

К 60-ЛЕТИЮ ИНСТИТУТА ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г.И. БУДКЕРА СО РАН

## Лазеры на свободных электронах и их разработка в Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Н.А. Винокуров, О.А. Шевченко

*Обзор посвящён лазерам на свободных электронах (ЛСЭ) и их разработке в Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера (ИЯФ) СО РАН. Рассмотрены основы физики ЛСЭ. Представлены некоторые работы по этой тематике, выполненные в ИЯФ за последние 40 лет. Кратко описана уникальная научная установка "Новосибирский ЛСЭ".*

**Ключевые слова:** лазер на свободных электронах, ондулятор, когерентное излучение, электронный пучок

PACS number: 41.60.Cr

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.02.038311>

### Содержание

1. Введение (493).
  2. Спонтанное, вынужденное и когерентное излучения (494).
  3. Вынужденное ондуляторное излучение (497).
  4. Классический аналог соотношений Эйнштейна (500).
  5. Малое усиление слабого сигнала (501).
  6. Простейший ЛСЭ-генератор (502).
  7. Ограничения на параметры электронного пучка (503).
  8. Лазеры на свободных электронах с большим усилением (504).
  9. Работы по лазерам на свободных электронах в ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН (504).
  10. Мощный ЛСЭ Сибирского центра фотохимических исследований (505).
  11. Заключение (506).
- Список литературы (506).

### 1. Введение

В настоящем обзоре описаны лазеры на свободных электронах (ЛСЭ). Эта область применения электронных пучков важна и интересна сама по себе. Однако для нас она является также поводом для обсуждения ряда интересных физических явлений, позволяющих продемонстрировать работу общих законов электродинамики и частной теории относительности.

**Н.А. Винокуров.** Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, просп. Академика Лаврентьева 11, 630090 Новосибирск, Российская Федерация;  
Новосибирский государственный университет,  
ул. Пирогова 1, 630090 Новосибирск, Российская Федерация  
E-mail: [vinokurov@inp.nsk.ru](mailto:vinokurov@inp.nsk.ru)

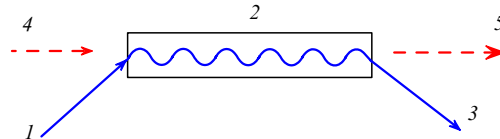
**О.А. Шевченко.** Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, просп. Академика Лаврентьева 11, 630090 Новосибирск, Российская Федерация

Статья поступила 15 января 2018 г.

Лазеры на свободных электронах (ЛСЭ) преобразуют энергию ультрарелятивистских электронов (т.е. электронов, энергия которых во много раз превышает их энергию покоя) в энергию электромагнитного излучения. ЛСЭ позволяют получать монохроматическое излучение на любой длине волны в диапазоне от 0,1 нм до 1 мм (семь порядков!), причём эта длина волны может относительно быстро перестраиваться на несколько десятков процентов.

Для того чтобы релятивистские электроны сильно (резонансно) взаимодействовали с электромагнитной волной, их траекторию, которая в пустом пространстве является прямой, делают слегка периодически искривлённой — в виде спирали или волнистой линии. Устройство с магнитным полем, необходимым для создания такой траектории, называют ондулятором или вигглером (см., например, [1]). Если при прохождении одного периода траектории электрон отстаёт от электромагнитной волны на одну длину волны (это условие называется условием синхронизма), то такая волна может эффективно замедлять электрон вдоль всей волнистой траектории. В этом случае поле излучения электрона будет складываться с полем начальной волны, усиливая последнюю (поскольку электрон замедляется, он теряет энергию, которая переходит в волну).

Принцип действия ЛСЭ состоит в следующем. Пусть электронный пучок и электромагнитная волна входят в ондулятор (рис. 1). Если энергия электронов и длина



**Рис. 1.** Схема ЛСЭ-усилителя: 1 — входящий электронный пучок, 2 — ондулятор, 3 — отработанные электроны, 4 — входящая электромагнитная волна, 5 — усиленная волна.

волны таковы, что удовлетворяется условие синхронизма, то одна половина электронов начинает терять энергию, а другая, поступившая в ондулятор на полпериода волны позднее, — набирать. Таким образом, сначала средняя энергия электронов не изменяется, но происходит её модуляция, т.е. пучок разбивается на слои толщиной в половину длины волны с чередующимся отклонением энергии от начальной. Частицы с меньшей энергией движутся медленнее, а с большей — быстрее. Поэтому "быстрые" слои догоняют "медленные" и, следовательно, возникает модуляция плотности электронов с пространственным периодом, равным длине волны. Далее повторяется то же, что происходило в первой половине ондулятора: одни "полуволновые" слои пучка замедляются электромагнитной волной, а другие — ускоряются, но теперь энергию теряют слои с большей плотностью частиц, а приобретают слои с меньшей плотностью. В результате средняя энергия электронов уменьшается, а мощность электромагнитной волны возрастает.

Так ЛСЭ усиливают электромагнитное излучение. Если, как и во многих других лазерах, на оси системы слева и справа от ондулятора установить два зеркала, то волна будет циркулировать между ними и, многократно проходя через ондулятор с электронами, каждый раз усиливаться. Конечно, возрастание интенсивности излучения ограничено. Одной из причин ограничения интенсивности (насыщения) может быть практически полное группирование электронов во второй половине ондулятора. В этом случае дальнейшее возрастание мощности излучения на входе ЛСЭ приводит к уменьшению группировки (разгруппировке) и, следовательно, к снижению мощности, передаваемой пучком в излучение.

Чтобы пояснить содержание трёх предыдущих абзацев, нам придётся вспомнить основы электродинамики и обсудить процессы, происходящие в ЛСЭ, более детально.

## 2. Спонтанное, вынужденное и когерентное излучения

Электромагнитные волны излучаются электронами, движущимися с ускорением. В макроскопических масштабах мощность излучения одного электрона очень мала. Значит, для практических целей надо использовать много электронов. Например, в пламени свечи и в газоразрядной лампе огромное количество атомов раскалённого газа (а в каждом таком атоме — электрон, движущийся вокруг ядра) испускает электромагнитное излучение. Для упрощения картины каждый атом можно мысленно заменить зарядом, закреплённым на конце пружинки. В некоторый момент времени  $t_n$  заряд с номером  $n$  смещается от положения равновесия, после чего начинаются колебания заряда. Двигаясь ускоренно, заряд излучает и теряет энергию. Поэтому через некоторое время колебания заряда и излучение прекращаются.

Другим примером элементарного излучателя является электрон, влетающий в момент  $t_n$  в ондулятор конечной длины. Для простоты предположим, что все "всплески" электрического поля  $E_1(t - t_n)$  одинаковы и различаются только временем "включения"  $t_n$ . Поле излучения многих зарядов будет равно сумме "всплесков"

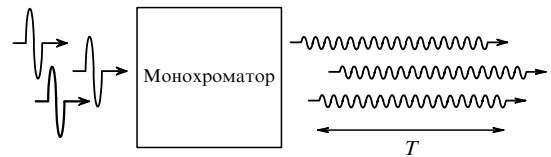


Рис. 2. "Всплески" излучения от трёх излучателей проходят через монохроматор. Из монохроматора выходят волновые пакеты с большой длительностью  $T$  и несущей частотой, на которую настроен монохроматор.

от каждого излучателя<sup>1</sup>:  $E(t) = \sum_n E_1(t - t_n)$ . Пропустим этот сигнал через монохроматор, или частотный фильтр (рис. 2). Как известно (см., например, [2]), монохроматор растягивает каждый всплеск излучения. Будем считать, что он преобразует всплеск  $E_1(t - t_n)$  в волновой пакет  $a \cos [\omega(t - t_n)] \vartheta(t - t_n) \vartheta(T - t + t_n)$  протяжённостью от 0 до  $T$  ( $\vartheta(t) = 1$  при  $t \geq 0$  и  $\vartheta(t) = 0$  при  $t < 0$ ). Тогда на выходе монохроматора получаем сигнал

$$E_M(t) = a \sum_n \cos [\omega(t - t_n)] \vartheta(t - t_n) \vartheta(T - t + t_n) = \operatorname{Re} \left[ \exp(-i\omega t) a \sum_n \exp(i\omega t_n) \vartheta(t - t_n) \vartheta(T - t + t_n) \right]. \quad (1)$$

Как видно из (1), комплексная амплитуда сигнала  $\sum_n a \exp(i\omega t_n)$  представляет собой сумму комплексных амплитуд отдельных излучателей, причём в этой сумме учитываются только излучатели с  $t - T < t_n < t$ . Если мы имеем дело со стационарным процессом, то известна средняя частота срабатываний излучателей  $\nu$ . Тогда среднее число суммируемых амплитуд  $N = \nu T$ . Как правило, это огромное число. Более того, улучшая спектральное разрешение монохроматора, мы увеличиваем длительность  $T$  его отклика. Поэтому в пределе идеального монохроматора  $N$  неограниченно возрастает. Для увеличения спектральной плотности сигнала, пропорциональной квадрату модуля комплексной амплитуды поля,

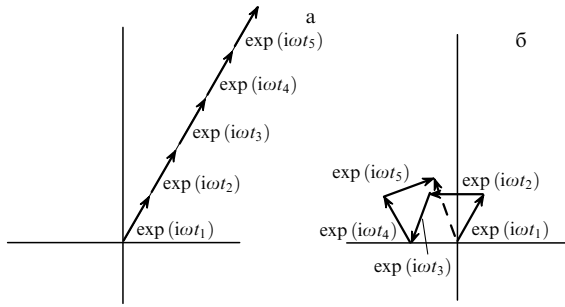
$$\left| \sum_n a \exp(i\omega t_n) \right|^2 = \sum_m \sum_n a^2 \exp[i\omega(t_n - t_m)], \quad (2)$$

следует подобрать все времена срабатывания излучателей так, чтобы фазы гармоник  $\omega t_n$  были одинаковыми (с точностью до  $2\pi$ ), как показано на рис. 3а. Можно, например, впускать электроны в ондулятор с временной задержкой относительно друг друга, равной целому числу  $q$  периодов, т.е.  $2\pi q/\omega$ . Сделать это непросто, но в принципе это реализуется в лазерах на свободных электронах (см. далее). Когда все элементарные излучатели оптимально синхронизованы (сфазированы), то говорят, что происходит когерентное излучение<sup>2</sup>. В этом случае амплитуда сигнала на выходе монохроматора равна (в среднем)  $Na$ .

В "типичном" случае вклады отдельных излучателей имеют разные фазы (рис. 3б). Найдём средний квадрат

<sup>1</sup> Для простоты здесь считаем, что все излучатели находятся на одном и том же расстоянии от регистрирующего прибора, поэтому координата излучателя не вошла в аргумент поля.

<sup>2</sup> К сожалению, термин "когерентность" применяется для очень многих физических явлений, причём в разных смыслах.



**Рис. 3.** Сложение спектральных гармоник от пяти излучателей: (а) когерентное излучение, (б) "типичный" случай. Сумма показана штриховой стрелкой.

модуля комплексной амплитуды сигнала (2), но сначала уточним понятие термина "среднее значение".

**Замечание об усреднении.** Пусть имеется некоторая система, характеризующаяся  $N$  числами, например  $t_1, t_2, \dots, t_N$ . В пространстве параметров системы задаётся неотрицательная функция  $f(t_1, t_2, \dots, t_N)$ , нормированная на единицу,  $\int f dt_1 \dots dt_N = 1$ , где интеграл берётся по всей области допустимых значений параметров системы. Эта функция называется плотностью вероятности или функцией распределения. Её смысл обычно объясняют так. Пусть априори параметры системы не известны. Мы находим их с помощью каких-либо измерений. Пусть, кроме того, имеется очень большое число эквивалентных экземпляров рассматриваемой системы, и у каждого из них мы измерили параметры. Тогда доля экземпляров, попавших в малый  $N$ -мерный параллелепипед, описываемый неравенствами  $s_1 - \Delta t_1/2 < t_1 < s_1 + \Delta t_1/2, \dots, s_N - \Delta t_N/2 < t_N < s_N + \Delta t_N/2$  (точнее, её предел при неограниченном увеличении числа экземпляров и неограниченном уменьшении размеров параллелепипеда), равна  $f(s_1, \dots, s_N) \Delta t_1 \dots \Delta t_N$ .

