

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Накопители электронов с малым эмиттансом

Е.Б. Левичев

Получение предельно малого эмиттанса пучка электронов (позитронов) в накопителе является важной задачей для источников синхротронного излучения, линейных и циклических коллайдеров. В обзоре описываются способы уменьшения эмиттанса, перспективы развития накопителей релятивистских электронов с малым фазовым объёмом пучка, обсуждаются проблемы, связанные с минимизацией эмиттанса, и возможные пути их решения. Кратко рассматриваются особенности различных установок и технические аспекты их реализации.

Ключевые слова: накопитель электронов, эмиттанс, яркость, источник синхротронного излучения

PACS numbers: 29.20.db, 29.20.dk, 29.27.Ac, 29.27.Bd, 29.27.Eg

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.12.038014>

Содержание

1. Введение (31).
 2. Эмиттанс пучка релятивистских электронов (32).
 - 2.1. Затухание бетатронных колебаний из-за синхротронного излучения. 2.2. Квантовые эффекты излучения. Равновесный эмиттанс.
 3. Оптимизация структурных функций (36).
 - 3.1. Основные принципы оптимизации магнитной структуры. 3.2. Обзор структур с малым эмиттансом.
 4. Применение специальных магнитов (40).
 - 4.1. Магнит с поперечным градиентом поля. 4.2. Магнит с продольным градиентом поля. 4.3. Уменьшение эмиттанса с помощью периодических магнитных эмеек. 4.4. Вигглер Робинсона.
 5. Проблемы получения малого эмиттанса (43).
 - 5.1. Коррекция хроматизма и динамическая апертура. 5.2. Вертикальный эмиттанс. 5.3. Рассеяние электронов внутри сгустка. 5.4. Пространственный заряд. 5.5. Когерентные неустойчивости.
 6. На пути к дифракционному пределу (47).
 - 6.1. Источник синхротронного излучения MAX IV. 6.2. Источник синхротронного излучения ESRF – EBS. 6.3. Проекты накопителей с ультрамалым эмиттансом.
 7. Заключение (52).
- Список литературы (53).

1. Введение

Поперечный фазовый объём (эмиттанс) пучка в накопителе электронов — важный параметр, нередко определяющий эффективность работы установки. Предельно малые эмиттансы необходимы для накопителей-охлади-

телей (англ. — damping ring), которые готовят плотные электронные и позитронные пучки с чрезвычайно малыми размерами для получения высокой светимости в линейных коллайдерах [1]. Малость эмиттанса принципиальна в циклических e^+e^- -коллайдерах с использованием схемы встречи пучков типа "крабовая перетяжка" (crab waist), в которой предусматривается пересечение сильно сжатых в поперечном направлении сгустков под достаточно большим углом [2]. Новый способ встречи пучков позволяет получать светимость, большую на один-два порядка, чем при их традиционном лобовом столкновении. Однако главными поставщиками и потребителями идей и подходов для минимизации эмиттанса являются источники синхротронного излучения (СИ), поскольку именно эмиттанс определяет их основную потребительскую характеристику — яркость [3].

Сейчас в мире работает более 40 накопителей — источников СИ, на которых проводят различные исследования в области физики, химии, биологии, медицины, геологии, археологии, материаловедения, кроме того, синхротронное излучение этих источников используют для технологических применений. Это самый многочисленный класс накопителей электронных пучков ультра-релятивистских энергий ($E > 1$ ГэВ).

Существует несколько поколений источников СИ, каждому новому поколению присущ всё меньший эмиттанс. К первому поколению относят накопители с горизонтальным эмиттансом $\epsilon_x \sim 300\text{--}500$ нм (эмиттанс измеряется в единицах [м рад], однако далее для краткости угловую единицу радиан мы опускаем), исходно предназначенные для физики частиц. Второе поколение — специализированные установки с эмиттансом $\epsilon_x \sim 20\text{--}100$ нм для экспериментов с СИ. Установки третьего поколения, наиболее многочисленные и совершенные, обладают эмиттансом $\epsilon_x \sim 1\text{--}10$ нм и производят пучки рентгеновского излучения высокой яркости.

Ещё недавно считалось, что развитие источников рентгеновского излучения на основе накопителей электронов достигло предела, и четвёртым поколением были

Е.Б. Левичев. Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, просп. Академика Лаврентьева 13/3, 630090 Новосибирск, Российская Федерация
E-mail: levichev@inp.nsk.su

Статья поступила 15 ноября 2016 г.

названы лазеры на свободных электронах на базе линейных ускорителей [4] или многопроходных ускорителей-рекуператоров [5]. Однако в 2014 г. в Брукхейвенской лаборатории (США) начал работать накопитель-источник СИ NSLS II (National Synchrotron Light Source II) с энергией электронного пучка $E = 3$ ГэВ, длиной орбиты 792 м и $\varepsilon_x \approx 0,5$ нм [6]. В 2016 г. в лаборатории MAX IV Лундского университета (Швеция) был запущен одноимённый накопитель MAX IV с $E = 3$ ГэВ, периметром 528 м и эмиттансом $\varepsilon_x \approx 0,2-0,3$ нм [7]. Во Франции (Гренобль) приступили к реконструкции Европейского источника СИ ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) [8]. Фактически это будет новый накопитель, использующий существующую инфраструктуру и позволяющий при тех же энергии и длине орбиты (6 ГэВ и 844 м соответственно) уменьшить эмиттанс в 30 раз — до значения $\varepsilon_x \approx 0,13$ нм. Следуя Г. Винику, который писал [9], что каждое поколение источников улучшает какой-либо важный параметр (яркость, когерентность и т.п.) примерно на порядок, можно говорить о появлении новой, четвёртой, генерации циклических источников СИ.

Планы создания новых (или модернизации существующих) источников СИ с горизонтальным эмиттансом, значительно меньшим 1 нм, есть в различных лабораториях Европы, США, Японии, Китая. Исследуется возможность достижения $\varepsilon_x \sim 5-10$ пм, что сравнимо с дифракционным размером источника излучения с $\lambda \sim 1$ Å (см, например, [10]).

Следует отметить, что столь впечатляющее уменьшение фазового объёма произошло не благодаря новым идеям, а было обусловлено постепенным, но постоянным прогрессом в области физики и техники циклических ускорителей заряженных частиц: появлением эффективных алгоритмов моделирования движения пучка и магнитного поля, созданием более короткофокусных линз, повышением точности измерения параметров пучка, развитием новых технологий получения высокого вакуума и т.д.

В России эксперименты с синхротронным излучением ведутся в Национальном исследовательском центре "Курчатовский институт" (НИЦ КИ) на источнике второго поколения КИСИ (*Курчатовский источник синхротронного излучения*), основу которого составляет накопитель электронов "Сибирь-2" с энергией 2,5 ГэВ и эмиттансом $\varepsilon_x \approx 90$ нм [11], и в Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН на двух накопительных кольцах, ВЭПП-3 и ВЭПП-4М, которые в основном используются для исследований по физике элементарных частиц (первое поколение)¹ [12].

2. Эмиттанс пучка релятивистских электронов

В циклическом ускорителе с равновесной орбитой, лежащей в горизонтальной (медианной) плоскости, поперечное движение ультрарелятивистского электрона описывается уравнениями бетатронных колебаний

$$\frac{d^2x}{ds^2} + K_x(s)x = \frac{1}{\rho(s)} \frac{\Delta E}{E_0}, \quad (1)$$

$$\frac{d^2y}{ds^2} + K_y(s)y = 0. \quad (2)$$

где x и y — горизонтальное и вертикальное отклонения частицы от равновесной орбиты, а независимая переменная s отсчитывается вдоль орбиты. Периодические функции $K_x(s)$ и $K_y(s)$ — коэффициенты уравнений (1) и (2) — зависят от вертикального магнитного поля на орбите $B_y(s)$ и его градиента $G(s) = \partial B_y / \partial x$:

$$K_x(s) = \left(\frac{B_y(s)}{B\rho} \right)^2 + \frac{G(s)}{B\rho}, \quad K_y = -\frac{G(s)}{B\rho},$$

где магнитная жёсткость $B\rho$ связана с полным импульсом p_0 (полной энергией E_0) равновесного электрона как $B\rho = p_0/c \approx E_0/cv$. Наличие правой части в (1) объясняется тем, что для частицы с неравновесной энергией $E = E_0 + \Delta E$ радиус поворота $\rho(s)$ в поле B_y , а следовательно, и траектория движения отличаются от таковых при равновесной энергии E_0 . Предполагается, что связь бетатронных колебаний отсутствует — её влияние будет рассмотрено в разделе 5.2.

Решение уравнения (2) даёт вертикальные бетатронные колебания в виде (решение Флоке)

$$y(s) = \sqrt{2J_y\beta_y(s)} \cos(\phi_y(s) + \phi_{0y}), \quad (3)$$

где константы J_y и ϕ_{0y} задаются начальными условиями, а бетатронные функции (амплитудная $\beta_y(s)$ и фазовая $\phi_y(s)$) связаны соотношением

$$\phi_y(s) = \int_{s_0}^s \frac{ds}{\beta_y(s)}. \quad (4)$$

Формула (3) описывает псевдогармонические колебания с мгновенной амплитудой $A_y(s) = (2J_y\beta_y(s))^{1/2}$ и мгновенной длиной волны $\lambda_y(s) = 2\pi\beta_y(s)$, где бетатронная функция является периодическим решением уравнения $2\beta_y\beta_y'' - \beta_y'^2 + 4\beta_y^2K_y = 4$.

Интеграл (4), взятый по всей длине орбиты, не зависит от пределов интегрирования и определяет частоту бетатронных колебаний (в единицах частоты обращения)

$$v_y = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{ds}{\beta_y(s)}. \quad (5)$$

Очевидно, что чем сильнее фокусировка, тем больше бетатронная частота.

Прямое интегрирование по фазовому объёму,

$$\oint y' dy = \oint y' \frac{dy}{ds} ds = \oint y'^2 ds = J_y,$$

показывает, что константа движения J_y — это интеграл действия, сохраняющийся в консервативной системе.

Решение (1) отличается от (3) из-за ненулевой правой части, однако, представив горизонтальное смещение частицы в виде суммы бетатронного и "энергетического" движения:

$$x(s) = x_\beta(s) + x_E(s) = x_\beta(s) + \eta(s) \frac{\Delta E}{E_0}, \quad (6)$$

где мы ввели дисперсионную функцию $\eta(s)$, и подставив (6) в (1), можно получить два уравнения: первое — для горизонтального бетатронного движения (индекс β при x

¹ ВЭПП — аббр. от *Встречные электрон-позитронные пучки*.

опущен)

$$\frac{d^2x}{ds^2} + K_x(s)x = 0 \tag{7}$$

и второе уравнение

$$\frac{d^2\eta}{ds^2} + K_x(s)\eta = \frac{1}{\rho(s)}, \tag{8}$$

периодическое решение которого определяет дисперсионную функцию. Соотношение (6) показывает, что частица с неравновесной энергией совершает бетатронные колебания $x_\beta(s)$ относительно новой, дисперсионной, орбиты $x_E(s)$. Вид горизонтальных бетатронных колебаний теперь не отличается от вертикальных (3),

$$x(s) = \sqrt{2J_x\beta_x(s)} \cos \phi_x, \tag{9}$$

$$x'(s) = -\sqrt{\frac{2J_x}{\beta_x(s)}} (\sin \phi_x + \alpha_x(s) \cos \phi_x), \tag{10}$$

где начальная фаза принята равной нулю (что всегда можно сделать из условия периодичности) и введён параметр $\alpha(s) = -\beta'(s)/2$. Штрих обозначает производную по s .

Константа — интеграл действия — может быть выражена в виде инварианта Куранта — Снайдера [13],

$$2J_x = \gamma_x(s)x^2 + 2\alpha_x(s)xx' + \beta_x(s)x'^2, \tag{11}$$

где введён ещё один параметр:

$$\gamma(s) = \frac{1 + \alpha^2(s)}{\beta(s)}. \tag{12}$$

Формула (11) задаёт фазовую траекторию частицы в координатах (x, x') , которая, как несложно увидеть, является эллипсом (рис. 1). Наклон осей эллипса и их величина меняются при движении частицы, но его площадь, равная $S = 2\pi J_x$, сохраняется.

Для ансамбля частиц с различными начальными условиями (т.е. с различными значениями действия J) усреднение вторых моментов функции распределения

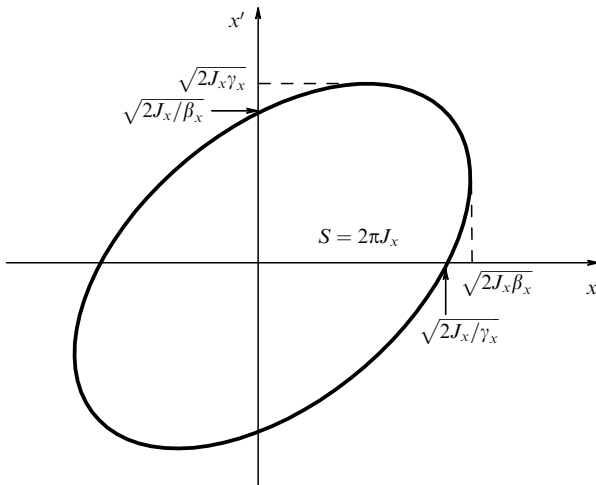


Рис. 1. Фазовый эллипс, определённый (11), с площадью $S = 2\pi J_x$.

пучка с использованием (9) и (10) даёт

$$\langle x^2 \rangle = \beta_x \langle J_x \rangle, \quad \langle x'^2 \rangle = \gamma_x \langle J_x \rangle, \quad \langle xx' \rangle = -\alpha_x \langle J_x \rangle. \tag{13}$$

Среднеквадратичным эмиттансом пучка называется квадратный корень определителя матрицы вторых моментов

$$\varepsilon_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2} = \langle J_x \rangle,$$

где учтено выражение (12). Таким образом, значение эмиттанса пучка равно интегралу действия, усреднённого по всем частицам распределения. Всё вышесказанное верно и для вертикального движения.

2.1. Затухание бетатронных колебаний из-за синхротронного излучения

Для движения, описываемого уравнениями Гамильтона, согласно теореме Лиувилля интеграл действия и, следовательно, эмиттансы сохраняются. Однако релятивистский электрон, поворачиваясь в магнитном поле, испытывает ускорение и излучает энергию. Именно это магнитотормозное, или синхротронное, излучение и определяет равновесный эмиттанс в накопителях электронов высоких энергий.

СИ испускается в узком конусе с характерным углом $\sim 1/\gamma$, $\gamma \gg 1$, по касательной к мгновенной траектории частицы. Мощность излучения частицы с энергией E , которая движется по круговой орбите с радиусом ρ в поперечном магнитном поле B , имеет вид [14]

$$P_\gamma = \frac{cC_\gamma}{2\pi} \frac{E^4}{\rho^2} = \frac{e^2 c^3 C_\gamma}{2\pi} E^2 B^2, \tag{14}$$

где

$$C_\gamma = \frac{e^2}{3\varepsilon_0(m_0c^2)^4} \approx 8,846 \times 10^{-5} \text{ м ГэВ}^{-3}.$$

Если ничего не предпринимать, то из-за СИ энергия пучка будет уменьшаться, а дисперсионная орбита (6) — непрерывно изменяться, до тех пор пока пучок не "погибнет" на стенке вакуумной камеры. Поэтому в накопителе имеются специальные устройства — ускоряющие резонаторы, которые создают на равновесной орбите продольное высокочастотное (ВЧ) электрическое поле, сфазированное относительно момента пролёта пучка так, что средние потери энергии на СИ компенсируются. Однако поле резонатора восстанавливает только продольный импульс частицы, а его поперечная компонента уменьшается, что приводит к затуханию бетатронных колебаний и тем самым к уменьшению эмиттанса пучка. Появление такого радиационного трения проще всего проиллюстрировать на примере вертикального движения (рис. 2).

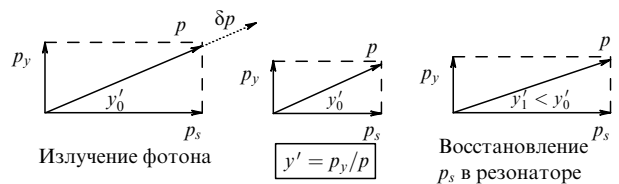


Рис. 2. Уменьшение вертикального импульса частицы p_y из-за синхротронного излучения.

Пусть фотон излучается по направлению мгновенного движения электрона (влияние ненулевого раствора конуса излучения $\sim 1/\gamma$ обсудим в разделе 2.2), при этом его полный импульс p изменяется на величину δp . После излучения ни координата частицы y_0 , ни угол наклона её траектории относительно равновесной орбиты y'_0 не изменяются. Однако после пролёта резонатора продольный импульс электрона восстанавливается и угол наклона траектории изменяется:

$$y_1 = y_0, \quad y'_1 = \frac{p_y}{p + \delta p} \approx \frac{p_y}{p} \left(1 - \frac{\delta p}{p}\right) = y'_0 \left(1 - \frac{\delta p}{p}\right) < y'_0. \quad (15)$$

Подставив (15) в (11), можно найти изменение интеграла действия [15]

$$dJ_y = -(\alpha_y y_0 y'_0 + \beta_y y_0'^2) \frac{\delta p}{p}.$$

Усреднив последнее выражение по пучку и воспользовавшись (13), получим

$$d\epsilon_y = \langle dJ_y \rangle = -\epsilon_y (-\alpha_y^2 + \beta_y \gamma_y) \frac{\delta p}{p} = -\epsilon_y \frac{\delta p}{p}.$$

Поскольку потери энергии U_0 на излучение за один оборот малы по сравнению с полной энергией пучка $E_0 \approx p_0 c$ (обычно $U_0 \sim 10^{-3} E_0$), изменение импульса частицы является медленным и импульс может быть усреднён за время оборота T_0 , так что для вертикального эмиттанта справедливо уравнение

$$\frac{d\epsilon_y}{dt} = -\frac{\epsilon_y}{T_0} \oint \frac{dp}{p_0} \approx -\frac{U_0}{E_0 T_0} \epsilon_0 = -\frac{2}{\tau_y} \epsilon_y \quad (16)$$

с решением

$$\epsilon_y(t) = \epsilon_y(0) \exp\left(-2 \frac{t}{\tau_y}\right), \quad (17)$$

где время затухания

$$\tau_y = 2 \frac{E_0}{U_0} T_0 \quad (18)$$

относится к амплитуде колебаний; поскольку, согласно (3), $\epsilon_y \sim A_y^2$, в (16) и (17), описывающих затухание фазового объёма, имеется дополнительный множитель 2.

