

К 60-ЛЕТИЮ ИНСТИТУТА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г.И. БУДКЕРА СО РАН

Аномальный магнитный момент мюона

И.Б. Логашенко, С.И. Эйдельман

Аномальный магнитный момент мюона a_μ является уникальным объектом, позволяющим с очень высокой точностью проверить Стандартную модель. На сегодняшний день наблюдается отличие в 3–4 стандартных отклонения между предсказанием Стандартной модели и наиболее точным результатом измерения. Представлен обзор современного состояния дел по вычислению a_μ в рамках Стандартной модели. Приведены принципы и история измерений a_μ , подробно описано наиболее точное измерение, проведённое в Брукхейвенской национальной лаборатории (США). Обсуждаются перспективы дальнейшего улучшения точности как расчётов, так и измерений a_μ .

Ключевые слова: аномальный магнитный момент, стандартная модель, электрон-позитронная аннигиляция, поляризация вакуума

PACS numbers: 07.05.Fb, 11.55.Fv, 12.20.Ds, 13.40.Em, 13.66.Bc, 14.60.Ef

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.02.038312>

Содержание

1. Введение (540).
 2. Аномальный магнитный момент мюона в Стандартной модели (543).
 - 2.1. Вклад электромагнитных взаимодействий. 2.2. Вклад слабых взаимодействий. 2.3. Вклад сильных взаимодействий. 2.4. Величина аномального магнитного момента мюона в Стандартной модели.
 3. Измерение аномального магнитного момента мюона (554).
 - 3.1. Серия измерений аномального магнитного момента мюона в ЦЕРНе. 3.2. Эксперимент E821 в Брукхейвенской национальной лаборатории.
 4. Перспективы. Заключение (569).
- Список литературы (571).

*Посвящается другу и учителю
Борису Исааковичу Хазину*

1. Введение

История изучения магнитных моментов элементарных частиц началась в 1921 г. со знаменитого опыта Штерна –

Герлаха [1]. В этом и последующих экспериментах было показано, что магнитный момент атомов серебра принимает ровно два значения, которые согласуются с величиной магнетона Бора $\pm e\hbar/2m_e$. Только через несколько лет, когда Г. Уленбек и С. Гюудсмит предположили существование спина у электрона [2] и стало понятно, что магнитный момент атомов серебра формируется спином единственного валентного электрона [3], выяснилось, что в опыте Штерна – Герлаха впервые был измерен спин электрона. Интересно отметить, что А. Комптон ещё в 1921 г. предположил существование спина электрона и наличие у него внутреннего магнитного момента для объяснения эффекта ферромагнетизма [4].

Магнитный момент μ элементарной частицы массой m связан с её спином s соотношением

$$\mu = g \left(\frac{q\hbar}{2m} \right) s, \quad (1)$$

где g — гиромагнитное отношение, q — заряд частицы. Из результатов измерений следовало, что для электрона $g_e = 2$, что в два раза превышало значение, ожидаемое из классического предела для орбитальных моментов. Релятивистское уравнение Дирака [5], предложенное в 1928 г., объяснило и наличие спина электрона, и величину гиромагнитного отношения.

Вторая мировая война привела к быстрому прогрессу в развитии микроволновой техники. Использование новой техники в физических лабораториях позволило на несколько порядков повысить точность измерений. В 1947 г. в ряде точных измерений сверхтонкой структуры атомных переходов [6, 7] было показано, что расщепление уровней несколько превышает предсказанное значение и это может свидетельствовать о том, что g_e немного отличается от 2. Гиромагнитное отношение принято записывать в виде

$$g = 2(1 + a), \quad (2)$$

И.Б. Логашенко. Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, просп. Академика Лаврентьева 11, 630090 Новосибирск, Российская Федерация;
Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Российская Федерация
E-mail: i.b.logashenko@inp.nsk.su

С.И. Эйдельман. Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, просп. Академика Лаврентьева 11, 630090 Новосибирск, Российская Федерация;
Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Российская Федерация;
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
Ленинский просп. 53, 119991 Москва, Российская Федерация
E-mail: s.i.eidelman@inp.nsk.su

Статья поступила 15 января 2018 г.

где безразмерную величину a называют *аномальным магнитным моментом*. В частности, из измерений [7] следовало, что $a_e = (1,15 \pm 0,04) \times 10^{-3}$.

Ю. Швингер в работах [8, 9] первым показал, что отличие g_e от 2 связано с радиационными поправками, и вычислил аномальный магнитный момент электрона в первом порядке теории возмущений: $a_e = \alpha/(2\pi) \approx 1,16 \times 10^{-3}$, что находилось в блестящем согласии с результатами измерений. Этот результат, а также вычисление величины лэмбовского сдвига, тоже открытого [10] в 1947 г., стали триумфом новой теории — квантовой электродинамики (КЭД).

Измерение [7] стало первым в длинной череде измерений a_e со всё возрастающей точностью. За два десятилетия, к началу 1970-х годов, точность измерения a_e улучшилась на 3–4 порядка, до нескольких миллионных долей (parts per million, ppm). Подробный обзор истории развития основных методик и результатов измерений гиромагнитного отношения электрона приведён в работе [11]. В последующие годы наилучшие результаты были получены с помощью резонансного метода, в котором измерения проводятся для одного электрона или позитрона, захваченного в ловушку Пеннинга [12]. В лучших на сегодня измерениях [13, 14] достигнута относительная точность измерения a_e 0,24 миллиардных долей (parts per billion, ppb), а g_e — 0,28 триллионных долей (parts per trillion, ppt).

Возможность измерения аномального магнитного момента мюона была предсказана Ли и Янгом как следствие выдвинутой ими гипотезы о несохранении чётности в слабых взаимодействиях [15]. Благодаря несохранению чётности мюоны оказываются уникальными лабораторными объектами: относительно легко получить пучки поляризованных мюонов, так как мюоны, рождённые при распаде пионов, являются продольно поляризованными, и относительно легко измерить направление спина мюона по угловому распределению распадных электронов. Другими словами, природа наделила мюоны "бесплатным" поляризатором и поляриметром.

Впервые измерение гиромагнитного отношения мюона g_μ было проведено на циклотроне Невисских лабораторий (Nevis Laboratories) [16] в США в 1957 г. Точность измерения, $g_\mu = 2,00 \pm 0,10$, тогда не позволяла сделать вывод о величине аномального магнитного момента мюона, однако в этом эксперименте было установлено, что мюон является точечной частицей (для составной частицы g_μ может существенно отличаться от 2), и подтверждено несохранение чётности при распадах пионов и мюонов. В 1960 г. были опубликованы результаты более точного измерения на циклотроне Nevis [17]: $g_\mu = 2(1,00122 \pm 0,00008)$, что приблизительно с 10%-ной точностью подтвердило, что $a_\mu \approx \alpha/(2\pi)$, где α — постоянная тонкой структуры, т.е. мюон является тяжёлым аналогом электрона.

Ненулевое значение a является результатом взаимодействия частицы с виртуальными частицами — флуктуациями квантовых полей, составляющих вакуум. Поэтому, измеряя величину аномального магнитного момента, можно оценить интегральный вклад всех существующих полей (взаимодействий), включая те, которые не описаны в рамках Стандартной модели. Величина аномального магнитного момента электрона практически полностью определяется электромагнитными взаимодействиями. Поэтому сверхточные измере-

ния a_e можно использовать для проверки квантовой электродинамики, на сегодняшний день — до пятого порядка по теории возмущений ($\sim (\alpha/\pi)^5$), а также для уточнения параметров КЭД, например для получения наиболее точного значения постоянной тонкой структуры α [13].

Доминирование электромагнитных взаимодействий несколько ослаблено в случае аномального магнитного момента мюона. Как впервые было отмечено в [18], большая масса мюона усиливает вклад массивных полей по сравнению с вкладом в a_e в $\sim (m_\mu/m_e)^2 \approx 43000$ раз, другими словами, мюон позволяет "заглянуть" в область более высоких q^2 и "увидеть" проявления полей за рамками КЭД (сильных и слабых взаимодействий и, возможно, взаимодействий за рамками Стандартной модели). Поэтому с самого начала возник большой интерес к измерениям a_μ , даже с точностью, значительно уступающей точности измерений a_e , именно как к более чувствительному инструменту по проверке теории.

Современная физическая теория, Стандартная модель [19–21], была в целом построена к концу 1960-х годов. Согласно Стандартной модели физика микромира описывается электромагнитными (КЭД), сильными (квантово-хромодинамическими — КХД) и слабыми взаимодействиями. Вплоть до настоящего времени Стандартная модель (СМ) демонстрировала исключительно высокую способность к описанию явлений, наблюдаемых в мире элементарных частиц. Новейшие открытия, например наблюдение осцилляций нейтрино, привели к необходимости некоторой модификации Стандартной модели. Однако эти изменения оказались достаточно небольшими относительно её изначальной формулировки, и они прекрасно вписались в основную канву теоретического построения.

Тем не менее ряд наблюдений, в первую очередь астрофизических, позволяет утверждать, что Стандартная модель неполна на фундаментальном уровне. Например, в СМ нет возможных кандидатов на роль частиц тёмной материи и тёмной энергии, наличие которых надёжно установлено по совокупности астрофизических наблюдений.

Существует множество теорий, расширяющих Стандартную модель, например семейство суперсимметричных теорий. Существуют также теории, кардинально меняющие взгляд на физику микромира, например теории струн. Однако экспериментальные данные в настоящее время не позволяют сделать выбор в пользу какого-либо варианта таких теорий. Поэтому одним из основных направлений исследований в области физики высоких энергий является поиск в лабораторных экспериментах явлений, которые не могут быть описаны в рамках СМ, — явлений "за рамками Стандартной модели". Их обнаружение должно дать толчок к созданию новой, более полной, теории мира и определению круга возможных претендентов на эту роль.

Основным направлением поисков является проведение экспериментов при всё возрастающих энергиях частиц. Особые надежды возлагаются на продолжающиеся эксперименты на Большом адронном коллайдере (БАК), где возможно рождение частиц с массой до нескольких ТэВ. Другое направление поисков — проведение экспериментов при относительно небольших энергиях, но с очень высокой точностью. Целью таких экспериментов является поиск либо очень редких явлений, запрещённых или сильно подавленных в Стандартной

модели, либо отличий измеренного значения наблюдаемой величины от её значения, предсказанного теорией. Измерение аномального магнитного момента мюона представляет собой самый яркий пример эксперимента последнего типа.

В 1960-х–1970-х годах в ЦЕРНе была проведена серия измерений аномального магнитного момента мюона со всё возрастающей точностью. В первом эксперименте (CERN I) [22, 23] удалось достичь относительной точности 0,4 % и подтвердить предсказания КЭД для величины a_μ с учётом вкладов порядка α/π и $(\alpha/\pi)^2$. В конце 1960-х годов во втором эксперименте (CERN II) [24] была достигнута относительная точность 0,027 %, что позволило проверить предсказание КЭД с учётом вкладов вплоть до $(\alpha/\pi)^3$. Кроме того, в этом эксперименте аномальный магнитный момент впервые был измерен как для μ^+ , так и для μ^- . В 1970-х годах в ЦЕРНе была проведена ещё одна серия экспериментов (CERN III) [25, 26], в которых впервые была применена методика, ставшая "золотым стандартом" для последующих экспериментов. Достигнутая точность в 7,3 ppm (или 0,00073 %) позволила "увидеть" не только вклад КЭД, но и вклад сильных взаимодействий с точностью $\sim 10\%$.

Следующий, наиболее точный на настоящий момент, эксперимент E821 по измерению аномального магнитного момента был проведён в конце 1990-х – начале 2000-х годов в Брукхейвенской национальной лаборатории (БНЛ) [27] в США. В целом, схема эксперимента повторяла схему эксперимента CERN III. Однако множество улучшений отдельных систем и использование новых подходов в схеме эксперимента позволили эксперименту E821 достичь точности, в 14 раз превышающей точность эксперимента CERN III. По результатам анализа всей накопленной статистики аномальный магнитный момент был измерен независимо для μ^- и μ^+ с точностью 0,7 ppm. Полученные результаты согласуются между собой, подтверждая CPT -инвариантность. Посредством объединения результатов для μ^- и μ^+ был получен окончательный результат измерения, точность которого составила 0,54 ppm. На этом уровне точности становятся существенными вклады всех взаимодействий, предсказанных Стандартной моделью.

Интерес вызывает не собственно величина аномального магнитного момента мюона, а её отличие от расчётного значения. В рамках Стандартной модели точности вычисления электромагнитного (лучше чем 0,001 ppm [28]) и электрослабого (лучше чем 0,01 ppm [29, 30]) вкладов значительно превышают точность измерения a_μ . В случае сильных взаимодействий ситуация принципиально отличается. Величина этого вклада достаточно велика, ~ 60 ppm, а точность вычисления на сегодняшний день оценивается как $\sim 40 \times 10^{-11}$, что очень близко к точности измерения a_μ и значительно хуже точности вычисления остальных вкладов. Особенность вычисления вклада сильных взаимодействий a_μ^{had} состоит в том, что ввиду непертурбативности КХД его нельзя провести из "первых принципов" в рамках теории возмущений. Фактически единственный метод, с помощью которого на сегодняшний день удаётся вычислить лидирующий вклад в a_μ^{had} , состоит в интегрировании полного сечения аннигиляции e^+e^- в адроны. Особенность вычисления заключается в том, что вклад каждой области энергий входит в интеграл с весом $\sim 1/E^2$, где E — энергия электрона и позитрона в системе центра масс, поэтому

основной вклад набирается в области низких энергий. В дальнейшем для обозначения энергии мы будем использовать кинетический параметр $s = 4E^2$.

Полное сечение аннигиляции e^+e^- в адроны или близко связанное с ним отношение сечений $R(s) = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ хорошо предсказываются в рамках КХД в области высоких энергий, когда становятся применимыми методы теории возмущений. Однако в области низких энергий единственный способ определить $R(s)$ — измерить его в эксперименте. Во всех существующих расчётах a_μ^{had} (например, [31, 32]) интегрирование в области низких энергий проводится по экспериментальным данным, а в области высоких энергий — с использованием предсказаний пертурбативной КХД. Энергия, при которой происходит переход от экспериментальных данных к расчётным, различается для разных расчётов, варьируясь в диапазоне от 1,8 до 5 ГэВ. Таким образом, от точности измерения $R(s)$ в области низких энергий, от порогового значения $2m_\pi$ до приблизительно 2 ГэВ в системе центра масс, непосредственно зависит точность расчёта вклада сильных взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона и, соответственно, точность сравнения измеренного и расчётного значений a_μ . При этом определяющую роль играет систематическая ошибка измерений, так как она не усредняется при интегрировании.

В обсуждаемой области энергий $\sqrt{s} \leq 2$ ГэВ измерить $R(s)$ инклюзивно, т.е. непосредственно измерить сечение $e^+e^- \rightarrow X$, где X — любое адронное состояние, с высокой точностью очень сложно. Последнее связано с тем, что в этой области энергий мала средняя множественность частиц, поэтому для определения с высокой точностью эффективности регистрации необходимо, чтобы была детально известна динамика данного процесса (другими словами, угловые и энергетические распределения вторичных частиц). Однако именно в этой области энергий КХД не может предсказать соответствующие распределения. Поэтому для измерения $R(s)$ используется эксклюзивный подход — измеряется сечение $\sigma_X(s)$ для каждого возможного конечного состояния X отдельно и $R(s)$ вычисляется как сумма всех эксклюзивных сечений. Таким образом, каждое возможное конечное состояние вносит свой независимый вклад в a_μ^{had} , и все эти вклады суммируются. Из всех конечных состояний доминирующий вклад в a_μ^{had} , около 80 %, вносит самый простой адронный канал $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$.

Наиболее точные прямые измерения эксклюзивных сечений рождения адронов были проведены в Институте ядерной физики (ИЯФ) им. Г.И. Будкера СО РАН в цикле экспериментов с детекторами КМД-2 (криогенный магнитный детектор — КМД) [33] и СНД (сферический нейтральный детектор) [34] на ускорительно-накопительном комплексе ВЭПП-2М¹. Набор данных проводился с 1993 г. по 2000 г., основные результаты были опубликованы в начале 2000-х годов. ВЭПП-2М закончил работу в 2001 г., и на его месте началось строительство e^+e^- -коллайдера ВЭПП-2000 [35] с более широкой рабочей областью энергий, до 2 ГэВ, и на порядок более высокой светимостью. Два детектора, КМД-3 [36] и модернизированный СНД [37], начали набор экспериментальной статистики в 2010 г. Измерение сечений $e^+e^- \rightarrow$ адроны является одной из основных задач экспе-

¹ ВЭПП — аббр. от "Встречные электронно-позитронные пучки".

риментов. Результаты для некоторых конечных состояний уже опубликованы [38].

Благодаря появлению новых e^+e^- -коллайдеров с высокой светимостью: В-фабрик BaBar [39] и Belle [40] и ϕ -фабрики KLOE (K_L^0 LOng Experiment) [41, 42] — в начале 2000-х годов была развита новая методика измерения адронных сечений — методика радиационного возврата (Initial-State Radiation, ISR). Наиболее детальное измерение сечений методом радиационного возврата было проведено в эксперименте BaBar [43].

С учётом всех существующих на сегодняшний день измерений $R(s)$ точность вычисления a_μ в рамках Стандартной модели достигла уровня 0,3–0,4 ppm [44, 45]. Между результатом измерения аномального магнитного момента мюона в эксперименте E821 и его предсказанием в рамках Стандартной модели наблюдается разница на уровне 3,5–4 стандартных отклонений. Учитывая сложность эксперимента и расчётов, такой уровень различия преждевременно интерпретировать как надёжно установленный факт проявления взаимодействий за рамками Стандартной модели. Тем не менее этот результат вызвал огромный интерес научного сообщества, и на сегодняшний день он является наиболее значимым наблюдением расхождения предсказания Стандартной модели с результатами лабораторного эксперимента.

В настоящем обзоре обсуждается современное состояние дел по измерению аномального магнитного момента мюона и вычислению его величины в рамках Стандартной модели.

2. Аномальный магнитный момент мюона в Стандартной модели

В Стандартной модели значимый вклад в аномальный магнитный момент мюона вносят все взаимодействия, кроме гравитационного, — электромагнитное, сильное и слабое:

$$a_\mu = a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{had}} + a_\mu^{\text{EW}}. \quad (3)$$

2.1. Вклад электромагнитных взаимодействий

Вклад электромагнитных взаимодействий (КЭД) является доминирующим — следующий по величине вклад сильных взаимодействий составляет менее 10^{-4} величины a_μ^{QED} . На сегодняшний день проведены вычисления до пятого порядка теории возмущений. Хотя точность вычисления электромагнитного вклада значительно превышает точность измерения, представляет интерес более детально обсудить структуру этого вклада и факторы, определяющие точность. Кроме того, интересно сравнить результаты вычислений a_μ^{QED} и a_e^{QED} — в этих вычислениях фигурирует идентичный набор диаграмм Фейнмана, однако результаты существенно различаются, так как доминирующий вклад вносят диаграммы различного типа.

Вклад электромагнитных взаимодействий традиционно представляют в виде следующего разложения [46]:

$$a_\mu^{\text{QED}} = A_1 + A_2 \left(\frac{m_\mu}{m_e} \right) + A_2 \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right) + A_3 \left(\frac{m_\mu}{m_e}, \frac{m_\mu}{m_\tau} \right). \quad (4)$$

Здесь A_1 представляет собой универсальный вклад, одинаковый для всех лептонов. В диаграммном представлении ему соответствуют диаграммы, в которых либо нет замкнутых лептонных петель, либо в петлях присут-

ствуют только те же лептоны, что и во внешних линиях (т.е. мюоны в случае a_μ^{QED} и электроны в случае a_e^{QED}). Остальные вклады соответствуют диаграммам с петлями, в которых лептоны отличаются от лептонов во внешних линиях. Очевидно, что вклады A_2 появляются только во втором порядке теории возмущений, а A_3 — в третьем.

Каждый из вкладов A_i может быть представлен в виде разложения по α :

$$A_i = A_i^{(2)} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) + A_i^{(4)} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 + A_i^{(6)} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 + A_i^{(8)} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^4 + A_i^{(10)} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^5 + \dots \quad (5)$$

Удобно также представить конечный результат в виде разложения по α :

$$a_\mu^{\text{QED}} = C_1 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) + C_2 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 + C_3 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 + C_4 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^4 + C_5 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^5 + \dots, \quad (6)$$

где в коэффициентах C_i просуммированы соответствующие вклады $A_1^{(2i)}$, $A_2^{(2i)}$ и $A_3^{(2i)}$.

В первом порядке теории возмущений (рис. 1) присутствует только универсальный вклад:

$$C_1 = A_1^{(2)} = \frac{1}{2}. \quad (7)$$

Этот результат впервые был получен Ю. Швингером [9] в 1948 г.

Во втором порядке электромагнитный вклад описывается девятью диаграммами (рис. 2). Диаграммы 1–7 являются универсальными, соответствующий вклад A_1 был получен [47, 48] в 1957 г. Приближённое выражение для вклада электронной поляризации вакуума (диаграмма 8 на рис. 2) было получено [49, 50] в 1957 г., а точное [51] — только через 10 лет, в 1966 г. Значительно позднее была найдена компактная форма этого выражения [52]. Окончательно во втором порядке теории возмущений (см., например, [53]):

$$\begin{aligned} A_1^{(4)} &= -0,32847896557919378 \dots, \\ A_2^{(4)} \left(\frac{m_\mu}{m_e} \right) &= 1,0942583111(84), \\ A_2^{(4)} \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right) &= 0,000078064(25), \\ C_2 &= 0,765857410(27). \end{aligned} \quad (8)$$

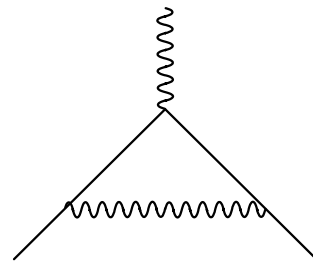


Рис. 1. Диаграмма, иллюстрирующая поправку первого порядка $\alpha/(2\pi)$ к магнитному моменту.

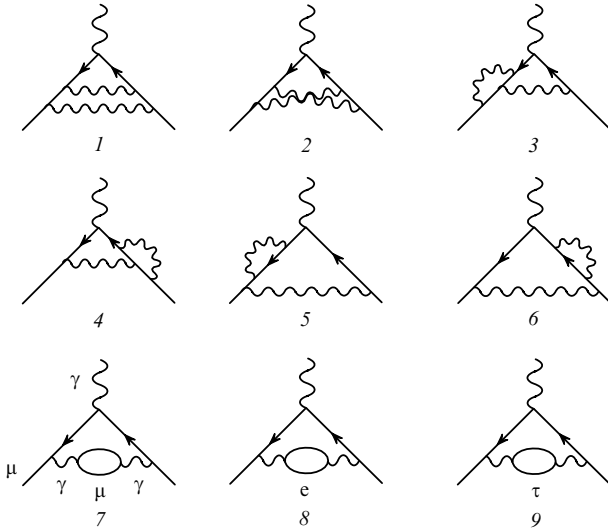


Рис. 2. Электромагнитные вклады второго порядка в a_μ [45].

Заметим, что для $A_2^{(4)}$ приведена погрешность, в то время как $A_1^{(4)}$, а также $A_1^{(2)}$ (7) вычислены точно. Это связано с тем, что $A_2^{(4)}$ зависят от внешних параметров m_μ/m_e и m_μ/m_τ , которые известны с определённой точностью.

Сравнивая эти результаты с результатами аналогичных расчётов a_e во втором порядке теории возмущений [53]:

$$\begin{aligned} A_1^{(e,4)} &= -0,32847896557919378 \dots, \\ A_2^{(e,4)} \left(\frac{m_e}{m_\mu} \right) &= 5,19738670(28) \times 10^{-7}, \\ A_2^{(e,4)} \left(\frac{m_e}{m_\tau} \right) &= 1,83762(60) \times 10^{-9}, \\ C_2^e &= -0,32847844400290(60), \end{aligned} \quad (9)$$

можно заметить, что если в первом порядке $C_1^\mu = C_1^e$, то во втором порядке C_2^μ и C_2^e значительно различаются и точность вычисления C_2^e существенно выше из-за подавленности вкладов, зависящих от отношения масс лептонов. Эти результаты наглядно иллюстрируют особенность поведения лептонной поляризации вакуума на разных масштабах. В случае, когда масса лептона в петле значительно меньше массы лептона во внешних линиях (электронные петли при расчёте a_μ), однопетлевой вклад пропорционален большой величине логарифма $\ln(m_\mu/m_e) \approx 5,3$, т.е. значительно усилен. В противоположном случае, когда масса лептона в петле значительно больше массы лептона во внешних линиях (тау-лептонные петли при расчёте a_μ), однопетлевой

вклад пропорционален $(m_\mu/m_\tau)^2 \approx 0,0036$, т.е. значительно подавлен.

В третьем порядке электромагнитный вклад описывается более чем 100 диаграммами. Универсальный вклад описывается 72 диаграммами. Расчёт этих диаграмм численными методами был закончен к началу 1990-х годов [54]. Аналитическое вычисление заняло около 30 лет, и окончательный результат [55] был получен в 1996 г.

Вклады, зависящие от отношения масс лептонов, описываются диаграммами, в которых один из лептонов во внутренних петлях заменяется электроном или тау-лептоном. Эти вклады можно разбить на две группы: поляризационные, в которых в одну из фотонных линий вставлена лептонная петля, и вклады рассеяния света на свете (light-by-light — LbL) (рис. 3). Аналитическое выражение для первой группы получено в [56], для второй группы — в [57]. Впервые появившиеся в третьем порядке вклады рассеяния свет-на-свете с электронной петлёй являются доминирующими, так как они содержат члены $\sim \pi^2 \ln(m_\mu/m_e)$: сумма поляризационных вкладов с электронными петлями составила $A_2^{(pol,6)}(m_\mu/m_e) = 1,920455130(33)$, а суммарный вклад рассеяния света на свете — $A_2^{(LbL,6)}(m_\mu/m_e) = 20,94792489(16)$.

В третьем порядке впервые появились вклады типа A_3 , в которых одновременно присутствуют и электронные, и тау-лептонные петли. Аналитическое выражение для вклада A_3 было получено [58] в 1999 г. и позднее независимо подтверждено в [59].