Плотность вероятности напоминает рассуждения Платона о идеальных предметах, более реальных, чем наблюдаемые нами их несовершенные воплощения. "Воплощением" функции распределения являются гистограммы. Пространство параметров разбивается на конечные области, для конечного числа экземпляров системы проводятся измерения, а затем подсчитывается число экземпляров, попавших в данную область пространства параметров.

Математически плотность вероятности хорошо определена, так как она задаёт меру множеств в пространстве параметров. Средним значением или математическим ожиданием некоторой функции  $G(t_1, t_2, \dots, t_N)$  называется число

$$\langle G \rangle = \int G f dt_1 \dots dt_N. \tag{3}$$

Теперь мы выяснили, что такое среднее. Но для вычисления средней спектральной плотности (2) должна быть известна плотность вероятности. Во-первых, предположим, что излучатели статистически независимы. Это означает (по определению), что плотность вероятности является произведением  $N$  функций, каждая из которых зависит только от одного времени  $t_n$ . Кроме того, ввиду одинаковости излучателей эти функции должны быть одинаковы. Как это получается? Рассмотрим при-

мер электронов в ондуляторе. Электроны появились, например, с поверхности катода, нагретого до высокой температуры. Как правило, соседние по времени электроны вылетают из участков поверхности, расстояние между которыми довольно велико (несколько миллиметров). Поэтому вылет одного электрона никак не влияет на движение другого. Тогда и говорят о независимости движения разных электронов. Эта независимость может затем нарушаться. Например, вылетевшие с катода электроны взаимно расталкиваются (электрическое поле каждого электрона изменяет импульсы других) и "выстраиваются" примерно на одинаковых расстояниях друг от друга<sup>3</sup>. Тогда многочастичная функция распределения уже не будет распадаться на одночастичные сомножители.

Возвращаясь к обсуждению спонтанного, вынужденного и когерентного излучения, для дальнейшего упрощения рассмотрим стационарный процесс, в котором все плотности вероятности постоянны (т.е. не зависят от времени). Следовательно,  $\langle \exp(i\omega t_n) \rangle = 0$  и

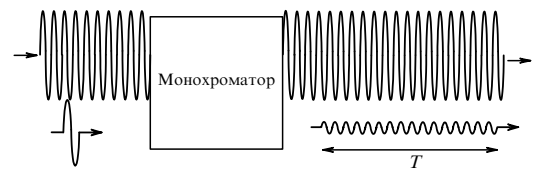
$$\left\langle \left| \sum_n a \exp(i\omega t_n) \right|^2 \right\rangle = \sum_n a^2 = Na^2.$$

Последнее означает, что средняя спектральная интенсивность излучения независимых излучателей является суммой спектральных интенсивностей отдельных излучателей. Заметим, что в этом случае мы сильно (в  $N$  раз) проигрываем по спектральной интенсивности по сравнению с таковой при когерентном излучении (когда все излучатели идеально синхронизованы)<sup>4</sup>. Излучение ансамбля статистически независимых (несинхронизованных) излучателей называют спонтанным излучением.

Теперь несколько изменим эксперимент (рис. 4). Пусть кроме излучателя имеется "внешняя" плоская монохроматическая волна с частотой, на которую настроен монохроматор, и комплексной амплитудой  $A$ . Сигнал на выходе монохроматора мы снова можем изобразить на векторной диаграмме (рис. 5).

Мощность выходного сигнала пропорциональна

$$|A + a \exp(i\omega t)|^2 = |A|^2 + 2 \operatorname{Re} [Aa \exp(-i\omega t)] + a^2,$$



**Рис. 4.** "Всплеск" от излучателя и монохроматический сигнал проходят через монохроматор.

<sup>3</sup> Это явление использовалось для подавления флуктуаций тока в электронных пучках малошумящих ламп бегущей волны.

<sup>4</sup> В случае бесконечно длившегося процесса спектральная плотность (предел мощности на выходе монохроматора при сужении полосы монохроматора, т.е. при  $N \rightarrow \infty$ ) ондуляторного излучения частиц, пролетающих ровно через промежуток времени  $2\pi/\omega_0$ , имеет вид бесконечно узкого пика, т.е. пропорциональна дельта-функции  $\delta(\omega - \omega_0)$ . Тогда говорят, что спектр излучения — дискретный.

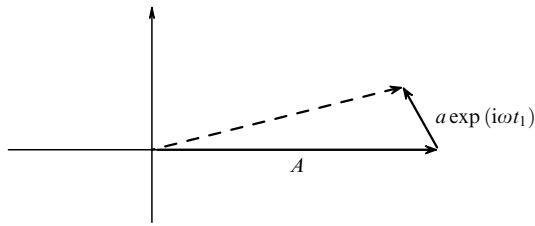


Рис. 5. Сложение спектральной гармоники излучателя с монохроматическим сигналом. Сумма показана штриховой стрелкой.

т.е. равна сумме мощности монохроматического сигнала, интерференционного члена и вклада спонтанного излучения  $a^2$ . Сужая частотную полосу монохроматора, мы уменьшаем амплитуду поля излучателя  $a$  на выходе монохроматора. Так как энергия прошедшего сигнала  $a^2 T$  пропорциональна полосе монохроматора  $1/T$ , амплитуда  $a$  при сужении полосы монохроматора убывает как  $1/T$ . Поэтому для достаточно хорошего монохроматора комплексная амплитуда сигнала излучателя много меньше амплитуды монохроматического сигнала. При этом вклад спонтанного излучения в прошедшую через монохроматор энергию

$$|A + a \exp(i\omega t_1)|^2 T = |A|^2 T + 2 \operatorname{Re} [A a \exp(-i\omega t_1)] T + a^2 T$$

стремится к нулю, а вклад интерференционного члена остаётся конечным. Если имеется много излучателей, не синхронизированных с монохроматическим сигналом, то  $\langle \exp(i\omega t_1) \rangle = 0$ . При этом усреднение можно понимать как суммирование по большому числу излучателей с последующим делением результата на число излучателей. Итак, в среднем интерференционный член равен нулю, и мощность на выходе равна сумме мощности монохроматического сигнала и мощности спонтанного излучения, быстро убывающей при сужении полосы монохроматора.

На самом деле это не всегда так. Дело заключается в том, что монохроматическая волна, прежде чем попасть в монохроматор, могла находиться в той же области пространства, что и излучатель, и воздействовать на него. В этом случае движение электронов в излучателе изменилось, причём это изменение зависело от фазы внешней волны, так что фазы излучателей несколько сдвинулись и средний интерференционный член, вообще говоря, стал отличным от нуля. Если суммарная мощность при этом уменьшилась, то говорят, что излучатели поглощают стороннюю волну. В противном случае они её усиливают. Тогда и говорят о вынужденном излучении, в том смысле, что излучатели отдают энергию в поле излучения быстрее, чем при самопроизвольном (спонтанном) излучении в отсутствие сторонней волны.

Чтобы продвинуться далее, надо описать конкретные механизмы синхронизации излучателей сторонней волной. Рассмотрим сначала упоминавшуюся выше простую модель атома — заряд на пружинке. Для того чтобы такая модель хорошо работала, надо, чтобы частота колебаний осциллятора зависела от амплитуды колебаний. Это свойство осцилляторов, называемое неизохронностью, довольно обычно. Например, частота колебаний маятника уменьшается с возрастанием амплитуды колебаний. Другой практически важный пример —

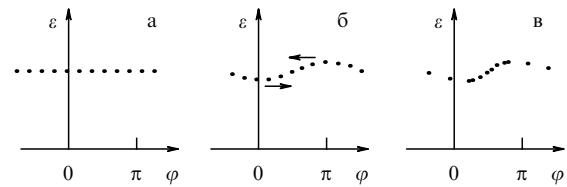


Рис. 6. Фазовая группировка осцилляторов в поле волны. (а) Начальное состояние. Все осцилляторы имеют одинаковые энергии и равномерно распределены по фазе. (б) Одни осцилляторы потеряли энергию, а другие — приобрели. Распределение по фазе ещё практически равномерное, но вследствие зависимости частоты от энергии фазы начали сдвигаться, как показано стрелками. (в) Из-за сдвига фаз появились уплотнение вблизи  $\varphi = \pi/2$  и разрежение вблизи  $\varphi = -\pi/2$ .

вращение<sup>5</sup> электрона в однородном магнитном поле с частотой, убывающей с возрастанием энергии электрона.

Итак, пусть имеется ансамбль одинаковых излучателей-осцилляторов, колеблющихся сначала с одинаковыми амплитудами, причём частота колебаний на этой амплитуде совпадает с частотой сторонней волны. Положим, что сначала излучатели распределены по фазам колебаний  $\omega t_n$  равномерно, т.е.  $\langle \exp(i\omega t_n) \rangle = 0$ . Начальное распределение осцилляторов в плоскости фаза — энергия показано на рис. 6а.

Так как энергия, передаваемая осциллятором внешней волне, пропорциональна  $2 \operatorname{Re} [A a \exp(-i\omega t_n)] T$ , половина осцилляторов теряет энергию, а другая — приобретает (рис. 6б) и среднего обмена энергией между осцилляторами и волной нет. Однако энергия каждого осциллятора изменяется в зависимости от его начальной фазы. Вследствие этого изменения энергии изменяется частота колебаний осциллятора. Пусть, для определённости, частота убывает с возрастанием энергии. Тогда у излучателей с фазами, близкими к нулю, частота повысится, а у излучателей с фазами, близкими к  $\pi$ , — понизится. Фазы излучателей, теряющих энергию, будут возрастать, а у набирающих энергию — уменьшаться. В результате через некоторое время распределение по фазам станет неравномерным — мы получим сгущение вблизи фазы  $\pi/2$  и разрежение вблизи фазы  $-\pi/2$  (рис. 6в). Поскольку обмена энергией между излучателем и волной при этих фазах не происходит, не будет ни усиления, ни поглощения. С другой стороны, фазировка излучателей может быть интересна сама по себе. Например, их излучение окажется до некоторой степени когерентным, в том смысле, что сумма их спектральных гармоник будет выглядеть как нечто промежуточное между таковыми, представленными на рис. 3а и б.

Для того чтобы передать часть энергии осцилляторов внешней волне, т.е. усилить последнюю, надо сдвинуть относительную фазу осцилляторов (уже распределённых по фазам неравномерно) и волны. Проще всего это сделать, введя начальную расстройку (разность) частот волны  $\omega$  и осцилляторов  $\Omega(\epsilon_0)$ . Тогда распределения осцилляторов, показанные на рис. 6, будут "плыть" по фазе со скоростью  $\Omega(\epsilon_0) - \omega$ . Если начальная энергия  $\epsilon_0$  немного больше синхронной энергии  $\epsilon_s$ , при которой частоты осциллятора и волны совпадают, то вышеука-

<sup>5</sup> Вращение эквивалентно колебаниям по двум координатам.

занная скорость отрицательна и распределения "плывут" влево. Значит, за время  $\pi/[2(\omega - \Omega(\varepsilon_0))]$  уплотнение при фазе  $\pi/2$  сместится в нулевую фазу, где отбор энергии максимален, а разрежение при  $-\pi/2$  — в фазу  $\pi$  с максимальной скоростью набора энергии. Как и в случае нулевой расстройки, одни осцилляторы отдают энергию волне, а другие отбирают энергию у неё, но теперь первых стало больше. Поэтому при начальных энергиях осцилляторов, превышающих синхронную энергию, волна усиливается. Наоборот, при начальных энергиях, меньших синхронной, происходят поглощение (в среднем) энергии излучателями-осцилляторами и ослабление сторонней волны. Заметим, что в обоих случаях средняя энергия излучателей приближается к синхронной.

Простая модель, изложенная выше, была предложена в середине XX в. (см., например, книгу [3] и приведённые там ссылки на оригинальные работы) и использована А.В. Гапоновым-Греховым с сотрудниками при изобретении и разработке нового класса усилителей электромагнитного излучения — мазеров на циклотронном резонансе, или гиротронов. В этих приборах электроны движутся в однородном магнитном поле по спиральным траекториям. Вращение электронов приводит к тому, что они излучают на циклотронной частоте. Гиротроны используют явление вынужденного излучения этих электронов. Сегодня гиротроны позволяют получать излучение со средней мощностью порядка 1 МВт в миллиметровом диапазоне длин волн.

