

К 60-ЛЕТИЮ ИНСТИТУТА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г.И. БУДКЕРА СО РАН

Пучки фотонов с ненулевой проекцией орбитального момента импульса: новые результаты

Б.А. Князев, В.Г. Сербо

Решение уравнений Максвелла в цилиндрических координатах приводит в квантовой теории к состояниям с определённой энергией $\hbar\omega$, продольным импульсом $\hbar k_z$ и определённым значением проекции полного момента импульса $\hbar m$ на ось z ($\hbar$ — постоянная Планка). Экспериментально получены значения этой проекции вплоть до $\hbar m \sim 10^4 \hbar$. Волновой фронт таких состояний напоминает винт мясорубки, а силовые линии вектора Пойнтинга представляют собой винтовую линию. От плоских волн такие состояния отличаются наличием ненулевой проекции орбитального момента импульса на направление движения, а от сферических — наличием определённого направления движения. Для краткого обозначения этих состояний используют термин "закрученные фотоны". Приведены результаты недавних экспериментальных и теоретических работ по закрученным фотонам, в которых авторы настоящего обзора принимали активное участие. Подробно обсуждаются недавние опыты по генерации мощных пучков терагерцовых закрученных фотонов (длина волны 140 мкм), выполненные на Новосибирском лазере на свободных электронах в Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН. Рассмотрены недавние теоретические работы, посвящённые взаимодействию закрученных фотонов с атомами. Закрученные фотоны, обладающие дополнительной степенью свободы — проекцией полного момента импульса на направление движения, представляют собой новые инструменты исследований, которые могут найти широкое применение в самых разных разделах физики.

Ключевые слова: спиновый угловой момент, орбитальный угловой момент, закрученные пучки фотонов, взаимодействие закрученных фотонов с атомами, терагерцовое излучение

PACS numbers: 32.80. – t, 41.60.Cr, 42.79. – e

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.02.038306>

Содержание

1. Введение (508).

1.1. Закрученные фотоны. Первое знакомство. 1.2. Плоские, сферические и цилиндрические (бесселевы) волны. 1.3. Краткий обзор экспериментальных и теоретических работ по закрученным фотонам.

2. Закрученные фотоны в атомной физике (512).

2.1. Закрученные фотоны и их взаимодействие с атомами. Общие соотношения. 2.2. Фотовозбуждение атомов закрученными фотонами. 2.3. Фотоионизация атомов закрученными фотонами.

3. Пучки закрученных фотонов в терагерцовом диапазоне (524).

3.1. Общие замечания. 3.2. Формирование закрученных пучков с широкополосными источниками излучения. 3.3. Формирование закрученных пучков с монохроматическими источниками. 3.4. Эксперименты на Новосибирском лазере на свободных электронах. 3.5. Диагностика закрученных пучков. 3.6. Перспективы применения закрученных пучков терагерцового диапазона.

4. Заключение (536).

5. Приложение. Закрученные электроны и нейтроны (537).

Список литературы (538).

1. Введение

1.1. Закрученные фотоны. Первое знакомство

В настоящем обзоре речь пойдёт о таких электромагнитных волнах и соответствующих им частицах-фотонах, которые обладают определённой проекцией момента импульса (углового момента) на направление движения волны или частицы. Тот факт, что электромагнитные волны могут нести спиновый угловой момент (СУМ), известен давно. Пучки фотонов с линейной и круговой поляризацией могут быть описаны в терминах СУМ. Упоминание об этом можно найти ещё в статье Пойнтинга [1] 1909 г. Первый эксперимент, показавший, что циркулярно поляризованные пучки света (пучки с СУМ)

Б.А. Князев. Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, просп. Академика Лаврентьева 11, 630090 Новосибирск, Российская Федерация;

Новосибирский государственный университет, ул. Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Российская Федерация
E-mail: ba_knyazev@phys.nsu.ru

В.Г. Сербо. Новосибирский государственный университет, ул. Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Российская Федерация; Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, просп. Академика Коптюга 4, 630090 Новосибирск, Российская Федерация
E-mail: serbo@math.nsc.ru

Статья поступила 15 января 2018 г.,
после доработки 13 февраля 2018 г.

могут передавать момент импульса механической системе, был выполнен [2] в 1936 г. Круглая четвертьволновая пластинка, подвешенная в вакууме на тонкой нити, прикрепленной к оси вращения, представляла собой крутильный маятник. Циркулярно поляризованный световой пучок проходил через пластинку, отражался от зеркала и проходил через пластинку ещё раз, но со сменившимся направлением поляризации. Кручение пластинки демонстрировало, что ей передавался механический момент импульса.

Кроме спинового момента излучение может нести также орбитальный угловой момент (ОУМ). Проекция СУМ отдельного фотона $\hbar m_s$ может принимать только два значения $m_s = \pm 1$ в единицах постоянной Планка $\hbar$, в то время как проекция ОУМ $\hbar m_l$ может принимать любые целочисленные значения $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Проекция полного углового момента (ПУМ) фотона представляет собой сумму $\hbar m = \hbar m_s + \hbar m_l$.

Хорошо известно, что при атомных или ядерных переходах могут излучаться фотоны с определёнными значениями ПУМ и его проекции. Однако такие состояния отвечают сферическим волнам и не имеют определённого направления распространения. Вместе с тем в долазерную эру получить фотонные пучки с определённым направлением распространения и ненулевыми ОУМ было достаточно сложно. Широкий интерес к пучкам с ОУМ мог возникнуть только после появления лазеров. Всплеск интереса к пучкам с ОУМ возник после опубликования в 1992 г. статьи Аллена и др. [3], которая в современной литературе считается пионерской и широко цитируется. В работе [3] были предложены способ получения пучков с высокими значениями ОУМ посредством трансформации лаггер-гауссовых лазерных мод и схема эксперимента по измерению этого момента при передаче его механической системе, а также обсуждены некоторые возможные применения пучков с ОУМ. Такие состояния кратко называют *закрученными*¹. Вообще говоря, о закрученных пучках упоминалось и ранее. В качестве примера укажем на работы Б.Я. Зельдовича с соавторами (см., например, [4]), А. Васары с соавторами [5] и В.Ю. Баженова с соавторами [6, 7]. Но статья [3], действительно, вызвала широкий интерес и инициировала дальнейшие исследования. В экспериментальной работе [8] было показано, что закрученные фотоны с линейной поляризацией вызывают вращение микрочастиц, поглощающих такой свет, причём направление вращения определялось не поляризацией, а ОУМ фотонов. В настоящее время получены пучки фотонов со значениями ПУМ вплоть до $m = 10\,010$ [9].

Постепенно выяснилось, что закрученные фотоны, обладающие дополнительной степенью свободы — проекцией полного момента импульса на направление своего движения, представляют собой новые, весьма полезные инструменты исследований, которые могут найти широкое применение в самых разных областях физики. За прошедшие 25 лет эта область исследований из красивого, но экзотического островка лазерной физики превратилась в обширное поле деятельности, связанной с

генерацией и использованием закрученных фотонов не только в оптическом, но и в радио- и рентгеновском диапазонах.

Более того, выяснилось, что и другие элементарные частицы в состоянии с ненулевыми проекциями орбитального момента импульса могут найти полезные применения в атомной и ядерной физике и даже в физике элементарных частиц. Семь лет назад были выполнены первые работы по генерации пучков закрученных электронов, а сейчас уже имеется несколько сотен теоретических и экспериментальных работ, посвящённых закрученным электронам (см. прекрасный обзор [10] и приведённые там ссылки). Недавно выполнена первая экспериментальная работа по генерации закрученных холодных нейтронов [11] и проведён первый расчёт реакции рекомбинации таких нейтронов на протонах [12].

В разделе 1.2 мы приводим простые формулы, описывающие главные черты закрученных состояний. В разделе 1.3 даём краткий обзор работ, относящихся к методам генерации закрученных фотонов и областям их применения. Более подробно эти работы обсуждаются в обзорах [13–16]. Однако в этих обзорах рассмотрение взаимодействия закрученного света с атомами ограничилось лишь силовым воздействием светового пучка на атом как целое, при этом не учитывались процессы возбуждения и ионизации атома закрученными фотонами, которым в настоящем обзоре уделяется основное внимание.

В разделах 2 и 3 приведены результаты недавних (2013–2017 гг.) теоретических и экспериментальных работ по закрученным фотонам, в которых авторы принимали активное участие. В разделе 2, написанном В.Г. Сербо, дан обзор теоретических работ, посвящённых фундаментальным процессам взаимодействия закрученных фотонов с атомами. В разделе 3, написанном Б.А. Князевым, подробно обсуждаются недавние опыты по генерации и использованию мощных пучков терагерцовых закрученных фотонов (длина волны 140 мкм), выполненные на Новосибирском лазере на свободных электронах в Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера (ИЯФ) СО РАН. Поскольку обзоров по методам генерации закрученных пучков на русском языке не имеется (может быть, за исключением [13]), мы сочли полезным включить во введение краткое рассмотрение работ по этой теме.

1.2. Плоские, сферические и цилиндрические (бесселевы) волны

Напомним хорошо известные факты об электромагнитных волнах. Электрические $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и магнитные $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ поля в вакууме удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

где c — скорость света. Если ввести скалярный, $A_0(\mathbf{r}, t)$, и векторный, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, потенциалы, связанные с электромагнитными полями соотношениями

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla A_0(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

и использовать кулоновскую калибровку потенциалов $A_0(\mathbf{r}, t) = 0$, $\nabla \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0$, то уравнения Максвелла сведутся к волновому уравнению для векторного потен-

¹ В этой области фактически ещё нет установившейся терминологии. В литературе такие состояния называют также *вихревыми* (twisted или vortex states — в англоязычной литературе), а пучки часто называют *вращающимися* или *спиральными*.

циала

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (3)$$

Рассмотрим далее случай монохроматических волн с частотой ω :

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t), \quad (4)$$

амплитуды $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ которых удовлетворяют уравнению Гельмгольца

$$(\nabla^2 + k^2) \mathbf{A}(\mathbf{r}) = 0, \quad k = \frac{\omega}{c}. \quad (5)$$

Отвлечёмся на время от векторной природы электромагнитных полей (иначе говоря, от спина фотона) и найдём решение уравнения (5) в скалярном варианте:

$$(\nabla^2 + k^2) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad (6)$$

используя метод разделения переменных.

В декартовых координатах x, y, z получим *плоские волны*

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}), \quad (7)$$

которым в квантовой теории поля соответствуют частицы с импульсом $\hbar\mathbf{k}$ и энергией $\hbar\omega = c\hbar|\mathbf{k}|$. В сферических координатах r, θ_r, φ_r получим *сферические волны*

$$\psi_{klm}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2\pi}{kr}} J_{l+1/2}(kr) Y_{lm}(\theta_r, \varphi_r), \quad (8)$$

где $J_n(x)$ — функция Бесселя, $Y_{lm}(\theta_r, \varphi_r)$ — сферическая функция. В квантовой теории поля таким решениям соответствуют частицы с модулем импульса $\hbar k$, энергией $\hbar\omega = c\hbar k$, квадратом момента импульса $\hbar^2 l(l+1)$ и z -проекцией момента импульса $\hbar m$.

В цилиндрических координатах ρ, φ_r, z получим *цилиндрические (или бесселевы) волны*

$$\psi_{\chi m k_z}(\mathbf{r}) = J_m(\chi \rho) \exp[i(m\varphi_r + k_z z)]. \quad (9)$$

В квантовой теории поля таким решениям соответствуют частицы, движущиеся вдоль оси z с продольным импульсом $\hbar k_z$, модулем поперечного импульса $\hbar\chi$, энергией $\hbar\omega = \hbar c \sqrt{\chi^2 + k_z^2}$ и z -проекцией момента импульса $\hbar m$. Эти состояния кратко называют *закрученными*. От плоских волн они отличаются наличием ненулевой проекции орбитального момента импульса на направление движения, а от сферических волн — наличием определённого направления движения. Подчеркнём, что у закрученных состояний определённым является именно *проекция орбитального момента импульса* $\hbar m$, тогда как значения самого момента импульса l (точнее, квадрата момента импульса $\hbar^2 l(l+1)$) не являются определёнными и ограничиваются только условием $l \geq |m|$.

Все три решения представляют собой полные системы функций, обладающих некоторыми общими чертами: эти функции безразмерны, квадрат их модуля не изменяется с течением времени, любая из них может быть выражена в виде суперпозиции одной из двух других функций. Например, плоская волна может быть

представлена в виде суперпозиции цилиндрических волн

$$\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \exp(-im\varphi_k) \psi_{k_{\perp} m k_z}(\mathbf{r}), \quad (10)$$

где вектор $\mathbf{k} = (k_{\perp} \cos \varphi_k, k_{\perp} \sin \varphi_k, k_z)$. Аналогично цилиндрическая волна может быть представлена в виде суперпозиции плоских волн в плоскости xy :

$$\begin{aligned} \psi_{\chi m k_z}(\mathbf{r}) &= \exp(ik_z z) \int a_{\chi m}(\mathbf{k}_{\perp}) \exp(i\mathbf{k}_{\perp} \boldsymbol{\rho}) \frac{d^2 k_{\perp}}{(2\pi)^2} = \\ &= \int a_{\chi m}(\mathbf{k}_{\perp}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \frac{d^2 k_{\perp}}{(2\pi)^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где амплитуда Фурье

$$a_{\chi m}(\mathbf{k}_{\perp}) = i^{-m} \exp(im\varphi_k) \frac{2\pi}{k_{\perp}} \delta(k_{\perp} - \chi) \quad (12)$$

является собственной функцией оператора z -проекции орбитального момента импульса (в импульсном представлении) $\hbar \hat{L}_z = -i\hbar \partial/\partial \varphi_k$ с собственным значением $\hbar m$.

Таким образом, плоские волны, формирующие цилиндрическую волну, имеют волновые векторы, расположенные по поверхности конуса с осью вдоль оси z и углом конуса (называемым *углом раскрытия*)

$$\theta_k = \arctan \frac{\chi}{k_z}. \quad (13)$$

Малым значениям угла раскрытия θ_k соответствует так называемое *параксиальное приближение*.

В предельном случае при $\theta_k \rightarrow 0$ (при этом $\chi \rightarrow 0$, $k_z \rightarrow k = \omega/c$ и $J_m(\chi \rho) \rightarrow \delta_{m0}$) получаем

$$\psi_{\chi m k_z}(\mathbf{r}) \Big|_{\theta_k \rightarrow 0} \rightarrow \delta_{m0} \exp(ikz), \quad (14)$$

т.е. в этом пределе и при $m = 0$ цилиндрическая волна совпадает с плоской волной вдоль оси z .

Бесселевы волны, так же как и плоские волны, являются очень простым и удобным теоретическим построением, соответствующим идеальным стационарным (нерасплывающимся) состояниям. Однако они являются неинтегрируемыми², в том смысле, что $\int |\psi_{\chi m k_z}(\mathbf{r})|^2 d^3 r = \infty$. В реальном эксперименте вместо таких неинтегрируемых волн используются интегрируемые (ограниченные) волны, которые можно представить как суперпозицию идеальных бесселевых волн. Например, в лазерной физике в области параксиального приближения часто используются так называемые *лазер-гауссовы* пучки, у которых распределение в поперечной плоскости (при $z = 0$) вместо бесселевой формы $\exp(im\varphi_r) J_m(\chi \rho)$ имеет вид

$$\psi_n^m(\rho, \varphi_r) = N \exp(im\varphi_r) x^{|m|} L_n^{|m|}(x^2) \exp(-x^2), \quad x = \frac{\sqrt{2}\rho}{w}, \quad (17)$$

² Плоские волны нормируются на дельта-функцию "по шкале" $\mathbf{k}/(2\pi)$:

$$\int \psi_{\mathbf{k}'}^*(\mathbf{r}) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) d^3 r = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}), \quad (15)$$

аналогичное соотношение для бесселевых волн имеет вид

$$\int \psi_{\chi' m' k_z'}^*(\mathbf{r}) \psi_{\chi m k_z}(\mathbf{r}) d^3 r = \frac{4\pi^2}{\chi} \delta(\chi' - \chi) \delta_{m'm} \delta(k_z' - k_z). \quad (16)$$

где $L_n^m(x)$ — обобщённый полином Лагерра, w — эффективный размер пучка, N — нормировочная константа. Число n соответствует числу нулей в зависимости от переменной ρ . В отличие от идеальных бesselовых волн, у которых фиксированы модуль поперечного импульса κ , лаггер-гауссовы пучки имеют распределение по κ , так что функцию $\psi_n^m(\rho, \varphi_r)$ можно представить как суперпозицию бesselовых волн с различными значениями κ :

$$\psi_n^m(\rho, \varphi_r) = \int_0^\infty g(\kappa) \exp(im\varphi_r) J_m(\kappa\rho) d\kappa, \quad (18)$$

$$g(\kappa) = \frac{N}{\sqrt{2}wn!} \left(\frac{\kappa w}{\sqrt{8}}\right)^{2n+m+1} \exp\left(-\frac{\kappa^2 w^2}{8}\right).$$

В тех теоретических работах, в которых приходится выходить за рамки параксиального приближения, иногда используют ограниченные бesselовы волны — суперпозицию сосредоточенных в области $\kappa = \kappa_0$ бesselовых волн, имеющих гауссово распределение с дисперсией $\Delta\kappa$ вида

$$g(\kappa) \propto \exp\left[-\frac{(\kappa - \kappa_0)^2}{2\Delta\kappa^2}\right].$$

Детальное описание закрученных фотонов с учётом спиновой структуры дано в разделе 2.1. Но прежде кратко напомним о начале исследований в этой области.

1.3. Краткий обзор экспериментальных и теоретических работ по закрученным фотонам

1.3.1. Генерация закрученных фотонов. Вскоре после выхода статьи Аллена и др. [3] появились многочисленные публикации о генерации и применениях пучков закрученных фотонов в *оптическом диапазоне*. По методам получения таких пучков эти работы можно разбить на три группы. К первой группе относятся работы, в которых используют пучки с сингулярностью на оси, естественным образом возникающие в лазерах с устойчивыми резонаторами [6, 17]. Популярное описание этого явления можно найти в [18]. Однако наиболее часто используемым способом формирования закрученных пучков является преобразование плосковолновых фронтов лазерного излучения в спиральные с помощью дифракционных оптических элементов или компьютерно-генерированных голограмм (в том числе с использованием пространственных модуляторов света [19, 20]). Для детального знакомства с этим методом рекомендуем обратиться к статьям [8, 21–34]. Третьим методом получения закрученных пучков является их генерация с помощью свободных электронов. В работе [35], например, реализована схема, в которой электронные пучки, взаимодействуя с лазерным густком, приобретали геликоидальную структуру и далее в планарном ондуляторе излучали на основной гармонике закрученные фотоны с длиной волны 800 нм.

На рисунке 1 в качестве примера приведены две схемы трансформации плоской волны в пучок с орбитальным угловым моментом. На рисунке 1а представлена схема, в которой пучок проходит через спиральную фазовую пластинку, оптическая толщина которой постоянна по радиусу, а по азимуту φ — линейно возрастает как $d = m_l \lambda \varphi / 2\pi(n - 1)$, где λ — длина волны в вакууме, n — показатель преломления материала пластинки. Эта схема наиболее наглядно демонстрирует, как можно сфор-

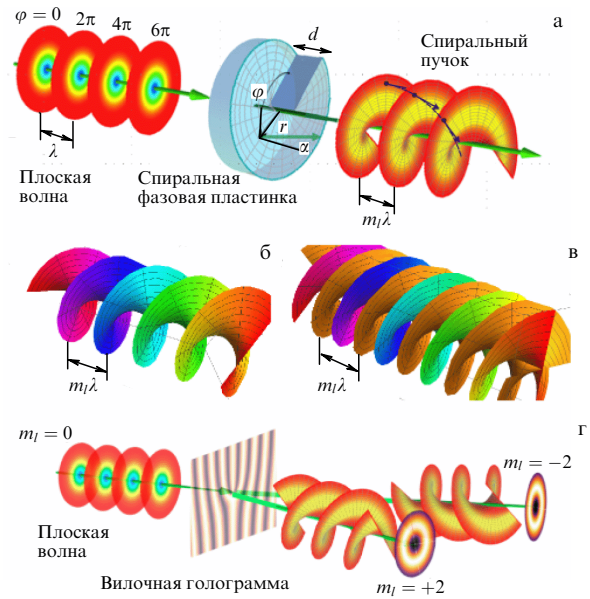


Рис. 1. (В цвете онлайн.) Методы трансформации плоской волны в волны с геликоидальным волновым фронтом. (а) Формирование спиральной фазовой пластинки; справа от пластинки показан волновой фронт пучка для случая $m_l = 1$. Чёрными стрелками изображены последовательные позиции вектора Пойнтинга, описывающего винтовую линию. (б) Поверхность постоянной фазы и (в) "вложенные" волновые фронты с одинаковой по модулю 2π фазой (для $m_l = 2$). (г) Формирование геликоидального волнового фронта вилочной голограммой. (Рисунки а и г заимствованы с сайта https://wikivisually.com/wiki/Angular_momentum_of_light.)

мировать спиральный волновой фронт. Разность фаз волн, прошедших вблизи скачка d в воздухе и внутри элемента, равна $2\pi m_l$, и волновые фронты, превратившиеся в отрезки спиралей, идеально "сшиваются" в бесконечный геликоид. При $m_l = 1$ сшиваются соседние волновые фронты (например, 4π и 6π), а если $m_l = 3$, то происходит сшивание фронтов $\varphi = 0$ и $\varphi = 6\pi$. При этом пространственный период геликоида по оси z равен $m_l \lambda$ (рис. 1б), но если изобразить в сформированной волне волновые фронты, имеющие равную фазу, то мы получим m_l вложенных друг в друга винтовых поверхностей с шагом между ними, равным λ (рис. 1в).

В случае спиральной фазовой пластинки можно сформировать только один закрученный пучок, коллинеарный падающему. Дифракция плоской волны на вилочной голограмме формирует пучок нулевого порядка и множество закрученных пучков, порядок закрученности которых возрастает пропорционально порядку дифракции [36]. Два пучка из этого множества с противоположными знаками m_l показаны на рис. 1г. Из этого примера видно, что закрученные пучки в принципе можно использовать для передачи двух и более сигналов на одной оптической частоте. Изготовив голограмму, которая пространственно разделяет много пучков с разными значениями m_l , можно значительно повысить мультиплексность канала связи.

Закрученные рентгеновские фотоны с энергией до 15 кэВ были получены в ряде работ на ускорителях релятивистских электронов. В работах [37, 38] показано, что релятивистские электроны в спиральном ондуляторе на всех гармониках, кроме основной, излучают закрученные фотоны. Эта идея реализована в эксперименте [39],

где были получены пучки закрученных фотонов в области мягкого рентгеновского диапазона (энергия 99 эВ) на второй гармонике спирального ондулятора, установленного на ускорителе BESSY-II (Berliner Elektronenspeicherring-Gesellschaft für Synchrotronstrahlung II). В теоретических работах [40, 41] показана возможность получения закрученных фотонов высокой энергии (вплоть до нескольких ГэВ) при комптоновском рассеянии закрученных лазерных фотонов на ультрарелятивистских электронах. Недавно результаты экспериментов по нелинейному обратному эффекту Комптона [42] были интерпретированы в работе [43] как следствие того, что излучаемые на второй гармонике фотоны с энергией порядка 10 кэВ являются закрученными. Более общее исследование [44] показывает, что при спиральном движении электрона на гармониках выше первой излучаются закрученные фотоны. Полезный обзор по генерации и применению закрученных пучков в жестком ультрафиолетовом и мягком рентгеновском диапазонах сделан в работах [45, 46].

В области очень низких энергий фотонов отметим прогресс в генерации пучков закрученных фотонов в радиодиапазоне [47, 48]. В то же время имеется лишь несколько работ по получению и исследованию пучков с орбитальным угловым моментом в области между радиочастотным и ближним инфракрасным диапазонами, области терагерцового диапазона. Эти работы подробно рассмотрены в разделе 3.

1.3.2. Применения закрученных фотонов. В настоящее время закрученные фотоны уже нашли применения в самых разных областях физики и техники. Не вдаваясь в подробности, кратко перечислим некоторые из этих применений.

- Одним из важных приложений закрученных пучков является оптическое манипулирование микрообъектами, в том числе захват частиц в оптические ловушки, подробно описанное в основательном обзоре Сойфера и др. [49]. В работе [50] закрученные пучки использовались для создания микрофлюидных насосов, а в [51] — для вращения микротурбин. Очевидно, что данное направление будет активно развиваться в области нанотехнологий.

- Авторы работы [56] (с приложением эффектного видеофильма, доступного по ссылке <http://iopscience.iop.org/1367-2630/14/3/033001>) продемонстрировали использование дополнительной степени свободы в виде ОУМ для увеличения плотности каналов связи. Детальный обзор применения закрученных пучков в коммуникационных системах можно найти в [57].

- Применение пучков с фазовой сингулярностью позволяет достичь сверхразрешения в оптической сканирующей микроскопии [52, 53].

- Использование спиральной фазовой пластинки в оптическом коронографе позволило при фотографировании двойной звезды подавить 97 % интенсивности яркой звезды, сохранив интенсивность слабой звезды практически неизменной [54]. Красивая лабораторная демонстрация принципа работы "вихревого" оптического коронографа описана в работе [55].

- Закрученные пучки радиоволн были использованы для исследования ионосферы [47].

- В области квантовой физики представляет интерес исследование вращения бозе-эйнштейновского конденсата атомов в ловушках (см. [15, раздел 12.6.2]).

- Проводилось измерение скорости вращения объектов по доплеровскому смещению частоты отраженных закрученных фотонов (см. [15, раздел 12.5.4]).

- Обсуждаются возможные применения закрученных фотонов в квантовой информатике, генерации запутанных состояний нового типа и т.п. (см. [58, раздел 5]).

Более подробное обсуждение этих исследований и ссылки на оригинальные работы можно найти в упомянутых обзорах [15, 16]. В последнее время всё большее внимание уделяется фундаментальным процессам взаимодействия закрученных фотонов с электронами и атомами. В разделе 2 мы рассматриваем взаимодействие закрученных фотонов с атомами, в частности подробно обсуждаем фотоионизацию и фотовозбуждение атомов закрученными фотонами. Возможные применения закрученных терагерцовых пучков обсуждаются в разделе 3.

2. Закрученные фотоны в атомной физике

2.1. Закрученные фотоны и их взаимодействие с атомами. Общие соотношения

В этом разделе мы продолжим описание закрученных фотонов и их взаимодействий, начатое во введении. При этом мы ограничимся обсуждением тех задач, в которых лишь одна закрученная частица — фотон — в начальном состоянии участвует в рассматриваемых процессах. В общем случае речь может идти о процессах, в которых взаимодействуют две закрученные частицы в начальном состоянии или появляются закрученные частицы в конечном состоянии. Особенно интересным является вопрос о том, в каких реакциях можно наблюдать закрученные частицы в конечном состоянии. Отметим, что принципиальные проблемы, связанные с распадом и соударением закрученных частиц (в частности, с необычной кинематикой таких соударений), рассмотрены в работах [40, 41, 59, 60]. Однако до сих пор не найден технически простой способ выявления степени закрученности конечных частиц в реалистических процессах.

2.1.1. Закрученные фотоны. Детальное знакомство. В этом разделе мы следуем в основном нашим работам [40, 41, 61].

