Март 2018 г. *Том 188, № 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

О выборе тензора энергии-импульса в электродинамике и силе Абрагама

Ю.А. Спиричев

Обсуждается дискуссионная проблема выбора тензора энергии-импульса в электродинамике. Рассмотрены электромагнитные силы в сплошной среде, следующие из тензоров Минковского и Абрагама. Из тензора Минковского получены уравнения сохранения плотности энергии-импульса, баланса плотности электромагнитных сил в сплошной среде и уравнение для силы Абрагама. Показано, что сила Абрагама равна нулю при выборе канонических материальных уравнений. Показана равноценность форм плотности импульса Минковского и Абрагама. Приведены аргументы в пользу однозначного выбора тензора Минковского и неполноты тензора Абрагама.

Ключевые слова: электромагнитные силы, тензор энергии-импульса, тензор Минковского, тензор Абрагама, сила Абрагама

PACS numbers: 03.50.De, 41.20.Jb DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.11.038255

Содержание

1. Введение

Проблема взаимодействия электромагнитного поля (ЭМП) с веществом обсуждается уже много лет, однако её однозначного решения до сих пор не найдено. В последние годы ведутся работы по созданию метаматериалов с уникальными электромагнитными свойствами, поэтому вопросы взаимодействия ЭМП с веществом приобрели особую актуальность. Электромагнитные силы в сплошной среде обычно ищут в виде четырёхмерной дивергенции тензора энергии-импульса (ТЭИ) [1], играющего ключевую роль в решении этой задачи.

Проблему нахождения электромагнитных сил в сплошной среде можно разделить на две части. Первой из них является выбор формы ТЭИ взаимодействия ЭМП с веществом. Второй проблемой является выбор материальных уравнений, описывающих электромагнитные свойства среды. Настоящая статья посвящена решению первой проблемы, которая заключается в отсутствии однозначного ответа на вопрос о том, какая из многих форм ТЭИ является правильной. Наиболее часто обсуждаются формы ТЭИ Минковского и Абрагама (см., например, статьи [1–10]). Авторы статей [1–3, 5, 8, 10] проводят сравнительный анализ результатов, следующих из ТЭИ в формах Минковского и Абрагама для различных случаев, и отдают предпочтение форме Абрагама. В статьях [4, 6, 7, 9] показаны достоинства ТЭИ в форме Минковского и недостатки ТЭИ в форме Абрагама, который, по мнению авторов [4, 6], не является релятивистски ковариантным, и потому отдаётся предпочтение форме Минковского. В работе [2] отмечается, что "в большинстве ситуаций результаты, получаемые на основе тензоров Абрагама и Минковского, совершенно тождественны". По мнению авторов [3], в рамках чисто макроскопического подхода не представляется возможным однозначный выбор формы ТЭИ. В работе [11] даны обзор и анализ экспериментальных результатов, а в работах [3, 4, 7, 12] приведена обширная библиография по данной проблеме.

Обычно ТЭИ находят методом построения его из отдельных блоков. Из уравнений Максвелла и выражения для силы Лоренца с помощью теоремы Пойнтинга получают уравнения, интерпретируемые как уравнения сохранения энергии и импульса. Далее члены этих уравнений рассматриваются как производные компонентов ТЭИ. "Строительными" частями ТЭИ являются плотность энергии и плотность импульса ЭМП, плотность потока энергии (вектор Умова–Пойнтинга), трёхмерный тензор плотности потока импульса (или трёхмерный тензор напряжений). Этот метод получения ТЭИ даёт определённую свободу выбора его составных частей и приводит к тому, что части ТЭИ иногда конструируются авторами из общих соображений и понимаются ими по-разному, что является причиной возникновения дискуссий. Таким методом построены ТЭИ в формах Минковского, Герца–Хевисайда, Абрагама, Гельмгольца–Абрагама, Абрагама–Бриллюэна–Питаевского, Полевого–Рытова и др.