При объединении всех вкладов в третьем порядке теории возмущений [53] получены значения:

$$\begin{aligned} A_1^{(6)} &= 1,181241456587 \dots, \\ A_2^{(6)} \left(\frac{m_\mu}{m_e} \right) &= 22,86838002(20), \\ A_2^{(6)} \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right) &= 0,00036051(21), \\ A_3^{(6)} \left(\frac{m_\mu}{m_e}, \frac{m_\mu}{m_\tau} \right) &= 0,00052766(17), \\ C_3 &= 24,05050964(43). \end{aligned} \quad (10)$$

В четвёртом порядке теории возмущений общее число диаграмм превышает 1000. Большое количество и сложность диаграмм не позволяют вычислить их аналитически. Начиная с четвёртого порядка основным методом вычисления становится численное интегрирование, предложенное и доведённое до совершенства в течение многих лет Т. Киношито и его коллегами [54].

Универсальный вклад в четвёртом порядке описывается 891 диаграммой. Численное интегрирование этих диаграмм было закончено [60–64] к 1990 г. и уточнено

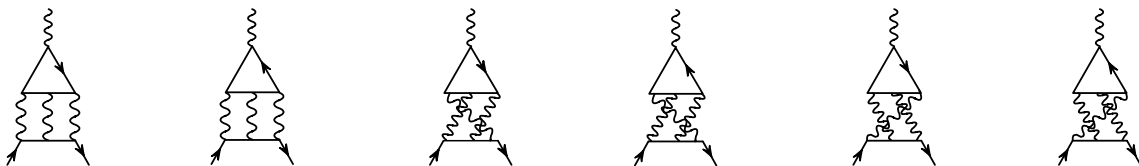


Рис. 3. Электромагнитные вклады рассеяния света на свете в третьем порядке в a_μ .

впоследствии [65–69]. Часть диаграмм вычислена аналитически [70]. В 2017 г. опубликован результат длившегося около 20 лет полуаналитического расчёта универсального вклада [71]. В этом подходе вычисление 891 диаграммы сводилось к вычислению 334 мастер-интегралов, которые находились численно с очень высокой точностью (9600 знаков). Предполагая, через какие иррациональные числа (например, $\ln 2$, значения дзета-функции Римана $\zeta(n)$, гармонических полилогарифмов и т.д.) могут выражаться величины этих интегралов, авторы с помощью алгоритма поиска целочисленных соотношений PSQL [72] подбирали рациональные коэффициенты перед соответствующими членами. Результат такого полуаналитического расчёта

$$A_1^{(8)} = -1,912245764926445574152647167439830054060873390658725345 \dots \quad (11)$$

находится в прекрасном согласии с результатом численного интегрирования (приведённым ниже).

Как и в предыдущих порядках теории возмущений, основной вклад в C_4 дают диаграммы с электронными петлями, т.е. $A_2^{(8)}(m_\mu/m_e)$. Всего таких диаграмм 469. Впервые этот вклад был полностью вычислен с помощью численного интегрирования в [46]. Впоследствии в первоначальных расчётах обнаружились ошибки, связанные с недостаточной точностью 8-байтовой вещественной арифметики (double precision в языке Фортран) и недостаточной статистикой расчётов методом Монте-Карло. Развитие методики расчётов и улучшение программного кода позволили значительно повысить точность и надёжность результата [28, 73]. Часть диаграмм была вычислена аналитически [70, 74–77]. Небольшой вклад диаграмм с тау-лептонными петлями был рассчитан с помощью численного интегрирования.

Посредством объединения всех вкладов в четвёртом порядке теории возмущений [28] получены:

$$\begin{aligned} A_1^{(8)} &= -1,91298(84), \\ A_2^{(8)}\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right) &= 132,6852(60), \\ A_2^{(8)}\left(\frac{m_\mu}{m_\tau}\right) &= 0,04234(12), \\ A_3^{(8)}\left(\frac{m_\mu}{m_e}, \frac{m_\mu}{m_\tau}\right) &= 0,06272(4), \\ C_4 &= 130,8734(60). \end{aligned} \quad (12)$$

Точность вычисления определяется статистической точностью численного интегрирования методом Монте-Карло.

В пятом порядке число диаграмм достигает нескольких десятков тысяч. Только универсальный вклад определяется 12672 диаграммами, и до недавнего времени существовала лишь оценка этого вклада. В 2012 г. впервые был представлен результат численного расчёта всех диаграмм, определяющих универсальный вклад [68], впоследствии этот результат был уточнён [69]. Первоначальная оценка доминирующего вклада с электронными петлями, $A_2^{(10)}(m_\mu/m_e)$, была сделана [46] в 1990 г. Независимые более точные оценки этого вклада получены в [78–81]. Полностью вклад пятого порядка был вычислен

[28] только в 2012 г. Окончательно в пятом порядке теории возмущений [28, 68]:

$$\begin{aligned} A_1^{(10)} &= 7,795(336), \\ A_2^{(10)}\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right) &= 742,18(87), \\ A_2^{(10)}\left(\frac{m_\mu}{m_\tau}\right) &= -0,068(5), \\ A_3^{(10)}\left(\frac{m_\mu}{m_e}, \frac{m_\mu}{m_\tau}\right) &= 2,011(10), \\ C_5 &= 751,917(932). \end{aligned} \quad (13)$$

Как и в четвёртом порядке, точность вычисления определяется статистической точностью численного интегрирования методом Монте-Карло.

Вклад шестого порядка пока неизвестен, однако существуют его первые оценки [28, 82], которые показывают, что величина этого вклада может превышать точность вычисления вклада пятого порядка.

Для вычисления a_μ^{QED} с использованием разложения (6) кроме коэффициентов C_i , обсуждённых ранее, должен быть известен параметр разложения α/π . Интересно, что наиболее точное значение постоянной тонкой структуры α извлекается [69] из измерения аномального магнитного момента электрона a_e [14] при предположении, что вклад взаимодействий за рамками Стандартной модели пренебрежимо мал:

$$\frac{1}{\alpha} = 137,0359991570(29)(27)(18)(331). \quad (14)$$

Из приведённых четырёх вкладов в точность определения α первые три соответствуют точности расчёта (четвёртого и пятого порядков и вклада слабых и сильных взаимодействий), а последний, доминирующий, — точности измерения a_e .

В таблице 1 сведены вместе коэффициенты разложения C_i и вклады соответствующего порядка $C_i(\alpha/\pi)^i$ в a_μ^{QED} согласно [45]. Для сравнения приведены также аналогичные коэффициенты разложения C_i^e для a_e^{QED} . Значения коэффициентов немного отличаются от приведённых ранее, так как они пересчитаны с учётом более точных значений α , m_μ/m_e и m_τ/m_e [83]. Можно заметить принципиальное различие между a_e и a_μ : в первом случае коэффициенты разложения остаются небольшими и меняют знак, а во втором случае наблюдается быстрое возрастание коэффициентов с увеличением порядка разложения. Как отмечено выше, это связано с доминированием различных диаграмм: универсального вклада в случае a_e и диаграмм с электронными петлями в случае a_μ . Несмотря на быстрое возрастание коэффициентов, параметр разложения α/π является достаточно малым, чтобы обеспечить хорошую сходимость ряда. Интересно

Таблица 1. Вклады различного порядка теории возмущений в a_μ^{QED}

Порядок	C_i^e	C_i^μ	$C_i^\mu(\alpha/\pi)^i, \times 10^{11}$
1	0,5	0,5	116140973,2420(260)
2	-0,32847844400	0,765857423(16)	413217,6270(90)
3	1,181234017	24,05050982(28)	30141,9022(4)
4	-1,9113(18)	130,8734(60)	380,9900(170)
5	9,16(58)	751,92(93)	5,0845(63)

также, что наибольший абсолютный вклад в точность вычисления a_μ^{QED} вносит первый порядок: хотя коэффициент разложения C_1 известен точно, этот вклад настолько велик, что становится существенной точность определения α .

Окончательно вклад электромагнитных взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона [45] составляет:

$$a_\mu^{\text{QED}} = [116584718,859 \pm 0,026 \pm 0,009 \pm 0,017 \pm 0,006(\pm 0,034)] \times 10^{-11}, \quad (15)$$

где первые четыре ошибки соответствуют погрешностям: в определении α , определении отношения масс лептонов и вычислении вкладов четвертого и пятого порядков. После объединения всех вкладов окончательная точность определения a_μ^{QED} оценивается величиной $0,034 \times 10^{-11}$, или 0,29 prb, что на несколько порядков лучше точности измерения a_μ .

2.2. Вклад слабых взаимодействий

Вклад электрослабых взаимодействий в первом порядке теории возмущений был независимо вычислен несколькими группами [84–87] в 1972 г., практически сразу после доказательства перенормируемости [88, 89] появившейся незадолго до того Стандартной модели [19, 20]. Этот вклад определяется двумя диаграммами, показанными на рис. 4, которые частично сокращаются:

$$\begin{aligned} a_\mu^{(2)\text{EW}} &= \frac{\sqrt{2}G_F m_\mu^2}{16\pi^2} \left(\frac{10}{3} (W) - \frac{5 - (1 - 4 \sin^2 \Theta_W)^2}{3} (Z) \right) = \\ &= (388,71(0) (W) - 193,90(1) (Z)) \times 10^{-11} = \\ &= 194,81(1) \times 10^{-11}, \end{aligned} \quad (16)$$

где G_F — постоянная Ферми, Θ_W — угол Вайнберга.

Вклад диаграммы с обменом хиггсовским бозоном пренебрежимо мал из-за малости соответствующей константы связи.

В то время вклад слабых взаимодействий являлся довольно "экзотическим" — он был на два порядка меньше точности измерения a_μ . Только с началом планирования эксперимента в БНЛ появился интерес к более точному вычислению вклада слабых взаимодействий. Результат первой оценки доминирующих вкладов во втором порядке [90], опубликованный в 1992 г., был неожиданным: вклад второго порядка оказался очень значительным, более 20 % величины вклада первого порядка:

$$a_\mu^{(4)\text{EW}} \approx (-42 \pm 5) \times 10^{-11}, \quad (17)$$

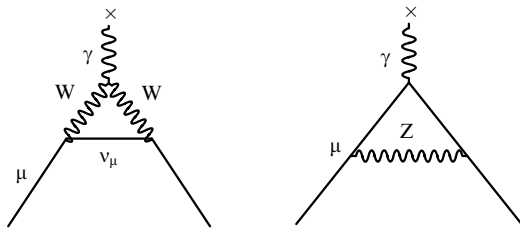


Рис. 4. Диаграммы, иллюстрирующие вклад слабых взаимодействий в a_μ в первом порядке.

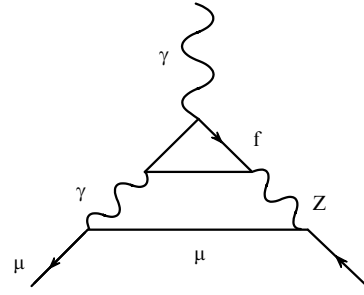


Рис. 5. Пример треугольных диаграмм, возникающих во втором порядке при вычислении вклада слабых взаимодействий.

из-за логарифмического усиления, $\sim \ln(M_Z/m_t)$, отдельных диаграмм. Это можно сравнить с ожидаемым уровнем электромагнитных поправок к вкладу первого порядка:

$$a_\mu^{(4)\text{EW}, \gamma} \sim \frac{\sqrt{2}G_F m_\mu^2}{16\pi^2} \frac{\alpha}{\pi} \approx 0,27 \times 10^{-11}. \quad (18)$$

Полное вычисление вклада слабых взаимодействий во втором порядке теории возмущений оказалось сложной задачей — этот вклад описывается 1678 диаграммами. Особую сложность вызывает необходимость учёта вклада петлевых диаграмм с лёгкими кварками. Во втором порядке появляются треугольные диаграммы, пример которых приведён на рис. 5. В работе [90] учтено только подмножество таких диаграмм с лептонными петлями. Однако известно, что в таких диаграммах появляется аксиальная аномалия Адлера – Белла – Джеккива [91–93], которая сокращается, если суммируются диаграммы со всеми фермионами одного семейства. Поэтому требуется учёт треугольных диаграмм и с кварковыми петлями, которые частично компенсируют лептонные петли. Первая оценка суммарного вклада треугольных диаграмм с фермионными петлями была сделана в [94], а полностью этот вклад вычислен в [95]. Вклад остальных диаграмм, без фермионных петель, впервые был вычислен в [29], что позволило получить значение полного вклада слабых взаимодействий во втором порядке. Этот результат впоследствии был уточнён [96, 97]. Вклад слабых взаимодействий зависит от массы хиггсовского бозона m_H . После его обнаружения и определения его массы [98, 99] было получено окончательное на сегодняшний день значение вклада во втором порядке [30]:

$$a_\mu^{(4)\text{EW}} = (-41,20 \pm 0,22 \pm 0,72) \times 10^{-11}, \quad (19)$$

где первый вклад в ошибку связан с точностью определения массы бозона Хиггса m_H и массы t-кварка m_t , а второй — с точностью вычисления адронных петель. Удивительно, что после многолетних усилий и значительного улучшения методики вычислений окончательный результат оказался очень близким к первоначальной оценке (17) [90].

Оценка вклада слабых взаимодействий в третьем порядке теории возмущений в логарифмическом приближении получена в [96, 97]:

$$a_\mu^{(6)\text{EW}} \approx (0,16 \pm 0,20) \times 10^{-11}. \quad (20)$$

Окончательно вклад слабых взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона [30]:

$$a_{\mu}^{\text{EW}} = (153,6 \pm 1,0) \times 10^{-11}, \quad (21)$$

где в ошибке учитывается точность определения m_H и m_t , а также точность вычисления диаграмм с кварками и возможная величина вклада третьего порядка. Хотя точность вычисления a_{μ}^{EW} более чем на порядок ниже точности вычисления a_{μ}^{QED} , она на порядок выше точности измерения a_{μ} .

2.3. Вклад сильных взаимодействий

Вклад сильных взаимодействий в a_{μ} , хотя он и меньше на четыре порядка вклада электромагнитных взаимодействий, является очень значительным по сравнению с точностью эксперимента. Этот вклад приблизительно в 10 раз превышает точность эксперимента CERN III и в 100 раз — точность измерения a_{μ} в БНЛ. Поэтому важно вычислить a_{μ}^{had} с высокой относительной точностью, $\sim 10^{-2} - 10^{-3}$.

Основные диаграммы, определяющие a_{μ}^{had} , показаны на рис. 6. Во вкладе сильных взаимодействий принято выделять три составляющие: вклад первого порядка (Leading Order, LO) (адронной поляризации вакуума) $a_{\mu}^{\text{had, LO}}$ (рис. 6а), вклад второго порядка (Next-to-LO, NLO) $a_{\mu}^{\text{had, NLO}}$ (рис. 6б–г) и вклад рассеяния света на свете $a_{\mu}^{\text{had, LbL}}$ (рис. 6д):

$$a_{\mu}^{\text{had}} = a_{\mu}^{\text{had, LO}} + a_{\mu}^{\text{had, NLO}} + a_{\mu}^{\text{had, LbL}}. \quad (22)$$

2.3.1. Вклад адронной поляризации вакуума. Благодаря малости констант связи электромагнитного и слабого взаимодействий теория возмущений позволяет рассчитать соответствующие вклады с высокой точностью. В случае сильных взаимодействий теория возмущений применима только при больших энергиях, при которых эффективная константа связи КХД становится малой. При расчёте a_{μ} характерная величина передачи импульса порядка массы мюона, что значительно ниже характерных энергий, при которых наблюдается асимптотическая свобода (несколько ГэВ). Поэтому методы расчёта a_{μ}^{QED} и a_{μ}^{EW} неприменимы для расчёта a_{μ}^{had} .

Способ расчёта лидирующего вклада адронной поляризации вакуума $a_{\mu}^{\text{had, LO}}$ (диаграмма на рис. 6а), основанный на использовании дисперсионных соотношений, был предложен в 1960-х годах [100–103], и он до сих пор остаётся единственным способом, позволяющим достичь требуемой точности.

Приведём основные шаги вывода ключевого дисперсионного интеграла, с помощью которого вычисляется $a_{\mu}^{\text{had, LO}}$. Фотонный пропагатор можно представить как

$$\text{фотонный пропагатор} = \text{одночастично-неприводимый блок} + \text{петлевые вставки} + \dots$$

Рис. 7. Представление фотонного пропагатора в виде суммы одночастично-неприводимых блоков, каждому из которых соответствует поляризационный оператор.

сумму одночастично-неприводимых блоков петлевых диаграмм, каждый из которых нельзя разделить на два независимых блока, разрезав одну фотонную линию (рис. 7). Вклад каждого такого блока описывается поляризационным оператором $q^2 \Pi'(q^2)$. Суммируя все вклады, можно получить следующую форму фотонного пропагатора с учётом петлевых вставок:

$$iD(q^2) = -\frac{i}{q^2(1 - \Pi'(q^2))}. \quad (23)$$

Оставив только один неприводимый блок (как в диаграмме на рис. 6а), получим

$$iD(q^2) = -\frac{i}{q^2} (1 + \Pi'(q^2)). \quad (24)$$

Аналитические свойства $\Pi(s)$, следующие из принципа причинности, позволяют записать дисперсионное соотношение:

$$-\frac{\Pi'(q^2)}{q^2} = \int_0^{\infty} \frac{ds}{s} \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi'(s) \frac{1}{q^2 - s}. \quad (25)$$

Соотношение (25) можно интерпретировать следующим образом: часть пропагатора фотона $-\Pi'(q^2)/q^2$ в (24), соответствующая поляризации вакуума, эквивалентна сумме вкладов массивных фотонов $m_{\gamma}^2 = s$ с пропагатором $1/(q^2 - s)$, проинтегрированных с весом $\text{Im} \Pi'(s)/(\pi s)$.

Вклад в a_{μ} от диаграммы с обменом массивным фотоном $m_{\gamma}^2 = s$ вычислен в [18, 104]:

$$a_{\mu}^{m_{\gamma}^2=s} = \frac{\alpha}{\pi} K_{\mu}(s), \quad \text{где} \quad K_{\mu}(s) = \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x)}{x^2 + (s/m_{\mu}^2)(1-x)}. \quad (26)$$

Используя интегральное представление (25) фотонного пропагатора, можно вычислить вклад поляризации вакуума в аномальный магнитный момент мюона как сумму вкладов от обмена массивным фотоном (26), проинтегрированных с весом $\text{Im} \Pi'(s)/(\pi s)$:

$$a_{\mu}^{\text{VP}} = \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{ds}{s} \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi'(s) K_{\mu}(s). \quad (27)$$

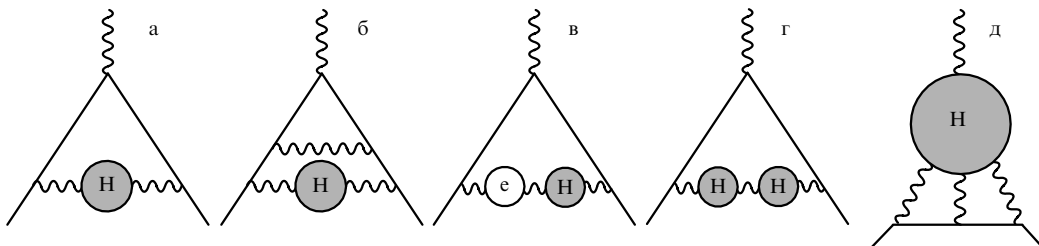


Рис. 6. Вклад сильных взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона.

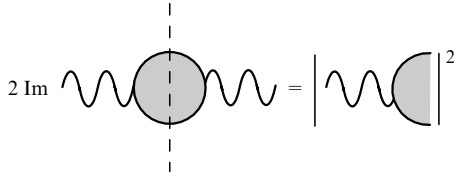


Рис. 8. Иллюстрация оптической теоремы.

Оптическая теорема, являющаяся следствием унитарности матрицы рассеяния, позволяет связать мнимую часть поляризационного оператора с полным сечением рождения частиц в аннигиляции электрона и позитрона (рис. 8):

$$\text{Im } \Pi'(s) = \frac{\alpha s}{4\pi|\alpha(s)|^2} \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{anything})(s). \quad (28)$$

В поляризационном операторе $\Pi'(s)$ присутствуют вклады как лептонной, так и адронной поляризации вакуума. Вклад лептонных петель уже учтён при расчёте вклада электромагнитных взаимодействий. При расчёте вклада сильных взаимодействий в первом порядке (см. диаграмму на рис. 6а) необходимо учитывать только адронную поляризацию вакуума. Принимая это во внимание, получаем окончательную формулу для расчёта $a_{\mu}^{\text{had, LO}}$:

$$a_{\mu}^{\text{had, LO}} = \frac{\alpha^2}{3\pi^2} \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} \frac{ds}{s} R(s) K_{\mu}(s), \quad (29)$$

где $R(s)$ представляет собой нормированное полное сечение рождения адронов в аннигиляции электрона и позитрона:

$$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})(s)}{4\pi|\alpha(s)|^2/(3s)}. \quad (30)$$

Часто используют другие эквивалентные выражения для $R(s)$:

$$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}, \quad (31)$$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi|\alpha(s)|^2}{3s},$$

или

$$R(s) = \frac{\sigma^0(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma^0(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}, \quad (32)$$

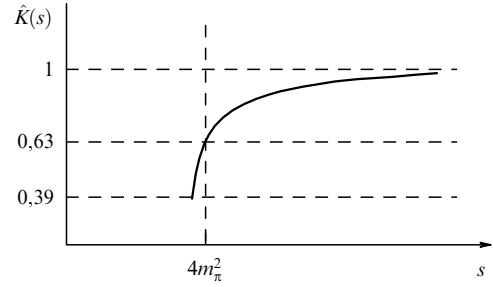
$$\sigma^0(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}.$$

Выражение (29) можно записать в виде

$$a_{\mu}^{\text{had, LO}} = \left(\frac{\alpha m_{\mu}}{3\pi} \right)^2 \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} \frac{ds}{s^2} R(s) \hat{K}(s), \quad (33)$$

где переопределённое ядро свёртки

$$\hat{K}(s) = \frac{3s}{m_{\mu}^2} K_{\mu}(s)$$

Рис. 9. Ядро $\hat{K}(s)$ в дисперсионном соотношении (33) [45].

является медленно изменяющейся монотонной функцией, в асимптотике равной единице (рис. 9). Именно в таком виде оно чаще всего встречается в литературе.

Соотношение (33) даёт возможность вычислить $a_{\mu}^{\text{had, LO}}$ по известному $R(s)$. Соотношение (33) получено из фундаментальных предположений о причинности и унитарности, поэтому оно может считаться точным в рассматриваемом порядке теории возмущений. Однако важно аккуратно определить, как $R(s)$ связано с наблюдаемыми сечениями. Из приведённого вывода следует, что $R(s)$ соответствует всем диаграммам, в которых виртуальный фотон распадается на систему с одним или более адронами и любым количеством других частиц. Можно сделать несколько важных замечаний относительно связи $R(s)$ с наблюдаемыми сечениями.

- В обоих определениях, (31) и (32), используется сечение рождения мюонов $\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ в пределе $m_{\mu} = 0$. В случае, когда берётся реальное сечение рождения мюонов, необходимо добавить в выражение член, компенсирующий изменение фазового объёма.

- $R(s)$ соответствует рождению адронов через один виртуальный фотон. Процессы с обменом несколькими фотонами или с излучением фотонов начальными частицами не должны учитываться в $R(s)$, однако их невозможно полностью исключить из наблюдаемых процессов с помощью критериев отбора. Поэтому наблюдаемые сечения рождения адронов необходимо корректировать с помощью радиационных поправок, точность вычисления которых 0,1–1 %. При этом процессы с излучением фотонов конечными адронами должны учитываться в $R(s)$.

- $R(s)$ соответствует одночастично-неприводимой вставке в фотонный пропагатор, поэтому рождение адронов должно идти через один виртуальный фотон, без петлевых вставок. В наблюдаемом процессе $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{адроны}$ виртуальному фотону соответствует полный пропагатор с учётом поляризации вакуума. Соответственно, из наблюдаемого сечения надо исключить вклад поляризации вакуума $|\alpha(s)/\alpha|^2$.

Адронные сечения при измерении, как правило, нормируются на сечение рассеяния Баба (Bhabha) $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$. В этом случае фактически используется определение (32). Наблюдаемое число событий нормируется на сечение рассеяния Баба, вычисленное с учётом всех возможных поправок. В полученное сечение рождения адронов затем вносятся поправки, обусловленные эффектами, связанными с излучением реальных фотонов, и из него исключается вклад поляризации вакуума $|\alpha(s)/\alpha|^2$. Полученное "раздетое" сечение $\sigma^0(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$ и используется для вычисления $R(s)$. Другим возможным

подходом является нормировка адронных сечений на сечение $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. В этом случае необходимо внести поправки, связанные с излучением реальных фотонов, однако вклад поляризации вакуума автоматически сокращается.

Зависимость $\alpha(s)$ можно получить, используя соотношение (23) и условия нормировки при $s \rightarrow 0$ [105]:

$$\alpha(s) = \frac{\alpha}{1 - \Delta\alpha(s)}, \quad \Delta\alpha(s) = 4\pi\alpha \operatorname{Re} (P'(s) - P'(0)). \quad (34)$$

Однако в этом случае необходимо учитывать как лептонный, P'_l , так и адронный, P'_h , вклады в поляризационный оператор:

$$P'(s) = P'_l(s) + P'_h(s). \quad (35)$$

Лептонный вклад вычисляется в рамках теории возмущений, а для вычисления адронного вклада используется дисперсионное соотношение, аналогичное (29):

$$\Delta\alpha_{\text{had}}(s) = P'_h(s) - P'_h(0) = -\frac{\alpha s}{3\pi} \int_0^\infty \frac{R(s')}{s'(s - s' - i0)} ds'. \quad (36)$$

Зависимость $\alpha(s)$ в области энергий до 1 ГэВ была недавно измерена [106] и было продемонстрировано согласие с моделью (36).

В области малых энергий экспериментальные данные являются единственным источником $R(s)$, способа вычислить эту величину из первых принципов не существует. В области высоких энергий ситуация обратная — $R(s)$ может быть вычислено в рамках пертурбативной КХД [107], при этом точность вычислений выше, чем точность существующих измерений. Поэтому при расчёте $a_\mu^{\text{had, LO}}$ интеграл (33) разбивают на две части:

$$a_\mu^{\text{had, LO}} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int_{4m_\mu^2}^{E_{\text{cut}}^2} \frac{ds}{s^2} R_{\text{exp}}(s) \hat{K}(s) + \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int_{E_{\text{cut}}^2}^\infty \frac{ds}{s^2} R_{\text{pQCD}}(s) \hat{K}(s), \quad (37)$$

где E_{cut} — энергия, при превышении которой используется расчётное значение $R(s)$. Величина E_{cut} варьируется в различных вычислениях. Например, в недавнем вычислении [44] расчётное значение $R(s)$ используется в диапазонах энергии 1,8–3,7 ГэВ и выше 5,0 ГэВ.