В реальных системах излучатели имеют разные начальные энергии. Тогда для усиления внешнего сигнала надо, чтобы излучателей с энергией, превышающей синхронную, было больше, чем излучателей с меньшей энергией. Такое начальное состояние называется "инверсной заселённостью". Это название связано с тем, что в термодинамическом равновесии функция распределения убывает с возрастанием энергии (соответствующее распределение называется распределением Гиббса). Поэтому в природе, где в основном имеет место локальное термодинамическое равновесие, преобладают процессы поглощения волн. Поглощение волны резонансными частицами впервые теоретически было описано Л.Д. Ландау [4], который исследовал затухание продольной плазменной волны. Можно сказать, что затухание Ландау — это следствие поглощения (т.е. вынужденного процесса) продольных плазменных волн электронами плазмы<sup>6</sup>. Для некоторых неравновесных распределений электронов плазмы по энергиям может происходить усиление плазменных волн, т.е. такие состояния плазмы неустойчивы.

### 3. Вынужденное ондуляторное излучение

Рассмотрим подробнее вынужденное ондуляторное излучение. Для выяснения механизма синхронизации электронов в ондуляторе надо установить, как внешняя электромагнитная волна влияет на движение электронов. Рассмотрим простейший случай плоского ондулятора [1] с периодом  $\lambda_w = 2\pi/k_w$ , магнитное поле которого в плоскости  $xz$  имеет только одну компоненту,  $B_y = -B \cos(k_w z)$ , и электрона, движущегося в этом поле

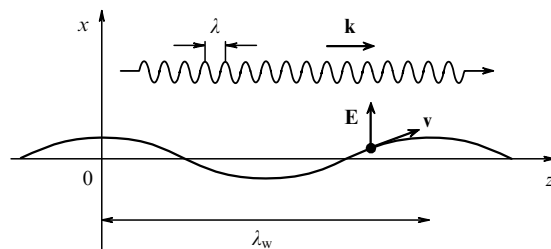


Рис. 7. Электрон движется вдоль косинусоидальной траектории. Плоская электромагнитная волна распространяется вдоль оси z.

вдоль траектории

$$x \approx \frac{K}{\gamma k_w} \cos(k_w z), \quad y = 0, \tag{4}$$

где  $\gamma$  — релятивистский фактор (отношение энергии электрона к его энергии покоя),  $K = eB/(k_w m c^2)$  — так называемый параметр ондуляторности,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона,  $c$  — скорость света. Здесь и далее мы предполагаем, что  $\gamma \gg 1$  и  $K/\gamma \ll 1$ . Пусть вдоль оси  $z$  распространяется плоская монохроматическая волна  $E_x = E \cos(kz - \omega t)$ ,  $k = \omega/c$  (рис. 7). Мы будем рассматривать эту волну как слабое возмущение, которое практически не изменяет траекторию электрона. Для выяснения критерия применимости такого приближения удобно перейти в сопутствующую систему отсчёта, движущуюся вдоль оси  $z$  со средней скоростью электрона

$$\bar{v}_z \approx c \left( 1 - \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2} \right) = c \left( 1 - \frac{1}{2\gamma_{\parallel}^2} \right).$$

В сопутствующей системе отсчёта электрон колеблется в поле двух встречных волн<sup>7</sup>

$$E_{cx} = \frac{E}{2\gamma_{\parallel}} \cos \left[ \frac{k}{2\gamma_{\parallel}} (z - ct) \right] + \gamma_{\parallel} B \cos [\gamma_{\parallel} k_w (z + \bar{v}_z t)]. \tag{5}$$

Поэтому критерий слабости электромагнитной волны имеет вид  $E \ll 2\gamma_{\parallel}^2 B$ , что выполняется в большинстве практически интересных случаев.

Работа, совершаемая полем волны над электроном при его малом смещении вдоль траектории, равна  $-eE_x dx$ . Тогда изменение энергии  $\varepsilon = \gamma m c^2$  электрона можно выразить как

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = -eE_x \frac{dx}{dz} \approx \frac{eEK}{\gamma} \cos(kz - \omega t) \sin(k_w z). \tag{6}$$

При выводе формулы (6) мы предположили, что поле волны мало влияет на траекторию движения электрона. В качестве второй переменной, описывающей движение, можно выбрать время прихода электрона в точку с координатой  $z$ . Тогда

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dz} &= \frac{1}{v_z} = \frac{1}{\beta c} \sqrt{1 + \left( \frac{dx}{dz} \right)^2} \approx \\ &\approx \frac{1}{c} \left[ 1 + \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2} - \frac{K^2}{4\gamma^2} \cos(2k_w z) \right]. \end{aligned} \tag{7}$$

<sup>6</sup> Продольные плазменные волны могут иметь фазовую скорость, меньшую скорости электрона. Именно такие волны излучает электрон, движущийся равномерно и прямолинейно.

<sup>7</sup> Движение электронов в поле встречных волн и его связь с вынужденным комптоновским рассеянием исследованы П.Л. Капицей и П.А.М. Дираком [5].

Система дифференциальных уравнений (6) и (7) полностью описывает продольное движение электрона в ондуляторе под действием электромагнитной волны. Эти уравнения выглядят достаточно сложными, но в процессе упрощения выявится их физический смысл и станет очевидным характер решений. Правая часть уравнения (6), которая может быть названа эффективной продольной силой, пропорциональна величине

$$\cos(kz - \omega t) \sin(k_w z) = \frac{1}{2} \sin[(k + k_w)z - \omega t] - \frac{1}{2} \sin[(k - k_w)z - \omega t], \quad (8)$$

т.е. является суммой двух бегущих волн. Первый член в правой части (8) имеет фазовую скорость  $\omega/(k + k_w) = c/(1 + k_w/k)$ , меньшую скорости света, а второй — фазовую скорость  $\omega/(k - k_w) = c/(1 - k_w/k)$ , т.е. большую скорости света<sup>8</sup>. Если электрон будет двигаться вдоль оси  $z$  со скоростью медленной волны, то вклад первого члена в правой части выражения (8) в продольную силу (6) будет постоянным и на достаточно большой длине ондулятора может значительно изменить энергию электрона. Назовём энергию такого электрона синхронной и запишем условие равенства скоростей, называемое условием синхронизма, заменяя скорость электрона её средним по периоду ондулятора значением из (7):

$$c \left( 1 - \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2} \right) = c \frac{k}{k + k_w}, \quad (9)$$

или

$$\lambda \approx \lambda_w \frac{1 + K^2/2}{2\gamma^2}. \quad (10)$$

Простое объяснение условия синхронизма состоит в следующем. Так как электрическое поле направлено вдоль оси  $x$ , изменение энергии частицы происходит на наклонных участках траектории. Пусть электрон пролетает некоторое место, например,  $z = \lambda_w/4$ , в момент, когда поле волны в этом месте максимально, например при  $t = \lambda_w/(4c)$ . Тогда мощность, передаваемая электрону, равна  $eEvK/\gamma$ . В точку, отстоящую на  $\lambda_w/2$ , электрон попадёт через время  $\lambda_w/(2v_z)$ . При этом фаза силы, действующей на него со стороны волны, изменится на

$$k \frac{\lambda_w}{2} - \omega \frac{\lambda_w}{2v_z} = k \frac{\lambda_w}{2} \left( 1 - \frac{c}{v_z} \right) = \pi, \quad (11)$$

т.е. при выполнении условия синхронизма (10) сила сменит знак. Но поперечная составляющая скорости тоже имеет другой знак в этой точке. В результате передаваемая мощность останется той же. Итак, электрон будет ускоряться вдоль всего ондулятора (до тех пор пока из-за увеличения энергии не нарушится условие синхронизма). Наоборот, другой электрон с той же (синхронной) энергией, но отстающий от первого по времени на  $\pi/\omega$ , будет всё время замедляться.

Формула (10) совпадает с выражением для длины волны спонтанного ондуляторного излучения (см., на-

пример, [1]) под нулевым углом (излучения вперёд). Это совпадение, конечно, неслучайно. Если представить свободное (без зарядов) электромагнитное поле в виде суммы большого числа плоских волн с различными волновыми векторами и поляризациями, то излучение — это действие заряда на эти плоские волны (осцилляторы поля), причём энергия передаётся от заряженной частицы каждой волне. Формула (6) описывает действие волны на заряд. В обоих случаях условие синхронизма обеспечивает значительную передачу энергии в течение относительно большого времени. Если условие синхронизма не выполняется, то скорость передачи энергии от частицы к волне (и обратно) всё время меняет знак и суммарная передача энергии мала. Отметим, что модель поля излучения как совокупности независимых плоских волн сильно отличается от представления о поле излучения как об "оторвавшейся" части электростатического поля. В классической электродинамике эти две модели согласуются между собой и их поочерёдное применение позволяет лучше разобраться в физике различных явлений. Квантовая электродинамика опирается на модель независимых волн, и, по-видимому, в связи с этим возникают некоторые противоречия.

Возвращаясь к условию синхронизма, предположим, что оно выполняется для энергии  $\varepsilon$  приближённо, т.е.  $\varepsilon = \varepsilon_s(1 + \delta)$ , где

$$\frac{\varepsilon_s}{mc^2} = \gamma_s = \sqrt{\frac{(1 + K^2/2)\lambda_w}{2\lambda}}, \quad \delta \ll 1.$$

Выразим время прихода  $t$  через медленную (вследствие приближённого выполнения условия синхронизма) фазу синхронной волны (фазу медленной пространственной гармоники)

$$\varphi = (k + k_w)z - \omega t - kK^2 \frac{\sin(2k_w z)}{8k_w \gamma_s^2} + \pi.$$

Можно сказать, что  $\varphi - \pi$  — это фаза усреднённой по периоду ондулятора эффективной продольной силы, действующей на электрон. Наконец, будем измерять длину ондулятора в периодах, делённых на  $2\pi$ , т.е. введём безразмерную независимую переменную  $\zeta = k_w z$ . После этих замен и отбрасывания быстро осциллирующих (с периодом ондулятора) членов в правой части (6) уравнения продольного движения электрона (6) и (7) примут простой вид:

$$\frac{d\delta}{d\zeta} = -A \sin \varphi, \quad (12)$$

где

$$A = \frac{eE\lambda K}{2\pi mc^2(1 + K^2/2)} \left[ J_0 \left( \frac{K^2}{4 + 2K^2} \right) - J_1 \left( \frac{K^2}{4 + 2K^2} \right) \right]$$

( $J_0$  и  $J_1$  — функции Бесселя),

$$\frac{d\varphi}{d\zeta} = 2\delta. \quad (13)$$

Систему дифференциальных уравнений (12), (13) можно представить в виде одного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2} + 2A \sin \varphi = 0. \quad (14)$$

<sup>8</sup> Можно сказать, что из-за периодической модуляции взаимодействия электрона с волной (см. (6)) в эффективной продольной силе появляются быстрая и медленная пространственные гармоники, аналогично тому, как это происходит в периодических ускоряющих структурах линейных ускорителей заряженных частиц и периодических замедляющих системах ламп бегущей волны [3, 6].

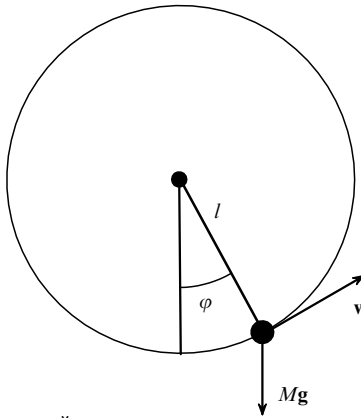


Рис. 8. Математический маятник.

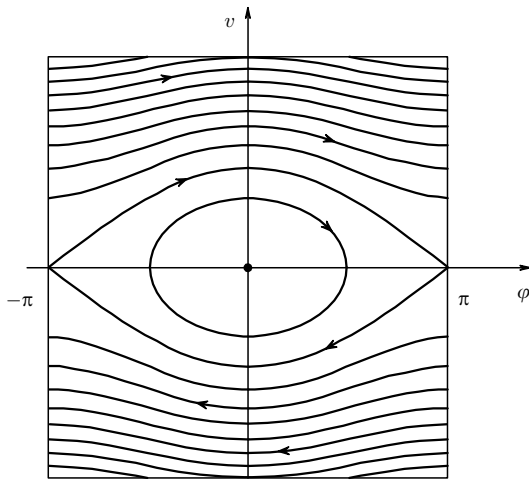


Рис. 9. Фазовые траектории математического маятника. Стрелками показаны направления движения вдоль фазовых траекторий.

