер рассматриваемого шара выбирается малым, скорости расширения в нём также малы по сравнению с c и вещество можно считать покоящимся. Согласно как ньютоновской теории, так и ОТО при сферическом распределении материи внутри сферической полости вся внешняя материя никакого поля не создаёт. Поэтому учёт тяготения материи только внутренности выделенного шара достаточен для определения ускорения и динамики материи шара. Обычно выделяют достаточно малый шар, чтобы можно было пренебречь в его объёме искривлением пространства-времени. Тогда всё отличие ОТО от ньютоновской теории заключается в иных законах создания гравитации материей.

Как отмечено выше, считается, что для вычисления гравитационного ускорения на границе выделенного шара в ОТО достаточно заменить ρ ньютоновской теории величиной $\rho + 3p/c^2$. Снова обратимся к специалистам.

"Активная гравитационная плотность массы в почти однородном распределении есть [8]:

$$\rho_{\text{grav}} = \rho + 3p, \quad (3)$$

здесь $c = 1$.

В случае вакуума уравнение состояния принимает вид

$$p_v = -c^2 \rho_v. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получаем

$$\rho_{\text{grav}} = -2\rho_v. \quad (5)$$

Величина ρ_{grav} отрицательна при положительной плотности ρ_v . Отсюда

$$g = -G \frac{4\pi R^3}{3R^2} (-2\rho_v) = G \frac{8}{3} \pi R \rho_v. \quad (6)$$

Ускорение положительно, т.е. это гравитационное отталкивание, и оно пропорционально R . Отсюда обычно делается вывод, что если мы выделим сферическую массу радиусом R вакуумной материи Вселенной и поместим её в пустое пространство, то получим тело, создающее вокруг себя в пустоте антигравитацию. То же должно происходить и в случае шара из любой материи в пустоте, если уравнение состояния этой материи удовлетворяет (2). Цель настоящих методических заметок: 1) показать, что сделанные утверждения неверны; 2) рассмотреть связанные с этим вопросы.

2. Уравнения Эйнштейна для сферически-симметричного распределения и движения материи

Приведём уравнения Эйнштейна для сферически-симметричного распределения материи. Выражение для

интервала записывается в виде²:

$$ds^2 = \exp v c^2 dt^2 - \exp \lambda dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (7)$$

Здесь и далее мы обозначаем текущую радиальную координату через r , а радиус шара — через R . Для мгновенно покоящегося вещества, т.е. для случая, в котором радиальная скорость $v_r = 0$, $\dot{\lambda} = 0$ в рассматриваемый момент, уравнения ОТО для ненулевых компонент приобретают вид [9]:

$$8\pi G p = \exp(-\lambda) \left(\frac{v'}{r} + \frac{1}{r^2} \right) - \frac{1}{r^2}, \quad (8)$$

$$8\pi G p = \frac{1}{2} \exp(-\lambda) \left(v'' + \frac{v'^2}{2} + \frac{v' - \lambda'}{r} - \frac{v'\lambda'}{2} \right) - \frac{1}{2} \exp(-v) \ddot{\lambda}, \quad (9)$$

$$8\pi G \rho = -\exp(-\lambda) \left(\frac{1}{r^2} - \frac{\lambda'}{r} \right) + \frac{1}{r^2}. \quad (10)$$

Здесь и далее $c = 1$, G — постоянная Ньютона, ρ — плотность вещества, p — его давление, штрих означает дифференцирование по r , точка над обозначением величины — дифференцирование по t .

Уравнение равновесия имеет вид [9]

$$v' = -\frac{2p'}{p + \rho}. \quad (11)$$

Ковариантный вектор гравитационно-инерциального ускорения в данной точке по отношению к статической системе отсчёта (7) выражается как [11]³:

$$F_r = -\frac{1}{2} v'. \quad (12)$$

Уравнение (10) непосредственно интегрируется:

$$\exp \lambda = \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1}, \quad (13)$$

где

$$M = 4\pi \int_0^r \rho r^2 dr. \quad (14)$$

Комбинируя уравнения (8), (13), (14), получаем

$$-F_r = \frac{v'}{2} = G \frac{M + 4\pi r^3 p}{r^2(1 - 2GM/r)}. \quad (15)$$

Если система отсчёта статическая, то F_r — ускорение гравитации (уточнения см. в разделе 5). Знак v' определяет направление действия гравитации (см. выражение (12)). Знак плюс означает притяжение, знак минус — антигравитацию.