Рассмотрим векторные решения уравнения Гельмгольца (5). Решение для плоских волн с определённой спиральностью $\Lambda = \pm 1$, имеющее вид

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}\Lambda}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_{\mathbf{k}\Lambda} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}), \quad (19)$$

содержит вектор поляризации фотона $\mathbf{e}_{\mathbf{k}\Lambda}$, который является собственным вектором оператора спиральности $\hat{\Lambda} = \hat{\mathbf{s}}\mathbf{k}/k$:

$$\hat{\Lambda} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\Lambda} = \Lambda \mathbf{e}_{\mathbf{k}\Lambda}, \quad (20)$$

где $\hat{\mathbf{s}}$ — оператор спина фотона, и обладает следующими свойствами:

$$\mathbf{k} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\Lambda} = 0, \quad \mathbf{e}_{\mathbf{k}\Lambda}^* \mathbf{e}_{\mathbf{k}\Lambda} = \delta_{\Lambda'\Lambda}. \quad (21)$$

Напомним, что определённым значениям спиральности фотона Λ соответствует определённая циркулярная поляризация.

Теперь очевидно, что цилиндрические (бесселевы) волны для закрученного фотона могут быть построены

в виде суперпозиции векторных плоских волн (19) по аналогии со скалярным случаем (11):

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{\chi m k_z \Lambda}(\mathbf{r}) &= \int a_{\chi m}(\mathbf{k}_\perp) \mathbf{A}_{\mathbf{k} \Lambda}(\mathbf{r}) \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} = \\ &= \int a_{\chi m}(\mathbf{k}_\perp) \mathbf{e}_{\mathbf{k} \Lambda} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2}, \end{aligned} \quad (22)$$

где амплитуда Фурье $a_{\chi m}(\mathbf{k}_\perp)$ определена в (12). Выбранный нами вектор поляризации $\mathbf{e}_{\mathbf{k} \Lambda}$ соответствует проекции Λ спина фотона на направление импульса фотона $\hbar \mathbf{k}$.

При проведении интегрирования по $\mathbf{k}_\perp$ нам окажется полезным разложение этого вектора по собственным векторам χ_σ проекции спина фотона $\hat{s}_z$ на ось z :

$$\hat{s}_z \chi_\sigma = \sigma \chi_\sigma, \quad \sigma = 0, \pm 1, \quad (23)$$

где

$$\chi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \chi_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{\sigma'}^* \chi_\sigma = \delta_{\sigma' \sigma}. \quad (24)$$

Это разложение имеет вид [62]

$$\mathbf{e}_{\mathbf{k} \Lambda} = \sum_{\sigma=0, \pm 1} \exp(-i\sigma\varphi_k) d_{\sigma \Lambda}^1(\theta_k) \chi_\sigma, \quad (25)$$

где $d_{MM'}^J(\theta)$ — малые матрицы Вигнера³. Используя эту формулу и известное представление функций Бесселя

$$\int_0^{2\pi} \exp[i(n\phi + z \cos \phi)] \frac{d\phi}{2\pi} = i^n J_n(z), \quad (27)$$

получим⁴

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{\chi m k_z \Lambda}(\mathbf{r}) &= \sum_{\sigma=0, \pm 1} i^{-\sigma} d_{\sigma \Lambda}^1(\theta_k) J_{m-\sigma}(\chi\rho) \exp[i(m-\sigma)\varphi_r] \times \\ &\times \chi_\sigma \exp(ik_z z). \end{aligned} \quad (30)$$

На рисунке 2 представлен вид y -компоненты этого векторного потенциала для значений $m = 5$, $\sin \theta_k = \chi/k = 0,2$ и $\Lambda = 1$. Отчётливо видны кольца бesselевых максимумов и нулевая интенсивность в начале координат. Из формулы (30) и из исходного выражения (22) видно, что закрученный фотон представляет собой состояние с определённым продольным импульсом $\hbar k_z$, модулем поперечного импульса $\hbar \chi$, энергией $\hbar \omega = \hbar c \sqrt{\chi^2 + k_z^2}$ и спиральностью Λ . Кроме того, отдельные слагаемые

$$\exp[i(m-\sigma)\varphi_r] \chi_\sigma \quad (31)$$

³ Явный вид этих матриц таков:

$$\begin{aligned} d_{\Lambda, \Lambda}^1(\theta) &= \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad d_{-\Lambda, \Lambda}^1(\theta) = \sin^2 \frac{\theta}{2}, \\ d_{0, \Lambda}^1(\theta) &= \frac{\Lambda}{\sqrt{2}} \sin \theta, \quad \Lambda = \pm 1. \end{aligned} \quad (26)$$

⁴ Аналогичный метод может быть использован и при построении волновых функций закрученных электронов и нейтронов (см. приложение). Укажем также, что соотношения, аналогичные (10) и (16), имеют вид

$$\int \mathbf{A}_{\chi' m' k'_z \Lambda'}^*(\mathbf{r}) \mathbf{A}_{\chi m k_z \Lambda}(\mathbf{r}) d^3 r = \frac{4\pi^2}{\chi} \delta(\chi' - \chi) \delta_{m' m} \delta(k'_z - k_z) \delta_{\Lambda' \Lambda}, \quad (28)$$

$$\mathbf{e}_{\mathbf{k} \Lambda} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \exp(-im\varphi_k) \mathbf{A}_{k_\perp m k_z \Lambda}(\mathbf{r}). \quad (29)$$

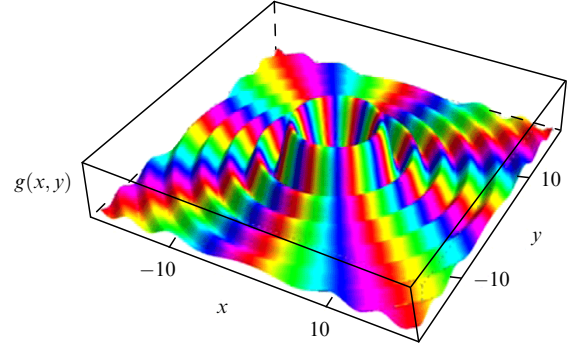


Рис. 2. (В цвете онлайн.) Векторный потенциал (30) закрученного фотона с параметрами $m = 5$, $\sin \theta_k = \chi/k = 0,2$ и $\Lambda = 1$ [40]. Изображён квадрат модуля y -компоненты векторного потенциала, т.е. функция $g(x, y) = |A_{\chi m k_z \Lambda}^y(x, y, 0)|^2$ в зависимости от координат x и y в поперечной плоскости (в единицах $1/\chi$). Фаза векторного потенциала от нуля до 2π указана изменением цвета в соответствии со шкалой радуги.

в сумме (30) являются собственными функциями операторов $\hat{s}_z$, $\hat{L}_z$ и $\hat{J}_z = \hat{L}_z + \hat{s}_z$ с собственными значениями $m_s = \sigma$, $m_l = m - \sigma$ и m соответственно. Поэтому закрученный фотон обладает определённым значением z -проекции полного момента импульса $\hat{J}_z$, равным m . Это квантовое число принимает целочисленные значения: $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. В то же время закрученный фотон представляет собой суперпозицию состояний, в которых z -проекция спинного момента импульса $\hat{s}_z$ принимает значения $m_s = 0, \pm 1$, а z -проекция орбитального момента импульса $\hat{L}_z$ — соответственно значения⁵ $m_l = m, m \mp 1$. Отметим, что при $|m| > 1$ функции Бесселя $J_{m-\sigma}(\chi\rho) \rightarrow 0$ при $\rho \rightarrow 0$ и потому электромагнитное поле в центре пучка исчезает.

Значительная доля экспериментов с закрученными фотонами проводится при малых конических углах θ_k , что соответствует так называемому *параксиальному приближению*. В этих условиях в сумме (30) доминирует слагаемое с $\sigma = \Lambda$:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{\chi m k_z \Lambda}(\mathbf{r}) &\approx i^{-\Lambda} \cos^4 \left(\frac{\theta_k}{2} \right) J_{m-\Lambda}(\chi\rho) \exp[i(m-\Lambda)\varphi_r] \times \\ &\times \chi_\Lambda \exp(ik_z z), \end{aligned} \quad (32)$$

поэтому в данном приближении z -проекция полного момента импульса m однозначно складывается из проекции спинного момента импульса, приближённо равного Λ , и проекции орбитального момента импульса, приближённо равного $m - \Lambda$. Если $m - \Lambda \neq 0$, то в центре такого пучка электромагнитное поле равняется нулю, а первый максимум находится примерно на расстоянии $\rho \approx (m - \Lambda)/(k \sin \theta_k)$ от оси пучка.

Наконец, в пределе $\theta_k \rightarrow 0$ (при этом $\chi \rightarrow 0$, $k_z \rightarrow k = \omega/c$, $d_{\sigma \Lambda}^1(\theta_k) \rightarrow \delta_{\sigma \Lambda}$ и $J_{m-\sigma}(\chi\rho) \rightarrow \delta_{m \sigma}$) получаем

$$\mathbf{A}_{\chi m k_z \Lambda}(\mathbf{r}) \Big|_{\theta_k \rightarrow 0} \rightarrow \delta_{m \Lambda} i^{-\Lambda} \chi_\Lambda \exp(ikz), \quad (33)$$

⁵ Полезно указать, что величина m_l совпадает с величиной *топологического заряда* ℓ . Понятие топологического заряда широко используется в теории вихревых или спиральных полей (см. обзоры [13, 16]). Однако следует различать топологический заряд $\ell = m_l$, который может принимать как положительные, так и отрицательные значения, и положительную величину $l \geq |m_l|$, которая определяет квадрат орбитального момента импульса $\hbar^2 l(l+1)$.

т.е. в этом пределе и при $m = A$ цилиндрическая волна с точностью до фазового множителя i^{-A} совпадает с плоской волной вдоль оси z .

Электрические и магнитные поля плосковолновых фотонов,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\mathbf{k}A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{i\omega}{c} \mathbf{e}_{\mathbf{k}A} \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)], \\ \mathbf{B}_{\mathbf{k}A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{\mathbf{k}}{k} \times \mathbf{E}_{\mathbf{k}A}(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (34)$$

ортогональны направлению движения фотона — вектору $\mathbf{k}$ — и соответствуют постоянной плотности энергии,

$$\frac{|\mathbf{E}_{\mathbf{k}A}|^2 + |\mathbf{B}_{\mathbf{k}A}|^2}{4\pi} = \frac{\omega^2}{2\pi c^2} = \frac{k^2}{2\pi}, \quad (35)$$

и постоянной плотности потока энергии (постоянному вектору Пойнтинга) вдоль направления вектора $\mathbf{k}$,

$$\mathbf{S} = \frac{c}{2\pi} \operatorname{Re}(\mathbf{E}_{\mathbf{k}A} \times \mathbf{B}_{\mathbf{k}A}^*) = \frac{\omega}{2\pi} \mathbf{k}. \quad (36)$$

Электрические и магнитные поля закрученных фотонов

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\mathbf{k}m\mathbf{k}_zA}(\mathbf{r}, t) &= \exp[i(m\varphi_r + k_z z - \omega t)] \mathbf{E}(\rho), \\ \mathbf{B}_{\mathbf{k}m\mathbf{k}_zA}(\mathbf{r}, t) &= -iA \mathbf{E}_{\mathbf{k}m\mathbf{k}_zA}(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (37)$$

имеют составляющие не только в поперечной к направлению движения фотона плоскости $x\mathbf{y}$:

$$E_\rho(\rho) = -\frac{\omega}{\sqrt{2}c} (d_{1A}^1(\theta_k) J_{m-1}(\kappa\rho) + d_{-1,A}^1(\theta_k) J_{m+1}(\kappa\rho)), \quad (38)$$

$$E_{\varphi_r}(\rho) = -\frac{i\omega}{\sqrt{2}c} (d_{1A}^1(\theta_k) J_{m-1}(\kappa\rho) - d_{-1,A}^1(\theta_k) J_{m+1}(\kappa\rho)), \quad (39)$$

но и вдоль оси z :

$$E_z(\rho) = \frac{i\omega}{\sqrt{2}c} A J_m(\kappa\rho) \sin \theta_k, \quad (40)$$

а поверхность постоянной фазы этих полей (при фиксированном времени) напоминает винт мясорубки, как показано на рис. 1а.

Плотность закрученных (twisted — tw) фотонов зависит от переменной ρ и квантовых чисел m и A :

$$w^{\text{tw}}(\rho) = \frac{k}{2\pi\hbar c} \sum_{\sigma=0,\pm 1} (d_{\sigma A}^1(\theta_k) J_{m-\sigma}(\kappa\rho))^2. \quad (41)$$

Эта функция при $A = 1$ и различных значениях m представлена на рис. 3. Вектор Пойнтинга закрученного фотона имеет не только компоненту S_z вдоль оси движения, но и компоненту S_{φ_r} в плоскости $x\mathbf{y}$:

$$S_z(\rho) = \frac{\omega^2}{2\pi c} A \left((d_{1A}^1(\theta_k) J_{m-1}(\kappa\rho))^2 - (d_{-1,A}^1(\theta_k) J_{m+1}(\kappa\rho))^2 \right), \quad (42)$$

$$\begin{aligned} S_{\varphi_r}(\rho) &= \frac{\omega^2}{2\pi c} A \sin \theta_k J_m(\kappa\rho) \times \\ &\times (d_{1A}^1(\theta_k) J_{m-1}(\kappa\rho) + d_{-1,A}^1(\theta_k) J_{m+1}(\kappa\rho)), \end{aligned} \quad (43)$$

$$S_\rho = 0. \quad (44)$$

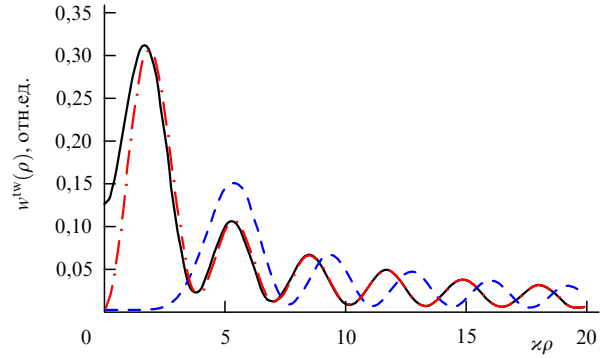


Рис. 3. Плотность фотонов $w^{\text{tw}}(\rho)$ из (41) в зависимости от $\kappa\rho$ при $A = 1$, $\theta_k = 30^\circ$ и $m = 0$ (сплошная кривая), $m = 2$ (штрихпунктирная кривая), $m = 5$ (штриховая кривая).

Тот факт, что вектор Пойнтинга не зависит от времени и $S_\rho = 0$, означает, что закрученная волна не испытывает расплывания. Силовые линии вектора $\mathbf{S}(\rho)$ при фиксированном значении ρ представляют собой винтовую линию $z = (S_z/S_{\varphi_r}) \rho \varphi_r + \text{const}$ (рис. 1а).

2.1.2. Взаимодействие закрученных фотонов с атомами. В этом разделе мы следуем в основном нашим работам [63, 64].

Обсудим общие вопросы, связанные со взаимодействием фотонов с атомом (например, будем иметь в виду процессы типа фотовозбуждения или фотоионизации атомов (см. подробности в разделах 2.2, 2.3)). В стандартном случае в нерелятивистском приближении оператор взаимодействия фотона с отдельным электроном (масса электрона m_e , заряд электрона равен $-e$)

$$\hat{V}^{\text{pl}} = \frac{e}{m_e c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}}, \quad \hat{\mathbf{p}} = -i\hbar \nabla, \quad (45)$$

линейно зависит от векторного потенциала $\mathbf{A}(\mathbf{r})$. Таким же свойством обладает и оператор взаимодействия фотона с атомом:

$$\hat{V}^{\text{pl}} = \frac{e}{m_e c} \sum_a \mathbf{A}_{\mathbf{k}A}(\mathbf{r}_a) \hat{\mathbf{p}}_a, \quad (46)$$

где суммирование ведётся по всем электронам атома. Поэтому оказывается возможным ввести удобную характеристику взаимодействия — *дифференциальное сечение* процесса

$$d\sigma^{\text{pl}} = \frac{d\dot{W}^{\text{pl}}}{j^{\text{pl}}}, \quad (47)$$

которое определяется как отношение вероятности соответствующего перехода $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ в единицу времени

$$d\dot{W}^{\text{pl}} \propto |M_{fi}^{\text{pl}}|^2, \quad M_{fi}^{\text{pl}} = \langle f | \hat{V}^{\text{pl}} | i \rangle, \quad (48)$$

к постоянной плотности потока фотонов j^{pl} . Так как плотность фотонов имеет вид

$$w^{\text{pl}} = \frac{|\mathbf{E}_{\mathbf{k}A}|^2 + |\mathbf{B}_{\mathbf{k}A}|^2}{4\pi\hbar\omega} = \frac{k}{2\pi\hbar c}, \quad (49)$$

плотность потока фотонов выражается как

$$\mathbf{j}^{\text{pl}} = \frac{\mathbf{S}}{\hbar\omega} = c w^{\text{pl}} \frac{\mathbf{k}}{k} = \frac{\mathbf{k}}{2\pi\hbar}. \quad (50)$$

Сечение процесса удобно тем, что оно не зависит от интенсивности падающего потока и поставляет нам информацию о характере взаимодействия фотона с атомом.

В случае взаимодействия закрученного фотона с атомом оператор возмущения имеет вид

$$\hat{V}^{\text{tw}} = \frac{e}{m_e c} \sum_a \mathbf{A}_{\mathbf{km}k_z A}(\mathbf{r}_a) \hat{\mathbf{p}}_a, \quad (51)$$

а вероятность перехода, как и ранее, однозначно связана с матричным элементом этого оператора:

$$d\dot{W}^{\text{tw}} \propto |M_{fi}^{\text{tw}}|^2, \quad M_{fi}^{\text{tw}} = \langle f | \hat{V}^{\text{tw}} | i \rangle. \quad (52)$$

Учитывая связь (22) между векторными потенциалами закрученного и плосковолнового фотонов, нетрудно установить и связь между соответствующими матричными элементами.

Рассмотрим в качестве примера переход атома водорода в процессе фотовозбуждения из начального состояния $\psi_i(\mathbf{r})$ в конечное состояние $\psi_f(\mathbf{r})$. При этом необходимо учитывать, что матричный элемент V_{fi}^{tw} зависит от прицельного параметра $\mathbf{b} = b(\cos \phi_b, \sin \phi_b, 0)$, определяющего положение атома относительно оси z — оси движения закрученного фотона. Поэтому если

$$M_{fi}^{\text{pl}}(\mathbf{k}, A) = \frac{e}{m_e c} \int \psi_f^*(\mathbf{r}) \mathbf{A}_{\mathbf{k}A}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}} \psi_i(\mathbf{r}) d^3 r, \quad (53)$$

то

$$M_{fi}^{\text{tw}}(\chi, m, k_z, A, \mathbf{b}) = \frac{e}{m_e c} \int \frac{d^2 k_{\perp}}{(2\pi)^2} a_{\chi m}(\mathbf{k}_{\perp}) \psi_f^*(\mathbf{r} - \mathbf{b}) \times \\ \times \mathbf{A}_{\mathbf{k}A}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}} \psi_i(\mathbf{r} - \mathbf{b}) d^3 r. \quad (54)$$

Сделав замену $\mathbf{r} - \mathbf{b} = \mathbf{r}'$ и проинтегрировав по $\mathbf{r}'$, получим искомую связь:

$$M_{fi}^{\text{tw}}(\chi, m, k_z, A, \mathbf{b}) = \int \frac{d^2 k_{\perp}}{(2\pi)^2} a_{\chi m}(\mathbf{k}_{\perp}) \exp(i\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{b}) M_{fi}^{\text{pl}}(\mathbf{k}, A). \quad (55)$$

С учётом явного вида (12) функции $a_{\chi m}(\mathbf{k}_{\perp})$ этот интеграл может быть сведён к однократному интегралу по азимутальному углу ϕ_k вектора $\mathbf{k} = (\chi \cos \phi_k, \chi \sin \phi_k, k_z)$:

$$M_{fi}^{\text{tw}}(\chi, m, k_z, A, \mathbf{b}) = \\ = i^{-m} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_k}{2\pi} \exp[i m \phi_k + i \chi b \cos(\phi_k - \phi_b)] M_{fi}^{\text{pl}}(\mathbf{k}, A). \quad (56)$$

Если волновые функции атома $\psi_i(\mathbf{r})$ и $\psi_f(\mathbf{r})$ являются состояниями с определёнными значениями m_i и m_f проекции момента импульса на ось z , то вся зависимость $M_{fi}^{\text{pl}}(\mathbf{k}, A)$ от азимутального угла ϕ_k определяется множителем $\exp[i(m_i - m_f)\phi_k]$ и потому интегрирование по ϕ_k может быть выполнено в аналитическом виде (см. (27)):

$$i^{-m} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi_k}{2\pi} \exp[i(m + m_i - m_f)\phi_k + i \chi b \cos(\phi_k - \phi_b)] = \\ = i^{m_i - m_f} \exp[i(m + m_i - m_f)\phi_b] J_{m+m_i-m_f}(\chi b). \quad (57)$$

В итоге матричный элемент закрученного фотона оказывается связанным с матричными элементами плоско-

волнового фотона простым алгебраическим соотношением, что оказывается чрезвычайно удобным для дальнейших расчётов. Более того, вся зависимость матричного элемента закрученного фотона от прицельного параметра определяется единственным множителем $J_{m+m_i-m_f}(\chi b)$.

Существенной особенностью закрученных волн является тот факт, что плотность потока фотонов $S_z(\rho)/(\hbar\omega)$ вдоль направления распространения волны не является не только постоянной величиной, но и даже положительно определённой (см. (42)). Это означает, что для процессов с закрученными фотонами невозможно ввести стандартное определение сечения и необходимо провести обобщение этого понятия. Обсудим подробнее одно из таких обобщений (которое, конечно, не является единственно возможным). При этом будем исходить из требования, чтобы в пределе $\theta_k \rightarrow 0$ наше обобщённое сечение совпадало со стандартным. Также придётся учитывать, что вероятность взаимодействия закрученного фотона с атомом $d\dot{W}^{\text{tw}}(\mathbf{b})$ зависит от прицельного параметра $\mathbf{b}$, определяющего положение атома относительно оси движения закрученного фотона.

Пусть закрученный фотон движется вдоль оси z , его плотность $w^{\text{tw}}(\rho)$ (см. (41)) является положительно определённой функцией координат в поперечной плоскости и зависит от квантовых чисел m и A . Отметим, что

$$w^{\text{tw}}(\rho) \Big|_{\theta_k \rightarrow 0} = \frac{k}{2\pi\hbar c} \delta_{m,A}, \quad (58)$$

т.е. в этом пределе восстанавливается стандартное выражение (49) для плотности при $m = A = \pm 1$. Кроме того, при $m = A = \pm 1$ плотность отлична от нуля в начале координат,

$$w^{\text{tw}}(\rho) \Big|_{\rho \rightarrow 0} = \frac{k}{2\pi\hbar c} \cos^4\left(\frac{\theta_k}{2}\right). \quad (59)$$

Поэтому естественно ввести удобное для дальнейшего определение плотности потока закрученных фотонов вдоль оси z таким выражением

$$j_z^{\text{tw}}(\rho) = v_z w^{\text{tw}}(\rho, m = A = 1) = \\ = \frac{k \cos \theta_k}{2\pi\hbar} \left[\cos^4\left(\frac{\theta_k}{2}\right) J_0^2(\chi\rho) + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_k J_1^2(\chi\rho) + \right. \\ \left. + \sin^4\left(\frac{\theta_k}{2}\right) J_2^2(\chi\rho) \right], \quad (60)$$

где $v_z = c \cos \theta_k$. Это выражение является положительно определённой функцией, имеет хороший плосковолновой предел,

$$j_z^{\text{tw}}(\rho) \Big|_{\theta_k \rightarrow 0} = \frac{k}{2\pi\hbar}, \quad (61)$$

и отличается от нуля в начале координат.

Рассмотрим сначала случай наиболее простой постановки опыта, когда мишень является макроскопической и соответствует атомам, распределённым достаточно однородно во всей поперечной плоскости. Мы пренебрежём также повторными соударениями. В этом случае удобной характеристикой процесса является дифференциальное сечение $d\sigma^{\text{tw}}$, усреднённое по прицельным параметрам

атомов в области с большим радиусом $\mathcal{R}$. Мы определим $d\sigma^{\text{tw}}$ как отношение вероятности перехода, проинтегрированной по прицельным параметрам, к величине

$$J_z = \int j_z^{\text{tw}}(\rho) d^2\rho = \frac{k\mathcal{R}}{\pi\hbar\omega} \cos\theta_k, \quad (62)$$

т.е. к плотности потока закрученных фотонов $j_z^{\text{tw}}(\rho)$, проинтегрированной по ρ в той же области с большим радиусом $\mathcal{R}$. В итоге усреднённое сечение определяется следующим образом

$$d\sigma^{\text{tw}} = \frac{1}{J_z} \int d^2b d\dot{W}^{\text{tw}}(\mathbf{b}). \quad (63)$$

Можно показать (см., например, [63, раздел II.B]), что усреднённое сечение не зависит от искусственно введённого параметра $\mathcal{R}$ и выражается следующим образом:

$$d\sigma^{\text{tw}} = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_k}{2\pi} \frac{d\sigma^{\text{pl}}(\mathbf{k})}{\cos\theta_k}. \quad (64)$$

В пределе $\theta_k \rightarrow 0$ так определённое сечение совпадает со стандартным плосковолновым сечением. Из формулы (64) видно, что усреднённое сечение зависит от конического угла θ_k закрученного фотона, но не зависит от квантового числа m . Конечно, отсутствие зависимости от проекции полного момента импульса m существенно обедняет информацию, получаемую при такой простой постановке опыта. Следует, однако, сразу упомянуть о такой модификации эксперимента, которая частично восстанавливает эту зависимость. Например, если начальное состояние является когерентной суперпозицией двух закрученных состояний с разными значениями проекций m_1 и m_2 , то усреднённое сечение может зависеть от разности $m_2 - m_1$.

Рассмотрим случай, в котором мишень является ограниченной, её центр смещён на расстояние $\mathbf{b}_t$ от оси пучка, а классическое распределение атомов внутри мишени описывается функцией $n(\mathbf{b} - \mathbf{b}_t)$, причём прицельный параметр $\mathbf{b}$, как и прежде, — это расстояние от отдельного атома мишени до оси пучка. Для краткости будем называть такую мишень *мезоскопической*. В этом случае удобной характеристикой процесса является усреднённое по прицельным параметрам атомов ограниченной мишени дифференциальное сечение $d\sigma^{\text{tw}}(\mathbf{b}_t)$, которое мы определим следующим образом:

$$d\sigma^{\text{tw}}(\mathbf{b}_t) = \frac{1}{J_z} \int d^2b n(\mathbf{b} - \mathbf{b}_t) d\dot{W}^{\text{tw}}(\mathbf{b}), \quad (65)$$

где J_z — плотность потока закрученных фотонов (60), проинтегрированная по ρ с учётом распределения атомов в *несмещённой мишени*,

$$J_z = \int j_z^{\text{tw}}(\rho) n(\rho) d^2\rho. \quad (66)$$

В предельном случае, когда мишень состоит из одного иона, расположенного на расстоянии $\mathbf{b}$ от оси пучка, функция $n(\mathbf{b}) = \delta(\mathbf{b})$, а соответствующее сечение

$$d\sigma^{\text{tw}}(\mathbf{b}) = \frac{2\pi\hbar}{k \cos\theta_k \cos^4(\theta_k/2)} d\dot{W}^{\text{tw}}(\mathbf{b}). \quad (67)$$

Нижее для конкретных расчётов мы будем использовать обычно реализуемое в ионных ловушках гауссово

распределение

$$n(\mathbf{b} - \mathbf{b}_t) = \frac{1}{2\pi w^2} \exp\left[-\frac{(\mathbf{b} - \mathbf{b}_t)^2}{2w^2}\right] \quad (68)$$

с дисперсией w , которая характеризует размер мишени. В этом случае интегрирование в (66) можно выполнить аналитически:

$$\begin{aligned} J_z = \frac{\omega \cos\theta_k}{2\pi c} & \left[\cos^4\left(\frac{\theta_k}{2}\right) I_0(\kappa^2 w^2) + \frac{1}{2} \sin^2\theta_k I_1(\kappa^2 w^2) + \right. \\ & \left. + \sin^4\left(\frac{\theta_k}{2}\right) I_2(\kappa^2 w^2) \right] \exp(-\kappa^2 w^2). \end{aligned} \quad (69)$$

Здесь $I_n(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента. Используя формулы (65) и (69), нетрудно показать, что сечение (65) при $\theta_k \rightarrow 0$ совпадает со стандартным (47), при большом размере мишени, $w \rightarrow \infty$, оно совпадает с сечением (64) на макроскопической мишени, а при малом размере мишени, $w \rightarrow 0$, — с сечением (67), соответствующим рассеянию на отдельном атоме.

