

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

О законах сохранения в электродинамике сплошных сред

(к 100-летию Государственного оптического института им. С.И. Вавилова)

Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов, М.В. Архипов

В заметке обсуждаются законы сохранения в электродинамике сред с диссипацией и, в особенности, правило сохранения электрической площади электромагнитных импульсов и его применение в задачах распространения коротких импульсов в резонансных средах.

Ключевые слова: электродинамика сплошных сред, законы сохранения, предельно короткие импульсы, униполярные импульсы, электрическая площадь импульса, когерентные эффекты

PACS numbers: 41.20.-q, 42.65.Re

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.07.038386>

От редакционной коллегии. 15 декабря 2018 г. исполняется 100 лет со дня основания Государственного оптического института (ГОИ), с 1952 г. носящего имя Сергея Ивановича Вавилова. Его основатель и идеолог Дмитрий Сергеевич Рождественский, талантливый учёный и блестящий организатор науки, ставил необычную для тех времён задачу соединения в едином коллективе фундаментальной и прикладной оптики, охватывающей все основные разделы этой науки и широчайший диапазон спектра излучения — от инфракрасной до ультрафиолетовой области. При том, что оптика тех времён стояла у истоков революционных потрясений, связанных прежде

Н.Н. Розанов. Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова, Кадетская линия В.О. 5/2, 199053 Санкт-Петербург, Российская Федерация;
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО),
Кронверкский просп. 49, 197101 Санкт-Петербург,
Российская Федерация;

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
ул. Политехническая 26, 194021 Санкт-Петербург,
Российская Федерация

E-mail: nnrosanov@mail.ru

Р.М. Архипов. Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО),
Кронверкский просп. 49, 197101 Санкт-Петербург,
Российская Федерация;

Санкт-Петербургский государственный университет,
Университетская набережная 7–9, 199034 Санкт-Петербург,
Российская Федерация

E-mail: r.arkhipov@spbu.ru

М.В. Архипов. Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО),
Кронверкский просп. 49, 197101 Санкт-Петербург,
Российская Федерация

E-mail: m.arkhipov@spbu.ru

Статья поступила 26 апреля 2018 г.



Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова

всего со становлением квантовой теории, и при том, что в стране только отдельные, разрозненные учёные занимались оптическими исследованиями, а зачаточная оптическая промышленность не покрывала и малой доли запросов общества (прежде всего, армии), эту задачу нельзя не назвать грандиозной (по-английски — "мамонтовой").

Что удалось сделать ГОИ в сравнительно короткие сроки, уже описано в многостраничных книгах и многочисленных статьях, в том числе в журнале УФН [1–4]. Действительно, ГОИ быстро вышел по основным направлениям "академической" оптики на мировой уровень, создал оптическое стекло и внёс решающий вклад в отечественное оптическое приборостроение и оптиче-

скую промышленность научного, специального и гражданского назначения. При постоянном давлении сверху в сторону расширения прикладных работ за счёт фундаментальных, ГОИ имел возможность поддержания и последних. Ярким примером может служить открытие В.А. Фоком (бывшим незадолго до того студентом-лаборантом ГОИ, а затем руководителем теоретического сектора ГОИ) "обменных сил" [5] и разработка "метода Хартри–Фока" [6], ставшего "рабочей лошадью" при решении квантово-механических задач многих тел. Экспериментальные и теоретические исследования ГОИ раннего периода по атомной и затем молекулярной спектроскопии, спектроскопии кристаллов и стёкол и многие другие вошли в золотой фонд отечественной физики.

Послевоенный период также отвечал бурному росту исследований и коллектива ГОИ, который к 1990-м годам насчитывал 12000 сотрудников. Некоторые направления отходили на второй план, в том числе в связи с появлением в стране новых, специализированных институтов оптического профиля. Но возникали и стремительно развивались новые, включая космическую оптику, в которой доминировали приборы ГОИ, компьютерную вычислительную оптику, голографию (трёхмерная оптическая голография предложена в ГОИ Ю.Н. Денисюком [7]), квантовую оптику (явления интерференции атомных состояний, позволяющие реализовать новые методы спектроскопии сверхвысокого разрешения и прецизионной магнитометрии, обнаружены Е.Б. Александровым [8, 9]), лазерную и нелинейную оптику.

Ещё более "объёмны" прикладные работы ГОИ, но важно, что на фундаментальные и поисковые исследования направлялось 30 % внушительного общего финансирования, и эти деньги распределялись институтом самостоятельно. Именно последнее обстоятельство, вместе с наличием в ГОИ высококвалифицированных специалистов практически всех оптических направлений и сравнительно современным оборудованием, позволяли ГОИ наиболее быстро и качественно решать сложные комплексные задачи; видимо, этим и можно объяснить то, что первый отечественный лазер был создан именно в ГОИ в июне 1961 г., всего через несколько месяцев после американского [10, 11].

Интересно отметить, что ещё в начале 1980-х годов в ГОИ проводилась разработка масштабного проекта ЛИГА (лазерно-интерферометрическая гравитационная антенна) на территории Баксанской нейтринной обсерватории для детектирования гравитационного излучения космических источников [12].