В завершение выразим средние потери энергии U_0 на СИ через параметры накопителя. Для этого воспользуемся выражением для мощности излучения (14),

$$U_0 = \oint P_\gamma dt \approx \oint P_\gamma \frac{ds}{c} = \frac{C_\gamma}{2\pi} E_0^4 \oint \frac{ds}{\rho^2} = \frac{C_\gamma}{2\pi} E_0^4 I_2, \quad (19)$$

где введено принятое обозначение для второго радиационного интеграла [16]

$$I_2 = \oint \frac{ds}{\rho^2}. \quad (20)$$

Таким образом, время затухания вертикальных бетатронных колебаний (18) зависит от куба энергии пучка и

от радиуса поворота частицы в магнитном поле — чем меньше радиус (чем больше поле магнитов), тем быстрее уменьшается вертикальный эмиттанс.

Механизм затухания горизонтальных бетатронных колебаний такой же, как и вертикальных. Однако, согласно (6), при излучении фотона с энергией ΔE_γ изменяется замкнутая орбита с координатой $x_E(s) = \eta(s) \Delta E_\gamma / E_0$, относительно которой совершаются горизонтальные бетатронные колебания. Это делает вычисления несколько сложнее, и мы приведём результат без вывода, который можно найти в учебниках по циклическим ускорителям (см., например, [17]):

$$\epsilon_x(t) = \epsilon_x(0) \exp\left(-2 \frac{t}{\tau_x}\right), \quad \tau_x = \frac{2}{J_x} \frac{E_0}{U_0} T_0, \quad (21)$$

где безразмерный декремент

$$J_x = 1 - \frac{I_4}{I_2} \quad (22)$$

учитывает вклад в затухание конкретной магнитной структуры с помощью радиационных интегралов I_2 и

$$I_4 = \oint \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{1}{\rho^2} + 2 \frac{G}{B\rho} \right) ds. \quad (23)$$

Хотя в настоящей статье мы рассматриваем поперечный эмиттанс, для полноты упомянем, что СИ приводит к затуханию и продольных синхротронных колебаний. Если приведённая энергия электрона отличается от равновесной на $\delta(t) = \Delta E / E_0$, а его продольная координата относительно центра пучка равна $z(t)$, то продольный ("энергетический") эмиттанс может быть определён аналогично поперечному:

$$\epsilon_E = \sqrt{\langle \delta^2 \rangle \langle z^2 \rangle - \langle \delta z \rangle^2}.$$

Под действием СИ продольный эмиттанс уменьшается согласно

$$\epsilon_E(t) = \epsilon_E(0) \exp\left(-2 \frac{t}{\tau_E}\right), \quad \tau_E = \frac{2}{J_E} \frac{E_0}{U_0} T_0, \quad (24)$$

где

$$J_E = 2 + \frac{I_4}{I_2}.$$

Легко увидеть, что $J_x + J_E = 3$. Для плоской орбиты в отсутствие связи вертикального движения с продольным и горизонтальным $J_y = 1$. В общем случае это не так, однако детальный анализ затухания всех трёх мод колебаний показывает, что имеет место теорема Робинсона [18]:

$$J_x + J_y + J_E = 4. \quad (25)$$

Согласно (25) усиление затухания какой-либо моды колебаний всегда сопровождается ослаблением затухания другой моды.

2.2. Квантовые эффекты излучения.

Равновесный эмиттанс

До сих пор мы пользовались классической моделью излучения (приведённые формулы не содержат постоян-

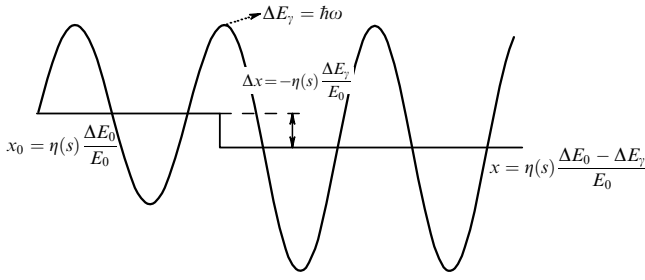


Рис. 3. Изменение амплитуды бетатронных колебаний из-за квантового характера излучения.

ной Планка) и предполагали, что энергия может излучаться сколь угодно малыми порциями. Результатом такого рассмотрения является, согласно (17) и (18), уменьшение размеров пучка до нуля.

На самом деле энергия излучается практически мгновенно, случайно и статистически независимо отдельными фотонами с $\Delta E_\gamma = \hbar\omega$. Так как средняя энергия фотона намного меньше энергии электрона, малые "толчки", сопровождающие каждый акт излучения, приводят к диффузии скоростей частицы. Несмотря на то что излучение кванта не изменяет ни координаты x_0 , ни наклона траектории x'_0 , орбита, относительно которой они отсчитываются, меняется скачком (рис. 3) и, согласно (6), новая координата и угловое отклонение выражаются как

$$x_\beta = x_0 + \eta(s) \frac{\Delta E_\gamma}{E_0}, \quad x'_\beta = x'_0 + \eta'(s) \frac{\Delta E_\gamma}{E_0}.$$

Подставив эти выражения в (11) и усреднив по фазе бетатронных колебаний и по распределению частиц в пучке, получим приращение горизонтального эмиттанса в одном акте излучения

$$\Delta \varepsilon_x = \frac{1}{2} \frac{\langle \Delta E_\gamma^2 \rangle}{E_0^2} H(s), \quad (26)$$

$$H(s) = \gamma_x(s) \eta^2(s) + 2\alpha_x(s) \eta(s) \eta'(s) + \beta_x(s) \eta'^2(s). \quad (27)$$

Функцию $H(s)$ иногда называют дисперсионным инвариантом Куранта – Снайдера, хотя, строго говоря, она является константой только на тех участках, на которых магнитное поле равно нулю.

Если умножить (26) на среднее число фотонов \dot{N} , испускаемых на единицу длины орбиты, и проинтегрировать по периметру накопителя Π , то полученная величина будет характеризовать среднюю скорость возрастания эмиттанса за счёт флуктуаций. Учёт затухания бетатронных колебаний (21) приводит к уравнению

$$\frac{d\varepsilon_x}{dt} = \frac{1}{2E_0^2 \Pi} \oint \dot{N} \langle \Delta E_\gamma^2 \rangle H(s) ds - \frac{2}{\tau_x} \varepsilon_x.$$

Теория синхротронного излучения даёт произведение частоты испускаемых фотонов на средний квадрат их энергии в виде

$$\dot{N} \langle \Delta E_\gamma^2 \rangle = 2C_q \gamma^2 E_0 \frac{P_\gamma}{\rho},$$

$$C_q = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{mc} \approx 3,832 \times 10^{-13} \text{ м}. \quad (28)$$

Используя это выражение вместе с (14), находим

$$\frac{d\varepsilon_x}{dt} = C_q \gamma^2 \frac{2}{J_x \tau_x} \frac{I_5}{I_2} - \frac{2}{\tau_x} \varepsilon_x,$$

где введён пятый радиационный интеграл

$$I_5 = \oint \frac{H(s)}{|\rho^3(s)|} ds. \quad (29)$$

Баланс квантовой раскачки и "классического" затухания бетатронных колебаний, определяемый условием $d\varepsilon_x/dt = 0$, приводит к равновесному эмиттансу

$$\varepsilon_x = C_q \gamma^2 \frac{I_5}{J_x I_2}. \quad (30)$$

Равновесный эмиттанс зависит от энергии электронов (квадратично), оптических функций накопителя (через функцию $H(s)$) и радиуса поворотных магнитов. Выражение (30) справедливо, вообще говоря, для малого тока (при больших токах эмиттанс возрастает), и оно не учитывает возможной связи поперечных колебаний.

Для плоской орбиты без связи поперечных степеней свободы вертикальная функция $H_y(s) = 0$ и описанный выше механизм квантового возбуждения отсутствует. Убыwanie вертикального эмиттанса до нуля ограничено конечным углом излучения квантов $\sim 1/\gamma$, что приводит к равновесному значению

$$\varepsilon_{y \min} = \frac{13}{55} \frac{C_q}{J_y} \frac{\oint ds \beta_y(s)/|\rho^3|}{\oint ds 1/\rho^2}, \quad (31)$$

которое очень мало (приблизительно в γ^2 раз меньше, чем равновесный горизонтальный эмиттанс). Для реального накопителя вертикальный эмиттанс определяется связью поперечных колебаний, вертикальным искажением орбиты, приводящим к появлению $H_y(s) \neq 0$ (характерные значения $\varepsilon_y = (10^{-3} - 10^{-2}) \varepsilon_x$), рассеянием частиц друг на друге внутри сгустка и другими эффектами.

Совместное действие квантового "шума" и затухания (24) определяет и равновесный продольный эмиттанс. При этом установившийся относительный среднеквадратичный разброс энергий частиц σ_δ в пучке находится с помощью соотношения

$$\sigma_\delta^2 = C_q \gamma^2 \frac{I_3}{J_E I_2}, \quad I_3 = \oint \frac{ds}{|\rho^3|}, \quad (32)$$

а продольный размер сгустка

$$\sigma_z = \frac{\alpha c}{\omega_s} \sigma_\delta, \quad (33)$$

где ω_s — частота малых синхротронных колебаний, а коэффициент α , который характеризует изменение длины орбиты для частицы с неравновесной энергией,

$$\frac{\Delta \Pi}{\Pi} = \delta \alpha,$$

определяется с помощью первого радиационного интеграла,

$$\alpha = \frac{I_1}{\Pi} = \frac{1}{\Pi} \oint \frac{\eta(s)}{\rho} ds. \quad (34)$$

Отметим, что разброс энергий в пучке (32) зависит только от энергии накопителя и радиуса кривизны равновесной орбиты и не зависит от параметров ускоряющей системы. Вместе с тем продольный размер пучка (33) зависит от частоты синхротронных колебаний и может управляться изменением параметров ускоряющей системы (например, напряжения в зазоре резонатора или частоты колебаний ВЧ-поля).

Для всех трёх степеней свободы излучение фотонов происходит малыми (по сравнению с энергией электрона) порциями случайно и статистически независимо. Используя центральную предельную теорему, можно показать, что установившееся распределение частиц по всем координатам будет гауссовым. Например, для горизонтальной координаты

$$\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma_x}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right),$$

где среднеквадратичный размер пучка $\sigma_x = \sqrt{\varepsilon_x \beta_x}$. При этом, однако, надо учитывать, что размер источника излучения не обязательно равен бетатронному размеру. Если излучение выводится с азимута s , где дисперсионная функция $\eta(s) \neq 0$, то ввиду наличия энергетического разброса эффективный среднеквадратичный размер источника будет выражаться как

$$\sigma_{x\text{eff}} = \sqrt{\varepsilon_x \beta_x + \left(\frac{\eta(s) \Delta E}{E_0}\right)^2}. \quad (35)$$

3. Оптимизация структурных функций

Для того чтобы получить малый эмиттанс при заданной энергии, можно, согласно (30), увеличить затухание (увеличить интеграл I_2), оптимизировать оптические функции в поворотных магнитах (уменьшить I_5), увеличить декремент J_x (22), манипулируя интегралом I_4 . Все эти способы используются, впрочем, последний ограничен условием $J_x + J_E = 3$. Увеличение J_x уменьшает J_E , что может привести к раскачиванию ("антизатуханию") синхротронных колебаний. При этом, даже если движение остаётся устойчивым, увеличиваются энергетический разброс (32) и длина сгустка (33), что иногда нежелательно для экспериментов с малым временным разрешением.

Рассмотрим качественно, к чему приводит задача уменьшения эмиттанса. Для изомагнитной структуры (радиус поворота магнитов $\rho(s) = \text{const}$), когда биение бетатронных функций невелико, дисперсионную функцию можно приближённо представить как [19]

$$\eta(s) \approx \left(\frac{\alpha R}{v_x} \beta_x(s)\right)^{1/2},$$

где R — средний радиус накопителя ($\Pi = 2\pi R$), v_x — частота горизонтальных бетатронных колебаний, а коэффициент уплотнения орбит (33) в гладком приближении $\alpha \approx v_x^{-2}$. Подставляя эти выражения в (27), получим для равновесного эмиттанса (30)

$$\varepsilon_x = \frac{C_q \gamma^2}{J_x} \frac{R}{\rho v_x^3}. \quad (36)$$

Для уменьшения эмиттанса целесообразно увеличить радиус кривизны магнитов, однако это приведёт к возрастанию размеров накопителя. Наиболее эффектив-

ным оказывается увеличение жёсткости фокусировки и частоты бетатронных колебаний v_x . И наоборот, оптимизация структурных функций для уменьшения эмиттанса, как правило, сопровождается ужесточением требований к фокусировке.

Формула (36), несмотря на свою простоту, даёт неплохую оценку равновесного эмиттанса даже для современных накопителей с большими биениями бетатронных функций. Так, для источника СИ Курчатовского института "Сибирь-2" [11] с энергией пучка 2,5 ГэВ, $v_x = 7,7$, $R = 19,7$ м, $\rho = 4,9$ м, $R/\rho \approx 4$, $J_x \approx 1$ оценка (35) даёт эмиттанс ≈ 80 нм при его точном значении около 90 нм.

3.1. Основные принципы оптимизации магнитной структуры

В конце 1960-х – начале 1970-х годов в качестве источников СИ применялись синхротроны и накопители, спроектированные для физики частиц. Первая магнитная структура накопителя, ориентированного на использование излучения, была разработана в 1975 г. Ренатой Часман и Кеннетом Грином [20]. Поскольку энергия накопителя $E = 1,5$ ГэВ была невелика, для получения жёсткого излучения предполагалось установить несколько периодических знакопеременных магнитов ("змеек", или вигглеров — от англ. wiggle — извиваться) с сильным магнитным полем (до 4 Тл). Такие устройства требуют прямолинейных промежутков с нулевой дисперсией и малыми значениями бетатронных функций (см. раздел 4.3), и эта задача была успешно решена в структуре Часман–Грина (Chasman–Green, CG).

Накопитель состоял из шести идентичных ячеек периодичности (суперпериодов), каждая из которых включала в себя два ахроматических поворота, разделённых триплетом квадрупольных линз, и прямолинейный участок с нулевой дисперсионной функцией (рис. 4а). Ахроматический поворот строился на двух поворотных магнитах (разбитых в оригинальной структуре CG пополам) с фокусирующей линзой между ними. Для получения малого размера пучка и высокой яркости излучения бетатронные функции в магнитах должны быть малыми. И хотя специальной оптимизации горизонтального эмиттанса в структуре CG не проводилось, малые значения функций β_x и η в магнитах уменьшили эмиттанс на порядок по сравнению с таковыми в "обычных" накопителях электронов с той же энергией.

Если модифицировать структуру CG так, чтобы в каждой ячейке периодичности был один ахроматический поворот, то получится структура DBA (Double Bend Achromat), показанная на рис. 4б. Эта простая, надёжная и компактная структура (особенно если вместо триплетов использовать дублеты линз) стала основой для многих источников СИ второго и третьего поколений.

Впервые выражение для минимального эмиттанса было получено для структуры DBA источника СИ "Сибирь-2" [21], созданного ИЯФ СО РАН для Курчатовского института. Примерно в то же время работы по оптимизации эмиттанса накопителя электронов велись и в других лабораториях мира [22, 23].

Для изомагнитной структуры $\rho(s) = \text{const}$ и равновесный эмиттанс (30) можно выразить как

$$\varepsilon_x = \frac{C_q \gamma^2}{J_x} \frac{\langle H(s) \rangle_m}{\rho}, \quad (37)$$

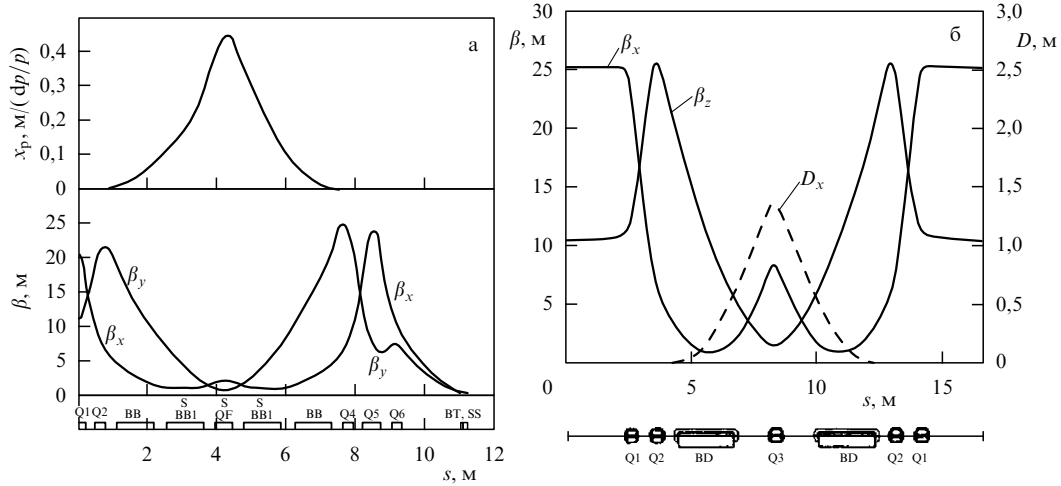


Рис. 4. (а) Оригинальная ячейка Часман–Грина. Верхняя кривая — дисперсионная функция, нижние кривые — бетатронные функции (из работы [20]). (б) Ячейка DBA. Дисперсионная функция D_x показана штриховой кривой (шкала справа). Бетатронные функции изображены сплошными кривыми (шкала слева).