² Выражение (7) записано в координатах кривизны r . Для простейшей топологии трёхмерного пространства, применимой, например, для описания звёзд или планет, $0 \leq r < \infty$. Для более сложного случая кротовых нор следует воспользоваться более сложными координатами (см., например, [10]).

³ Во избежание недоразумений напомним, что F_r — это координатный вектор. Для получения физической величины ускорения необходимо составить скаляр $F = \sqrt{F_r F^r}$. В рассматриваемых ниже случаях, где гравитационный радиус всех объектов много меньше их размеров, F_r практически совпадает с физическим ускорением.

3. Сравнение роли плотности материи и роли давления в создании гравитационного ускорения

Если в данный момент система (7) не имеет деформационных ускорений (т.е. в выражении (9) $\dot{\lambda} = 0$), то вектор F_r описывает только гравитационное ускорение. С целью выделения гравитационных ускорений можно рассматривать равновесные распределения т.е. когда выполняется (9). Мы так и будем поступать, не интересуясь самыми краями распределений, где статичности может и не быть.

Гравитационное ускорение в системе отсчёта (7), в которой вещество в данный момент покоится, определяется ковариантным вектором (15) (см. [12]). Следует обратить внимание на то, что в определении v' плотность вещества ρ и давление p входят существенно разным образом. Величина v' зависит от двух параметров: массы M и давления p . Масса M зависит только от плотности ρ и определяется формулой (14), похожей на формулу ньютоновской теории, но отличающейся от ньютоновского значения (как суммы масс элементов его объёма) на величину гравитационного дефекта массы (см. [12]). Для малых R при фиксированном ρ эта разница незначительна. Давление p в выражение (14) вообще не входит. При тех же условиях величина в скобках в знаменателе (15) мало отличается от единицы. При этом без учёта второго слагаемого в числителе (15) мы имеем ньютоновское выражение F_r^N для ускорения свободного падения g^N :

$$F_r^N \approx g^N = -\frac{GM}{r^2}. \quad (16)$$

Второе слагаемое в числителе (15), учитывающее p , имеет совсем другой смысл. Здесь p берётся не как интеграл по всему распределению тяготеющей массы (как это было в случае ρ), а в точке измерения v' . Поэтому влияние p на величину ускорения v' по своей сути коренным образом отличается от влияния ρ !

Принципиально важные следствия этого обстоятельства рассмотрены в разделах 4, 5.

4. Величина массы тела и создаваемое им ускорение

Какое ускорение создаёт сферическое распределение материи? Оно определяется выражением (15) и для материи, и вовне, в пустоте. В пустоте $\exp \lambda$ определяется решением Шварцшильда [11]

$$-g_{11} = \exp \lambda = \left(1 - \frac{2GM_S}{r}\right)^{-1}, \quad (17)$$

где M_S — шварцшильдская масса.

Решение (17) совпадает с формулами (13), (14) за границей шара, $r > R$, если $M(R) = M_S$, где $M(R)$ — величина M на границе шара, при $r = R$. Таким образом, ускорение, создаваемое сферической массой в пустоте, за границей шара определяется величиной

$$-F_r = \frac{v'}{2} = G \frac{M(R)}{r^2(1 - 2GM(R)/r)}, \quad (18)$$

$$M(R) = 4\pi \int_0^R \rho r^2 dr. \quad (19)$$

В эти выражения давление p никак не входит (ср. с рассмотрением в разделе 3)! Отсюда, в частности, следует, что если мы возьмём шар из вакуумноподобной материи (скажем, "квинтэссенции") с вакуумным уравнением состояния (4) и $\rho > 0$, то вне шара, при $r > R$, получим не отталкивание, а притяжение! Поспешное заключение, что шар из вакуумной материи в пустоте создаёт антигравитацию, следует из неосторожного применения приведённых во введении высказываний о том, что для вычисления гравитационных сил в ОТО достаточно (при пренебрежении кривизной пространства-времени) сделать замену $\rho \rightarrow \rho + 3p$. Как показывает приведённый пример, это не так. Какова же причина появления и широкого употребления подобных высказываний?