К сожалению, упоминавшееся "давление" в сторону прикладных работ в ГОИ резко усилилось в последние годы, когда институт лишился государственной бюджетной поддержки. Тем не менее фундаментальные и поисковые исследования в ГОИ продолжают проводиться — ведь без них и прикладные работы теряют перспективу и обречены на застой. Этот тезис мы подтверждаем публикуемой далее статьёй одного из давних сотрудников ГОИ с коллегами.

Редколлегия журнала *Успехи физических наук* поздравляет сотрудников прославленного ГОИ — как нынешних, так и уже покинувших стены зданий ГОИ на Васильевском острове Петербурга — с вековым юбилеем и желает им новых успехов в развитии, даже в современных непростых условиях, оптических исследований, необходимых стране и мировой науке.

Содержание

1. Введение (1348).
 2. Вывод законов сохранения (1348).
 3. "Электрическая площадь" и "площадь огибающей" импульса (1349).
 4. Унипольный импульс в среде с поглощением (1350).
 5. Унипольный импульс в усиливающей среде (1351).
 6. Некоторые следствия из правила площадей (1352).
 7. Заключение (1352).
- Список литературы (1352).

1. Введение

Законы сохранения, истоки которых обнаруживаются ещё в трудах античных философов, занимают особое место в современных естественных науках, и в особенности в физике. Они не только играют "запретительную" роль, но и помогают упрощать анализ динамики систем, предвидеть её качественный характер, а в ряде случаев и находить результаты эволюции различных физических систем. Обычно в физике законы сохранения применяют к консервативным системам, изолированным от окружения; важными примерами здесь служат законы сохранения импульса, момента импульса и энергии в механике, теории тяготения и в электродинамике в вакууме [13, 14].

Для открытых систем, обладающих диссипацией, возможность наличия законов сохранения вызывает вопросы. Ограничивааясь далее областью электродинамики сплошных сред [15], укажем, что в средах с диссипацией энергии исходный густоток электромагнитного поля при длительной эволюции исчезает с переходом энергии к поглощающей среде. Поэтому, казалось бы, законы сохранения в средах с диссипацией не могут формулироваться в терминах исключительно электромагнитного поля.

Тем не менее в [16–19] был указан ряд сохраняющихся исключительно электродинамических интегральных характеристик для весьма общего класса сред с диссипацией: изотропных и анизотропных, линейных и нелинейных, с произвольным видом частотной и пространственной дисперсии, с поглощением и с лазерным усилением. Задачей данного сообщения служит более систематическое изложение вывода этих правил сохранения и иллюстрация их полезности для анализа взаимодействия предельно коротких лазерных импульсов с различными средами.

2. Вывод законов сохранения

"Эволюционные" уравнения Максвелла электродинамики сплошных сред имеют вид [15]

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (1)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{E} и \mathbf{H} — напряжённости электрического и магнитного полей, \mathbf{D} и \mathbf{B} — электрическая и магнитная индукции, \mathbf{j} — плотность электрического тока, c — скорость света в вакууме и t — время. Различие структуры правых частей (1) и (2) связано с отсутствием в природе магнитных токов; влияние гипотетических маг-

нитных зарядов и токов [20] на вид законов сохранения обсуждается в [19].

Считаем поле локализованным в конечной пространственной и временной области. Проинтегрируем (2) по бесконечному объёму. Поскольку для локализованных структур на периферии (асимптотически) напряжённость поля должна обращаться в нуль, получим

$$\frac{d}{dt} \mathbf{V}_B = 0, \quad (3)$$

где введён "объём магнитного поля"

$$\mathbf{V}_B = \iiint_V \mathbf{B} d\mathbf{r}. \quad (4)$$

Применительно к "объёму электрической индукции"

$$\mathbf{V}_D = \iiint_V \mathbf{D} d\mathbf{r} \quad (5)$$

следует также учесть, что не только в изоляторах ($j = 0$), но даже и в ферромагнитных кристаллах интеграл от плотности тока по объёму элементарной ячейки в термодинамическом равновесии равен нулю [15]:

$$\int_{V_c} \mathbf{j} d\mathbf{r} = 0. \quad (6)$$

Поэтому из (1) аналогичным образом следует

$$\frac{d}{dt} \mathbf{V}_D = 0. \quad (7)$$

При интегрировании (2) по времени, также в бесконечных пределах, получаем

$$\text{rot } \mathbf{S}_E = 0, \quad (8)$$

где фигурирует "электрическая площадь" импульса

$$\mathbf{S}_E = \int_{t=-\infty}^{+\infty} \mathbf{E} dt. \quad (9)$$

Как указано в [21], электрическая площадь импульса имеет смысл момента (импульса) электрической части силы Лоренца, действующей на единичный электрический заряд и вызывающей отвечающее второму закону Ньютона изменение его механического импульса.