где угловые скобки обозначают усреднение дисперсионного инварианта $H(s)$ по магнитам кольца. На краю магнита, примыкающего к бездисперсионному участку, $\eta = \eta' = 0$, тогда внутри магнита

$$\eta(\theta) = \rho(1 - \cos \theta), \quad \eta'(\theta) = \sin \theta, \quad (38)$$

где $\theta = s/\rho$ — угол поворота в поле магнита. Пусть в магните бетатронная функция имеет минимум $\beta_{xm}(\theta_m)$, тогда, пренебрегая слабой фокусировкой в однородном поле, получим

$$\alpha_x(\theta) = \left(\frac{\beta_{xm}}{\rho} - \frac{\rho}{\beta_{xm}} \right) \sin(\theta - \theta_m) \cos(\theta - \theta_m),$$

$$\beta_x(\theta) = \beta_{xm} \cos^2(\theta - \theta_m) + \frac{\rho^2}{\beta_{xm}} \sin^2(\theta - \theta_m).$$

Подставляя эти выражения вместе с (38) в (37) и вычисляя

$$\langle H \rangle = \frac{1}{\theta_0} \int_0^{\theta_0} H(\theta) d\theta,$$

где полный угол поворота магнита $\theta_0 = L_0/\rho$, находим

$$\langle H \rangle = A \left(\beta_{xm} + \frac{\rho^2}{\beta_{xm}} \right) + \left(\beta_{xm} - \frac{\rho^2}{\beta_{xm}} \right) [B \cos(2\theta_m) + C \sin(2\theta_m)], \quad (39)$$

где вспомогательные функции A , B , и C имеют вид

$$A = 1 - \frac{1}{\theta_0} \sin \theta_0, \quad B = \frac{1}{\theta_0} \left[\sin \theta_0 - \frac{1}{4} \sin(2\theta_0) - \frac{\theta_0}{2} \right],$$

$$C = \frac{1}{\theta_0} \left[-\cos \theta_0 + \frac{1}{4} \cos(2\theta_0) + \frac{3}{4} \right].$$

Найдя минимум (39) с помощью условия $d\langle H \rangle/d\theta_m = 0$ и разложив полученные выражения в

ряд по $\theta_0 \ll 1$, получим

$$\theta_m = \frac{3}{8} \theta_0 \left(1 - \frac{1}{240} \theta_0^2 + \dots \right),$$

$$\beta_{xm} = \rho \sqrt{\frac{3}{320}} \theta_0 \left(1 + \frac{47}{6720} \theta_0^2 + \dots \right), \quad (40)$$

$$\langle H \rangle = \frac{\rho}{4\sqrt{15}} \theta_0^3 \left(1 - \frac{11}{210} \theta_0^2 + \dots \right). \quad (41)$$

Пренебрегая квадратичными по θ_0 членами в скобках, найдём минимальный эмиттанс в структуре DBA (или CG):

$$\varepsilon_{DBA} \approx \frac{C_q \gamma^2}{J_x} \frac{\theta_0^3}{4\sqrt{15}}, \quad (42)$$

который при $J_x = 1$ составляет

$$\varepsilon_{DBA} [M] \approx 9,5 \times 10^{-8} E^2 [\text{ГэВ}] \theta_0^3. \quad (43)$$

Полученные выражения показывают, что для уменьшения эмиттанса выгодно разбивать накопительное кольцо на большое число суперпериодов, содержащих магниты с малым углом поворота θ_0 . Однако в этом скрыта и сложность минимизации эмиттанса. Оптимальная бетатронная функция, согласно (40),

$$\beta_{xm} \approx \rho \sqrt{\frac{3}{320}} \theta_0 \approx \frac{L_0}{10},$$

где L_0 — длина магнита; чем меньше L_0 , тем меньше требуемая минимальная бета-функция и тем сильнее должна быть фокусировка. Последнее создаёт проблемы, как технические (необходимы квадрупольные линзы с большим градиентом поля), так и динамические (см. раздел 5).

3.2. Обзор структур с малым эмиттансом

Простая формула (42) стимулировала исследование магнитных ячеек других типов для накопителей с

малым эмиттансом, и оказалось, что для любой из них минимальный эмиттанс имеет вид

$$\varepsilon_{x \min} = F \frac{C_q \gamma^2}{J_x} \theta_0^3, \quad (44)$$

где коэффициент F отражает особенности ячейки, например $F_{\text{ДВА}} = 1/(4\sqrt{15})$. Предельно малое значение F получается, если не требовать ахроматичности поворота. При этом горизонтальная бетатронная и дисперсионная функции должны в центре магнита иметь минимум:

$$\beta_{xm} = \frac{L_0}{2\sqrt{15}}, \quad \eta_m = \frac{\theta_0 L_0}{24}, \quad (45)$$

тогда минимальный эмиттанс выражается как

$$\varepsilon_{\text{ТМЕ}} \approx \frac{C_q \gamma^2}{J_x} \frac{\theta_0^3}{12\sqrt{15}}. \quad (46)$$

Для такой ячейки, получившей название "теоретический минимальный эмиттанс" (Theoretical Minimum Emittance — ТМЕ), $F_{\text{ТМЕ}} = 1/12\sqrt{15} = F_{\text{ДВА}}/3$. Пример поведения оптических функций для ячейки ТМЕ, состоящей из центрального магнита и двух дублетов квадрупольных линз, приведён на рис. 5.

Недостатком ТМЕ является ненулевая дисперсионная функция в промежутках, что ограничивает использование вигглеров или ондуляторов, которые в современных накопителях электронов являются основными источниками излучения. Поэтому представляется естественным совместить магниты ТМЕ, обеспечивающие малый эмиттанс, с магнитами ДВА, обнуляющими дисперсионную функцию в прямолинейных промежутках. Такая структура получила общее название МВА (Multiple Bend Achromat), где М обозначает полное число магнитов суперпериода.

Пример — суперпериод 7ВА-источника СИ МАХ IV [24] — приведён на рис. 6. Его центральная часть состоит из пяти магнитов ТМЕ. Слева и справа от них расположены ещё два магнита, обнуляющих дисперсионную функцию. В магниты внесена вертикальная фокусировка, так что между ними достаточно разместить только одну фокусирующую линзу, что делает весь суперпериод более компактным.

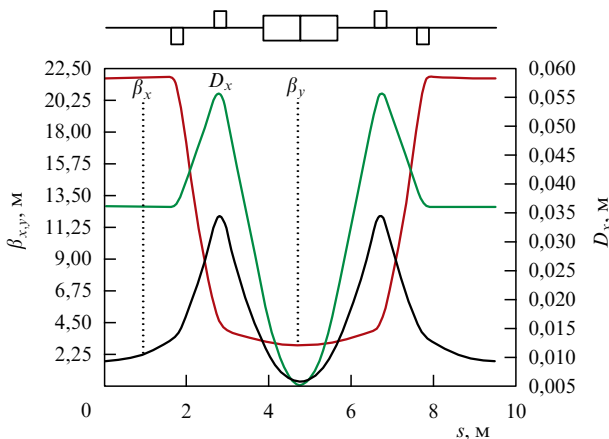


Рис. 5. Ячейка ТМЕ, обеспечивающая минимальный эмиттанс.

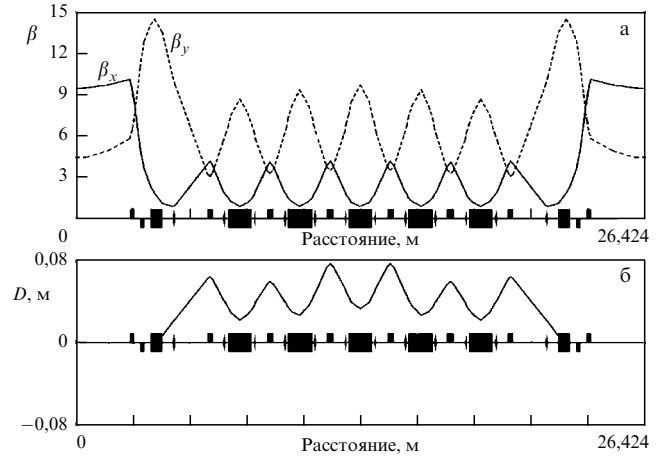


Рис. 6. Пример структуры МВА: (а) бетатронные функции, (б) дисперсионная функция.

Казалось бы, минимальный эмиттанс МВА должен складываться из соответствующих вкладов ДВА (два крайних магнита) и ТМЕ. Возьмём, для примера, структуру с одним центральным магнитом (Triple Bend Achromat — ТВА), для которой минимальный эмиттанс, согласно (42) и (46),

$$\varepsilon_{\text{ТВА}} = \frac{2}{3} \varepsilon_{\text{ДВА}} + \frac{1}{3} \varepsilon_{\text{ТМЕ}} = \frac{7}{9} \varepsilon_{\text{ДВА}}. \quad (47)$$

Однако согласование оптических функций краевого магнита ДВА (с длиной L_1 и радиусом ρ_1) и центрального ТМЕ (L_2 и ρ_2) приводят к условию [25]

$$\frac{L_2^3}{\rho_2^2} = 3 \frac{L_1^3}{\rho_1^2}. \quad (48)$$

Для изомагнитной структуры $\rho_1 = \rho_2$, и тогда (46) даёт $L_2 = \sqrt[3]{3}L_1$. Если сделать $L_1 = L_2$, то необходимо, чтобы выполнялось условие $\rho_1 = \sqrt{3}\rho_2$. Можно выбирать и другие значения поля и длины центрального и крайних магнитов, которые удовлетворяют условию (48), при этом минимальный эмиттанс ячейки ТВА будет немного изменяться [26]. Для изомагнитной структуры минимальный эмиттанс

$$\varepsilon_{\text{ТВА}} \approx \frac{C_q \gamma^2}{J_x} \frac{\theta_{\text{ТВА}}^3}{4\sqrt{15}} \quad (49)$$

имеет такой же вид, как и для ДВА (42), однако, поскольку $\theta_{\text{ТВА}} < \theta_{\text{ДВА}}$, эмиттанс накопителя ТВА можно сделать меньше, чем для ДВА. Например, для среднего угла поворота магнита ТВА $\bar{\theta}_{\text{ТВА}} = (2\theta_{1\text{ТВА}} + \theta_{2\text{ТВА}})/3 = \theta_{\text{ДВА}}$ получим [26]

$$\varepsilon_{\text{ТВА}} = \left(\frac{3}{2 + \sqrt[3]{3}} \right)^3 \varepsilon_{\text{ДВА}} \approx 0,66 \varepsilon_{\text{ДВА}}.$$

Для общего случая МВА формула минимального эмиттанса в изомагнитном случае совпадает с (42):

$$\varepsilon_{\text{МВА}} \approx \frac{C_q \gamma^2}{J_x} \frac{\theta_{1\text{МВА}}^3}{4\sqrt{15}},$$

Таблица 1. Минимальный эмиттанс для различных магнитных структур

Структура	F	Условия оптимизации
FODO ₉₀	$\approx 2\sqrt{2}$	$2\mu_x = 90^\circ, \frac{f}{L} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
FODO _{min}	$\approx 1,2$	$2\mu_x \approx 137^\circ$
DBA _{min}	$\frac{1}{4\sqrt{15}}$	$\eta_0 = \eta'_0, \beta_{x0} = L\sqrt{\frac{12}{5}}, \alpha_0 = \sqrt{15}$
TBA	$\frac{1}{4\sqrt{15}} \left(\frac{3}{2 + \sqrt[3]{3}} \right)^3 \approx \frac{0,66}{4\sqrt{15}}$	$\rho_1 = \rho_2, L_2 = \sqrt[3]{3}L_1$
MBA	$\frac{1}{4\sqrt{15}} \left(\frac{M}{2 + (M-2)\sqrt[3]{3}} \right)^3$	$\rho_1 = \rho_2, L_2 = \sqrt[3]{3}L_1$
TME	$\frac{1}{12\sqrt{15}}$	$\eta_{min} = \frac{L\theta}{24}, \beta_{xmin} = \frac{L}{2\sqrt{15}}$

где угол поворота крайнего магнита θ_{1MBA} для кольца с N суперпериодами находится из соотношения

$$2\theta_{1MBA} + (M - 2)\theta_{2MBA} = \frac{2\pi}{N}.$$

FODO² — простая, компактная, использующая минимальное число элементов магнитная ячейка (рис. 7). Поскольку минимумы горизонтальной бетатронной и дисперсионной функций находятся вне магнита (в дефокусирующей линзе), коэффициент F_{FODO} велик по сравнению с коэффициентом F рассмотренных выше структур. Однако для накопителя с фиксированной длиной число магнитов в случае FODO будет больше, чем у другой структуры с той же длиной (ввиду компактности FODO), а следовательно, и эмиттанс может быть малым вследствие малости θ^3 .

Для приближения тонких линз (фокусное расстояние f много больше длины линзы) коэффициент F_{FODO} (44)

имеет вид [27]

$$F_{FODO} = \frac{1 - (3/4) \sin^2 \mu_x}{\cos \mu_x \sin^3 \mu_x}, \tag{50}$$

где μ_x — набег бетатронной фазы на половину ячейки. Зависимость F_{FODO} от полного набега горизонтальной бетатронной фазы $2\mu_x$ на ячейку показана на рис. 8.

Минимальное значение $F_{mFODO} \approx 1,2$ находится при $2\mu_x \approx 137^\circ$. Для распространённого набега бетатронной фазы на ячейку $2\mu_x \approx 90^\circ$ $F_{FODO_{90}} \approx 2\sqrt{2}$.

В классификации магнитных структур есть некоторая условность. Так, например, MBA, изображённая на рис. 6, — это не что иное, как FODO, в которой дефокусирующая линза и поворотный магнит совмещены. По-видимому, впервые такая структура в целях компактности была использована в накопителях ИЯФ СО РАН ВЭПП-3 и ВЭПП-4 [28].

Таблица 1 суммирует результаты оптимизации эмиттанса для различных магнитных структур. Основные пояснения к таблице и обозначения в ней даны в тексте. Здесь же напомним, что TBA и MBA являются составными ячейками, использующими магниты с разной

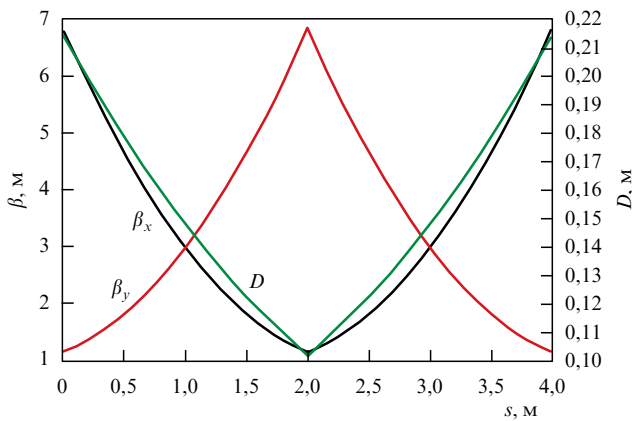


Рис. 7. Оптические функции ячейки FODO.

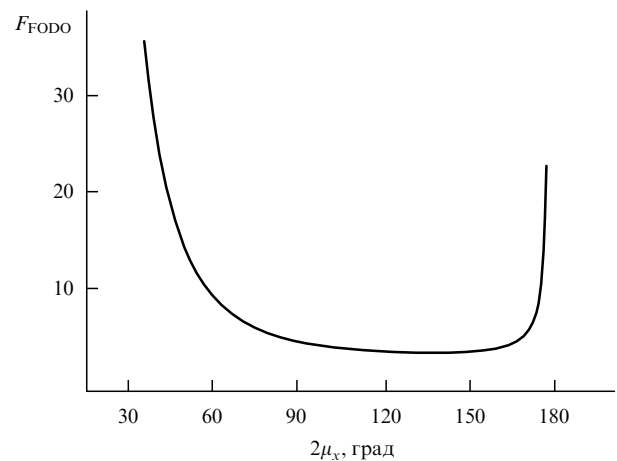


Рис. 8. F_{FODO} (см. формулу (50)) в зависимости от полного набега бетатронной фазы $2\mu_x$ на ячейку FODO.

² FODO (аббр. от Focusing – Open space – Defocusing – Open space) — ячейка, состоящая из двух квадрупольных магнитов: с горизонтально фокусирующим полем (F) и горизонтально дефокусирующим полем (D). После каждого из магнитов находится "пустой" промежуток (O) без магнитного поля.

длиной (предполагается изомагнитное поле), поэтому для возможности сравнения коэффициент F приводится для среднего по магнитам угла поворота, как это пояснено выше.

Для всех структур, кроме FODO, минимальный эмиттанс был получен при условии, что суперпериод обеспечивает ахроматический поворот. Если допустить ненулевую дисперсионную функцию в прямолинейных промежутках, то эмиттанс может быть дополнительно уменьшен в $\sim 1,5-2$ раза. При этом необходимо учитывать, что из-за возрастания эффективного размера пучка (см. (35)) яркость излучения из ондуляторов может уменьшиться, а если в промежутке стоит вигглер с сильным полем, то эмиттанс может даже увеличиться (см. раздел 4.3).

В первых специализированных источниках СИ ещё применялась структура FODO (Photon Factory (Япония), SRS (Synchrotron Radiation Source) (Англия), DORIS (Double Ring Store) (Германия)). По мере развития техники минимизации эмиттанса распространение получают разные версии DBA и TBA. Примерами DBA являются источники СИ Elettra (2 ГэВ, Италия) или APS (Advanced Photon Source) (7 ГэВ, США), а TBA — PLS (Pohang Light Source) (Ю. Корея), ALS (Advanced Light Source) (США), TPS (Taiwan Photon Source) (Тайвань). В накопителях последних лет, в которых используются MBA, эмиттансы существенно меньше 1 нм, например в MAX IV (Швеция) или ESRF-EBS (Extremely Brilliant Source) (Франция).