При использовании описанного подхода вычисление $a_\mu^{\text{had, LO}}$ сводится к измерению сечения рождения адронов в e^+e^- -аннигиляции. Прямые измерения сечения производятся на e^+e^- -коллайдерах. В области относительно больших энергий, $\sqrt{s} \gtrsim (1,8-2)$ ГэВ, как правило, проводятся инклюзивные измерения сечения $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$ (см., например, [108–111]), где в конечном состоянии может быть идентифицировано любое ненулевое количество адронов (другими словами, производится непосредственно измерение $R(s)$). В области меньших энергий низкая множественность частиц не позволяет с высокой точностью определить эффективность регистрации — она начинает сильно различаться для разных конечных состояний. В то же время в этой области энергий требуется более высокая точность измерений из-за усиления подынтегральной функции в (33) в области малых s . Поэтому в области энергий $\sqrt{s} \lesssim 2$ ГэВ основным подходом является эксклюзивное измерение сече-

Таблица 2. Вклад в дисперсионный интеграл (33) от основных каналов $e^+e^- \rightarrow$ адроны в области энергий $0,318 \text{ ГэВ} \leq \sqrt{s} \leq 2 \text{ ГэВ}$ (Данные из [45].)

Конечное состояние (X)	Вклад в интеграл (33), $\times 10^{10}$	Доля в $a_\mu^{\text{had, LO}}$, %
$\pi^0\gamma$	$4,00 \pm 0,16$	0,58
$\pi^+\pi^-$	$502,16 \pm 2,44$	73,10
$\pi^+\pi^-\pi^0$	$44,32 \pm 1,48$	6,45
$\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$	$19,69 \pm 2,32$	2,87
$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$	$14,80 \pm 0,36$	2,15
K^+K^-	$21,99 \pm 0,61$	3,20
$K_S K_L$	$13,10 \pm 0,41$	1,91

ний каждого отдельного адронного конечного состояния: $e^+e^- \rightarrow 2\pi, 3\pi, 4\pi, 2K, \dots$, а $a_\mu^{\text{had, LO}}$ вычисляется как сумма вкладов отдельных адронных конечных состояний:

$$a_\mu^{\text{had, LO}} = \sum_{X=\pi^0\gamma, \pi^+\pi^-, \dots} a_\mu^{X, \text{LO}} = \sum_X \left(\frac{m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int \frac{ds}{s} \frac{3}{4\pi} \sigma^0(e^+e^- \rightarrow X)(s) \hat{K}(s). \quad (38)$$

В таблице 2 приведены вклады в $a_\mu^{\text{had, LO}}$ от основных адронных каналов в области энергий до 1,8 ГэВ согласно [45]. Основной вклад в $a_\mu^{\text{had, LO}}$, около 3/4, даёт процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, что обусловлено как большой величиной сечения благодаря $\rho(770)$ -резонансу, так и увеличением подынтегральной функции в (38) как $1/s$. Следующие по величине вклады вносят векторные резонансы $\omega(782)$ и $\phi(1020)$ и процесс $e^+e^- \rightarrow 4\pi$. В целом вклад области энергий $\sqrt{s} < 2$ ГэВ составляет около 93 % от полной величины $a_\mu^{\text{had, LO}}$. Поэтому измерение эксклюзивных сечений $e^+e^- \rightarrow$ адроны в области малых энергий, в частности точное измерение сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, играет ключевую роль в определении $a_\mu^{\text{had, LO}}$.

Первые измерения адронных сечений и определение параметров векторных резонансов ρ , ω , ϕ были проведены на e^+e^- -коллайдерах ВЭПП-2 в Новосибирске [112] и АСО (от франц. Anneau de Collision d'Orsay) (Франция) [113–115]. На основе этих измерений получена оценка $a_\mu^{\text{had, LO}}$ с точностью около 10 % [102, 103], соответствующей точности измерения a_μ в эксперименте CERN III.

Подавляющее большинство e^+e^- -коллайдеров, построенных в различных лабораториях мира, было предназначено для проведения экспериментов в области высоких энергий. В течение длительного времени единственным e^+e^- -коллайдером, способным работать в области низких энергий, являлся ВЭПП-2М. На этом коллайдере, работавшем с 1975 г. до 2000 г., в области энергий $\sqrt{s} < 1,4$ ГэВ была проведена целая серия измерений адронных сечений. Первый существенный шаг по улучшению точности $a_\mu^{\text{had, LO}}$ до ≈ 2 % был сделан благодаря измерениям адронных сечений в экспериментах "Оля", КМД [116] и НД (нейтральный детектор) [117] на e^+e^- -коллайдере ВЭПП-2М, в частности сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ [118]. Однако этого было недостаточно для достижения точности около 0,8 %, соответствующей точности измерения a_μ в БНЛ. Два эксперимента, КМД-2 [33] и СНД [34], начавшие набор данных в 1993 г. и 1996 г. соответственно, провели цикл измерений адронных сечений в области энергий до 1,4 ГэВ (рис. 10), большинство из которых до сих пор остаются наиболее точными пря-

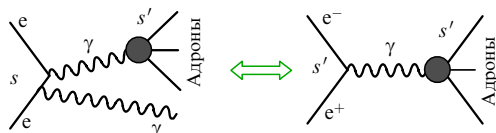


Рис. 12. Иллюстрация методики радиационного возврата.

используются в расчётах $a_{\text{had, LO}}^{\text{had, LO}}$, что связано как с появлением большого количества новых измерений адронных сечений на e^+e^- -коллайдерах, так и с невозможностью надёжного учёта поправок, обусловленных нарушением изотопиновой симметрии.

Ещё одним новым источником адронных сечений стали измерения с помощью методики радиационного возврата (ISR). Идея метода [131–133] заключается в извлечении энергетической зависимости сечения $\sigma(e^+e^- \rightarrow X)(s)$ из спектра инвариантных масс адронной системы X в процессе $e^+e^- \rightarrow X + \gamma$, где фотон γ излучается одной из начальных частиц (рис. 12):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow X + \gamma)(s, s')}{d\sqrt{s'}} &= \\ &= \frac{2\sqrt{s'}}{s} \varepsilon(s, s') W(s, x) \sigma^0(e^+e^- \rightarrow X)(s'), \end{aligned} \quad (41)$$

где $\sqrt{s}$ — энергия e^+e^- в системе центра масс (с.ц.м.), $\sqrt{s'}$ — энергия адронной системы в с.ц.м., $\varepsilon(s, s')$ — эффективность регистрации. Функция-радиатор $W(s, x)$, описывающая вероятность излучения фотона, уносящего долю $x = 1 - s'/s$ начальной энергии, может быть вычислена в рамках КЭД с учётом радиационных поправок [134].

Преимуществом метода радиационного возврата является то, что набор статистики происходит при по-

стоянной энергии $\sqrt{s}$ пучков в коллайдере — сканирование доступной области энергии $\sqrt{s'} < \sqrt{s}$ производится автоматически за счёт регистрации событий с разной энергией, унесённой излучённым фотоном. Недостатком метода является то, что сечение регистрации процесса $e^+e^- \rightarrow X + \gamma$ на 2–3 порядка меньше сечения процесса $e^+e^- \rightarrow X$ из-за дополнительной вершины излучения $\sim \alpha$. Измерения методом ISR стали возможными благодаря появлению новых e^+e^- -коллайдеров с высокой светимостью: В-фабрик BaBar [39] и Belle [40] и ϕ -фабрики KLOE [41, 42]. Устройство этих коллайдеров не позволяет сканировать широкие диапазоны энергии, однако их светимость в узкой проектной области около энергий $\Upsilon(4S)$ для В-фабрик и $\phi(1020)$ для ϕ -фабрики на несколько порядков превышает светимость коллайдеров предыдущего поколения.

Наиболее детальное измерение сечений методом радиационного возврата было проведено в эксперименте ВаВар [43] (рис. 13). С момента опубликования обзора [43] было измерено ещё более 10 эксклюзивных каналов, не показанных на рис. 13. Были измерены все эксклюзивные каналы, ранее измеренные на ВЭПП-2М, как правило, с большей статистикой и в более широком диапазоне энергий. Кроме того, измерено большое количество мод, сечение которых становится существенным в области энергий выше 1,4 ГэВ, недоступной на ВЭПП-2М.

Доминантное сечение $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ измерено с рекордно высокой систематической точностью 0,5% в эксперименте BaBar [135, 136]. Серия измерений сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ проведена в эксперименте KLOE [137–139]. Так как начальная энергия в с.ц.м. в этом эксперименте составляет около 1 ГэВ, измерение было проведено только для области энергий менее 1 ГэВ. В эксперименте KLOE проведено сравнение трёх методик измерения: с регистрацией радиационного фотона, без регистрации

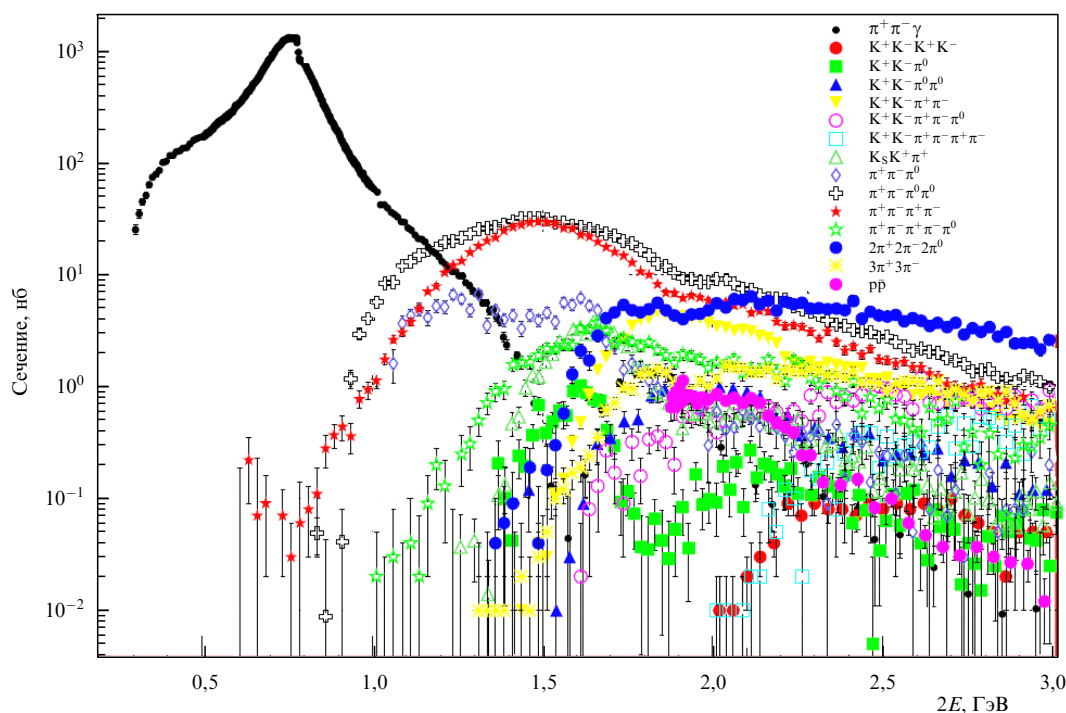


Рис. 13. (В цвете онлайн.) Обзор результатов измерения адронных сечений методом радиационного возврата в эксперименте BaBar. (Из работы [43].)

фотона и с нормировкой на процесс $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$. Совсем недавно было опубликовано измерение форм-фактора пиона методом радиационного возврата в эксперименте BES III (Beijing Spectrometer III) [140].

Сегодня статистика измерений адронных сечений методом радиационного возврата значительно превышает статистику прямых измерений на ВЭПП-2М. Однако при детальном сравнении, возможном только для сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, измеренного с высокой точностью в нескольких экспериментах, оказывается, что между результатами измерений наблюдаются различия, не согласующиеся с заявленным уровнем систематических ошибок. Пока неясно, связаны ли эти различия с заниженной оценкой систематических ошибок в экспериментах или с более фундаментальными ограничениями метода радиационного возврата (например, с неправильным описанием функции-радиатора). Отметим, что аналогичная функция-радиатор используется и для расчёта радиационных поправок в прямых измерениях адронных сечений. Однако в прямых измерениях основной эффект определяется областью малых x , в то время как в измерениях методом радиационного возврата — областью больших x .

История вычислений $a_\mu^{\text{had, LO}}$ насчитывает несколько десятков работ, различающихся тем, какие экспериментальные данные использовались в вычислениях, как эти данные объединялись, в каких диапазонах энергий применялись расчёты в рамках пертурбативной КХД (pQCD) и т.п.

На рисунке 14 показано историческое сравнение результатов наиболее заметных вычислений. Хорошо заметны значительные улучшения точности в 2000-х годах в связи с появлением новых измерений адронных сечений: в экспериментах КМД-2 и СНД, в экспериментах BaBar и KLOE. На сегодняшний день при вычислении $a_\mu^{\text{had, LO}}$ используются только e^+e^- -данные, полученные как методом сканирования энергии (КМД-2, СНД), так и методом радиационного возврата (BaBar, KLOE, BES-III). Интегральная ошибка экспериментов увеличи-

вается из-за фактора, учитывающего систематическое расхождение между измерениями. Интегрирование производится модельно-независимым способом (например, методом трапеций). Впервые такой подход был аккуратно применён в [141]. В более ранних работах, например в работе Мартиновича и Дубнички [144] 1990 г. (результат этой работы в числе других приведён на рис. 14), применялся подход, в котором адронные сечения аппроксимировались заданной функцией, использовавшейся затем при вычислении дисперсионного интеграла. Хотя такой подход позволял уменьшить статистическую ошибку, он приводил к появлению неконтролируемой модельной ошибки.

Результаты последних оценок $a_\mu^{\text{had, LO}}$ в работах [44, 45], учитывающих весь существующий объём данных, составляют соответственно:

$$a_\mu^{\text{had, LO}} = (693,1 \pm 3,4) \times 10^{-10} \quad (0,49 \%), \quad (42)$$

$$a_\mu^{\text{had, LO}} = (688,07 \pm 4,14) \times 10^{-10} \quad (0,60 \%). \quad (43)$$

Несмотря на целый ряд измерений сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ с точностью, лучшей чем 1 %, этот канал всё ещё вносит основной вклад в ошибку определения $a_\mu^{\text{had, LO}}$, около 0,35–0,4 %. Следующий по важности вклад в ошибку вычисления вносит канал $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$. Меньшая величина ошибки в (42) связана в первую очередь с учётом предварительных результатов измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ методом радиационного возврата в эксперименте BaBar.

Важную роль в дальнейшем уменьшении ошибки определения $a_\mu^{\text{had, LO}}$ будут играть измерения адронных сечений в продолжающихся сейчас экспериментах КМД-3 и СНД [38]. Благодаря рекордно высокой светимости коллайдера ВЭПП-2000 статистика в обоих экспериментах в несколько раз превысит статистику измерений методом радиационного возврата. Это позволит провести детальное сравнение непосредственных измерений энергетических зависимостей адронных сечений с измерениями методом радиационного возврата, что, возможно, позволит разрешить наблюдаемые расхождения. Кроме того, благодаря высокой статистике станет возможным экспериментально проверить модели, используемые при расчёте радиационных поправок в прямых измерениях и при расчёте функции-радиатора в измерениях методом ISR.

Благодаря резкому увеличению в последние годы мощности доступных компьютерных ресурсов появилась возможность определить $a_\mu^{\text{had, LO}}$ совершенно независимым способом — с помощью КХД-расчётов на решётках. Фактически эта методика даёт возможность вычислить $a_\mu^{\text{had, LO}}$ из "первых принципов" без привлечения экспериментальных данных. В настоящее время достигнута точность расчётов 1,5–2 % [149–151] и полученные результаты не противоречат результатам расчётов, основанных на использовании дисперсионного интеграла. Ожидается, что ещё в этом десятилетии будет достигнута точность вычислений, лучшая чем 1 %.

На сегодняшний день $a_\mu^{\text{had, LO}}$ определяется с точностью около 0,5 %. В ближайшие несколько лет ожидается значительное увеличение точности прямых измерений адронных сечений и точности расчётов на решётках. Благодаря этому появится три независимых способа

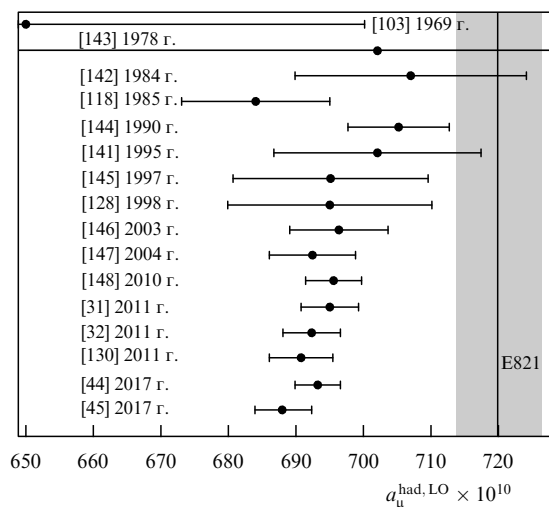


Рис. 14. История вычислений лидирующего вклада сильных взаимодействий $a_\mu^{\text{had, LO}}$. Приведены данные из [31, 32, 44, 45, 103, 118, 128, 141–148]. Затемнённой полосой показана разница между наиболее точным измерением a_μ (в эксперименте E821), отмеченным вертикальной прямой, и суммой всех вкладов в Стандартной модели, кроме $a_\mu^{\text{had, LO}}$.

вычисления $a_\mu^{\text{had, LO}}$, каждый с точностью порядка или лучше 0,5 %: с использованием прямых измерений адронных сечений, с использованием измерений методом радиационного возврата и с помощью "первопринципных" расчётов на решётках. Это позволит, с одной стороны, улучшить точность вычисления, что необходимо в связи с новым измерением a_μ в Национальной лаборатории им. Ферми (Фермилаб) (США), а с другой — убедиться в надёжности вычисления на этом уровне точности.

2.3.2. Вклад второго порядка. Вклад сильных взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона в следующем за лидирующим порядком теории возмущений $a_\mu^{\text{had, NLO}}$ определяется диаграммами на рис. 6б–г. Вклад рассеяния "свет-на-свете" $a_\mu^{\text{had, LbL}}$, описываемый диаграммой на рис. 6д, хотя он и возникает в том же порядке, рассматривается отдельно в разделе 2.3.3.

Вклад диаграмм рис. 6б–г может быть вычислен с помощью дисперсионных соотношений, при этом возникают интегралы, аналогичные (33), но с другими ядерными функциями. Впервые оценка вклада сильных взаимодействий во втором порядке была получена в [142]. Более точные вычисления проведены в [152]. Последующая серия вычислений [31, 128, 147] подтвердила этот результат и улучшила его точность, в основном благодаря появлению более точных измерений $R(s)$. Результат одного из недавних вычислений [31]:

$$a_\mu^{\text{had, NLO}} = (-9,84 \pm 0,06_{\text{exp}} \pm 0,04_{\text{rad}}) \times 10^{-10}. \quad (44)$$

Как и в случае лидирующего вклада, точность вычисления $\sim 1\%$ в значительной мере определяется точностью измерения $R(s)$. В связи с малостью самого вклада второго порядка (около 1,5 % $a_\mu^{\text{had, LO}}$) точность определения $a_\mu^{\text{had, NLO}}$ не вносит заметного вклада в общую ошибку вычисления a_μ^{had} .

Совсем недавно получены первые оценки вкладов третьего порядка [153, 154]:

$$a_\mu^{\text{had, NNLO}} = (1,24 \pm 0,01) \times 10^{-10} \quad (45)$$

(NNLO — Next-to-NLO). Хотя этот вклад значительно больше, чем можно было ожидать из наивного скейлинга $a_\mu^{\text{had, NLO}}/a_\mu^{\text{had, LO}} \approx 1/70$, в целом наблюдается хорошая сходимость ряда теории возмущений.

2.3.3. Вклад рассеяния света на свете. Наибольшую сложность для расчёта представляет вклад рассеяния света на свете $a_\mu^{\text{had, LbL}}$, который возникает во втором (NLO) порядке (диаграмма на рис. 6д). Из опыта расчёта вклада электромагнитных взаимодействий в a_μ известно, что такие диаграммы рассеяния света на свете могут оказаться логарифмически усиленными и давать доминирующий вклад в соответствующем порядке теории возмущений. Величину $a_\mu^{\text{had, LbL}}$ не удаётся ни рассчитать в рамках пертурбативной КХД, ни связать с экспериментальными данными с помощью дисперсионных соотношений. Результат вычислений оказывается модельно зависимым, что приводит к довольно большой неопределённости.

Вычисление $a_\mu^{\text{had, LbL}}$ является очень активной и обширной областью теоретических исследований, обсуждение которой выходит за рамки данного обзора. Под-

робно детали вычислений рассматриваются в обзорах [45, 155] и цитируемых там оригинальных работах. В этом разделе кратко обсуждается текущее состояние дел.

Вычисление $a_\mu^{\text{had, LbL}}$ было проведено в 1990-х годах независимо двумя группами: [156–158] и [159, 160]. Дальнейшее развитие методики расчёта предложено в работах [161–163]. Авторами последних работ найден ряд ошибок и недостатков в первоначальных вычислениях. В частности, отмечено, что обе группы независимо получили неправильный знак при вычислении доминирующего вклада, связанного с обменом псевдоскалярными мезонами. Результат первоначальных расчётов использовался для сравнения первых результатов измерения a_μ в БНЛ [164] с предсказанием Стандартной модели. После исправления знака в вычислениях различие между измеренным и предсказанным значениями уменьшилось почти в два раза.

Для расчёта используются эффективные модели, в которых адронный блок на диаграмме рис. 6д, состоящий из кварков и глюонов, заменяется обменом различными адронами. Основной вклад в $a_\mu^{\text{had, LbL}}$ вносит обмен псевдоскалярными мезонами π^0 , η и η' , которому соответствует диаграмма, приведённая на рис. 15а. Кроме того, в расчётах учитываются обмены 0^{++} -мезонами (a_0 , f_0 и f'_0), 1^{++} -мезонами (a_1 , f_1 и f'_1), 2^{++} -мезонами (a_2 , f_2) и диаграммы с пионными петлями (рис. 15б). В области больших импульсов учитывается вклад кварковых, а не адронных петель. Для иллюстрации величин отдельных вкладов приведём результат вычислений [45]:

$$\begin{aligned} a_\mu^{\text{had, LbL}} = & \underbrace{[9,545(6,468 + 1,487 + 1,590) \pm 1,240 +]}_{(\pi^0, \eta, \eta')} \\ & + \underbrace{0,755(0,189 + 0,519 + 0,047) \pm 0,271 -}_{(a_1, f_1, f'_1)} \\ & - \underbrace{0,598(-0,017 - 0,296 - 0,285) \pm 0,120 +}_{(a_0, f_0, f'_0)} \\ & + \underbrace{0,11(0,079 + 0,007 + 0,022 + 0,002) \pm 0,01 -}_{(f'_2, f_2, a'_2, a_2)} \\ & - \underbrace{2,0 \pm 0,5}_{(\pi\text{-loop})} + \underbrace{2,23 \pm 0,4}_{(\text{quark-loop})} + \underbrace{0,3 \pm 0,2}_{(\text{NLO})} \times 10^{-10} = \\ & = (10,34 \pm 2,88) \times 10^{-10}. \end{aligned} \quad (46)$$

Этот результат можно сравнить с так называемой компиляцией Глазго (Glasgow consensus, GC) [165]

$$a_{\mu, \text{GC}}^{\text{had, LbL}} = (10,5 \pm 2,6) \times 10^{-10}, \quad (47)$$

и результатами отдельных вычислений, например Егерлейнера и Найфелера (JN) [166] и Мельникова и Вайн-

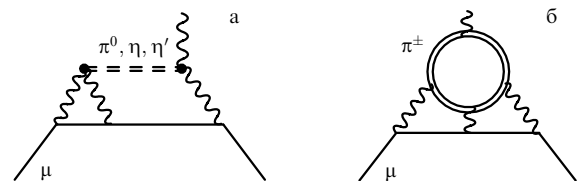


Рис. 15. Основные типы диаграмм при расчёте $a_\mu^{\text{had, LbL}}$.

штейна (MV) [163]:

$$a_{\mu, \text{JN}}^{\text{had, LbL}} = (11,6 \pm 4,0) \times 10^{-10}, \quad (48)$$

$$a_{\mu, \text{MV}}^{\text{had, LbL}} = (13,6 \pm 2,5) \times 10^{-10}. \quad (49)$$

Недавно получены первые оценки поправок следующего порядка к $a_{\mu}^{\text{had, LbL}}$ [167], которые возникают в том же порядке теории возмущений, что и $a_{\mu}^{\text{had, NNLO}}$:

$$a_{\mu}^{\text{had, LbL-NLO}} = (0,3 \pm 0,2) \times 10^{-10}. \quad (50)$$

Этот вклад уже был учтён в (46).

Основные свойства вклада рассеяния света на свете хорошо изучены. В целом, за исключением упомянутой ранее ошибки в знаке вклада псевдоскалярных мезонов, величина $a_{\mu}^{\text{had, LbL}}$ достаточно стабильна на протяжении всей истории вычислений. Точность вычислений определяется модельной ошибкой, поэтому для её уменьшения необходимо более точно определить параметры соответствующих моделей.