При интегрировании по времени (1) в случае "обычных" сред находим

$$\text{rot } \mathbf{S}_H = \frac{4\pi}{c} \mathbf{q}(\mathbf{r}). \quad (10)$$

Здесь вводится "магнитная площадь" импульса

$$\mathbf{S}_H = \int_{t=-\infty}^{+\infty} \mathbf{H} dt \quad (11)$$

и

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}) = \int_{t=-\infty}^{+\infty} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) dt \quad (12)$$

— вектор, модуль которого совпадает с интегральной плотностью заряда, протекшего через точку с координатами \mathbf{r} за всё время прохождения импульса, а направление показывает направление интегрального по време-

ми потока зарядов. Для "необычных" сред — пироэлектриков, обладающих в термодинамическом равновесии хотя бы двумя состояниями с различающейся спонтанной электрической индукцией \mathbf{D} , в правой части (10) может возникать дополнительный постоянный член $(\mathbf{D}|_{t=+\infty} - \mathbf{D}|_{t=-\infty})/c$. В отсутствие электрического тока (10) принимает аналогичный (8) вид:

$$\text{rot } \mathbf{S}_H = 0. \quad (13)$$

Уравнения (3) и (7) представляют правила сохранения (неизменность во времени) соответствующих интегральных величин, тогда как (8) и (13) свидетельствуют о безвихревой природе электрической и магнитной площадей импульса и о вытекающей отсюда возможности введения потенциалов [18]. Тем не менее оба уравнения (8) и (13) также становятся аналогичными правилам сохранения в приближении плоских волн, в котором напряжённости полей в (1) и (2) зависят только от одной декартовой координаты z (продольной координаты вдоль направления преимущественного распространения излучения). В этом случае вид уравнений (8) и (13) упрощается:

$$\frac{d}{dz} \mathbf{S}_E = 0, \quad (14)$$

$$\frac{d}{dz} \mathbf{S}_H = 0. \quad (15)$$

Что же касается (3) и (7), то их форма для плоских волн сохраняется при замене объёмного интегрирования в (4) и (5) на интегрирование по продольной координате z .

Уточним ещё рамки применимости сделанного при выводе (8) предположения о локализованности структур света. Мы считаем, что волновой пакет излучения в начальный момент времени расположен в вакууме, в среде поле отсутствует, а через достаточно большой временной промежуток после прохождения пакета поле в любой фиксированной точке пространства исчезает (из-за диссипации в среде и естественного разбегания излучения со световой скоростью). На практике это означает, что у нас есть лазерная система, способная генерировать одиночный короткий импульс, который начинает двигаться в вакууме в направлении среды, где до прихода импульса макроскопическое электромагнитное поле отсутствует. Ещё одно ограничение: в системе должна отсутствовать возможность как мягкого, так и жёсткого возбуждения генерации исходным импульсом (последний вариант реализуется, например, в лазере с насыщающимся поглощением [18, 22–25]). Наконец, здесь мы привлекаем только классическое представление электромагнитного поля в отсутствие шумов и флуктуаций.

Поскольку обычно более существенно воздействие электрического поля на среду, далее мы ограничимся применением правила (14) для электрической площади поля.

3. "Электрическая площадь" и "площадь огибающей" импульса

Необходимо отметить, что в нелинейной оптике под площадью импульса обычно понимается другая величина, которую мы будем называть площадью огибаю-

щей импульса. В 1969 г. Мак-Колом и Ханом был открыт и теоретически описан эффект самоиндуцированной прозрачности [26]. Он заключается в том, что короткий импульс с достаточно большой энергией может распространяться в резонансной поглощающей среде практически без потерь. Теория эффекта применима к излучению, близкому к монохроматической плоской волне с частотой ω_0 и волновым числом k_0 . Тогда в одномерной геометрии можно ввести медленно меняющуюся огибающую $\varepsilon(z, t)$: $\mathbf{E} = \mathbf{e} \operatorname{Re} [\varepsilon(z, t) \exp(i k_0 z - i \omega_0 t)]$, где \mathbf{e} — единичный вектор поляризации излучения. Для двухуровневой среды с дипольным моментом рабочего перехода d_{12} используют понятие площади огибающей импульса [26–29]:

$$\theta(z) = \frac{d_{12}}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(z, t) dt, \quad (16)$$

где \hbar — приведённая постоянная Планка. Подчеркнём здесь отличие электрической площади импульса (9) от площади огибающей (16) $\theta(z)$, пропорциональной интегралу от медленно меняющейся амплитуды поля. Эволюция площади огибающей импульса при когерентном распространении многоцикловых импульсов в двухуровневой резонансной среде описывается теоремой площадей Мак-Кола и Хана [26–29]:

$$\frac{d}{dz} \theta(z) = -\frac{\alpha_0}{2} \sin \theta(z). \quad (17)$$

Здесь α_0 — коэффициент поглощения слабого сигнала (на единицу длины). Из теоремы площадей, в частности, следует, что если площадь огибающей импульса не кратна целому чётному числу π , то она увеличивается или уменьшается и стремится к ближайшему значению, кратному чётному числу π . В работе [30], последовавшей после работы Мак-Кола и Хана, было рассмотрено решение проблемы СИП для двухуровневой среды без использования приближения медленных огибающих. В частности, было показано существование солитонного решения в виде унипольярного импульса, имеющего форму гиперболического секанса. Авторы применили выражение (16) для определения площади такого солитона, где использовалась не огибающая, а напряжённость электрического поля, т.е., с точностью до постоянного множителя, электрическая площадь импульса. Такая площадь унипольярного солитона СИП оказалась равной 2π . Ниже мы будем пользоваться таким определением для электрической площади импульса. Отметим, что при теоретических исследованиях взаимодействия предельно коротких солитоноподобных импульсов ряд упрощений приводит к уравнениям типа синус-Гордона, которое описывает эволюцию во времени и пространстве именно электрической площади импульса [31–33]. Упрощённые модели дают неверные значения электрической и магнитной площадей. Это свидетельствует об ограниченной применимости таких моделей и возникает из-за пренебрежения формированием длительных "хвостов" импульсов и генерации встречной волны, которые вносят свой вклад в величину электрической площади. Отметим также, что если пренебречь релаксацией, то осцилляторы среды, возбуждённые даже коротким импульсом, могут колебаться неограниченно долго, непрерывно испуская электромагнитные волны, что нарушило бы ещё и закон сохранения энергии.

Рассмотрим теперь применение полученных правил к задачам, которые возникают в нелинейной оптике и лазерной физике. Наиболее часто здесь рассматривают одномерные задачи, к которым применимы соотношения (14) и (15).

4. Унипольярный импульс в среде с поглощением

Хотя правило сохранения электрической площади носит общий характер, его нетривиальность наиболее ярко проявляется применительно к предельно коротким, и особенно унипольярным, импульсам, у которых напряжённость электрического поля с фиксированной поляризацией сохраняет знак на всём протяжении импульса. Интерес к таким импульсам возник в последние годы (см. обзор [34] и цитируемую там литературу).

Задачи взаимодействия предельно коротких импульсов с длительностью меньше периода резонансного перехода с двухуровневой системой решаются с применением одномерного волнового уравнения:

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P(z, t)}{\partial t^2}, \quad (18)$$

которое дополняют материальными уравнениями для двухуровневой среды:

$$\frac{\partial \rho_{12}(z, t)}{\partial t} = -\frac{\rho_{12}(z, t)}{T_2} + i\omega_0 \rho_{12}(z, t) - \frac{i}{\hbar} d_{12} E(z, t) n(z, t), \quad (19)$$

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial t} = -\frac{n(z, t) - n_0}{T_1} + \frac{4}{\hbar} d_{12} E(z, t) \operatorname{Im} \rho_{12}(z, t), \quad (20)$$

$$P(z, t) = 2N_0 d_{12} \operatorname{Re} \rho_{12}. \quad (21)$$

Система (18)–(21) содержит следующие величины: E — напряжённость электрического поля с фиксированной линейной поляризацией, P — поляризация среды, N_0 — концентрация активных центров, ω_0 — частота резонансного перехода среды ($\lambda_0 = 2\pi c / \omega_0$ — длина волны резонансного перехода), n_0 — стационарная разность заселённостей двух рабочих уровней при отсутствии электромагнитного поля, ρ_{12} — недиагональный элемент матрицы плотности, $n \equiv \rho_{11} - \rho_{22}$ — разность заселённостей между основным (1) и возбуждённым (2) состояниями двухуровневой системы. Поляризация среды связана с недиагональным элементом матрицы плотности ρ_{12} согласно выражению (21). В уравнения входят времена релаксации поляризации T_2 и разности заселённостей T_1 двухуровневой резонансной среды. Среда может рассматриваться как поглощающая или как усиливающая в зависимости от знака разности заселённостей.

Прежде чем продемонстрировать справедливость и полезность правила сохранения электрической площади, обратим внимание, что при решении задач прохождения через диссипативные среды коротких импульсов, состоящих из нескольких циклов колебаний с нулевой электрической площадью, вопрос о точном выполнении правила площадей не ставился. Поэтому результаты, которые получаются при расчётах распространения унипольярных импульсов, не соответствуют представлениям, основанным на выработанной интуиции. Невозможно, каза-

лось бы, ожидать сохранения электрической площади у униполярного импульса после прохождения среды, обладающей большим поглощением, ведь среда должна поглотить излучение. Но это противоречие только кажется. Для того чтобы происходило взаимодействие с резонансно поглащающей средой, приводящее к поглощению, униполярное излучение должно иметь спектр, значительная часть которого находится в области резонансного перехода. Для этого униполярный импульс должен быть достаточно коротким и его длительность должна быть сравнима с величиной, обратной частоте резонансного перехода. За счёт поглощения пропадёт часть спектра вокруг частоты резонанса, однако постоянная составляющая не исчезнет. Даже если поглощение безвозвратно уничтожит всю высокочастотную часть спектра в исходном импульсе, останется узкая часть спектра около нулевой частоты. Поэтому уменьшится амплитуда электрического поля в импульсе и вырастет длительность импульса. В таком случае электрическая площадь останется постоянной. Действительно, электрическая площадь отнюдь не сводится к энергии, которая пропорциональна квадрату напряжённости поля. Импульсы с одинаковой электрической площадью обладают разной энергией. Если, например, амплитуда импульса сократилась в 10 раз и в 10 раз увеличилась его длительность, что оставило электрическую площадь неизменной, то энергия импульса уменьшилась в 10 раз. Таким образом, правило площадей может выполняться в диссипативной системе с потерей энергии.