Поведение решений этих уравнений легко проанализировать стандартными методами механики, но, кроме того, мы используем механическую аналогию — так называемый математический маятник — груз малого размера массой  $M$ , вращающийся вокруг шарнира на стержне длиной  $l$  (рис. 8).

Уравнения движения такого маятника  $dv/dt = -g \sin \varphi$  (второй закон Ньютона) и  $d\varphi/dt = v/l$  с точностью до обозначений совпадают с уравнениями продольного движения (12) и (13). Полная энергия математического маятника  $M[v^2/2 + gl(1 - \cos \varphi)]$  сохраняется. Следовательно, если мы нарисуем линии постоянной энергии на плоскости динамических переменных — скорости  $v$  и угла  $\varphi$  (рис. 9), то движение маятника будет изображаться движением точки на этой (фазовой) плоскости вдоль одной из линий постоянной энергии.

Фазовая траектория в виде овала соответствует колебательному движению. Волнистые линии соответствуют вращению: верхние — против часовой стрелки (так как  $v > 0$ ), нижние — по часовой стрелке. Две косинусоиды отделяют замкнутые фазовые траектории (колебания) от незамкнутых (вращений), т.е. образуют сепаратрису. Они изображают движение маятника с полной энергией  $2Mgl$ , останавливающегося в верхнем положении (т.е. при  $\varphi = \pm\pi$ ). Заметим, что уравнения (12)–(14) описывают продольное движение в линейных ускорителях заряженных частиц [6].

Несмотря на качественную простоту поведения решенной интересующей нас системы (12), (13), её точные решения выражаются через эллиптические функции Якоби (см., например, [7]). Простое аналитическое решение может быть получено для малой амплитуды электромагнитной волны  $A$ . Тогда решение можно представить в виде рядов по параметру  $A$ :

$$\begin{aligned} \delta(\zeta) &= \delta^{(0)}(\zeta) + A\delta^{(1)}(\zeta) + A^2\delta^{(2)}(\zeta) + \dots, \\ \varphi(\zeta) &= \varphi^{(0)}(\zeta) + A\varphi^{(1)}(\zeta) + A^2\varphi^{(2)}(\zeta) + \dots \end{aligned} \tag{15}$$

Верхние индексы в скобках показывают, что это разные функции (можно было бы обозначить эти функции разными буквами). Подставляя это разложение в решаемую систему и приравнявая множители при одинаковых степенях  $A$  в левых и правых частях, можно последовательно найти решения нулевого, первого и других порядков.

Уточним теперь физическую постановку задачи. Она очень похожа на ту, которую мы обсуждали для ансамбля излучателей-осцилляторов. Предположим, что в ондулятор влетают электроны, равномерно распределённые по фазам. Например, они могут влетать через равные промежутки времени, не кратные периоду волны  $2\pi/\omega$ . Энергию этих электронов  $\epsilon_0 = \epsilon_s(1 + \delta_0)$  будем считать одинаковой. Требуется найти среднее изменение энергии электронов на выходе ондулятора длиной  $L = q\lambda_w$ , т.е. при  $\zeta = k_w L = 2\pi q$ . Для этого надо найти решение системы (12), (13) с начальными условиями  $\delta_0, \varphi_0$ , а затем усреднить  $\delta$  по  $\varphi_0$ .

Можно было бы пропустить последующие вычисления, но, как будет видно, они помогают представить ясную картину процесса вынужденного ондуляторного излучения. Уравнения (12) и (13) после подстановки в них разложений (15) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{d\delta^{(0)}}{d\zeta} + A \frac{d\delta^{(1)}}{d\zeta} + A^2 \frac{d\delta^{(2)}}{d\zeta} + \dots &= \\ = -A \sin(\varphi^{(0)} + A\varphi^{(1)} + A^2\varphi^{(2)} + \dots) &= \\ = -A \sin \varphi^{(0)} - A^2 \varphi^{(1)} \cos \varphi^{(0)} + \dots, \end{aligned} \tag{16}$$

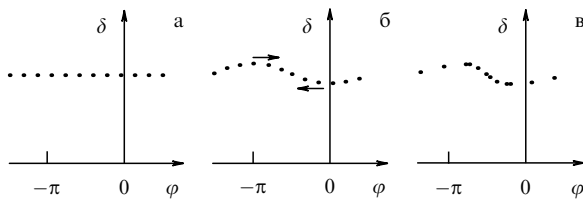
$$\begin{aligned} \frac{d\varphi^{(0)}}{d\zeta} + A \frac{d\varphi^{(1)}}{d\zeta} + A^2 \frac{d\varphi^{(2)}}{d\zeta} + \dots &= \\ = 2\delta^{(0)}(\zeta) + 2A\delta^{(1)}(\zeta) + 2A^2\delta^{(2)}(\zeta) + \dots \end{aligned} \tag{17}$$

В нулевом порядке по безразмерной амплитуде волны  $A$ , т.е. при  $A = 0$ , энергия постоянна, т.е.  $\delta^{(0)}(\zeta) = \delta_0$ . Тогда интегрирование (17) даёт  $\varphi^{(0)}(\zeta) = \varphi_0 + 2\delta_0\zeta$ . Последнее равенство показывает, что частицы с большей энергией движутся быстрее синхронной частицы, поэтому фаза  $\varphi$  действующей на них силы возрастает. Подставляя  $\varphi^{(0)}$  в (16), найдём

$$\delta^{(1)} = - \int_0^\zeta \sin[\varphi^{(0)}(\zeta')] d\zeta' = - \frac{\sin(\delta_0\zeta) \sin(\varphi_0 + \delta_0\zeta)}{\delta_0} \tag{18}$$

Динамика электронов наглядно представлена на рис. 10, аналогичном рис. 6.

Из формулы (18) видно, что в первом порядке одна половина частиц ( $0 \leq \varphi_0 + \delta_0\zeta < \pi$ ) теряет энергию, а



**Рис. 10.** Изменение энергий частиц, движущихся в ондуляторе, под действием попутной электромагнитной волны. (а) Начальное состояние. Все электроны имеют одинаковые энергии и равномерно распределены по фазе (т.е. по времени влёта в ондулятор). (б) Одни частицы потеряли энергию, а другие — приобрели. Распределение по фазе ещё практически равномерное, но фазы начали сдвигаться, как показано стрелками, вследствие зависимости частот от энергии. (в) Из-за сдвига фаз появились уплотнение вблизи фазы  $-\pi/2$  и разрежение вблизи фазы  $\pi/2$ .

другая — приобретает (рис. 10б) и средний обмен энергией между частицами и волной отсутствует. Это вполне понятно — в нашем приближении ещё не учтена группировка частиц, которая появляется (рис. 10в) в том же первом приближении из-за поправки первого порядка к энергиям частиц:

$$\varphi^{(1)} = 2 \int_0^{\zeta} \delta^{(1)}(\zeta') d\zeta' = \frac{\sin(\varphi_0 + 2\delta_0\zeta) - \sin\varphi_0}{2\delta_0^2} - \frac{\zeta \cos\varphi_0}{\delta_0}. \quad (19)$$

Как группировка зависит от начальной фазы, можно увидеть, записав

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\varphi_0} &\approx \frac{d\varphi^{(0)}}{d\varphi_0} + A \frac{d\varphi^{(1)}}{d\varphi_0} = \\ &= 1 + A \left[ \frac{\cos(\varphi_0 + 2\delta_0\zeta) - \cos\varphi_0}{2\delta_0^2} + \frac{\zeta \sin\varphi_0}{\delta_0} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Эта величина показывает, во сколько раз растягивается интервал начальных фаз  $d\varphi_0$ . Так как число частиц, заключённых в этом интервале, сохраняется, во столько же раз уменьшается начальная плотность частиц (пропорциональная мгновенному значению тока электронного пучка). С учётом группировки количество замедленных и ускоренных частиц будет разным и средняя энергия будет изменяться вдоль ондулятора. Это видно из поправки второго порядка

$$\begin{aligned} \delta^{(2)} &= - \int_0^{\zeta} \varphi^{(1)}(\zeta') \cos[\varphi^{(0)}(\zeta')] d\zeta' = \\ &= \frac{1}{4\delta_0^3} [\cos(2\delta_0\zeta) - 1 + 2\delta_0\zeta \cos^2\varphi_0 \sin(2\delta_0\zeta) + \\ &+ 2\delta_0\zeta \sin\varphi_0 \cos\varphi_0 \cos(2\delta_0\zeta)] - \frac{\sin(2\delta_0\zeta) \sin(2\varphi_0 + 2\delta_0\zeta)}{8\delta_0^3}. \end{aligned} \quad (21)$$

Отсюда для среднего по начальным фазам изменения энергии получаем

$$\begin{aligned} \langle \delta - \delta_0 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\delta(\varphi_0, \delta_0) - \delta_0) d\varphi_0 \approx A^2 \langle \delta^{(2)} \rangle = \\ &= A^2 \zeta^3 \frac{\cos(2\delta_0\zeta) - 1 + \delta_0\zeta \sin(2\delta_0\zeta)}{4(\delta_0\zeta)^3}. \end{aligned} \quad (22)$$

Используя выражение (18), можно вычислить среднеквадратичное отклонение энергии от начального значения:

$$\langle (\delta - \delta_0)^2 \rangle \approx A^2 \langle (\delta^{(1)})^2 \rangle = \frac{A^2}{2} \left( \frac{\sin(\delta_0\zeta)}{\delta_0} \right)^2. \quad (23)$$

Из сопоставления (22) и (23) следует простое соотношение:

$$\langle \delta - \delta_0 \rangle = \frac{1}{2} \frac{d\langle (\delta - \delta_0)^2 \rangle}{d\delta_0}, \quad (24)$$

называемое теоремой Мэйди [8, 9]. Равенство (24) имеет интересный физический смысл, который мы кратко обсудим в разделе 4.

#### 4. Классический аналог соотношений Эйнштейна

Систему уравнений движения (12), (13) можно представить в виде уравнений Гамильтона:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{d\zeta} &= - \frac{\partial H(\delta, \varphi)}{\partial \varphi}, \\ \frac{d\varphi}{d\zeta} &= \frac{\partial H(\delta, \varphi)}{\partial \delta}. \end{aligned} \quad (25)$$

Для системы (12), (13)  $H = \delta^2 - A \cos\varphi$ , причём для "невозмущённой" (при  $A = 0$ ) системы  $\delta = I$  — действие. Соотношение (24) выполняется для широкого класса гамильтоновых систем, описываемых в переменных действие–угол [10, 11]. Его геометрический смысл состоит в том, что площадь  $\int_0^{2\pi} I(\varphi) d\varphi = 2\pi I_0$  под кривой в фазовом пространстве, на которой лежат точки, изображающие отдельные частицы (см. рис. 10), остаётся постоянной (теорема Лиувилля). Действительно, условие сохранения фазовой плотности при малом изменении импульсов и координат можно записать через якобиан преобразования:

$$1 = \left| \frac{\partial I}{\partial I_0} \frac{\partial I}{\partial \varphi_0} \right| \approx 1 + \frac{\partial(I - I_0)}{\partial I_0} + \frac{\partial(\varphi - \varphi_0)}{\partial \varphi_0}. \quad (26)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \langle I - I_0 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (I - I_0) d\varphi_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I \left( 1 - \frac{\partial\varphi}{\partial\varphi_0} \right) d\varphi_0 \approx \\ &\approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (I - I_0) \frac{\partial(I - I_0)}{\partial I_0} d\varphi_0 = \frac{1}{2} \frac{d\langle (I - I_0)^2 \rangle}{dI_0}, \end{aligned} \quad (27)$$