Дело заключается в следующем. При рассмотрении космологической проблемы с однородным распределением вещества, так что $\rho = \text{const}$, $p = \text{const}$ в момент t , и при выделении шара с достаточно малым объёмом, так чтобы можно было: а) считать вещество покоящимся и б) пренебречь искривлением пространства-времени,

$$-F_r = \frac{v'(R)}{2} = G \frac{M(R) + 4\pi R^3 p}{R^2}, \quad (20)$$

$$M(R) = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho, \quad (21)$$

где R — радиус выделенного шара. Эти выражения совпадают с (1). Кроме того, заметим, что, как упомянуто во введении, Толмен [13] показал (см. также [9, 14]), что в случае стационарного равновесного распределения материи в асимптотически плоском пространстве-времени полная масса

$$M = \int (\rho + 3p) \sqrt{-g} dV, \quad (22)$$

где dV — элемент физического трёхмерного пространства, g — детерминант фундаментального метрического тензора, интеграл берётся по всему физическому статическому трёхмерному пространству. При $g = -1$ (22) совпадает с (1) и (20), (21).

Однако выражение (22) справедливо только для материи, находящейся в равновесии, и при интегрировании по всему пространству при определении полной массы M , а не текущей массы, зависящей от радиальной координаты. Вычисление полной массы, разумеется, не подходит для рассмотрения космологической проблемы. В этом заключается источник недоразумений, возникающих при применении высказываний типа: использовать $\rho + 3p$ вместо ρ для неоднородных распределений, хотя для однородных космологических моделей они оказываются верными. (См. также обсуждение полной массы в [14, с. 295].)

5. Вариации гравитационного ускорения для разных сферических распределений материи

Рассмотрим изолированный шар радиусом R из вакуумноподобной материи в пустом пространстве. Уравнение состояния материи внутри шара определяется (4). Плотность материи внутри шара постоянна, $\rho_v = \text{const} > 0$. Величину v' , определяющую ускорение, рассчитываем по формуле (15). Качественно зависимость $F_r = -v'/2$ от r

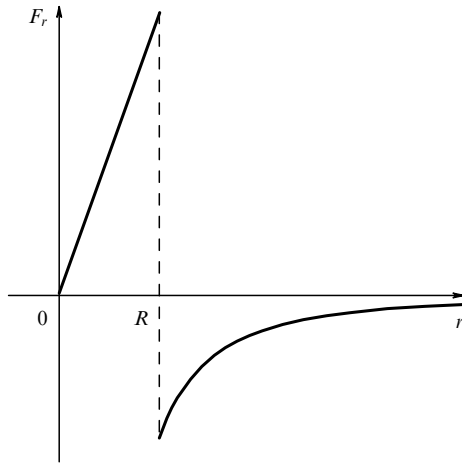


Рис. 1. Вариации $F_r = -v'/2$ в случае однородного шара радиусом R с $\rho_v = -p_v$, $\rho_v > 0$.

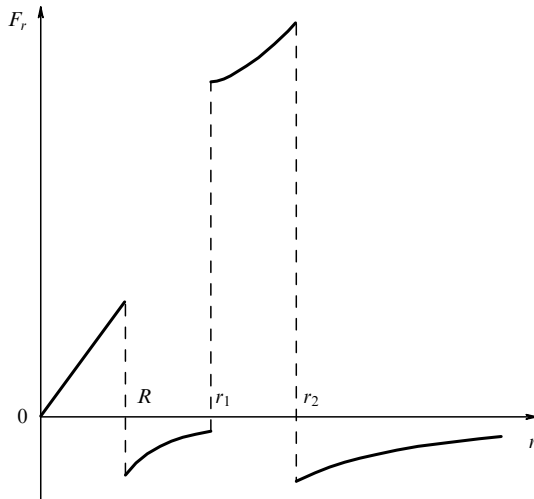


Рис. 2. Вариации $F_r = -v'/2$ в случае однородного шара радиусом R с $\rho_v = -p_v$, $\rho_v > 0$, окружённого сферической оболочкой с $\rho = \rho_v = -p_v$, расположенной между r_1 и r_2 .