Ниже на рис. 1 приведены результаты численного расчёта прохождения через поглащающую среду импульса, имеющего исходно форму гиперболического секанса с электрической площадью $3\pi/2$. Если бы для электрической площади выполнялась "теорема площадей" Мак-Кола и Хана, площадь импульса на выходе из среды должна была бы увеличиться и приблизиться к 2π . Результаты численного расчёта показывают, что этого не происходит. Во всех случаях электрическая площадь импульса остаётся неизменной на всей трассе его распространения, а униполярный импульс преобразуется в биполярный, приобретая осциллирующие составляющие. Хотя электрическая площадь сохраняется, но степень униполярности, определяемая соотношением [34]

$$\xi = \frac{|\int_{-\infty}^{\infty} E dt|}{\int_{-\infty}^{\infty} |E| dt}, \quad (22)$$

уменьшается по мере распространения в среде.

Заканчивая пример с поглощением, отметим, что двухуровневая система выходит за рамки своего применения для описания реальных систем под действием крайне коротких и мощных импульсов. И, тем не менее, если учтена релаксация системы, электрическая площадь импульса сохраняется как для двухуровневой, так и для многоуровневой моделей. Отметим, что в данном примере не возникает существенной униполярной встречной волны при отражении от границ среды и в самой среде (как видно из рис. 1а, амплитуда встречной волны имеет биполярный характер). Поэтому электрическая площадь импульса в каждой точке пространства практически совпадает с площадью падающего на среду импульса. А степень униполярности за счёт отражённой волны на участке слева от среды уже меньше 1.

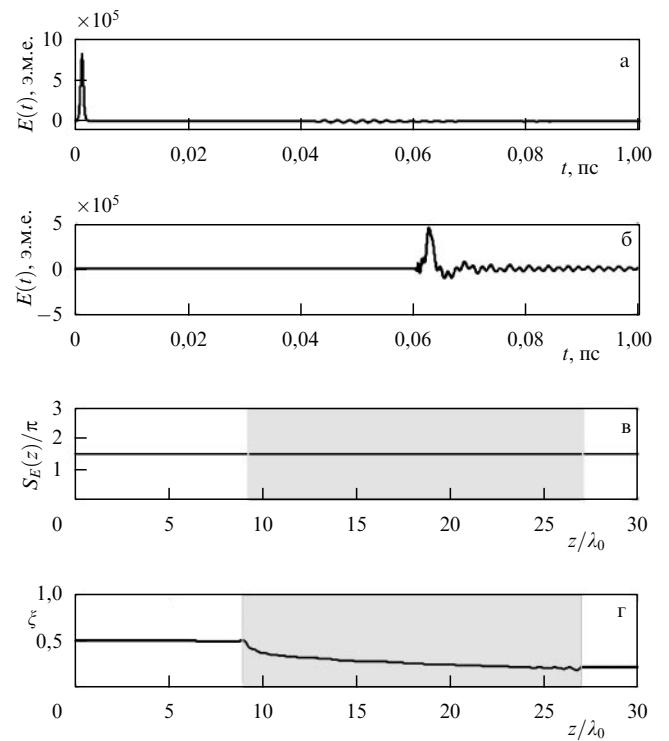


Рис. 1. Пример прохождения импульса электрической площади $3\pi/2$ через поглащающую среду. Начало среды в точке $z = 9\lambda_0$, координата конца среды $z = 27\lambda_0$. (а) Зависимость напряжённости электрического поля от времени на расстоянии $3\lambda_0$ от левого края среды, (б) зависимость напряжённости электрического поля от времени на выходе из среды, (в) электрическая площадь импульса на трассе распространения импульса, (г) степень униполярности импульса на этой трассе. Область среды отмечена серым фоном на (в) и (г). При расчёте использовались параметры: длина волны резонансного перехода $\lambda_0 = 700$ нм, дипольный момент перехода $d_{12} = 5$ Д, время релаксации разности заселённостей $T_1 = 1$ пс, время релаксации поляризации $T_2 = 0,1$ пс, концентрация двухуровневых частиц $N_0 = 10^{21}$ см $^{-3}$, амплитуда униполярного импульса $E_0 = 8 \times 10^5$ ESU, электрическая площадь входного импульса $S_E = 3\pi/2$ (для поглотителя), длительность импульса $\tau_p = 190$ ас ($T_0/12$), форма падающего на среду импульса — гиперболический секанс, $n(z, t = 0) = n_0 = 1$.