что обобщает (24) для случая произвольной одномерной автономной гамильтоновой системы. Используя зависимость энергии излучателя  $W(I)$  от действия  $I$  ( $\Omega = dW/dI$  — собственная частота), получим

$$\begin{aligned} \langle \Delta W \rangle &= \Omega \langle \Delta I \rangle = \Omega \frac{1}{2} \frac{d\langle (\Delta I)^2 \rangle}{dI} = \frac{1}{2} \Omega^2 \frac{d(\Omega^{-2} \langle (\Delta W)^2 \rangle)}{dW} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{d\langle (\Delta W)^2 \rangle}{dW} - \langle (\Delta W)^2 \rangle \frac{d \ln \Omega}{dW}. \end{aligned} \quad (28)$$

Изменение энергии элементарного излучателя с известным распределением тока  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t - t_1)$  под действием плоской монохроматической волны  $E_x = E \cos(kz - \omega t)$



можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Delta W &= E \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int j_x \exp[-i(kz - \omega t - \omega t_1)] dV dt = \\ &= E \operatorname{Re} [\exp(i\omega t_1)(j_x)_{\omega, k}]. \end{aligned} \quad (29)$$

Усредняя по моменту "включения" излучателя, получим

$$\langle (\Delta W)^2 \rangle = \frac{E^2}{2} |(j_x)_{\omega, k}|^2. \quad (30)$$

Так как в отсутствие внешней волны спектральная плотность энергии, излучаемой в направлении оси  $z$  с поляризацией (по электрическому полю) вдоль оси  $x$ , имеет вид

$$\frac{dW_{n, \omega}}{d\omega d\Omega/(2\pi)} = \frac{k^2}{2\pi c} |(j_x)_{\omega, k}|^2, \quad (31)$$

где  $d\Omega$  — элемент телесного угла, средний квадрат изменения энергии излучателя под действием внешней волны можно выразить через спектральную плотность энергии спонтанного излучения:

$$\langle (\Delta W)^2 \rangle = \frac{\pi c E^2}{k^2} \frac{dW_{n, \omega}}{d\omega d\Omega/(2\pi)}. \quad (32)$$

Подставляя (32) в (28), получим

$$\langle \Delta W \rangle = \frac{\pi c E^2}{2k^2} \frac{d}{dW} \frac{dW_{n, \omega}}{d\omega d\Omega/(2\pi)} - \frac{\pi c E^2}{k^2} \frac{dW_{n, \omega}}{d\omega d\Omega/(2\pi)} \frac{d \ln \Omega}{dW}. \quad (33)$$

Пусть излучатель срабатывает со средней частотой  $\nu$ . Тогда спектральная интенсивность спонтанного излучения

$$\frac{dI_{n, \omega}}{d\omega d\Omega/(2\pi)} = \nu \frac{dW_{n, \omega}}{d\omega d\Omega/(2\pi)} \quad (34)$$

и можно определить сечение поглощения излучения

$$\sigma = \frac{8\pi\nu \langle \Delta W \rangle}{cE^2} = \lambda^2 \frac{d}{dW} \frac{dI_{n, \omega}}{d\omega d\Omega/(2\pi)} - 2\lambda^2 \frac{dI_{n, \omega}}{d\omega d\Omega/(2\pi)} \frac{d \ln \Omega}{dW}. \quad (35)$$

Формула (35), связывающая спонтанное излучение с вынужденными процессами — поглощением и усилением (при  $\sigma < 0$ ), является классическим аналогом соотношений между коэффициентами Эйнштейна, описывающими вероятности спонтанных и вынужденных переходов. Для узкополосных излучателей, в частности для ЛСЭ, рассмотренных в [8, 9], вторым членом в правой части (35) можно пренебречь.

### 5. Малое усиление слабого сигнала

Возвращаясь к явному выражению для изменения энергии (22), видим, что эта величина сильно зависит от начального отклонения  $\delta_0$  энергии от синхронной энергии (рис. 11). При положительных отклонениях частицы в среднем теряют энергию, а при отрицательных — приобретают. Иными словами, "водоворот" фазовой жидкости, изображённый на рис. 9, слегка "затягивает" частицы, находящиеся выше и ниже сепаратрисы<sup>9</sup>.

<sup>9</sup> Так как мы считаем безразмерную амплитуду электромагнитной волны  $A$  малой, высота сепаратрисы  $\delta_{\max} = \sqrt{2}A$  также мала по сравнению с  $\delta_0$ .

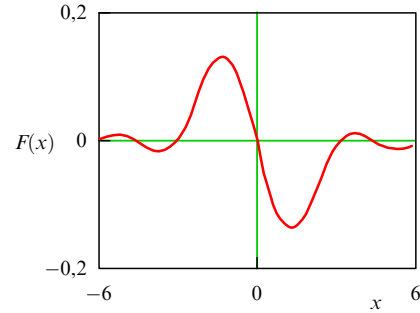


Рис. 11. Функция  $F(x) = [\cos(2x) - 1 + x \sin(2x)] / (4x^3)$ ,  $x = \delta_0 \zeta$ , описывающая зависимость среднего изменения энергии электронов от их начальной энергии.

Чтобы получить максимальный отбор энергии от частиц, надо выбрать начальное отклонение энергии, соответствующее минимуму функции (22),  $\delta_0 = 1,3/\zeta$ . При этом  $F(\delta_0 \zeta) \approx -0,135$  и

$$\langle \delta - \delta_0 \rangle_{\min} = -0,135 A^2 \zeta^3. \quad (36)$$

Такая зависимость от амплитуды волны и длины ондулятора почти очевидна. Действительно, сначала происходит модуляция энергии частиц, пропорциональная амплитуде волны и длине (можно считать, что это происходит в первой половине ондулятора). Затем частицы с большей энергией догоняют частицы с меньшей энергией, причём результирующая модуляция продольной плотности пропорциональна модуляции энергии и длине, т.е.  $A\zeta^2$ . Во второй половине ондулятора уплотнения замедляются, а разрежения ускоряются пропорционально  $A\zeta$ , как и при модуляции энергии в первой половине. Среднее уменьшение энергии электронов пропорционально модуляции плотности и модуляции энергии во второй половине ондулятора.

Формула (36) даёт и электронный коэффициент полезного действия (к.п.д.) устройства  $\eta = -\langle \delta - \delta_0 \rangle_{\min}$ , т.е. долю мощности электронного пучка  $\varepsilon I/e$ , преобразуемую в излучение. Для оценки максимального к.п.д. оценим максимальную безразмерную амплитуду волны  $A$ . Для этого заметим, что предыдущее рассмотрение получено методом последовательных приближений с разложением (15), для справедливости которого необходимо выполнение условия  $|A\varphi^{(1)}| < \pi$ . Используя (19), получим  $A\zeta^2 < \pi$  и  $\eta_{\max} \sim 1/\zeta \approx 1/(2\pi q)$ . Поскольку обычно  $q \gg 1$ , к.п.д. ЛСЭ мал.

Если ток электронного пучка, пролетающего через ондулятор, равен  $I$ , т.е. через ондулятор проходит  $I/e$  электронов в секунду, то пучок отдаёт волне мощность

$$\begin{aligned} P &= -\frac{I}{e} \gamma m c^2 \langle \delta - \delta_0 \rangle = -F(2\pi q \delta_0) (4\pi)^2 \lambda^2 \left( \frac{K}{1 + K^2/2} \right)^2 \times \\ &\times \left[ J_0 \left( \frac{K^2}{4 + 2K^2} \right) - J_1 \left( \frac{K^2}{4 + 2K^2} \right) \right]^2 \frac{I}{I_A} \gamma q^3 c \frac{E^2}{8\pi}, \end{aligned} \quad (37)$$

пропорциональную интенсивности внешней волны  $cE^2/(8\pi)$ . Константа  $I_A = mc^3/e \approx 17$  кА называется альвеновским током. Если волна имеет вид светового пучка с площадью поперечного сечения  $S$ , то её мощность выражается как  $P_{\text{in}} = cE^2 S/(8\pi)$ . Пусть электронный пучок находится внутри светового вблизи оси последнего. Тогда усиление мощности световой волны в

ондуляторе можно описать так называемым усилением слабого сигнала:

$$G = \frac{P_{\text{out}} - P_{\text{in}}}{P_{\text{in}}} = \frac{8\pi P}{cE^2 S} \approx -F(2\pi q \delta_0)(4\pi)^2 \left( \frac{K}{1 + K^2/2} \right)^2 \times \left[ J_0 \left( \frac{K^2}{4 + 2K^2} \right) - J_1 \left( \frac{K^2}{4 + 2K^2} \right) \right]^2 \frac{\lambda^2}{S} \frac{I}{I_A} \gamma q^3. \quad (38)$$

Заметим, что последнее выражение справедливо только при слабом усилении  $G \ll 1$ , так как при его выводе мы предполагали, что амплитуда волны  $A$  неизменна. Усиление слабого сигнала (38) связано с сечением поглощения (35) соотношением  $G = -\sigma/S$ . Формулу (38) можно понимать как описывающую усиление плоской электромагнитной волны в очень широком электронном пучке с плотностью тока  $j = I/S$ .

Усиление (38) зависит от относительного отклонения энергии электронов от энергии  $\varepsilon_s$ , при которой точно выполнено условие синхронизма (10). С другой стороны, можно считать, что частота электромагнитной волны  $\omega$  отклоняется от значения  $\omega_0$ , следующего из условия синхронизма (10), для энергии  $\varepsilon_0 = \varepsilon_s(1 + \delta_0)$  на величину  $(\omega - \omega_0)/\omega_0 = -2\delta_0$ . Тогда первый множитель в усилении (38) принимает вид  $-F[\pi q(\omega_0 - \omega)/\omega_0]$ , и мы получаем зависимость усиления от частоты с максимумом на частоте  $\omega_m = \omega_0(1 - 2,6/\zeta)$  и относительной шириной порядка  $1/q$ .

Описанный выше усилитель электромагнитного излучения называется лазером на свободных электронах. Такое название можно объяснить тем, что в лазерах других типов используется излучение связанных электронов, т.е. электронов, привязанных к своим атомам или кристаллу (в полупроводниковых лазерах). Конечно, в ЛСЭ электроны тоже не совсем свободны. Чтобы эффективно взаимодействовать с электромагнитной волной (излучать), они движутся в магнитном поле по непрямолинейной траектории (следовательно, с ускорением). Общей чертой всех лазеров является использование явления вынужденного излучения, т.е. "правильной" синхронизации отдельных излучателей, усиливаемой волной. В ЛСЭ эта синхронизация происходит за счёт продольной группировки электронов.

"Родственники" ЛСЭ в более длинноволновом (сантиметровом) диапазоне — это лампы бегущей волны (ЛБВ) [3], в которых электроны действительно "свободны". Двигаясь вдоль прямой, электроны взаимодействуют с медленной продольной электромагнитной волной. Последняя может быть сформирована, например, в полем металлическом цилиндре, частично заполненном диэлектриком (рис. 12).

Электрическое поле такой волны является продольным и изменяет энергию электронов и без ондулятора. Диэлектрик снижает фазовую скорость волны до скоро-

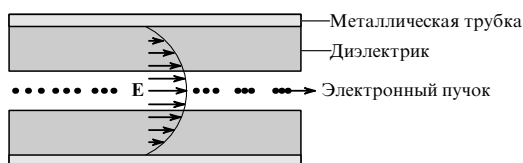


Рис. 12. Схема лампы бегущей волны с диэлектрическим заполнением волновода.

сти электронов (т.е. в ЛБВ тоже выполняется условие синхронизма). Как и в ЛСЭ, в ЛБВ происходит продольная группировка. Можно сказать, что ЛБВ отличается от ЛСЭ только типом используемого излучения: в ЛСЭ — ондуляторное излучение, а в ЛБВ — черенковское. Усиление ЛБВ обычно велико, и случай малого усиления практически не интересен. Тем не менее формулы для среднего изменения энергии (22) приведены в старом учебнике [12] и воспроизведены в [3].