В заключение этого раздела заметим, что на практике приведённые выше значения минимального эмиттанса не достижимы, поскольку для этого требуется слишком жёсткая фокусировка, сопряжённая с различными проблемами динамического и технического характера. Насколько близко удаётся приблизиться к минимуму, зависит от умения разработчиков. Например, для накопителя APS с энергией 7 ГэВ $\varepsilon_{\text{real}}/\varepsilon_{\text{min}} \approx 3,6$, а для источника СИ из Триеста Elettra $\varepsilon_{\text{real}}/\varepsilon_{\text{min}} \approx 1,4$ (правда, здесь применены магниты с поперечным градиентом поля, о чём рассказывается в разделе 4).

Ссылки на электронные ресурсы, описывающие различные источники СИ, можно найти в [29].

4. Применение специальных магнитов

После оптимизации магнитной структуры можно дополнительно уменьшить эмиттанс, применяя специальные магниты, например, с поперечным или продольным градиентом поля, а также магнитные "змейки" (вигглеры), создающие на орбите пучка знакопеременное поле.

4.1. Магнит с поперечным градиентом поля

Магниты с поперечным градиентом поля $G = \partial B_y / \partial x$ влияют на эмиттанс двояким образом. Наличие градиента изменяет поведение структурных функций в $H(s)$ (27), и оптимизация для ТМЕ теперь даёт минимальное значение $H(s)$, усреднённое по магниту:

$$\langle H_{\text{ТМЕ}}(K) \rangle \approx \langle H_{\text{ТМЕ}}(0) \rangle \times \left(1 - \frac{3}{70} KL^2 + \frac{17}{19600} K^2 L^4 + \dots \right), \quad (51)$$

где $K = G/(B\rho)$ — приведённый фокусирующий коэффициент, L — длина магнита. Соответствующая поправка

увеличивает средний дисперсионный инвариант для дефокусирующего магнита ($K < 0$) и уменьшает для фокусирующего ($K > 0$).

Другой, преобладающий, эффект связан с изменением радиационного интеграла I_4 (23), который определяет горизонтальный и продольный декременты затухания. На возможность уменьшения горизонтального эмиттанса при использовании градиентных магнитов впервые указал Гаэтано Виньола в [30]. В приближении малого угла поворота диполя, $\theta \ll 1$,

$$J_x \approx 1 - \frac{1}{6} KL^2 + \frac{1}{180} K^2 L^4 + \dots \quad (52)$$

Сравнивая коэффициенты (51) и (52), несложно увидеть, что для дефокусирующего магнита суммарный эффект $\varepsilon_x \sim \langle H \rangle / J_x$ приведёт к уменьшению эмиттанса, а для фокусирующего — к увеличению. Поскольку, как упоминалось, увеличение горизонтального декремента затухания уменьшает продольный декремент, на практике получают значения $J_x \sim 1,5-2,0$. Положительным фактором для дефокусирующего поворотного магнита является уменьшение числа вертикально фокусирующих квадрупольных линз, что делает магнитную структуру более компактной.

Дефокусирующие поворотные магниты применяются в таких источниках СИ, как Elettra ($B = 1,21$ Тл, $G \approx -2,86$ Тл м⁻¹) [31], ALS ($B = 1$ Тл, $G \approx -4$ Тл м⁻¹) [32], PLS II ($B = 1,45$ Тл, $G \approx -4$ Тл м⁻¹) [33]. Величина градиента по сравнению с градиентами в квадрупольных линзах невелика, однако длина магнита ~ 1 м даёт заметную вертикальную фокусировку.

4.2. Магнит с продольным градиентом поля

Для получения малого эмиттанса горизонтальная бетатронная и дисперсионная функции должны быть минимальными на некотором азимуте поворотного магнита, откуда они увеличиваются, как в пустом промежутке (при пренебрежении слабой фокусировкой $\sim \rho^{-2}$). Вместе с этими функциями возрастает и $H(s)$. Однако, поскольку в подынтегральное выражение I_5 (29) входит $H(s)/|\rho^3|$, возрастание можно компенсировать, сделав поле $B \sim 1/\rho$ большим там, где $H(s) = \text{min}$, и убывающим по мере возрастания дисперсионного инварианта. Тогда и интеграл I_5 , и результирующий эмиттанс могут быть уменьшены по сравнению с таковыми в изомагнитном случае. Эти рассуждения справедливы для любой структуры, но далее для простоты и наглядности результатов мы ограничимся рассмотрением ТМЕ ($H(s)$ достигает минимума в центре магнита).

Использовать магниты с продольным градиентом для дополнительного уменьшения эмиттанса предложил в 1992 г. Альбин Врулих. Тогда это предложение осталось неопубликованным, и соответствующая статья [34] вышла только в 2007 г. В работе [35] 2002 года обсуждалась численная оптимизация магнита с неоднородным по длине полем. Кривизна орбиты изменялась от центра к краю магнита по закону $1/\rho(s) = b/(1 + as)^l$, где a и b — константы, при этом было показано, что эмиттанс достигает минимума при $l \approx 1$, т.е. для почти линейного возрастания радиуса поворота магнита. Без ограничения максимального поля эмиттанс получался сколь угодно малым.

Минимальный эмиттанс для поля разного профиля вдоль магнита изучался аналитически и с помощью

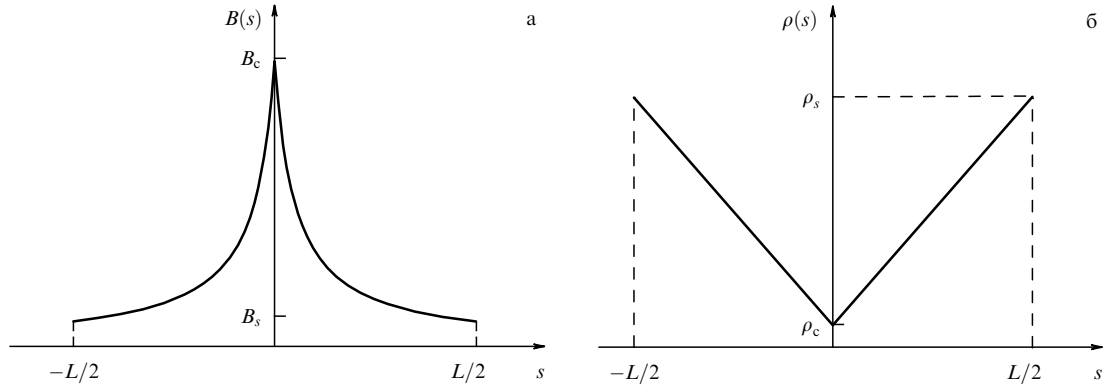


Рис. 9. Профиль магнитного поля (а) и радиус поворота (б) магнита с продольным градиентом k .

моделирования в [36–40]. Проблема заключается в том, что процедура оптимизации оказывается весьма трудоёмкой, а результаты выражаются сложными формулами, исследовать которые можно только численно. Однако если точные выражения разложить в ряд по углу поворота магнита, то получаются простые зависимости, позволяющие выявить общие закономерности и дать рекомендации для параметров магнита с продольной вариацией поля. Далее мы следуем работам [41, 42].

Рассмотрим магнит, у которого радиус кривизны в центре ρ_c является минимальным и линейно возрастает к краю до значения ρ_s , как показано на рис. 9:

$$\rho(s) = ks + \rho_c = \frac{2(\rho_s - \rho_c)}{L} s + \rho_c, \quad (53)$$

где k — продольный градиент, L — полная длина магнита. Поле в центре имеет максимум B_c и спадает по гиперболе к краям магнита до B_s .

Полный угол поворота в таком поле выражается как

$$\theta = \frac{2 \ln(\rho_s/\rho_c)}{k} = \frac{2y}{k}.$$

Подставив (53) в (1) и (8), вычислив структурные функции, дисперсионный инвариант и оптимизировав равновесный эмиттанс (30), получим [41]

$$\varepsilon_{\text{LR min}} = \frac{C_q \gamma^2}{J_x} \frac{\theta^3}{12\sqrt{15}} \frac{3\sqrt{15} \exp(-y)}{y^3 (\exp(y) - 1)} \left(\frac{A(y) B(y)}{\exp(2y) - 1} \right)^{1/2}, \quad (54)$$

где $y = k\theta/2 = \ln(\rho_s/\rho_c) = \ln(B_c/B_s)$, а две вспомогательные функции выглядят как

$$A = (4y - 23) \exp(4y) + 8(y + 5) \exp(3y) - (y^2 + 12y + 10) \exp(2y) - 8 \exp(y) + 1,$$

$$B = 2 \exp(2y) - y^2 - 2y - 2.$$

Получившиеся выражения весьма громоздки для анализа, однако если их разложить в ряд по $\theta < 1$, то найдём простую зависимость, которая показывает, как изменяется минимальный эмиттанс по сравнению с эмиттансом при однородном поле (46),

$$\varepsilon_{\text{LR min}} \approx \varepsilon_{\text{TME}} \left(1 - \frac{9k\theta}{32} + \frac{2337k^2\theta^2}{71680} - \dots \right). \quad (55)$$

Здесь ε_{TME} рассчитывается для $B_{\text{TME}} = B_c$ и $\theta_{\text{TME}} = \theta$. Оказывается, что дополнительное уменьшение эмиттанса зависит только от одного параметра — $y = \ln(B_c/B_s)$. Рисунок 10 показывает относительное уменьшение минимального эмиттанса для магнита с линейным возрастанием радиуса кривизны в зависимости от y .

Уменьшение эмиттанса для рассматриваемого магнита ограничивается максимальным полем в центре. Для разумной величины межполюсного зазора (несколько сантиметров), используя современные сверхпроводящие технологии, можно, по-видимому, получить $B_c \sim 10$ Тл [43]. Может показаться, что при уменьшении поля на краю до нуля, $B_s \rightarrow 0$ ($y \rightarrow \infty$), достигим сколь угодно малый эмиттанс, однако если при этом угол поворота и поле в центре фиксированы, то длина магнита возрастает ($B_s \rightarrow 0$, $L \rightarrow \infty$), что неприемлемо ввиду увеличения периметра накопителя.

В [42] рассмотрены ещё две модели продольной вариации магнитного поля. Для трёхступенчатого поля — сильного в центре и слабого по краям (так называемого сэндвича-диполя (sandwich-dipole — SD)) — имеется принципиальное ограничение на уменьшение эмиттанса: $\varepsilon_{\text{SD}} \approx 0,22 \varepsilon_{\text{TME}}$, где ε_{TME} соответствует магниту с однородным полем, равным центральному полю магнита-сэндвича, и углом поворота, равным полному углу по-

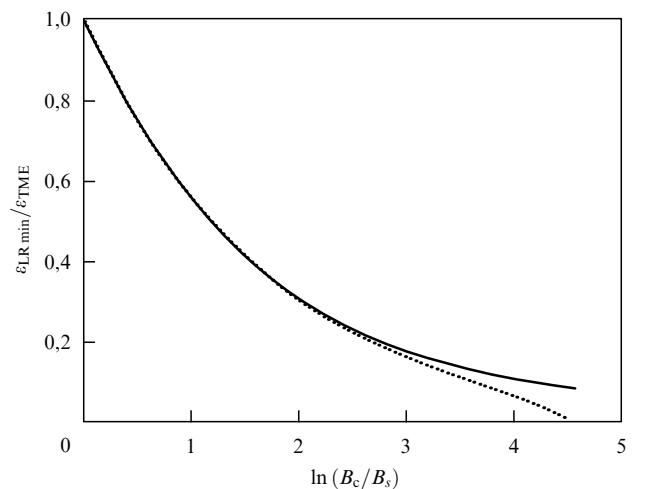


Рис. 10. Относительный минимальный эмиттанс для магнита с линейным возрастанием радиуса кривизны. Сплошная кривая соответствует точному решению (54), пунктирная — приближению (55).

ворота градиентного магнита. При приближении к этому пределу центральное поле неограниченно возрастает, а краевое, наоборот, уменьшается до нуля, причём углы поворота центрального и краевых магнитов оказываются равными между собой.

Ещё одна распространённая модель магнита с продольным градиентом сочетает в себе свойства двух выше рассмотренных: центральное поле в таком магните постоянно, а к краям убывает по гиперболе. Точное решение для минимального эмиттанса является очень громоздким (формула занимает несколько десятков строк), но разложение в ряд по $y = \ln(B_c/B_s)$ позволяет интерпретировать результаты достаточно просто. Получающийся ряд похож на (54), но его коэффициенты уже не константы, а функции, зависящие от отношения угла поворота спадающего поля θ_s к полному θ ,

$$\varepsilon_{\text{LRFT min}} \approx \varepsilon_{\text{TME}}(1 + a_1(p)y + a_2(p)y^2 + a_3(p)y^3 + \dots),$$

где $p = \theta_s/\theta$, $a_i(p)$ – полиномы, например,

$$a_1(p) = -\frac{1}{32}p(5p^4 - 30p^3 + 74p^2 - 96p + 56).$$

Расчёты показывают, что оптимальное значение, дающее минимальный эмиттанс, $p \approx 0,5$.

Применение магнитов с продольным градиентом поля считается весьма перспективным для дополнительного уменьшения эмиттанса. Например, в проекте модернизации ESRF используются диполи, у которых магнитное поле вдоль орбиты изменяется от 0,65 Тл до 0,16 Тл.

4.3. Уменьшение эмиттанса с помощью периодических магнитных змеек

Уменьшение эмиттанса с помощью периодических магнитных змеек, или вигглеров, подробно рассматривалось в [44]. Некоторые результаты мы приводим в этом разделе.

Вигглер состоит из набора знакопеременных магнитов, излучение которых увеличивает силу радиационного трения и при определённых условиях приводит к уменьшению эмиттанса пучка. Если радиационные интегралы записать отдельно по магнитам кольца и вигглера: $I_n = I_{n0} + I_{nw}$, то относительное изменение эмиттанса можно представить как

$$r_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{xw}}{\varepsilon_{x0}} = \frac{1 + I_{5w}/I_{50}}{1 + I_{2w}/I_{20}}. \quad (56)$$

Используя косинусную модель вертикального поля вдоль оси змейки z (рассматриваем только регулярную часть, пренебрегая вкладом крайних полюсов),

$$B_y(x = y = 0, z) = B_w \cos(k_w z) = B_w \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_w} z\right),$$

где B_w и λ_w — амплитуда и период магнитного поля, можно найти оценку для радиационных интегралов в змейке с числом периодов N , длиной $L_w = N\lambda_w$ и средним значением горизонтальной бетатронной функции $\beta_x(z) = \bar{\beta}_x$:

$$I_{2w} = \frac{1}{2} h_w^2 L_w, \quad I_{5w} \approx \frac{8}{15} N \theta_w h_w^2 \left(\frac{5\eta_{w0}^2}{\bar{\beta}_x} + \bar{\beta}_x \theta_w^2 \right). \quad (57)$$

Здесь $h_w = 1/\rho_w = B_w/(B\rho)$ — максимальная кривизна траектории в вигглере, $\theta_w = h_w/k_w$ — максимальный угол отклонения орбиты от оси змейки, η_{w0} — дисперсионная функция в прямолинейном промежутке накопителя, в который ставится устройство. В I_{5w} приводятся основные по углу $\theta_w \ll 1$ члены. Пятый интеграл в (57) достигает минимума при $\eta_{w0} = 0$, однако, поскольку точно обнулить дисперсионную функцию в прямолинейном промежутке невозможно, целесообразно установить практическое ограничение, при котором влияние остаточной дисперсии на результирующий эмиттанс мало:

$$\eta_{w0} \ll \frac{\bar{\beta}_x \theta_w}{\sqrt{5}}.$$

При этом условии пятый радиационный интеграл вигглера выражается как

$$I_{5w} \approx \frac{8}{15} N \theta_w^3 h_w^2 \bar{\beta}_x.$$

Подставляя I_{5w} и I_{2w} в (56), получаем

$$r_\varepsilon \approx \frac{1 + 8N\theta_w^3 h_w^2 \bar{\beta}_x / (15I_{50})}{1 + h_w^2 L_w / (2I_{20})}. \quad (58)$$

На рисунке 11 показано типичное поведение функции r_ε (58) в зависимости от амплитуды поля вигглера. При заданном периоде поля и увеличении его амплитуды эмиттанс вначале убывает из-за дополнительного затухания, а затем возрастает вследствие увеличения квантовой раскачки. Минимум кривой на рис. 11 даёт амплитуду поля змейки, обеспечивающую минимальный эмиттанс.

Вигглер влияет не только на эмиттанс, но и на другие параметры пучка, в частности увеличивает энергетический разброс. Для косинусной модели поля третий радиационный интеграл (32) увеличивается на

$$I_{3w} = \frac{4}{3\pi} h_w^3 L_w. \quad (59)$$

Поле магнитной змейки стремятся сделать однородным в горизонтальном направлении, однако краевая фокусировка полюсов приводит к сдвигу вертикальной

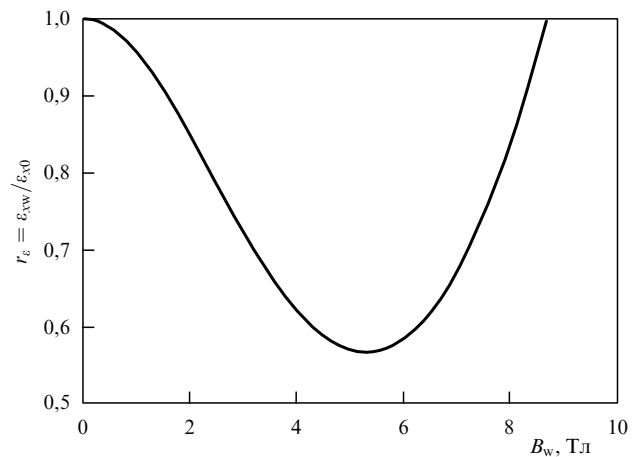


Рис. 11. Относительное изменение эмиттанса пучка из-за влияния вигглера.