Во всех вычислениях, основанных на эффективных моделях, ключевую роль играют адронные формфакторы. В частности, в случае обмена π^0 -мезоном переходный формфактор описывает вершину взаимодействия $\pi^0 \gamma \gamma$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}[\pi^0(q) \rightarrow \gamma(p_1, \lambda_1) \gamma(p_2, \lambda_2)] = \\ = e^2 \varepsilon^{*\mu}(p_1, \lambda_1) \varepsilon^{*\nu}(p_2, \lambda_2) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_1^\alpha p_2^\beta \mathcal{F}_{\pi^0 \gamma^* \gamma^*}(q^2, p_1^2, p_2^2), \end{aligned} \quad (51)$$

где звёздочками отмечены виртуальные (не на массовой поверхности) частицы. $\mathcal{M}[\dots]$ — матричный элемент перехода, q, p_1, p_2 — 4-векторы π^0 -мезона и двух фотонов, λ_1, λ_2 — поляризации фотонов, e — заряд электрона, $\varepsilon^{*\mu}(p_1, \lambda_1), \varepsilon^{*\nu}(p_2, \lambda_2)$ — векторы поляризаций, $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ — полностью антисимметричный тензор, $\mathcal{F}_{\pi^0 \gamma^* \gamma^*}(q^2, p_1^2, p_2^2)$ — переходный формфактор. В общем случае, когда все частицы виртуальны, $\mathcal{F}_{\pi^0 \gamma^* \gamma^*}(q^2, p_1^2, p_2^2)$ не наблюдаем. Однако в отдельных кинематических областях он может быть связан с величинами, наблюдаемыми в эксперименте, что позволяет поставить граничные условия и продолжить $\mathcal{F}_{\pi^0 \gamma^* \gamma^*}$ в ненаблюдаемую область. В частности, константа $\mathcal{F}_{\pi^0 \gamma \gamma}(m_\pi^2, 0, 0)$ связана с шириной распада $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$, измеренной с точностью, лучшей, чем 3 % [168]. Другое граничное условие можно получить с помощью измерения переходного формфактора в процессе двухфотонного рождения $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$, что соответствует измерению $\mathcal{F}_{\pi^0 \gamma^* \gamma}(m_\pi^2, -q^2, 0)$. Такие измерения были проведены в экспериментах CELLO [169], CLEO [170], BaBar [171] и Belle [172] в области $-q^2$ от 1 до 35 ГэВ². В эксперименте KLOE-2 планируется измерить переходный формфактор π^0 в области малых $-q^2$ от 0,01 до 0,1 ГэВ² [173]. Хотя подобные измерения не позволяют полностью избавиться от модельной зависимости, они дают возможность существенно ограничить область допустимых значений параметров используемых моделей и, соответственно, уменьшить модельную неопределённость. Оценки показывают, что можно ожидать улучшения в 2–3 раза [174].

Решёточные КХД-вычисления (Lattice Quantum Chromodynamics — LQCD) представляют собой модельно независимый метод определения $a_{\mu}^{\text{had, LbL}}$. Хотя точность

решёточных вычислений ещё не достигла уровня точности вычислений на основе эффективных моделей, это направление в последние годы активно развивается [175–179]. Результат одного из последних вычислений [178]

$$a_{\mu}^{\text{had, LbL}}(\text{LQCD}) = (5,35 \pm 1,36) \times 10^{-10} \quad (52)$$

почти в два раза меньше, чем (47). Однако необходимо отметить, что приведена только статистическая ошибка. Оценка систематических ошибок, связанных с конечным размером решётки и другими особенностями вычислений, пока не получена.

Другим перспективным направлением является использование решёточных вычислений для оценки отдельных вкладов в $a_{\mu}^{\text{had, LbL}}$. В частности, в недавних работах [180, 181] решёточные вычисления применялись для построения переходного формфактора $\pi^0 \rightarrow \gamma^* \gamma^*$ с двумя виртуальными фотонами $\mathcal{F}_{\pi^0 \gamma^* \gamma^*}(m_\pi^2, p_1^2, p_2^2)$, который затем использовался при вычислении вклада с обменом π^0 в $a_{\mu}^{\text{had, LbL}}$. Полученный результат

$$a_{\mu}^{\text{had, LbL}}(\pi^0, \text{LQCD}) = (6,50 \pm 0,83) \times 10^{-10} \quad (53)$$

хорошо согласуется с феноменологическими оценками (46).

2.4. Величина аномального магнитного момента мюона в Стандартной модели

Объединяя вклады электромагнитных (15), слабых (21) и сильных взаимодействий (42), (44)–(46), получаем следующую оценку величины аномального магнитного момента мюона в рамках Стандартной модели (SM):

$$a_{\mu}(\text{SM}) = 116\,591\,821(45) \times 10^{-11} \quad (0,39 \text{ ppm}). \quad (54)$$

3. Измерение аномального магнитного момента мюона

3.1. Серия измерений

аномального магнитного момента мюона в ЦЕРНе

Основные принципы прецизионного измерения аномального магнитного момента мюона были заложены в серии экспериментов, проведённых в ЦЕРНе в 1960–1970-х годах.

Первые измерения g_{μ} и a_{μ} [16, 17] проводились для покоящихся мюонов — пучок мюонов останавливался в мишени в области однородного магнитного поля и измерялась зависимость направления спина мюонов от времени. Частота прецессии спина мюонов ω_s :

$$\omega_s = -g_{\mu} \frac{e\mathbf{B}}{2m} - \frac{e\mathbf{B}}{\gamma m} (1 - \gamma), \quad (55)$$

пропорциональна g_{μ} для покоящихся мюонов ($\gamma = 1$). Очень высокая точность измерения g_{μ} [17], лучшая, чем 0,01 %, позволила достичь только 10%-ной точности измерения a_{μ} из-за относительной малости последней.

Однако если проводить эксперимент с движущимися мюонами, то можно измерить a_{μ} непосредственно. В однородном магнитном поле, перпендикулярном направлению движения ($\beta \mathbf{B} = 0$), частица движется по

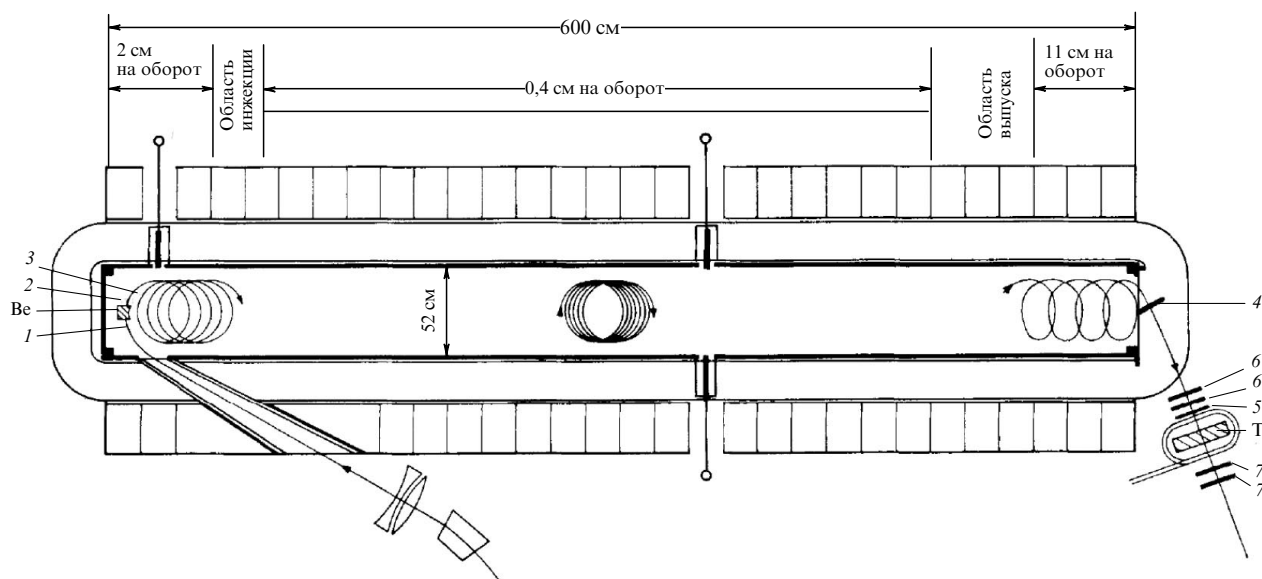


Рис. 16. Схема первого эксперимента (CERN) по измерению a_μ . 1–4 — счётчики для регистрации мюонов, 5–7, 6', 7' — счётчики для регистрации электронов из распада мюонов, Be — бериллиевый замедлитель, Т — мишень для остановки мюонов.

окружности с циклотронной частотой ω_c :

$$\omega_c = -\frac{e\mathbf{B}}{m\gamma}. \quad (56)$$

Разность частоты прецессии спина и циклотронной частоты ω_c :

$$\omega_a = \omega_s - \omega_c = -\left(\frac{g-2}{2}\right) \frac{e\mathbf{B}}{m} = -a_\mu \frac{e\mathbf{B}}{m}, \quad (57)$$

является пропорциональной a_μ и не зависит от импульса мюонов. Поэтому, чтобы измерить a_μ , а не g_μ , необходимо измерить частоту прецессии спина мюона относительно направления его импульса, а не в неподвижной системе отсчёта.

Первый эксперимент по измерению a_μ с движущимися мюонами был проведён в ЦЕРНе в 1958–1962 гг. (CERN) [22, 23, 182]. Схема эксперимента представлена на рис. 16. Основную часть установки составлял 6-метровый дипольный магнит. Поляризованные мюоны, рождённые в распаде пионов из синхроциклотрона, инжектировались внутрь магнита и попадали в бериллиевый замедлитель, где средний импульс мюонов уменьшался до ≈ 100 МэВ/с. В поле магнита мюоны начинали двигаться по окружности. Уникальная структура магнитного поля в магните приводила к медленному дрейфу циркулирующих мюонов вдоль магнита. В конце магнита мюоны попадали в область поля с большим градиентом и выводились наружу, где останавливались в детекторе. Так как детектор располагался вне области магнитного поля, направление спина остановившихся мюонов "замораживалось" в момент их вылета из магнита. Направление спина мюонов в детекторе измерялось по анизотропии углового распределения распадных электронов. Пролетая через магнит, мюоны успевали сделать 1000–2000 оборотов, что соответствовало приблизительно одному периоду прецессии спина относительно импульса (одному периоду с частотой ω_a). Средняя скорость счёта распадных элект-

ронов составляла приблизительно 0,25 Гц. Среднее поле, которое "наблюдали" мюоны за время пролёта, равнялось приблизительно 1,5 Тл.

Асимметрия счёта распадных электронов в зависимости от времени пролёта мюона через магнит показана на рис. 17. С помощью аппроксимации этой зависимости функцией $A(t) = A \sin(\omega_a t + \varphi_a)$ был получен окончательный результат: $a_\mu(\text{CERN}) = (1162 \pm 5) \times 10^{-6}$, с точностью 0,4 % — повышение точности более чем на порядок по сравнению с таковой самых точных измерений для покоящихся мюонов. Этот результат окончательно установил, что мюон ведёт себя как тяжёлый аналог электрона. Вклады статистической и систематической ошибок в окончательную точность эксперимента являлись примерно равными. Дальнейшее увеличение точности в эксперименте CERN стало практически невозможным.

Скорость счёта числа распадных электронов в экспериментах с движущимися мюонами описывается наложением экспоненциального распада мюонов и осцилля-

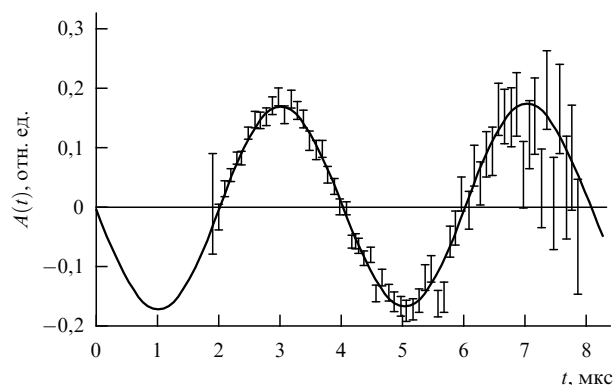


Рис. 17. Асимметрия счёта распадных электронов в зависимости от времени пролёта мюона через магнит в эксперименте CERN. Плавной кривой показана аппроксимация результатов функцией $A(t) = A \sin(\omega_a t + \varphi_a)$ [23].

циями с частотой ω_a :

$$N(t) \sim N(0) \exp\left(-\frac{t}{\gamma\tau}\right) [1 + A \sin(\omega_a t + \varphi)], \quad (58)$$

где $\gamma\tau$ — время жизни движущегося мюона (здесь τ — время жизни покоящегося мюона), A — наблюдаемая поляризация мюонов, которая зависит от метода детектирования. Статистическая точность измерения ω_a (и, соответственно, аномального магнитного момента) в экспериментах, в которых измеряется $N(t)$ и аппроксимируется функцией (58):

$$\frac{\delta a_\mu}{a_\mu} \approx \frac{\delta \omega_a}{\omega_a} = \frac{\sqrt{2}}{\omega_a \gamma \tau \sqrt{NA^2}}, \quad (59)$$

где N — полное число зарегистрированных распадов.

Помимо увеличения общей статистики эксперимента, для повышения точности можно увеличить число наблюдаемых периодов прецессии (в эксперименте CERN I наблюдался только один период). Для этого надо увеличить или магнитное поле (что повысит ω_a), или время жизни мюонов, увеличив γ . Повысить магнитное поле технически очень сложно — поле 1,5 Тл близко к максимальному возможному для больших магнитов с очень однородным полем. Поэтому необходимо использовать мюоны с большей энергией.

Возможность использовать мюоны с большой энергией появилась после запуска синхротрона PS (Proton Synchrotron). Второй эксперимент по измерению a_μ был проведён в 1962–1968 гг. (CERN II) [24]. Общая схема эксперимента показана на рис. 18. Измерение проводилось на мюонах с импульсом 1,28 ГэВ/с ($\gamma = 12$, $\gamma\tau = 27$ мкс). Для накопления мюонов было построено накопительное кольцо диаметром 5 м со средним магнитным полем 1,7 Тл. Для удержания мюонов в кольце в течение всего времени наблюдения, которое составляло 200 мкс (или 4000 оборотов), был сформирован небольшой градиент основного поля. Таким образом, установка представляла собой накопительное кольцо со слабой фокусировкой с индексом поля $n = 0,13$.

Для инжекции пучка частиц на равновесную орбиту в однородном магнитном поле его необходимо "ударить" — иначе после одного оборота пучок столкнётся со стенкой. Чтобы обойти эту трудность, в эксперименте CERN II мюоны не инжектировались в кольцо, а рождались прямо в нём. Пучок протонов из PS с импульсом

10,5 ГэВ/с направлялся на мишень, расположенную в магнитном поле внутри накопительного кольца. Протонный пучок состоял из 2–3 узких (длительностью 10 нс) сгустков, разделённых временным промежутком 105 нс. Время оборота в кольце составляло 52,5 нс, поэтому мюоны, рождённые от разных протонных сгустков, попадали в общий мюонный сгусток. Около 70 % протонов взаимодействовало в мишени, в результате чего рождались пионы с импульсом около 1,3 ГэВ/с (наряду с большим количеством других частиц). Около 20 % этих пионов распадалось в течение одного оборота. Мюоны, вылетевшие при распаде пиона вперёд под небольшим углом, попадали на равновесную орбиту. Поляризация начального мюонного сгустка составила приблизительно 25 %, из-за того что на орбиту захватывались и мюоны от распада пионов с другими импульсами, направление поляризации которых отличалось.

Эксперимент CERN II отличался от всех предыдущих также тем, что мюоны для измерения их поляризации не останавливались в детекторе — использовался распад мюонов на лету. В системе покоя мюона энергичные электроны вылетают преимущественно параллельно (в случае μ^- — антипараллельно) направлению спина мюона: $\sim (1 \pm A \cos \Theta)$, где Θ — угол между направлением спина мюона и импульсом электрона. Точнее, в ультрарелятивистском пределе $m_e \rightarrow 0$ (см., например, [183]) угловое и энергетическое распределение электронов описывается формулой:

$$\frac{d\Gamma}{d\varepsilon d\Omega} \sim 2\varepsilon^2(3 - 2\varepsilon)[1 \pm A(\varepsilon) \cos \Theta], \quad (60)$$

где

$$A(\varepsilon) = \frac{2\varepsilon - 1}{3 - 2\varepsilon},$$

знак $\pm$ соответствует заряду мюона, ε — энергия электрона, делённая на его максимальную энергию.

После перехода в лабораторную систему, в которой движется мюон, угловая анизотропия в системе покоя превращается в зависимость импульсного распределения вылетевших электронов от направления спина мюона. Этот эффект легко объяснить следующим образом. Предположим, что при распаде мюона в системе покоя рождаются моноэнергичные электроны. Тогда наибольшей энергией в лабораторной системе будут обладать электроны, вылетевшие по направлению движения мюона. Доля таких электронов больше, если спин мюона ориентирован по направлению движения мюона (для μ^- — против). Если установить пороговое ограничение на энергию электронов, то тогда число зарегистрированных электронов будет осциллировать с частотой ω_a — оно будет возрастать, когда спин мюона оказывается сонаправленным с импульсом мюона, и убывать до минимума, когда спин и импульс будут направлены в противоположные стороны (и наоборот для μ^+). В действительности ситуация сложнее, поскольку спектр электронов не является моноэнергичным, однако качественно она не меняется. Отбирая электроны с энергией, превышающей пороговую в лабораторной системе, мы преимущественно отбираем электроны, движущиеся в определённом направлении в системе покоя, и число таких электронов осциллирует вместе с прецессией спина мюона.

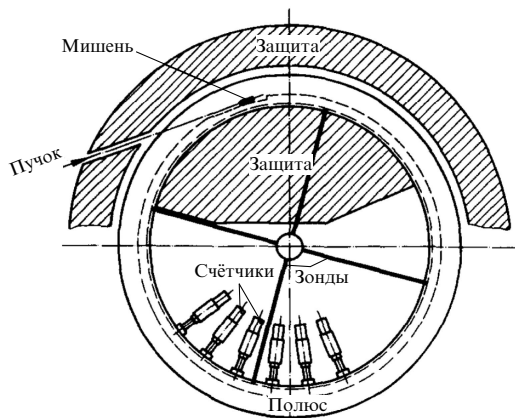


Рис. 18. Схема второго эксперимента (CERN II) по измерению a_μ [24].

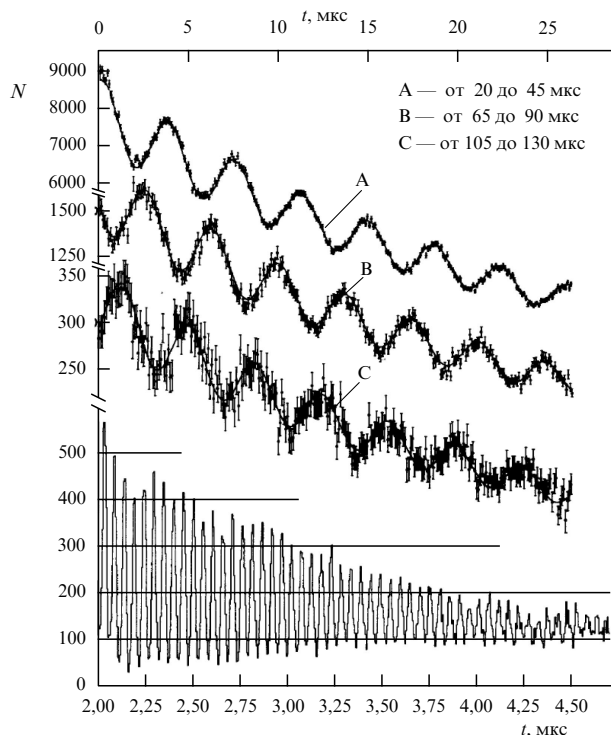


Рис. 19. Число N зарегистрированных распадных электронов в зависимости от времени после инъекции в эксперименте CERN II. Показана аппроксимация результатов функцией (58) [24].

Для регистрации электронов из распада мюонов на лету на внутреннем радиусе накопительного кольца были расположены счётчики. Импульс подавляющего большинства электронов, рождённых в распаде мюона, меньше импульса мюона, поэтому они вылетают внутрь кольца и попадают в счётчики. Порог регистрации был установлен в ~ 750 МэВ, что соответствует приблизительно максимальному значению величины NA^2 , которая, как следует из (59), определяет статистическую точность измерения частоты прецессии.

Благодаря релятивистскому удлинению времени жизни мюонов в эксперименте удалось наблюдать около 20 периодов прецессии спина (рис. 19) и достичь точности измерения 265 ppm: $a_\mu(\text{CERN II}) = (11661,6 \pm 3,1) \times 10^{-7}$. Точность измерения a_μ в эксперименте CERN II была улучшена в 15 раз по сравнению с таковой в эксперименте CERN I. Кроме того, впервые был измерен аномальный магнитный момент для мюонов обоих зарядов (во всех предыдущих экспериментах он измерялся только для μ^+) и установлен предел для нарушения CPT -инвариантности: $a_{\mu^+} - a_{\mu^-} = (5,0 \pm 7,5) \times 10^{-7}$.

Стоит отметить ещё одну особенность эксперимента. В нём впервые был проведён анализ процесса дебаширования мюонного пучка для измерения импульсного распределения захваченных мюонов (сгустковая структура хорошо видна на нижнем распределении на рис. 19). Данный метод применялся во всех последующих экспериментах.

Наличие неоднородности магнитного поля, необходимого для удержания мюонов, определило максимальную достижимую точность измерения: вклад неопределённости магнитного поля в полную ошибку измерения $\delta a_\mu = 3,1 \times 10^{-7}$ составлял около $1,9 \times 10^{-7}$. Дальнейшее

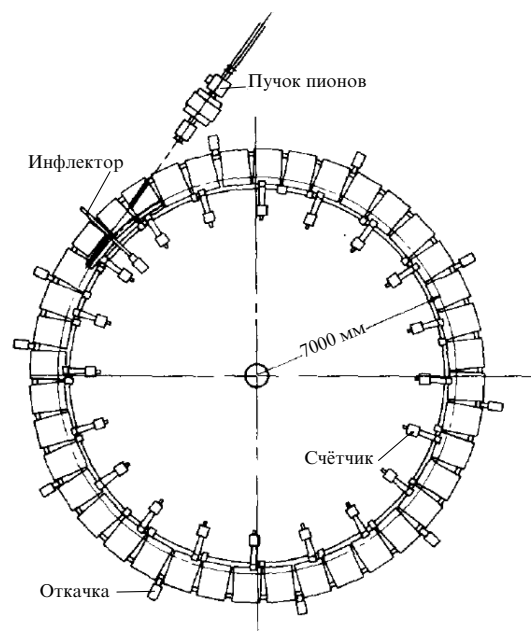


Рис. 20. Общая схема эксперимента CERN III [25].

существенное увеличение точности в рамках эксперимента CERN II стало практически невозможным.

Между тем в научном сообществе имелся большой интерес к увеличению точности измерения a_μ . В 1969 г., когда был опубликован результат CERN II, наблюдались небольшие, порядка 2–3 стандартных отклонений, различия между результатами теории и эксперимента для ряда величин: аномальных магнитных моментов электрона и мюона и лэмбовского сдвига (впоследствии эти расхождения были устранены благодаря уточнению теории) [184]. Кроме того, представлялось интересным достичь такой точности, при которой становился бы значительным вклад сильных взаимодействий (составляющий в случае мюона около 60 ppm).

Последний из серии экспериментов в ЦЕРНе, CERN III [25, 26], проведённый в 1969–1976 гг., установил "золотой" стандарт для последующих экспериментов. Схема эксперимента (рис. 20) основывалась на подходах CERN II: мюоны накапливались в специальном кольце с однородным магнитным полем и их поляризация измерялась с помощью регистрации электронов, рождённых в распаде мюонов на лету (рис. 21). Однако ряд принципиальных улучшений позволил преодолеть ограничения CERN II.

Основной вклад в систематическую ошибку был связан с наличием градиента магнитного поля, необходимого для вертикального удержания мюонов. В принципе между прецессией спина и вертикальной фокусировкой нет жёсткой связи — первая определяется магнитным полем в системе покоя мюона, а вторая — электрическим, и эти поля могут формироваться независимо. То, что и для прецессии, и для удержания в эксперименте CERN II использовалось одно и то же магнитное поле, являлось особенностью конкретного эксперимента. В CERN III было решено использовать максимально однородное магнитное поле, а для удержания — электрическое поле, формируемое системой из восьми электростатических квадруполов, расположенных вдоль кольца. Удалось достичь однородности среднего магнитного

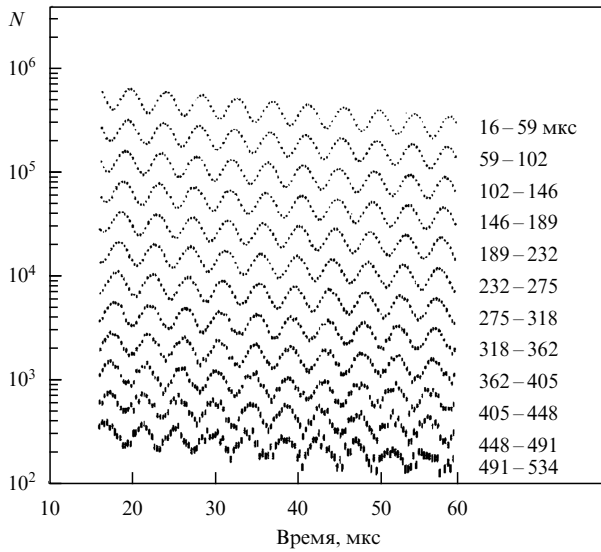


Рис. 21. Число N зарегистрированных электронов в зависимости от времени после инжекции [25].

поля, наблюдаемого мюонами (т.е. поля, усреднённого по азимуту кольца) порядка нескольких ppm, что на два порядка лучше, чем в CERN II. Благодаря высокой однородности магнитного поля резко уменьшились систематические ошибки, связанные с неизвестностью точной траектории мюонов и потерями мюонов из пучка.

Однако электрическое поле влияет на частоту прецессии спина мюона, поэтому в общем случае неточность величины электрического поля и неопределённость орбиты мюонов приводят к систематической ошибке измерения a_μ . Эту проблему удалось обойти, правильно выбрав параметры эксперимента. При наличии электрического поля циклотронная частота выражается как

$$\omega_c = -\frac{e}{m} \left(\frac{\mathbf{B}}{\gamma} - \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1} \frac{\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}}{c} \right), \quad (61)$$

а частота прецессии спина в неподвижной системе отсчёта имеет вид

$$\omega_s = -\frac{e}{m} \left[\left(a_\mu + \frac{1}{\gamma} \right) \mathbf{B} - a_\mu \frac{\gamma}{\gamma + 1} (\boldsymbol{\beta} \mathbf{B}) \boldsymbol{\beta} - \left(a_\mu + \frac{1}{\gamma + 1} \right) \frac{\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}}{c} \right]. \quad (62)$$

Разность этих частот

$$\omega_a = \omega_s - \omega_c = -\frac{e}{m} \left[a_\mu \mathbf{B} - a_\mu \frac{\gamma}{\gamma + 1} (\boldsymbol{\beta} \mathbf{B}) \boldsymbol{\beta} - \left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}}{c} \right]. \quad (63)$$

В условиях эксперимента мюоны движутся перпендикулярно магнитному полю, $\boldsymbol{\beta} \mathbf{B} = 0$, поэтому окончательное выражение для частоты прецессии спина мюона относительно направления импульса имеет вид:

$$\omega_a = -\frac{e}{m} \left[a_\mu \mathbf{B} - \left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}}{c} \right]. \quad (64)$$

При выборе для измерения мюонов с таким импульсом, при котором выполняется соотношение $1/(\gamma^2 - 1) = a_\mu$, член, связанный с электрическим полем, обнуляется и мы приходим к простому соотношению (57). Соответствующее значение импульса, которое получило в литературе название "магического" импульса (magic momentum): $p_{\text{magic}} = 3,094 \text{ ГэВ}/c$, $\gamma_{\text{magic}} = 29,3$.