Различным формам ТЭИ соответствуют свои формы представления электромагнитных сил. Относительно электромагнитных сил в работе [3] отмечается, что они находятся "несколько непоследовательным образом". Однако сами

Ю.А. Спиричев. Научно-исследовательский и конструкторский институт радиоэлектронной техники, филиал Федерального научно-производственного объединения "Старт" им. М.В. Проценко, ул. Мира 1/1, 442965 Заречный, Пензенская обл., Российская Федерация
E-mail: yuspir@rambler.ru

Статья поступила 28 января 2017 г., после доработки 20 ноября 2017 г.

© Ю.А. Спиричев 2018

уравнения сохранения энергетических величин и уравнения баланса электромагнитных сил следуют из ТЭИ в виде его четырёхмерной дивергенции. Это свойство можно использовать для сравнительного анализа тензоров и получения дополнительной информации, на основании которой можно сделать правильный выбор формы ТЭИ. В настоящей работе таким методом получены дополнительные аргументы, позволяющие, по мнению автора, закончить многолетнюю дискуссию и сделать однозначный выбор ТЭИ в форме Минковского. При рассмотрении этого вопроса среда считается неподвижной, однородной, изотропной, непроводящей, без дисперсии и потерь.

2. Тензоры энергии-импульса в электродинамике

Канонический ТЭИ представим в общем виде:

$$\mathbf{T}_{\nu\mu} = \begin{bmatrix} W & \mathrm{i}\,\dfrac{1}{c}\,\mathbf{S} \\ \mathrm{i}c\mathbf{g} & t_{ik} \end{bmatrix}, \quad \nu, \mu = 0, 1, 2, 3; \quad i, k = 1, 2, 3\,, \tag{1}$$

где W — плотность энергии, $\mathbf{S}$ — плотность потока энергии (вектор Умова – Пойнтинга), $\mathbf{g}$ — плотность импульса, t_{ik} — тензор плотности потока импульса (тензор напряжений).

Компоненты ТЭИ (1) в форме Минковского имеют вид [6]

$$W = \frac{\mathbf{ED}+\mathbf{HB}}{8\pi}\,, \qquad \mathbf{S} = c\,\frac{\mathbf{E}\times\mathbf{H}}{4\pi}\,,$$

$$\mathbf{g}^{\mathrm{M}} = \frac{\mathbf{D}\times\mathbf{B}}{4\pi c}\,, \qquad t_{ik}^{\mathrm{M}} = \frac{E_i D_k + H_i B_k}{4\pi} - \delta_{ik}\,\frac{\mathbf{ED}+\mathbf{HB}}{8\pi}\,.$$

Компоненты ТЭИ (1) в форме Абрагама выражаются как

$$W = \frac{\mathbf{ED}+\mathbf{HB}}{8\pi}\,, \qquad \mathbf{S} = c\,\frac{\mathbf{E}\times\mathbf{H}}{4\pi}\,, \qquad \mathbf{g}^{\mathrm{A}} = \frac{\mathbf{E}\times\mathbf{H}}{4\pi c}\,,$$

$$t_{ik}^{\mathrm{A}} = \frac{E_i D_k + E_k D_i + H_i B_k + H_k B_i}{8\pi} - \delta_{ik}\,\frac{\mathbf{ED}+\mathbf{HB}}{8\pi}\,.$$

После подстановки компонентов в форме Абрагама в ТЭИ (1) он становится симметричным.

3. Уравнения сохранения для электромагнитной энергии и импульса

Уравнения сохранения электромагнитной энергии и импульса следуют из ТЭИ (1) в виде его четырёхмерной дивергенции. Если при прохождении света через прозрачную среду потери, т.е. поглощение и рассеяние света, отсутствуют, то электромагнитная энергия излучения до вхождения его в среду и после выхода из неё остаётся неизменной. При этом обмен энергией со средой носит реактивный характер. В этом случае дивергенцию ТЭИ можно приравнять нулю, так как отсутствует сток активной электромагнитной энергии. В противном случае дивергенцию ТЭИ электромагнитного поля необходимо приравнять к дивергенции ТЭИ механической энергии и импульса среды. Для упрощения будем рассматривать случай, в котором потери отсутствуют.