## 6. Простейший ЛСЭ-генератор

Для получения максимального усиления надо минимизировать площадь светового пучка  $S$ , как это следует из формулы (38). Очевидно, что, уменьшая площадь при заданной мощности световой волны, мы увеличиваем интенсивность и, следовательно, амплитуду волны, взаимодействующей с электроном. При этом у электрона можно отобрать больше энергии. На низких частотах можно использовать металлический волновод, например прямоугольный с поперечными размерами  $a \times b$  для волны  $H_{01}$   $S \approx \pi ab/2$ . При этом надо изменить условие синхронизма (9), добавив в его правую часть слагаемое  $c\pi^2/(2k^2 a^2)$ , учитывающее увеличение фазовой скорости в волноводе при  $ka \gg 1$ , и оценить потери энергии в стенках волновода. В пустом пространстве имеется предел для уменьшения площади светового пучка на длине ондулятора  $L = q\lambda_w$ , связанный с дифракцией света. Для его оценки рассмотрим приближённое решение волнового уравнения, называемое гауссовым пучком [13, 14],

$$E_x = E \operatorname{Re} \left\{ \frac{iz_0}{z - iz_0} \exp \left[ i(kz - \omega t) + i \frac{k}{2} \frac{x^2 + y^2}{z - iz_0} \right] \right\}, \quad (39)$$

применимое при  $kz_0 \gg 1$ . Параметр  $z_0$  называется длиной Рэля. Решение (39) описывает монохроматический световой пучок, сосредоточенный вблизи оси  $z$ , с гауссовым распределением интенсивности (среднеквадратичные размеры  $\sigma_x = \sigma_y = [(z_0 + z^2/z_0)/(2k)]^{1/2}$ ) и эффективной площадью

$$S = \frac{4\pi P}{cE_x^2(0, 0, z)} = 2\pi\sigma_x^2 = \frac{\lambda(z_0 + z^2/z_0)}{2}.$$

Так как надо минимизировать поперечное сечение пучка на отрезке  $-L/2 < z < L/2$ , можно выбрать  $z_0 = L/2$ , тогда  $S \approx \lambda L/2$ . С учётом этого получаем из (38) простой результат:

$$G_{\text{max}} \approx 25 \frac{K^2}{1 + K^2/2} \left[ J_0 \left( \frac{K^2}{4 + 2K^2} \right) - J_1 \left( \frac{K^2}{4 + 2K^2} \right) \right]^2 \frac{I}{I_A} \frac{q^2}{\gamma}, \quad (40)$$

существенно зависящий только от тока пучка  $I$ , энергии электронов  $\gamma$  и числа периодов ондулятора  $q$  (сложный на вид множитель, зависящий от  $K$ , обычно примерно равен единице).

Если заставить свет многократно проходить через вышеописанный ЛСЭ-усилитель, то за много проходов мощность света может усилиться на несколько порядков. Простейший способ это осуществить — поставить два зеркала с радиусами кривизны, равными радиусам кривизны волнового фронта гауссова пучка (39)  $z + z_0^2/z$ , и поперечными размерами, в несколько раз превышаю-

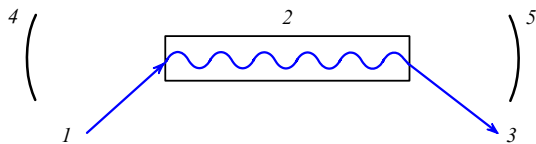


Рис. 13. Схема ЛСЭ-генератора. 1 — входящий электронный пучок, 2 — ондулятор, 3 — отработанные электроны, 4 и 5 — зеркала.

щими ширину гауссова пучка  $\sigma_x$ , до и после ЛСЭ-усилителя, как показано на рис. 13.

Такую пару зеркал часто называют оптическим резонатором, так как время затухания электромагнитной волны  $-2L_m/[c \ln(\rho_1\rho_2)]$  ( $L_m$  — расстояние между зеркалами,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — коэффициенты отражения зеркал) в пространстве между зеркалами гораздо больше периода волны  $2\pi/\omega$ . Последнее свойство напоминает высокодобротный колебательный контур или любой другой осциллятор со слабым затуханием. Условие возрастания мощности имеет простой вид:

$$(1 + G)\rho_1\rho_2 > 1, \tag{41}$$

т.е. усиление в ЛСЭ должно превышать потери в зеркалах. Если условие (41) выполнено, то после "включения" электронного пучка мощность увеличивается со временем, при этом время её возрастания в  $e = 2,72$  раз равно

$$\tau = \frac{2L_m}{c \ln[(1 + G)\rho_1\rho_2]} \approx \frac{2L_m}{c(G + \rho_1 + \rho_2 - 2)}$$

(приближённое равенство записано с учётом  $1 - \rho \ll 1$ , что следует из (41) и  $G \ll 1$ ). Условие (41), называемое условием генерации или самовозбуждения, хорошо известно в радиотехнике, где описывает усилитель, у которого часть (в нашем случае  $\rho_1\rho_2$ ) выходного сигнала подаётся на вход усилителя. Это называется усилением с положительной обратной связью. При достаточно сильной обратной связи, когда выполнено неравенство (41), усилитель "самовозбуждается", т.е. даже при нулевом входном сигнале в нём происходит усиление шумов (в нашем случае, как описано ниже, — спонтанного излучения) на много порядков. Другими словами, усилитель с достаточно сильной положительной обратной связью является автогенератором. Можно сказать, что ЛСЭ-генератор (см. рис. 13) состоит из ЛСЭ-усилителя (см. рис. 1) и пары зеркал, обеспечивающих положительную обратную связь.

Как отмечено выше, сигнал перестаёт возрастать (наступает так называемое насыщение), когда сдвиги фаз частиц в конце ондулятора становятся порядка единицы. При этом пучок в конце ондулятора существенно периодически сгруппирован, в том смысле, что амплитуда фурье-гармоники электронного тока с частотой электромагнитной волны  $\omega$  становится сравнимой со средним током пучка  $I$ . Это позволяет оценить время возрастания сигнала от момента включения тока пучка до насыщения, т.е. до достижения максимальной мощности. Если моменты влёта электронов в ондулятор некоррелированы, то ток является импульсным стационарным случайным процессом  $I(t) = e \sum_i \delta(t - t_i)$  с автокорреляционной функцией  $eI\delta(t_1 - t_2)$  [15]. По теореме Винера-Хинчина его спектральная мощность представляет собой

преобразование Фурье от автокорреляционной функции, т.е.  $eI$  (при ненулевой частоте). После включения ЛСЭ спектральная мощность вблизи максимума усиления  $\omega_{\max}$  возрастает пропорционально

$$\begin{aligned} \exp\left(\frac{t}{\tau(\omega)}\right) &= \exp\left(ct \frac{G(\omega) + \rho_1 + \rho_2 - 2}{2L_m}\right) \approx \\ &\approx \exp\left(\frac{t}{\tau(\omega_m)}\right) \exp\left(\frac{ct}{4L_m} \frac{d^2G}{d\omega^2} \Big|_{\omega_m} (\omega - \omega_m)^2\right). \end{aligned} \tag{42}$$

Поэтому на выходе из ондулятора средний квадрат переменной составляющей тока равен

$$\begin{aligned} \overline{I^2(t)} &= 2eI \exp\left(\frac{t}{\tau(\omega_m)}\right) \times \\ &\times \int_0^\infty \exp\left(\frac{ct}{4L_m} \frac{d^2G}{d\omega^2} \Big|_{\omega_m} (\omega - \omega_m)^2\right) \frac{d\omega}{2\pi} \approx \\ &\approx \frac{2eI}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{L_m}{ct}} \left(\frac{d^2G}{d\omega^2} \Big|_{\omega_m}\right)^{-1/2} \exp\left(\frac{t}{\tau(\omega_m)}\right). \end{aligned} \tag{43}$$

В насыщении эта величина становится порядка  $I^2$ , поэтому время, в течение которого достигается насыщение, можно оценить как

$$\begin{aligned} t_{\text{sat}} &\approx \tau(\omega_m) \ln \left[ \frac{I}{e} \sqrt{\frac{1}{G(\omega_m) + \rho_1 + \rho_2 - 2} \frac{d^2G}{d\omega^2} \Big|_{\omega_m}} \right] \approx \\ &\approx \tau(\omega_m) \ln \left( \frac{I}{e} \frac{2\pi q}{\omega_m} \right). \end{aligned} \tag{44}$$

Логарифм в (44) обычно равен примерно 20, т.е. время насыщения составляет около 20 времён возрастания малого сигнала в 2,72 раза.

### 7. Ограничения на параметры электронного пучка

В разделах 3–6 предполагалось, что все электроны, попадающие в ЛСЭ, имеют одинаковые начальные скорости и координаты, но входят туда в разные моменты времени. Реальные электронные пучки состоят из электронов с различными скоростями и координатами. Оценим пределы применимости использованного выше пренебрежения разбросами координат и скоростей. Для этого рассмотрим движение электрона с отклонениями начальных условий от некоторых опорных значений. Поскольку действие усиливаемой волны является малым возмущением, мы пренебрежём им. Так же как и в (7), запишем продольную скорость электрона в виде

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_z &= \frac{\bar{v}_z}{c} = \frac{\beta}{\sqrt{1 + (dx/dz)^2 + (dy/dz)^2}} \approx \\ &\approx 1 - \frac{1 + K^2(x, y)/2}{2\gamma^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dz}\right)^2 \approx \\ &\approx 1 - \frac{1 + K^2(0, 0)/2}{2\gamma_0^2} + \frac{1 + K^2(0, 0)/2}{\gamma_0^2} \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} - \\ &- \frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dz}\right)^2 - \frac{1}{8\gamma_0^2} \frac{\partial^2 K^2}{\partial x^2} \bar{x}^2 - \frac{1}{8\gamma_0^2} \frac{\partial^2 K^2}{\partial y^2} \bar{y}^2, \end{aligned} \tag{45}$$

где черта сверху означает усреднение по периоду ондулятора. Последние два члена учитывают поперечную неоднородность поля ондулятора. Например, в плоском ондуляторе с не слишком большим периодом  $K \propto \cosh(k_w y)$  [1] и  $\partial^2 K^2 / \partial y^2 = 2K^2(0,0)k_w^2$ , а  $\partial^2 K^2 / \partial x^2 = 0$ . Так как отклонение продольной скорости  $\Delta\beta_z$  приводит к тому, что частица уходит вперёд от опорной частицы, допустимый разброс продольных скоростей в соответствии с качественными рассуждениями, приведёнными после формулы (36), можно оценить по формуле  $|\Delta\beta_z|L/2 < \lambda/(2\pi)$ , или

$$|\Delta\beta_z| < \frac{\lambda}{\pi L} = \frac{1}{2\pi q \gamma_{\parallel}^2}. \quad (46)$$

Заметим, что (см. (10)) (46) является условием того, что относительный сдвиг длины волны спонтанного излучения  $|\Delta\lambda/\lambda| = \lambda_w |\Delta\beta_z|/\lambda = 2\gamma_{\parallel}^2 |\Delta\beta_z| < 1/(\pi q)$ , т.е. меньше относительной ширины спектра спонтанного ондуляторного излучения. Подставляя в (46) вклады от разных членов (45), получим ограничения на среднеквадратичные разбросы энергии и углов и на среднеквадратичные размеры электронного пучка:

$$\frac{\sqrt{\langle(\gamma - \gamma_0)^2\rangle}}{\gamma_0} < \frac{1}{2\pi q}, \quad (47)$$

$$\sqrt{\langle\left(\frac{dx}{dz}\right)^2\rangle}, \sqrt{\langle\left(\frac{dy}{dz}\right)^2\rangle} < \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2\pi q \gamma_{\parallel}^2}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}\lambda}{\pi L}}, \quad (48)$$

$$\sqrt{\langle\bar{x}^2\rangle} < \sqrt{k_w^2 \frac{4 + 2K^2}{\partial^2 K^2 / \partial x^2} \frac{\lambda_w}{\pi \sqrt{2\pi q}}}, \quad (49)$$

$$\sqrt{\langle\bar{y}^2\rangle} < \sqrt{k_w^2 \frac{4 + 2K^2}{\partial^2 K^2 / \partial y^2} \frac{\lambda_w}{\pi \sqrt{2\pi q}}}.$$

Неравенство (48) требует, чтобы угловые разбросы электронов не превышали дифракционной расходимости спонтанного ондуляторного излучения  $\sqrt{\lambda}/L$  (см. [1]). К неравенствам (49) надо добавить условия того, что все электроны находятся внутри светового пучка, например гауссовой моды оптического резонатора с размером  $\sqrt{\lambda L}/(4\pi)$ ,

$$\sqrt{\langle\bar{x}^2\rangle}, \sqrt{\langle\bar{y}^2\rangle} < \sqrt{\frac{\lambda L}{4\pi}}. \quad (50)$$