Именно такой импульс мюонов использовался в эксперименте CERN III. Это стало ключевым изменением в схеме измерения по сравнению с таковой в CERN II, позволившим достичь нового уровня точности. Величина импульса определила размер кольца — для магнитного поля 1,5 Тл радиус кольца составил 7 м.

Вторым по важности изменением явилось использование пионной инжекции. Протонная инжекция в эксперименте CERN II, при которой протонная мишень располагалась внутри накопительного кольца, обладала целым рядом недостатков: 1) низкой эффективностью захвата мюонов, 2) высоким уровнем фона, 3) относительно низкой начальной поляризацией мюонов (25 % вместо ожидаемых 95 %) из-за большой примеси мюонов, рождённых при распаде пионов больших энергий. В CERN III протонная мишень помещалась за пределами кольца. Оптика пионного канала позволяла выбрать пионы с импульсом 3,11 ГэВ/с, немного большим "магического", с $\Delta p/p = 0,75 \%$. Для инжекции сформированного пионного пучка в мюонное накопительное кольцо использовался импульсный инфлектор, который в течение ~ 10 мкс компенсировал основное магнитное поле на пути пионного сгустка. Пионы инжектировались в кольцо по касательной к равновесной орбите на немного большем радиусе. В качестве удара, как и в эксперименте CERN II, использовался распад пиона — мюоны, вылетевшие почти вперёд, захватывались накопительным кольцом. Только 25 % пионов успевало распасться на первом обороте, после чего оставшиеся пионы попадали в стенку инфлектора. Огромным преимуществом пионной инжекции являлась высокая поляризация захваченных мюонов, около 95 %, достигнутая благодаря монохроматичности пучка пионов. Кроме того, резко уменьшился фон, наблюдаемый сразу после инжекции.

В эксперименте CERN III впервые был применён метод "обдирки" пучка. В течение малого времени после инжекции изменялось напряжение на электростатических квадрупольях, что приводило к смещению сгустка мюонов. Частицы, находящиеся на границе фазового объёма, попадали в коллиматоры и быстро выбывали из пучка. После восстановления напряжения на электродах "ободранный" сгусток возвращался на стандартную орбиту. Такая техника позволила резко снизить число мюонов, выбывающих из кольца во время измерения.

Как и в CERN II, поляризация мюонов измерялась с помощью регистрации электронов, рождённых при распаде мюонов на лету. Для этого на внутреннем радиусе кольца было размещено 20 счётчиков. Использование большого числа счётчиков, равномерно распределённых вдоль кольца, позволило в несколько раз увеличить эффективность регистрации распадных электронов по сравнению с таковой в CERN II.

В эксперименте CERN III удалось наблюдать более 100 периодов прецессии спина (рис. 21) и достичь точности измерения 7,3 ppm: $a_\mu(\text{CERN III}) = (1165923 \pm 8,5) \times 10^{-9}$. Аномальный магнитный момент был измерен для

мюонов обоих зарядов и установлен новый предел для нарушения *CPT*-инвариантности: $a_{\mu^+} - a_{\mu^-} = (25 \pm 16) \times 10^{-9}$ (10 ppm). Результат CERN III позволил с точностью 10 % подтвердить величину вклада сильных взаимодействий.

Точность измерения a_{μ} в эксперименте CERN III была улучшена в 35 раз по сравнению с точностью измерения в CERN II благодаря принципиальному изменению схемы эксперимента: использованию мюонов с импульсом $p_{\text{magic}} = 3,094$ ГэВ/с. Кроме того, важную роль сыграло увеличение поляризации мюонов от 25 % до 95 %. Систематическая ошибка измерения оценивалась в 1,5 ppm, т.е. точность измерения определялась статистикой.

В серии из трёх измерений, проведённых в ЦЕРНе, была выработана схема "идеального" эксперимента по измерению аномального магнитного момента мюона. Множество ограничений, с которыми столкнулся эксперимент CERN III, являлись чисто техническими. Дальнейшее улучшение точности стало возможным благодаря общему развитию технологий без кардинального пересмотра схемы эксперимента.

3.2. Эксперимент E821

в Брукхейвенской национальной лаборатории

Примерно в 1984 г. была сформирована коллаборация нового эксперимента, E821, по измерению a_{μ} в Брукхейвенской национальной лаборатории (США). Подготовка эксперимента и проведение измерений заняли почти 20 лет. Следующие основные улучшения по сравнению с CERN III позволили достичь нового уровня точности.

1. Интенсивность протонного пучка в синхротроне AGS (Alternating Gradient Synchrotron) БНЛ на два порядка превышала интенсивность пучка в PS (CERN III).

2. В E821 в кольцо инжектировались поляризованные мюоны, что значительно (приблизительно в 300 раз) улучшило эффективность производства мюонов и уменьшило фон во время инжекции. Мюонная инжекция потребовала добавления нового элемента в накопительное кольцо — мюонного кикера.

3. Основное магнитное поле в E821 создавалось сверхпроводящим магнитом, что давало возможность добиться высокой стабильности поля. Специальная конструкция магнита позволила достичь однородности поля порядка 1 ppm, в несколько раз лучшей, чем в CERN III.

4. Электроника калориметров, установленных для регистрации распадных электронов, позволяла оцифровывать форму сигналов и энерговыделение в калориметре. Это давало возможность существенно снизить систематические ошибки, связанные с зависимостью эффективности регистрации от загрузки и наложением сигналов от нескольких электронов.

Для производства поляризованных мюонов с импульсом 3,094 ГэВ/с сгусток протонов с импульсом 24 ГэВ/с из AGS направлялся на никелевую мишень (рис. 22). Энергичные пионы, рождённые в мишени под малым углом к направлению налетающих протонов, собирались и направлялись в канал, в котором с помощью поворотных магнитов и системы коллиматоров K1, K2 отбирались частицы с импульсом, немного превышающим требуемый импульс мюонов. Отобранные пионы попадали в прямолинейный канал длиной 80 м, где заметная доля пионов распадалась. Система из поворотных магнитов и коллиматоров K3, K4 на выходе

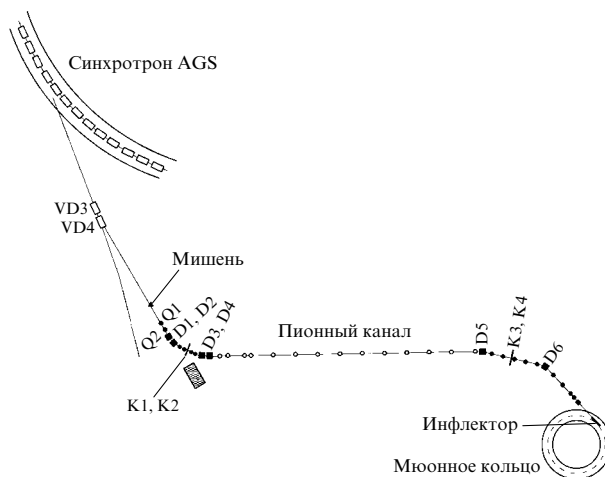


Рис. 22. Общая схема эксперимента E821 в Брукхейвенской национальной лаборатории по измерению аномального магнитного момента мюона [27].

из канала позволяла отбирать частицы (мюоны) со средним импульсом 3,094 ГэВ/с.

Параметры канала подбирались так, чтобы оптимизировать свойства пучка, инжектированного в накопительное кольцо. Ключевыми параметрами для эксперимента являются: количество захваченных мюонов, поляризация мюонов и количество пионов, инжектируемых вместе с мюонами. С помощью моделирования и в ходе настройки и эксплуатации канала была найдена оптимальная конфигурация, в которой коллиматорами K1, K2 отбираются пионы с импульсом 3,115 ГэВ/с, на $(1,7 \pm 0,5) \%$ превышающим требуемый импульс мюонов. В такой конфигурации приблизительно 10^{-5} пионов на каждый протон достигало прямолинейного канала и $1,2 \times 10^{-7}$ мюонов инжектировалось в накопительное кольцо, при этом поляризация мюонного пучка составляла 95 %.

Один цикл работы AGS длился 2,7 с, в течение этого цикла в синхротроне могло накапливаться до 70×10^{12} протонов. Средняя интенсивность протонного пучка в AGS почти в 200 раз превышала таковую в эксперименте CERN III. Накопленный пучок разделялся на несколько сгустков, которые выпускались на мишень с периодом 33 мс. Число сгустков, которое являлось фиксированным в каждом экспериментальном сезоне, варьировалось от 6 до 12 от сезона к сезону. Чтобы не разрушить мишень, интенсивность каждого сгустка ограничивалась величиной 7×10^{12} протонов. Пучок частиц после прохождения им прямолинейного промежутка и отбора по импульсу представлял собой смесь электронов, мюонов и пионов приблизительно в равных долях, а также протонов, число которых оценивалось в 1/3 от числа пионов [185].

Для инжекции пучка частиц в накопительное кольцо был сконструирован сверхпроводящий магнит-инфлектор, который формировал постоянное однородное магнитное поле, компенсирующее основное поле накопительного кольца [186, 187]. Уникальная особенность магнита состояла в том, что он в пределах точности измерения (доли ppm) не искажал основного магнитного поля в области орбиты захваченных мюонов — на расстоянии всего 3 см от траектории инжектируемых частиц, на которой это поле было полностью компенсировано.

Такого эффекта удалось добиться благодаря двум конструктивным решениям. Однородное поле, компенсирующее поле накопительного кольца, создавалось с помощью косинусной катушки, что позволило уменьшить величину рассеянных полей. Остаточное поле снаружи инфлектора компенсировалось с помощью пассивного сверхпроводящего экрана. Повышение поля в основном магните накопительного кольца всегда проводилось при выключенном инфлекторе и сверхпроводящем экране в нормальном состоянии. По окончании запитки экран инфлектора переводился в сверхпроводящее состояние, "замораживая" поле в области инфлектора. После этого производился ввод поля в инфлектор.

В течение трёх экспериментальных сезонов (1997–1999 гг.) сверхпроводящий экран инфлектора был повреждённым (после вскрытия его для ремонта инфлектора), что приводило к появлению рассеянных полей порядка 600 ppm. Однако, благодаря тому что неоднородность поля была локализована, а для измерения a_μ важен интеграл поля по всему накопительному кольцу, дополнительный вклад в систематическую ошибку не превысил 0,2 ppm. Кроме того, интеграл статистики, набранной в эти три сезона, составил около 10 % общего интеграла, так что этот дополнительный вклад практически не повлиял на систематическую ошибку окончательного результата. По окончании сезона 1999 г. был установлен новый инфлектор с неповреждённым экраном, что полностью решило проблему рассеянного поля инфлектора.

Попадая в однородное магнитное поле накопительного кольца, инжектированный пучок движется по круговой орбите, поэтому после одного оборота (149 нс) он ударился бы в стенку инфлектора. Чтобы пучок оказался на равновесной орбите, необходимо было "ударить" его во время первого оборота. Для этого на 1/4 оборота от инфлектора был установлен кикер [188], который в течение малого времени, приблизительно соответствующего одному обороту пучка, создавал интеграл поля $\sim 0,1$ Тл м, что соответствовало повороту пучка приблизительно на 10 мрад. Магнитное поле генерировалось коротким (около 400 нс) импульсом тока, сформированным LCR-цепью. Ток протекал по двум алюминиевым параллельным пластинам длиной 1,76 м (расположенным слева и справа от области накопления мюонов), образующим один виток. Для формирования необходимого интеграла поля были последовательно установлены три идентичных кикера (K1–K3 на рис. 23).

В эксперименте E821 использовалась электростатическая фокусировка, предложенная в эксперименте CERN III. Квадрупольное электрическое поле формировалось четырьмя группами электродов [189], симметрично расположенных по кольцу (Q1–Q4 на рис. 23). По техническим причинам невозможно было расположить электроды вдоль всего кольца без разрывов — в кольце E821 электроды заполняют 43 % его периметра. Однако такого заполнения и четырёхкратной симметрии было достаточно для того, чтобы добиться практически одинакового размера пучка вдоль периметра — отношение максимального и минимального размеров составляет всего $\sqrt{\beta_{\max}/\beta_{\min}} = 1,04$. Так как акцептанс детекторов зависит от размера пучка, такая однородность важна для уменьшения систематических ошибок измерения ω_a .

При типичном сценарии работы до инжекции на электроды подавалось напряжение около 25 кВ, которое

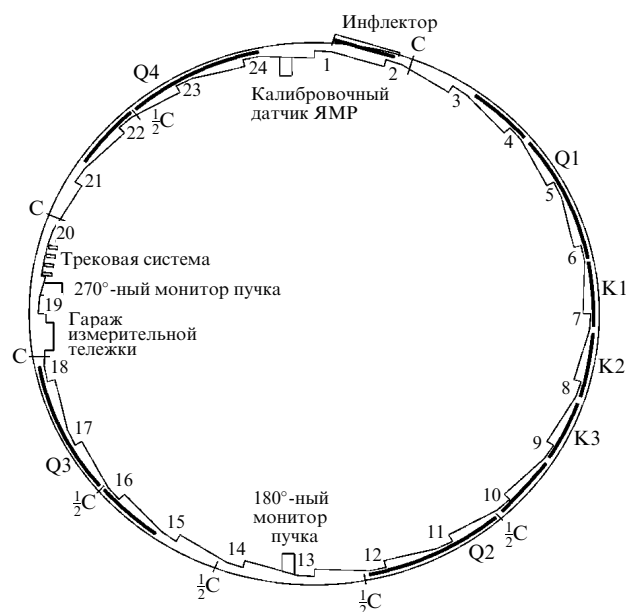


Рис. 23. Схема расположения элементов накопительного мюонного кольца. К — кикеры, Q — электростатические квадруполи, C — коллиматоры. Номера на внутренней стороне кольца отмечены положения калориметров.

поддерживалось постоянным в течение всего цикла измерения, 700 мкс–1 мс. Непосредственно перед инжекцией на электроды подавалось разное напряжение, что позволяло сдвинуть равновесную орбиту на несколько миллиметров. Сдвинутый пучок "обдирался" с помощью системы коллиматоров, расположенных по периметру кольца (коллиматоры кольца C и коллиматоры полукольца 1/2 C на рис. 23). Через 7–16 мкс напряжение на электродах симметризовалось и пучок возвращался на стандартную равновесную орбиту. Такая процедура давала возможность уменьшить заселённость фазового объёма вблизи границы, что позволяло уменьшить число мюонов, вылетевших из пучка и не распавшихся до момента вылета. Такие мюоны являются возможным источником систематической ошибки, поскольку направление спина потерянных мюонов не измеряется.

Описанная схема генерации и накопления мюонного пучка позволила добиться захвата приблизительно 10^4 мюонов на каждый сгусток протонов ($\sim 5 \times 10^{12}$ p), что на два порядка больше скорости накопления в эксперименте CERN III.

Для достижения высокой точности измерения аномального магнитного момента необходимо создать в области накопления мюонов высокооднородное магнитное поле. В формулу (57) входит среднее магнитное поле, "наблюдаемое" мюоном. Величину среднего поля необходимо измерить с абсолютной точностью порядка 0,1 ppm, чтобы обеспечить требуемую точность измерения a_μ . Кроме того, поскольку орбиты индивидуальных мюонов различны, необходимо добиться однородности среднего магнитного поля по всей области накопления, для того чтобы спины мюонов, захваченных на разные равновесные орбиты, прецессировали синхронно. Допустимая вариация в радиальном и вертикальном направлениях магнитного поля, усреднённого по периметру, составляет порядка 1 ppm. При этом допуска-

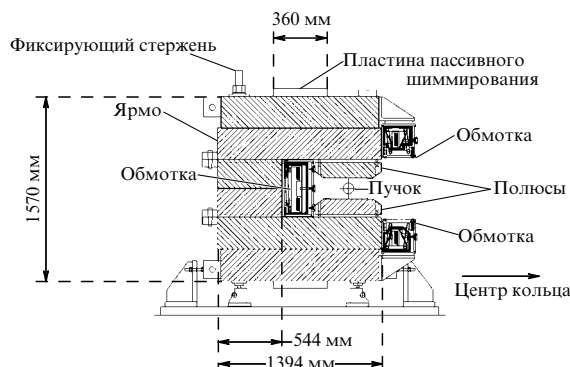


Рис. 24. Разрез магнита накопительного кольца [27].

ются значительно большие локальные неоднородности поля, вплоть до 100 ppm, если они стабильны во времени и могут быть измерены с такой точностью, чтобы не ухудшить точность определения среднего поля.

Накопительное кольцо представляло собой единый магнит [190], конструкция которого позволяла добиться высокой однородности поля в области накопления. Схема магнита представлена на рис. 24. Магнитное поле создаётся четырьмя 14-метровыми 24-витковыми сверхпроводящими обмотками. На момент производства, в 1996 г., это были самые большие сверхпроводящие обмотки в мире. Две закреплённые на единой обечайке обмотки, помещённые в общий криостат, расположены на внешнем радиусе от мюонного пучка. Две другие обмотки, каждая в собственном криостате, расположены на внутреннем радиусе. Обмотки запитываются внешним стабилизированным источником тока номинальным рабочим током 5200 А. Благодаря наличию системы обратной связи с измерениями магнитного поля с помощью датчиков ядерного магнитного резонанса (ЯМР) удалось достичь стабильности поля на уровне нескольких ppm. Конфигурация магнитного поля определяется железным С-образным ярмом, основная часть которого изготовлена из стандартной низкоуглеродной стали AISI 1006 (AISI — American Iron and Steel Institute). Поле в области накопления мюонов формируется с помощью специальных полюсов, изготовленных из стали вакуумной обработки с очень низким содержанием углерода (менее 4 ppm). Технология производства такой стали позволяет добиться низкого количества локальных дефектов и пузырьков, что важно для достижения однородного поля. Ядро магнита состоит из 36 отдельных элементов (шесть секторов с шестью элементами в каждом), тесно подогнанных друг к другу и электрически изолированных. Полюсы магнита выполнены из 24 элементов — 12 секторов с верхним и нижним полюсами в каждом.

Конструкция магнита включала в себя набор элементов для пассивного шиммирования и систему плоских обмоток для активного шиммирования магнитного поля, расположенных на поверхности полюсов. Потребовалось несколько последовательных приближений для достижения необходимой однородности поля. Первоначальное шиммирование магнита было проведено перед первым сезоном (1997 г.) и была получена однородность поля приблизительно 25 ppm. Однородность была значительно улучшена уже перед следующим сезоном (1998 г.). Окончательно была достигнута однородность

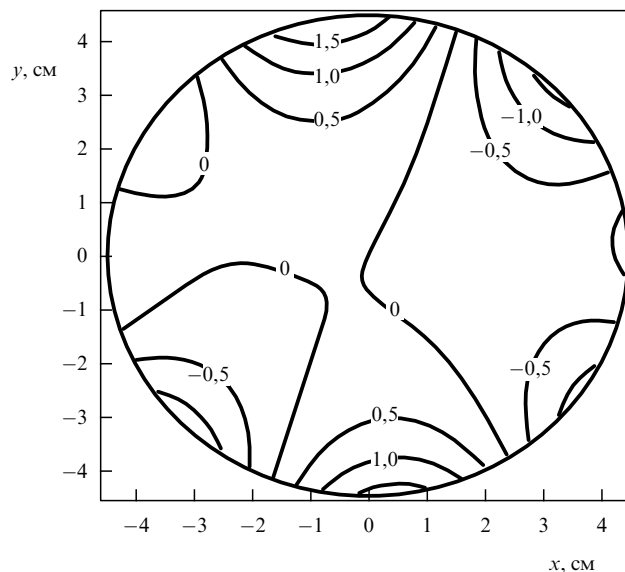


Рис. 25. Двумерная карта магнитного поля, усреднённого по периметру накопительного кольца, в области накопления мюонов (данные 2001 г.).

± 1 ppm после замены сверхпроводящего инфлектора перед сезоном 2000 г., и около 90 % статистики эксперимента было набрано с такой конфигурацией магнитного поля. На рисунке 25 показана карта магнитного поля для сезона 2001 г.

Магнитное поле в накопительном кольце измерялось и мониторировалось с помощью ЯМР-методики [191] в единицах частоты прецессии свободного протона ω_p . Непрерывное измерение поля с требуемой точностью в большом объёме накопительного кольца потребовало использования многоступенчатой системы датчиков.

Для определения абсолютной величины поля использовался специальный ЯМР-датчик [192], в котором сферический рабочий объём заполнялся водой высокой чистоты. Метод ЯМР не позволяет непосредственно измерить частоту прецессии свободного протона, так как магнитный момент протона экранирован рабочей средой. Однако конструкция датчика и рабочая среда подобраны так, чтобы можно было получить ω_p , измерив частоту прецессии в воде. Суммарная поправка, которая довольно велика, приблизительно 25,8 ppm, определяется величиной диамагнитного экранирования протона в молекуле воды. Величина поправки известна с точностью 14 ppm, что значительно лучше требований эксперимента к точности измерения магнитного поля. Недавние новые измерения величины диамагнитного экранирования в воде [193] с точностью 2,5 ppm полностью согласуются с предыдущим значением, взятым для расчёта ω_p . С учётом всех эффектов точность измерения магнитного поля с помощью датчика абсолютной калибровки оценивается в 0,05 ppm.

Для измерения карты поля во всей области накопления мюонов использовалась специальная тележка, на которой устанавливалось 17 датчиков ЯМР. С помощью лески и провода тележка могла перемещаться внутри вакуумной камеры вдоль всего периметра накопительного кольца по специальным рельсам. Во время набора статистики тележка убиралась в "гараж" (см. рис. 23). В течение экспериментального сезона карта поля снима-

Таблица 3. Систематическая точность (в ppm) измерения магнитного поля ω_p в накопительном кольце

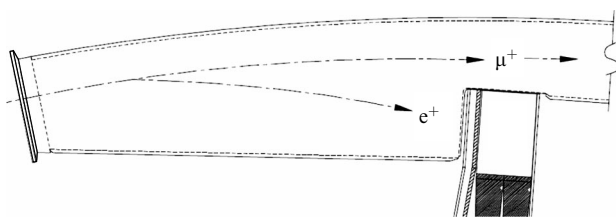
Источник систематической ошибки	1999 г.	2000 г.	2001 г.
Точность датчика абсолютной калибровки	0,05	0,05	0,05
Калибровка датчиков, установленных на тележке	0,20	0,15	0,09
Измерение карты магнитного поля	0,10	0,10	0,05
Интерполяция величины поля с помощью постоянных датчиков	0,15	0,10	0,07
Учёт пространственного распределения мюонов	0,12	0,03	0,03
Влияние рассеянного поля инфлектора	0,20	—	—
Другое	0,15	0,10	0,10
Общая систематическая ошибка измерения ω_p	0,4	0,24	0,17

лась 2–3 раза в неделю, каждое измерение занимало около 2 ч.

Проводился непрерывный мониторинг величины поля как в периоды набора статистики, так и во время между ними с помощью системы из 378 "постоянных" (неподвижных) датчиков ЯМР того же типа, что и датчики, установленные на тележке. Постоянные датчики размещались в верхней и нижней стенках вакуумной камеры, в двух или трёх положениях по радиусу, через каждые 5° по периметру кольца. Среднее значение магнитного поля, измеренное с помощью нескольких из 36 постоянных датчиков, равномерно распределённых по периметру, использовалось в системе обратной связи для поддержания постоянной величины поля в магните накопительного кольца.

Основные вклады в систематическую ошибку измерения ω_p приведены в табл. 3 для трёх сезонов, во время которых был набран основной интеграл статистики. В течение этого времени общая систематическая ошибка была уменьшена более чем в два раза благодаря множеству отдельных улучшений системы.

Электроны и позитроны, продукты распада мюонов, регистрировались 24 электромагнитными калориметрами [194], равномерно расположенными рядом с вакуумной камерой на внутреннем радиусе накопительного кольца (положения калориметров отмечены на рис. 23). Для минимизации количества вещества перед калориметром вакуумной камере накопителя придана специальная форма, показанная на рис. 26. Каждый калориметр представлял собой решётку сцинтилляционных волокон диаметром 1 мм, внедрённых в свинцовую матрицу (вклеенных в канавки, выгравированные в свинцовой пластине). Сцинтилляционные волокна ориентированы по радиусу накопительного кольца (т.е. электрон попадает в калориметр перпендикулярно направлению

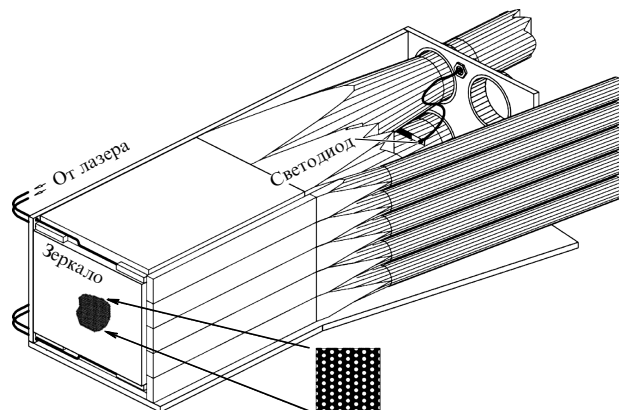
**Рис. 26.** Калориметр (внизу справа), установленный в специальный уступ вакуумной камеры [194].

волокон). Считывание производится с помощью четырёх фотоэлектронных умножителей (ФЭУ). Для электрона с энергией 1,8 ГэВ (пороговая энергия при измерении ω_a) временное разрешение порядка 100 пс, а энергетическое — около 7 %.

Для измерения ω_a не требуется ни высокого временного, ни высокого энергетического разрешения. В то же время исключительно важно, чтобы ни разрешение, ни средний отклик калориметра не зависели от мгновенной загрузки калориметра. Для калибровки стабильности отклика калориметров была разработана специальная система лазерной калибровки. В результате калибровки показано, что при большой загрузке калориметра систематический сдвиг реконструированного времени появления вспышки не превышает 4 пс. Зависимость энергетической калибровки калориметра от загрузки не превышает нескольких долей процента, что компенсировалось при анализе данных.