бетатронной частоты на

$$\Delta v_y = \frac{1}{8\pi} h_w^2 L_w \bar{\beta}_y, \quad (60)$$

где $\bar{\beta}_y$ — средняя по длине вигглера вертикальная бетатронная функция, и к искажению вертикальной бетатронной функции. Для компенсации этих нежелательных эффектов вертикальную бетатронную функцию в змейках делают малой и применяют специальные квадрупольные линзы, корректирующие изменение вертикальной фокусировки.

Двадцать вигглеров-затухателей, разработанных и изготовленных в ИЯФ СО РАН, с общей длиной 80 м, периодом $\lambda_w = 0,2$ м и амплитудой поля $B_w = 1,5$ Тл позволили уменьшить горизонтальный эмиттанс источника СИ PETRA III (Positron-Electron Tandem Ring Accelerator III) с энергией 6 ГэВ в четыре раза — до рекордно малого значения $\varepsilon_x = 1$ нм [45].

4.4. Вигглер Робинсона

В накопительном кольце, использующем магниты с однородным полем, можно уменьшить эмиттанс, перераспределяя декременты затухания (как рассматривалось в разделе 4.1) с помощью градиентного вигглера, предложенного Кеннетом Робинсоном [18].

Вигглер Робинсона представляет собой последовательность магнитов, в которых поле и градиент изменяются таким образом, чтобы их произведение было отрицательным (рис. 12). Интеграл поля подбирается так, чтобы орбита пучка за пределами вигглера не возмущалась. Устройство, которое ставится в промежутках с ненулевой дисперсионной функцией, создаёт горизонтальный безразмерный декремент затухания (22),

$$J_x \approx 1 - \frac{\bar{\eta}}{\pi|h_{w0}|} \int_0^{L_w} h_w(z) K_w(z) dz, \quad (61)$$

где $\bar{\eta}$ — средняя по длине вигглера дисперсионная функция, $|h_{w0}|$ — модуль кривизны орбиты (поле каждого полюса одинаково по абсолютной величине), $K_w = (\partial B_y / \partial x) / (B\rho)$ — приведённый градиент поля.

Использование вигглера Робинсона в синхротроне PS (Proton Synchrotron) в ЦЕРНе позволило уменьшить горизонтальный эмиттанс на 50 % [46]. В настоящее время есть планы по установке градиентного вигглера на источниках СИ SOLEIL³ (Франция) [47], TPS (Тайвань) [48], MLS (Metrology Light Source) (Германия) [49].

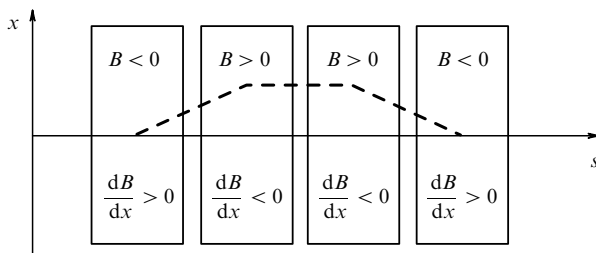


Рис. 12. Схематическое изображение вигглера Робинсона. Штриховая линия упрощённо изображает орбиту пучка.

³ SOLEIL — аббр. от франц. Source Optimisée de Lumière d'Énergie Intermédiaire du LURE (Laboratoire pour l'utilisation du rayonnement électromagnétique).

5. Проблемы получения малого эмиттанса

Получение предельных параметров всегда связано с преодолением трудностей как технического, так и принципиального характера. Их детальное изложение для накопителей с экстремально малым эмиттансом заняло бы слишком много места. Поэтому в данном разделе мы кратко рассмотрим несколько основных проблем, относящихся к динамике пучка. Технические трудности, связанные с реализацией накопителей с малым эмиттансом, обсуждаются в примерах раздела 6. Подробности можно найти, например, в [50].

5.1. Коррекция хроматизма и динамическая апертура

Коэффициенты уравнений (1) и (2) зависят от энергии частицы, и если энергия отличается от равновесной $E = E_0 + \Delta E = E_0(1 + \delta)$, где $\delta = \Delta E / E_0 \ll 1$, то частица будет фокусироваться иначе, чем равновесная, в соответствии с

$$K_{x,y}(\delta) = \frac{G}{B\rho(1 + \delta)} \approx K_{x,y}(0)(1 - \delta).$$

Зависимость силы фокусировки от энергии, называемая хроматизмом, может рассматриваться как систематическая ошибка фокусирующего коэффициента

$$\Delta K_{x,y}(s) \approx -K_{x,y}(s)\delta, \quad (62)$$

приводящая к разбросу бетатронных частот в пучке, искажению оптических функций и ограничению области устойчивого движения для неравновесной частицы, а также к другим нежелательным эффектам. Частота бетатронных колебаний в зависимости от энергии частицы может быть представлена в виде ряда

$$v(\delta) = v_0 + \xi_1\delta + \xi_2\delta^2 + \dots, \quad (63)$$

где

$$\xi_1 = \frac{dv}{d\delta} \quad (64)$$

называется линейным натуральным хроматизмом бетатронной частоты и оценивается (далее нижний индекс для краткости опускаем) как

$$\xi_{x,y} \approx -\frac{1}{4\pi} \oint K_{x,y}(s) \beta_{x,y}(s) ds. \quad (65)$$

Из выражения (65) видно, что чем сильнее фокусировка (которая необходима для уменьшения эмиттанса), тем больше хроматизм накопителя. В таблице 2 приведены значения натурального хроматизма, делённого на число ячеек периодичности ($\xi_{x,y,c} = \xi_{x,y} / N_c$), и некоторые другие параметры для трёх источников СИ разных поколений.

Для коррекции хроматизма применяются секступольные линзы (sextupole lens — SL), в которых поле зависит от координат квадратично:

$$B_y(s) = \frac{1}{2} B''(s)(x^2 - y^2),$$

$$B_x(s) = B''(s)xy, \quad B'' = \frac{\partial B_y}{\partial x^2}. \quad (66)$$

Таблица 2. Источники СИ и их параметры

Накопитель	Поколение	Страна	E , ГэВ	P , м	ε_x , нм	N_c	ξ_{xc}/ξ_{yc}
ANKA*	2	Германия	2,5	110	70	8	-2/ -1
Elettra	3	Италия	2,4	259	10	12	-3/ -2
Sirius	4	Бразилия	3	518	0,3	20	-6/ -4

* Аббревиатура от нем. Angströmquelle Karlsruhe.

Если секступольную линзу разместить на азимуте, где дисперсионная функция $\eta(s) \neq 0$, и принять во внимание, что горизонтальное смещение частицы с неравновесной энергией выражается как (см. формулу (6))

$$x(s) = x_\beta(s) + \eta(s) \delta,$$

то поле (66), которое действует на частицу, можно представить (с точностью до δ) в виде

$$\begin{aligned} B_y &\approx (B''\eta) \delta x_\beta + \frac{B''}{2} (x_\beta^2 - y^2), \\ B_x &= (B''\eta) \delta y + B''x_\beta y. \end{aligned} \quad (67)$$

Первое слагаемое в (67) линейно по бетатронной координате и аналогично (62) является зависящей от энергии поправкой фокусировки:

$$\Delta K^{\text{SL}}(s) = \frac{B''(s)}{B\rho} \eta(s) \delta = m(s) \eta(s) \delta,$$

которую можно использовать для коррекции линейного хроматизма согласно

$$\xi_{x,y}^{\text{SL}} = \pm \frac{1}{4\pi} \oint \frac{B''(s)}{B\rho} \eta(s) \beta_{x,y}(s) ds, \quad (68)$$

где знак + соответствует горизонтальной плоскости.

Чем меньше эмиттанс, тем жёстче фокусировка, больше хроматизм и меньше дисперсионная функция и тем более сильные секступольные линзы необходимы для коррекции хроматизма. Так, максимальный интегральный градиент секступольной линзы источника СИ второго поколения ANKA с эмиттансом $\varepsilon_x = 70$ нм $B''L = 700 \times 0,1$ Тл м⁻¹, а для источника СИ четвёртого поколения ESRF-EBS с $\varepsilon_x = 0,13$ нм эта величина уже составляет $B''L = 1700 \times 0,2$ Тл м⁻¹.

Изготовление сильных секступольных магнитов является сложной технической задачей, однако принципиальная проблема заключается в том, что уравнения бетатронных колебаний становятся нелинейными (из-за второго слагаемого в (6)). Нелинейный осциллятор обладает важными свойствами: ангармоничностью (т.е. наличием большого, вообще говоря бесконечного, числа гармоник в силе) и неизохронностью (зависимостью периода или частоты колебаний от амплитуды). Вследствие этого с увеличением амплитуды частота колебаний частицы изменяется до тех пор, пока не достигнет либо сильного резонанса низкого порядка, либо области слабых резонансов высокого порядка, которые, перекрываясь, приводят к тому, что регулярное движение сменяется стохастическим [51]. И то и другое заканчивается гибелью частицы. Область начальных условий бетатронного движения, соответствующая устойчивому движению, называется динамической апертурой. Малая дина-

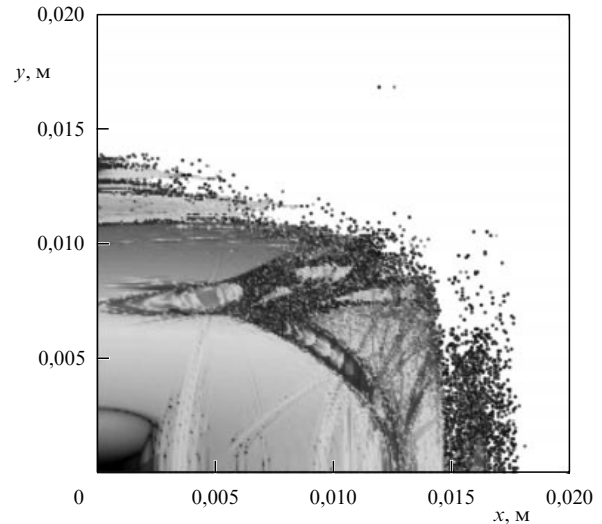


Рис. 13. Пример изображения динамической апертуры накопителя. Каждая точка соответствует частице с начальными условиями $(x_0, y_0, x'_0 = y'_0 = 0)$, устойчивой в течение времени горизонтального затухания τ_x .

мическая апертура ограничивает время жизни частиц и эффективность инжекции.

На рисунке 13 показана динамическая апертура накопителя электронов с малым эмиттансом, полученная с помощью математического моделирования движения частицы в нелинейной магнитной структуре. Визуализация выполнена в популярной технике FMA (Frequency Map Analysis) [52], позволяющей разделить регулярное и стохастическое движение. График изображает набор начальных условий для частиц, устойчивых в течение некоторого времени (обычно порядка времени затухания). Область белого цвета соответствует неустойчивым частицам, оттенками серого показана скорость диффузии бетатронной частоты для частицы с заданными начальными значениями. Сильная диффузия частоты присуща стохастическим (неустойчивым) траекториям. Видно, что максимальная горизонтальная координата (горизонтальная динамическая апертура) $A_x = x_{0 \max} \approx 15$ мм, а вертикальная $A_y = y_{0 \max} \approx 12$ мм. Неопределённость в размере апертуры связана с тем, что в области случайного движения могут существовать изолированные островки устойчивых траекторий, поэтому в определении границы между областями устойчивого и неустойчивого движения есть некоторый произвол. Различные области на рис. 13 связаны с нелинейными резонансами, подчиняющимися уравнению $m_x v_x(x_0, y_0) + m_y v_y(x_0, y_0) = n$, где $m_{x,y}$ и n — целые числа, вблизи резонансов доля стохастического движения увеличивается.

Для частицы с неравновесной энергией динамическая апертура, как правило, меньше, чем для частицы с равновесной, и, таким образом, появляется понятие дина-

мического энергетического акцептанса — такого отклонения по энергии $\delta_{\max} = \Delta E_{\max}/E_0$, для которого поперечная динамическая апертура больше нуля. Характерная величина динамического акцептанса $\delta \sim \pm(1-5)\%$. Малый акцептанс приводит к малому времени жизни.

Ограничение динамической апертуры и энергетического акцептанса — одна из наиболее серьёзных проблем для накопителей с малым эмиттансом, и её изучению посвящено много работ (см., например, [53–55] и приведённые там ссылки). Для теоретических оценок используют различные варианты теории возмущений; численное исследование и оптимизация выполняются с помощью моделирующих программ, которые решают уравнения движения частицы (в наиболее общем виде — для всех трёх степеней свободы) в магнитном поле накопителя с учётом нелинейных компонент. Помимо секступольных линз источником нелинейного возмущения являются вигглеры и ондуляторы, погрешности изготовления магнитных элементов, поле пространственного заряда сгустка электронов и т.п.

5.2. Вертикальный эмиттанс

Для плоского накопительного кольца вертикальный эмиттанс, определяемый синхротронным излучением, очень мал. Поскольку сделать орбиту идеально плоской невозможно (из-за погрешностей магнитного поля), в действительности вертикальный эмиттанс на несколько порядков больше эмиттанса, определяемого формулой (31). Основной вклад дают два эффекта: линейная связь бетатронных колебаний и возбуждение вертикальной дисперсионной функции.

Связь бетатронных колебаний возникает, когда в уравнениях (1) и (2) появляются члены, зависящие от второй координаты в случае, когда квадрупольные линзы на кольце немного повернуты относительно оси пучка, имеются соленоидальные поля или пучок отклонён по вертикали в секступольных линзах. Коэффициент линейной бетатронной связи κ зависит от величины ошибки позиционирования магнитных элементов, замкнутой орбиты пучка и близости бетатронных частот к резонансу связи $\nu_x - \nu_y = n$ и изменяет равновесные эмиттансы пучка в соответствии с

$$\varepsilon_x = \frac{1}{1+\kappa} \varepsilon_{x0}, \quad \varepsilon_y = \frac{\kappa}{1+\kappa} \varepsilon_{x0}, \quad (69)$$

где ε_{x0} — радиационный эмиттанс (30). В случае полной связи $\kappa = 1$ и $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_{x0}/2$. В противоположном случае, $\kappa \ll 1$, характерном для современных накопителей электронов с малым эмиттансом, $\varepsilon_x \approx \varepsilon_{x0}$, $\varepsilon_y \approx \kappa \varepsilon_{x0}$.

Если на частицу действует горизонтальная дипольная компонента поля B_x , то это приводит к появлению вертикальной дисперсионной функции η_y , и тогда вертикальный эмиттанс формируется флуктуациями синхротронного излучения, как описано в разделе 2.2:

$$\varepsilon_y = C_q \gamma^2 \frac{I_{5y}}{J_y I_2}, \quad I_{5y} = \oint \frac{H_y(s)}{|\rho^3(s)|} ds \approx \langle H_y \rangle I_3,$$

где $\langle H_y \rangle$ — среднее значение по структуре. Тогда

$$\varepsilon_y \approx \frac{J_E}{J_y} \langle H_y \rangle \sigma_\delta^2.$$

Горизонтальное поле возникает из-за поворота относительно оси пучка дипольных магнитов или вертикаль-

Таблица 3. Достигнутый эмиттанс в источниках СИ [56]

Накопитель	Страна	ε_x , нм	$\kappa = \varepsilon_y/\varepsilon_x$, %	ε_y , пм
ALS	США	6,7	0,10	4–7
ASP	Австралия	10	0,01	1–2
Diamond	Англия	2,8	0,07	2
ESRF	Франция	4	0,07	2,8
SOLEIL	Франция	3,7	0,10	4
SLS*	Швейцария	6	0,02	1

* Аббревиатура от Swiss Light Source.

ного смещения квадрупольных линз. Бетатронная связь (поворот квадрупольных линз относительно оси и соленоидальные поля) также порождает вертикальную дисперсию, если источник связи размещён на азимуте с ненулевой горизонтальной дисперсией.

В современных накопителях вертикальный эмиттанс определяется ошибками установки и изготовления магнитных элементов. Причём чем меньше горизонтальный эмиттанс, тем жёстче фокусировка, сильнее квадрупольные и секступольные линзы и тем более строгие требования предъявляются к точности изготовления и установки магнитов: характерные величины составляют несколько десятков микрометров. Положение орбиты измеряется электромагнитными датчиками с разрешением порядка 1 мкм и корректируется слабыми магнитами-корректорами. Связь бетатронных колебаний компенсируется повернутыми на угол 45° вокруг оси пучка так называемыми косыми квадрупольными (skew-quadrupole) линзами. Всё это позволяет получать вертикальный эмиттанс на уровне $\varepsilon_y \approx 10^{-3} \varepsilon_{x0}$ и меньше (табл. 3).

5.3. Рассеяние электронов внутри сгустка

Частицы одного сгустка, совершая колебания, могут испытывать упругие кулоновские соударения, при которых изменение поперечного импульса Δp_x преобразуется в изменение продольного Δp_s согласно $\Delta p_s \sim \gamma \Delta p_x$. Так как $\gamma \sim 10^3 - 10^4$, изменение продольного импульса может быть настолько велико, что оба электрона окажутся за границей устойчивой по энергии области. Это явление, которое впервые наблюдалось в небольшом накопительном кольце AdA (от итал. Anello di Accumulazione) и было объяснено [57] Бруно Тушеком с коллегами [58, 59], теперь известно как "эффект Тушека".

"Тушековское" время жизни пучка в предположении, что пучок — плоский ($\varepsilon_y \ll \varepsilon_x$), а поперечное движение частицы — нерелятивистское, определяется как [60, 61]

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = \frac{r_e^2 c q}{8\pi e \gamma^3 \sigma_s} \left\langle \frac{D(\varepsilon^2)}{\sigma_x(s) \sigma_y(s) \sigma_{x'}(s) \delta_a^2(s)} \right\rangle, \quad (70)$$

где r_e — классический радиус электрона, угловые скобки обозначают среднее вдоль орбиты, q и σ_s — заряд и длина сгустка, $\sigma_{x,y}$ — поперечные размеры, $\sigma_{x'}$ — расходимость по горизонтали, $\delta_a(s) = \Delta p_a(s)/p_0$ — относительный локальный энергетический акцептанс,

$$\varepsilon = \frac{\delta_a(s)}{\gamma \sigma_{x'}(s)},$$

$$D(x) = \int_0^1 \left(u^{-1} - \frac{1}{2} \ln u^{-1} - 1 \right) \exp\left(-\frac{x}{u}\right) du.$$

Из (70) видно, что время жизни пучка по Тушеку быстро убывает с уменьшением энергии частиц и объёма

сгустка $V_b \sim \sigma_s \sigma_x \sigma_y$, является обратно пропорциональным интенсивности пучка, $\tau \sim q^{-1}$, зависит от коэффициента бетатронной связи как $\tau \sim \sqrt{k}$ и требует большего энергетического акцептанса. Последний определяется либо продольной динамикой (размером области устойчивости синхротронных колебаний), либо поперечной, поскольку скачкообразное изменение энергии частицы вследствие столкновения возбуждает бетатронные колебания (как из-за излучения кванта) с отклонением, которое может превысить поперечную апертуру.