Применяя фокусирующие устройства, например магнитные квадрупольные линзы, можно уменьшить поперечные размеры электронного пучка и удовлетворить условиям (49), (50). Однако вследствие сохранения поперечных эмиттансов (т.е. проекций фазового объёма, занимаемого электронами)

$$\varepsilon_x \approx \sqrt{\langle\bar{x}^2\rangle} \sqrt{\langle\left(\frac{dx}{dz}\right)^2\rangle}, \quad \varepsilon_y \approx \sqrt{\langle\bar{y}^2\rangle} \sqrt{\langle\left(\frac{dy}{dz}\right)^2\rangle}$$

при этом возрастут угловые разбросы. Перемножив неравенства (48) и (50), можно увидеть, что необходимым условием их выполнения является малость эмиттансов электронного пучка по сравнению с длиной волны излучения,

$$\varepsilon_{x,y} < \frac{\lambda}{2\pi}. \quad (51)$$

## 8. Лазеры на свободных электронах с большим усилением

Мы рассмотрели работу ЛСЭ в режиме малого усиления,  $G \ll 1$ . При достаточно большой длине ондулятора это условие нарушается. В частности, в современных рентгеновских ЛСЭ используются очень длинные (порядка 100 м) ондуляторы. Как и во всякой линейной системе, монохроматический сигнал (излучение и переменная составляющая тока электронов) возрастает экспоненциально. В простейших случаях режим большого усиления ЛСЭ описывается теми же формулами, что и режим большого усиления ЛБВ [3, 12, 20]. Для грубой оценки длины  $L_g$ , на которой мощность сигнала увеличивается в 2,72 раза (так называемой длины нарастания), можно приравнять к единице усиление (38). В такой грубой модели мы заменяем длинный ЛСЭ последовательностью ЛСЭ длиной  $L_g$ , для которых ещё применимо приближение малого усиления. Поскольку дифракционное расширение пучка излучения в рентгеновском диапазоне относительно мало, подставим туда вместо площади светового пучка  $S$  площадь электронного пучка. Тогда  $I/S = j$  — плотность тока пучка. В результате получим

$$L_g \approx \frac{\lambda_w}{2} \sqrt[3]{\frac{2I_A}{(4\pi)^2 j \gamma_{\parallel}^2} \left(\frac{K}{1 + K^2/2}\right)^{-2/3}} = \frac{\gamma}{2} \sqrt[3]{\frac{I_A \lambda_w}{2\pi^2 j K^2}}. \quad (52)$$

Оценка (52) применима при малых разбросах продольных скоростей электронов. Поэтому для рентгеновских ЛСЭ желательно выполнение условий (47)–(49), (51), в которых  $L = 2L_g$ . В частности, условие (51) даёт ограничение снизу на энергию электронов  $\gamma > 2\pi\gamma_{e_{x,y}}/\lambda$ , где  $\gamma_{e_{x,y}}$  — нормализованные эмиттансы, т.е. инвариантные (сохраняющиеся при ускорении электронов) фазовые площади, занятые электронами (см., например, [6, 16]). В частности, при  $\lambda = 0,1$  нм и  $\gamma_{e_{x,y}} = 0,2$  мкм  $E > 6$  ГэВ. Упомянутая после формулы (36) оценка электронного к.п.д. даёт для ЛСЭ с большим усилением величину  $\eta \sim \lambda_w/(4\pi L_g)$ .

## 9. Работы по лазерам на свободных электронах в ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН

История работ по созданию ЛСЭ достаточно полно описана в книге [3]. Здесь мы отметим только некоторые события: изобретение ондулятора В.Л. Гинзбургом [17] в 1947 г., эксперименты Г. Мотца с ондуляторным излучением [18, 19] и создание в 1960 г. Р. Филлипсом первого ЛСЭ — убитрона [20]. В 1976 г. группа Дж. Мэйди продемонстрировала усиление излучения с длиной волны 10,6 мкм в ЛСЭ со спиральным сверхпроводящим ондулятором [21], а затем та же группа создала ЛСЭ-генератор с длиной волны 3,4 мкм [22].

Для работы ЛСЭ требуется электронный пучок хорошего качества (т.е. с малыми поперечными размерами и разбросом по скоростям) и высокими средним и пиковым токами. Более того, именно источник такого пучка — электронный ускоритель — является самой сложной и дорогостоящей частью ЛСЭ. Поэтому для ИЯФ СО АН СССР, где создание ускорителей заряженных частиц являлось одной из главных тематик, интерес к ЛСЭ был вполне понятен.

В ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН теоретические исследования по ЛСЭ велись несколькими группами.

В.Н. Байер и А.И. Мильштейн разрабатывали теорию ЛСЭ. Были изучены режимы малого [23] и большого [24, 25] усиления, а также эволюция спектра после включения усиления в ЛСЭ с оптическим резонатором [26].

А.М. Кондратенко и Е.Л. Салдин получили уравнение для ЛСЭ с большим усилением в пустом пространстве с учётом дифракционных эффектов [27–29] и изучили ЛСЭ с плоскими зеркалами [30].

А.Н. Скринский и Н.А. Винокуров предложили модификацию ЛСЭ с увеличенным усилением — оптический клистрон (ОК) [31], исследовали механизм ограничения мощности ОК, установленного на электронный накопитель [32], и предложили использовать волноводный металлический резонатор с малой вертикальной апертурой в субмиллиметровом ЛСЭ [33].

В.Н. Литвиненко и Н.А. Винокуров рассчитали параметры излучения ЛСЭ, установленного на электронный накопитель [34], а В.М. Попик и Н.А. Винокуров — параметры излучения ЛСЭ с плоскопараллельной стеклянной пластинкой (эталоном Фабри–Перо) внутри оптического резонатора [35].

Г.Н. Кулипанов и др. указали на возможность сохранения микрогруппировки электронного пучка при ахроматическом повороте [36].

Н.А. Винокуров обосновал возможность использования секционированных ондуляторов в ЛСЭ с большим усилением [37], а О.А. Шевченко и Н.А. Винокуров разработали корреляционную теорию ЛСЭ с большим усилением [38, 39] (аналогичную цепочке уравнений Боголюбова) и сравнили её результаты с результатами квазилинейной теории [40, 41].

Экспериментальные работы начались в 1979 г., когда на электрон-позитронном накопителе ВЭПП-3 были проведены первые эксперименты с ОК [42]. Последний отличается от обычного ЛСЭ тем, что для улучшения группировки его ондулятор разделён на две части длиной  $L_1$  и  $L_2$  (рис. 14), а между ними вставлен магнитный группирователь (трёхполосный компенсированный вигглер с большим периодом  $L_b$ ).

Первый ОК, показанный на рис. 15, длиной около 1 м, использовал лучшие в то время самарий-кобальтовые постоянные магниты, изготовленные на Пышминском опытном заводе "Гиредмет" (Свердловская область). Для регулировки поля изменялся рабочий зазор.

Все работавшие в мире ЛСЭ на электронных накопителях были сделаны по схеме ОК, что связано с существенно большим по сравнению с таковым в обычном ЛСЭ усилением ОК.

Затем был выполнен цикл экспериментальных исследований, позволивших впервые в мире (1988 г.) создать ЛСЭ, работающий в ультрафиолетовом диапазоне длин волн. В процессе этих работ впервые были предложены и

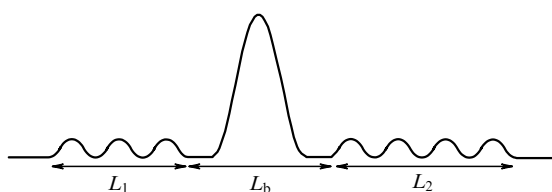


Рис. 14. Траектория электронов в оптическом клистроне.

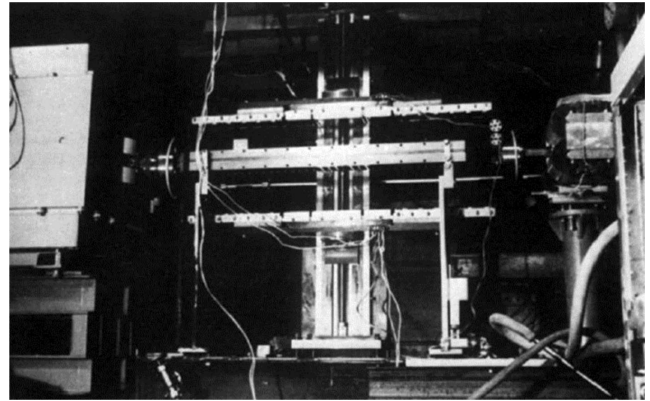


Рис. 15. Первая магнитная система оптического клистрона, работавшая на накопителе ВЭПП-3 с 1979 г. В середине — трёхполосный вигглер-группирователь, слева и справа — два ондулятора, которые являлись первыми в мире ондуляторами на постоянных магнитах с переменным зазором.

реализованы оригинальные технические решения для ондуляторов, которые теперь используются на всех электронных накопителях-источниках рентгеновского излучения (ондулятор с переменным зазором, так называемый гибридный ондулятор [43] и др. (см. подробное описание в [1])).

В 1988 г. заработал новый ЛСЭ ОК-4, установленный на байпасае (специально сделанном дополнительном прямолинейном промежутке) накопителя ВЭПП-3 [44]. Применение байпаса дало возможность установить на накопитель очень длинный (7,5 м) ЛСЭ. Оригинальная конструкция этого электромагнитного ондулятора [45] оказалась удачной и использовалась затем в нескольких ондуляторах в России и за границей. Такой длинный ондулятор обеспечил усиление, достаточное для получения рекордно малой длины волны — 0,24 мкм (ультрафиолетовое излучение) — и рекордно узкого ( $3 \times 10^{-6}$ ) спектра [46], а также позволил осуществить режим синхронизации поперечных мод конфокального резонатора [47]. "Коротковолновый" рекорд продержался более 10 лет. На той же установке ОК-4 была экспериментально проверена когерентность спонтанного излучения из двух последовательно установленных ондуляторов, разделённых ахроматическим поворотом [48]. Последние эксперименты важны для создания так называемого электронного вывода излучения [49], решающего проблему вывода излучения из оптического резонатора мощного ЛСЭ.

Кроме проведения работ на своём ЛСЭ ИЯФ имени Г.И. Будкера СО РАН участвовал в создании ОК на электронном накопителе в Университете Дьюка (Duke University) (США) [50, 51] и создании компактного ЛСЭ в КАЕРИ (Korea Atomic Energy Research Institute) (Южная Корея) [52, 53].

## 10. Мощный ЛСЭ Сибирского центра фотохимических исследований

Как отмечалось в разделе 5, электронный к.п.д. ЛСЭ довольно низок (обычно не более 1%). Это связано с нарушением условия синхронизма для замедленных электронов. Для ЛСЭ на накопителях устанавливается ещё более жёсткое ограничение выходной мощности,



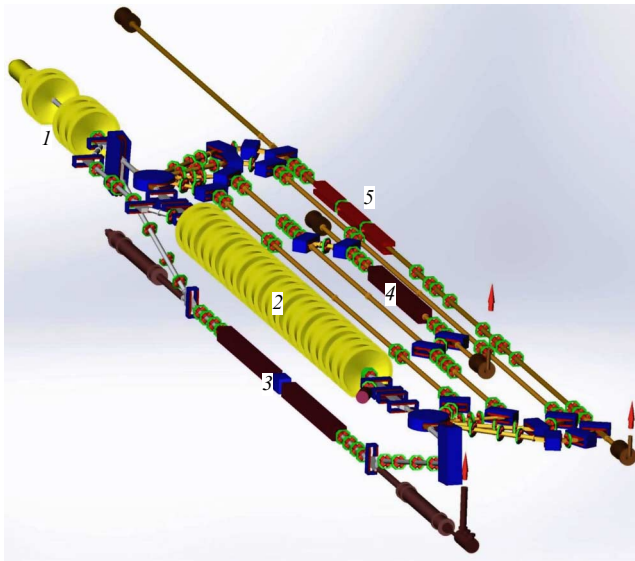


Рис. 16. Схема установки "Новосибирский ЛСЭ". 1 — инжектор, 2 — основные ускоряющие резонаторы, 3 — ондулятор первого ЛСЭ, 4 — ондулятор второго ЛСЭ, 5 — ондулятор третьего ЛСЭ.