Для оценки различных систематических эффектов и проведения сопутствующих измерений использовались дополнительные детекторные системы, установленные вместе с калориметрами. На передней плоскости приблизительно у половины калориметров были установлены системы из пяти пластин пластикового сцинтиллятора (front scintillating detectors, FSD) толщиной 1 см (рис. 27). FSD предназначались для измерения вертикального распределения точки входа электронов в калориметр, которое использовалось для оценки некоторых систематических эффектов и измерения электрического дипольного момента мюона. Кроме этого, FSD позволяли изучать эффекты, связанные с потерей мюонов из накопительного кольца, — низкий порог регистрации в FSD позволял идентифицировать такие мюоны по совпадению сигналов с нескольких станций.

Перед одним из калориметров (номер 20 на рис. 23) был установлен годоскоп из четырёх дрейфовых камер, каждая из которых состояла из трёх слоёв горизонтальных и вертикальных дрейфовых трубочек диаметром 8 мм. Данная система предназначена для измерения положения точки распада мюона, для чего восстановленный трек электрона, вылетевшего из кольца и попавшего в калориметр, продолжался в обратном направлении (отсюда название системы — система обратной трассировки (traceback system)). Эти измерения использовались при изучении динамики мюонного пучка в накопителе и при измерении ЭДМ мюона.

**Рис. 27.** Конструкция калориметра [27].

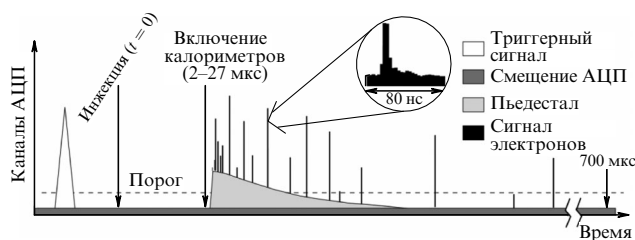


Рис. 28. Структура данных, соответствующая одной инжекции в накопительное кольцо.

Аналоговые сигналы с четырёх ФЭУ, обслуживающих один калориметр, суммировались и поступали на два канала оцифровки в специально разработанные четырёхканальные амплитудно-цифровые преобразователи (АЦП) (waveform digitizers, WFD), которые непрерывно оцифровывали поступающие сигналы с частотой 200 МГц и разрешением 8 бит. Задающие генераторы в парах каналов, в которые приходили сигналы с одного калориметра, были сдвинуты на полпериода, что позволяло эффективно удвоить частоту оцифровки до 400 МГц. Для уменьшения объёма данных использовался режим подавления нулей — при превышении порога дискриминатора в буферной памяти сохранялась форма сигнала с соответствующего канала длительностью 80 нс, из них 16 нс — время до момента срабатывания дискриминатора для определения базовой линии.

На рисунке 28 показана структура данных, формируемая в АЦП для каждой инжекции мюонов в накопительное кольцо. Примерно за 50 мкс до инжекции система управления синхротроном AGS формировала специальный сигнал, по которому система сбора данных эксперимента переходила в рабочий режим. В первую очередь "запирались" ФЭУ калориметров с помощью перераспределения высоких напряжений, подаваемых на диоды. Снижение коэффициента усиления в $\sim 10^6$ раз позволяло избежать долговременных эффектов, обусловленных насыщением сигнала ФЭУ в момент инжекции. Далее электронными приборами системы сбора данных формировался сигнал треугольной формы, который использовался для синхронизации плат АЦП. Через несколько микросекунд после инжекции на диоды ФЭУ подавалось штатное напряжение и платы АЦП начинали оцифровку данных. Оцифровка продолжалась в течение 700–1000 мкс после инжекции, и данные накапливались в буферной памяти АЦП, откуда они извлекались системой сбора данных во время паузы между инжекциями.

Большое количество нейтронов, рождённых во время инжекции, создавало в калориметрах непрерывный фоновый сигнал (пьедестал), спадающий приблизительно как $\sim t^{-1,3}$. До тех пор пока пьедестал превышал порог, платы АЦП работали фактически в режиме непрерывной оцифровки. Когда пьедестал становился ниже порога, АЦП начинали сохранять только те импульсы, которые превышали порог. Уровень пьедестала существенно различался для разных детекторов. Его максимальный уровень наблюдался в детекторах, расположенных по пути инжектированного пучка (особенно в детекторах 3–6). В этих детекторах устанавливалось максимальное значение, около 27 мкс, задержки между инжекцией и

включением ФЭУ для уменьшения эффекта, связанного с засветкой ФЭУ, и сокращения интервала непрерывной оцифровки до приемлемого, не приводящего к переполнению буферов. Минимальный уровень пьедестала наблюдался в детекторах, расположенных относительно инфлектора против движения пучка. В этих детекторах напряжение на ФЭУ подавалось практически сразу после инжекции, с задержкой 2–5 мкс.

Для измерения ω_a точность измерения энергии и времени не играет большой роли, однако очень важна стабильность этих измерений на временном интервале от начала инжекции до окончания оцифровки (около 1 мс). Так как загрузка калориметра сразу после инжекции составляет несколько мегагерц, а через 1 мс падает на несколько порядков, требование стабильности означает, что результаты реконструкции не должны систематически зависеть от мгновенной загрузки. Наиболее важный параметр с точки зрения измерения ω_a — это восстановленное время прихода электрона. Для обеспечения систематической ошибки измерения ω_a не более 0,1 ppm стабильность реконструированного времени в пределах интервала оцифровки (1 мс) должна быть не хуже 20 пс, что на два порядка меньше периода сэмпирования сигнала.

Один из основных эффектов, который приводит к появлению зависимости результатов реконструкции от загрузки, связан с наложением сигналов. При типичной загрузке калориметра сразу после инжекции с вероятностью в несколько процентов два и более электронов попадают в калориметр достаточно близко по времени относительно друг друга, так что их сигналы перекрываются. Эта вероятность убывает практически до нуля к концу интервала оцифровки.

Для восстановления событий применялся подход, основанный на аппроксимации измеренной формы сигнала стандартной формой (или суммой стандартных сигналов в случае их наложения). Стандартные формы сигналов определялись для каждого калориметра из самих данных, с этой целью использовались одиночные сигналы электронов, зарегистрированные через 300 мкс после начала инжекции и позднее. Доля событий с наложением сигналов двух и более электронов уменьшалась к этому времени более чем на два порядка, становясь пренебрежимо малой. Для данных каждого экспериментального сезона проводилась независимая калибровка средних форм сигналов. Были проведены специальные исследования по мониторингу стабильности формы сигнала в течение сезона, а также зависимости формы сигнала от времени его прихода относительно момента инжекции.

Энергетическая калибровка калориметров производилась по самим данным по краю спектра электронов, соответствующего энергии 3,1 ГэВ. Для измерения ω_a прецизионной абсолютной калибровки энергетической шкалы не требуется, однако очень важно, чтобы калибровка не менялась в пределах интервала оцифровки. Для установления степени стабильности калибровки измерялась зависимость среднего энерговыделения электронов с энергией, превышающей пороговую, от времени прихода сигнала после инжекции, при этом делалась поправка на наложение сигналов. Для каждого калориметра определялась функция изменения энергетической шкалы от времени, $\Delta G/G(t)$, которая применялась в качестве поправки при анализе данных. Для большин-

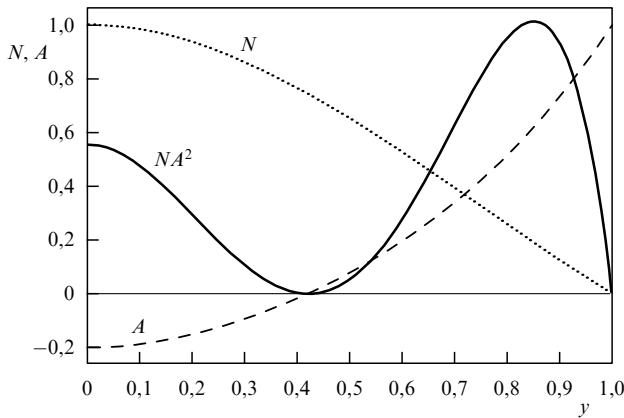


Рис. 29. Расчётный спектр электронов и асимметрия в лабораторной системе. Показана относительная энергия $y = E_e/E_{\max}$.

ства калориметров величина $\Delta G/G$ через несколько микросекунд после инжекции не превышала 0,2 %.

Для измерения частоты прецессии спина строится распределение по времени $N(t)$ для электронов, зарегистрированных в калориметрах, с энергией выше пороговой. В идеальном случае распределение описывается функцией

$$N(t) = \frac{N_0}{\gamma\tau_\mu} \exp\left(-\frac{t}{\gamma\tau_\mu}\right) [1 - A \cos(\omega_a t + \phi)], \quad (65)$$

где параметры распределения N_0 , A и ϕ зависят от пороговой энергии электрона. Расчётный спектр $N(E)$ и асимметрия $A(E)$ для распадных электронов для условий эксперимента показаны на рис. 29. Статистическая ошибка определения ω_a пропорциональна произведению NA^2 . В случае, когда для определения ω_a используются электроны с энергией, превышающей пороговую, оптимальное с точки зрения минимизации статистической ошибки значение пороговой энергии составляет 1,8 ГэВ.

На рисунке 30 показано распределение $N(t)$ для электронов с энергией выше 1,8 ГэВ для данных одного сезона (2001 г.). В первом приближении для определения частоты прецессии это распределение аппроксимируется

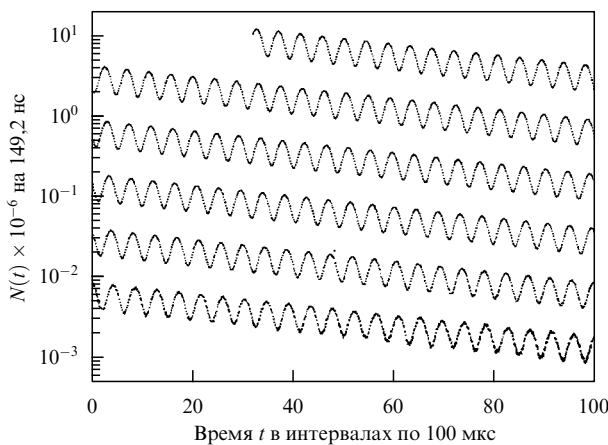


Рис. 30. Распределение по времени $N(t)$ для электронов с энергией выше 1,8 ГэВ для данных, набранных в 2001 году [27].

функцией (65) с пятью свободными параметрами (N_0 , τ_μ , A , ω_a и ϕ). При обработке данных, набранных в 1998 г. (около 1 % от общего объёма статистики эксперимента), такой функции было достаточно для описания экспериментальных данных — значение критерия χ^2/ν подгонки (ν — число степеней свободы) было совместимо с единицей. Однако при увеличении статистики в функции подгонки необходимо учитывать целый ряд дополнительных эффектов. Полная функция подгонки для аппроксимации распределения $N(t)$, в которой учтены все известные эффекты, имеет вид

$$N(t) = \frac{N_0}{\gamma\tau_\mu} \exp\left(-\frac{t}{\gamma\tau_\mu}\right) A(t) V(t) B(t) C(t) \times \\ \times \{1 - A(t) \cos[\omega_a t + \phi(t)]\}, \quad (66)$$

где

$$A(t) = 1 - A_{\text{loss}} \int_0^t L(t') \exp\left(-\frac{t'}{\gamma\tau_\mu}\right) dt', \quad (67)$$

$$V(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{VW}}}\right) A_{\text{VW}} \cos(\omega_{\text{VW}} t + \phi_{\text{VW}}), \quad (68)$$

$$B(t) = 1 - A_{\text{BR}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{BR}}}\right), \quad (69)$$

$$C(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{CBO}}}\right) A_1 \cos(\omega_{\text{CBO}} t + \phi_1), \quad (70)$$

$$A(t) = A \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{CBO}}}\right) A_2 \cos(\omega_{\text{CBO}} t + \phi_2) \right], \quad (71)$$

$$\phi(t) = \phi_0 + \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{CBO}}}\right) A_3 \cos(\omega_{\text{CBO}} t + \phi_3). \quad (72)$$

Поправочные функции (67)–(71) и их параметры обсуждаются ниже. Учёт этих дополнительных эффектов необходим для получения хорошего значения χ^2/ν подгонки, однако большинство дополнительных факторов очень слабо влияет на определение величины ω_a .

При уменьшении пороговой энергии до величин ниже 1,8 ГэВ количество событий в распределении $N(t)$ возрастает, однако статистическая точность определения ω_a ухудшается. Это происходит из-за того, что в гистограмму добавляются события, асимметрия A для которых мала (или даже имеет противоположный знак), что уменьшает среднюю асимметрию. Однако если провести измерение ω_a независимо в различных интервалах энергии электронов и усреднить результаты, то можно избежать "размывания" асимметрии и оптимально учесть информацию, которую несут электроны с разной энергией, относительно ω_a . Аналогичный результат можно получить, если при наборе распределения $N(t)$ учитывать электроны с весом, пропорциональным $A(E)$. Такой подход эквивалентен анализу данных в бесконечно узких энергетических интервалах. Подобный анализ был проведён для данных как 2000 года, так и 2001 г.

Альтернативный способ определения ω_a заключается в аппроксимации отношения $r(t)$:

$$r(t) = \frac{n_1(t + T/2) + n_2(t - T/2) - n_3(t) - n_4(t)}{n_1(t + T/2) + n_2(t - T/2) + n_3(t) + n_4(t)}, \quad (73)$$

где $n_{1,2,3,4}(t)$ — четыре одинаковых статистически независимых подмножества электронов (т.е. $N(t) = n_1(t) + n_2(t) + n_3(t) + n_4(t)$), T — период прецессии ($T \approx 4,37$ мкс). Вклады "медленных" эффектов (например, распада мюона) в отношении (73) сокращаются, поэтому в первом приближении $r(t)$ описывается функцией

$$r(t) = A \cos(\omega_a t + \phi) + \frac{1}{16} \left(\frac{T}{\gamma \tau_\mu} \right)^2 \quad (74)$$

с тремя свободными параметрами: A , ω_a и ϕ . Функции (74) достаточно для описания отношения $r(t)$, усреднённого по всем детекторам, однако для независимого анализа $r(t)$ для отдельных калориметров необходимо использовать более сложную функциональную форму, в которой учтены эффекты, связанные с когерентными бетатронными колебаниями (Coherent Betatron Oscillations — CBO), — вклады, аналогичные $C(t)$, $A(t)$ и $\phi(t)$ в (66). Тем не менее остальные вклады "медленных" эффектов сокращаются и их можно не учитывать при анализе. Анализ данных, основанный на аппроксимации отношения $r(t)$, был проведён для всех сезонов.

Для аппроксимации во всех случаях применялся метод наименьших квадратов, а величина χ^2/ν использовалась для контроля над качеством подгонки. В типичном анализе аппроксимация $N(t)$ или $r(t)$ производилась на временном интервале от 30 до 630 мкс после инжекции в бинах по 149,2 нс, т.е. в 4000 точек. Соответственно, аппроксимация считалась хорошей, если значение χ^2/ν попадало в интервал $1 \pm 0,022$. При подгонке всегда использовалась только та часть распределения, в которой число событий в каждом бине было не менее 30.

В момент инжекции сгусток мюонов имел приблизительно гауссову форму с шириной около 25 нс. Так как время оборота в кольце составляет примерно 149,2 нс, что значительно больше длительности сгустка, структура пучка хорошо видна в распределении времени регистрации электронов в калориметре — распределение $N(t)$ модулировано быстроосциллирующей функцией с периодом $T_c = 2\pi/\omega_c \approx 149,2$ нс. Из-за разброса импульсов, $\Delta p/p \sim 10^{-3}$, в инжектированном пучке происходит его постепенная дебанчировка с характерным временем 20 мкс. Сразу после инжекции пучок занимает угол около 60° ; фронт пучка догоняет его хвост приблизительно через 5 мкс. Для большинства детекторов анализ $N(t)$ начинается через 30 мкс после инжекции. В этот момент сгустковая структура пучка ещё хорошо наблюдается в распределении.

Для исключения циклотронной частоты из распределения $N(t)$ восстановленное время регистрации электрона сдвигалось на случайную величину в интервале $(-T_c/2, T_c/2)$. Такая процедура уменьшала видимую амплитуду циклотронных колебаний в 500 раз, что было достаточно для дальнейшего анализа $N(t)$.

Анализ процесса дебанчировки позволяет получить важную информацию — координатное распределение мюонов в радиальном направлении или тесно связанное с ним импульсное распределение мюонов. Была построена численная модель дебанчировки пучка, и с помощью метода наименьших квадратов подобрано такое начальное импульсное распределение пучка, при котором результаты моделирования хорошо описывали наблюдаемое затухание циклотронных колебаний в $N(t)$.

Эти результаты были подтверждены с помощью альтернативного подхода, основанного на фурье-анализе распределения $N(t)$. Информация о радиальном распределении мюонов важна для вычисления среднего значения магнитного поля для всего ансамбля мюонов.

Наложение сигналов в калориметре приводит к существенному искажению распределения $N(t)$. В случае, когда два электрона с малой энергией попадают в калориметр достаточно близко по времени, они могут быть зарегистрированы как один электрон с большой энергией. Фаза ω_a колебаний для электронов с малой энергией отличается от фазы колебаний для электронов с высокой энергией, поэтому для задачи определения ω_a "электрон", полученный в результате наложения сигналов, существенно отличается от настоящего электрона с той же энергией. Из-за уменьшения доли наложений с понижением загрузки калориметров это приводит к систематическому смещению фазы ω_a колебаний и, соответственно, к систематической ошибке определения частоты. Для характерных условий проведения эксперимента сразу после инжекции доля "неправильных" электронов составляет около 1 % от полного числа электронов с энергией выше 1,8 ГэВ.

Для компенсации эффекта наложения сигналов можно было бы добавить дополнительные члены в (66). Однако при этом значительно ухудшаются как статистическая, так и систематическая точности определения частоты. Благодаря возможностям считывающей электроники калориметров удалось применить гораздо более надёжный метод, основанный на непосредственном измерении эффекта и его исключении при формировании гистограммы $N(t)$. Идея метода состоит в статистическом моделировании вклада наложенных сигналов. На "хвосте" каждого восстановленного сигнала искался вторичный сигнал в фиксированном интервале времени, ширина которого соответствовала разрешающей способности алгоритма реконструкции. Если вторичный сигнал был найден, то формировался общий сигнал так, как будто вторичный сигнал появился в калориметре вместе с первичным. Далее строилось временное распределение сигналов с наложением, в которое искусственно сформированный суммарный сигнал входил с весом +1, а оба исходных сигнала, первичный и вторичный, входили с весом -1, и полученное распределение вычиталось из основного распределения $N(t)$.

Результаты применения описанной процедуры приведены на рис. 31. Вклад от перекрывающихся сигналов хорошо виден в энергетическом распределении электронов $N(E)$, в котором появляется "хвост" в области больших энергий. Распределение по энергии перекрывающихся сигналов $P(E)$ является отрицательным в области низких энергий и положительным в области высоких энергий в соответствии с тем фактом, что вследствие наложения теряются два электрона с малой энергией и добавляется один электрон с высокой энергией. Видно, что описанная процедура позволила полностью компенсировать эффект наложений.

Благодаря наличию электростатических квадруполов мюонное накопительное кольцо эксперимента обладает слабой фокусировкой с показателем спада поля

$$n = \frac{R_0}{\beta B_0} \frac{\partial E_y}{\partial y}, \quad (75)$$

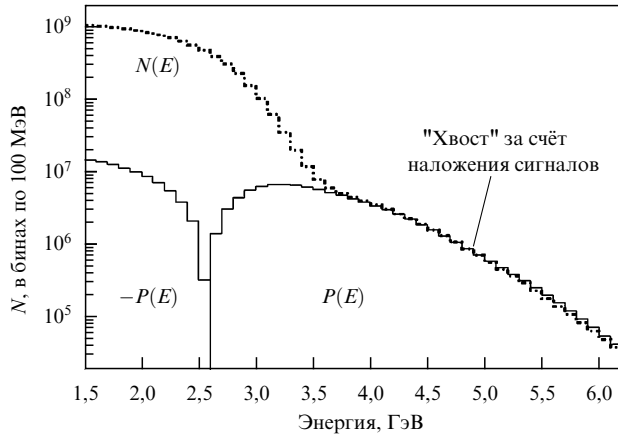


Рис. 31. Результат применения процедуры статистического вычитания вклада наложений. Показаны исходное энергетическое распределение электронов $N(E)$ и энергетическое распределение наложений $P(E)$ [27].

где R_0 — радиус равновесной орбиты, B_0 — величина основного магнитного поля, β — скорость мюонов, $\partial E_y / \partial y$ — средний градиент электрического поля, с учётом того что квадруполь покрывают 43 % периметра кольца. Электроны в таком кольце совершают вертикальные и горизонтальные бетатронные колебания с безразмерными частотами $\nu_y = \sqrt{n}$ и $\nu_x = \sqrt{1-n}$ соответственно. Величина n определяется поданным на квадруполь напряжением, которое различалось в разных сезонах набора данных. В ранних сезонах, до 1999 г. включительно, набор данных проводился с $n = 0,137$ (что соответствовало напряжению ± 24 кВ). В сезоне 2000 г. использовалось значение $n = 0,135$. В сезоне 2001 г. набор данных проводился при двух значениях n , 0,122 и 0,142.

Апертура инфлектора (18 мм) значительно меньше апертуры накопительного кольца (90 мм), поэтому после инъекции пучок заполняет довольно малую часть фазового объёма кольца. Из-за наличия углового разброса в сгустке его размер после инъекции начинает увеличиваться. Однако, так как бетатронная частота для всех мюонов одинакова, через каждые полпериода бетатронных колебаний сгусток опять фокусируется, повторяя образ инфлектора. Аналогичный эффект происходит из-за того, что удар кикера не является идеальным и после удара сгусток остаётся немного в стороне от равновесной орбиты. Синхронные (когерентные) бетатронные колебания отдельных мюонов приводят к тому, что весь сгусток в целом начинает совершать колебательные движения вокруг равновесной орбиты. В системе отсчёта отдельного калориметра наблюдаются биения между описанными типами колебаний и частотой обращения пучка: пролетающий пучок "дышит" (изменяется его ширина) с частотами $\omega_c(1 - 2\nu_x)$ и $\omega_c(1 - 2\nu_y)$ и совершает колебательные движения с частотами $\omega_c(1 - \nu_x)$ и $\omega_c(1 - \nu_y)$ по горизонтали и вертикали соответственно.

Оказалось, что наиболее существенными наблюдаемыми эффектами являются когерентные горизонтальные бетатронные колебания с частотой $\omega_{\text{СВО}} = \omega_c(1 - \sqrt{1-n})$ и периодическое изменение вертикального размера (Vertical Waist — VW) пучка с частотой $\omega_{\text{VW}} = \omega_c(1 - 2\sqrt{n})$; колебаниями остальных типов можно пренебречь. Вследствие неидеальности квадруполь-

ного электрического поля и, соответственно, наличия разброса в показателе спада поля происходит медленная декогеренция колебаний, которая достаточно хорошо описывается экспонентой с постоянной времени 100–150 мкс для горизонтальных колебаний и 25 мкс для вертикальных. Прямое наблюдение всех типов колебаний проводилось с помощью мониторов пучка (Forward Beam Monitor — FBM) во время специальных заходов, в течение которых мониторы выдвигались в область накопления.

Наличие когерентных бетатронных колебаний искажает распределение электронов $N(t)$ в основном посредством двух механизмов. Акцептанс калориметров зависит от положения точки распада мюона: например, доли распадающих электронов, зарегистрированных калориметром, для мюонов, распавшихся на разных радиусах, различны. Это приводит к модуляции числа зарегистрированных электронов и асимметрии ω_a -колебаний. Время пролёта электрона от точки распада мюона (в которой фиксируется фаза ω_a -колебаний) до калориметра также зависит от радиального (горизонтального) положения точки распада — это приводит к модуляции наблюдаемой фазы ω_a -колебаний. При суммировании данных со всех калориметров искажения $N(t)$, связанные с наличием когерентных бетатронных колебаний, уменьшаются на порядок.

Для наблюдения искажений $N(t)$ вследствие когерентных бетатронных колебаний был проведён фурье-анализ разницы $N(t) - N^{\text{par}}(t)$ между экспериментальным распределением и его аппроксимацией простой моделью (65). Полученный спектр частот для подмножества данных сезона 2000 г. показан на рис. 32. Хорошо выделяются частоты горизонтальных (СВО) и вертикальных (ВО) когерентных бетатронных колебаний и частота колебаний вертикального размера пучка (VW). Кроме

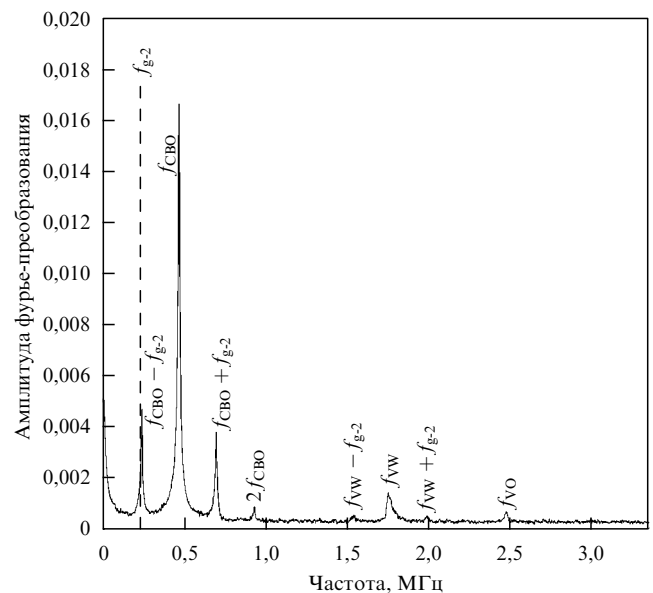


Рис. 32. Спектр частот, полученный в результате фурье-анализа разницы между экспериментальным распределением $N(t)$ и его аппроксимацией простой моделью (65) (данные 2000 г.). Отмечены частоты горизонтальных (СВО) и вертикальных (ВО) когерентных бетатронных колебаний, частота колебаний вертикального размера пучка (VW) и биения между этими частотами и частотой прецессии $f_{g-2} = \omega_a / (2\pi)$ [27].