2.2. Фотовозбуждение атомов закрученными фотонами

2.2.1. Связь матричных элементов; правила отбора. В работе [65] рассмотрено возбуждение атома закрученными фотонами лаггерр-гауссова пучка на основе численного решения нерелятивистского уравнения Шрёдингера и получены новые правила отбора в параксиальном приближении. В работе [66] для расчёта амплитуды перехода использовалось координатное представление волновой функции закрученного фотона и получены правила отбора вне рамок параксиального приближения; было также обнаружено, что зависимость амплитуды перехода от прицельного параметра определяется простым множителем в виде функции Бесселя от аргумента κb .

Следующий существенный шаг был сделан в нашей работе [63], в которой использовалось импульсное представление волновой функции закрученного фотона и было получено важное соотношение (55), (56) между амплитудами переходов, вызванных закрученным и плосковолновым фотонами. Это позволило провести детальный анализ переходов $1s \rightarrow 2p$ и $2p \rightarrow 3d$ в атоме водорода, включая основные характеристики последующего (после возбуждения атома закрученным фотоном) флуоресцентного излучения. Рассмотрим подробнее эти вопросы.

Пусть начальное и конечное состояния атома водорода определяются волновыми функциями $\psi_i(\mathbf{r}) = \psi_{n_i l_i m_i}(\mathbf{r})$ и $\psi_f(\mathbf{r}) = \psi_{n_f l_f m_f}(\mathbf{r})$, которые являются хорошо известными стационарными решениями нерелятивистского уравнения Шрёдингера (здесь n — главное квантовое число, l и m — орбитальный момент импульса и его проекция на ось z). Закрученный фотон имеет проекцию m_γ полного момента импульса на ту же ось z . В этом случае матричный элемент перехода

$$\begin{aligned} M_{m_f m_i}^{\text{pl}}(\theta_k, \varphi_k, A) & \equiv M_{fi}^{\text{pl}}(\mathbf{k}, A) = \\ & = \frac{e}{m_e c} \int \psi_{n_f l_f m_f}^*(\mathbf{r}) \mathbf{A}_{\mathbf{k}A}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}} \psi_{n_i l_i m_i}(\mathbf{r}) d^3r \end{aligned} \quad (70)$$

для случая, когда плосковолновый фотон движется вдоль оси z' , параллельной вектору $\mathbf{k}$, можно выразить через матричные элементы $M_{m_f m_i}^{\text{pl}}(0, 0, A)$ фотона, движущегося

гося вдоль оси z . Систему отсчёта $S'(x', y', z')$ с осью z' можно получить из системы $S(x, y, z)$ с осью z с помощью поворота на угол θ_k относительно оси y и на угол φ_k относительно оси z , поэтому

$$\psi_{nlm}(\mathbf{r}) = \exp(im\varphi_k) \sum_{m'=-l}^l d_{mm'}^l(\theta_k) \psi_{nlm'}(\mathbf{r}'). \quad (71)$$

Используя соотношение (71), получим

$$M_{m_f m_i}^{\text{pl}}(\theta_k, \varphi_k, A) = \exp[i(m_i - m_f)\varphi_k] \times \sum_{m'_f m'_i} d_{m_f m'_f}^{l_f}(\theta_k) d_{m_i m'_i}^{l_i}(\theta_k) M_{m'_f m'_i}^{\text{pl}}(0, 0, A). \quad (72)$$

Матричный элемент $M_{m_f m_i}^{\text{pl}}(0, 0, A)$ соответствует плоско-волновому фотону вдоль оси z со спиральностью A , поэтому закон сохранения проекции момента импульса приводит к хорошо известным правилам отбора:

$$m_f = m_i + A, \quad l_f \geq |m_f|. \quad (73)$$

В итоге двойная сумма превращается в однократную:

$$M_{m_f m_i}^{\text{pl}}(\theta_k, \varphi_k, A) = \exp[i(m_i - m_f)\varphi_k] \times \sum_{m'_i} d_{m_f, m'_i+A}^{l_f}(\theta_k) d_{m_i m'_i}^{l_i}(\theta_k) M_{m'_i+A, m'_i}^{\text{pl}}(0, 0, A), \quad (74)$$

а для начального состояния $1s$ атома получаем совсем простое соотношение:

$$M_{m_f, m_i=0}^{\text{pl}}(\theta_k, \varphi_k, A) = \exp(-iA\varphi_k) d_{m_f A}^{l_f}(\theta_k) M_{A0}^{\text{pl}}(0, 0, A). \quad (75)$$

Используя (57) и (74), получим основную формулу связи между матричными элементами для закрученного и плосковолнового фотонов:

$$M_{m_f m_i}^{\text{tw}}(m_\gamma, A, \mathbf{b}) \equiv M_{fi}^{\text{tw}}(\varkappa, m_\gamma, k_z, A, \mathbf{b}) = i^{m_i - m_f} \exp[i(m_\gamma + m_i - m_f)\varphi_b] J_{m_\gamma + m_i - m_f}(\varkappa b) \times \sum_{m'_i} d_{m_f, m'_i+A}^{l_f}(\theta_k) d_{m_i m'_i}^{l_i}(\theta_k) M_{m'_i+A, m'_i}^{\text{pl}}(0, 0, A). \quad (76)$$

Отсюда легко получить следующие *правила отбора* для матричного элемента с закрученным фотоном:

- в случае, когда атом расположен на оси z ,

$$m_f = m_i + m_\gamma, \quad l_f \geq |m_f|, \quad (77)$$

так как $J_n(\varkappa b) = \delta_{n0}$ при $b = 0$;

- при $b \neq 0$ не возникает ограничений на квантовое число m_f , т.е.

$$m_f \text{ — любое, } l_f \geq |m_f|. \quad (78)$$

Отметим, что

$$M_{m_f m_i}^{\text{tw}}(m_\gamma, A, \mathbf{b}) \Big|_{\theta_k \rightarrow 0} \rightarrow i^{-A} M_{m_f m_i}^{\text{pl}}(0, 0, A) \delta_{m_\gamma A}, \quad (79)$$

т.е. в данном пределе восстанавливается стандартное выражение, так как при этом $\varkappa \rightarrow 0$, $J_n(\varkappa b) \rightarrow \delta_{n0}$ и $d_{mm'}^l(\theta_k) \rightarrow \delta_{mm'}$.

2.2.2. Макроскопическая мишень. В простом случае взаимодействия закрученного фотона с макроскопической мишенью можно, воспользовавшись соотношениями (64), (74), получить усреднённое парциальное сечение:

$$\bar{\sigma}_{m_f}^{\text{tw}}(\theta_k, A) = \frac{4\pi^2 c}{\omega \cos \theta_k} \frac{1}{2l_i + 1} \times \sum_{m_i} |M_{m_f m_i}^{\text{pl}}(\theta_k, \varphi_k = 0, A)|^2 \delta(\hbar\omega + E_i - E_f). \quad (80)$$

Сечение (80) не зависит от проекции полного момента импульса фотона m_γ , но чувствительно к величине поперечного импульса закрученного фотона $\varkappa = (\omega/c) \sin \theta_k$. Для перехода из основного состояния $1s \rightarrow n_f l_f m_f$ эта формула упрощается:

$$\bar{\sigma}_{m_f}^{\text{tw}}(\theta_k, A) = \frac{d_{m_f A}^{l_f}(\theta_k)}{\cos \theta_k} \sigma_{\text{tot}}^{\text{pl}}(\theta_k = 0, A). \quad (81)$$

Рассмотрим переход $1s \rightarrow 2p$. Пусть для определённости спиральность фотона $A = 1$. В этом случае плосковолновой фотон сможет возбудить лишь состояние $2p$ с проекцией $m_f = A = 1$. А закрученный фотон приводит к возбуждению всех трёх состояний $2p$ с проекциями $m_f = 0, \pm 1$, как показано на рис. 4. При угле $\theta_k = 0$ оказывается возбуждённым лишь состояние с $m_f = 1$, т.е. результаты для закрученного фотона совпадают со стандартными. С возрастанием этого угла оказываются возбуждёнными и состояния с $m_f = 0$ и $m_f = -1$, причём сечение возбуждения состояния $m_f = 0$ оказывается даже больше сечения возбуждения состояния $m_f = 1$ при угле $\theta_k > 71^\circ$. Как следствие, поляризация последующего флуоресцентного излучения может сильно отличаться от таковой в стандартном случае. Рассмотрим линейную поляризацию такого излучения (α -линия серии Лаймана) для случая, когда фотон излучается под прямым углом к оси z , предполагая, что тонкая структура уровня $2p$ не разрешается. Соответствующий параметр Стокса

$$P_1 = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}, \quad (82)$$

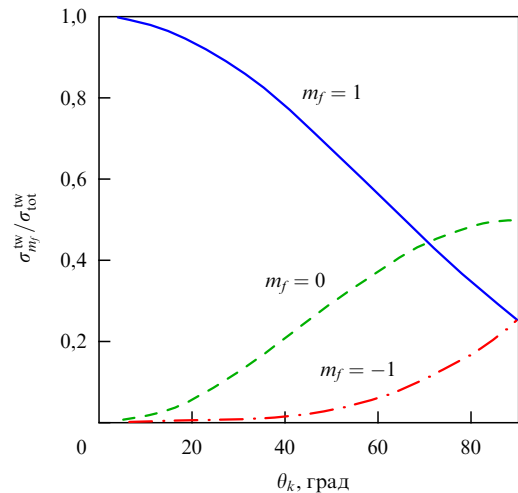


Рис. 4. Относительные величины парциальных сечений фотовозбуждения $1s \rightarrow 2p$ атома водорода закрученным фотоном в зависимости от конического угла θ_k этого фотона [63].

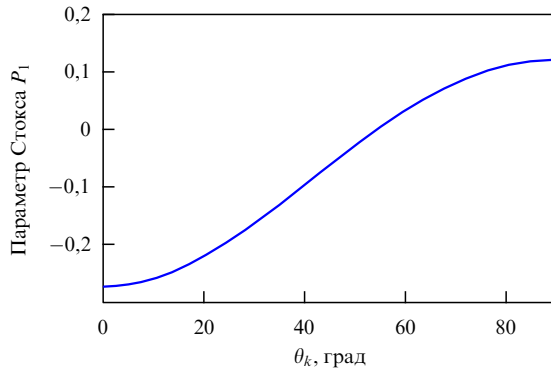


Рис. 5. Параметр Стокса (83) флуоресцентного излучения α -линии серии Лаймана после возбуждения $1s \rightarrow 2p$ атома водорода закрученным светом в зависимости от конического угла θ_k [63].

где $I_{\parallel}$ и $I_{\perp}$ — соответственно интенсивности света, линейно поляризованного в плоскости реакции, образованной осью z и направлением вектора импульса, и перпендикулярно поляризованного к этой плоскости. Используя формулы (81), можно рассчитать, что

$$P_1(\theta_k) = \frac{3 + 9 \cos(2\theta_k)}{-47 + 3 \cos(2\theta_k)}. \quad (83)$$

Из рисунка 5 видно, что при параксиальном режиме (когда $\theta_k \lesssim 5^\circ$) параметр $P_1(\theta_k) \approx -0,3$, что соответствует значительной поляризации, перпендикулярной плоскости реакции. С возрастанием угла θ_k ситуация качественно изменяется, при $\theta_k > 58^\circ$ параметр $P_1(\theta_k)$ становится положительным, что соответствует излучению, поляризованному преимущественно в плоскости реакции. Такое изменение поляризации флуоресцентного излучения в зависимости от конического угла θ_k закрученного фотона может быть легко отслежено в эксперименте, и оно может дать ценную информацию о взаимодействии закрученного пучка с атомами.

С использованием формализма, развитого в работе [63], в работах [67, 68] проанализированы новые возможности мультипольных переходов, вызванные закрученными фотонами. Среди других теоретических работ отметим работу [69], в которой рассматривалось возбуждение ридберговских атомов лаггер-гауссовыми пучками, работу [70], в которой найдены новые правила отбора с учётом эффекта отдачи ядра, и работу [71], в которой изучалось взаимодействие закрученных фотонов с атомами в представлении прицельного параметра.

Рассмотренный в работе [63] случай макроскопической мишени из атомов водорода очень удобен для иллюстрации общих соотношений ввиду его простоты. Гораздо более сложный случай возбуждения многоэлектронных атомов и ионов закрученным светом в рамках релятивистского уравнения Дирака рассмотрен в нашей работе [72]. Особое внимание уделялось населённости магнитных подуровней возбуждённых атомных состояний, описываемых с помощью параметров выстроенности. Для этих параметров в [72] получено общее выражение в случае, когда фотонный пучок приготовлен как когерентная суперпозиция двух закрученных бесселевых волн, падающих на макроскопическую мишень. То есть вместо векторного потенциала (22) использовалась суперпозиция таких потенциалов с двумя различными зна-

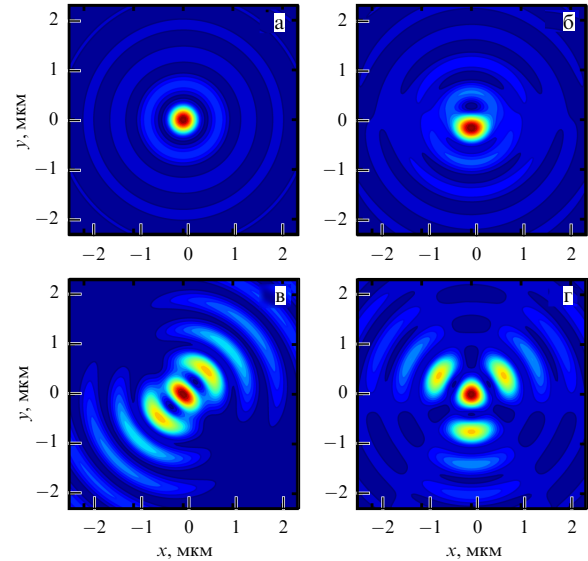


Рис. 6. (В цвете онлайн.) Плотность энергии в поперечной плоскости, соответствующая одному бесселеву пучку (22) или суперпозиции двух бесселевых пучков (84) с различными проекциями полного момента импульса [72]. (а) Один пучок с $m_1 = 1$; (б) два пучка с $m_1 = 1$ и $m_2 = 2$; (в) два пучка с $m_1 = 1$ и $m_2 = 3$; (г) два пучка с $m_1 = 1$ и $m_2 = 4$. Результаты представлены для значений конического угла $\theta_k = 45^\circ$, энергии фотона $\hbar\omega = 2,104$ эВ и фаз $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi/2$. Величина плотности энергии (отн. ед.) выражена градацией цвета, переход от синего цвета к красному соответствует увеличению плотности энергии.

чениями проекции полного момента импульса m_1 и m_2 , но с одинаковыми значениями продольного импульса $\hbar k_z$, модуля поперечного импульса $\hbar k$, энергии $\hbar\omega = \hbar c \sqrt{k^2 + k_z^2}$ и спиральности A :

$$c_1 \mathbf{A}_{\alpha m_1 k_z A}(\mathbf{r}) + c_2 \mathbf{A}_{\alpha m_2 k_z A}(\mathbf{r}), \quad (84)$$

$$c_n = |c_n| \exp(i\alpha_n), \quad |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1.$$

Качественное различие случая одного бесселева пучка и такой суперпозиции двух бесселевых пучков отчётливо видно уже из картины распределения плотности энергии в поперечной плоскости, показанной на рис. 6. Если для одного пучка (рис. 6а) это распределение обладает цилиндрической (азимутальной) симметрией для любого значения m_1 , то для двух пучков (рис. 6б–г) такая симметрия нарушается и распределение существенно зависит как от разности квантовых чисел $m_{1,2}$, так и от разности фаз $\alpha_{1,2}$.

В случае двух пучков населённость подуровней возбуждённых атомов оказывается чувствительной не только к коническому углу начальных фотонов, но и к их проекциям полного момента импульса. Хотя полученные формулы могут использоваться для описания фотовозбуждения любых атомов, независимо от их оболочечной структуры и числа электронов, конкретные расчёты проводились для $3s \rightarrow 3p$ -перехода в натрии. Эти расчёты показывают, что закрученность начального фотона может приводить к измеряемым изменениям в параметрах выстроенности возбуждённого состояния $^2P_{3/2}$ и к изменениям в угловом распределении последующего флуоресцентного излучения. В качестве примера приведём взятые из работы [72] нормированные угловые распределения $3p \ ^2P_{3/2} \rightarrow 3s \ ^2S_{1/2}$ -перехода в на-

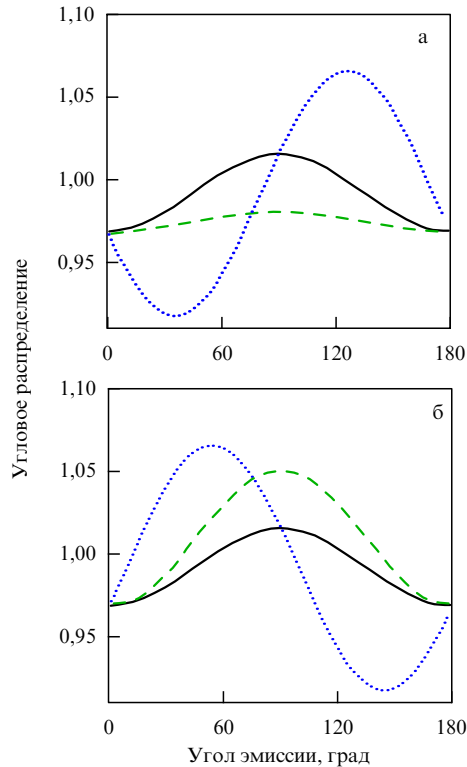


Рис. 7. Нормированное угловое распределение флуоресцентного излучения, соответствующего переходу $3p^2P_{3/2} \rightarrow 3s^2S_{1/2}$ после возбуждения макроскопической мишени из атомов Na ($Z = 11$) когерентной суперпозицией (84) двух бесселевых пучков [72]. Пучки приготовлены в состоянии с коническим углом $\theta_k = 60^\circ$, фазами $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi/3$ (а) и $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 4\pi/3$ (б). Проекция полного момента импульса $m_1 = 1$ и $m_2 = 2$ (пунктирные кривые), $m_1 = 1$ и $m_2 = 3$ (штриховые кривые), $m_1 = 1$ и $m_2 = 4$ (сплошные кривые).

рии, следующие после фотовозбуждения двумя пучками (рис. 7).

2.2.3. Мезоскопическая мишень. В нашей работе [64] рассмотрен процесс взаимодействия закрученного света с мезоскопической мишенью из атомов водорода. При этом предполагается, что атомная мишень имеет гауссово распределение в пространстве (68). Теоретический анализ процесса проведён в рамках нерелятивистского борновского приближения. Рассчитаны выражения для сечений возбуждения и для параметров выстроенности для отдельных атомных состояний.

Обсудим подробнее результаты для перехода $1s \rightarrow 2p$, которые интересно сравнить с приведёнными выше результатами расчётов для макроскопической мишени. Заранее ясно, что в случае мезоскопической мишени можно получить гораздо больше информации как о самом процессе взаимодействия света с атомами, так и о параметрах мишени или падающего закрученного света. В частности, можно ожидать, что если размеры мишени сопоставимы с расстояниями между бесселевыми кольцами интенсивности падающего пучка, то измерения вероятностей возбуждения и поляризаций флуоресцентного излучения в зависимости от смещения мишени в поперечной плоскости могут эффективно использоваться для диагностики пучка.

Относительные полные сечения возбуждения $R \equiv \sigma_{\text{tot}}^{\text{tw}}(\theta_k, m_\gamma, A) / \sigma_{\text{tot}}^{\text{pl}}(A)$ приведены на рис. 8 в зависи-

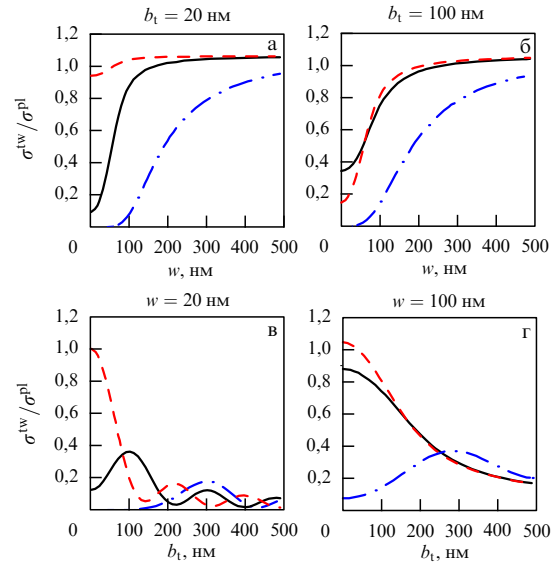


Рис. 8. Относительные величины полных сечений $\sigma_{\text{tot}}^{\text{tw}}(\theta_k, m_\gamma, A) / \sigma_{\text{tot}}^{\text{pl}}(A)$ возбуждения закрученными фотонами (конический угол $\theta_k = 20^\circ$, спиральность $A = 1$) перехода $1s \rightarrow 2p$ в мезоскопической мишени из атомов водорода [64]. Сечения представлены в зависимости от размеров мишени w для двух расстояний от оси пучка до центра мишени: $b_t = 20$ нм (а) и $b_t = 100$ нм (б), а также в зависимости от положения центра мишени b_t для двух размеров мишени: $w = 20$ нм (в) и $w = 100$ нм (г). Зависимости приведены для трёх значений проекции полного момента импульса закрученного пучка: $m_\gamma = 0$ (сплошные кривые), $m_\gamma = 1$ (штриховые кривые) и $m_\gamma = 5$ (штрихпунктирные кривые).

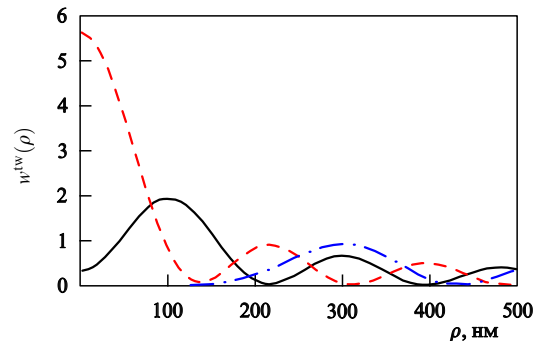


Рис. 9. Плотность пучка закрученных фотонов $w^{\text{tw}}(\rho)$ (41) в зависимости от расстояния ρ от оси пучка в поперечной плоскости. Энергия фотона $\hbar\omega = 10,2$ эВ соответствует энергии перехода $1s \rightarrow 2p$ в атоме водорода, конический угол $\theta_k = 20^\circ$, спиральность $A = 1$. Сплошная кривая — $m_\gamma = 0$, штриховая кривая — $m_\gamma = 1$, штрихпунктирная кривая — $m_\gamma = 5$.

сти от размера мишени w (рис. 8а, б) и от расстояния между центром мишени и осью пучка b_t (рис. 8в, г). Из рисунков 8а, б видно, что для атомной мишени размером менее 200 нм закрученные фотоны с различными значениями m_γ весьма существенно влияют на населённость магнитных подуровней возбуждённого $2p$ -состояния. Если размеры мишени становятся заметно больше, то сечения возбуждения стремятся к одному пределу: $R = 1/\cos \theta_k = 1,06$, соответствующему макроскопической мишени. В то же время, как видно из рис. 8в, г, в случае малого размера мишени зависимость R от прицельного параметра b_t весьма близка к распределению интенсивности закрученного пучка в поперечной плоскости (рис. 9).

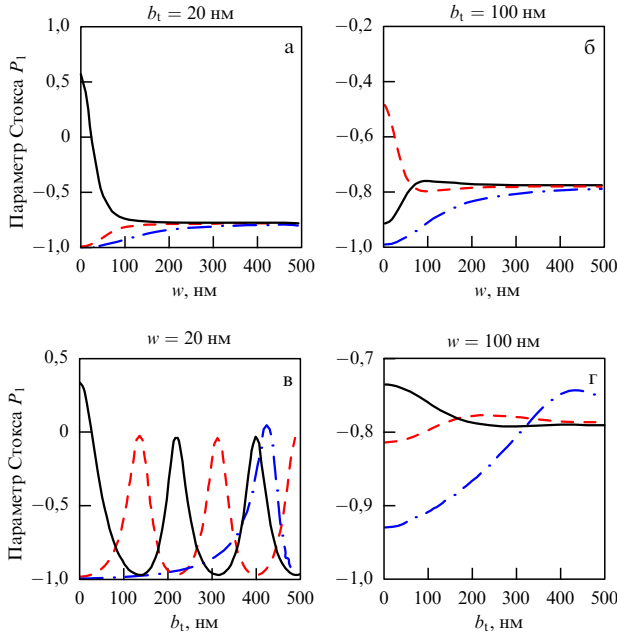


Рис. 10. То же, что и на рис. 8, но для параметра Стокса P_1 (82) флуоресцентного $2p \rightarrow 1s$ -излучения после возбуждения мезоскопической мишени закрученными фотонами [64].

Параметр Стокса P_1 , характеризующий линейную поляризацию (82) флуоресцентного излучения, приведён на рис. 10 в зависимости от размера мишени w и от расстояния от центра мишени до оси пучка b_1 . Из рисунков 10а, б видно, что для атомной мишени с размерами менее 200 нм закрученные фотоны с различными значениями m_γ весьма существенно влияют на поляризацию последующего (флуоресцентного) высвечивания. С другой стороны, для мишени с заметно бóльшими размерами параметр P_1 почти не зависит от m_γ и b_1 . Из рисунков 10в, г хорошо видно, что при смещении мишени малого размера ($w = 20$ нм) параметр Стокса осциллирует, причём положения первых максимумов для $m_\gamma = 1$ и $m_\gamma = 5$ находятся в качественном согласии с положениями таких максимумов на кривых интенсивности закрученного света (см. рис. 9).

Эти расчёты для мезоскопической мишени были инициированы экспериментами Шмигелю с соавторами [73], в которых изучалось возбуждение лаггер-гауссовым пучком ионов $^{40}\text{Ca}^+$ в виде небольшой хорошо локализованной мишени размером менее 60 нм в ионной ловушке. Детальное сравнение данных нового эксперимента того же типа с результатами теоретических расчётов проведено в недавней работе [74]. Новые данные представлены в зависимости от положения мишени из одного иона $^{40}\text{Ca}^+$ по отношению к оси закрученного пучка. Получено отличное согласие этих данных с результатами соответствующих теоретических расчётов.

2.3. Фотоионизация атомов закрученными фотонами

Одно из первых исследований процесса ионизации атома закрученными фотонами в параксиальном приближении было проведено в работах [65, 75], где рассматривались численные решения нерелятивистского уравнения Шрёдингера для взаимодействия атома водорода с фотонами лаггер-гауссова пучка. Это дало возможность впервые рассмотреть эволюцию электронов во времени в процессе ионизации.