связанное с многократным взаимодействием электронов с волной [32]. Поэтому для создания мощных ЛСЭ А.Н. Скринским и Н.А. Винокуровым было предложено [54] применение особого класса электронных ускорителей — высокочастотных ускорителей-рекуператоров (УР). В УР электроны сначала ускоряются в высокочастотных резонаторах, затем используются в ЛСЭ (или для других целей), после чего замедляются в тех же высокочастотных резонаторах, возвращая мощность, затраченную на ускорение [55]. Применение УР позволяет получать большие средние токи электронов и существенно снижает радиационную опасность установки.

В Институте химической кинетики и горения СО РАН (ИХКГ) уже давно работала лаборатория лазерной фотохимии под руководством А.К. Петрова. Поэтому в начале 1990-х годов после обсуждения возможностей мощного ЛСЭ ИЯФ и ИХКГ (директором которого в то время был Ю.Н. Молин) было решено создать такую установку в здании № 11 ИХКГ и Центр фотохимических исследований на её базе. Первая очередь этого ЛСЭ была запущена [56] в 2003 г.

Сейчас уникальная научная установка "Новосибирский ЛСЭ" включает в себя три ЛСЭ (рис. 16), генерирующих узкополосное когерентное излучение со средней мощностью до 500 Вт, пиковой мощностью более 1 МВт и длиной волны, плавно перестраиваемой в диапазоне 8–240 мкм [57–61]. Средняя мощность 500 Вт является мировым рекордом для источников излучения в ТГц-диапазоне частот. Параметры трёх ЛСЭ приведены в таблице.

Излучение ЛСЭ по заполненному сухим азотом каналу выводится в помещения для пользователей, где разводится по экспериментальным станциям. На станциях сотрудники РАН, вузов и других учреждений выполняют исследовательские работы по физике, биологии, химии и медицине. Применение мощного субмиллиметрового излучения с перестраиваемой длиной волны открыло перед экспериментаторами принципиально но-

Таблица. Параметры ЛСЭ, запущенных в 2003 г., 2009 г. и 2015 г.

Параметры \ Диапазон, год запуска	Терагерцовый, 2003 г.	Далёкий инфракрасный, 2009 г.	Инфракрасный, 2015 г.
Длина волны, мкм	90–240	37–80	8–11
Ширина спектра (на полувысоте), %	0,2–2,0	0,2–1	0,1–1
Максимальная средняя мощность, кВт	0,5	0,5	0,1
Максимальная пиковая мощность, МВт	0,5	2,0	5
Длительность импульса, пс	30–120	20–40	10–20
Частота следования импульсов, МГц	5,6	7,5	3,8

вые возможности. Таким образом, российские учёные получили уникальный инструмент для исследований — комплекс мощных ЛСЭ, субмиллиметрового и инфракрасных, с плавно перестраиваемой длиной волны.

## 11. Заключение

Мы описали принцип действия ЛСЭ. Эти генераторы электромагнитного излучения являются как приборами вакуумной электроники, так и лазерами. Использование ультррелятивистских электронных пучков со средней плотностью мощности порядка нескольких гигаватт на 1 мм<sup>2</sup> позволяет создавать ЛСЭ со средней мощностью несколько киловатт в диапазоне длин волн от 0,1 нм до 1 мм. Проведённое в настоящей статье обсуждение принципов работы ЛСЭ и исследований, выполненных в ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН по этой тематике, было кратким в связи с ограниченностью объёма статьи. Некоторые детали можно найти в обзорах [62, 63]. Тема использования ЛСЭ для решения научных и практических задач выходит за рамки этой статьи.

**Благодарности.** Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 14-50-00080).

## Список литературы

1. Винокуров Н А, Левичев Е Б *УФН* **185** 917 (2015); Vinokurov N A, Levichev E B *Phys. Usp.* **58** 850 (2015)
2. Горелик Г С *Колебания и волны* (М.: Физматгиз, 1959)
3. Трубецков Д И, Храмов А Е *Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков* (М.: Физматлит, 2004)
4. Ландау Л Д *ЖЭТФ* **16** 574 (1946); Landau L D *J. Phys. USSR* **10** 25 (1946)
5. Kapitza P L, Dirac P A M *Proc. Camb. Phil. Soc.* **29** 297 (1933)
6. Лебедев А Н, Шальнов А В *Основы физики и техники ускорителей* (М.: Энергоатомиздат, 1991)
7. Kauderer H *Nichtlineare Mechanik* (Berlin: Springer-Verlag, 1958); Пер. на русск. яз.: Каудерер Г *Нелинейная механика* (М.: ИЛ, 1961)
8. Коломенский А А, Лебедев А Н *Квантовая электроника* **5** 1543 (1978); Kolomenskii A A, Lebedev A N *Sov. J. Quantum Electron.* **8** 879 (1978)
9. Madey J M J *Nuovo Cimento B* **50** 64 (1979)
10. Винокуров Н А, Препринт № 81-02 (Новосибирск: ИЯФ СО АН СССР, 1981); [http://www.inp.nsk.su/activity/preprints/files/1981\\_002.pdf](http://www.inp.nsk.su/activity/preprints/files/1981_002.pdf)

11. Litvinenko V N, Vinokurov N A *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **331** 440 (1993)
12. Шевчик В Н, Трубецков Д И *Аналитические методы расчёта в электронике СВЧ* (М.: Советское радио, 1970)
13. Yariv A *Quantum Electronics* (John Wiley and Sons, Inc., 1975); Пер. на русск. яз.: Яриу А *Квантовая электроника* (М.: Советское радио, 1980)
14. Вайнштейн Л А *Электромагнитные волны* (М.: Радио и связь, 1988)
15. Рытов С М *Введение в статистическую радиофизику Ч. 1 Случайные процессы* (М.: Наука, 1976); Пер. на англ. яз.: Rytov S M, Kravtsov Yu A, Tatarskii V I *Principles of Statistical Radiophysics* Vol. 1, 2 (Berlin: Springer-Verlag, 1987)
16. Винокуров Н А и др. *УФН* **187** 1116 (2017); Vinokurov N A et al. *Phys. Usp.* **60** 1034 (2017)
17. Гинзбург В Л *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **11** 165 (1947)
18. Motz H J. *Appl. Phys.* **22** 527 (1951)
19. Motz H, Thon W, Whitehurst R N J. *Appl. Phys.* **24** 826 (1953)
20. Phyllips R N *IRE Tran. Electron Dev.* **7** 231 (1960)
21. Elias L R et al. *Phys. Rev. Lett.* **36** 717 (1976)
22. Deacon D A G et al. *Phys. Rev. Lett.* **38** 892 (1977)
23. Baier V N, Milstein A I *Phys. Lett. A* **65** 319 (1978)
24. Байер В Н, Мильштейн А И *ДАН СССР* **250** 1364 (1980); Baier V N, Milstein A I *Sov. Phys. Dokl.* **25** 112 (1980)
25. Baier V N, Milstein A I *Phys. Lett. A* **79** 77 (1980)
26. Baier V, Milstein A *IEEE J. Quantum Electron.* **21** 1023 (1985)
27. Кондратенко А М, Салдин Е Л *ДАН СССР* **249** 843 (1979); Kondratenko A M, Saldin E L *Sov. Phys. Dokl.* **24** 986 (1979)
28. Kondratenko A M, Saldin E L *Particle Accelerators* **10** 207 (1980)
29. Кондратенко А М, Салдин Е Л *ЖТФ* **51** 1633 (1981)
30. Кондратенко А М, Салдин Е Л *ЖТФ* **52** 309 (1982)
31. Винокуров Н А, Скринский А Н, Препринт № 77-59 (Новосибирск: ИЯФ СО АН СССР, 1977); [http://wwwold.inp.nsk.su/activity/preprints/files/1977\\_059.pdf](http://wwwold.inp.nsk.su/activity/preprints/files/1977_059.pdf)
32. Винокуров Н А, Скринский А Н, Препринт № 77-67 (Новосибирск: ИЯФ СО АН СССР, 1977); [http://wwwold.inp.nsk.su/activity/preprints/files/1977\\_067.pdf](http://wwwold.inp.nsk.su/activity/preprints/files/1977_067.pdf)
33. Винокуров Н А, Скринский А Н, в сб. *Релятивистская высоко-частотная электроника: Проблемы повышения мощности и частоты излучения* (Горький: ИПФ АН СССР, 1981) с. 204
34. Litvinenko V N, Vinokurov N A *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **304** 66 (1991)
35. Popik V M, Vinokurov N A *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **341** abs134 (1994)
36. Kulipanov G N et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **308** 106 (1991)
37. Vinokurov N A *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **375** 264 (1996)
38. Shevchenko O A, Vinokurov N A *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **507** 84 (2003)
39. Shevchenko O A, Vinokurov N A *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **603** 46 (2009)
40. Vinokurov N A et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **475** 74 (2001)
41. Шевченко О А, Винокуров Н А *Изв. вузов. Радиофизика* **60** 41 (2017); Shevchenko O A, Vinokurov N A *Radiophys. Quantum Electron.* **60** 37 (2017)
42. Artamonov A S et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res.* **177** 247 (1980)
43. Korniyukhin G A et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res.* **208** 189 (1983)
44. Drobyazko I B A et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **282** 424 (1989)
45. Gavrilo N G et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **282** 422 (1989)
46. Couprie M E et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **304** 47 (1991)
47. Kulipanov G N et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **331** 98 (1993)
48. Gavrilo N G et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **308** 109 (1991)
49. Gavrilo N G et al. *IEEE J. Quantum Electron.* **27** 2569 (1991)
50. Litvinenko V N et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 4569 (1997)
51. Litvinenko V N et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **475** 247 (2001)
52. Akberdin R R et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **405** 195 (1998)
53. Jeong Y U et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **475** 47 (2001)
54. Винокуров Н А, Скринский А Н, Препринт № 78-88 (Новосибирск: ИЯФ СО АН СССР, 1978); [http://wwwold.inp.nsk.su/activity/preprints/files/1978\\_088.pdf](http://wwwold.inp.nsk.su/activity/preprints/files/1978_088.pdf)
55. Gavrilo N G et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **304** 228 (1991)
56. Antokhin E A et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **528** 15 (2004)
57. Kulipanov G N et al. *IEEE Trans. THz Sci. Technol.* **5** 798 (2015)
58. Shevchenko O A et al. *Phys. Part. Nucl. Lett.* **13** 1002 (2016)
59. Shevchenko O A et al. *Phys. Procedia* **84** 13 (2016)
60. Knyazev V A et al. *Phys. Procedia* **84** 27 (2016)
61. Шевченко О А и др. *Изв. вузов. Радиофизика* **59** 671 (2016); Shevchenko O A et al. *Radiophys. Quantum Electron.* **59** 605 (2017)
62. Vinokurov N A *Rev. Accel. Sci. Technol.* **3** 77 (2010)
63. Vinokurov N A *J. Infrared Millimeter Terahertz Waves* **32** 1123 (2011)

## Free electron lasers and their development at the Budker Institute of Nuclear Physics, SB RAS

N.A. Vinokurov<sup>(1,2)</sup>, O.A. Shevchenko<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, prosp. Akademika Lavrent'eva 11, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

<sup>(2)</sup> Novosibirsk State University, ul. Pirogova 1, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

E-mail: <sup>(1,2)</sup>vinokurov@inp.nsk.ru

This review addresses free electron laser (FEL) development research at the Budker Institute of Nuclear Physics (INP), SB RAS. Basic principles of FEL physics are considered. Selected studies from forty years of research are presented. The unique research facility "Novosibirsk FEL" is briefly described.

**Keywords:** free electron laser, undulator, coherent radiation, electron beam

PACS number: 41.60.Cr

Bibliography — 63 references

Received 15 January 2018

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **188** (5) 493–507 (2018)

*Physics – Uspekhi* **61** (5) (2018)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.02.038311>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2018.02.038311>