Если частицы в сгустке рассеиваются на малый угол и изменение продольного импульса не настолько велико, чтобы они погибли, то такое внутрисгустковое рассеяние (многократный эффект Тушека) приводит к увеличению эмиттанса пучка и энергетического разброса согласно

$$\frac{d\epsilon_{x,y}}{dt} = \frac{2}{T_{x,y}} \epsilon_{x,y}, \quad \frac{d\sigma_\delta}{dt} = \frac{1}{T_\delta} \sigma_\delta,$$

где $T_{x,y,\delta}$ — время нарастания по соответствующей степени свободы. Возрастание эмиттанса вследствие столкновений в сгустке, сопровождающихся случайным скачкообразным изменением энергии частиц, напоминает квантовую диффузию из-за СИ. Отличие состоит в том, что для излучения результат не зависит от локальных размеров сгустка, а для рассеяния, напротив, зависит: увеличение размеров уменьшает вероятность столкновений. Поэтому вычисление $T_{x,y,\delta}$ оказывается довольно громоздким [62, 63]; основная зависимость от параметров сгустка выглядит как [64]

$$\frac{1}{T_{x,y,\delta}} \propto \frac{q}{\gamma^4 \epsilon_x \epsilon_y \sigma_s \sigma_\delta}, \quad (71)$$

т.е. имеется, как и для тушековского времени жизни, зависимость от энергии (сильная), объёма и тока сгустка.

Учёт радиационного затухания с временем τ_x модифицирует уравнение эволюции эмиттанса:

$$\frac{d\epsilon_x}{dt} = -\frac{2}{\tau_x} (\epsilon_x - \epsilon_{x0}) + \frac{2}{T_x} \epsilon_x,$$

где ϵ_{x0} — радиационный эмиттанс. Условие $d\epsilon_x/dt = 0$ даёт новый равновесный эмиттанс с учётом синхротронного излучения и внутрисгусткового рассеяния:

$$\epsilon'_{x0} = \frac{\epsilon_{x0}}{1 - \tau_x/T_x}.$$

Вертикальный эмиттанс по-прежнему связан с горизонтальным через коэффициент бетатронной связи.

Поскольку время нарастания фазового объёма сгустка вследствие рассеяния частиц само зависит от фазового объёма, процесс его вычисления является итерационным; то же касается и тушековского времени жизни: увеличение эмиттанса пучка из-за многократного рассеяния увеличивает время жизни (поскольку плотность частиц в сгустке уменьшается), однако увеличение энергетического разброса уменьшает его (при неизменном энергетическом акцептансе).

Внутрисгустковое рассеяние является серьёзным ограничивающим фактором для накопителей с малым эмиттансом; начиная с некоторого значения эмиттанса именно оно (конечно, это зависит от тока сгустка) определяет время жизни пучка.

Для уменьшения внутрисгусткового рассеяния увеличивают энергию пучка, усиливают радиационное затухание с помощью вигглеров, удлиняют сгусток или вводят сильную бетатронную связь, что уменьшает плотность частиц в сгустке.

5.4. Пространственный заряд

Каждый электрон испытывает электромагнитное воздействие со стороны всех остальных частиц сгустка. Сила пространственного заряда обусловлена совместным действием электрического и магнитного полей, например, для вертикальной координаты можно записать

$$\gamma m \ddot{y} = e(E_y + \beta c B_x).$$

Заменяя независимую переменную время t длиной дуги $s = \beta ct$,

$$\ddot{y} = \beta^2 c^2 y'' ,$$

и учитывая соотношение между горизонтальной компонентой магнитного поля и вертикальной компонентой электрического поля

$$B_x = -\frac{E_y}{\beta c},$$

можно записать уравнение движения частицы

$$y'' = \frac{e E_y}{\beta^2 \gamma^3 m c^2}. \quad (72)$$

Для нормального распределения частиц электрическое поле зависит от координат нелинейным образом [65]. Однако вблизи оси пучка можно воспользоваться линейным приближением

$$E_y \sim \frac{e \lambda}{2\pi \epsilon_0} \frac{y}{\sigma_y (\sigma_x + \sigma_y)}, \quad (73)$$

где $\lambda = N/(\sqrt{2\pi} \sigma_z)$ — пиковая погонная плотность частиц, ϵ_0 — электрическая постоянная. С одной стороны, действия электрического и магнитного полей в релятивистском случае практически полностью компенсируют друг друга, так что сила в (72) подавлена: $\sim \gamma^{-3}$. С другой стороны, величина электрического поля (73) обратно пропорциональна произведению поперечных размеров пучка $\sim 1/(\sigma_x \sigma_y)$ и в случае предельно малого эмиттанса может быть достаточно большой.

Поле пространственного заряда приводит к возрастанию эмиттанса, по аналогии с увеличением поперечных размеров сгустка для встречных пучков (beam blowup), что в итоге ограничивает светимость. Эти эффекты связаны с возникновением и взаимодействием большого числа резонансов (из-за нелинейного характера сил пространственного заряда), они плохо описываются теорией и исследуются с помощью компьютерного моделирования. На рисунке 14 показаны результаты такого моделирования для одного из вариантов накопителя-охладителя пучков Международного линейного коллайдера (International Linear Collider — ILC) с вертикальным эмиттансом 2 пм [66].

Из рисунка 14 видно, что пространственный заряд в окрестности некоторых резонансов (описываемых на плоскости бетатронных частот прямыми) может суще-

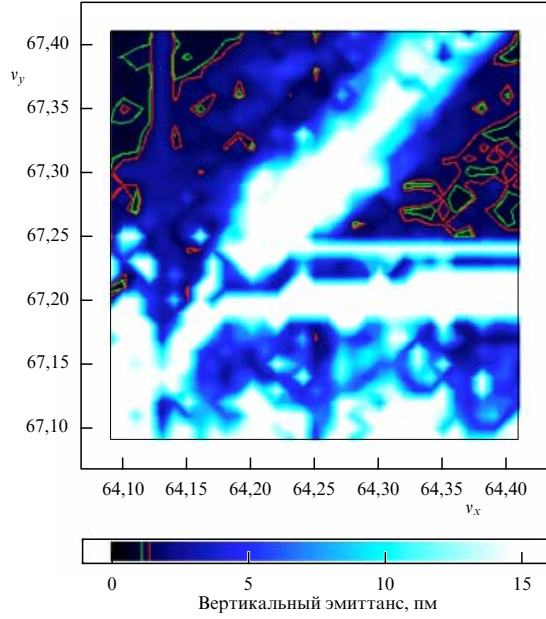


Рис. 14. Вертикальный эмиттанс сгустка электронов накопителя-охладителя ИЛС с учётом пространственного заряда в зависимости от рабочей точки бетатронных частот. Тёмная область соответствует проектному эмиттансу 2 пм; в светлых областях вертикальный эмиттанс значительно больше ($\sim 10-15$ пм).

ственно увеличить вертикальный эмиттанс. Несмотря на отсутствие теории, предсказывающей изменение эмиттанса в зависимости от пространственного заряда, степень влияния последнего можно оценить, как это делается для эффектов встречи пучков в коллайдерах, по некогерентному сдвигу бетатронной частоты. Для этого заметим, что при подстановке (73) в (72) получается линейное дифференциальное уравнение, аналогичное уравнению бетатронных колебаний, откуда легко оценить поправку к бетатронной частоте, обусловленную пространственным зарядом (предполагая, что его влияние мало):

$$\Delta v_{x,y} = -\frac{1}{4\pi} \frac{2r_e}{\gamma^3 \beta^2} \oint \frac{\lambda \beta_{x,y}}{\sigma_{x,y}(\sigma_x + \sigma_y)} ds. \quad (74)$$

Численные и экспериментальные исследования эффектов встречи показывают, что "раздувание" пучка имеет место, если параметр пространственного заряда $\Delta v_{x,y} \sim 0,1$.

5.5. Когерентные неустойчивости

Интенсивный сгусток электронов индуцирует в полостях вакуумной камеры электромагнитное поле, которое взаимодействует с частицами того же или последующих сгустков. Такое коллективное взаимодействие может привести к неустойчивости пучка либо изменить его параметры (удлиннить сгусток, увеличить энергетический разброс и т.п.). Два фактора подчёркивают некоторые когерентные эффекты в накопителях с ультрамалым эмиттансом. Первый — это малый (вследствие малости дисперсионной функции) коэффициент уплотнения орбит α (34) и, соответственно, короткий сгусток согласно (33). Чем короче сгусток, тем сильнее взаимодействие пучка с окружением в принципе, поскольку спектр частот электромагнитных колебаний, возбуждаемых пучком в

вакуумной камере, уширяется. Малая величина α уменьшает пороговый ток односгустковых неустойчивостей; например, средний ток в сгустке для порога продольной микроволновой неустойчивости выражается как [67]

$$I_b \leq \frac{\sigma_{z0}}{R} \frac{\sqrt{2\pi} \alpha E/e}{|z_{||}/n|_{\text{eff}}} \left(\frac{\sigma_E}{E} \right)^2,$$

где R — средний радиус накопителя, σ_{z0} — длина сгустка при нулевом токе, $|z_{||}/n|_{\text{eff}}$ — эффективный продольный импеданс. При превышении током сгустка порогового значения и длина, и энергетический разброс сгустка увеличиваются с возрастанием интенсивности пучка.

Второй фактор — это узкая вакуумная камера из-за малоапертурных квадрупольных линз, обеспечивающих сильную фокусировку. Поперечная многосгустковая неустойчивость может возбуждаться вследствие взаимодействия пучка с резистивным импедансом стенок вакуумной камеры (англ. resistive wall instability). Время нарастания этой неустойчивости имеет вид

$$\tau^{-1} \propto \frac{\bar{\beta} \omega_0 I}{E b^3},$$

где $\bar{\beta}$ — среднее значение бетатронной функции, $\omega_0 = 2\pi f_0$, f_0 — частота обращения, b — характерный поперечный размер вакуумной камеры. Видно, что данный тип неустойчивости весьма чувствителен к размеру вакуумной камеры. Малое среднее значение бетатронных функций (особенно для структуры МВА) также способствует развитию этой неустойчивости.

С целью устранения нежелательных коллективных эффектов стремятся уменьшить импеданс вакуумной камеры, используя относительно низкочастотную ускоряющую систему ($\sim 100-300$ МГц), обеспечивающую большую длину сгустка, дополнительно удлиняют его с помощью пассивных резонаторов третьей гармоники, которые делают потенциальную яму синхротронного движения более плоской, применяют системы быстрой обратной связи.

6. На пути к дифракционному пределу

Волновой характер излучения накладывает ограничение на пространственный Δx и угловой $\Delta \psi$ размеры источника с длиной волны λ согласно $\Delta x \sim \lambda/\Delta \psi$ [68]. Это означает, что даже для точечного электрона эмиттанс ограничен дифракционными эффектами на уровне $\varepsilon_r \approx \Delta x \Delta \psi \sim \lambda$. Для когерентного ондуляторного излучения с гауссовым распределением плотности мощности радиационный эмиттанс выражается как [69]

$$\varepsilon_r = \frac{\lambda}{4\pi}. \quad (75)$$

Достижения последнего десятилетия в области расчёта и оптимизации циклических ускорителей, технологий создания различных систем, управления пучком и точного измерения его параметров привели к появлению проектов с эмиттансом электронного пучка, сравнимым с радиационным. Для оценок принято использовать $\lambda \sim 1 \text{ \AA}$, что соответствует $\varepsilon_x \sim \varepsilon_r \sim 10$ пм. Такие проекты, получившие название "Дифракционно-ограниченные источники излучения" (Diffraction Limited Light Source, DLLS) [70], вряд ли будут реализованы в ближай-

Таблица 4. Основные параметры MAX IV и ESRF – EBS

Параметр	MAX IV	ESRF – EBS
Структура	7BA	HMBA***
Энергия E , ГэВ	3	6
Периметр L , м	528	844
Максимальный ток I_{\max} , мА	500	200
Частота ВЧ-системы f_{RF} , МГц	100	352
Число прямолинейных участков*	20 (19)	32 (30)
Бетатронные частоты ν_x, ν_y	42,2; 16,3	75,6; 27,6
Натуральный хроматизм ξ_x, ξ_y	-50; -50,2	-100; -84
Коэффициент уплотнения орбит α	$3,06 \times 10^{-4}$	$0,87 \times 10^{-4}$
Горизонтальный декремент J_x	1,85	1,53
Горизонтальный эмиттанс** ε_{x0} , пм	320	132
Энергетический разброс σ_δ	$7,7 \times 10^{-4}$	$9,5 \times 10^{-4}$
Потери энергии за оборот U_0 , кэВ	364	3300

* В скобках указано число промежутков для постановки вигглеров и ондуляторов.
 ** Эмиттанс без учёта внутрисгусткового рассеяния и вигглеров.
 *** Hybrid MBA.

шее время, но они помогают искать технические решения получения сверхмалых эмиттансов, исследовать и преодолевать возникающие проблемы.

Первые шаги на пути к дифракционному пределу сделаны в Лундском университете, где в 2016 г. был запущен MAX IV — первый источник СИ четвёртого поколения, и в Гренобле, где в 2015 г. начата реализация проекта ESRF – EBS. Поскольку эти установки сейчас являются образцом для последующих проектов и одновременно полигоном для испытания новых идей и технологий, кратко опишем их основные особенности. Параметры MAX IV и ESRF – EBS приведены в табл. 4.

6.1. Источник синхротронного излучения MAX IV

Ускорительный комплекс MAX IV включает в себя два кольца с максимальной энергией 1,5 ГэВ и 3 ГэВ [71]. Накопитель длиной 528 м содержит 20 периодов структуры 7BA, показанной на рис. 15.

Дефокусирующие диполи перераспределяют декременты затухания, понижая эмиттанс и делая кольцо короче за счёт уменьшения числа квадруполей. Центральные магниты ячейки 7BA поворачивают пучок на угол 3° , а крайние, обнуляющие дисперсионную функцию, — на угол $1,5^\circ$. Благодаря этому жёсткое излучение из основных магнитов не попадает в прямолинейный промежуток и не нагревает вакуумную камеру с установленными там сверхпроводящими устройствами.

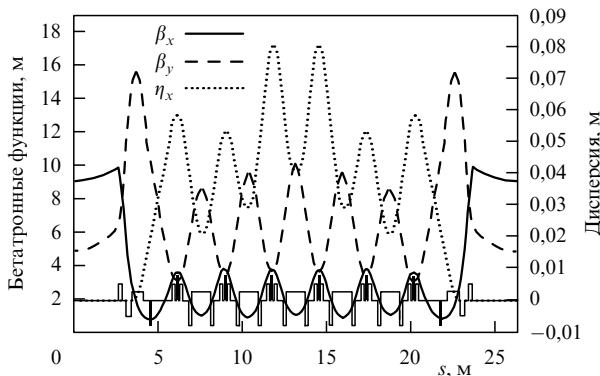


Рис. 15. Оптические функции одного периода MAX IV.

Коррекция хроматизма (до третьего порядка включительно) и оптимизация динамической апертуры и энергетического акцептанса производятся пятью семействами секступольных линз и тремя семействами октупольных линз, уменьшающими зависимость бетатронной частоты от амплитуды. Выбору нелинейных элементов предшествовало тщательное компьютерное моделирование. Фокусирующие линзы между магнитами разделены пополам, и между ними вставлен секступоль, который оказывается в максимуме $\eta(s)$ и $\beta_x(s)$. В результате в центре прямолинейного промежутка динамическая апертура равна $A_x \times A_y \approx 9 \times 2 \text{ мм}^2$ при энергетическом акцептансе $(\Delta p/p_0)_{\max} = \pm 4,5\%$, что обеспечивает достаточно длительное время жизни пучка и эффективную инжекцию.

Для нулевого тока эмиттанс MAX IV $\varepsilon_{x0} = 320$ пм. При максимальном токе 500 мА и естественной длине сгустка 10 мм внутрисгустковое рассеяние увеличивает эмиттанс на 45%. Три пассивных резонатора третьей гармоники удлиняют пучок до 54 мм, влияние рассеяния уменьшается, и результирующий эмиттанс составляет $\varepsilon_{x0} = 370$ пм. Вигглеры-затухатели (в качестве которых рассматриваются либо два сверхпроводящих вигглера с полем 3,5 Тл, либо четыре устройства на постоянных магнитах с полем 2,2 Тл) уменьшают эмиттанс до $\varepsilon_x = 220$ пм при токе 500 мА. Моделирование предсказывает тушековское время жизни > 25 ч. Более того, уменьшение эмиттанса с помощью эмеек-затухателей увеличивает время жизни, так как горизонтальный импульс частицы становится настолько малым, что после столкновения продольный импульс оказывается намного меньше акцептанса. Вертикальный эмиттанс достигает дифракционного значения ($\varepsilon_y = \varepsilon_t = \lambda/(4\pi) = 8$ пм) при бетатронной связи $k \approx 2-2,5\%$, что и принято в проекте.