В общем случае ТЭИ (1) является несимметричным и для каждого из его индексов можно записать по две группы уравнений (учитывая форму записи ТЭИ (1) в данном случае можно не различать ковариантные и контравариантные индексы):

$$\text{а)}\ \partial_\nu \mathbf{T}_{\nu\mu} = 0\,, \quad \text{б)}\ \partial_\mu \mathbf{T}_{\nu\mu} = 0\,,$$

или

$$\text{а)}\ \frac{1}{c}\,\partial_t W + c\nabla\mathbf{g} = 0\,, \quad \frac{1}{c^2}\,\partial_t S_k - \partial_i t_{ik} = 0\,;$$

$$\text{б)}\ \partial_t W + \nabla\mathbf{S} = 0\,, \quad \partial_t g_i - \partial_k t_{ik} = 0\,. \tag{2}$$

Подставив в уравнения (2) компоненты ТЭИ в форме Минковского, получим четыре уравнения сохранения:

— уравнение сохранения плотности энергии

$$\frac{\partial_t(\mathbf{ED}+\mathbf{HB})}{8\pi c} + \frac{\nabla(\mathbf{D}\times\mathbf{B})}{4\pi} = 0\,, \tag{3}$$

— уравнение сохранения плотности потока энергии

$$\frac{\partial_t(\mathbf{E}\times\mathbf{H})_k}{4\pi c} - \partial_i\left(\frac{E_i D_k + H_i B_k}{4\pi} - \delta_{ik}\,\frac{\mathbf{ED}+\mathbf{HB}}{8\pi}\right) = 0\,; \tag{4}$$

— уравнение сохранения плотности энергии

$$\frac{\partial_t(\mathbf{ED}+\mathbf{HB})}{8\pi c} + \frac{\nabla(\mathbf{E}\times\mathbf{H})}{4\pi} = 0\,; \tag{5}$$

— уравнение сохранения плотности импульса

$$\frac{\partial_t(\mathbf{D}\times\mathbf{B})_i}{4\pi c} - \partial_k\left(\frac{E_i D_k + H_i B_k}{4\pi} - \delta_{ik}\,\frac{\mathbf{ED}+\mathbf{HB}}{8\pi}\right) = 0\,. \tag{6}$$

Из уравнений (4) и (6) следует, что тензор Минковского одновременно описывает изменения плотности электромагнитного импульса в форме Абрагама (4) и форме Минковского (6).

Из уравнений (3) и (5) следует уравнение

$$\frac{\nabla(\mathbf{D}\times\mathbf{B})}{4\pi} = \frac{\nabla(\mathbf{E}\times\mathbf{H})}{4\pi}\,,$$

или

$$\frac{\nabla(\mathbf{D}\times\mathbf{B})}{4\pi c} = \frac{\nabla(\mathbf{E}\times\mathbf{H})}{4\pi c}\,,$$

или

$$\nabla\mathbf{g}^{\mathrm{M}} = \nabla\mathbf{g}^{\mathrm{A}}\,.$$

То есть дивергенции плотности импульса в формах Минковского и Абрагама равны. Взяв производные по времени от обеих частей последнего уравнения, получим

$$\nabla\,\partial_t\mathbf{g}^{\mathrm{M}} = \nabla\,\partial_t\mathbf{g}^{\mathrm{A}}\,,$$

или

$$\nabla(\partial_t\mathbf{g}^{\mathrm{M}} - \partial_t\mathbf{g}^{\mathrm{A}}) = 0\,.$$

Выражение в скобках представляет собой силу Абрагама. Таким образом, из ТЭИ Минковского следует, что дивергенция силы Абрагама равна нулю. Это говорит о том, что сила Абрагама является вихревой.