2.3.1. Нерелятивистское борновское приближение. Процесс ионизации водородоподобного атома с зарядом ядра Ze закрученным светом вне рамок параксиального приближения рассмотрен в нашей работе [61], где проведён расчёт в нерелятивистском борновском приближении. Известно, что в указанном приближении малыми параметрами являются не только величина $Z\alpha$, но и параметр

$$v = Z\alpha \frac{c}{v}, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}, \quad (85)$$

где v — скорость конечного электрона, иными словами, скорость электрона должна удовлетворять условиям $Z\alpha c \ll v = p/m_e \ll c$. В данном приближении можно не учитывать спин электрона и использовать нерелятивистскую волновую функцию атома $\psi_i(\mathbf{r}) = \psi_{nlm}(\mathbf{r})$, а волновую функцию конечного электрона можно взять в форме плоской волны $\psi_f(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}/\hbar)$ с импульсом $\mathbf{p}$. Подставляя эти волновые функции в формулу (53), получим в стандартном случае матричный элемент в виде

$$M_A^{pl}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = \frac{e}{m_e c} (\mathbf{e}_{k\lambda} \mathbf{p}) \tilde{\psi}_{nlm}(\mathbf{q}), \quad \mathbf{q} = \mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}, \quad (86)$$

где $\tilde{\psi}_{nlm}(\mathbf{q})$ — фурье-образ функции $\psi_{nlm}(\mathbf{r})$ (см. формулу (A.1) в [61]). Используя формулу (56), найдём

$$M_A^{tw}(m_\gamma, \mathbf{p}, \mathbf{b}) = \frac{e i^{-m_\gamma}}{m_e c} \int_0^{2\pi} (\mathbf{e}_{k\lambda} \mathbf{p}) \times \\ \times \exp[i m_\gamma \varphi_k + i x b \cos(\varphi_k - \varphi_b)] \tilde{\psi}_{nlm}(\mathbf{q}) \frac{d\varphi_k}{2\pi}. \quad (87)$$

Дальнейшее интегрирование по углу φ_k приводит к довольно сложным выражениям, которые и использовались в оригинальной статье [61], где были получены и детально рассмотрены только нормированные угловые распределения конечного электрона для мишени из одного атома.

Однако можно получить заметно более простые формулы, если учесть, что в используемом приближении выполняется неравенство $\hbar k \ll p$, что позволяет провести замену

$$\tilde{\psi}_{nlm}(\mathbf{q}) \rightarrow \tilde{\psi}_{nlm}(\mathbf{p}) = \tilde{R}_{nl}(p) Y_{lm}(\theta_p, \varphi_p) \quad (88)$$

и выполнить интегрирование по φ_k , применяя формулы (24) и (25):

$$M_A^{tw}(m_\gamma, \mathbf{p}, \mathbf{b}) = \frac{ep}{m_e c} \tilde{\psi}_{nlm}(\mathbf{p}) \exp(im_\gamma \varphi_b) G(\theta_p, \varphi_p), \quad (89)$$

где множитель

$$G(\theta_p, \varphi_p) = \sum_{\sigma=0, \pm 1} i^{-\sigma} \exp[i\sigma(\varphi_p - \varphi_b)] G_\sigma(\theta_p), \quad (90)$$

$$G_\sigma(\theta_p) = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} d_{\sigma A}^1(\theta_k) J_{m_\gamma - \sigma}(\chi b) Y_{1\sigma}(\theta_p, \varphi_p = 0),$$

не зависит от квантовых чисел состояния атома, но зависит от прицельного параметра $\mathbf{b}$. Отсюда получим нормированное угловое распределение электронов в виде

$$W_A^{tw}(\theta_p, \varphi_p) = N |Y_{lm}(\theta_p, 0) G(\theta_p, \varphi_p)|^2, \quad (91)$$

где

$$|G(\theta_p, \varphi_p)|^2 = B + C \sin(\varphi_p - \varphi_b) + D \cos[2(\varphi_p - \varphi_b)], \quad (92)$$

$$B = G_1^2 + G_0^2 + G_{-1}^2, \quad C = 2G_0(G_1 + G_{-1}), \quad D = -2G_1G_{-1},$$

а нормировочный коэффициент N определяется условием

$$\int W_A^{\text{tw}}(\theta_p, \varphi_p) d\Omega_p = 1 \quad (93)$$

или условием

$$\frac{1}{N} = \int |Y_{lm}(\theta_p, 0)|^2 (G_0^2 + G_1^2 + G_{-1}^2) d\Omega_p. \quad (94)$$

Известно, что для плосковолнового фотона с определённой спиральностью λ угловое распределение не зависит от азимутального угла φ_p вылета конечного электрона. Напротив, в случае закрученных фотонов можно ожидать значительной азимутальной асимметрии, особенно при тех значениях прицельного параметра b , при которых плотность фотонов изменяется особенно быстро, и поэтому можно ожидать быстрого изменения также и фазы падающей волны. Именно поэтому интересно проследить за угловым распределением по φ_p в зависимости от проекции полного момента импульса m_γ закрученного фотона и расстояния b атома от оси пучка. С этой целью представим распределение (91) в виде

$$W_A^{\text{tw}}(\theta_p, \varphi_p) = N |Y_{lm}(\theta_p, 0)|^2 \times \\ \times B \left\{ 1 + A_1 \sin(\varphi_p - \varphi_b) + A_2 \cos[2(\varphi_p - \varphi_b)] \right\}, \quad (95)$$

в котором явно выделены параметры азимутальной асимметрии

$$A_1 = \frac{C}{B} = \frac{2G_0(G_1 + G_{-1})}{G_0^2 + G_1^2 + G_{-1}^2}, \quad A_2 = \frac{D}{B} = -\frac{2G_1G_{-1}}{G_0^2 + G_1^2 + G_{-1}^2}. \quad (96)$$

Замечательно, что эти параметры обладают некоторой универсальностью: они не зависят от состояния атома.

Рассмотрим поведение этих параметров в зависимости от смещения b атома вдоль оси x (т.е. при $\varphi_b = 0$). Будем предполагать, что закрученные фотоны имеют энергию 100 эВ, спиральность $\lambda = 1$ и конический угол $\theta_k = 20^\circ$; для определённости фиксируем полярный угол вылета электрона, $\theta_p = 45^\circ$. На рисунке 11 приведена функция $A_1(b)$ для закрученного фотона с $m_\gamma = 3$ (сплошная кривая). Для сравнения приведена зависимость плотности закрученных фотонов $w^{\text{tw}}(b)$ (41) (штрихпунктирная кривая). Аналогичные кривые для случая $m_\gamma = 0$ показаны на рис. 12. Видно, что азимутальная асимметрия оказывается значительной и имеет заметные корреляции с распределением плотности фотонов в пучке. Параметр A_2 (96) в рассмотренных примерах оказывается в среднем почти на порядок меньше: $|A_2| < 0,062$.

2.3.2. Выход за рамки борновского приближения. Более точное и более детальное рассмотрение процесса ионизации водородоподобного атома закрученным фотоном проведено в нашей работе [76], где учтены релятивистские эффекты и взаимодействие конечного электрона с ядром атома. При изложении этих результатов будем использовать релятивистские единицы $c = 1$, $\hbar = 1$, в

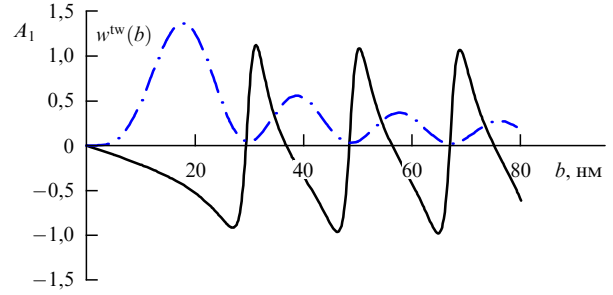


Рис. 11. Параметр азимутальной асимметрии A_1 (96) (сплошная кривая) вылета конечного электрона в зависимости от расстояния b смещения атома от оси пучка в поперечной плоскости. Энергия закрученного фотона 100 эВ, проекция полного момента импульса $m_\gamma = 3$, спиральность $\lambda = 1$, конический угол $\theta_k = 20^\circ$, полярный угол электрона $\theta_p = 45^\circ$. Для сравнения показана также плотность пучка закрученных фотонов $w^{\text{tw}}(b)$ (41) (штрихпунктирная кривая, отн. ед.).

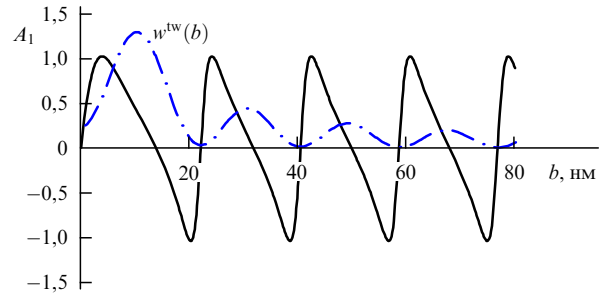


Рис. 12. То же, что на рис. 11, но для $m_\gamma = 0$.

которых $e^2 = \alpha \approx 1/137$. Иными словами, параметры $Z\alpha$ и $v = Z\alpha/v$ не считаются малыми. В работе [76] рассмотрено не только нормированное угловое распределение, но и более детальные характеристики процесса, включая сечения поглощения закрученного фотона атомными мишенями различного размера. Заметим, что процесс фотоионизации водородоподобного атома является перекрёстным каналом к процессу радиационной рекомбинации, который недавно был рассмотрен вне рамок борновского приближения в нашей работе [77]. Поэтому некоторые формулы могут быть получены простыми заменами в соответствующих формулах для процесса рекомбинации.

Конечный электрон в данном приближении описывается точным решением уравнения Дирака $\Psi_{\mathbf{p}\lambda}^{(-)}(\mathbf{r})$, асимптотическая форма которого содержит плоскую волну $\psi_{\mathbf{p}\lambda}(\mathbf{r})$ и наряду с ней сходящуюся волну

$$\Psi_{\mathbf{p}\lambda}^{(-)}(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \psi_{\mathbf{p}\lambda}(\mathbf{r}) + G_{\lambda}^{(-)}(\mathbf{n}_p, \mathbf{n}_r) \frac{\exp(-ipr)}{r}, \quad (97)$$

где $\mathbf{n}_p = \mathbf{p}/p$ и $\mathbf{n}_r = \mathbf{r}/r$. Плоская волна $\psi_{\mathbf{p}\lambda}(\mathbf{r})$ — это состояние с определённым импульсом $\mathbf{p}$, энергией $\varepsilon = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_e^2}$ и спиральностью λ :

$$\psi_{\mathbf{p}\lambda}(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{p}\lambda} \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}), \quad (98)$$

где $u_{\mathbf{p}\lambda}$ — биспинор Дирака (см. детали в приложении). Эта функция нормирована условием

$$\int \bar{\psi}_{\mathbf{p}\lambda}(\mathbf{r}) \psi_{\mathbf{p}'\lambda'}(\mathbf{r}) d^3r = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') 2m_e \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (99)$$

Условие нормировки для функции $\Psi_{\mathbf{p}_\lambda}^{(-)}(\mathbf{r})$ определяется большими расстояниями и поэтому остаётся таким же, как и для функции $\psi_{\mathbf{p}_\lambda}(\mathbf{r})$.

Стандартный матричный элемент реакции (см. [78, §§ 56, 57])

$$M_{\lambda\lambda}^{\text{pl}}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = \int \Psi_{\mathbf{p}_\lambda}^{(-)\dagger}(\mathbf{r})(\alpha \mathbf{A}_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r}))\psi_i(\mathbf{r}) d^3r, \quad (100)$$

где α — векторная матрица Дирака, определяет вероятность процесса ионизации и дифференциальное сечение

$$\frac{d\sigma_{\lambda\lambda}^{\text{pl}}}{d\Omega_p} = \frac{1}{j_z} \frac{d\dot{W}^{\text{pl}}}{d\Omega_p} = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{p}{\omega} |M_{\lambda\lambda}^{\text{pl}}(\mathbf{k}, \mathbf{p})|^2. \quad (101)$$

Матричный элемент для ионизации закрученным фотоном, как и ранее, удобно выразить через стандартный матричный элемент:

$$\begin{aligned} M_{\lambda\lambda}^{\text{tw}}(\chi, m_\gamma, k_z, \mathbf{p}, \mathbf{b}) &= \\ &= i^{-m_\gamma} \int_0^{2\pi} M_{\lambda\lambda}^{\text{pl}}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) \exp[i m_\gamma \varphi_k + i \chi b \cos(\varphi_k - \varphi_b)] \frac{d\varphi_k}{2\pi}, \end{aligned} \quad (102)$$

причём в этой формуле вектор $\mathbf{k} = (\chi \cos \varphi_k, \chi \sin \varphi_k, k_z)$. В пределе $\theta_k \rightarrow 0$ при $m_\gamma = A = \pm 1$ этот матричный элемент совпадает со стандартным выражением. Дальнейшие вычисления проводились численно при использовании модифицированного пакета программ Radial [79], необходимого для нахождения радиальных частей решения уравнения Дирака для электрона в центральном поле протяжённого ядра.

Отсылая за деталями вычислений и подробным описанием полученных результатов к оригинальной работе [76], рассмотрим здесь только нерелятивистский случай, т.е. будем предполагать скорость конечного электрона малой, $v \ll 1$, но не считать малым параметр $v = Z\alpha/v$. Полученные в этом приближении результаты поучительно сравнить с борновским приближением. В нерелятивистском приближении спин электрона можно не учитывать, а в матричном элементе (100) можно произвести упрощения, соответствующие дипольному приближению. (Дальнейшие вычисления см. в книге [78, § 56].) В случае, когда происходит фотоионизация из основного состояния водородоподобного атома, матричный элемент выражается как

$$M_A^{\text{pl}}(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = \sqrt{\frac{8\pi F(v)}{m_e p (1+v^2)}} (\mathbf{n}_p \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda}), \quad (103)$$

$$F(v) = 2^5 \pi \frac{v^6}{(1+v^2)^2} \frac{\exp(-4v \operatorname{arccot} v)}{1 - \exp(-2\pi v)}.$$

Дифференциальное сечение имеет вид

$$\frac{d\sigma_A^{\text{pl}}}{d\Omega_p} = \frac{\alpha}{m_e^2} \frac{\mathbf{p}^2}{\omega^2} F(v) |\mathbf{n}_p \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda}|^2. \quad (104)$$

Это сечение не зависит от A и φ_p и имеет минимум в направлении вперёд и назад (при $\mathbf{k} = (0, 0, \omega)$):

$$\frac{d\sigma_A^{\text{pl}}}{d\Omega_p} = \frac{\alpha}{2m_e^2} \frac{\mathbf{p}^2}{\omega^2} F(v) \sin^2 \theta_p. \quad (105)$$

В борновском приближении (при $v \rightarrow 0$) функция $F(v) = 16 v^5$. Отношение сечения с учётом точной волновой функции конечного электрона (104) к борновскому

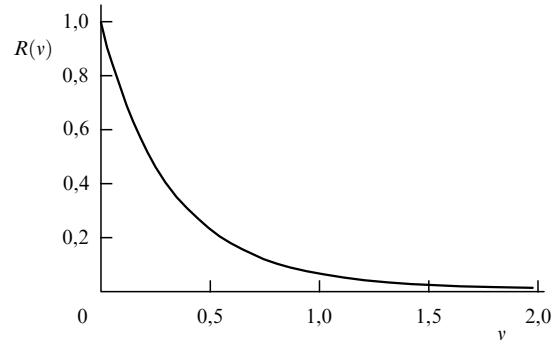


Рис. 13. Функция $R(v)$, описываемая выражением (106).

сечению не зависит от угла вылета электрона и поляризации фотона и выражается как

$$R(v) = \frac{d\sigma_A^{\text{pl}}/d\Omega_p}{d\sigma_A^{\text{pl, Born}}/d\Omega_p} = \frac{2\pi v}{(1+v^2)^2} \frac{\exp(-4v \operatorname{arccot} v)}{1 - \exp(-2\pi v)}. \quad (106)$$

Эта функция быстро убывает с возрастанием параметра v (рис. 13).

Дифференциальное и полное сечения, усреднённые по поляризациям начального фотона, имеют вид

$$\frac{d\sigma^{\text{pl}}}{d\Omega_p} = W^{\text{pl}}(\theta_p) \sigma^{\text{pl}}, \quad \sigma^{\text{pl}} = \frac{4\pi\alpha}{3m_e^2} \frac{\mathbf{p}^2}{\omega^2} F(v), \quad (107)$$

где нормированное угловое распределение

$$W^{\text{pl}}(\theta_p) = \frac{3}{8\pi} \sin^2 \theta_{\mathbf{pk}} = \frac{1}{4\pi} [1 - P_2(\cos \theta_{\mathbf{pk}})], \quad (108)$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2} (3x^2 - 1),$$

не отличается от такого же распределения в борновском приближении. Максимум функции $W^{\text{pl}}(\theta_p)$ приходится на направление, перпендикулярное вектору $\mathbf{k}$.

Используя формулу (102), найдём явный вид матричного элемента с закрученным фотоном для ионизации из основного состояния:

$$M_A^{\text{tw}}(\chi, m_\gamma, k_z, \mathbf{p}, \mathbf{b}) = \sqrt{\frac{8\pi}{m_e p} \frac{F(v)}{1+v^2}} \exp(i m_\gamma \varphi_p) G(\theta_p, \varphi_p), \quad (109)$$

где функция $G(\theta_p, \varphi_p)$ определена в (90).

Сравним полученные результаты с борновским приближением, в котором параметр v считается малым. Рассмотрим пример ионизации атома водорода фотоном с энергией 100 эВ, обсуждавшийся в работе [61]. В этом случае конечный электрон является нерелятивистским, его скорость мала, $v = 0,018$, но параметр v уже не является малым: $v = 0,4$. Это приводит к значению отношения $R = 0,31$ (см. формулу (106)), т.е. втрое меньше борновского значения. Если рассмотреть ионизацию иона с зарядом $Z = 2$ тем же фотоном, то отношение $R = 0,056$, т.е. оно уменьшится в 18 раз по сравнению с борновским. Полезно отметить, что в работе [61] рассматривались лишь нормированные угловые распределения, а не абсолютные значения дифференциальных сечений. Как оказалось, для этого распределения точные и борновские значения совпадают как для плосковолновых, так и для закрученных фотонов!

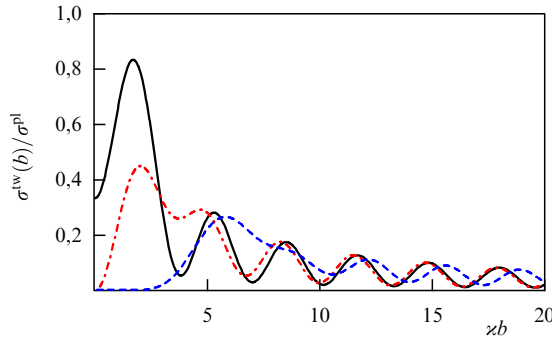


Рис. 14. Отношение $\sigma^{\text{tw}}(\chi, m_\gamma, b)/\sigma^{\text{pl}}$ из (110) в зависимости от χb при $A = 1$, $\theta_k = 30^\circ$ и $m_\gamma = 0$ (сплошная кривая), $m_\gamma = 2$ (штрихпунктирная кривая), $m_\gamma = 5$ (штриховая кривая).

Однако заметим, что для энергий фотона порядка 10 эВ, обсуждавшихся в работе [80], отличия от борновского приближения весьма значительны; так, для $\omega = 15$ эВ и $Z = 1$ отношение $R = 0,0036$.

Рассмотрим далее ионизацию закрученными фотонами на различных водородных мишенях, описанных в разделах 2.2.2 и 2.2.3.

Мишень из одного атома. Полное сечение в случае, когда мишень состоит из одного атома на расстоянии b от оси закрученного фотона, имеет вид (см. (67))

$$\sigma^{\text{tw}}(\chi, m_\gamma, b) = \frac{\sigma^{\text{pl}}}{2 \cos \theta_k \cos^4(\theta_k/2)} \times \times \left\{ 2J_{m_\gamma}^2(\chi b) \sin^2 \theta_k + [J_{m_\gamma-1}^2(\chi b) + J_{m_\gamma+1}^2(\chi b)](1 + \cos^2 \theta_k) \right\}. \quad (110)$$

На рисунке 14 показано отношение этого сечения к стандартному сечению σ^{pl} (107) в зависимости от расстояния b . При сравнении этих кривых с кривыми плотности закрученного фотона на рис. 3 для тех же значений квантового числа m_γ и A отчётливо видно, что мишень из одного атома оказывается очень чувствительна к колебаниям плотности налетающего закрученного фотона.

Макроскопическая мишень. Закрученные фотоны с определённым значением J_z . Используя полученные выше формулы, легко показать, что дифференциальное сечение, усреднённое по прицельным параметрам атомов, можно выразить через полное стандартное сечение σ^{pl} , определённое в (107):

$$\frac{d\bar{\sigma}_A^{\text{tw}}}{d\Omega_p} = \frac{\sigma^{\text{pl}}}{\cos \theta_k} W_A^{\text{tw}}(\theta_p), \quad (111)$$

где нормированное угловое распределение конечных электронов

$$W_A^{\text{tw}}(\theta_p) \equiv \frac{1}{\bar{\sigma}_A^{\text{tw}}} \frac{d\bar{\sigma}_A^{\text{tw}}}{d\Omega_p} = \frac{1}{4\pi} (1 - P_2(\cos \theta_k) P_2(\cos \theta_p)) \quad (112)$$

зависит от величины конического угла фотона θ_k , но не от проекции полного момента импульса фотона m_γ .

При $\theta_k = 0$ это распределение совпадает со стандартным (ср. с (108)). Видно также, что это распределение является универсальной функцией, не зависящей от спиральности фотона A и параметра v . Это обстоятельство оправдывает применение борновского приближения при

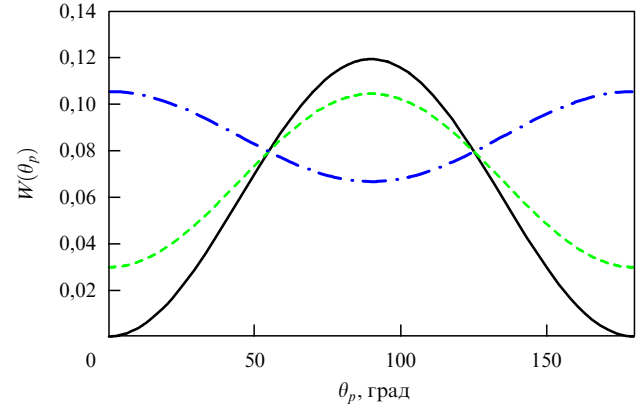


Рис. 15. Нормированное угловое распределение для макроскопической мишени $W_A^{\text{tw}}(\theta_p)$ (112) для трёх значений конического угла $\theta_k = 1^\circ$ (сплошная кривая), $\theta_k = 30^\circ$ (штриховая кривая) и $\theta_k = 70^\circ$ (штрихпунктирная кривая).

расчёте нормированного углового распределения в работе [61]. Распределение (112) представлено на рис. 15 для $\theta_k = 1^\circ, 30^\circ, 70^\circ$. В отличие от распределения в плосковолновом случае (см. (105)), данное распределение имеет минимум в направлениях вперёд и назад лишь при $\theta_k < \theta_{\text{cr}} = \arcsin \sqrt{2/3} \approx 55^\circ$. Напротив, при $\theta_k > \theta_{\text{cr}}$ минимум имеет место при $\theta_p = 90^\circ$, а в направлениях вперёд и назад расположены максимумы этого распределения. При $\theta_k = \theta_{\text{cr}}$ угловое распределение становится изотропным: $W_A^{\text{tw}}(\theta_p) = 1/(4\pi)$. Отметим также, что величина $W_A^{\text{tw}}(\theta_p)$ обладает симметрией относительно замены $\theta_p \rightarrow \pi - \theta_p$; при учёте релятивистских поправок это свойство нарушается.

Макроскопическая мишень. Закрученные фотоны в виде суперпозиции двух состояний с разными значениями J_z . Рассмотрим вариант, когда на макроскопическую мишень падает фотонный пучок, приготовленный как когерентная суперпозиция двух закрученных бesselевых волн с двумя различными значениями проекции полного момента импульса m_1 и m_2 , но с одинаковыми значениями продольного импульса k_z , модуля поперечного импульса χ , энергии $\omega = \sqrt{\chi^2 + k_z^2}$ и спиральности A (см. (84)). В этом случае дифференциальное сечение обладает азимутальной асимметрией:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_p} = \frac{\sigma^{\text{pl}}}{\cos \theta_k} W_A^{\text{tw}}(\theta_p) \left\{ 1 + A \cos \left[\Delta m \left(\varphi_p - \frac{\pi}{2} \right) + \Delta \alpha \right] \right\}, \quad (113)$$

где функция $W_A^{\text{tw}}(\theta_p)$ определена в (112), а параметр азимутальной асимметрии

$$A = - \frac{3|c_1 c_2|}{4(1 - P_2(\cos \theta_k) P_2(\cos \theta_p))} \times \times \begin{cases} \sin(2\theta_k) \sin(2\theta_p) & \text{при } \Delta m = \pm 1, \\ \sin^2 \theta_k \sin^2 \theta_p & \text{при } \Delta m = \pm 2, \\ 0 & \text{при } \Delta m \neq \pm 1, \pm 2. \end{cases} \quad (114)$$

Функция $A(\theta_p)$ для $\Delta m = \pm 1$ и $\Delta m = \pm 2$ при тех же значениях угла раскрытия, что и на рис. 15, и при $|c_1 c_2| = 1/2$ представлена на рис. 16 и 17 соответственно; видно, что азимутальная асимметрия может быть весьма значительной, достигая почти 50 %.

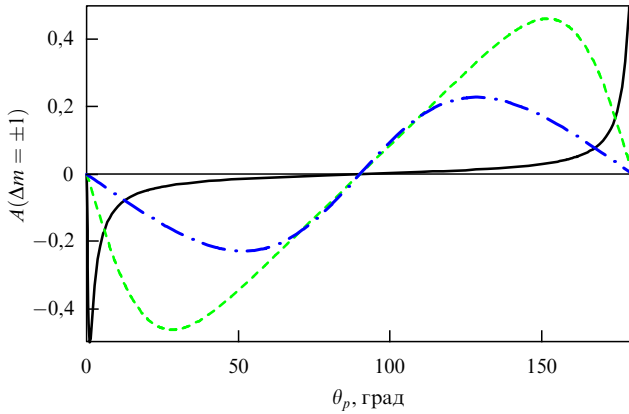


Рис. 16. Параметр азимутальной асимметрии $A(\theta_p)$ (114) при $\Delta m = \pm 1$ для трёх значений конического угла закрученного фотона: $\theta_k = 1^\circ$ (сплошная кривая), $\theta_k = 30^\circ$ (штриховая кривая), $\theta_k = 70^\circ$ (штрихпунктирная кривая), при $|c_1 c_2| = 1/2$.

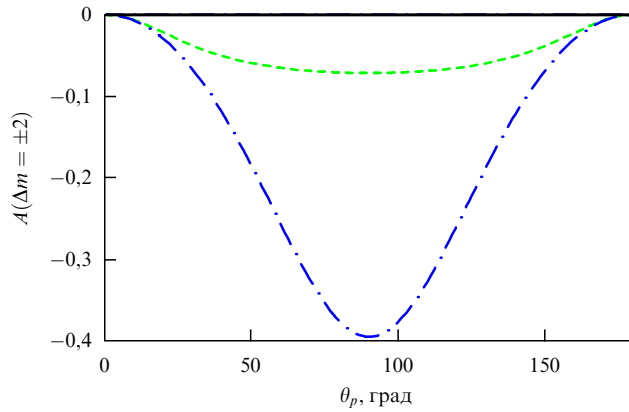


Рис. 17. То же, что и на рис. 16, но для $\Delta m = \pm 2$.