Для компактности магнитные элементы интегрированы в единый блок (рис. 16), который содержит диполь, несколько квадрупольных, секступольных, октупольных и корректирующих магнитов, а также датчики положения пучка [72]. Ядро, замыкающее магнитный поток, одновременно служит жёстким несущим корпусом, так что отпадает необходимость в сложных точных подставках. Такая конструкция позволяет путём точной обработки и сборки в лабораторных условиях получить относительную точность выставки соседних элементов, лучшую, чем ± 10 мкм [73], недостижимую при индивидуальной установке на кольцо этих магнитов.

Уменьшение эмиттанса обеспечивается сильной фокусировкой. Требуемые максимальные значения градиента квадрупольных линз $G = B' \approx 40 \text{ Тл м}^{-1}$, секступольных — $B'' \approx 4000 \text{ Тл м}^{-2}$, октупольных — $B''' \approx 40 \text{ кТл м}^{-2}$ могут быть получены только при малой апертуре, поэтому межполюсный зазор поворотных магнитов составляет 28 мм, а вписанный межполюсный диаметр линз — 25 мм.

Вакуумная система должна гарантировать низкое давление остаточного газа ($\sim 10^{-9}$ Торр), однако газовая проводимость камеры с внутренним диаметром 22 мм мала и применение сосредоточенных насосов неэффективно. Поэтому на внутреннюю поверхность вакуумного объёма наносятся нераспыляемые газопоглотители (неиспаряющие геттеры (Non-Evaporable Getter — NEG)), например, на основе сплава Ti–Zr–V, которые интенсивно поглощают газы (кроме инертных) и снижают фотодесорбцию из стенок камеры [74]. Рас-

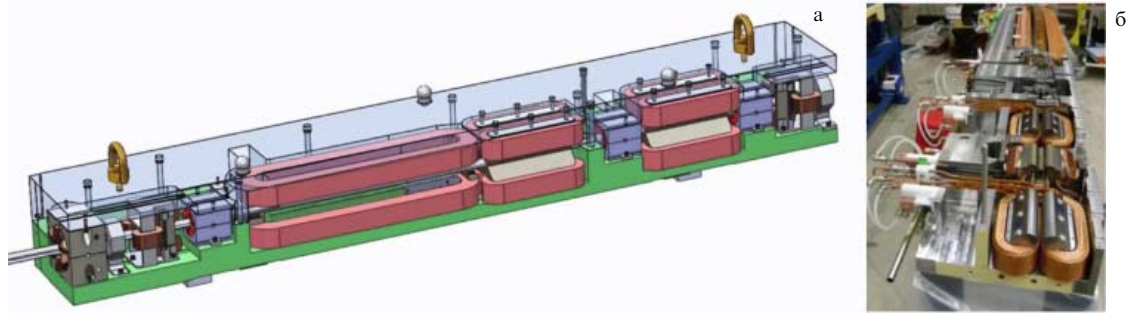


Рис. 16. Магниты MAX IV, собранные в единый блок: (а) эскиз, (б) фотография (со снятой верхней половиной).

пределённая откачка давно активно используется для отдельных компонентов (например, малоапертурных камер ондуляторов), однако MAX IV является первым накопителем, в котором геттер покрывает 100 % поверхности вакуумной камеры.

В магнитных блоках вакуумная камера — цилиндрическая медная (для увеличения теплопроводности). В медианной плоскости к ней присоединён посредством электронно-лучевой сварки охлаждаемый водой распределённый приёмник излучения, эффективно отводящий тепло СИ с плотностью мощности до $9,4 \text{ Вт мм}^{-2}$ [75]. Некоторые части вакуумной системы изготовлены из нержавеющей стали (порты сосредоточенной откачки, камеры для быстрых дипольных корректоров орбиты и датчиков положения пучка). Прямолинейные участки содержат специальные камеры (для инъекции, устройств диагностики пучка и т.п.), несколько магниторазрядных насосов, а также стандартное вакуумное оборудование (клапаны, сифоны, измерители давления остаточного газа и пр.).

Высокочастотная ускоряющая система MAX IV является достаточно традиционной и включает в себя шесть резонаторов на частоту 99,931 МГц, обеспечивающих максимальное ускоряющее напряжение до 1,8 МВ. К достоинствам использования низкой частоты (впрочем, традиционной для лаборатории MAX IV [76]) относятся: невысокое напряжение, необходимое для получения большого энергетического акцептанса, длинный сгусток, ослабляющий неустойчивости, связанные с резистивным импедансом, наличие коммерчески доступных твердотельных ВЧ-генераторов (FM-диапазон). Кроме того, на кольце установлены три пассивных резонатора (поле в которых наводится пролетающим пучком), работающих на третьей гармонике основной частоты и удлиняющих пучок приблизительно в пять раз [77].

Для уменьшения влияния когерентных неустойчивостей было принято решение работать только в многосгустковом режиме, в котором интенсивность каждого сгустка невелика. Низкая частота ВЧ-системы и резонаторы третьей гармоники увеличивают пороговые токи развития когерентных неустойчивостей.

Современные эксперименты с СИ требуют высочайшей стабильности орбиты и тока пучка. Для этого добавочная инъекция (top-up injection) новых частиц для восполнения потерь, согласно времени жизни пучка ($\approx 10 \text{ ч}$), производится на энергии 3 ГэВ. Источником частиц служит линейный ускоритель, работающий с частотой повторения 10 Гц и зарядом 3 нКл в каждом впускаемом сгустке ($\approx 0,3\%$ от заряда, соответствующего



Рис. 17. Накопитель MAX IV. Видна последовательность идентичных магнитных блоков. На переднем плане — малоапертурная вакуумная камера прямолинейного промежутка.

ющего току накопителя 500 мА). Поскольку традиционная схема инъекции со смещением накопленного пучка четырьмя импульсными магнитами к впускаемому пучку (orbit bump) приводит к большому остаточному колебанию, была адаптирована инъекция с использованием нелинейного импульсного магнита, у которого поле в окрестности накопленного пучка равно нулю и максимально в окрестности впускаемого пучка [78].

Тщательность проработки проекта, высокое качество изготовления систем и элементов накопителя обеспечили быстрый и эффективный запуск источника СИ MAX IV. В августе 2015 г. был инжектирован первый пучок, в сентябре получено накопление, в феврале 2016 г. были установлены два ондулятора с межполюсным зазором 7 мм; в мае на Международной конференции по ускорителям заряженных частиц представители MAX IV доложили о циркулирующем токе $\approx 180 \text{ мА}$, времени жизни пучка $\approx 10 \text{ ч}$ и измеренном эмиттансе $\epsilon_x = 300 \text{ пм}$ [79]. На рисунке 17 показан общий вид кольца MAX IV.

6.2. Источник синхротронного излучения ESRF – EBS

Если MAX IV является первым циклическим источником СИ четвёртого поколения, то проект ESRF – EBS — это глубокая модернизация источника СИ третьего поколения ESRF, который успешно работал в Гренобле с 1994 г. Сложность заключается в том, что новый накопитель с эмиттансом, в 30 раз меньшим, чем у предыдущего, должен разместиться в том же тоннеле. Более того, поскольку создание каналов вывода СИ и эксперимен-

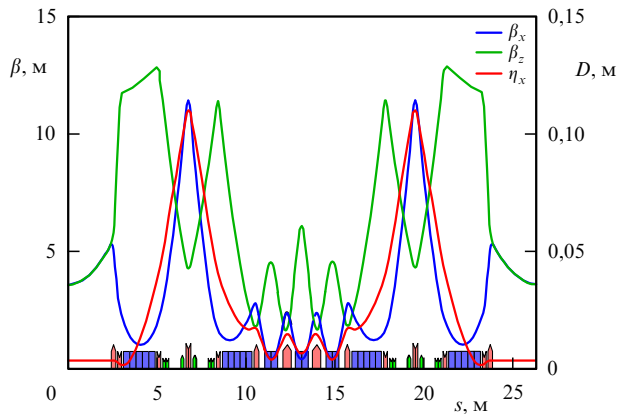


Рис. 18. Оптические функции периодической ячейки ESRF – EBS.

тальных станций является непростой и дорогостоящей задачей, условием модернизации является сохранение всех 30 экспериментальных линий из прямолинейных промежутков. Новый накопитель использует старый инжекционный комплекс с небольшими переделками. Разработка проекта начата в 2009 г., реализация — в 2015 г.

ESRF – EBS состоит из 30 стандартных суперпериодов и двух модифицированных, предназначенных для оборудования инжекции и ускоряющих резонаторов. Для стандартных ячеек применяется гибридная МВА-структура, получившая дальнейшее развитие, — НМВА (Hybrid Multi Bend Achromat) [80]. Её магнитные элементы и структурные функции приведены на рис. 18.

Как упоминалось, малый эмиттанс можно эффективно получать, уменьшая угол поворота магнитов θ , поскольку $\varepsilon_x \propto \theta^3$ (см. (43)). При этом дисперсионная функция в промежутках мала, $\eta \propto \theta^2$, и для коррекции хроматизма требуются сильные секступольные линзы, которые уменьшают динамическую апертуру. Поэтому структурная ячейка 7BA была модифицирована посредством увеличения промежутков между первым и вторым магнитами и шестым и седьмым магнитами, так что дисперсионная и бетатронные функции существенно увеличились по сравнению с таковыми в регулярной части (состоящей из магнитов 3–5). Изначально такая ячейка была предложена для проекта итальянского электрон-позитронного коллайдера Super В-фабрика [81].

Из рисунка 18 видно, что если значение дисперсионной функции в регулярной части ячейки $\eta_{\max} \approx 1,5$ см, то в области пика дисперсии (dispersion bump) $\eta_{\max} \approx 12$ см. Большое значение бетатронных и дисперсионной функций позволяет, согласно (68), использовать секступоли с относительно невысоким градиентом, $B''_{\max} = 1500$ Тл м⁻² (почти в три раза меньше, чем для MAX IV), и обойтись меньшим количеством линз, что благоприятно для динамической апертуры. Кроме того, набег бетатронной фазы между горизонтальными секступольными линзами в начале и в конце ячейки равен 3π , а между вертикальными — π , так что в обоих случаях преобразование координат между одинаковыми секступолями описывается минус-единичной матрицей перехода. Как известно, в таком случае нелинейные aberrации системы секступольных линз подавляются [82]. Так же как и в MAX IV, в ESRF – EBS применяются октупольные магниты для управления зависимостью частоты бетатронных колебаний от амплитуды.

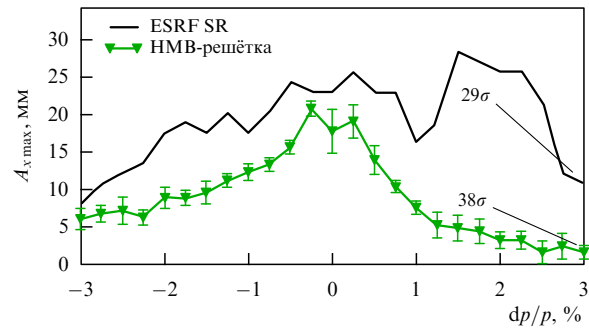


Рис. 19. Горизонтальная динамическая апертура (для $\beta_x = 17$ м) в зависимости от относительного отклонения импульса частицы от равновесного для "старого" ESRF (ESRF – SR (synchrotron radiation)) и ESRF – EBS (HMB-решётка) [80].

Для оптимизации динамической апертуры (что необходимо для эффективной инжекции) и динамического энергетического акцептанса (что необходимо для большого времени жизни по Тушеку) использовался эволюционный (генетический) алгоритм NSGA II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) [83]. Результатом этих усилий стали динамические апертура и акцептанс, по абсолютной величине лишь немного меньшие, чем у ESRF (рис. 19). Более того, поскольку эмиттанс ESRF – EBS значительно меньше, чем у ESRF, в терминах стандартных размеров пучка апертура нового источника СИ даже больше, чем у старого.

Магниты ESRF – EBS отличаются разнообразием и сложностью [84]. Три центральных поворотных магнита (3–5) имеют четыре полюса (рис. 20а) и являются комбинацией слабой дипольной компоненты с $B_{\max} = 0,57$ Тл и достаточно сильного градиента $B'_{\max} = -37$ Тл м⁻¹. Четыре крайних поворотных магнита суперпериода (1 и 2, 6 и 7) изготовлены на основе технологии постоянных магнитов Sm₂Co₁₇ из пяти секций с разным полем, от 0,65 Тл до 0,16 Тл. Такие диполи со ступенчатым продольным градиентом поля (рис. 20б) позволяют дополнительно уменьшить эмиттанс, как описано в разделе 4.2.

Квадрупольные малоапертурные (диаметром 25 мм) линзы обеспечивают градиент до 90 Тл м⁻¹. В секступольных линзах с апертурой 38 мм максимальный секступольный градиент $B''_{\max} = 1700$ Тл м⁻². Октупольные линзы развивают максимальный октупольный градиент $B'''_{\max} = 36$ кТл м⁻³ при межполюсной апертуре 37 мм. Кроме того, имеются сосредоточенные дипольные корректоры орбиты, корректирующие обмотки в секступольных линзах (дипольные горизонтальные и

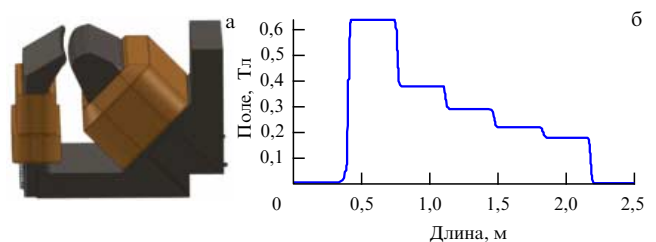


Рис. 20. (а) Нижняя половина дипольно-квадрупольного магнита ESRF – EBS. (б) Продольное распределение поля магнита с продольным градиентом.

вертикальные, а также создающие косую квадрупольную компоненту), слаботочные обмотки коррекции поля в магнитах с продольным градиентом и т.д. Общее количество магнитов ESRF–EBS больше одной тысячи.

Шестнадцать экспериментальных станций ESRF использовали жёсткое рентгеновское излучение из поворотных магнитов. Теперь вследствие увеличения числа поворотных магнитов и уменьшения амплитуды поля спектр СИ становится мягким и рассматривается возможность установки коротких (с углом поворота в несколько миллирадиан) магнитов с сильным полем, как одиночных, так и двух- или трёхполюсных вигглеров.

Ускоряющая система ESRF–EBS работает на частоте 352,2 МГц [85]. Благодаря уменьшенному полю магнитов потери электроном энергии снижаются с 5,5 МэВ до 3,3 МэВ за оборот, позволяя уменьшить напряжение на резонаторах с 9 МВ до 6 МВ. Такое напряжение обеспечивает энергетический акцептанс на уровне $\pm 4,9\%$, что достаточно для получения большого тушековского времени жизни. Двенадцать медных резонаторов с системой подавления высших мод ускоряющего напряжения будут установлены в двух прямолинейных промежутках. Мощность одного ВЧ-генератора 100 кВт при токе пучка 200 мА. Так же как и в MAX IV, изучается возможность установки пассивных резонаторов третьей гармоники, удлиняющих пучок с 3 до 15 мм, увеличивающих тушековское время жизни в несколько раз [86] и ослабляющих коллективное взаимодействие пучка с камерой.

Основная часть вакуумных камер изготавливается из сплава алюминия методом экструзии. Ввиду невысокой газовой проводимости узких камер внутри наносится нераспыляемое газопоглощающее покрытие (геттер), однако активно используются и сосредоточенные магниторазрядные насосы. Вакуумная камера — неохлаждаемая; излучение из магнитов перехватывается сосредоточенными медными приёмниками нескольких типов. Полная мощность СИ, поглощаемая приёмниками излучения, более 500 кВт; максимальная плотность мощности излучения на приёмниках составляет около 110 Вт мм⁻².

Пучок инжектируется в ESRF–EBS на энергии 6 ГэВ. Для этого используется существующий инжекционный комплекс, включающий в себя линейный ускоритель с энергией 200 МэВ и бустерный синхротрон с длиной орбиты 300 м и частотой повторения 10 Гц, который незначительно модернизируется с целью уменьшения эмиттанса выпускаемого пучка. Новая порция электронов влетает, так же как и в ESRF, по традиционной схеме со смещением по горизонтали. При этом накопленный пучок непосредственно перед моментом инжекции сдвигается локально четырьмя импульсными магнитами к выпускаемому пучку с целью уменьшения остаточных колебаний. Для увеличения эффективности инжекционный суперпериод ESRF–EBS модифицируется — горизонтальная бетатронная функция на азимуте впуска увеличивается от $\beta_{x1} \approx 6$ м до $\beta_{x1} \approx 18–20$ м. Это, а также уменьшение эмиттанса выпускаемого пучка позволяют получить коэффициент инжекции (по результатам многочастичного математического моделирования) до $\approx 92–95\%$.

Большое внимание уделяется уменьшению времени перехода от старого ESRF к ESRF–EBS. Суперпериод на рис. 18 делится на четыре модуля, каждый из которых

заранее собирается и устанавливается на изготовленную с высокой точностью подставку, а затем в собранном виде транспортируется в тоннель. На демонтаж ESRF отводится три месяца, на монтаж нового кольца — восемь месяцев, запуск установки с пучком планируется осуществить всего за один месяц, ещё четыре месяца уйдёт на восстановление работы каналов вывода излучения и экспериментальных станций, и в мае-июле 2020 г. ожидается начало рутинной работы пользователей.