Подставив в уравнения (2) компоненты ТЭИ в форме Абрагама и учитывая симметричность этого тензора, получим два уравнения сохранения для энергии и импульса:

— уравнение сохранения плотности энергии

$$\frac{\partial_t(\mathbf{ED}+\mathbf{HB})}{8\pi c} + \frac{\nabla(\mathbf{E}\times\mathbf{H})}{4\pi} = 0\,,$$

которое совпадает с уравнением (5), следующим из тензора Минковского;

— уравнение сохранения плотности импульса в форме Абрагама

$$\frac{\partial_t(\mathbf{E}\times\mathbf{H})_i}{4\pi c} - \partial_k\left(\frac{E_i D_k + E_k D_i + H_i B_k + H_k B_i}{8\pi} - \delta_{ik}\,\frac{\mathbf{ED}+\mathbf{HB}}{8\pi}\right) = 0\,,$$

или

$$\partial_t g_i^{\mathrm{A}} = \partial_k \left(\frac{E_i D_k + E_k D_i + H_i B_k + H_k B_i}{8\pi} - \delta_{ik} \frac{\mathbf{ED} + \mathbf{HB}}{8\pi} \right);$$

— уравнение сохранения плотности потока энергии для тензора Абрагама

$$\frac{1}{c^2}\,\partial_t S_k - \partial_i \left(\frac{E_i D_k + E_k D_i + H_i B_k + H_k B_i}{8\pi} - \delta_{ik} \frac{\mathbf{ED} + \mathbf{HB}}{8\pi} \right) = 0\,,$$

или

$$\partial_t g_k^{\mathrm{A}} = \partial_i \left(\frac{E_i D_k + E_k D_i + H_i B_k + H_k B_i}{8\pi} - \delta_{ik} \frac{\mathbf{ED} + \mathbf{HB}}{8\pi} \right).$$

Это уравнение также является уравнением сохранения плотности импульса в форме Абрагама.

Таким образом, из тензора Минковского следуют уравнения сохранения плотности импульса в формах Минковского и Абрагама, а из тензора Абрагама — уравнения сохранения плотности импульса только в форме Абрагама. Это означает, что тензор Абрагама, в отличие от тензора Минковского, не в полном объёме описывает энергетические процессы распространения электромагнитного поля в среде.

Недостатком ТЭИ Минковского некоторые авторы считают его несимметричность, что, по их мнению, вызывает несохранение момента импульса в среде. В работе [13] показано, что такое мнение является ошибочным. Все уравнения сохранения в виде дивергенции следуют только из симметричной части несимметричного ТЭИ, так как полная дивергенция его антисимметричной части равна нулю.

4. Электромагнитные силы в сплошной непроводящей среде

Электромагнитные силы, точнее их плотности, в сплошной непроводящей среде определяются как производные плотности электромагнитного импульса по времени $\partial_t \mathbf{g}$. При отсутствии сторонних сил, зарядов и токов уравнения (4) и (6), следующие из тензора Минковского, можно рассматривать как уравнения баланса электромагнитных сил в среде. Уравнение (4) можно записать в виде:

$$\partial_t g_k^{\mathrm{A}} = \frac{\partial_t (\mathbf{E}\times\mathbf{H})_k}{4\pi c} = \partial_i \left(\frac{E_i D_k + H_i B_k}{4\pi} - \delta_{ik} \frac{\mathbf{ED} + \mathbf{HB}}{8\pi} \right). \quad (7)$$

Уравнение (6) можно представить в виде

$$\partial_t g_i^{\mathrm{M}} = \frac{\partial_t (\mathbf{D}\times\mathbf{B})_i}{4\pi c} = \partial_k \left(\frac{E_i D_k + H_i B_k}{4\pi} - \delta_{ik} \frac{\mathbf{ED} + \mathbf{HB}}{8\pi} \right). \quad (8)$$