того, отчётливо наблюдаются биения между этими частотами и частотой прецессии f_a . Пик в области нулевых частот соответствует "медленным" искажениям $N(t)$ вследствие выбывания частиц из пучка и остаточной зависимости энергетической калибровки от времени.

Для учёта эффектов, связанных с наличием когерентных бетатронных колебаний, в модель (66), описывающую $N(t)$, добавлялись соответствующие члены, (68), (70)–(72), описывающие модуляцию N , обусловленную колебаниями вертикального размера пучка, и модуляцию N , A и ϕ , обусловленную горизонтальными колебаниями пучка, соответственно. Параметры, описывающие данные модуляции: времена затухания горизонтальных и вертикальных колебаний $\tau_{\text{СВО}}$ и τ_{VW} , частоты колебаний $\omega_{\text{СВО}}$ и ω_{VW} , амплитуды и фазы модуляций A и ϕ являлись свободными параметрами при аппроксимации $N(t)$. Вклад колебаний вертикального размера пучка существен только тогда, когда аппроксимация $N(t)$ начинается при $t < 30$ мкс.

При анализе данных 1998 г. описанные эффекты не были обнаружены — они оказались значительно меньше статистической ошибки измерений. Кроме того, при анализе данных 1998 г. использовалось распределение $N(t)$, просуммированное по всем калориметрам. При анализе данных 1999 г. модуляция была обнаружена экспериментально сначала в форме периодической зависимости значения ω_a , определённой по данным отдельного калориметра, от положения этого калориметра, а затем и при фурье-анализе $N(t) - N^{\text{par}}(t)$. На уровне статистики 1999 г. для компенсации эффекта было достаточно учесть только модуляцию регистрируемого числа электронов (70).

К моменту, когда модуляция $N(t)$, обусловленная колебаниями пучка, была обнаружена и изучена, закончился сезон 2000 г. Оказалось, что в сезоне 2000 г. частота $\omega_{\text{СВО}}$ была очень близка к удвоенной частоте прецессии (частота $f_{\text{СВО}} - f_a$ очень близка к f_a (см. рис. 32)). В этом случае результат измерения ω_a с помощью аппроксимации $N(t)$ очень чувствителен к правильности описания модуляции. На рисунке 33 показана зависимость от частоты $f_{\text{СВО}}$ относительного смещения ω_a от истинного значения в случае, когда модуляция не учтена в функции

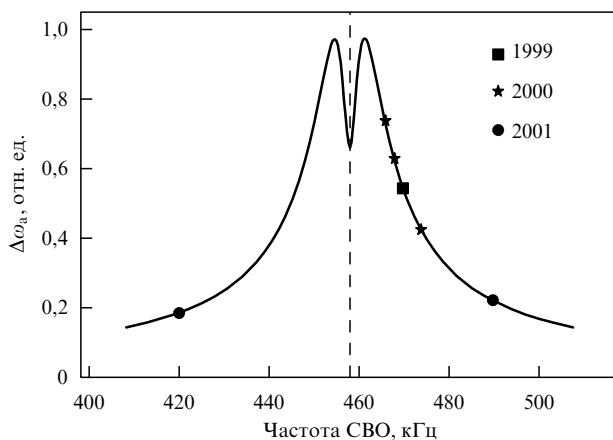


Рис. 33. Систематическое смещение ω_a вследствие когерентных бетатронных колебаний в зависимости от частоты $f_{\text{СВО}}$ в случае, когда соответствующая модуляция $N(t)$ не учтена в модели. Показаны частоты $f_{\text{СВО}}$ для разных экспериментальных сезонов [27].

подгонки. В сезоне 2000 г. набор данных проводился при нескольких значениях n , однако большая часть данных была набрана при наихудших условиях. Эффекты, связанные с наличием модуляции, были полностью изучены до начала сезона 2001 г., и для уменьшения соответствующего вклада в систематическую ошибку в этом сезоне набор данных специально проводился при двух разных значениях n , таких, чтобы частота $f_{\text{СВО}} - f_a$ далеко отстояла от f_a .

Неоднородности электрического и магнитного полей в накопителе при выполнении резонансных соотношений могут приводить к раскачке бетатронных колебаний и прямому, не за счёт распада, выбыванию мюонов из области накопления. Для уменьшения потерь в период измерения накопленный пучок сразу после инжекции "обдирается". Тем не менее небольшое количество мюонов всё-таки выбывает из пучка во время измерения, причём их относительная доля изменяется со временем. Для определения зависимости числа выбывающих мюонов от времени $L(t)$ использовались данные, полученные с помощью сцинтилляционных пластин, установленных перед калориметрами (FSD). По известной мгновенной скорости выбывания мюонов $L(t) \equiv dN_{\text{loss}}/dt$ можно определить поправку (67) к $N(t)$, обусловленную выбыванием мюонов. Так как невозможно было с хорошей точностью определить эффективность регистрации выбывших мюонов (моделирование показало, что она составляет несколько процентов), в функцию (67) был добавлен свободный нормировочный параметр A_{loss} . Учёт эффектов, связанных с релаксацией пучка (Beam Relaxation — BR) после окончания процедуры "обдирки", производится с помощью поправочной функции $B(t)$, определяемой формулой (69).

Для получения окончательного результата в значение ω_a , полученное с помощью аппроксимации $N(t)$, необходимо внести две поправки.

Первая поправка связана с наличием вертикальных бетатронных колебаний частиц в накопленном пучке. Из-за колебаний направление импульса мюонов не является строго перпендикулярным по отношению к направлению магнитного поля, $\beta \mathbf{B} \neq 0$. Это приводит к небольшому уменьшению частоты прецессии за счёт члена, пропорционального $\beta \mathbf{B}$, в (64). Впервые оценка этого эффекта была получена в [195]. Величина поправки пропорциональна вертикальному размеру пучка:

$$\frac{\Delta\omega_a}{\omega_a} = -\frac{\langle \psi_0^2 \rangle}{4} = -\frac{n\langle y^2 \rangle}{4R_0^2}.$$

Для эксперимента E821 величина вертикального размера пучка была получена с помощью как моделирования [196], так и измерения трековой системы. Величины поправки немного различались для разных сезонов; например, для сезона 2001 г. поправка составила $-0,270 \pm 0,036$ ppm.

Вторая поправка связана с наличием энергетического разброса частиц в пучке. Для частиц, импульс которых немного отличается от "магического", множитель $a_\mu - 1/(\gamma^2 - 1) \neq 0$, что приводит к небольшому уменьшению частоты прецессии из-за наличия электрического поля (член, пропорциональный $\beta \times \mathbf{E}$ в (64)). Сдвиг частоты пропорционален как разбросу импульсов, так и величине электрического поля. Обе эти величины прямо пропорциональны горизонтальному отклонению частицы от равновесной орбиты, таким образом, суммар-

Таблица 4. Систематическая точность измерения частоты прецессии ω_a . Для данных 2001 г. суммарная систематическая ошибка для вкладов, отмеченных *, составляет 0,11 ppm

Источник систематической ошибки	1999 г.	2000 г.	2001 г.
Стабильность энергетической калибровки	0,02	0,13	0,12
Наложение сигналов	0,13	0,13	0,08
Когерентные бетатронные колебания	0,05	0,21	0,07
Пучковый фон	0,10	0,01	*
Выбывание мюонов	0,10	0,10	0,09
Точность измерения времени	0,10	0,02	*
Поправки, связанные с наличием электрического поля и бетатронных колебаний	0,08	0,06	0,03
Процедура подгонки	0,07	0,06	*
Общая систематическая ошибка измерения ω_a	0,3	0,31	0,21

ный эффект оказывается квадратичным относительно отклонения, т.е. пропорциональным горизонтальному (радиальному) размеру пучка:

$$\frac{\Delta\omega_a}{\omega_a} = -2\beta^2 n(1-n) \frac{\langle x^2 \rangle}{R_0^2}.$$

Размер пучка определялся с помощью анализа дебанчировки. Значения поправки немного различались для разных сезонов; например, для сезона 2001 г. поправка составила $-0,47 \pm 0,054$ ppm.

Основные вклады в систематическую ошибку измерения ω_a для трёх сезонов, в течение которых был набран основной интеграл статистики, приведены в табл. 4.

Для реконструкции событий по данным с детекторных систем эксперимента были разработаны две независимые программы, написанные на разных языках с использованием разных библиотек. "Сырые" данные, накопленные в рамках эксперимента, дублировались. Полная реконструкция по данным с одной копии производилась на компьютерных ресурсах эксперимента, расположенных в БНЛ. Полная реконструкция по данным со второй копии производилась на ресурсах Национального центра суперкомпьютерных приложений (National Center Supercomputing Application — NCSA, США). Результаты реконструкции по одним и тем же данным двумя программами сравнивались между собой. Наличие двух независимых программ обработки данных позволило избежать систематических ошибок, связанных с возможными ошибками в программном коде.

Обработка данных эксперимента была организована так, чтобы исключить любую предвзятость. Обработкой данных занималось несколько экспериментальных групп. Каждая группа работала с данными одного из сезонов, реконструированными одной из программ, используя одну из нескольких методик обработки, описанных ранее. Во время анализа данных результаты, полученные разными группами, постоянно обсуждались и сравнивались. Для того чтобы избежать взаимного влияния групп, результаты измерения частоты ω_a каждой группы сдвигались на небольшое число, порядка 10 ppm. Более того, использовалось два сдвига — общий, известный всем группам, обрабатывающим данные с калориметров, но неизвестный группам, измеряющим частоту прецессии протонов ω_p , и индивидуальный, известный только представителям соответствующей группы. При этом становилось невозможным сравнивать сами значения частоты прецессии, получен-

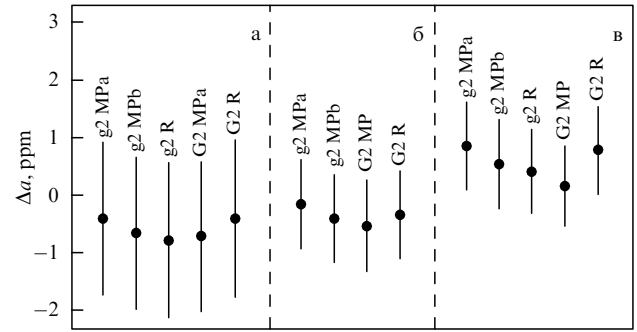


Рис. 34. Сравнение индивидуальных результатов анализа данных, набранных в сезонах 1999 года (а), 2000 года (б) и 2001 года (в). Для описания подхода, использованного в конкретном анализе, введены следующие обозначения: g2/G2 — реконструкция данных производилась программой g2too/g2off, MP/R — анализ основывался на аппроксимации $N(t)/r(t)$ [27].

ные разными группами, но оставалась возможность сравнения различных систематических эффектов, например зависимости частоты от пороговой энергии или номера захода. Каждая группа должна была продемонстрировать устойчивость полученных результатов, например, что значение χ^2/ν согласуется с единицей, а величина ω_a не зависит от того, в каком интервале времени после инъекции аппроксимируется $N(t)$, и что результаты, полученные для различных подмножеств данных (в частности, для отдельных детекторов), согласуются. По окончании анализа данных всеми группами индивидуальные сдвиги удалялись и определялось единое значение ω_a . Общий сдвиг при этом оставался, он удалялся только после завершения измерения как ω_a , так и ω_p .

На рисунке 34 приведены результаты 14 различных анализов данных, набранных в сезонах 1999, 2000 и 2001 гг. В различных анализах по данным одного сезона используется в значительной степени одна и та же статистика. Однако пересечение не является полным — различия в выборках составляли до 10 %. С учётом этих различий результаты анализов согласуются между собой для каждого сезона.

Учитывая соотношения

$$\omega_a = \frac{e}{m_\mu} a_\mu B, \quad \hbar\omega_p = 2\mu_p B,$$

$$\mu_\mu = g_\mu \frac{e\hbar}{4m_\mu} = (1 + a_\mu) \frac{e\hbar}{2m_\mu},$$

легко получить следующее соотношение для аномального магнитного момента мюона:

$$a_\mu = \frac{\omega_a/\omega_p}{\mu_\mu/\mu_p - \omega_a/\omega_p}. \quad (76)$$

Значение константы $\mu_\mu/\mu_p = 3,18334539(10)$ измерено с высокой точностью в отдельном эксперименте [197] и уточнено в рамках глобального анализа результатов измерений физических констант [198]. Указанное значение использовалось для определения a_μ в описываемом эксперименте. За прошедшее время точность определения константы μ_μ/μ_p улучшилась [83]. Новое значение $\mu_\mu/\mu_p = 3,183345142(71)$ согласуется с более ранним. Пересчёт результатов эксперимента с использованием

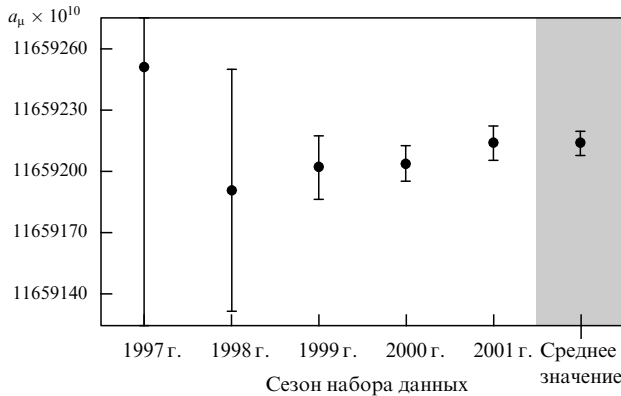


Рис. 35. Результаты измерения аномального магнитного момента мюона по данным, набранным в сезонах 1997–2001 годов. Крайним правым кружком показан окончательный результат, полученный усреднением данных 1999–2001 годов [27].

нового значения μ_μ/μ_p приводит к небольшому смещению, несущественному с учётом ошибок измерения.

Для определения a_μ использовалось отношение измеренных значений ω_a и ω_p , причём при измерении ω_p учитывались только те интервалы времени, в которые проводился набор данных. Кроме того, при усреднении по времени данных магнитного поля учитывался интеграл статистики, зарегистрированный калориметрами, в каждом интервале времени.

На рисунке 35 показаны результаты измерения аномального магнитного момента мюона по данным, набранным в каждом сезоне [164, 185, 199–201]. Для получения окончательного результата были усреднены результаты, полученные по данным сезонов 1999–2001 гг. Результаты измерения по данным сезонов 1997 и 1998 гг. не учитывались по двум причинам: во-первых, их статистический вклад в окончательный результат пренебрежимо мал; во-вторых, при анализе этих данных не принималась во внимание часть систематических поправок, что увеличило соответствующую систематическую ошибку.

При усреднении результатов 1999–2001 гг. была учтена корреляция между вкладами в систематическую ошибку для данных разных сезонов. Предполагалось, что следующие факторы: точность абсолютной калибровки магнитного поля, влияние наведённых токов, отличие направления спина выбывших мюонов от направления спина основного ансамбля, точность поправок, связанных с наличием электрического поля и бетатронных колебаний, — одинаковы для всех сезонов. Для остальных вкладов в систематическую ошибку предполагалась независимость величины ошибки для разных сезонов.

Как упоминалось выше, после опубликования данного результата [27] было уточнено значение константы μ_μ/μ_p . Использование её нового значения приводит к небольшому смещению результата, приблизительно на 1/5 величины полной ошибки:

$$a_\mu(\text{E821}) = 11659208,9(6,3) \times 10^{-10} \quad (0,54 \text{ ppm}). \quad (77)$$

В 1999 и 2000 гг. были проведены измерения для положительно заряженных мюонов, а в 2001 г. — для отрицательно заряженных. Усреднение результатов этих

трёх сезонов возможно только при сохранении *CPT*-симметрии — в этом случае $a_{\mu^+} \equiv a_{\mu^-}$. Полученные результаты:

$$\frac{\omega_a}{\omega_p}(\mu^+) = 0,0037072047(26),$$

$$\frac{\omega_a}{\omega_p}(\mu^-) = 0,0037072083(26),$$

хорошо согласуются с предположением *CPT*-инвариантности:

$$\frac{\omega_a}{\omega_p}(\mu^+) - \frac{\omega_a}{\omega_p}(\mu^-) = (36 \pm 37) \times 10^{-10}.$$

Разница между результатом измерения a_μ в эксперименте E821 (77) и предсказанием СМ (54) составляет

$$\Delta a_\mu = a_\mu(\text{E821}) - a_\mu(\text{SM}) = (268 \pm 77) \times 10^{-11} \quad (3,5\sigma). \quad (78)$$

Использование других расчётов вклада сильных взаимодействий приводит к несколько другим значениям $a_\mu(\text{SM})$, но это не меняет общей картины: разница между измеренным и расчётными значениями, как правило, остаётся в пределах 3,5–4,3 стандартных отклонений.

4. Перспективы. Заключение

На рисунке 36 проведено сравнение точности измерений a_μ , достигнутой в описанных ранее экспериментах, и величин вкладов отдельных взаимодействий. В серии экспериментов по измерению a_μ в ЦЕРНе последовательно возрастала точность проверки величины вклада электромагнитных взаимодействий, а в эксперименте CERN III она достигала уровня точности вклада сильных взаимодействий. Точность последнего на сегодняшний день эксперимента E821 в БНЛ по измерению аномального магнитного момента мюона требует учёта вклада всех известных взаимодействий.

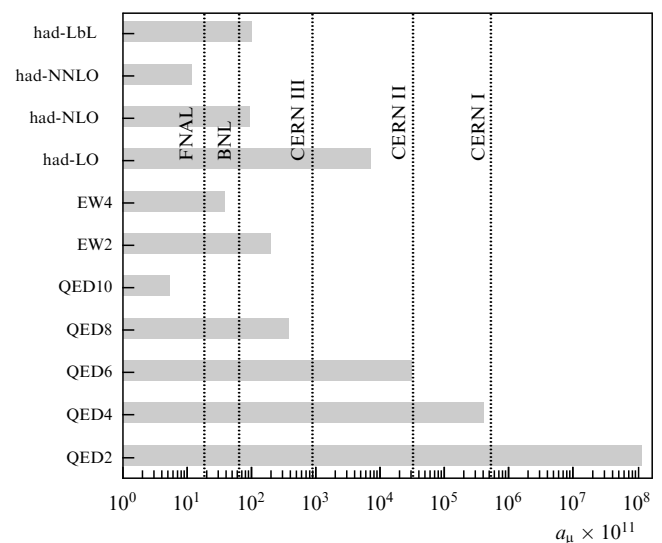


Рис. 36. Сравнение точности измерений аномального магнитного момента мюона с величиной вкладов в него отдельных взаимодействий.

В результате эксперимента E821 по измерению аномального магнитного момента и широкой программы по измерению адронных сечений различие между измеренным значением a_μ и его расчётным значением в рамках Стандартной модели сегодня находится на уровне 3,5–4 стандартных отклонений. Учитывая сложность эксперимента и расчётов, такое различие нельзя интерпретировать как надёжно установленный факт проявления взаимодействий за рамками Стандартной модели. Однако полученный результат вызвал огромный интерес научного сообщества и стимулировал запуск новых экспериментов, которые должны позволить увеличить статистическую значимость результата.

Ведётся подготовка сразу двух экспериментов, в которых предполагается улучшить точность измерения аномального магнитного момента мюона. Постановка эксперимента E989 в Фермилаб [202, 203] в целом повторяет схему измерения CERN III и E821, однако благодаря улучшению практически всех компонентов эксперимента и набора на порядок большей статистики планируется достичь относительной точности в 0,14 ppm, в четыре раза лучшей точности измерения E821. На сегодняшний день эксперимент практически готов к набору экспериментальных данных, начало которого запланировано на 2018 г. и который должен продлиться два года.

Постановка второго эксперимента, E34, планируемого в J-PARC (Japan Proton Accelerator Research Complex) (Япония) [204], значительно отличается от традиционной схемы. Для измерения предполагается использовать ультрахолодный пучок мюонов, что позволит отказаться от электростатической фокусировки и проводить измерения при значительно меньшем импульсе мюонов. Благодаря этому систематические ошибки измерений в Фермилаб и J-PARC будут практически независимы. Эксперимент E34 пока находится на стадии разработки. На первом этапе планируется достичь точности измерения в БНЛ.

Перспектива нового измерения a_μ (а также a_e) в начале 1990-х годов подтолкнула развитие теоретических вычислений аномального магнитного момента, что привело к значительному прогрессу в этой области, в частности:

- 1) проведено полное вычисление вклада электромагнитных взаимодействий пятого порядка,
- 2) проведено полное вычисление вклада слабых взаимодействий второго порядка,
- 3) осуществлён цикл прямых измерений адронных сечений на коллайдере ВЭПП-2М,
- 4) развит новый метод измерения адронных сечений на e^+e^- -фабриках — метод радиационного возврата,
- 5) методика вычисления вклада рассеяния света на свете вышла на принципиально новый уровень.

Перспектива дальнейшего улучшения точности измерения аномального магнитного момента мюона в экспериментах в Фермилаб и J-PARC и сегодня является мощным стимулом дальнейшего развития теоретических вычислений a_μ . Планируемая точность эксперимента E989 соответствует 1/10 вклада слабых взаимодействий a_μ^{EW} , или 1/400 вклада сильных взаимодействий первого порядка $a_\mu^{\text{had, LO}}$, или 1/7 вклада рассеяния света на свете $a_\mu^{\text{had, LbL}}$. Для того чтобы соответствовать точности измерения, точность вычислений должна достигнуть уровня 16×10^{-11} , приблизительно в три раза лучшего текущего значения 45×10^{-11} (54).

Подчёркнём основные направления развития вычислений. Точности вычисления вкладов электромагнитных и слабых взаимодействий, $0,034 \times 10^{-11}$ и $1,0 \times 10^{-11}$ соответственно, более чем достаточно для сравнения с новым измерением. Однако вклады электромагнитных взаимодействий четвёртого и пятого порядков, вместе составляющие около 386×10^{-11} , определены в основном с помощью численного интегрирования. Между тем ошибка в программном коде может привести к большим ошибкам в вычислениях, которые невозможно было бы идентифицировать. Поэтому независимое определение величин этих вкладов очень важно для повышения уверенности в надёжности вычислений. Такая работа активно ведётся — как обсуждалось ранее, универсальный вклад четвёртого порядка вычислен полностью с помощью полуаналитического метода, заметная часть диаграмм рассчитана аналитически.

Неопределённость теоретического значения a_μ обусловлена вкладом сильных взаимодействий. Адронная поляризация вакуума и рассеяние света на свете вносят приблизительно одинаковый вклад в погрешность вычислений, несмотря на то что величина первого вклада примерно на два порядка больше, чем второго.

Точность величины вклада адронной поляризации вакуума полностью определяется точностью измерений адронных сечений. В настоящее время продолжают эксперименты на e^+e^- -коллайдере ВЭПП-2000 [35, 205] с детекторами КМД-3 [36, 38, 206–214] и СНД [215–227]. Ожидается, что в этих экспериментах будет проведён цикл прямых измерений адронных сечений с большой статистикой и малой систематической ошибкой. Это позволит не только улучшить статистическую точность вычисления адронного вклада, но и провести детальное сравнение прямых измерений с измерениями методом радиационного возврата, которые сегодня доминируют. Одновременно активно развивается методика определения $a_\mu^{\text{had, LO}}$ с помощью решёточных вычислений КХД. Можно предположить, что в течение нескольких лет появится как минимум три независимых расчёта адронного вклада с точностью 0,3–0,5 %: по данным ВЭПП-2000, по данным измерений методом радиационного возврата и результатам решёточных вычислений. Наличие независимых вычислений с высокой точностью позволит убедиться в надёжности вычислений, а точность объединённого результата может достичь 0,2–0,3 %, что будет соответствовать точности измерения a_μ .

Отметим ещё одну возможность определения $a_\mu^{\text{had, LO}}$ — использование дисперсионных соотношений, аналогичных (33), но в пространственноподобной области. Предложены соответствующие эксперименты [228, 229], и в настоящее время прорабатывается их возможная реализация.

Наибольший прогресс в отношении вычисления вклада рассеяния света на свете ожидается благодаря решёточным вычислениям КХД. Кроме того, активно развивается и более традиционный метод, основанный на применении эффективных моделей. Здесь улучшение точности ожидается благодаря использованию двухфотонных адронных формфакторов, которые планируется измерить в экспериментах KLOE-2 и BES-III. В целом, можно ожидать достижения 10%-ной точности вычисления в течение нескольких лет.

Вычисление аномального магнитного момента мюона в Стандартной модели является областью очень

активных исследований. В ближайшие пять лет, в течение которых ожидается проведение нового измерения a_μ в Фермилаб, можно надеяться на улучшение точности теоретического вычисления в 1,5–3 раза. С учётом улучшения точности измерения ожидаемая точность $\Delta a_\mu = a_\mu(\text{E989}) - a_\mu(\text{SM})$ составит $(20-35) \times 10^{-11}$, что в 2–4 раза лучше имеющейся сейчас точности. При сохранении величины Δa_μ такая точность будет соответствовать подтверждению ненулевого значения Δa_μ на уровне семи и более стандартных отклонений.

Благодарности. Работа И.Б.Л. поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 17-02-00847). Работа С.И.Э. поддержана грантом Правительства Российской Федерации для поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих учёных (договор № 14.W03.31.0026 от 15.02.2018).