Мезоскопическая мишень. В этом случае нормированное угловое распределение может быть получено с учётом (91) в виде

$$W^{\text{tw}}(\theta_p, \varphi_p) = \mathcal{N} \left\{ \mathcal{B} + \mathcal{C} \sin(\varphi_p - \varphi_{b_l}) + \mathcal{D} \cos[2(\varphi_p - \varphi_{b_l})] \right\}, \quad (115)$$

где коэффициенты $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$ зависят от углов θ_k и θ_p через функции B , C , D , определённые в (92),

$$[\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}] = \int_0^\infty \left[B I_0 \left(\frac{b b_l}{w^2} \right), -C I_1 \left(\frac{b b_l}{w^2} \right), D I_2 \left(\frac{b b_l}{w^2} \right) \right] \times \exp \left(-\frac{b^2 + b_l^2}{2w^2} \right) \frac{b db}{w^2}, \quad (116)$$

а нормировочная константа $\mathcal{N}$ определяется из условия $1/\mathcal{N} = \int \mathcal{B} d\Omega_p$.

Наконец, укажем, что полное сечение, усреднённое по спиральностям фотона, выражается как

$$\sigma^{\text{tw}}(z, m, b_l, w) = \frac{1}{2} \sum_A \int \frac{d\sigma_A^{\text{tw}}}{d\Omega_p} d\Omega_p = \frac{\omega \sigma^{\text{pl}}}{4\pi \mathcal{J}_z} \times \int_0^\infty \left\{ 2J_m^2(zb) \sin^2 \theta_k + [J_{m-1}^2(zb) + J_{m+1}^2(zb)] (1 + \cos^2 \theta_k) \right\} \times I_0 \left(\frac{b b_l}{w^2} \right) \exp \left(-\frac{b^2 + b_l^2}{2w^2} \right) \frac{b db}{w^2}, \quad (117)$$

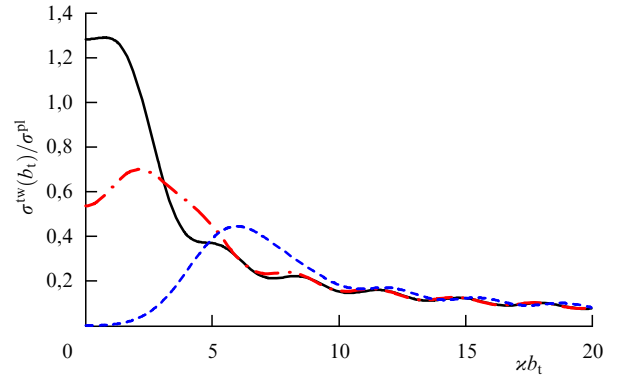


Рис. 18. Отношение $\sigma^{\text{tw}}(b_l)/\sigma^{\text{pl}}$ из (117) в зависимости от $z b_l$ при $w = 1/\varkappa$, $\theta_p = 30^\circ$ и $m = 0$ (сплошная кривая), $m = 2$ (штрихпунктирная кривая), $m = 5$ (штриховая кривая).

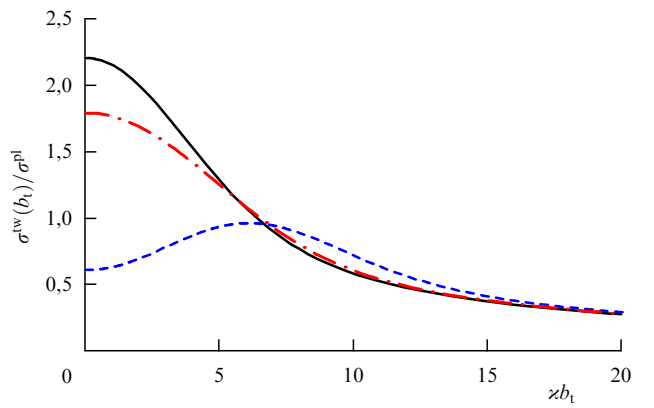


Рис. 19. То же, что на рис. 18, но для мишени с $w = 3/\varkappa$.

где $\mathcal{J}_z$ — плотность потока, проинтегрированная по ρ с учётом распределения ионов в мишени (см. (69)). На рисунках 18 и 19 показана относительная величина полного сечения процесса с закрученным фотоном к стандартному сечению в зависимости от прицельного параметра b_l центра мишени относительно оси закрученного пучка для двух мишеней с размерами $w = 1/\varkappa$ и $w = 3/\varkappa$. Сравнивая эти кривые с кривыми плотности закрученного фотона на рис. 3 для тех же значений квантового числа m , обнаруживаем естественный результат: мишень относительно малого размера оказывается более чувствительна к колебаниям плотности налетающего закрученного фотона, чем мишень большего размера.

3. Пучки закрученных фотонов в терагерцовом диапазоне

3.1. Общие замечания

Из краткого рассмотрения во введении (см. раздел 1.3) следует, что публикации по закрученным фотонам можно достаточно чётко разделить на две части. Первая посвящена исследованиям взаимодействия индивидуальных фотонов с атомами, и для описания происходящих при этом процессов используется формализм квантовой механики. Другая, большая, часть публикаций относится к закрученным лазерным пучкам. Для их

описания в большинстве случаев используется формализм физической оптики. В подавляющем большинстве этих работ изучаются только пучки видимого диапазона. Из работ, посвящённых другим спектральным диапазонам, можно упомянуть обзор [45], касающийся закрученных пучков ультрафиолетового диапазона, и работу [47], в которой продемонстрированы закрученные пучки в радиодиапазоне. Области среднего и дальнего инфракрасного диапазонов до сих пор остаются практически не исследованными, а в области частот от 0,3 до 3 ТГц нам известны лишь восемь экспериментальных работ [81–88], в которых описываются закрученные пучки. Хотя с точки зрения электродинамики свойства пучков во всех диапазонах одинаковы, способы генерации закрученных пучков и регистрации их характеристик в терагерцовом диапазоне во многом отличаются от таковых в хорошо исследованном видимом диапазоне. Поэтому краткое рассмотрение немногих пока экспериментальных исследований терагерцовых закрученных пучков, на наш взгляд, будет полезным.

Однако прежде чем перейти к этому рассмотрению, следует сделать несколько замечаний. Во-первых, хотя в общем случае угловой момент не может быть разделён на спиновый и орбитальный угловые моменты (СОМ и ОУМ соответственно), с некоторыми оговорками [89] в оптике в паракиальном приближении они рассматриваются независимо (см. выражение (32) и его обсуждение в разделе 2.1.1). Квантовое число для орбитального углового момента, которое в предыдущих разделах обозначалось буквой m_l , в оптике принято называть *топологическим зарядом* и обозначать как ℓ . Для согласования текста и приводимых ниже рисунков из цитируемых работ мы далее используем ℓ как синоним m_l . Во-вторых, существенным моментом является то, что в некоторых публикациях используется левая система координат, поэтому надо быть бдительным при чтении литературы (см. [91]). Следуя большинству публикаций, мы используем правую систему координат, в которой азимутальный угол, если смотреть вдоль оси распространения пучка, возрастает по часовой стрелке (рис. 20). Уравнение волнового фронта можно найти из выражения (9). Для постоянной фазы $\Phi_* = 0$ уравнение волнового фронта имеет вид

$$z = -\frac{\ell\varphi}{k_z}, \quad (118)$$

а распределение фазы в сечении пучка

$$\Phi(\varphi) = \ell\varphi. \quad (119)$$

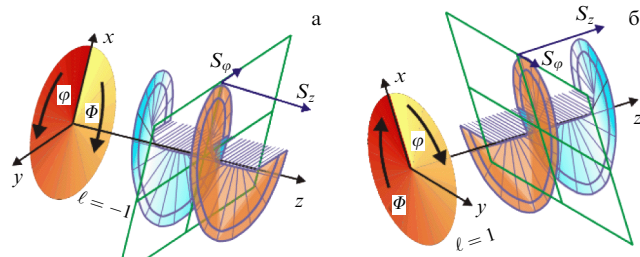


Рис. 20. Волновые фронты закрученных пучков с топологическими зарядами $\ell = -1$ (а) и $\ell = 1$ (б). Фазовые распределения в поперечном сечении пучка показаны в сечении xy . Стрелками обозначены компоненты S_φ и S_z вектора Пойнтинга.

Из рисунка 20 видно, что в выбранной координатной системе правый геликоид соответствует отрицательному топологическому заряду, а левый — положительному.

3.2. Формирование закрученных пучков с широкополосными источниками излучения

В каждом из упомянутых выше экспериментов использовался свой метод генерации закрученных пучков. Как известно, наиболее распространёнными источниками терагерцового излучения являются широкополосные генераторы, основанные на использовании фемтосекундных лазеров, так называемые спектрометры с разрешением по времени (Time Domain Spectrometer — TDS) [92]. В таких устройствах спектральные характеристики объекта восстанавливаются посредством обратного фурье-преобразования временной зависимости амплитуды электрического поля терагерцовой волны, прошедшей через объект. Чтобы записать такую зависимость, необходимо просканировать во времени этот сигнал в электрооптическом кристалле пробным пучком с помощью оптической линии задержки (рис. 21), следовательно, такие измерения требуют значительного времени и измерения в реальном времени невозможны. Такие источники использовались для создания закрученных пучков в работах [81, 82, 84].

Один из вариантов оптической схемы спектрометра с разрешением во времени показан на рис. 21а [82]. В таких системах обязательно имеется фемтосекундный пучок накачки, генерирующий (в данном случае методом оптической ректификации в нелинейном кристалле ZnTe) короткий импульс широкополосного терагерцового излучения, и задержанный с помощью оптической линии задержки отщеплённый от пучка накачки пробный пучок, обеспечивающий визуализацию терагерцового излучения. В приведённой схеме последний отражается от левой границы детектирующего нелинейного кристалла ZnTe, взаимодействуя внутри его с терагерцовым излучением, и несёт информацию о его свойствах в регистрирующую систему [93], состоящую из двух линз, четвертьволновой пластинки и призмы Волластона. Для преобразования терагерцового излучения в лаггер-гауссов пучок с орбитальным угловым моментом в описанной схеме использовался третий ("управляющий") пучок. Он проходил через жидкокристаллический пространственный модулятор видимого излучения, на котором генерировался запрограммированный для управления терагерцовым излучением амплитудный транспарант в виде вилочной дифракционной решётки (рис. 21б). Прошедший через транспарант управляющий пучок с помощью линзы проецировался на пластинку высокоомного кремния, на которой вследствие фотоиндуцированной генерации носителей заряда формировалась копия транспаранта. Падающий на пластинку терагерцовый пучок дифрагировал на решётке, трансформируясь для заданной частоты в закрученный пучок, распространяющийся в направлении детектирующей системы. Варьированием параметров решётки в данной системе были сформированы пучки с топологическим зарядом вплоть до 3. Достоинством систем с пространственными модуляторами излучения является возможность быстрого изменения функции пропускания транспарантов и фор-

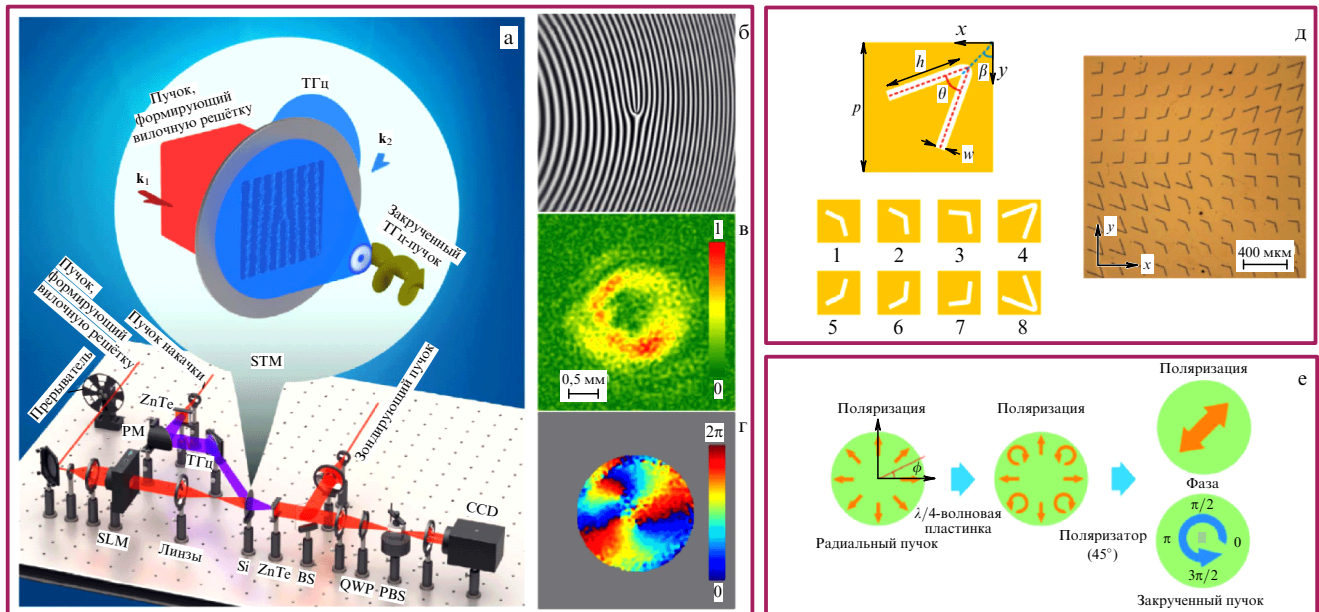


Рис. 21. Формирование закрученных пучков с использованием широкополосных источников терагерцового излучения. (а) Оптическая система с пространственным модулятором терагерцового излучения на основе пластинки высокоомного кремния, в которой с помощью пространственного модулятора света оптического диапазона формируется виличная дифракционная решётка [82]. STM (Spatial Terahertz Modulator) — пространственный модулятор терагерцового излучения, k_1 и k_2 — волновые векторы формирующего и терагерцового пучков, ZnTe — кристалл ZnTe, PM (Parabolic Mirror) — параболическое зеркало, SLM (Spatial Light Modulator) — пространственный модулятор света, Si — пластинка из высокоомного кремния, BS (Beam Splitter) — светоделитель, QWP (Quarter Wave Plate) — четвертьволновая пластинка, PBS (Polarizing Beam Splitter) — поляризационный светоделитель, CCD — прибор с зарядовой связью (ПЗС-камера). (б) Виличная решётка третьего порядка и распределения (в) амплитуды и (г) фазы сформированного ею закрученного пучка с $\ell = 3$. (д) Пропускающая фазовая пластинка, образованная восемью модулями V-образных антенных прорезей с разными углами раскрытия. В прошедшем пластинку излучении азимутальный набег фазы составляет 2π , $\ell = 1$ [81]. (е) Трансформация векторного пучка с радиальной поляризацией в широкополосный закрученный пучок с $\ell = -1$ с помощью четвертьволновой пластинки и поляризатора [84].

мирование пучков практически с любым амплитудно-фазовым распределением.

В работе [81] для формирования закрученного пучка использовалась тонкая металлическая плёнка с V-образными прорезями-антеннами (рис. 21б). Комбинируя решётку из восьми модулей с различными углами раскрытия антенн, обеспечивающими сдвиги фазы волны с шагом $\pi/4$, авторы [81] получали на выходе закрученный пучок для частоты 0,75 ТГц. Детальное описание принципа работы этой антенной системы можно найти в [94]. Такая структура является грубым аналогом спиральной фазовой пластинки первого порядка — самого простого устройства для получения пучков с ОУМ. Анализ корреляционных коэффициентов показал, что основной модой ОУМ является $\ell = 1$ с очень малой примесью мод -1 , -2 , ± 3 . В фокусе линзы авторы наблюдали скачок фазы в соответствии с эффектом Гюи. С помощью подобных антенных структур получены также моды $\ell = 2$ и $\ell = 3$. В отличие от схемы с голографической решёткой, данная схема не разделяет закрученный пучок заданной частоты и прошедшее через решётку излучение других частот, а малое пропускание маски сильно ограничивает интенсивность. Возможность получить закрученный пучок одновременно для широкого спектра частот обеспечивает приведённая на рис. 21е схема чисто оптического преобразования, трансформирующая с помощью четвертьволновой пластинки и поляризатора радиально поляризованный пучок в закрученный пучок [84]. Авторы получили и исследовали пучок с $\ell = 1$ в полосе частот от 0,75 до 2 ТГц.

3.3. Формирование закрученных пучков с монохроматическими источниками

В последние годы источники монохроматического терагерцового излучения получают всё большее распространение. В качестве примера можно привести быстро развивающиеся квантово-каскадные лазеры (см., например, [95–97]), которые могут быть созданы для любой интересующей нас частоты от инфракрасного до терагерцового диапазона. Для исследовательских целей и разработки методик удобно использовать лазеры на свободных электронах [98–100], которые могут плавно перестраивать частоту в широком диапазоне и имеют большую мощность. Такие источники позволяют формировать и быстро трансформировать пучки требуемого модового состава, записывать изображения в реальном времени, исследовать динамические процессы.

На рисунке 22а приведена оптическая схема [83] для генерации закрученного пучка с помощью спиральной пластинки полимерного материала Tsurupica с показателем преломления $n = 1,52$ и показателем поглощения, изменяющимся от 0,4 до 0,94 см^{-1} в диапазоне частот 2–6 ТГц. Высота спирального пандуса пластинки 290 мкм, что на одном обороте соответствует набегу фазы 2π для частоты излучения 2 ТГц и 4π для частоты 4 ТГц. При облучении гауссовым пучком на выходе пластинки должен формироваться лаггер-гауссов (LG) пучок мод $LG_{0,1}$ или $LG_{0,2}$ соответственно. Достоинством спиральной пластинки является её высокая пропускающая способность, но при отклонении длины волны от расчётной или вследствие дефектов изготовления пластинки выхо-

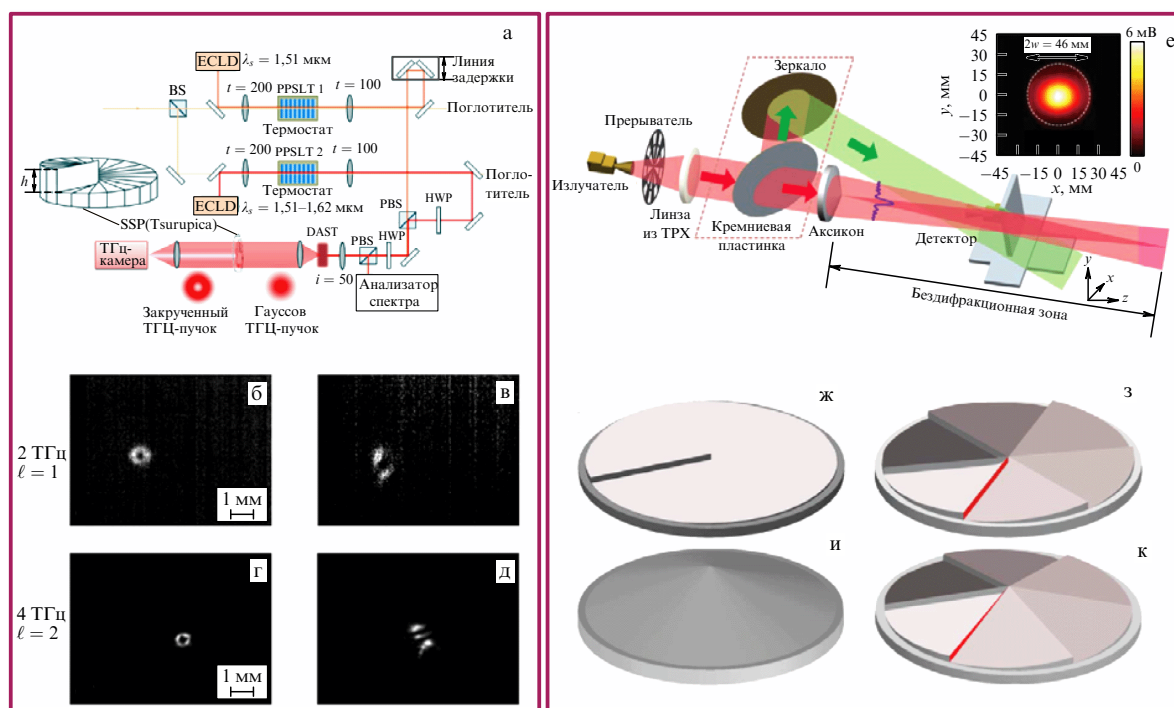


Рис. 22. Формирование закрученных пучков с использованием монохроматических источников терагерцового излучения. (а) Оптическая система из двух параметрических усилителей и генератора разностной частоты для формирования лаггерр-гауссовых пучков с помощью спиральной фазовой пластинки [83]. В качестве источника излучения используется Nd:YVO₄-лазер (длина волны 1064 нм, частота повторения 1 МГц, длительность импульса 7,4 пс, выходная мощность 14 Вт). Обозначения: ECLD (External-Cavity Laser Diodes — внерезонаторные лазерные диоды, PPSLT (Periodically Poled Stoichiometric Lithium Tantalate) — периодически поляризованный стехиометрический кристалл танталата лития, HWP (Half-Wave Plate) — полуволновая пластинка, PBS (Polarizing Beam Splitter) — поляризационный светоделитель, DAST — кристалл диэтиламиносульфуртрифорида, SPP (Spiral Phase Plate) (Tsurupica) — спиральная фазовая пластинка (Tsurupica). Изображения пучков (б, в) с $\ell = 1$ (частота 2 ТГц) и (г, д) с $\ell = 2$ (частота 4 ТГц) на терагерцовой камере при нормальном (рис. б, г) и наклонном (рис. в, д) положениях выходной линзы. (е) Оптическая система для формирования бесселевых пучков [85]. Бесселев пучок первого порядка получали, используя комбинацию спиральной фазовой пластинки (ж) с аксиконом (и). Для получения пучков шестого порядка использовались киноформная спиральная пластинка (з) и киноформный вариант геликоидального аксикона (к). На вставке сверху справа на рис. е показано сечение падающего на аксикон гауссова пучка с модовым радиусом w .

дящий из неё пучок будет содержать лаггерр-гауссовы моды высших порядков. Узкополосное терагерцовое излучение с пикосекундной длительностью импульса генерируется в кристалле из органической соли DAST на разностной частоте двух оптических параметрических усилителей, накачиваемых лазером на длине волны 1064 нм. Затравочное излучение обеспечивают два лазерных диода с длиной волны около 1,5 мкм. Конверсионную эффективность такой системы авторы [83] оценивают как 10^{-6} . Тем не менее с помощью системы из двух линз и терагерцовой камеры были зарегистрированы LG-пучки, показанные на рис. 22б, г. При наклоне выходной линзы пучки превращались в эрмит-гауссовы (HG), и по числу полос можно было определить величину топологического заряда (рис. 22в, д).

Если во всех предыдущих работах были получены лаггерр-гауссовы пучки, то в работах [85, 86] были сформированы бесселевы пучки. В работе [86] для этого использовался бинарный фазовый аксикон со спиральными зонами (мы остановимся на этих экспериментах подробнее в разделе 3.4). В работе [85] для генерации бесселевых и лаггерр-гауссовых пучков использовались разные комбинации последовательно расположенных или интегрированных в единый элемент описанной выше спиральной пластинки и аксикона (рис. 22е–к). Все элементы были изготовлены на 3D-принтере из пластмассы, прозрачной для дальнего терагерцового излучения. Элементы, предназначенные для формирова-

ния пучков высоких порядков, для уменьшения их продольных размеров изготавливались в киноформном варианте — фазовый сдвиг в каждой зоне лежал в пределах от 0 до 2π . В работе [85] элементы были рассчитаны на частоту излучения 0,3 ТГц, которую генерировал диод Гана с умножителем частоты. Используя сканирующий одноканальный детектор, авторы показали, что бесселевы пучки имеют меньшее поперечное сечение и меньшую расходимость, чем лаггерр-гауссовы пучки. Сравнивая объёмные и киноформные ("плоские") элементы, следует учитывать, что достоинством объёмных элементов является возможность успешно формировать пучки при произвольных длинах волн, тогда как более компактные киноформные элементы способны эффективно работать лишь в достаточно узком диапазоне длин волн (см., например, [101, 102]).

3.4. Эксперименты на Новосибирском лазере на свободных электронах

3.4.1. Краткая история бесселевых пучков. Поскольку в экспериментах по формированию пучков с орбитальным угловым моментом на Новосибирском лазере на свободных электронах (НЛСЭ) были получены бесселевы пучки, начнём с их краткой истории. Идеальный бесселев пучок имеет бесконечное поперечное сечение, поэтому в действительности таких пучков не существует, а любой реальный пучок, ограниченный по сечению, можно классифицировать лишь как бесселепо-

добный, свойства которого сохраняются лишь на ограниченном расстоянии, но даже в этом случае характеристики пучка могут иметь особенности, зависящие от способа его создания. С этой оговоркой далее мы будем называть подобные пучки "бесселевыми".

В 1987 г. Дурнин [103] исследовал решение скалярного волнового уравнения для фундаментальной моды бесселева пучка $J_0(\kappa r)$. Основными свойствами такого пучка является неизменность его поперечного сечения при распространении в пространстве ("бездифракционность") и самовосстановление поперечного сечения после прохождения через препятствия. Эти свойства легко объяснить, если учесть, что бесселеву волну можно представить как совокупность плоских волн, конически сходящихся к оптической оси [104]. Отсюда очевидно, что фурье-образом бесселева пучка (изображение пучка в фокальной плоскости линзы) является кольцо (см. выражение (12)). Дурнин [105] показал численными расчётами и подтвердил экспериментально, что псевдонедифрагирующие пучки, интенсивность которых в поперечной плоскости не изменяется при распространении в свободном пространстве, могут быть сформированы и в случае конечной апертуры. Лин и др. [106] с помощью интерферометрии установили, что пучки Бесселя нулевого порядка, сформированные с использованием кольцевой маски, имеют плоский волновой фронт с фазовыми сдвигами π между соседними кольцами. Недостатком пучков, созданных с помощью аксикона или кольцевой маски, являются осцилляции интенсивности вдоль оптической оси. Янг и др. [107] показали, что эти колебания можно уменьшить, используя амплитудную и фазовую аподизацию входящего пучка. Полезные сведения о бесселевых пучках и их применении можно найти, например, в [108–113].

В терагерцовом диапазоне бесселевы пучки нулевого порядка впервые были получены [114–116] с использованием аксикона, предложенного ещё в 1954 г. [117]. В работах [114, 116] были сформированы широкополосные (0,1–1 ТГц) бесселевы пучки нулевого порядка с помощью техники спектроскопии с разрешением во времени, при этом в [116] достигнуто пространственное разрешение 2 мм на частоте 0,5 ТГц на расстоянии более 120 мм. В работе [115] применён непрерывный источник терагерцового излучения и достигнуто разрешение менее 4 мм на длине 100 мм при частоте излучения $f = 0,2$ ТГц. "Бездифракционность" и способность самовосстановления бесселевых пучков могут быть использованы в терагерцовом диапазоне для неразрушающего контроля и визуализации объектов, частично прозрачных в терагерцовом диапазоне, в оптических ловушках.