5. Униполярный импульс в усиливающей среде

Рассмотрим теперь случай усиления униполярного импульса. Сохранение электрической площади импульса в усиливающей среде также противоречит физической интуиции. Каким образом электрическая площадь после прохождения усиливающей среды может быть равна электрической площади импульса до усиления? Это произойдёт в том случае, если увеличится пиковая амплитуда и сократится длительность, тогда при сохранении площади энергия импульса вырастет. За униполярным импульсом можно ожидать появления биполярного хвоста, электрическая площадь которого будет равна нулю. Пример расчёта усиления импульса с электрической площадью $\pi/2$ дан на рис. 2. Усиление обеспечивалось тем, что среда в начальный момент времени была инвертирована, $n(z, t = 0) = -1$.

Из рисунка 2а, б видно, что униполярный импульс, усиливаясь, приобретает значительную биполярную составляющую, что ведёт к уменьшению степени униполярности (рис. 2г). А электрическая площадь вновь не меняется на всём протяжении участка расчёта (рис. 2в).

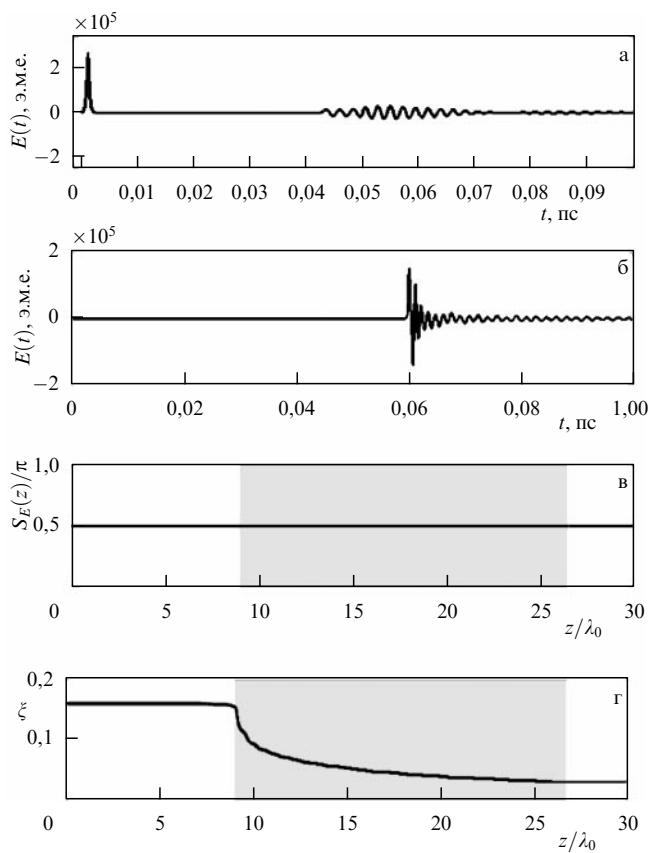


Рис. 2. Распространение униполярного импульса в усиливающей среде. (а) Зависимость напряжённости электрического поля от времени на расстоянии $3\lambda_0$ от левого края среды, (б) зависимость напряжённости электрического поля от времени на выходе из среды, (в) электрическая площадь импульса на трассе распространения, (г) степень униполярности импульса на трассе. Область среды отмечена серым фоном на (в) и (г). Расчёт проводился при тех же параметрах, что и на рис. 1, за исключением: амплитуда униполярного импульса $E_0 = 2,7 \times 10^5$ ESU, $S_E = \pi/2$, $n(z, t = 0) = -1$, $n_0 = 1$.

Обратим внимание на то, что коэффициент униполярности слева от среды меньше единицы и меньше, чем в примере с поглощением. За это отвечает отражённая от среды волна, которая видна в центре рис. 2а. Так как среда обладает усилением, амплитуда встречной волны больше, чем в случае поглощающей среды. Она также имеет вид биполярного "звона" с нулевой электрической площадью из-за излучения среды на частоте резонансного перехода. Отметим также, что на сохранение площади при усилении униполярного импульса указывалось в [35].

В ситуации с усилением многоциклового биполярного импульса, согласно "теореме площадей", площадь огибающей импульса при усилении должна изменяться и стремиться к π . По мере распространения импульса в усиливающей среде его амплитуда будет расти, а длительность сокращаться. Он будет стремиться к импульсу, состоящему из одного цикла колебаний поля. Обратим внимание, что такой биполярный импульс из-за требования сохранения нулевой электрической площади импульса не сможет трансформироваться за счёт преимущественного усиления первой полуволны поля в одиночный униполярный импульс, который вёл бы себя как π -импульс в усиливающей среде.

6. Некоторые следствия из правила площадей

Вообще говоря, правило сохранения электрической площади ничего не говорит о том, что может произойти с площадью первоначального импульса после его прохождения через ту или иную диссипативную среду. Однако, когда допустимо пренебречь отражёнными волнами, можно сделать важное заключение. Если на среду падает импульс нулевой электрической площади, то ни при каких условиях в среде и за средой прошедшее излучение не будет иметь вид единственного импульса с ненулевой электрической площадью — исходный импульс может только делиться на субимпульсы с противоположной полярностью. Пример такого деления на сонаправленные субимпульсы приведён в [18]. Более чётко прослеживается подобное разделение на субимпульсы при существенном отражении света. Действительно, такой пример дан в работе [36], где теоретически рассмотрена задача об отражении одноциклового импульса с нулевой электрической площадью от тонкого металлического слоя и показано возникновение отражённого импульса с постоянной составляющей. Ранее униполярные импульсы при отражении от нелинейной среды были обнаружены в расчётах [37]. Усиление униполярных импульсов возможно в динамическом резонаторе с осциллирующим зеркалом [38–40], квантовый аналог чего известен как динамический эффект Казимира [41, 42].