показана на рис. 1. На этом рисунке, а также на рис. 2, 3 мы пренебрегаем эффектами на границах распределений. Как сказано в разделе 4, гравитационное поле в пустоте описывает притяжение массы M (21), в то время как внутри шара, при $r < R$, имеется антигравитация и для шара малого радиуса R

$$-F_r = \frac{v'}{2} = G \frac{4\pi r^3}{3r^2} (\rho_v + 3p_v) = -G \frac{8\pi}{3} \rho_v r. \quad (23)$$

Предположим теперь, что вокруг рассматриваемого шара радиусом R на некотором расстоянии от его поверхности имеется сферическая оболочка из вакуумной материи с плотностью ρ_v , внутренней границей $r_1 > R$ и толщиной $\Delta r = r_2 - r_1$. Вариации $F_r = -v'/2$ показаны на рис. 2.

Внутри сферического слоя толщиной Δr имеется антигравитация, а в пустоте и внутри, и снаружи сферы — гравитация. Разумеется, если мы окружим шар из обычной материи с $\rho > 0$ (скажем, планету) сферическим слоем из вакуумной материи, то внутри слоя антигравитация будет складываться с притяжением центрального шара.

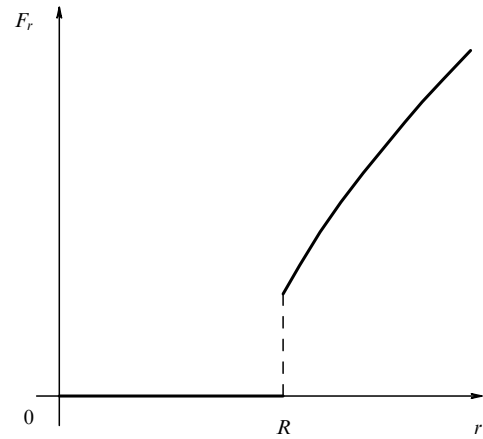


Рис. 3. Вариации $F_r = -v'/2$ в случае полую сферы радиусом R , окружённой однородным вакуумным веществом с $\rho_v = -p_v < 0$.

Наконец, рассмотрим полую сферу радиусом R , окружённую вакуумной материей с постоянной плотностью $\rho_v = \text{const} > 0$, $p_v = \text{const}$. Вариация $F_r = -v'/2$ определяется (14), (15) (рис. 3).

Сделаем следующее замечание. Если мы рассматриваем мгновенно статическое, но не равновесное распределение материи, то уравнение (9) содержит, вообще говоря, член с $\ddot{\lambda} \neq 0$. Это означает, что вектор F_r , который мы определяем, зависит частично и от начальных ускорений в деформации этой системы⁴. Нас интересует, например, при определении антигравитации в пустом пространстве ускорение F_r по отношению к системе статической и асимптотически плоской на бесконечности. В рассматриваемых нами случаях мы так и поступаем, имея в виду теорему Бирхгоффа.

Форма $\exp \lambda$ при M , определяемой (14), а также выражение для v' (15) однозначно определяют решение. Заметим, что в выражениях раздела 5 однородные распределения ρ_v являются равновесными, за исключением их краёв.

6. Заключение

Обратим внимание на рис. 2. На внутреннем крае оболочки отталкивание начинается сразу скачком. Это может привести к необычным физическим процессам. Но надо помнить, что изображённая на рис. 2 конструкция на краях неравновесна.

До сих пор мы рассматривали только случай изотропного, "паскалевского", давления. Сделаем важные замечания для случая анизотропного давления, когда p_1 вдоль радиального направления не совпадает с p_2 в трансверсальном направлении. Всюду выше, где мы говорили о величине v' и выводили соответствующие формулы, мы использовали только величину p_1 . Именно p_1 входит в определение величины тяготения или антигравитации. Величина p_2 используется, когда мы обращаемся к проблеме равновесия.

Заметим, что если из (8) и (10) мы определили λ и v , то при $p_1 \neq p_2$ можно положить в (9) $\ddot{\lambda} = 0$ и определить p_2 , которое делает систему равновесной. Мы не рассматри-

⁴ В общем случае F_r не сводится к (12) (см. [3]), но нас интересуют случаи, для которых выражение (12) справедливо.

ваем здесь возможные свойства p_2 и то, насколько они физически реальны, но сама математическая возможность такой операции показывает, что формально систему, определяемую (8) и (10), всегда можно сделать статической, не изменяя других её свойств.