Список литературы

- Gerlach W, Stern O *Z. Phys.* **9** 353 (1922)
- Goudschmidt S A, Uhlenbeck G H *Nature* **117** 264 (1926)
- Fraser R G J *Proc. R. Soc. Lond. A* **114** 212 (1927)
- Compton A H J *Franklin Inst.* **192** 145 (1921)
- Dirac P A M *Proc. R. Soc. Lond. A* **117** 610 (1928)
- Nafe J E, Nelson E B, Rabi I I *Phys. Rev.* **71** 914 (1947)
- Kusch P, Foley H M *Phys. Rev.* **72** 1256 (1947)
- Schwinger J S *Phys. Rev.* **73** 416 (1948)
- Schwinger J S *Phys. Rev.* **76** 790 (1949)
- Lamb W E, Retherford R C *Phys. Rev.* **72** 241 (1947)
- Rich A, Wesley J C *Rev. Mod. Phys.* **44** 250 (1972)
- Van Dyck R S, Schwinberg P B, Dehmelt H G *Phys. Rev. Lett.* **59** 26 (1987)
- Hanneke D, Fogwell S, Gabrielse G *Phys. Rev. Lett.* **100** 120801 (2008); arXiv:0801.1134
- Hanneke D, Hoogerheide S F, Gabrielse G *Phys. Rev. A* **83** 052122 (2011); arXiv:1009.4831
- Lee T D, Yang C N *Phys. Rev.* **104** 254 (1956)
- Garwin R L, Lederman L M, Weinrich M *Phys. Rev.* **105** 1415 (1957)
- Garwin R L et al. *Phys. Rev.* **118** 271 (1960)
- Берестецкий В Б, Крохин О Н, Хлебников А К *ЖЭТФ* **30** 788 (1956); Berestetskii V B, Krokhnin O P, Khlebnikov A K *Sov. Phys. JETP* **3** 761 (1956)
- Glashow S L *Nucl. Phys.* **22** 579 (1961)
- Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **19** 1264 (1967)
- Salam A "Weak and electromagnetic interactions", in *Elementary Particle Theory. Proc. 8th Nobel Symp., 19–25 May 1968, Lerum, Sweden* (Ed. N Svartholm) (New York: Wiley; Stockholm: Almqvist and Wiksell, 1968) p. 367
- Charpak G et al. *Phys. Rev. Lett.* **6** 128 (1961)
- Charpak G, Farley F J M, Garwin R L *Phys. Lett.* **1** 16 (1962)
- Bailey J et al. *Phys. Lett. B* **28** 287 (1968)
- Bailey J et al. (CERN Muon Storage Ring) *Phys. Lett. B* **55** 420 (1975)
- Bailey J et al. (CERN-Mainz-Daresbury) *Nucl. Phys. B* **150** 1 (1979)
- Bennett G W et al. (Muon g-2) *Phys. Rev. D* **73** 072003 (2006); hep-ex/0602035
- Aoyama T et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 111808 (2012); arXiv:1205.5370
- Czarnecki A, Krause B, Marciano W J *Phys. Rev. Lett.* **76** 3267 (1996); hep-ph/9512369
- Gnendiger C, Stockinger D, Stockinger-Kim H *Phys. Rev. D* **88** 053005 (2013); arXiv:1306.5546
- Hagiwara K et al. *J. Phys. G* **38** 085003 (2011); arXiv:1105.3149
- Davier M et al. *Eur. Phys. J. C* **71** 1515 (2011); *Eur. Phys. J. C* **72** 1874 (2012); arXiv:1010.4180
- Анашкин Е В и др. *ИТЭ* **49** 63 (2006); Anashkin E V et al. *Instrum. Exp. Tech.* **49** 798 (2006)
- Achasov M N et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **449** 125 (2000); hep-ex/9909015
- Shatunov P Yu et al. *Phys. Part. Nucl. Lett.* **13** 995 (2016)
- Khazin B, in *PHIPS108, Proc. Inter. Workshop on e^+e^- Collisions from Phi to Psi, Frascati, Italy, 7–10 April 2008*; *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **181–182** 376 (2008)
- Achasov M N et al., in *Proc. of the 10th Intern. Conf. on Instruments for Colliding Beam Physics, INSTR08, Novosibirsk, Russia, February 28–March 5, 2008*; *Nucl. Instrum. Meth. A* **598** 31 (2009)
- Logashenko I B (CMD-3, SND), in *Proc. of the 38th Intern. Conf. on High Energy Physics, ICHEP 2016: Chicago, IL, USA, August 3–10, 2016*; *PoS ICHEP2016* 544 (2016)
- Aubert B et al. (BaBar) *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **479** 1 (2002); hep-ex/0105044
- Abashian A et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **479** 117 (2002)
- Adinolfi M et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **488** 51 (2002)
- Adinolfi M et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **482** 364 (2002)
- Druzhinin V P, Eidelman S I, Serednyakov S I, Solodov E P *Rev. Mod. Phys.* **83** 1545 (2011); arXiv:1105.4975
- Davier M et al. *Eur. Phys. J. C* **77** 827 (2017); arXiv:1706.09436
- Jegerlehner F *Springer Tracts Mod. Phys.* **274** 1 (2017)
- Kinoshita T, Nizic B, Okamoto Y *Phys. Rev. D* **41** 593 (1990)
- Petermann A *Helv. Phys. Acta* **30** 407 (1957)
- Sommerfeld S M *Phys. Rev.* **107** 328 (1957)
- Petermann A *Phys. Rev.* **105** 1931 (1957)
- Suura H, Wichmann E H *Phys. Rev.* **105** 1930 32 (1957)
- Eldred H *Phys. Lett.* **20** 682 (1966)
- Passera M J. *Phys. G* **31** R75 (2005)
- Passera M *Phys. Rev. D* **75** 013002 (2007); hep-ph/0606174
- Kinoshita T *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **7** 218 (1990)
- Laporta S, Remiddi E *Phys. Lett. B* **379** 283 (1996); hep-ph/9602417
- Laporta S *Nuovo Cimento A* **106** 675 (1993)
- Laporta S, Remiddi E *Phys. Lett. B* **301** 440 (1993)
- Czarnecki A, Skrzypek M *Phys. Lett. B* **449** 354 (1999); hep-ph/9812394
- Friot S, Greynat D, De Rafael E *Phys. Lett. B* **628** 73 (2005); hep-ph/0505038
- Kinoshita T, Lindquist W B *Phys. Rev. D* **27** 867 (1983)
- Kinoshita T, Lindquist W B *Phys. Rev. D* **27** 877 (1983)
- Kinoshita T, Lindquist W B *Phys. Rev. D* **27** 886 (1983)
- Kinoshita T, Lindquist W B *Phys. Rev. D* **39** 2407 (1989)
- Kinoshita T, Lindquist W B *Phys. Rev. D* **42** 636 (1990)
- Kinoshita T, Nio M *Phys. Rev. D* **73** 013003 (2006); hep-ph/0507249
- Aoyama T et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 110406 (2007); arXiv:0706.3496
- Aoyama T et al. *Phys. Rev. D* **77** 053012 (2008); arXiv:0712.2607
- Aoyama T et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 111807 (2012); arXiv:1205.5368
- Aoyama T et al. *Phys. Rev. D* **91** 033006 (2015); arXiv:1412.8284
- Caffo M, Turrini S, Remiddi E *Phys. Rev. D* **30** 483 (1984)
- Laporta S *Phys. Lett. B* **772** 232 (2017); arXiv:1704.06996
- Helaman D H B, Ferguson R P, Arno S *Math. Comput.* **68** 351 (1999)
- Kinoshita T, Nio M *Phys. Rev. D* **70** 113001 (2004); hep-ph/0402206
- Faustov R N et al. *Phys. Lett. B* **254** 241 (1991)
- Broadhurst D J, Kataev A L, Tarasov O V *Phys. Lett. B* **298** 445 (1993); hep-ph/9210255
- Laporta S *Phys. Lett. B* **312** 495 (1993); hep-ph/9306324
- Laporta S, Mastrolia P, Remiddi E *Nucl. Phys. B* **688** 165 (2004); hep-ph/0311255
- Kataev A L *Phys. Lett. B* **284** 401 (1992); *Phys. Lett. B* **710** 710 (2012)
- Каршенбойм С Г *ЯФ* **56** (6) 252 (1993); Karshenboim S G *Phys. Atom. Nucl.* **56** 857 (1993)
- Laporta S *Phys. Lett. B* **328** 522 (1994); hep-ph/9404204
- Kataev A L, Starshenko V V *Phys. Rev. D* **52** 402 (1995); hep-ph/9412305
- Baikov P A et al. *Nucl. Phys. B* **867** 182 (2013); arXiv:1207.2199
- Mohr P J, Newell D B, Taylor B N *Rev. Mod. Phys.* **88** 035009 (2016); arXiv:1507.07956
- Bardeen W A, Gastmans R, Lautrup B E *Nucl. Phys. B* **46** 319 (1972)
- Jackiw R, Weinberg S *Phys. Rev. D* **5** 2396 (1972)
- Bars I, Yoshimura M *Phys. Rev. D* **6** 374 (1972)
- Fujikawa K, Lee B W, Sanda A I *Phys. Rev. D* **6** 2923 (1972)
- 't Hooft G *Nucl. Phys. B* **33** 173 (1971)
- 't Hooft G, Veltman M J G *Nucl. Phys. B* **44** 189 (1972)

90. Kukhto T V et al. *Nucl. Phys. B* **371** 567 (1992)
91. Adler S L *Phys. Rev.* **177** 2426 (1969)
92. Bell J S, Jackiw R *Nuovo Cimento A* **60** 47 (1969)
93. Bardeen W A *Phys. Rev.* **184** 1848 (1969)
94. Peris S, Perrottet M, de Rafael E *Phys. Lett. B* **355** 523 (1995); hep-ph/9505405
95. Czarnecki A, Krause B, Marciano W J *Phys. Rev. D* **52** R2619 (1995); hep-ph/9506256
96. Degraasi G, Giudice G F *Phys. Rev. D* **58** 053007 (1998); hep-ph/9803384
97. Czarnecki A, Marciano W J, Vainshtein A *Phys. Rev. D* **67** 073006 (2003); *Phys. Rev. D* **73** 119901 (2006); hep-ph/0212229
98. Aad G et al. (ATLAS), *Phys. Lett. B* **716** 1 (2012); arXiv:1207.7214
99. Chatrchyan S et al. (CMS) *Phys. Lett. B* **716** 30 (2012); arXiv:1207.7235
100. Bouchiat C, Michel L J. *Phys. Radium* **22** 121 (1961)
101. Durand L *Phys. Rev.* **128** 441 (1962)
102. Kinoshita T, Oakes R J *Phys. Lett. B* **25** 143 (1967)
103. Gourdin M, De Rafael E *Nucl. Phys. B* **10** 667 (1969)
104. Brodsky S J, De Rafael E *Phys. Rev.* **168** 1620 (1968)
105. Jegerlehner F, in *Fifty Years of Electroweak Physics. Proc. of the Symp. in Honour of Professor Alberto Sirlin's 70th Birthday, New York, USA, October 27–28, 2000*; *J. Phys. G* **29** 101 (2003); hep-ph/0104304
106. Anastasi A et al. (KLOE-2) *Phys. Lett. B* **767** 485 (2017); arXiv:1609.06631
107. Baikov P A, Chetyrkin K G, Kuhn J H *Phys. Rev. Lett.* **101** 012002 (2008); arXiv:0801.1821
108. Anashin V V et al. *Phys. Lett. B* **770** 174 (2017); arXiv:1610.02827
109. Anashin V V et al. *Phys. Lett. B* **753** 533 (2016); arXiv:1510.02667
110. Bai J Z et al. (BES) *Phys. Rev. Lett.* **88** 101802 (2002); hep-ex/0102003
111. Ablikim M et al. (BES) *Phys. Lett. B* **677** 239 (2009); arXiv:0903.0900
112. Auslander V L et al. *Phys. Lett. B* **25** 433 (1967)
113. Augustin J E et al. *Phys. Lett. B* **28** 508 (1969)
114. Augustin J E et al. *Phys. Lett. B* **28** 513 (1969)
115. Augustin J E et al. *Phys. Lett. B* **28** 517 (1969)
116. Barkov L M et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res.* **204** 379 (1983)
117. Dolinsky S I et al. *Phys. Rep.* **202** 99 (1991)
118. Barkov L M et al. *Nucl. Phys. B* **256** 365 (1985)
119. Akhmetshin R R et al. (CMD-2) *Phys. Lett. B* **527** 161 (2002); hep-ex/0112031
120. Akhmetshin R R et al. (CMD-2) *Phys. Lett. B* **578** 285 (2004); hep-ex/0308008
121. Ауленко В М и др. *Письма в ЖЭТФ* **82** 841 (2005); Aulchenko V M et al. (CMD-2) *JETP Lett.* **82** 33 743 (2005); hep-ex/0603021
122. Ахметшин Р Р и др. *Письма в ЖЭТФ* **84** 491 (2006); Akhmetshin R R et al. *JETP Lett.* **84** 413 (2006); hep-ex/0610016
123. Akhmetshin R R et al. (CMD-2) *Phys. Lett. B* **648** 28 (2007); hep-ex/0610021
124. Tsai Y-S *Phys. Rev. D* **4** 2821 (1971); *Phys. Rev. D* **13** 771 (1976)
125. Marciano W J, Sirlin A *Phys. Rev. Lett.* **56** 22 (1986)
126. Eidelman S I, Ivanchenko V N *Phys. Lett. B* **257** 437 (1991)
127. Barate R et al. (ALEPH) *Z. Phys. C* **76** 15 (1997)
128. Alemany R, Davier M, Hocker A *Eur. Phys. J. C* **2** 123 (1998); hep-ph/9703220
129. Fujikawa M et al. (Belle), *Phys. Rev. D* **78** 072006 (2008); arXiv:0805.3773
130. Jegerlehner F, Szafron R *Eur. Phys. J. C* **71** 1632 (2011); arXiv:1101.2872
131. Arbuzov A V et al. *JHEP* **12** 009 (1998); hep-ph/9804430
132. Binner S, Kuhn J H, Melnikov K *Phys. Lett. B* **459** 279 (1999); hep-ph/9902399
133. Benayoun M, Eidelman S I, Ivanchenko V N, Silagadze Z K, in *Hadron Spectroscopy. Proc., Workshop, Frascati, Italy, March 8–12, 1999*; *Mod. Phys. Lett. A* **14** 2605 (1999); hep-ph/9910523
134. Actis S et al. (Working Group on Radiative Corrections and Monte Carlo Generators for Low Energies), *Eur. Phys. J. C* **66** 585 (2010); arXiv:0912.0749
135. Aubert B et al. (BaBar) *Phys. Rev. Lett.* **103** 231801 (2009); arXiv:0908.3589
136. Lees J P et al. (BaBar) *Phys. Rev. D* **86** 032013 (2012); arXiv:1205.2228
137. Ambrosino F et al. (KLOE) *Phys. Lett. B* **670** 285 (2009); arXiv:0809.3950
138. Ambrosino F et al. (KLOE) *Phys. Lett. B* **700** 102 (2011); arXiv:1006.5313
139. Babusci D et al. (KLOE) *Phys. Lett. B* **720** 336 (2013); arXiv:1212.4524
140. Ablikim M et al. (BESIII) *Phys. Lett. B* **753** 629 (2016); arXiv:1507.08188
141. Eidelman S, Jegerlehner F Z. *Phys. C* **67** 585 (1995); hep-ph/9502298
142. Kinoshita T, Nizic B, Okamoto Y *Phys. Rev. Lett.* **52** 717 (1984)
143. Narison S J. *Phys. G* **4** 1849 (1978)
144. Martinovic L, Dubnicka S *Phys. Rev. D* **42** 884 (1990)
145. Davier M, Hocker A *Phys. Lett. B* **419** 419 (1998); hep-ph/9801361
146. Davier M, Eidelman S, Hocker A, Zhang Z *Eur. Phys. J. C* **31** 503 (2003); hep-ph/0308213
147. Hagiwara K et al. *Phys. Rev. D* **69** 093003 (2004); hep-ph/0312250
148. Davier M et al. *Eur. Phys. J. C* **66** 1 (2010); arXiv:0908.4300
149. Lehner C, in *35th Intern. Symp. on Lattice Field Theory, Lattice 2017, Granada, Spain, June 18–24, 2017* (2017); arXiv:1710.06874
150. Chakraborty B et al. *Phys. Rev. D* **96** 034516 (2017); arXiv:1601.03071
151. Blum T et al. *Phys. Rev. Lett.* **116** 232002 (2016); arXiv:1512.09054
152. Krause B *Phys. Lett. B* **390** 392 (1997); hep-ph/9607259
153. Kurz A et al. *Phys. Lett. B* **734** 144 (2014); arXiv:1403.6400
154. Kurz A et al., in *Proc. of the Workshop on Flavour Changing and Conserving Processes 2015 (FCCP2015): Anacapri, Capri Island, Italy, September 10–12, 2015*; *EPJ Web Conf.* **118** 01033 (2016); arXiv:1511.08222
155. Melnikov K, Vainshtein A *Springer Tracts Mod. Phys.* **216** 1 (2006)
156. Hayakawa M, Kinoshita T, Sanda A I *Phys. Rev. Lett.* **75** 790 (1995); hep-ph/9503463
157. Hayakawa M, Kinoshita T, Sanda A I *Phys. Rev. D* **54** 3137 (1996); hep-ph/9601310
158. Hayakawa M, Kinoshita T *Phys. Rev. D* **57** 465 (1998); *Phys. Rev. D* **66** 019902 (2002); hep-ph/9708227
159. Bijlens J, Pallante E, Prades J *Nucl. Phys. B* **474** 379 (1996); hep-ph/9511388
160. Bijlens J, Pallante E, Prades J *Phys. Rev. Lett.* **75** 1447 (1995); *Phys. Rev. Lett.* **75** 3781 (1995); hep-ph/9505251
161. Knecht M, Nyffeler A *Phys. Rev. D* **65** 073034 (2002); hep-ph/0111058
162. Knecht M et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 071802 (2002); hep-ph/0111059
163. Melnikov K, Vainshtein A *Phys. Rev. D* **70** 113006 (2004); hep-ph/0312226
164. Brown H N et al. (Muon g-2) *Phys. Rev. Lett.* **86** 2227 (2001); hep-ex/0102017
165. Prades J, de Rafael E, Vainshtein A *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **20** 303 (2009); arXiv:0901.0306
166. Jegerlehner F, Nyffeler A *Phys. Rept.* **477** 1 (2009); arXiv:0902.3360
167. Colangelo G et al. *Phys. Lett. B* **735** 90 (2014); arXiv:1403.7512
168. Larin I et al. (PrimEx) *Phys. Rev. Lett.* **106** 162303 (2011); arXiv:1009.1681
169. Behrend H J et al. (CELLO) *Z. Phys. C* **49** 401 (1991)
170. Gronberg J et al. (CLEO) *Phys. Rev. D* **57** 33 (1998); hep-ex/9707031
171. Aubert B et al. (BaBar) *Phys. Rev. D* **80** 052002 (2009); arXiv:0905.4778
172. Uehara S et al. (Belle) *Phys. Rev. D* **86** 092007 (2012); arXiv:1205.3249
173. Babusci D et al. *Eur. Phys. J. C* **72** 1917 (2012); arXiv:1109.2461
174. Blum T et al., arXiv:1311.2198
175. Hayakawa M et al., in *Proc. of the 23rd Intern. Symp. on Lattice Field Theory, Lattice 2005, Dublin, Ireland, Jul 25–30, 2005, PoS LAT2005* 353 (2006); hep-lat/0509016
176. Blum T et al. *Phys. Rev. Lett.* **114** 012001 (2015); arXiv:1407.2923
177. Blum T et al. *Phys. Rev. D* **93** 014503 (2016); arXiv:1510.07100
178. Blum T et al. *Phys. Rev. Lett.* **118** 022005 (2017); arXiv:1610.04603
179. Green J et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 222003 (2015); arXiv:1507.01577
180. Gerardin A, Meyer H B, Nyffeler A *Phys. Rev. D* **94** 074507 (2016); arXiv:1607.08174
181. Gerardin A, Meyer H B, Nyffeler A, in *Proc. of the 34th Intern. Symp. on Lattice Field Theory, Lattice 2016, Southampton, UK, July 24–30, 2016; PoS LATTICE2016* 175 (2016); arXiv:1611.02190
182. Charpak G et al. *Nuovo Cimento* **37** 1241 (1965)
183. Окунь Л Б *Лептоны и кварки* (М.: Наука, 1990); Пер. на англ. яз.: Okun L P *Leptons and Quarks* (Singapore, NJ: World Scientific, 2014)

184. Farley F J M, Picasso E *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **7** 479 (1990)
185. Carey R M et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 1632 (1999)
186. Krienen F, Loomba D, Meng W *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **283** 5 (1989)
187. Yamamoto A et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **491** 23 (2002)
188. Efstathiadis E et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **496** 8 (2003)
189. Semertzidis Y K et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **503** 458 (2003)
190. Danby G T et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **457** 151 (2001)
191. Prigl R et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **374** 118 (1996)
192. Fei X, Hughes V W, Prigl R *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **394** 349 (1997)
193. Neronov Y I, Seregin N N *Metrologia* **51** 54 (2014)
194. Sedykh S A et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **455** 346 (2000)
195. Farley F J N *Phys. Lett. B* **42** 66 (1972)
196. Paley J, Ph.D. Thesis (Boston Univ., 2004)
197. Liu W et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 711 (1999)
198. Mohr P J, Taylor B N *Rev. Mod. Phys.* **72** 351 (2000)
199. Brown H N et al. (Muon (g-2)) *Phys. Rev. D* **62** 091101 (2000); hep-ex/0009029
200. Bennett G W et al. (Muon g-2) *Phys. Rev. Lett.* **89** 101804 (2002); *Phys. Rev. Lett.* **89** 129903 (2002); hep-ex/0208001
201. Bennett G W et al. (Muon g-2) *Phys. Rev. Lett.* **92** 161802 (2004); hep-ex/0401008
202. Grange J et al. (Muon g-2), arXiv:1501.06858
203. Logashenko I et al. (Muon g-2) *J. Phys. Chem. Ref. Data* **44** 031211 (2015)
204. Saito N (J-PARC g-2/EDM), *Proc. of the Intern. Workshop on Grand Unified Theories (GUT2012): Kyoto, Japan, March 15–17, 2012; AIP Conf. Proc.* **1467** 45 (2012)
205. Berkaev D et al., in *Proc. of the 8th Intern. Workshop on e^+e^- Collisions from Phi to Psi (PHIPSII1): Novosibirsk, Russia, September 19–22, 2011; Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **225–227** 303 (2012)
206. Logashenko I B et al., in *Proc. Intern. Symp. on Lepton and Hadron Physics at Meson-Factories, LHPMF 2013, Messina, Italy, October 13–15, 2013; EPJ Web Conf.* **72** 00013 (2014)
207. Akhmetshin R R et al. (CMD-3), in *Proc. of the Intern. Conference on Instrumentation for Colliding Beam Physics (INSTR17), Novosibirsk, Russia; JINST* **12** C07044 (2017)
208. Akhmetshin R R et al. (CMD-3) *Phys. Lett. B* **773** 150 (2017); arXiv:1706.06267
209. Kozyrev E A et al. (CMD-3) *Phys. Lett. B* **760** 314 (2016); arXiv:1604.02981
210. Akhmetshin R R et al. (CMD-3) *Phys. Lett. B* **759** 634 (2016); arXiv:1507.08013
211. Akhmetshin R R et al. (CMD-3) *Phys. Lett. B* **723** 82 (2013); arXiv:1302.0053
212. Akhmetshin R R et al., in *Proc. of the 17th Intern. Conf. on Calorimetry in Particle Physics (CALOR 2016): Daegu, Republic of Korea, May 15–20, 2016; J. Phys. Conf. Ser.* **928** 012011 (2017)
213. Akhmetshin R R et al., in *Proc. of the Intern. Conf. on Instrumentation for Colliding Beam Physics, INSTR17, Novosibirsk, Russia; JINST* **12** C08010 (2017)
214. Anisenkov A V et al. *JINST* **12** P04011 (2017)
215. Druzhinin V P et al., in *Proc. of the 14th Intern. Workshop on Meson Production, Properties and Interaction (MESON 2016): Cracow, Poland, June 2–7, 2016; EPJ Web Conf.* **130** 05004 (2016); arXiv:1609.01040
216. Achasov M N et al. *Phys. Rev. D* **97** 012008 (2018); arXiv:1711.08862
217. Surin I K et al., in *Proc. of the Intern. Conf. on Instrumentation for Colliding Beam Physics (INSTR17): Novosibirsk, Russia; JINST* **12** C07043 (2017)
218. Achasov M N et al., in *Proc. of the 14th Intern. Workshop on Tau Lepton Physics (TAU 2016): Beijing, China, September 19–23, 2016; Nucl. Part. Phys. Proc.* **287–288** 57 (2017)
219. Achasov M N et al. *Phys. Rev. D* **94** 112001 (2016); arXiv:1610.00235
220. Achasov M N et al., in *Proc. of the 13th Pisa Meeting on Advanced Detectors: Frontier Detectors for Frontier Physics (FDFP 2015): La Biodola, Isola d'Elba, Italy, May 24–30, 2015; Nucl. Instrum. Meth. A* **824** 362 (2016)
221. Achasov M N et al. *Phys. Rev. D* **94** 092002 (2016); arXiv:1607.00371
222. Achasov M N et al. *Phys. Rev. D* **94** 032010 (2016); arXiv:1606.06481
223. Achasov M N et al. *JINST* **10** T06002 (2015)
224. Aulchenko V M et al. (SND) *Phys. Rev. D* **91** 052013 (2015); arXiv:1412.1971
225. Achasov M N et al. *Phys. Rev. D* **90** 112007 (2014); arXiv:1410.3188
226. Achasov M N, Kupich A S, in *Proc. of the Intern. Conf. on Instrumentation for Colliding Beam Physics (INSTR17), Novosibirsk, Russia; JINST* **12** C06035 (2017)
227. Korol A A, Melnikova N A, in *Proc. of the 17th Intern. Conf. on Calorimetry in Particle Physics (CALOR 2016), Daegu, Republic of Korea, May 15–20, 2016; J. Phys. Conf. Ser.* **928** 012010 (2017)
228. Carloni C M et al. *Phys. Lett. B* **746** 325 (2015); arXiv:1504.02228
229. Abbiendi G et al. *Eur. Phys. J. C* **77** 139 (2017); arXiv:1609.08987

Muon anomalous magnetic moment

I.B. Logashenko^(1,2), S.I. Eidelman^(1,2,3)

⁽¹⁾ Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, prosp. Akademika Lavrent'eva 11, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

⁽²⁾ Novosibirsk State University, ul. Pirogova 2, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

⁽³⁾ Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Leninskii prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation
E-mail: ^(1,2)i.b.logashenko@inp.nsk.su, ^(1,2,3)s.i.eidelman@inp.nsk.su

The anomalous magnetic moment of the muon, a_μ , is a unique quantity that allows precision tests of the Standard Model. Currently, a difference of 3–4 standard deviations is observed between the prediction of the Standard Model and the most precise measurement performed. We present a review of the Standard Model calculations of a_μ . The principles and history of a_μ experiments are presented, and the recent measurement at the Brookhaven National Laboratory, USA, is described in detail. Prospects for further improving the accuracy of both calculations and measurements of a_μ are discussed.

Keywords: anomalous magnetic moment, standard model, electron–positron annihilation, vacuum polarization

PACS numbers: 07.05.Fb, 11.55.Fv, 12.20.Ds, 13.40.Em, 13.66.Bc, 14.60.Ef

Bibliography — 229 references

Received 15 January 2018

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **188** (5) 540–573 (2018)

Physics–Uspekhi **61** (5) (2018)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.02.038312>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2018.02.038312>