3.4.2. Бинарные фазовые аксиконы для формирования закрученных бесселевых пучков. Наиболее распространённым способом формирования закрученных бесселевых пучков является трансформация плоской волны с помощью комбинации аксикона со спиральной фазовой пластинкой. Один из вариантов такой схемы показан на рис. 22е. Мы использовали другой способ трансформации гауссова пучка в бесселевы пучки — с помощью бинарных фазовых аксиконов (БФА) со спиральной конфигурацией зон (рис. 23а–в). Границы зон описываются уравнением $r_\beta = p(\ell\varphi/(2\pi) + \beta/2)$, где $\beta = 0, \dots, 2\ell - 1$, а p — период. Глубина рельефа, которая была

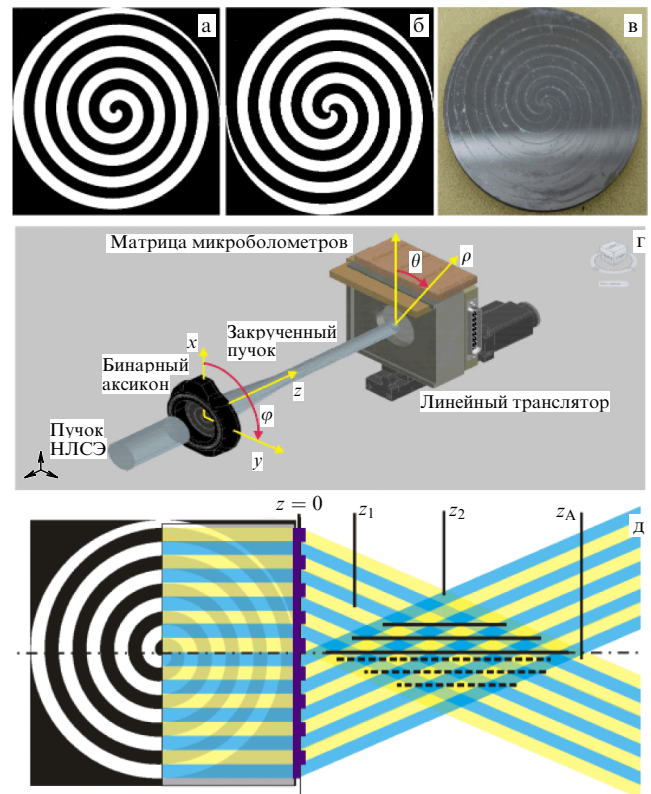


Рис. 23. Структура зон бинарных спиральных фазовых аксиконов из высокоомного кремния, формирующих пучки с топологическими зарядами $\ell = 1$ (а) и $\ell = 2$ (б, в). Диаметр аксиконов 30 мм, период по радиусу 3,1 мм. Для получения пучков с отрицательным топологическим зарядом аксиконы следует повернуть на 180° вокруг вертикальной оси. (г) Схема эксперимента и система координат. (д) Схема дифракции плоской волны на бинарном аксиконе при формировании бесселева пучка с $|\ell| = 1$. Для ясности показаны только сходящиеся волны -1 порядка.

рассчитана для длины волны $\lambda_0 = 141$ мкм,

$$H = \frac{\lambda_0}{2(n-1)} = 29,1 \text{ мкм} \quad (n = 3,42), \quad (120)$$

соответствовала скачку фазы 2π между ступенями. Метод изготовления и тестирования аксиконов описан в [118]. Фазовые спиральные аксиконы такой же конфигурации использовались Андреевым с соавторами [119] для формирования закрученного бесселева пучка первого и пятого порядков при длине волны 1,06 мкм. Дегтярёв с соавторами [120] в численном эксперименте показали возможность получения фотонной микроспирали в ближней зоне дифракции лазерного пучка на таком аксиконе.

Рассмотрим, следуя [87], распространение плоской волны через спиральный аксикон, описываемый следующей фазовой функцией:

$$h(r, \varphi) = F(\ell\varphi - \kappa r), \quad (121)$$

где κ — радиальное волновое число. В случае бинарного аксикона $F(\ell\varphi - \kappa r)$ представляет собой меандр:

$$F(\ell\varphi - \kappa r) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & \text{при } 2s\pi \leq \ell\varphi - \kappa r < (2s+1)\pi, \\ \frac{\pi}{2} & \text{при } (2s+1)\pi \leq \ell\varphi - \kappa r < 2(s+1)\pi, \end{cases} \quad s = 0, \dots, \ell - 1. \quad (122)$$

Используя интеграл Рэлея–Зоммерфельда, амплитуду электрического поля в плоскости с координатами $\{z, \rho, \theta\}$ (рис. 23г) можно записать в параксиальном приближении:

$$E(z, \rho, \theta) = -\frac{ik}{2\pi z} \exp \left[ik \left(z + \frac{\rho^2}{2z} \right) \right] \int_0^a S_1 \exp \left(\frac{k}{2z} r^2 \right) r dr, \quad (123)$$

где

$$S_1 = \int_0^{2\pi} \exp \left[i h(r, \varphi) - i \frac{k}{z} r \rho \cos(\varphi - \theta) \right] d\varphi. \quad (124)$$

Для фазовой функции, описываемой уравнением (122), сомножитель S_1 примет вид

$$S_1 = \sum_{s=0}^{2\ell-1} (-1)^{s+1} \int_{s\pi/\ell}^{(s+1)\pi/\ell} \exp \left[-i \frac{k}{z} r \rho \cos \left(\varphi' + \frac{\pi r}{\ell} - \theta \right) \right] d\varphi', \quad (125)$$

где $\varphi' = \varphi - \pi r/\ell$.

Фурье-разложение выражения (125) содержит только нечётные гармоники ($n = 2q + 1$) с амплитудами, пропорциональными $J_{\ell(2q+1)}(k\rho r/z)/(2n+1)$. Если пренебречь высшими гармониками, соответствующими высшим порядкам дифракции на нашей решётке, то выражение (125) примет вид

$$S_1 = 8(-i)^{\ell-1} J_{\ell} \left(\frac{k}{z} r \rho \right) \sin(\pi r - \ell\theta). \quad (126)$$

Теперь поле позади аксикона можно записать следующим образом:

$$E(z, \rho, \theta) \approx \frac{4k}{\pi z} (-i)^{\ell} \exp \left[ik \left(z + \frac{\rho^2}{2z} \right) \right] \times \int_0^a J_{\ell} \left(\frac{k}{z} r \rho \right) \sin(\pi r - \ell\theta) \exp \left(i \frac{k}{2z} r^2 \right) r dr. \quad (127)$$

Поскольку излучение вблизи оптической оси формируется волнами, конически сходящимися под углом $\arcsin(\kappa/k) \approx \kappa/k$, пространство позади бинарного аксикона, имеющего радиус a , можно разбить на две зоны (рис. 23д). На расстояниях, меньших $z_A = ka/\kappa$, внутри кругового конуса $\rho < a(1 - z/z_A)$, поле волны в первом приближении (если пренебречь небольшой расходимостью вследствие дифракции на апертуре) не зависит от радиуса аксикона и формирует вблизи оси трубчатый пучок. На рисунке 23д область конструктивной интерференции сходящихся волн показана сплошными горизонтальными линиями, а деструктивной — штриховыми. Понятно, что бesselев пучок формируется на некотором расстоянии от аксикона и начинает распадаться, приближаясь к z_A . На больших расстояниях в дальней зоне пучок становится кольцевым. Дифракционная эффективность формирования бesselева пучка, согласно теории, составляет 42 %.

Интеграл в выражении (127) можно оценить, используя высокочастотное ($k \gg \kappa \gg 1/a$) параксиальное ($z \gg a, \rho$) приближение [121, 122]. После преобразований мы получим три области пространства, представленные в табл. 1, для которых справедливы следующие выражения для электрического поля волны:

Таблица 1. Области применимости выражений (128) и (129)

$a \ll z < z_A$	$\rho \sim z/(ka)$	(128a), (129a)
$z \gg z_A$	$\rho \sim z/(ka)$	(128б), (129б)
$z \gg z_A$	$\rho \gg z/(ka)$	(128в), (129в)

$E(z, \rho, \theta) \approx$

$$\begin{cases} \frac{2\kappa}{\pi} (-i)^{\ell-1} \sqrt{\frac{2\pi iz}{k}} \exp \left[i\ell\theta + ik \left(z + \frac{\rho^2}{2z} \right) - i \frac{\kappa^2}{2k} z \right] J_{\ell}(\kappa\rho), & (128a) \end{cases}$$

$$\approx \begin{cases} -\frac{4}{\pi} (-i)^{\ell} \exp \left[ik \left(z + \frac{\rho^2}{2z} \right) \right] J_{\ell} \left(\frac{k}{z} a \rho \right) \exp \left(i \frac{k}{2z} a^2 \right) \times \\ \times \frac{ka}{\kappa z} \cos(\kappa a - \ell\theta), & (128б) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{2}{\pi z} (-i)^{\ell} \exp \left[ikz \left(1 + \frac{\rho^2}{2z^2} \right) \right] \sqrt{\frac{2ka^3 z}{\pi \rho}} S_2, & (128в) \end{cases}$$

где

$$S_2 = \int_0^1 \sin \left[\left(\frac{\rho}{z} - \frac{\kappa}{k} \right) kax + \ell \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{\pi}{4} \right] \times \exp \left(\frac{ix^2 ka^2}{2z} \right) \sqrt{x} dx.$$

Отсюда для распределения интенсивности пучка получим:

$$I(z, \rho, \theta) \propto \begin{cases} J_{\ell}^2(\kappa\rho) \frac{8\kappa^2 z}{\pi k}, & (129a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{\ell}^2 \left(\frac{k}{z} a \rho \right) \left(\frac{4ka}{\pi \kappa z} \right)^2 \cos^2(\kappa a - \ell\theta), & (129б) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{8ka^3 z}{\pi^3 z^2 \rho} |S_2|^2. & (129в) \end{cases}$$

Интересующей нас областью является область $a \ll z < z_A$, в которой пучок бesselев. Из (129a) следует, что диаметры колец пучка постоянны вдоль оптической оси. Они не зависят от длины волны и увеличиваются с возрастанием топологического заряда, если период аксикона $p = 2\pi/\kappa$ сохраняется. Если осветить аксикон плоской волной, то интенсивность пучка в этой области будет возрастать пропорционально расстоянию. Используя табличные данные для максимумов и минимумов бesselевой функции и подставляя параметры аксиконов, мы получим ожидаемые радиусы пучков, приведённые во второй строке табл. 2.

Таблица 2. Рассчитанные и измеренные параметры бesselевых пучков первого и второго порядка*

Параметр	$I_1^{\max}$	$I_1^{\min}$	$I_2^{\max}$	$I_2^{\min}$
$\kappa\rho$	1,84	3,83	3,05	5,14
$\rho^{\text{calc}}, \text{ мм}$	0,9	1,9	1,5	2,6
$\rho^{\text{exp}}, \text{ мм}$	0,9	1,9	1,5	2,7
$\Delta z_{\text{nondifr}}, \text{ мм}$	200		150	
$\Delta z_{\text{PitchCalc}}, \text{ мм}$	246		340	
$\Delta z_{\text{PitchSim}}, \text{ мм}$	225 ± 13		327 ± 42	

* ρ^{calc} и ρ^{exp} — расчётное и измеренное значения радиуса первого кольца, $\Delta z_{\text{nondifr}}$ — расстояние бездифракционного распространения, $\Delta z_{\text{PitchCalc}}$ и $\Delta z_{\text{PitchSim}}$ — значения шага полного оборота вектора Пойнтинга для максимума первого бesselева кольца, вычисленные по формуле (134) и полученные численным моделированием соответственно.

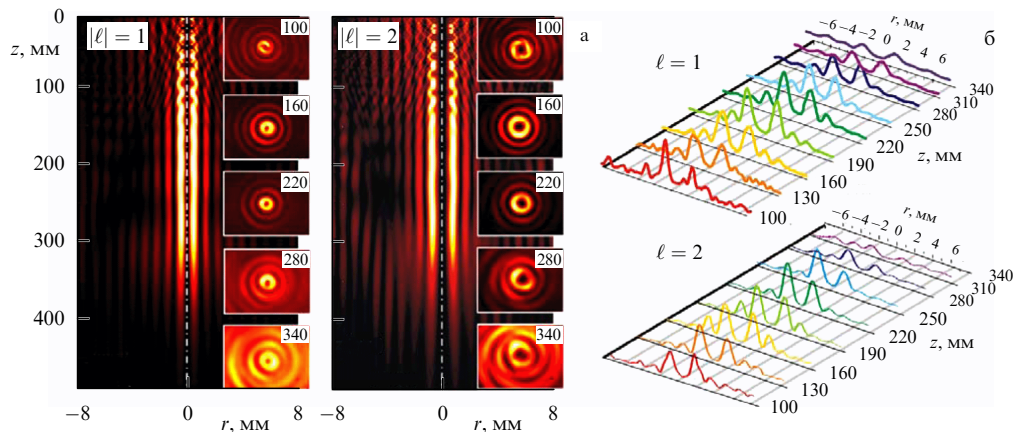


Рис. 24. (В цвете онлайн.) (а) Полученные численным моделированием распределения интенсивности вдоль оптической оси $I(r, z)$. На вставках — записанные матричным приёмником кадры поперечного сечения закрученных пучков. Размер кадров $16,32 \times 12,24$ мм². Числа на кадрах — расстояния от аксикона в миллиметрах. (б) Экспериментальные распределения интенсивности по сечению пучков [127].

3.4.3. Формирование закрученных бesselевых пучков на Новосибирском ЛСЭ. Закрученные пучки с орбитальным угловым моментом были получены на НЛСЭ [100], являющемся в настоящее время самым мощным источником терагерцового излучения. Излучение с шириной линии $\Delta\lambda/\lambda = 0,003 - 0,010$ представляет собой непрерывную последовательность импульсов длительностью порядка 100 пс, следующих с частотой повторения 5,6 МГц. Средняя мощность излучения на рабочей станции в экспериментах находилась в пределах 100 Вт. Эксперименты проводились при длине волны 141 мкм, при которой скачок фазы между зонами аксикона равнялся π . Излучение НЛСЭ линейно поляризовано, и для регулирования его интенсивности использовались проволочные или фотолитографические поляризаторы.

Аксикон освещался пучком с гауссовым распределением интенсивности $I = I_0 \exp(-2r^2/w^2)$, где $w \simeq 17$ мм, и практически плоским волновым фронтом. Позади аксикона (рис. 23г) распределение интенсивности прошедшей волны регистрировалось матричным микроболометрическим приёмником (ММБП) [123–126] с числом элементов 320×240 при размере матрицы $6,32 \times 12,24$ мм и размере чувствительных элементов 50 мкм. Поскольку длина волны превышала последнее значение, разрешение приёмника ограничивалось только волновым пределом. Приёмник был установлен на линейном трансляторе. Распределение интенсивности в сечении пучка снималось при перемещении ММБП вдоль оптической оси в виде "терагерцового" видеофильма. Измеренные продольное и поперечное распределения интенсивности показаны на рис. 24.

Из рисунка 24 видно, что с помощью спиральных аксиконов формируются пучки с распределениями интенсивности, очень близкими к распределениям, ожидаемым для бesselевых пучков. Результаты измерений хорошо согласуются с численными расчётами в рамках скалярной теории дифракции. Особенности численных расчётов дифракции в случае измерений детектором с чувствительными элементами, меньшими длины волны, описаны в [128]. Во всех случаях, когда мы могли сравнить результаты численного моделирования с данными эксперимента, они очень хорошо согласовывались между собой (о единственном исключении мы скажем ниже), что позволяло исследовать поле волны в обла-

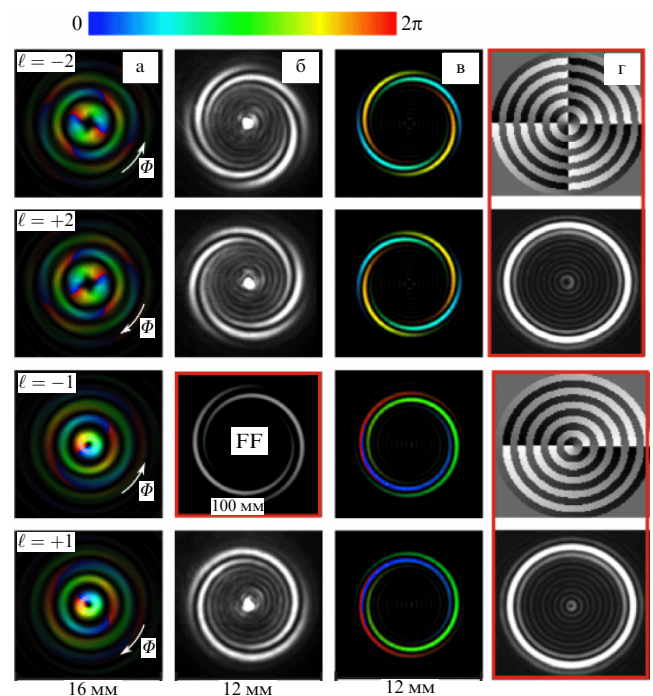


Рис. 25. (В цвете онлайн.) (а) Рассчитанные распределения интенсивности и фазы (по модулю 2π) в пучках, образованных спиральными бинарными фазовыми аксиконами на расстоянии $z = 160$ мм; стрелки показывают направление возрастания фазы Φ . Пространственные спектры Фурье этих пучков в фокальной плоскости линзы с $f = 100$ мм, полученные экспериментально (б) и рассчитанные численно (в). Распределение интенсивности пучка в дальнем поле, вычисленное аналитически на расстоянии $z = 1000$ мм при $\ell = -1$ с использованием уравнения (129), показано в красном квадрате (FF). Размер кадров указан в нижней части рисунка. (г) Многоуровневые фазовые аксиконы (первый и третий кадры сверху) и фурье-спектры сформированных ими бesselевых пучков первого (четвёртый сверху кадр) и второго (второй сверху кадр) порядков, записанные в экспериментах при длине волны 632 нм [129].

стях, недоступных в экспериментах из-за геометрических ограничений.

На рисунке 25а показано распределение интенсивности в пучках с разными топологическими зарядами с наложенным на него распределением фазы, величина которой соответствует цветовой шкале, приведённой в

верхней части рисунка. Видно, что пучки полностью формируются на расстояниях $z \approx 130$ мм, а их поперечные сечения остаются неизменными на расстояниях вплоть до $z \approx 300–350$ мм. Последние значения согласуются с расстоянием $z_A = 360$ мм, на котором пересекающиеся плоские волны расходятся. Таким образом, сформированные пучки могут считаться нерасходящимися на длине $\Delta z_{\text{nondiv}} \approx 200$ и 150 мм для $|\ell| = 1$ и $|\ell| = 2$ соответственно, что подтверждается экспериментальными распределениями, приведёнными на рис. 24б. Диаметры экспериментально наблюдаемых максимумов и минимумов колец пучка, приведённые в табл. 2, хорошо согласуются с расчётными значениями.

3.4.4. Особенности бесселевых пучков, сформированных бинарными аксиконами. Как упоминалось выше, характеристики бесселевых пучков, полученных в лаборатории, в той или иной степени должны нести следы своего происхождения. Это ясно демонстрируют эксперименты, в которых исследовались фурье-спектр пучка и эволюция фазового распределения распространяющегося вдоль оси z пучка, созданного бинарным фазовым аксиконном. На рисунке 25б приведены распределения интенсивности, записанные матричным приёмником в фокусе линзы, установленной на расстоянии 160 мм от аксикона. Вместо сплошного кольца, соответствующего спектру Фурье идеального бесселева пучка, мы наблюдаем кольцо, разделённое на спиральные отрезки, число которых равно удвоенной величине топологического заряда 2ℓ . Численные расчёты, результаты которых приведены на рис. 25в, показывают, что фазы соседних спиралей в фурье-спектре различаются на π . Внутри главного кольца мы наблюдаем систему вложенных, менее интенсивных спиралей. Как и следовало ожидать, сам пучок в дальней зоне имеет такое же распределение интенсивности, как и в фурье-плоскости. Это подтверждается видом распределения интенсивности излучения в дальней зоне, вычисленного с использованием выражения (129в) и приведённого на рис. 25б в красном квадрате (FF).

Объясним теперь происхождение яркого центрального пятна в фокальной плоскости линзы. Это явление, неоднократно отмечавшееся в литературе, связано с френелевскими отражениями внутри бинарной фазовой пластинки. Поскольку коэффициент отражения кремния очень велик, достаточно учесть излучение, один раз отразившееся от передней и задней граней и вышедшее вслед за закрученным пучком. Его интенсивность $|E_{\text{plane}}|^2/|E_{\text{diff}}|^2 = [(n-1)/(n+1)]^4$ составляет примерно 10 % от интенсивности закрученного пучка. При разности хода в ступеньках, равной π , разность оптических длин волн, прошедших через разные уровни (см. формулу (120)), выражается как

$$\Delta L_{12} = H(3n - 1). \quad (130)$$

В нашем случае разность фаз $\Delta\Phi_{12} = 3,84\pi \approx 4\pi$. Эти вторичные волны конструктивно интерферируют, образуя с эффективностью 93,7 % плоскую волну нулевого порядка. Остальная доля вторичной волны дифрагирует в первый порядок. Для произвольной длины волны разность фаз этих волн в наших аксиконах имеет вид

$$\Delta\Phi = \frac{\lambda_0 \pi (3n - 1)}{\lambda(n - 1)}. \quad (131)$$

Заметим, что показатель преломления кремния в терагерцовом диапазоне практически постоянен. От френелевского отражения в терагерцовом диапазоне можно избавиться, если на поверхность кремния нанести антиотражающее покрытие. В терагерцовом диапазоне для этого можно использовать слой парилена [130].

Приведённые здесь фурье-спектры интересно сравнить с зарегистрированными в фокальной плоскости линзы фурье-спектрами бесселевых (квазибесселевых) пучков первого и второго порядков, полученных в [129] с помощью многоуровневого фазового аксикона, распределение фазы которого показано на рис. 25г. В работе [129] фазовый аксикон (компьютерная голограмма) был сформирован для длины волны 632 нм с помощью пространственного модулятора света. Сплошное кольцо образуется благодаря плавному возрастанию фазы по азимуту, а внутренние кольца, как и у нас, образуются из-за ступенчатой фазовой функции в радиальном направлении и конечной апертуры голограммы (см. детали в [129]). Из сравнения изображений на рис. 25б и г следует, что форма разрывов кольца в случае спирального аксикона связана с тем, что его фазовая функция вдоль азимутального угла представляет собой кусочно-постоянную функцию $\Phi(\varphi) = (\pi/2) \text{sgn}[\sin(l\varphi)]$, нули которой совершают полный оборот при увеличении радиуса на значение, равное периоду аксикона, $\Delta r = p$. Из фурье-спектра пучка, формируемого спиральным фазовым аксиконном, следует, что система плоских волн, образующих пучок, сходится не на оптической оси, а на кольце, окружающем оптическую ось. Очевидным способом добиться кольцевого фурье-спектра является использование киноформного спирального аксикона.

Ещё одно отличие полученного нами пучка от идеального бесселева можно обнаружить [131], исследуя фазу в поперечном сечении на разных расстояниях от аксикона с помощью интерферометра Маха–Цендера (рис. 26а). Распределение фазы визуализировалось матричным приёмником при интерференции гауссова пучка, имеющего плоский волновой фронт, с закрученным пучком, сформированным аксиконном [131]. Из-за геометрических ограничений записать интерферограмму на близких расстояниях было невозможно, поэтому сначала сравним картины интерференции, полученные численным моделированием (рис. 26б, в). Видно, что на расстоянии от аксикона, равном $z = 140$ мм, интерференционная картина в точности соответствует картине интерференции, в которой оба пучка имеют плоский волновой фронт (рис. 26б). На расстоянии $z = 250$ мм, однако, когда пучок ещё хорошо сформирован (см. рис. 24), интерференционные картины, как расчётные (рис. 26в), так и полученные экспериментально (рис. 26г), свидетельствуют о том, что волновой фронт одного из пучков приобретает сферическую форму. Поскольку на таком расстоянии гауссова волна практически не меняется, можно утверждать, что у закрученного пучка появляется расходямость.

3.4.5. Самовосстановление бесселева пучка. Поскольку, как видно из раздела 3.4.4, закрученные пучки, полученные с помощью спиральных аксиконов, схожи между собой, но несколько отличаются от бесселевых, имеет смысл исследовать, сохраняются ли основные свойства последних. Одним из важнейших свойств бесселева пучка, которое используется во многих приложениях,

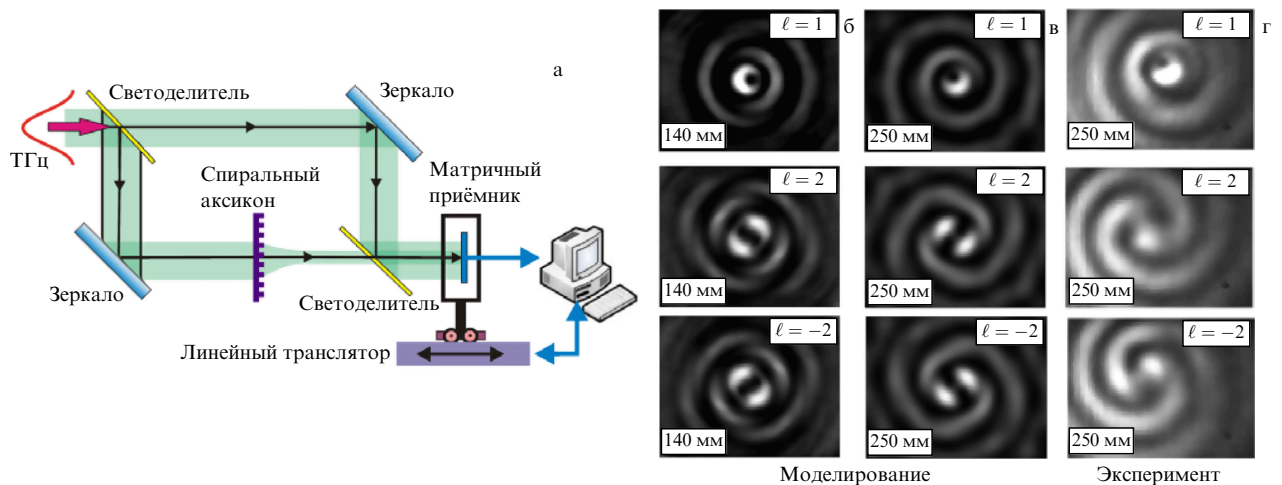


Рис. 26. (а) Схема эксперимента по исследованию фазы квазибесселева пучка с использованием интерферометра Маха–Цендера. Интерференция закрученного пучка с гауссовым пучком, имеющим плоский волновой фронт, на расстояниях от аксикона 140 и 250 мм: (б, в) результаты численного моделирования, (г) экспериментальные данные.