Электромагнитные силы в непроводящей среде определяются двумя величинами: индукцией электрического поля $\mathbf{D}$ и напряжённостью магнитного поля $\mathbf{H}$, которые соответственно зависят от электрических и магнитных характеристик среды. Тогда уравнение (7) с плотностью импульса в форме Абрагама, в которую входит напряжённость магнитного поля $\mathbf{H}$, описывает электромагнитные силы, связанные с магнитными характеристиками среды, а уравнение (8) с плотностью импульса в форме Минковского, в которую входит индукция электрического поля $\mathbf{D}$, описывает электромагнитные силы, связанные с электрическими характеристиками среды. Для краткости условно будем называть эти плотности электромагнитных сил соответственно магнитными и электрическими силами. Исходя из этого можно заключить, что из ТЭИ в форме Минковского следует описание как электрических, так и магнитных сил в среде, т.е. электромагнитные силы описываются в полном объёме, а из ТЭИ в форме Абрагама — описание только магнитных сил. Это ещё раз подчёркивает неполноту тензора Абрагама. Электрические и магнитные силы имеют в общем случае различную величину, и разница в электромагнитных силах является силой Абрагама. Поскольку тензор Абрагама не содержит эту силу, для получения правильных результатов его необходимо дополнять силой Абрагама [2, с. 315]. В самом общем виде силу Абрагама записывают в виде разности выражений для изменения импульса в форме Минковского и в форме Абрагама [3]:

$$\mathbf{F}^{\mathrm{A}} = \partial_t \mathbf{g}^{\mathrm{M}} - \partial_t \mathbf{g}^{\mathrm{A}} = \frac{\partial_t (\mathbf{D}\times\mathbf{B})}{4\pi c} - \frac{\partial_t (\mathbf{E}\times\mathbf{H})}{4\pi c} = \frac{1}{4\pi c}\,\partial_t (\mathbf{D}\times\mathbf{B} - \mathbf{E}\times\mathbf{H})\,. \quad (9)$$

Из уравнений (7) и (8), следующих из тензора Минковского, силу Абрагама можно записать также в виде разности дивергенций его тензора напряжений t_{ik}:

$$F_i^{\mathrm{A}} = \partial_t g_i^{\mathrm{M}} - \partial_t g_i^{\mathrm{A}} = \partial_k t_{ik} - \partial_k t_{ki}\,,$$

или

$$F_i^{\mathrm{A}} = \partial_k \left(\frac{E_i D_k + H_i B_k}{4\pi} - \delta_{ik} \frac{\mathbf{ED} + \mathbf{HB}}{8\pi} \right) - \partial_k \left(\frac{E_k D_i + H_k B_i}{4\pi} - \delta_{ik} \frac{\mathbf{ED} + \mathbf{HB}}{8\pi} \right) = \frac{1}{4\pi} [\nabla\times(\mathbf{D}\times\mathbf{E} + \mathbf{B}\times\mathbf{H})]_i\,,$$

или окончательно уравнение для силы Абрагама имеет вид

$$\mathbf{F}^{\mathrm{A}} = \frac{1}{4\pi c}\,\partial_t (\mathbf{D}\times\mathbf{B} - \mathbf{E}\times\mathbf{H}) = \frac{1}{4\pi}\,\nabla\times(\mathbf{D}\times\mathbf{E} + \mathbf{B}\times\mathbf{H})\,. \quad (10)$$

Уравнение (10) подтверждает сделанный в разделе 3 вывод о том, что сила Абрагама имеет вихревой характер, а её дивергенция равна нулю. В уравнении (10), следующем из тензора Минковского, не налагается никаких ограничений на материальные уравнения, и оно является универсальным для любой непроводящей сплошной среды. Поскольку (10) следует из уравнений сохранения плотности импульса (4) и (6), его также можно считать уравнением сохранения плотности импульса.