7. Заключение

Теоретический анализ актуальных задач распространения ультракоротких и генерации униполярных импульсов привёл к обнаружению в электродинамике диссипативных сред правил сохранения, существование которых априорно было трудно предположить. Оказывается, что при решении задач в электродинамике диссипативных сред есть такие величины электромагнитного поля, которые сохраняются во всём пространстве. Хотя, как кажется, при наличии потерь электромагнитной энергии в системе не может быть сохраняющихся величин для электромагнитного поля. Наиболее простой вид эти правила имеют в одномерных задачах взаимодействия излучения с веществом. По нашему мнению, это позволяет говорить о правилах сохранения электрической и магнитной площади импульса.

В численных расчётах, которые приведены в данном сообщении, показано выполнение этих правил при распространении света и в поглощающей, и в усиливающей среде. Как уже отмечено выше, правило сохранения площадей обладает предсказательной силой. Униполярные импульсы могут формироваться из биполярного при его разделении на субимпульсы противоположной полярности или, в одномерной геометрии, при возникновении встречной волны, например, при отражении импульса от границ или объёмных неоднородностей среды. Представляется, что обсуждаемые правила сохранения существенны и для прояснения перспектив сжатия диссипативных солитонов в волоконных лазерах [43].

Работа поддержана грантом РФФИ 16-02-00762а.

Список литературы

1. Рождественский Д С "Анализ спектров и спектральный анализ" УФН 16 897 (1936)