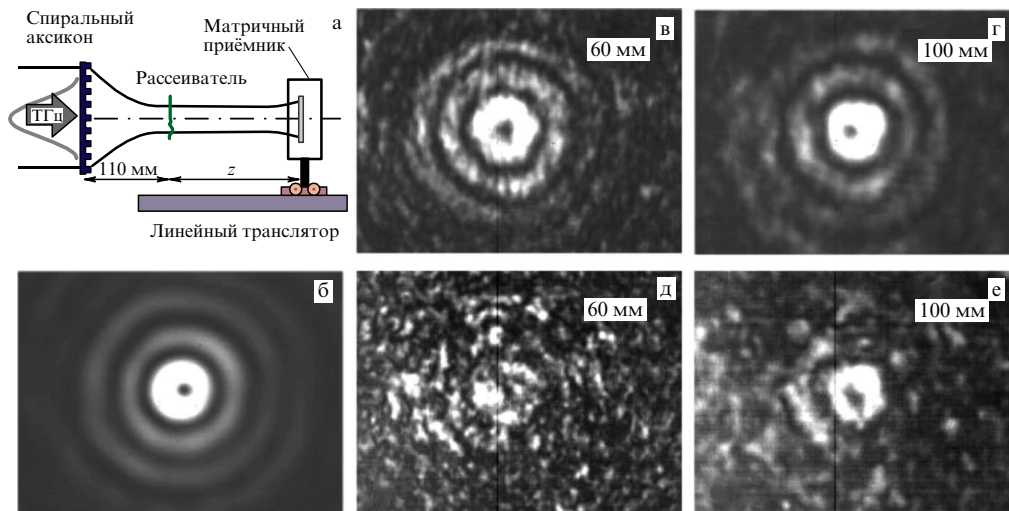


Рис. 27. Схема эксперимента (а) по исследованию самовосстановления сформированного спиральным аксикон Бесселя пучка с $|\ell| = 1$ (б), прошедшего через рассеиватели из пенистого полипропилена толщиной 3 мм (в, г) и 10 мм (д, е).

является свойство восстанавливать своё пространственное распределение после прохождения через препятствия. Эксперименты [132] показали, что пучок восстанавливается после прохождения как амплитудных, так и фазовых препятствий.

На рисунке 27 приведены поперечные сечения пучка, падающего на фазовый рассеиватель, и пучков на расстояниях 60 и 100 мм от рассеивателя. Несмотря на то что после прохождения через сильный рассеиватель структура пучка существенно нарушается, на расстоянии 100 мм мы видим почти полностью восстановившееся первое кольцо пучка. Конечно, свойство самовосстановления существует только в области до $z \leq z_A$ (см. табл. 1), однако расчёты [133] и последующие эксперименты показали, что область "бездифракционности" при увеличении радиуса пучка телескопической системой в f_2/f_1 раз возрастает в $(f_2/f_1)^2$ раз. Эти результаты позволяют предположить, что сформированные спиральным аксикон и расширенные телескопической системой пучки терагерцового диапазона или радио-

диапазона, по-видимому, могут использоваться в системах передачи информации через турбулентные среды, что, разумеется, требует экспериментального подтверждения. Преимуществом длинноволнового излучения являются меньшее рэлеевское рассеяние и рассеяние на частицах.

3.4.6. Вращение Бесселева пучка. Закрученные пучки имеют азимутальную составляющую вектора Пойнтинга, а значит, их с равным правом можно назвать "вращающимися пучками" [134–136]. Для Бесселева пучка с линейной поляризацией поток энергии выражается как

$$S(\rho) = S_0 J_\ell^2(x\rho) \left(\frac{\ell}{k\rho} \mathbf{e}_\theta + \mathbf{e}_z \right), \quad (132)$$

откуда видно, что его абсолютное значение зависит только от радиуса. Производная по продольной координате z азимутального угла θ траектории вектора Пойн-

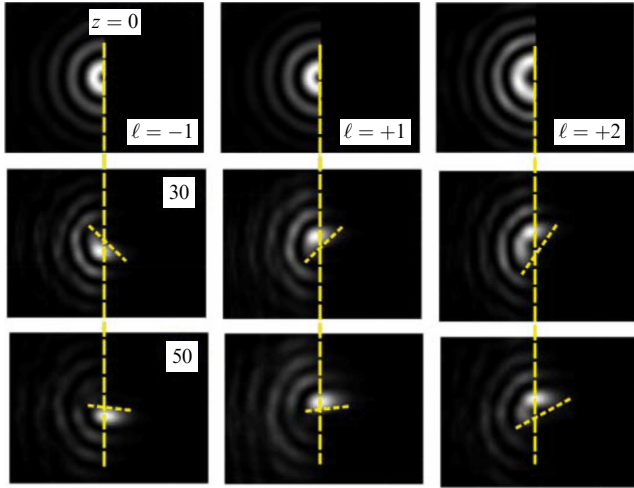


Рис. 28. Вращение бесселевых пучков, имеющих различные топологические заряды после дифракции на полуплоскости (результаты численного моделирования). Расстояния от полуплоскости до плоскости наблюдения 30 и 50 мм.

тинга имеет вид

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{\rho} \frac{S_\theta}{S_z} = \frac{\ell}{k\rho^2}. \quad (133)$$

Из (133) находим, что полный оборот вектора Пойнтинга вокруг оси:

$$\Delta z_{\text{PitchCalc}} = \frac{2\pi k\rho^2}{\ell}. \quad (134)$$

Чем ближе к оси, тем быстрее вращение линий потока энергии. Внешние кольца пучка вращаются медленнее, чем внутренние. Результаты численного моделирования для пучков, полученных с помощью аксиконов (рис. 28), показывают, что скорости вращения внутреннего кольца равны $(1,63 \pm 0,10)^\circ \text{ мм}^{-1}$ для $|\ell| = 1$ и $(1,10 \pm 0,15)^\circ \text{ мм}^{-1}$ для $|\ell| = 2$. Длины витков $\Delta z_{\text{PitchSim}}$, вычисленные с использованием этих значений, приведены в табл. 2 вместе с длинами, рассчитанными по уравнению (134). Поворот пучков, наблюдаемый в эксперименте (см. рис. 30 в разделе 3.6), совпадает с расчётным. Таким образом, малая разница в фазовой структуре не влияет на характеристики луча. Аналогичные эксперименты с закрученными лаггер-гауссовыми и бесселевыми пучками проводились [137] в видимой области с использованием He–Ne-лазера. Интересно, что линии потока энергии лаггер-гауссовых пучков, в отличие от таковых для бесселевых пучков, являются прямыми на поверхности гиперболоида [22].

3.5. Диагностика закрученных пучков

Если не говорить о спектроскопии с разрешением по времени (TDS), то изображающие системы регистрируют распределение интенсивности пучков. Наличие сингулярности в пучках является, как правило, свидетельством наличия оптического вихря, но для определения параметров закрученности необходимо найти распределение фазы. К настоящему времени продемонстрировано множество методов определения величины и знака топологического заряда закрученного пучка. Параметры закрученных пучков обычно идентифицируются в классических дифракционных экспериментах. Сейчас для

идентификации значений топологических зарядов пучков используются различные дифракционные структуры: одиночная щель [138, 139], полуплоскость [86, 140], круглая апертура [141]. С этой целью использовались также более сложные апертуры: треугольное отверстие [142] и системы многих отверстий [143, 144]. По нашему мнению, простейшие структуры (описанная выше полуплоскость и дифракция Юнга на двойной щели [87, 145, 146]) представляют наиболее удобный и интуитивно понятный способ определения величины и знака топологического заряда.

При дифракции закрученного пучка на полуплоскости направление его вращения (см. рис. 28) однозначно определяет знак топологического заряда, но угол поворота измеряется не очень точно. Более точно топологический заряд определяется в опыте Юнга. Если на щели падает закрученный пучок, то при $a \ll z$ интерференционные полосы изгибаются вдоль координаты, параллельной щелям, следующим образом [87]:

$$x(y, z) = -a \tan \left(\frac{2\pi ay}{\ell z \lambda} + \frac{u\pi}{\ell} + \frac{\pi}{2} \right), \quad u = 0, \dots, \ell - 1. \quad (135)$$

Расстояние между полосами $\Delta y = \lambda z / (2a)$ не зависит от топологического заряда, тогда как изгиб полос растёт с ℓ . Результат дифракции полученных нами пучков на двойной щели показан на рис. 29а. Расположение щелей, на которые наложено распределение интенсивности падающих пучков, показано на рис. 29в. Электрическое поле волны на экране в случае бесселева пучка описывается выражением

$$E(x, y) \approx \frac{2i^\ell}{\sqrt{\lambda z}} \exp \left(ikz + ik \frac{a^2 + y^2}{2z} \right) \times \cos \left(\ell\phi - k \frac{ay}{z} - \ell \frac{\pi}{2} \right) J_\ell(k\sqrt{x^2 + a^2}). \quad (136)$$

Вычисленные распределения интенсивности хорошо согласуются с экспериментальными (рис. 29б). Расчётные значения фазы наложены на распределение интенсивности в виде цветовой гаммы. Видно, что при переходе с одного кольца на другое фаза изменяется на π , как и должно быть в случае бесселева пучка.

В экспериментах с широкополосным терагерцовым излучением [81, 82, 84] (спектроскопия с временным разрешением) результат сразу получается в виде распределений амплитуды и фазы пучка и дополнительные измерения не требуются. В экспериментах с монохроматическим излучением в работе [83] топологический заряд терагерцового пучка определялся с использованием преобразования лаггер-гауссова пучка в эрмит-гауссов (рис. 22а–д). Это осуществлялось посредством нарушения осевой симметрии при наклоне изображающей линзы. При этом пучок из моды $LG_{0\ell}$ трансформируется в моду $HG_{0\ell}$, что позволяет по числу пятен найти величину топологического заряда. Однако знак этого заряда определяли в дополнительных экспериментах по измерению направления вращения пучка с внесённой в него неоднородностью. В работе [85] величина и знак топологического заряда определялись по вилочной интерферограмме, возникающей при пересечении закрученного пучка и падающего под углом гауссова пучка. Очевидно, что эти методы более сложные, чем опыт Юнга, и использование последнего является предпочтительным.

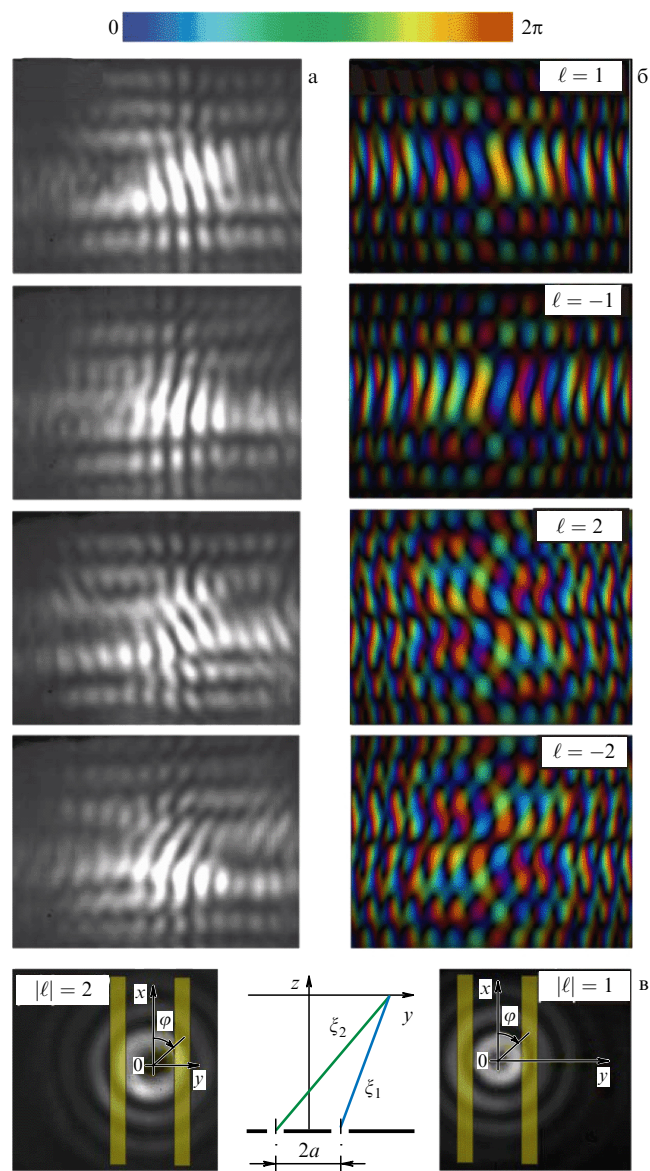


Рис. 29. (В цвете онлайн.) (а) Интерференционные полосы, записанные матричным приёмником на расстоянии 40 мм от щелей. (б) Результаты численного моделирования. Величина фазы соответствует цветовой палитре рис. 25. (в) Использование схемы Юнга для определения топологического заряда пучков. Расстояние между щелями 4,5 мм.

3.6. Перспективы применения закрученных пучков терагерцового диапазона

В разделе 1.3.2 мы говорили о различных применениях пучков с орбитальным угловым моментом. В терагерцовом диапазоне история таких пучков насчитывает лишь несколько лет и число посвящённых им работ невелико. Большая их часть посвящена вопросам, связанным со способами генерации пучков и развитием методов их диагностики, и лишь в двух экспериментах, выполненных нами, закрученные пучки применялись как источник излучения для экспериментов в других областях оптики. В связи с этим кратко приведём результаты наших экспериментов и обсудим, в каких случаях использование закрученных пучков терагерцового диапазона может иметь преимущество перед использованием закрученных пучков коротковолнового диапазона.

Во многих оптических явлениях большую роль играют поверхностные плазмон-поляритоны (поверхностные электромагнитные волны) [147, 148], которые уже в течение длительного времени являются объектом исследований и широко используются в современной фотонике [149–151]. Если в видимом диапазоне длина распространения плазмонов составляет несколько десятков микрон, то в терагерцовом диапазоне она увеличивается (в зависимости от толщины слоя диэлектрика на металле) до нескольких сантиметров или десятков сантиметров [152–154]. Другое важное свойство терагерцовых плазмонов — способность "перепрыгивать" с одной проводящей поверхности на другую [155] на расстояние вплоть до 100 мм [156]. Эти два факта позволяют предположить, что плазмоны терагерцового и инфракрасного диапазонов могут применяться для передачи информации в схемах интегральной оптики. Поэтому мы, сформировав бесселевы пучки, использовали их для генерации плазмон-поляритонов [86].

Схема эксперимента показана на рис. 30а. Плазмоны генерировались на границе раздела металл–диэлектрик–воздух при дифракции на краю образца закрученных бесселевых пучков. Этот способ генерации плазмонов (end-fire-coupling technique [157]) в случае терагерцового излучения оказался удобным и достаточно эффективным. Толщина слоя ZnS на покрытых золотой плёнкой образцах, представлявших собой одну восьмую стеклянного цилиндра, составляла от 0,75 до 2 мкм. Хотя толщина диэлектрика была значительно меньше длины волны, его нанесение значительно уменьшало глубину проникновения экспоненциально убывающего поля поверхностной электромагнитной волны (ПЭВ) в воздух. Пучок падал по нормали к торцу образца. В направлении $\gamma = 0$ видна дифракционная картина, которая соответствует полученной численным моделированием картине поворота пучка, показанной на рис. 28. При угле $\gamma = 22,5^\circ$ на матричном приёмнике наблюдается веер излучения, "сорвавшегося" по касательной к дуге поверхности, т.е. радиационные потери ПЭВ. Механизм потерь детально обсуждается в [153, 154]. Интенсивность этого излучения плавно убывает с возрастанием угла, что подтверждено в специальных опытах с измерением его распределения с помощью акустооптического приёмника. Наблюдаемые на рис. 30д интерференционные полосы являются артефактом — френелевской дифракцией внутри приёмника в промежутке германиевое окно — панель чувствительных элементов из оксида ванадия. Наконец, на рис. 30е ($\gamma = 45^\circ$) видна свободная волна (указана стрелкой), в которую трансформируется поверхностный плазмон, дошедший до заднего торца образца. Картина дифракции хорошо соответствует теоретическим предсказаниям [158].

Сам по себе факт формирования поверхностного плазмона при дифракции электромагнитной волны на краю образца является тривиальным, и мы описываем этот эксперимент потому, что эффективность формирования плазмона оказалась зависящей от направления вращения пучка. Изображения на рис. 30д, е явно свидетельствуют о том, что плазмоны появляются предпочтительно в тех местах пересечения пучка с границей раздела, где азимутальная составляющая вектора Пойнтинга направлена вдоль оси x по нормали от поверхности. Это явление ещё требует детального исследования, но в принципе, учитывая способность плазмонов "пере-

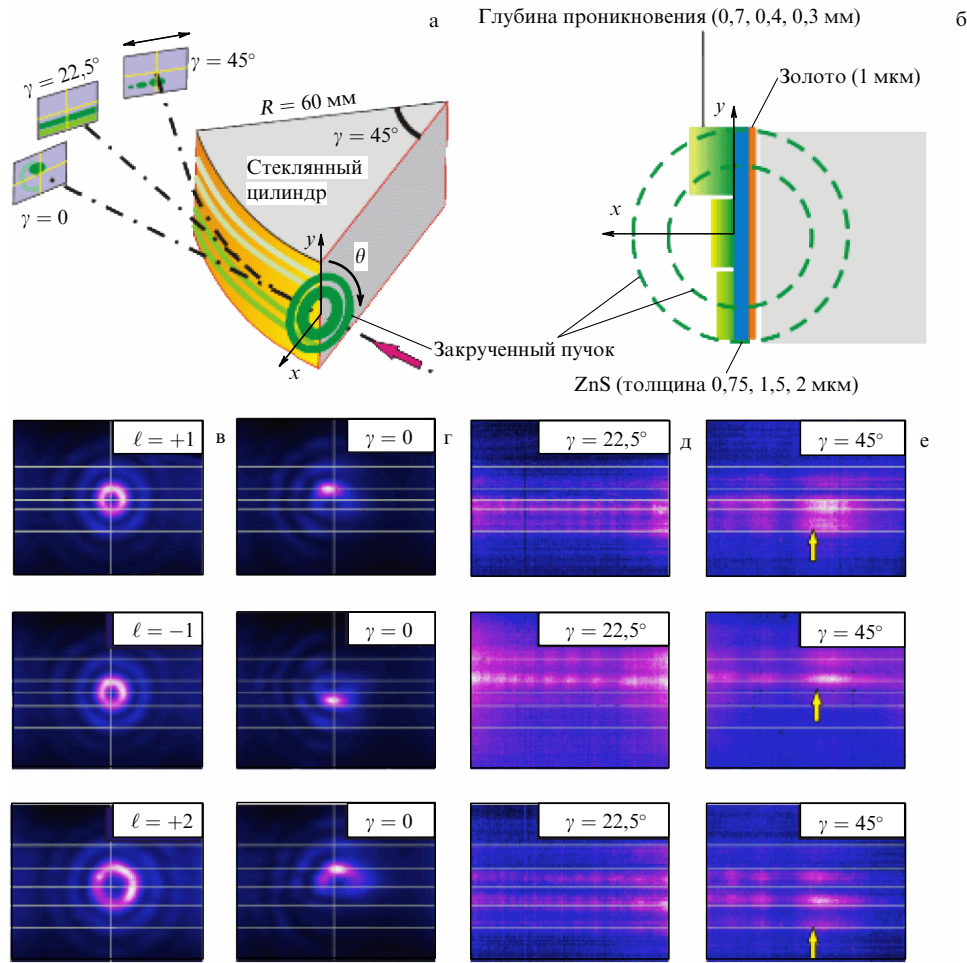


Рис. 30. (В цвете онлайн.) Генерация плазмонов закрученными пучками при длине волны 141 мкм. (а) Схема эксперимента. Матричный микроболометрический приёмник (МБП) перемещается в три позиции, показанные на рисунке, таким образом, чтобы расстояние по касательной от соответствующей точки поверхности составляло 70 мм. (б) Характерный масштаб пучка в сравнении с глубиной проникновения поверхностной электромагнитной волны в воздух. Кадры, снятые МБП: (в) пучок, падающий на торец образца, (г–е) изображения, полученные позади образца, имевшего толщину слоя ZnS, равную 1,5 мкм, по касательной к его поверхности под углами 0, 22,5° и 45° (штрихпунктирные линии на рис. а).

прыгивать" с поверхности на поверхность и возможность быстро переключать направление вращения пучка, его можно использовать как один из вариантов "плазмонного ключа", причём, может быть, и в других спектральных диапазонах. Управление плазмонами представляет значительный интерес. В качестве примера можно привести работу [159], в которой описан способ реализации сверхбыстрых полностью оптических операций NOT, AND, OR и XOR с использованием интерференционных эффектов в структурах с диэлектрическими скрещенными волноводами.

Мы обнаружили ещё одну возможность использования закрученных бесселевых пучков. Облучая расширенным телескопической системой пучком двумерную периодическую решётку круглых отверстий, в некоторых плоскостях Тальбота можно получить решётку закрученных микропучков. Этот эффект является аналогом эффекта Тальбота для закрученных пучков, но зависит от большего числа параметров, чем классический эффект Тальбота. Результаты экспериментов и моделирования этого эффекта описаны в [160]. На рисунке 31 показано распределение интенсивности и фазы бесселева пучка первого порядка ($\ell = -1$), падающего на решётку. Распределение фазы микропучков по азимуту в случае пучка

с $\ell = 1$ противоположно. Интересно, что для падающего пучка с $|\ell| = 2$ диаметр колец при использовании описанных выше аксиконов точно такой же, как в случае $|\ell| = 1$, хотя диаметр падающего пучка больше. Видно, что эту простейшую схему можно использовать, например, для создания регулярно расположенных оптических ловушек для микрочастиц.

Отношение потока углового момента к потоку энергии (см. (132)), которое с учётом спинного углового момента можно записать как [161]

$$\frac{|\mathbf{J}|}{c|\mathbf{P}|} = \frac{(\ell + \sigma_z)\lambda}{2\pi}, \quad (137)$$

где поляризация излучения $-1 \leq \sigma_z \leq 1$, пропорционально длине волны излучения. Это обстоятельство делает выгодным использование терагерцового излучения в приложениях, в которых требуется передать объектам угловой момент, например, для вращения микротурбин [51]. "Бездифракционные" бесселевы пучки можно использовать для зондирования протяжённых объектов, которые частично прозрачны в терагерцовом диапазоне, в системах контроля и безопасности, а также в мультимедийных коммуникационных системах [162].

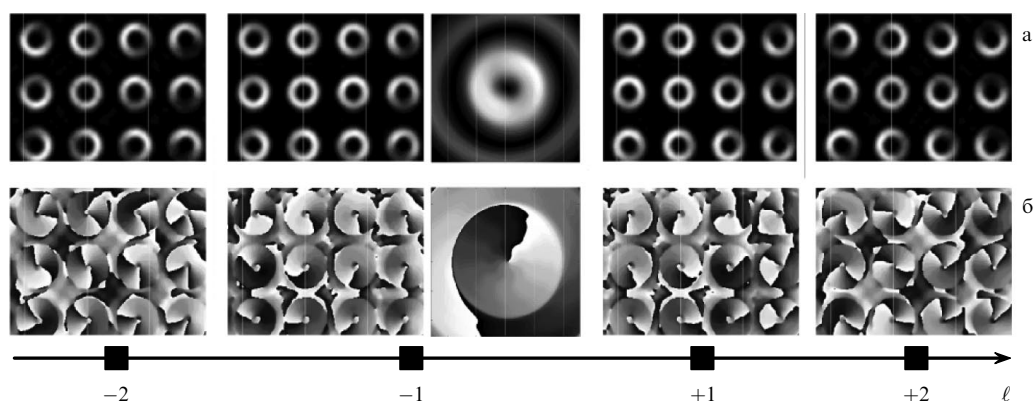


Рис. 31. Периодические структуры закрученных кольцевых микропучков, образующихся в плоскости Тальбота $z = L_T/2$ при прохождении бesselевых пучков, сформированных спиральными аксиконами и расширенных телескопической системой в пять раз, через амплитудную решётку с отверстиями диаметром 1 мм и периодом $p = 4$ мм. Длина волны 130 мкм. (а) Распределение интенсивности. (б) Распределение фазы. В центральном столбце показаны интенсивность и фаза бesselева пучка с $\ell = -1$, падающего на медную решётку. Значения фазы в интервале от 0 до 2π показаны градацией цвета.

4. Заключение

Активные теоретические и экспериментальные исследования с пучками закрученных фотонов ведутся в течение уже 25 лет. Начало этих работ касалось только диапазона световых волн, связанного с лазерной физикой. В настоящее время эти исследования охватывают широкий спектр от радиоволновой до рентгеновской области. За это время выяснилось, что закрученные фотоны, обладающие дополнительной степенью свободы — проекцией полного момента импульса на направление движения, представляют собой новые эффективные инструменты исследований, которые могут найти широкое применение в самых разных разделах физики. Более того, появилось и оформилось самостоятельное направление исследований, связанное с генерацией и применением закрученных электронов. Выполнены первые работы по закрученным нейтронам. Начинается активное изучение возможности генерации закрученных адронов и их роли в ядерной физике и физике высоких энергий. Появились и многочисленные обзоры, посвящённые конкретным вопросам, касающимся закрученных частиц.

Наш обзор затрагивает относительно небольшой набор тем, которые активно развивались в последнее время (2013–2017 гг.) и ещё не нашли отражения в обзорах. Кроме того, мы ограничились в основном обсуждением тех исследований, в которых авторы принимали активное участие. Поэтому фактически речь идёт о следующих двух крупных направлениях.

В разделе 2 мы провели обзор недавних теоретических работ, посвящённых фундаментальным процессам взаимодействия закрученных фотонов с атомами. Рассматривая процессы фотовозбуждения и фотоионизации атомов, мы установили связь стандартных вероятностей переходов, вызванных плосковолновыми фотонами, с соответствующими вероятностями, вызванными закрученными частицами. Мы старались выявить новые черты этих процессов, связанные с участием закрученных фотонов: возникновение новых правил отбора, изменение вероятностей возбуждения отдельных подуровней, изменение углового распределения и поляризации конечных частиц.

Раздел 3 посвящён пучкам закрученных фотонов в терагерцовой области спектра. Исследования в этой области начались лишь несколько лет назад, и мы сделали первую попытку обобщить полученные к настоящему времени результаты. Из проведённого рассмотрения видно, что методы генерации закрученных пучков терагерцового диапазона очень разнообразны — это и квазиоптические, и дифракционные элементы. Большая длина волны существенно облегчает изготовление используемых для формирования закрученных пучков дифракционных оптических элементов и решёток микроантенн. Стандартным недостатком двух последних, однако, является то, что большинство из них рассчитано на работу при определённой длине волны. Мы показали, что бинарные фазовые аксиконы (БФА) со спиральной структурой зон преобразуют плоские волны в закрученные "бездифракционные" бesselевы пучки с заданным топологическим зарядом в широком спектральном диапазоне. Поперечное сечение пучков, сформированных с помощью БФА, одинаково для любой длины волны. Это их свойство особенно ценно в случае перестраиваемых по частоте источников излучения, таких как лазеры на свободных электронах.

До настоящего времени круг исследований в области терагерцовых закрученных пучков ограничивался в основном изучением методов их формирования и исследованием их характеристик. Можно предполагать, однако, что уже в ближайшее время терагерцовые закрученные пучки найдут практическое применение. Одним из благоприятствующих этому физических факторов является линейное возрастание в закрученных пучках отношения потока углового момента к потоку энергии с увеличением длины волны, что может быть использовано в микротурбинах и оптических ловушках. Продемонстрированную нами возможность формирования с помощью аналога эффекта Тальбота решётки закрученных микропучков можно, например, использовать для создания периодической решётки захваченных микрочастиц. По всей вероятности, терагерцовые пучки могут найти применение также в мультиплексных системах связи.

В завершение заметим, что сейчас мы находимся только в начале долгого и плодотворного пути, связан-

ного с использованием закрученных пучков терагерцового диапазона и применением закрученных фотонов для изучения взаимодействия света с веществом.