Из уравнения (10) следует важный вывод. Если среда описывается каноническими материальными уравнениями вида $\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \mathbf{E}$ и $\mathbf{H} = \mathbf{B}/(\mu\mu_0)$, а ε и μ являются постоянными или скалярными функциями, то векторы $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{B}$ коллинеарны и правая часть уравнения (10) с векторными произведениями этих векторов равна нулю. Тогда сила Абрагама равна нулю, а ТЭИ (1) является симметричным. Следовательно, часто применяемое в этом случае выражение силы Абрагама в виде

$$\mathbf{F}_{\mathrm{A}} = \frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi c}\,\partial_t (\mathbf{E}\times\mathbf{H})$$

следует приравнять к нулю. Тогда недиагональные компоненты тензора напряжений t_{ik} также равны нулю, а электромагнитные силы, действующие на среду, определяются только его диагональными членами. Следовательно, уравнение электромагнитных сил в этом случае можно записать в виде

$$\mathbf{F} = \partial_t \mathbf{g}^{\mathrm{M}} = \partial_t \mathbf{g}^{\mathrm{A}} = \frac{\partial_t (\varepsilon\varepsilon_0 \mathbf{E}\times\mathbf{B})}{4\pi c} = \frac{\partial_t \big((\mathbf{E}\times\mathbf{B})/\mu\mu_0\big)}{4\pi c} = -\frac{1}{8\pi\mu_0}\,\nabla\left(\frac{\varepsilon\mathbf{E}^2}{c^2} + \frac{\mathbf{B}^2}{\mu} \right).$$

Последнее выражение для электромагнитных сил следует и из ТЭИ Абрагама. Полученные уравнения найдены для неподвижной среды, но в силу релятивистской ковариантности ТЭИ Минковского следующие из него уравнения при использовании известных формул перехода справедливы и для равномерно движущейся среды.

5. Заключение

Итак, из ТЭИ Минковского следуют уравнения сохранения плотности импульса в форме Минковского (6) и форме Абрагама (4), а также уравнение (10) для силы Абрагама, показывающее, что она является вихревой, а её дивергенция равна нулю. Таким образом, сам предмет дискуссии о том, какая из форм плотности импульса "правильнее", отсутствует — они обе являются правильными и равноценными, поскольку обе следуют из ТЭИ Минковского, чего нельзя сказать о ТЭИ в форме Абрагама. Образно говоря, эти две формы плотности импульса представляют собой "две стороны одной медали" и дополняют друг друга. Поскольку тензор Абрагама симметричен, в отличие от тензора Минковского, получить из него непосредственно, как в случае тензора Минковского, выражение для силы Абрагама через тензор напряжений не представляется возможным. Поэтому тензор Абрагама дополняют силой Абрагама, найденной иным путём, после чего он считается идентичным тензору Минковского [2, с. 317]. Только тогда его можно использовать и получить правильный результат.

В связи с этим в работе [3, с. 185] отмечается, что сила Абрагама должна находиться "на основании опытных данных или каких-то расчётов, лежащих за пределами самих уравнений для макроскопического поля, из которых вытекает лишь закон сохранения или его непосредственные следствия". Последнее утверждение относится к тензору Абрагама, но не к тензору Минковского, содержащему всю необходимую информацию. Таким образом, по отношению к тензору Абрагама сила Абрагама является неким сторонним "довеском", требующимся для обеспечения его правильности, но физическая суть этого "довеска" не определена и для её установления требуется выйти за пределы уравнений макроскопического поля. По отношению к тензору Минковского сила Абрагама, по сути, является его составной частью, её физическая сущность и описание точно определены и непосредственно вытекают из тензора Минковского в виде уравнения (10), причём не требуется выхода за пределы ТЭИ.

Всё это говорит о том, что предпочтение надо однозначно отдать тензору Минковского, описывающему энергетические процессы и электромагнитные силы в среде, в том числе и силу Абрагама, в полном объёме. Для материальных сред, в которых сила Абрагама отсутствует, т.е. для сред, в которых векторы **D** и **E**, **H** и **B** коллинеарны, возможно применение и тензора Абрагама.