2. Вавилов С И "Пути развития Оптического института" *УФН* **16** 872 (1936)
3. Вавилов С И "Творческая работа Государственного оптического института (к 25-летию основания ГОИ)" *УФН* **27** 106 (1945)
4. Кравец Т П "Тридцать лет советской оптики" *УФН* **33** 23 (1947)
5. Фок В А "Приближенный способ решения квантовой задачи многих тел" *Труды ГОИ* **5** (51) 1 (1931); Fock V "Näherungsmethode zur Lösung des quantenmechanischen Mehrkörperproblems" *Z. Phys.* **61** 126 (1930)
6. Фок В А "Применение обобщенного способа Хартри к атому натрия" *Труды ГОИ* **5** (51) 29 (1931); Fock V "Selfconsistent field" mit Austausch für Natrium" *Z. Phys.* **62** 795 (1930)
7. Денисюк Ю Н "Об отображении оптических свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения" *ДАН СССР* **144** 1275 (1962); Denisyuk Yu N "The manifestation of the optical properties of an object in the wave field of the radiation it scatters" *Sov. Phys. Dokl.* **7** 543 (1962)
8. Александров Е Б "Оптические проявления интерференции невырожденных атомных состояний" *УФН* **107** 595 (1972); Aleksandrov E B "Optical manifestations of the interference of nondegenerate atomic states" *Sov. Phys. Usp.* **15** 436 (1973)
9. Александров Е Б "Прогресс в квантовой магнитометрии для геомагнитных исследований" *УФН* **180** 509 (2010); Aleksandrov E B "Advances in quantum magnetometry for geomagnetic research" *Phys. Usp.* **53** 487 (2010)
10. Белоусова И М "Лазер в СССР: первые шаги" *УФН* **181** 79 (2011); Belousova I M "The laser in the USSR: the first steps" *Phys. Usp.* **54** 73 (2011)
11. Щербаков И А "К истории создания лазера" *УФН* **181** 71 (2011); Shcherbakov I A "Development history of the laser" *Phys. Usp.* **54** 65 (2011)
12. Белоусова И М и др. "О постановке гравитационно-волнового эксперимента с использованием лазерного интерферометра" *УФН* **134** 170 (1981); Belousova I M et al. "Design of a gravity-wave experiment using a laser interferometer" *Sov. Phys. Usp.* **24** 441 (1981)
13. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Механика* (М.: Наука, 1965); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Mechanics* (Oxford: Butterworth-Heinemann, 1976)
14. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Физматлит, 1960); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Butterworth-Heinemann, 1975)
15. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Butterworth-Heinemann, 1984)
16. Розанов Н Н *Оптика и спектроск.* **107** 761 (2009); Rosanov N N *Opt. Spectrosc.* **107** 721 (2009)
17. Rosanov N N, Kozlov V V, Wabnitz S *Phys. Rev. A* **81** 043815 (2010)
18. Розанов Н Н *Диссипативные оптические солитоны. От микроподобий к нано- и атто-* (М.: Физматлит, 2011)
19. Розанов Н Н *Оптика и спектроск.* **118** 975 (2015); Rosanov N N *Opt. Spectrosc.* **118** 943 (2015)
20. Швингер Ю *УФН* **103** 355 (1971); Schwinger J *Science* **165** 757 (1969)
21. Розанов Н Н *Оптика и спектроск.* **125** 818 (2018); Rosanov N N *Opt. Spectrosc.* **125** (12) (2018)
22. Ривлин Л А *ЖЭТФ* **47** 624 (1964); Rivlin L A *JETP* **20** 416 (1965)
23. Воропаев Н Д, Ораевский А Н *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **8** 409 (1965); Voropaev N D, Oraevskii A N *Sov. Radiophys.* **8** 294 (1965)
24. Беспалов В И, Якубович Е И *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **8** 909 (1965); Bespalov V I, Yakubovich E I *Sov. Radiophys.* **8** 646 (1965)
25. Ханин Я И *Основы динамики лазеров* (М.: Наука, 1999)
26. McCall S L, Hahn E L *Phys. Rev.* **183** 457 (1969)
27. Allen L, Eberly J H *Optical Resonance and Two-Level Atoms* (New York: Wiley, 1975); Пер. на русск. яз.: Аллен Л, Эберли Дж *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (М.: Мир, 1978)
28. Крюков П Г, Летохов В С *УФН* **99** 169 (1969); Kryukov P G, Letokhov V S *Sov. Phys. Usp.* **12** 641 (1970)
29. Полуектов И А, Попов Ю М, Ройтберг В С *УФН* **114** 97 (1974); Poluektov I A, Popov Yu M, Roitberg V S *Sov. Phys. Usp.* **18** 673 (1975)
30. Bullough R K, Ahmad F *Phys. Rev. Lett.* **27** 330 (1971)
31. Беленов Э М, Назаркин А В *Письма в ЖЭТФ* **51** 252 (1990); Belenov E M, Nazarkin A V *JETP Lett.* **51** 288 (1990)
32. Беленов Э М, Назаркин А В, Ушаповский В А *ЖЭТФ* **100** 762 (1991); Belenov E M, Nazarkin A V, Ushchapovskii V A *Sov. Phys. JETP* **73** 422 (1991)
33. Сазонов С В *УФН* **171** 663 (2001); Sazonov S V *Phys. Usp.* **44** 631 (2001)
34. Архипов Р М и др. *Письма в ЖЭТФ* **105** 388 (2017); Arkhipov R M et al. *JETP Lett.* **105** 408 (2017)
35. Архипов Р М и др. *Квантовая электроника* **48** 532 (2018); Arkhipov R M et al. *Quantum Electron.* **48** 532 (2018)
36. Arkhipov M V et al. *Opt. Lett.* **42** 2189 (2017)
37. Kozlov V V et al. *Phys. Rev. A* **84** 023818 (2011)
38. Красильников В Н, Панкратов А М, в сб. *Проблемы дифракции и распространения волн* (Л.: Изд-во ЛГУ, 1968) с. 59
39. Розанов Н Н, Федоров Э Г, Мацковский А А *Квантовая электроника* **46** 13 (2016); Rosanov N N, Fedorov E G, Matskovsky A A *Quantum Electronics* **46** 13 (2016)
40. Розанов Н Н, Федоров Э Г *Оптика и спектроск.* **120** 855 (2016); Rosanov N N, Fedorov E G *Opt. Spectrosc.* **120** 803 (2016)
41. Moore G T *J. Math. Phys.* **11** 2679 (1970)
42. Dodonov V V *Phys. Scr.* **82** 038105 (2010)
43. Туритsyn С К и др. *УФН* **186** 713 (2016); Turitsyn S K et al. *Phys. Usp.* **59** 642 (2016)

On laws of conservation in electrodynamics of continuous media

(on the occasion of the 100th anniversary of the S.I. Vavilov State Optical Institute)

N.N. Rosanov^(1,2,3), R.M. Arkhipov^(2,4), M.V. Arkhipov⁽²⁾

⁽¹⁾ S.I. Vavilov State Optical Institute,

Kadetskaya liniya V.O. 5/2, 199053 St. Petersburg, Russian Federation

⁽²⁾ St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University),

Kronverkskiy prosp. 49, 197101 St. Petersburg, Russian Federation

⁽³⁾ Ioffe Institute, Russian Academy of Sciences,

ul. Politekhnicheskaya 26, 194021 St. Petersburg, Russian Federation

⁽⁴⁾ St. Petersburg State University,

Universitetskaya naberezhnaya 7–9, 199034 St. Petersburg, Russian Federation

E-mail: ^(1,2,3)nnrosanov@mail.ru, ^(2,4)r.arkhipov@spbu.ru, ⁽²⁾m.arkhipov@spbu.ru

This note discusses conservation laws in the electrodynamics of dissipative continuous media, with particular emphasis on the electric area conservation rule for electromagnetic pulses and its application to short pulse propagation problems in resonant media.

Keywords: electrodynamics of continuous media, conservation laws, extremely short pulses, unipolar pulses, electric field area, coherent effects

PACS numbers: 41.20.-q, 42.65.Re

Bibliography — 43 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **188** (12) 1347–1353 (2018)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.07.038386>

Received 26 April 2018

Physics—*Uspekhi* **61** (12) (2018)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2018.07.038386>