Благодарности. В.Г.С. глубоко благодарен за многочисленные полезные обсуждения А.В. Афанасьеву, В.А. Зайцеву, И.П. Иванову, Г.Л. Коткину и А. Суржикову. Б.А.К. искренне благодарит Н.А. Винокурова, В.Н. Жабина, О.Е. Камешкова, Г.Н. Кулипанова, Н.Д. Осинцеву, В.С. Черкасского, Ю.Ю. Чопорову и М.А. Щеглова за их вклад в эксперименты, обсуждение результатов и подготовку оригинальных публикаций, Б.О. Володкина и В.С. Павельева за планирование экспериментов, расчёт и изготовление дифракционных оптических элементов и обсуждение результатов, а также А.М. Шалагина и С.К. Турицина за стимулирующие дискуссии. Надёжную работу уникальной научной установки "Новосибирский лазер на свободных электронах" при проведении экспериментов обеспечивали Я.В. Гетманов, В.В. Кубарев, Т.В. Саликова, Д.А. Скороход и О.А. Шевченко. Публикации, результаты которых представлены в обзоре, поддержаны грантами 14-50-00080 Российского научного фонда (раздел 3) и 15-02-06444 Российского фонда фундаментальных исследований (раздел 2). В работе использовалось оборудование Центра коллективного пользования, поддержанного Министерством образования и науки РФ (уникальный идентификатор проекта RFMEFI62117X0012). Авторы признательны А.Е. Бондарю, по инициативе которого написан этот обзор.

4. Приложение.

Закрученные электроны и нейтроны

Для полноты картины дадим краткое описание закрученных состояний для нерелятивистских электронов и нейтронов и релятивистских электронов, ради определённости будем говорить о закрученных электронах. Ниже мы следуем в основном работе [163].

В *нерелятивистском* случае используем уравнение Шрёдингера для свободного электрона

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (138)$$

где m_e — масса электрона. Для монохроматической волны с частотой $\omega = E/\hbar$,

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t), \quad (139)$$

получим уравнение Гельмгольца

$$(\nabla^2 + k^2) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad k = \frac{\sqrt{2m_e E}}{\hbar}, \quad (140)$$

где E — кинетическая энергия электрона. Решение уравнения (140) в виде *плоской волны* с определённой спиральностью $\lambda = \pm 1/2$ имеет вид

$$\psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r}) = w_{\mathbf{k}\lambda} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (141)$$

Здесь двухкомпонентный спинор $w_{\mathbf{k}\lambda}$ является собственной функцией оператора спиральности электрона $\hat{\lambda} = \hat{\mathbf{s}}\mathbf{k}/k$:

$$\hat{\lambda} w_{\mathbf{k}\lambda} = \lambda w_{\mathbf{k}\lambda}, \quad (142)$$

где $\hat{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\sigma}/2$ — оператор спина электрона, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ — матрицы Паули. В дальнейшем нам окажется полез-

ным разложение этого спинора по собственным функциям $w^{(\sigma)}$ проекции спина электрона $\hat{s}_z$ на ось z :

$$\hat{s}_z w^{(\sigma)} = \sigma w^{(\sigma)}, \quad \sigma = \pm \frac{1}{2}, \quad (143)$$

где

$$w^{(1/2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad w^{(-1/2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad w^{(\sigma')*} w^{(\sigma)} = \delta_{\sigma'\sigma}. \quad (144)$$

Это разложение имеет вид (ср. с (25))

$$w_{\mathbf{k}\lambda} = \sum_{\sigma=\pm 1/2} \exp(-i\sigma\varphi_k) d_{\sigma\lambda}^{1/2}(\theta_k) w^{(\sigma)}, \quad (145)$$

где $d_{\sigma\lambda}^{1/2}(\theta) = \delta_{\sigma\lambda} \cos(\theta/2) - 2\sigma\delta_{\sigma,-\lambda} \sin(\theta/2)$. Плотность потока электронов в плоской волне оказывается постоянным вектором, не зависящим от координат и спиральности электрона:

$$\mathbf{j} = -\frac{i\hbar}{2m_e} [\psi_{\mathbf{k}\lambda}^+(\mathbf{r}) \nabla \psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r}) - (\nabla \psi_{\mathbf{k}\lambda}^+(\mathbf{r})) \psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r})] = \frac{\hbar \mathbf{k}}{m_e}. \quad (146)$$

Цилиндрические (бесселевы) волны для *закрученного электрона* могут быть построены в виде суперпозиции спинорных плоских волн (141) по аналогии со случаем закрученного фотона (22):

$$\psi_{zm k_z \lambda}(\mathbf{r}) = \int a_{zm}(\mathbf{k}_\perp) w_{\mathbf{k}\lambda} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2}, \quad (147)$$

$$\psi_{zm k_z \lambda}(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma=\pm 1/2} i^{-\sigma} d_{\sigma\lambda}^{1/2}(\theta_k) J_{m-\sigma}(\chi\rho) \exp[i(m-\sigma)\varphi_r] \times \\ \times w^{(\sigma)} \exp(ik_z z). \quad (148)$$

Из формулы (148) видно, что закрученный электрон представляет собой состояние с определённым продольным импульсом $\hbar k_z$, модулем поперечного импульса $\hbar k_\perp$, энергией $\hbar\omega = E = \hbar^2 c^2 (\chi^2 + k_z^2)/(2m_e)$ и спиральностью λ . Кроме того, отдельные слагаемые

$$\exp[i(m-\sigma)\varphi_r] w^{(\sigma)} \quad (149)$$

в сумме (148) являются собственными функциями операторов $\hat{L}_z$, $\hat{s}_z$ и $\hat{J}_z = \hat{L}_z + \hat{s}_z$ с собственными значениями $m-\sigma$, σ и m соответственно. Поэтому закрученный электрон обладает также определённым значением z -проекции полного момента импульса $\hat{J}_z$, равным полуцелому числу $m = \pm 1/2, \pm 3/2, \dots$. В то же время закрученный электрон представляет собой суперпозицию состояний, в которых z -проекция спинового момента импульса $\hat{s}_z$ принимает значения $\pm 1/2$, а z -проекция орбитального момента импульса $\hat{L}_z$ принимает целые значения $m \mp 1/2$. Плотность потока электронов вдоль оси z в бесселевой волне зависит от координаты ρ и квантовых чисел:

$$j_z^{(m k_z \lambda)}(\rho) = \frac{\hbar k_z}{m_e} \sum_{\sigma=\pm 1/2} [d_{\sigma\lambda}^{1/2}(\theta_k) J_{m-\sigma}(\chi\rho)]^2. \quad (150)$$

Рассмотрим обобщение этих формул для случая *релятивистского закрученного электрона*. Будем исходить из плосковолнового решения уравнения Дирака, соответствующего состоянию с определённым импульсом $\hbar \mathbf{k}$, релятивистской энергией $\varepsilon = \hbar\omega = c(\hbar^2 k^2 + m_e^2 c^2)^{1/2}$ и

спиральностью λ ,

$$\psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{k}\lambda} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}), \quad (151)$$

где $u_{\mathbf{k}\lambda}$ — биспинор Дирака [78]:

$$u_{\mathbf{k}\lambda} = \begin{pmatrix} \sqrt{\varepsilon + m_e c^2} w_{\mathbf{k}\lambda} \\ 2\lambda \sqrt{\varepsilon - m_e c^2} w_{\mathbf{k}\lambda} \end{pmatrix}, \quad \bar{u}_{\mathbf{k}\lambda'} u_{\mathbf{k}\lambda} = 2m_e c^2 \delta_{\lambda'\lambda}. \quad (152)$$

Плотность потока релятивистских электронов в плоской волне оказывается постоянным вектором:

$$\mathbf{j} = c \psi_{\mathbf{k}\lambda}^+ \boldsymbol{\alpha} \psi_{\mathbf{k}\lambda}(\mathbf{r}) = 2\hbar \mathbf{k} c^2 \quad (153)$$

(здесь $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ — матрицы Дирака).

Теперь цилиндрические (бесселевы) волны для закрученного релятивистского электрона получим в виде суперпозиции этих плоских волн:

$$\psi_{\mathbf{m}k_z\lambda}(\mathbf{r}) = \int a_{\mathbf{m}}(\mathbf{k}_\perp) u_{\mathbf{k}\lambda} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2}, \quad (154)$$

а используя разложение (145), найдём их явный вид:

$$\begin{aligned} \psi_{\mathbf{m}k_z\lambda}(\mathbf{r}) = & \sum_{\sigma=\pm 1/2} i^{-\sigma} d_{\sigma\lambda}^{1/2}(\theta_k) J_{m-\sigma}(\kappa\rho) \exp[i(m-\sigma)\varphi_r] \times \\ & \times \exp(ik_z z) \begin{pmatrix} \sqrt{\varepsilon + m_e c^2} w^{(\sigma)} \\ 2\lambda \sqrt{\varepsilon - m_e c^2} w^{(\sigma)} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (155)$$

Плотность потока релятивистских электронов вдоль оси z в бесселевой волне зависит от координаты ρ и квантовых чисел и не является положительно определённой функцией (ср. с (42)):

$$j_z^{(\mathbf{m}k_z\lambda)}(\rho) = 2\hbar k_z c^2 (2\lambda) \sum_{\sigma=\pm 1/2} 2\sigma [d_{\sigma\lambda}^{1/2}(\theta_k) J_{m-\sigma}(\kappa\rho)]^2. \quad (156)$$

Дополнительные ссылки и обсуждение можно найти в работе [163].

Список литературы

- Poynting J H *Proc. R. Soc. Lond. A* **82** 560 (1909)
- Beth R A *Phys. Rev.* **50** 115 (1936)
- Allen L et al. *Phys. Rev. A* **45** 8185 (1992)
- Баранова Н Б, Зельдович Б Я *ЖЭТФ* **80** 1789 (1981); Baranova N B, Zel'dovich B Ya *Sov. Phys. JETP* **53** 925 (1981)
- Vasara A, Turunen J, Friberg A T *J. Opt. Soc. Am. A* **6** 1748 (1989)
- Баженов В Ю, Васнецов М В, Соскин М С *Письма в ЖЭТФ* **52** 1037 (1990); Bazhenov V Yu, Vasnetsov M V, Soskin M S *JETP Lett.* **52** 429 (1990)
- Bazhenov V Yu et al. *J. Mod. Opt.* **39** 999 (1992)
- He H et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 826 (1995)
- Fickler R et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **113** 13642 (2016).
- Bliokh K Y et al. *Phys. Rep.* **690** 1 (2017); arXiv:1703.06879
- Clark C W et al. *Nature* **525** 504 (2015)
- Afanasev A, Serbo V G, Solyanik M, arXiv:1709.05625
- Абрамочкин Е Г, Волостников В Г *УФН* **174** 1273 (2004); Abramochkin E G, Volostnikov V G *Phys. Usp.* **47** 1177 (2004)
- Абрамочкин Е Г, Волостников В Г *Современная оптика гауссовых пучков* (М.: Физматлит, 2010)
- Torres J P, Torner L (Eds) *Twisted Photons (Application of Light with Orbital Angular Momentum)* (New York: Wiley-VCH, 2011)
- Andrews D L, Babiker M (Eds) *The Angular Momentum of Light* (Cambridge Univ. Press, 2013)
- Couillet P et al. *Opt. Commun.* **73** 403 (1989)
- Короленко П В *Соросовский образовательный журн.* (6) 94 (1998)
- Васильев К, Компанец П *Пространственные модуляторы света* (М.: Радио и связь, 1987)
- Saleh B E A, Teich M C *Fundamentals of Photonics* (Hoboken, N.J.: Wiley Intersci., 2007); Пер. на русск. яз.: Салех Б, Тейх М *Оптика и фотоника. Принципы и применения* (Долгопрудный: Интеллект, 2012)
- Алексеев А Н и др. *Письма в ЖТФ* **24** (9) 68 (1998); Alekseev A N et al. *Tech. Phys. Lett.* **24** 694 (1998)
- Воляр А В, Шведов В Г, Фадеева Т А *Письма в ЖТФ* **25** (3) 87 (1999); Volyar A V, Shvedov V G, Fadeeva T A *Tech. Phys. Lett.* **25** 203 (1999)
- Kennedy S A et al. *Phys. Rev. A* **66** 043801 (2002)
- Berry M V, Jeffrey M R, Mansuripur M *J. Opt. A* **7** 685 (2005)
- Marrucci L, Manzo C, Paparo D *Phys. Rev. Lett.* **96** 163905 (2006)
- Allen L, Padgett M *J. Mod. Opt.* **54** 487 (2007)
- Wang X-L et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 253602 (2010)
- Marrucci L et al. *J. Opt.* **13** 163905 (2011)
- Mirhosseini M et al. *Opt. Exp.* **21** 30196 (2013)
- Karpeev S V, Alferov S, Khonina S N *Opt. Eng.* **52** 091718 (2013)
- Yu H et al. *Sci. Rep.* **3** 3191 (2013)
- Mokhun I et al. *Appl. Opt. B* **53** 38 (2014)
- Yu N, Capasso F *Nature Mater.* **13** 139 (2014)
- Хонина С Н, Алмазов А А *Компьютерная оптика* **24** 102 (2002)
- Hensing E et al. *Nat. Phys.* **9** 549 (2013)
- Bekshaev A Ya, Bekshaev A S, Mohammed K A *Ukr. J. Phys. Opt.* **15** 123 (2014)
- Sasaki S, McNulty I *Phys. Rev. Lett.* **100** 124801 (2008)
- Afanasev A, Michailichenko A, arXiv:1109.1603
- Bahrdt J et al. *Phys. Rev. Lett.* **111** 034801 (2013)
- Jentschura U D, Serbo V G *Phys. Rev. Lett.* **106** 013001 (2011)
- Jentschura U D, Serbo V G *Eur. Phys. J. C* **71** 1571 (2011)
- Sakai Y et al. *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **18** 060702 (2015)
- Taira Y, Hayakawa T, Katoh M *Sci. Rep.* **7** 5018 (2017)
- Katoh M et al. *Phys. Rev. Lett.* **118** 094801 (2017)
- Hernández-García C et al. *Photonics* **4** 28 (2017)
- Peele A et al. *J. Opt. Soc. Am. A* **21** 1575 (2004)
- Leyser T B et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 065004 (2009)
- Thide B et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 087701 (2007)
- Сойфер В А и др. *ЭЧАЯ* **35** 1368 (2004); Soifer V A et al. *Phys. Part. Nucl.* **35** 733 (2004)
- Ladavac K, Grier D G *Opt. Exp.* **12** 1144 (2004)
- Ganchevskaya S V, Skidanov R V "The microturbine rotation by not circular light beam formed by vortex axicon" *CEUR Workshop Proc.* **1638** 24 (2016)
- Klar T A, Engel E, Hell S W *Phys. Rev. E* **64** 066613 (2001)
- Popiolek-Masajada A, Masajada J, Kurzynowski P *Photonics* **4** (2) 38 (2017)
- Swartzlander G A et al. *Opt. Expr.* **16** 10200 (2008)
- Lee J H et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 053901 (2006)
- Tamburini F et al. *New J. Phys.* **14** 033001 (2012)
- Willner A E et al. *Adv. Opt. Photon.* **7** 66 (2015)
- Padgett M J *Opt. Expr.* **25** 11265 (2017)
- Ivanov I P *Phys. Rev. D* **83** 093001 (2011)
- Ivanov I P, Serbo V G *Phys. Rev. A* **84** 033804 (2011); *Phys. Rev. A* **84** 069906 (2011)
- Matula O et al. *J. Phys. B* **46** 205002 (2013); arXiv:1306.3878
- Варшалович Д А, Москалев А Н, Херсонский В К *Квантовая теория углового момента* (Л.: Наука, 1975); Пер. на англ. яз.: Varshalovich D A, Moskalev A N, Khersonskii V K *Quantum Theory of Angular Momentum* (Singapore: World Scientific Publ., 1988)
- Scholz-Marggraf H M et al. *Phys. Rev. A* **90** 013425 (2014)
- Peshkov A A et al. *Phys. Scripta* **91** 064001 (2016)
- Picón A et al. *Opt. Expr.* **18** 3660 (2010)
- Afanasev A, Carlson C E, Mukherjee A *Phys. Rev. A* **88** 033841 (2013)
- Afanasev A, Carlson C E, Mukherjee A *J. Opt.* **18** 074013 (2016)
- Afanasev A, Carlson C E, Solyanik M *J. Opt.* **19** 105401 (2017)
- Rodrigues J D, Marcassa L G, Mendonca J T *J. Phys. B* **49** 074007 (2016); arXiv:1512.05933
- Jáuregui R *Phys. Rev. A* **91** 043842 (2015)
- Kaplan L, McGuire J H *Phys. Rev. A* **92** 032702 (2015)
- Surzhykov A et al. *Phys. Rev. A* **91** 013403 (2015)
- Schmiegelow C T et al. *Nature Commun.* **7** 12998 (2016)
- Afanasev A, arXiv:1709.05571
- Picón A et al. *New J. Phys.* **12** 083053 (2010)
- Serbo V G, Surzhykov A, Zaytsev V A "Ionization of hydrogen like atoms by twisted photons: Going beyond the Born approximation", in preparation
- Zaytsev V A, Serbo V G, Shabaev V M *Phys. Rev. A* **95** 012702 (2017); arXiv:1610.09648
- Берестецкий В Б, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Квантовая электродинамика* (М.: Физматлит, 2001); Пер. на англ. яз.: Berestetskii V B, Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Quantum Electrodynamics* (Oxford: Butterworth-Heinemann, 1999)
- Salvat F et al. *Comput. Phys. Commun.* **90** 151 (1995)
- Muller R A et al. *Phys. Rev. A* **94** 041402(R) (2016)
- He J X et al. *Opt. Exp.* **21** 20230 (2013)
- Xie Z et al. *Sci. Rep.* **3** 03347 (2013)
- Miyamoto K et al. *Appl. Phys. Lett.* **104** 261104 (2014)
- Imai R et al. *Opt. Lett.* **39** 3714 (2014)
- Wei X et al. *Appl. Opt.* **54** 10641 (2015)
- Knyazev B A et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 163901 (2015)
- Choporova Yu Yu et al. *Phys. Rev. A* **96** 023846 (2017)
- Wu Z et al. *Opt. Exp.* **26** 1506 (2018)
- Bliokh K Y et al. *Phys. Rev. A* **82** 063825 (2010)
- Born M, Wolf E *Principles of Optics* (Oxford: Pergamon Press, 1968)

91. Guenther R D *Modern Optics* (New York: Wiley, 1990)
92. Dexheimer S L (ed.) *Terahertz Spectroscopy. Principles and Applications* (Boca Raton: CRC Press, 2008)
93. Wang X et al. *Opt. Commun.* **283** 4626 (2010)
94. Yu N et al. *Science* **334** 333 (2011)
95. Vitiello M S et al. *Opt. Exp.* **23** 5167 (2015)
96. Вакс В Л и др. *УФН* **184** 739 (2014); Vaks V L et al. *Phys. Usp.* **57** 684 (2014)
97. Вакс В Л и др. *Изв. вузов. Радиофизика* **59** 916 (2016); Vaks V L et al. *Radiophys. Quantum Electron.* **59** 821 (2017)
98. Knyazev B A, Kulipanov G N, Vinokurov N A *Meas. Sci. Technol.* **21** 054017 (2010)
99. Seidel W et al. *38th Intern. Conf. Infrared Millimeter Terahertz Waves 2013* 1 (2013) <https://doi.org/10.1109/IRMMW-THz.2013.6665462>
100. Kulipanov G N et al. *IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol.* **5** 798 (2015)
101. Соифер В А (Ред.) *Дифракционная компьютерная оптика* (М.: Физматлит, 2007)
102. Гончарский А В и др. *Введение в компьютерную оптику* (М.: Изд-во МГУ, 1991)
103. Durnin J J. *Opt. Soc. Am. A* **4** 651 (1987)
104. Goodman J W *Introduction to Fourier Optics* (San Francisco: McGraw-Hill, 1968); Пер. на русск. яз.: Гудмен Д *Введение в Фурье-оптику* (М.: Мир, 1970)
105. Durnin J, Miceli J J (Jr.), Eberly J H *Phys. Rev. Lett.* **58** 1499 (1987)
106. Lin Y et al. *Appl. Opt.* **31** 2708 (1992)
107. Jiang Z, Lu Q, Liu Z *Appl. Opt.* **34** 7183 (1995)
108. McGloin D, Dholakia K *Contemp. Phys.* **46** 15 (2005)
109. Пятницкий Л Н *Волновые бесселевы пучки* (М.: Физматлит, 2012)
110. Simon D S "Bessel beams, self-healing, and diffraction-free propagation", in *A Guided Tour of Light Beams: From Lasers to Optical Knots* (Santa Clara, CA: Morgan Claypool Publ., 2016)
111. Duocastella M et al. *Laser Photon. Rev.* **6** 607 (2012)
112. Courvoisier F et al. *Appl. Phys. A* **112** 29 (2013)
113. Purnapatra S B, Bera S, Mondal P P *Sci. Rep.* **2** 692 (2012)
114. Bitman A, Moshe I, Zalevsky Z *Opt. Lett.* **37** 4164 (2012)
115. Ok G et al. *Sensors* **13** 71 (2013)
116. Busch S F et al. *J. Infr. Millimeter. Terahertz Waves* **36** 318 (2015)
117. McLeod J H J. *Opt. Soc. Am.* **44** 592 (1954)
118. Volodkin B et al. *Opt. Quantum Electron.* **48** 223 (2016)
119. Андреев Н Е и др. *Квантовая электрон.* **23** 130 (1996); Andreev N E et al. *Quantum Electron.* **26** 126 (1996)
120. Дегтярев С А и др. *Компьютерная оптика* **38** 237 (1992)
121. Лаврентьев М А, Шабат Б В *Методы теории функций комплексного переменного* (М.: Наука, 1987)
122. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1989); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics. Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)
123. Dem'yanenko M A et al. *Appl. Phys. Lett.* **92** 131116 (2008)
124. Dem'yanenko M A et al. *J. Opt. Technol.* **76** 739 (2009)
125. Dem'yanenko M A et al. *Optoelectron. Instrum. Data Process.* **47** 109 (2011)
126. Knyazev B A et al. *J. Infr. Millimeter Terahertz Waves* **32** 1207 (2011)
127. Knyazev B A et al. *EPJ Web Conf.* **149** 05001 (2017)
128. Choporova Yu Yu, Knyazev B A, Mitkov M S *IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol.* **5** 836 (2015)
129. Arrizón V et al. *Opt. Lett.* **34** 1456 (2009)
130. Agafonov A N et al. *Optoelectron. Instrum. Data Process.* **49** 189 (2013)
131. Choporova Y Y et al. *EPJ Web Conf.* **149** 05003 (2017)
132. Knyazev B A et al. *41st Intern. Conf. Infrared Millimeter Terahertz Waves* (2016)
133. Choporova Y et al. *Phys. Procedia* **84** 175 (2016)
134. Allen L, Padgett M J *Opt. Commun.* **184** 67 (2000)
135. Berry M V, McDonald K T J. *Opt. A* **10** 035005 (2008)
136. Bekshaev A, Bliokh K Yu, Soskin M J. *Opt.* **13** 053001 (2011)
137. Arlt J J. *Mod. Opt.* **50** 1573 (2003)
138. Ghai D P, Senthilkumarana P, Sirohic R S *Opt. Laser Eng.* **47** 123 (2009)
139. Ferreira Q S et al. *Opt. Lett.* **36** 3106 (2011)
140. Masajada J *Opt. Commun.* **175** 289 (2000)
141. Kumar A, Vaity P, Singh R P *Opt. Commun.* **283** 4141 (2010)
142. Hickmann J M et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 053904 (2010)
143. Guo C-S, Yue S-J, Wei G-X *Appl. Phys. Lett.* **94** 231104 (2009)
144. Berkhout G C G, Beijersbergen M W J. *Opt. A* **11** 094021 (2009)
145. Sztul H I, Kartazayev V, Alfano R R *Opt. Lett.* **31** 2725 (2006)
146. Emile O, Emile J *Appl. Phys. B* **117** 487 (2014)
147. Agranovich V M, Mills D L (Eds) *Surface Polaritons: Electromagnetic Waves at Surfaces and Interfaces* (Oxford: Oxford Univ. Press, 1982)
148. Майер С А *Плазмоника: теория и приложения* (М. – Ижевск: РХД, 2011)
149. Климов В В *Наноплазмоника* (М.: Физматлит, 2010); Klimov V *Nanoplasmonic* (Boca Raton, FL: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2014)
150. Ремнев М А, Климов В В *УФН* **188** 169 (2018); Remnev M A, Klimov V V *Phys. Usp.* **61** (2) (2018) <https://doi.org/10.3367/2FUFNe.2017.08.038192>
151. Novotny L, Hecht B *Principles of Nano-Optics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2006) Пер. на русск. яз.: Новотный Л, Хехт Б *Основы нанооптики* (М.: Физматлит, 2009)
152. Jeon T-I, Grischkowsky D *Appl. Phys. Lett.* **88** 061113 (2006)
153. Gerasimov V V et al. *J. Opt. Soc. B* **30** 2182 (2013)
154. Gerasimov V V et al. *J. Opt. Soc. B* **33** 2196 (2016)
155. Nazarov M et al. *Opt. Commun.* **277** 33 (2007)
156. Gerasimov V V et al. *Opt. Exp.* **23** 33448 (2015)
157. Stegeman G I, Wallis R F, Maradudin A A *Opt. Lett.* **8** 386 (1983)
158. Kotelnikov I A, Gerasimov V V, Knyazev B A *Phys. Rev. A* **87** 023828 (2013)
159. Birr T et al. *Opt. Exp.* **23** 31755 (2015)
160. Knyazev B et al. "Quasi-Talbot effect with vortex beams and formation of vortex beamlet arrays" *Opt. Exp.* (2017) submitted
161. Heckenberg N R et al., in *Optical Vortices* (Horizons in World Physics, Vol. 228, Ed. M Vasnetsov) (Hauppauge, NY: Nova Sci. Publ., 1999) p. 75
162. Gatto A et al. *J. Opt.* **13** 064018 (2011)
163. Serbo V G et al. *Phys. Rev. A* **92** 012705 (2015); arXiv:1505.02587

Beams of photons with nonzero orbital angular momentum projection: new results

B.A. Knyazev^(1,2), V.G. Serbo^(2,3)

⁽¹⁾ Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, prosp. Akademika Lavrent'eva 11, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

⁽²⁾ Novosibirsk State University, ul. Pirogova 2, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

⁽³⁾ Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, prosp. Akademika Koptyuga 4, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

E-mail: ^(1,2) ba_knyazev@phys.nsu.ru, ^(2,3) serbo@math.nsc.ru

Solving Maxwell's equations in cylindrical coordinates yields states in quantum theory with definite values of energy $\hbar\omega$, longitudinal momentum $\hbar k_z$ and total angular momentum projection $\hbar m$ on the axis z (where $\hbar$ is the Planck constant). Experimentally, for the last quantity values of up to $m \sim 10^4$ have been obtained. The wave front of such a state is like a meat grinder screw, with the lines of force of the Poynting vector representing a screw line. From plane waves, such states differ by the nonzero orbital momentum projection on the direction of motion, and from spherical waves, by the definite direction of motion. For brevity, these states are referred to as 'twisted photons'. In this paper, recent experimental and theoretical results on twisted photons are reviewed, to which the present authors actively contributed. Detailed discussion is given to recent experiments on the production of high intensity beams of terahertz (140 μm) twisted photons performed on the Novosibirsk free-electron laser at the Budker Institute of Nuclear Physics. Recent theoretical work on the interaction of twisted photons with atoms is summarized. Due to their extra degree of freedom—the projection of the total angular momentum on the direction of motion—twisted photons represent a novel research tool of potentially wide application in physics.

Keywords: spin angular momentum, orbital angular momentum, beams of twisted photons, interaction of swirling photons with atoms, terahertz radiation

PACS numbers: **32.80.** – t, **41.60.** Cr, **42.79.** – e

Bibliography — 163 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **188** (5) 508 – 539 (2018)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.02.038306>

Received 15 January 2018, revised 13 February 2018

Physics – Uspekhi **61** (5) (2018)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2018.02.038306>