В настоящее время ввиду отсутствия окончательного выбора формы ТЭИ часть исследователей для развития электродинамики сплошных сред использует тензор Абрагама, не учитывая его ограничения, что может привести к неправильным результатам и выводам. Автор надеется, что настоящая статья поможет сделать правильный выбор формы ТЭИ и развивать исследования в правильном направлении.

Автор благодарен А. Бревику (I. Brevik) за существенные замечания по этой статье, позволившие её улучшить.

Список литературы

1. Скобельцын Д В *УФН* **110** 253 (1973); Skobel'tsyn D V *Sov. Phys. Usp.* **16** 381 (1973)
2. Гинзбург В Л *УФН* **110** 309 (1973); Ginzburg V L *Sov. Phys. Usp.* **16** 434 (1973)
3. Гинзбург В Л, Угаров В А *УФН* **118** 175 (1976); Ginzburg V L, Ugarov V A *Sov. Phys. Usp.* **19** 94 (1976)
4. Веселаго В Г *УФН* **179** 689 (2009); Veselago V G *Phys. Usp.* **52** 649 (2009)
5. Макаров В П, Рухадзе А А *УФН* **179** 995 (2009); Makarov V P, Rukhadze A A *Phys. Usp.* **52** 937 (2009)
6. Веселаго В Г, Щавлев В В *УФН* **180** 331 (2010); Veselago V G, Shchavlev V V *Phys. Usp.* **53** 317 (2010)
7. Давидович М В *УФН* **180** 623 (2010); Davidovich M V *Phys. Usp.* **53** 595 (2010)
8. Макаров В П, Рухадзе А А *УФН* **181** 1357 (2011); Makarov V P, Rukhadze A A *Phys. Usp.* **54** 1285 (2011)
9. Веселаго В Г *УФН* **181** 1201 (2011); Veselago V G *Phys. Usp.* **54** 1161 (2011)
10. Топтыгин И Н, Левина К *УФН* **186** 146 (2016); Toptygin I N, Levina K *Phys. Usp.* **59** 141 (2016)
11. Brevik I *Ann. Physics* **377** 10 (2017)
12. McDonald K T "Bibliography on the Abraham – Minkowski debate" (February 17, 2015, updated September 29, 2017), http://physics.princeton.edu/~mcdonald/examples/ambib.pdf
13. Spirichev Yu A, arXiv:1708.04578

On choosing the energy–momentum tensor in electrodynamics and on the Abraham force

Yu.A. Spirichev
Research and Design Institute of Radioelectronic Engineering,
Branch of M.V. Protsenko Federal Research and Development Center Production Association "Start",
ul. Mira 1/1, 442965 Zarechnyi, Penza region, Russian Federation
E-mail: yuspir@rambler.ru

The well-debated problem of choosing the energy–momentum tensor in electrodynamics is examined. Electromagnetic forces in a continuum medium that follow from Minkowski's and Abraham's tensors are considered. It is shown that the conservation equations for both Minkowski's momentum density and for Abraham's impulse simultaneously follow from Minkowski's tensor and that they are the components of a composite electromagnetic pulse in the medium. It is shown that choosing canonical material equations reduces the Abraham force to zero. Considerations are presented which uniquely favor choosing the Minkowski tensor and show the incompleteness of the Abraham tensor.

Keywords: the electromagnetic force, tensor of energy–momentum, Minkowski tensor, Abraham tensor, Abraham force

PACS numbers: 03.50.De, 41.20.Jb

Bibliography — 13 references
Uspekhi Fizicheskikh Nauk **188** (3) 325 – 328 (2018)
DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.11.038255

Received 28 January 2017, revised 20 November 2017
Physics – Uspekhi **61** (3) (2018)
DOI: https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.11.038255