В данных заметках мы также не рассматривали возможность (хотя бы принципиальную) существования объектов из материи с $\rho < 0$. Подробно возможность $\rho < 0$ и связанные с этим вопросы будут рассмотрены в отдельной работе. Здесь лишь заметим, что такая возможность существует (см., например, [6, 10]). В настоящей статье мы обращаем внимание, помимо принципиальных вопросов, на методическую сторону дела, стараясь показать, как поверхностное отношение к интерпретации формул иногда приводит к неверным утверждениям даже в весьма серьёзных статьях и монографиях, в том числе и автора этой статьи.

Подчеркнём, что первые идеи, приведшие к антигравитации во Вселенной, были высказаны Э.Б. Глине-ром (см. обзоры [15, 16]).

Благодарности

Автор благодарит сотрудников Астрокосмического центра Физического института им. П.Н. Лебедева РАН за обсуждение. Работа частично поддержана грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ НШ-6595.2016.2, грантом 15-02-00554 Российского фонда фундаментальных исследований и программой фундаментальных исследований Президиума РАН "Экспериментальные и теоретические исследования Солнечной системы и планетных систем звёзд. Переходные и взрывные процессы в астрофизике" (1.7П, П-7).

Автор благодарит Г.С. Бисноватого-Когана за обсуждения и С.В. Репина за помощь.

Список литературы

1. Новиков И Д *Как взорвалась Вселенная* (М.: Наука, 1988)
2. Черепашук А М, Чернин А Д *Вселенная, жизнь, черные дыры* (Фрязино: Век 2, 2003)
3. Зельдович Я Б, Новиков И Д *Строение и эволюция Вселенной* (М.: Наука, 1975)
4. Caldwell R R, Dave R, Steinhardt P J *Phys. Rev. Lett.* **80** 1582 (1998); astro-ph/9708069
5. Armendáriz-Picón C *Phys. Rev. D* **65** 104010 (2002); gr-qc/0201027
6. Ellis H G J. *Math. Phys.* **14** 104 (1973)
7. Ratra B, Peebles P J E *Phys. Rev. D* **37** 3406 (1988)
8. Peebles P J E, in *The Cosmological Model* (Hanoi: The GIOI Publ., 2003) p. 3
9. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000)
10. Дорошкевич А Г и др. *Астрон. журн.* **85** 685 (2008); Doroshkevich A G *Astron. Rep.* **52** 616 (2008)
11. Frolov V P, Novikov I D *Black Hole Physics. Basic Concepts and New Developments* (Dordrecht: Kluwer, 1998)
12. Зельдович Я Б, Новиков И Д *Релятивистская астрофизика* (М.: Наука, 1967); Пер. на англ. яз.: Zeldovich Ya B, Novikov I D *Relativistic Astrophysics* (Chicago: Univ. of Chicago Press, 1971 – 1983)
13. Tolman R C *Phys. Rev.* **35** 875 (1930)
14. Wald R M *General Relativity* (Chicago: Univ. of Chicago Press, 1984)
15. Глинер Э Б *УФН* **172** 221 (2002); Gliner E B *Phys. Usp.* **45** 213 (2002)
16. Черепашук А М *УФН* **183** 535 (2013); Cherepashchuk A M *Phys. Usp.* **56** 509 (2013)

Antigravitation in the Universe

I.D. Novikov

Astro Space Center, Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Profsoyuznaya 84/32, 117997 Moscow, Russian Federation; The Niels Bohr International Academy, The Niels Bohr Institute, Blegdamsvej 17, DK-2100, Copenhagen, Denmark; National Research Center "Kurchatov Institute", pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation
E-mail: novikov@asc.rssi.ru

This paper addresses questions concerning how pressure affects the matter-matter gravitational interaction. It invalidates the often-used claim that in the general theory of relativity gravitation is produced not only by the mass density ρ but also by the pressure p through the combination $\rho + 3p/c^2$. The way pressure actually influences gravitations is discussed together with some related problems.

Keywords: Einstein's general theory of relativity, antigravitation

PACS numbers: **04.20. – q**, 98.70.Ve, **98.80. – k**

Bibliography — 16 references

Received 4 October 2017

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **188** (7) 773 – 777 (2018)

Physics – Uspekhi **61** (7) (2018)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.11.038258>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.11.038258>