6.3. Проекты накопителей с ультрамалым эмиттансом

Рассмотренные примеры позволяют сформулировать основные черты нового поколения накопителей с ультрамалым эмиттансом:

- магнитная структура типа MBA, компактная ячейка периодичности, короткие магниты с малым углом поворота;
- диполи с совмещёнными функциями (дефокусирующие), сильный поперечный градиент (примерно до -40 Тл м⁻¹), диполи с продольным градиентом;
- сильная фокусировка и, как следствие, большие градиенты квадрупольных линз (до ~ 100 Тл м⁻¹) с небольшим межполюсным диаметром;
- малая дисперсионная функция и сильные (до $\sim 2–10$ кТл м⁻²) секступольные линзы, компенсирующие натуральный хроматизм;
- высокая точность изготовления и взаимного позиционирования магнитных элементов ($\sim 10–20$ мкм);
- малоапертурная вакуумная камера (диаметром около 20–30 мм), широкое использование распределённой откачки с помощью газопоглощающих покрытий;
- малая динамическая апертура, для увеличения которой используются октупольные линзы, компьютерная оптимизация нескольких семейств секступольных линз, применение сложных оптических решений (минус-единичное преобразование координат между парами секступолей, локальное увеличение дисперсии и пр.);
- сильное внутрисгустковое рассеяние, для преодоления которого используется длинноволновая ускоряющая система, пассивные резонаторы третьей гармоники, сильнополевые вигглеры, уменьшающие время затухания;
- дополнительное уменьшение эмиттанса магнитными змейками;
- сильная бетатронная связь (несколько процентов), поскольку при столь малом горизонтальном эмиттансе вертикальный быстро достигает значений, сравнимых с дифракционным пределом.

Многие лаборатории синхротронного излучения объявили о разработке установок, подобных MAX IV и ESRF, с эмиттансом < 1 нм. Это либо новые проекты (аналогичные проекту MAX IV), такие как BAPS (Beijing Advanced Photon Source) в Китае или Sirius в Бразилии, либо накопители, использующие существующую инфраструктуру (как ESRF–EBS), включая Diamond в Великобритании, SOLEIL во Франции, SPring-8 в Японии, APS в США и др. (см., например, [87] и приведённые ссылки). Следует отметить, что новые технологии позволяют не только "превращать" третье поколение источников СИ в четвёртое, но и второе (его немногих оставшихся представителей) — в третье. Так, в [88] показано, как эмиттанс накопителя ANKA можно понизить с исходных 90 нм до 9 нм, а в [89] описывается реконструкция Photon Factory (Япония), в результате которой гори-

Таблица 5. Проекты источников СИ с ультрамалым эмиттансом [90]

Проект	E , ГэВ	L , км	Структура	ε_0 , пм	σ_δ , %	Литература
USR7	7	3,16	10BA×40	30	0,079	[91]
PEP-X ultimate	4,5	2,2	7BA×48	24	0,13	[92]
Split-TME (ИЯФ)	3	2,43	7BA×45	10	0,025	[93]
IU ring	5	2,66	10BA×40	9,1	0,038	[94]
τ USR	9	6,21	7BA×180	2,9	0,096	[95]

горизонтальный эмиттанс этого источника СИ уменьшится с 35 нм до 8 нм.

Наиболее смелые проекты ставят целью получение эмиттанта, существенно меньшего 100 пм, вплоть до дифракционного предела (75). Для жёсткого рентгеновского диапазона принимают $\lambda = 1 \text{ \AA}$ и $\varepsilon_{x,y} \approx \varepsilon_r = 8 \text{ пм}$, для мягкого — $\lambda = 10 \text{ \AA}$ и $\varepsilon_{x,y} \approx \varepsilon_r = 80 \text{ пм}$ [90]. Эти накопители можно рассматривать как "генераторы" идей и подходов для очередного "рывка" в уменьшении эмиттанта релятивистского электронного пучка. В таблице 5 приведены примеры таких проектов. Оговоримся, что, поскольку работа над проектами продолжается, ситуация на момент опубликования настоящей статьи может отличаться от описываемой.

Все проблемы получения малого эмиттанта присущи и этим кольцам, но в большей степени (очень сильные секступольные линзы, динамическая апертура около $\pm 1-2 \text{ мм}$, низкий порог развития микроволновой неустойчивости и т.д.). Остановимся на двух особенностях. Очень малая динамическая апертура не позволяет инжектировать пучок, смещённый относительно накопленного в поперечном фазовом пространстве, поэтому изучаются другие схемы впуска пучка. Из-за сильного внутрисгусткового рассеяния интенсивность отдельного сгустка невелика (что компенсируется большим числом сгустков), и производительности инжектора хватает для того, чтобы заменить часть сгустков целиком, без накопления. При этом пучок сгустков "выбивается" из накопителя коротким ($\sim 10-20 \text{ нс}$) электромагнитным импульсом кикера, а на освободившееся место инжектируется новая порция — так называемая замещающая (swap-out) инжекция [96]. Другим вариантом является инжекция на равновесную орбиту в продольном фазовом пространстве либо с помощью очень быстрого кикера ($\sim 1-3 \text{ нс}$) [97], либо с использованием двух частот ускоряющей системы (основной и удвоенной) [98]. В последнем случае сепаратриса основной частоты в момент инжекции делится вспомогательной частотой на две, и в образовавшуюся свободную сепаратрису инжектируется новый сгусток. Затем вспомогательная ВЧ-система выключается и впущенный сгусток приходит в равновесное состояние.

Другой особенностью накопителей с дифракционным эмиттансом является целесообразность иметь равные фазовые объёмы: $\varepsilon_x = \varepsilon_y \approx \varepsilon_r$. При этом яркость излучения достигает максимума, упрощается оптика, фокусирующая СИ на образец, уменьшается внутрисгустковое рассеяние (рис. 21).

Создать круглые пучки можно различными способами, например, выбирая рабочую точку частот вблизи резонанса связи, вводя косые (skew) квадрупольные или соленоиды (для электронных накопителей реализовано

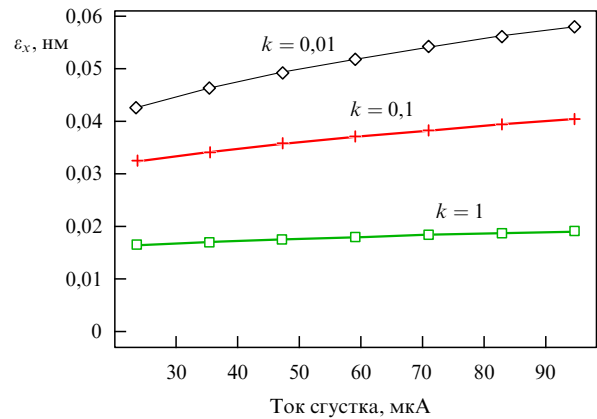


Рис. 21. Увеличение эмиттанта вследствие внутрисгусткового рассеяния для разных коэффициентов бетатронной связи.

в [99]). Другим способом может быть использование магнитных змеек с горизонтальным полем. В рамках проекта в [100] была разработана структура МВА с относительно большим горизонтальным эмиттансом, $\varepsilon_{x0} = 80 \text{ пм}$, затем с помощью сверхпроводящих многополюсных вигглеров с горизонтальным полем 4 Тл горизонтальный фазовый объём уменьшался (вследствие дополнительного радиационного трения), а вертикальный — возрастал (из-за появившейся вертикальной квантовой раскачки) в соответствии с

$$\varepsilon_x = C_q \frac{\gamma^2}{J_x} \frac{I_{5x}}{I_{2x} + I_{2wy}} \approx C_q \frac{\gamma^2}{J_x} \frac{I_{5x}}{I_{2wy}},$$

$$\varepsilon_y = C_q \frac{\gamma^2}{J_y} \frac{I_{5wy}}{I_{2x} + I_{2wy}} \approx C_q \frac{\gamma^2}{J_y} \frac{I_{5wy}}{I_{2wy}}.$$

Параметры подбирались таким образом, чтобы при токе пучка 200 мА с учётом внутрисгусткового рассеяния эмиттанс составлял $\varepsilon_x = \varepsilon_y \approx 15 \text{ пм}$.

7. Заключение

В настоящей статье обсуждены основные физические и технические аспекты, связанные с накопителями электронного пучка, обладающего малым поперечным фазовым объёмом. Автор надеется, что его скромный труд может оказаться полезным для создания в России современного источника синхротронного излучения.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российским научным фондом (проект № 14-50-00080). Автор благодарен Н.А. Винокурову и Е.А. Переведенцеву за чтение рукописи и полезные замечания.

Список литературы

1. Emma P, Raubenheimer T *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **4** 021001 (2001)
2. Raimondi P, Shatilov D N, Zobov M, physics/0702033; LNF-07/003 (IR) (2007); <https://dx.doi.org/10.15161/oar.it/1449009600.96>
3. Mobilio S, Boscherini F, Meneghini C (Eds) *Synchrotron Radiation: Basics, Methods and Applications* (New York: Springer, 2015)
4. Briggs R J et al., in *Proc. of the 1987 IEEE Particle Accelerator Conf., Accelerator Engineering and Technology, March 16–19, 1987, Washington, DC* Vol. 1 (Eds E R Lindstrom, L S Taylor) (Washington, DC: IEEE, 1987) p. 178
5. Kulipanov G N et al., in *ERL2011. Proc. of the of the 50th ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop on Energy Recovery Linacs, KEK, Tsukuba, Japan, October 16–21, 2011* (Ed. A Shirakawa) (Tsukuba: KEK, 2011) p. 60
6. Willeke F, BNL-107934-2015-CP (New York: Brookhaven National Laboratory, 2015); <https://www.bnl.gov/isd/documents/88771.pdf>
7. Eriksson M et al., in *Proc. of the IPAC2011, 2nd Intern. Particle Accelerator Conf. 2011, San Sebastian, Spain, 4–9 September 2011* (San Sebastian: IPAC, EPS-AG, 2011) p. 3026
8. Revol J-L et al., in *IPAC2014. Proc. of the 5th Intern. Particle Accelerator Conf., June 15–20, 2014, Dresden, Germany* (Eds C Petit-Jean-Genaz et al.) (Dresden: IPAC, EPS, 2014) p. 209
9. Winick H J. *Synchr. Rad.* **5** 168 (1998)
10. Hettel R, in *IPAC2014. Proc. of the 5th Intern. Particle Accelerator Conf., June 15–20, 2014, Dresden, Germany* (Eds C Petit-Jean-Genaz et al.) (Dresden: IPAC, EPS, 2014) p. 7
11. Anashin V V et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **282** 369 (1989)
12. Левичев Е Б *Письма в ЭЧАЯ* **13** 1365 (2016); Levichev E B *Phys. Part. Nucl. Lett.* **13** 876 (2016)
13. Courant E D, Snyder H S *Ann. Physics* **3** 1 (1958)
14. Jackson J D *Classical Electrodynamics* (New York: Wiley, 1999)
15. Wolski A, in *CAS — CERN Accelerator School: Advanced Accelerator Physics Course, Trondheim, Norway, 18–29 Aug 2013* (CERN-2014-009, Ed. W Herr) (Geneva: CERN, 2014) p. 245; <https://dx.doi.org/10.5170/CERN-2014-009.245>; arXiv:1507.02213
16. Helm R H et al. *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **20** 900 (1973)
17. Брук Г *Циклические ускорители заряженных частиц* (М.: Атомиздат, 1970) оригинал на фр. яз., см. [60]
18. Robinson K W *Phys. Rev.* **111** 373 (1958)
19. Sands M "The physics of the electron storage rings. An introduction", in *Physics with Intersecting Storage Rings, Proc. of the Intern. School of Physics, Enrico Fermi, Course XLVI, 16–26 June 1969, Varenna, Italy* (Ed. B Touschek) (New York: Academic Press, 1971) p. 257; Report SLAC-121 (1970)
20. Chasman R, Green G K, Rowe E M *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **22** 1765 (1975)
21. Korchuganov V N et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res.* **208** 11 (1983)
22. Sommer M "Optimization of the emittance of electrons (positrons) storage rings", Report LAL-RT-83-15 (Orsay: Lab. de l'Accelérateur Lineaire, 1983)
23. Kamiya Y, Kihara M "On the design guideline for the low emittance synchrotron radiation source", Report KEK-83-16 (Oho, Ibaraki: National Lab. for High Energy Physics, 1983)
24. Leeman S C et al. *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **12** 120701 (2009)
25. Lee S Y *Phys. Rev. E* **54** 1940 (1996)
26. Xu G, Peng Y-M *Chinese Phys. C* **39** 037005 (2015)
27. Helm R H, Wiedemann H, SLAC-PEP-Note-303 (1979)
28. Будкер Г И, Протопопов И Я, Скринский А Н, в сб. *Труды VII международной конф. по ускорителям заряженных частиц высоких энергий, Ереван, 1969* Т. 2 (Под общ. ред. А И Алиханяна) (Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1970) с. 37
29. Lightsource.org, <http://www.lightsources.org/>
30. Vignola G *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **246** 12 (1986)
31. Petrucci G, Tommasini D, in *Proc. of the 1993 Particle Accelerator Conference, PAC93, May 17–20, 1993, Washington, D.C., USA* (Eds S T Corneliussen, L Carlton) (Piscataway, NJ: IEEE, 1993) p. 2820
32. Keller R, in *Proc. of the 1993 Particle Accelerator Conference, PAC93, May 17–20, 1993, Washington, D.C., USA* (Eds S T Corneliussen, L Carlton) (Piscataway, NJ: IEEE, 1993) p. 2811
33. Kim D E et al., in *Proc. of the 23rd Particle Accelerator Conf., 4–8 May 2009, Vancouver, Canada* (Vancouver: PAC, 2010) p. 208
34. Nagaoka R, Wrulich A F *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **575** 292 (2007)
35. Guo J, Raubenheimer T, in *Proc. of the European Particle Accelerator Conf., EPAC 2002, Paris, France, 3–7 June 2002* (Paris: EPAC, 2002) p. 1136
36. Papaphilippou Y, Elleaume R, in *Proc. of the 2005 21st IEEE Particle Accelerator Conf., PAC 05, 16–20 May 2005, Knoxville, Tennessee, USA* (Ed. C Horak) (Piscataway, NJ: IEEE, 2005) p. 2086
37. Streun A, SLS Internal Report SLS-TME-TA-2006-0297 (Villigen: Paul Scherrer Institut, 2007); <https://ados.web.psi.ch/slsnotes/tmeta/060297.pdf>
38. Wang C, Wang Y, Peng Y *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **14** 034001 (2011)
39. Streun A "Longitudinal gradient super-bends and anti-bends for compact low emittance light source lattices", in *Low Emittance Rings Workshop IV, Frascati, September 17–19, 2014*, Presentation, slide 18
40. Papadopoulou S, in *Advanced Low Emittance Rings Technology, ALERT, Workshop, 5–6 May 2014, Valencia*
41. Baranov G, Levichev E, Sinyatkin S, arXiv:1504.01038
42. Baranov G, Levichev E, Sinyatkin S, in *Proc. of the 7th Intern. Particle Accelerator Conf., May 8–13, 2016, Busan, Korea* (Geneva: JACoW, 2016) p. 3014
43. Antokhin E I et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **575** 1 (2007)
44. Винокуров Н А, Левичев Е Б *ВФХ* **185** 917 (2015); Vinokurov N A, Levichev E B *Phys. Usp.* **58** 850 (2015)
45. Tischer M et al., in *Proc. of the 2005 21st IEEE Particle Accelerator Conf., PAC 05, 16–20 May 2005, Knoxville, Tennessee, USA* (Ed. C Horak) (Piscataway, NJ: IEEE, 2005) p. 2446
46. Baconnier Y et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **234** 244 (1985)
47. Abaulrob H et al., in *IPAC'12. Proc. of the Intern. Particle Accelerator Conf., May 20–25, 2012, New Orleans, Louisiana, USA* (Piscataway, NJ, 2012) p. 702
48. Huang C W et al., in *IPAC2014. Proc. of the 5th Intern. Particle Accelerator Conf., June 15–20, 2014, Dresden, Germany* (Eds C Petit-Jean-Genaz et al.) (Dresden: IPAC, EPS, 2014) p. 2044
49. Goetsch T et al., in *IPAC2014. Proc. of the 5th Intern. Particle Accelerator Conf., June 15–20, 2014, Dresden, Germany* (Eds C Petit-Jean-Genaz et al.) (Dresden: IPAC, EPS, 2014) p. 2001
50. Cai Y Chou W (Ed.) *Beam Dynamics Newsletter* (57) (2012)
51. Чириков Б В "Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности", Препринт № 278 (Новосибирск: ИЯФ СО РАН, 1969)
52. Laskar J *Astron. Astrophys.* **198** 341 (1988)
53. Bengtsson J *Beam Dynamics Newsletter* (57) 70 (2012)
54. Nadolski L S *Beam Dynamics Newsletter* (57) 85 (2012)
55. Streun A A *Beam Dynamics Newsletter* (57) 95 (2012)
56. Bartolini R *Beam Dynamics Newsletter* (57) 13 (2012)
57. Bernardini C *Phys. Persp.* **6** 156 (2004)
58. Bernardini C et al. *Phys. Rev. Lett.* **10** 407 (1963)
59. Touschek B, Report BNL-7534 (New York: Brookhaven National Laboratory, 1963)
60. Bruck H *Accélérateurs Circulaires de Particules* (Paris: Presses Univ. de France, 1966) пер. на русск. яз., см. [17]
61. Le Duff J, in *CAS — CERN Accelerator School: Accelerator Physics 14–25 Sep 1987, Berlin, Germany* (CERN 89-01, Ed. S Turner) (Geneva: CERN, 1989)
62. Piwinski A, in *Proc. of the 9th Intern. Conf. on High Energy Accelerators, Stanford, CA, May 2–, 1974* (Stanford, CA: Stanford Linear Accelerator Center, Stanford Univ., 1974) p. 405
63. Bjorken J D, Mtingwa S K *Particle Accelerators* **13** 115 (1983)
64. Kubo K, Mtingwa S K, Wolski A *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **8** 081001 (2005)
65. Bassetti M, Erskine G A "Closed expression for electrical field of a two-dimensional Gaussian charge", CERN-ISR-TH-80-06 (Geneva: CERN, 1980)
66. Venturini M, Oide K "Direct space charge effects on the ILC damping rings: Task Force Report", Report LBNL-59511 (Berkeley, CA: Lawrence Berkeley National Laboratory, 2006)

67. Boussard D "Observation of microwave longitudinal instabilities in the CPS", Report LABII/RF/Int./75-2 (Geneva: CERN, 1975)
68. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)
69. Onuki H, Elleaume P (Ed.) *Undulators, Wigglers, and Their Applications* (London: Taylor and Francis, 2003)
70. Einfeld D et al., in *Proc. of the 1995 Particle Accelerator Conf. and Intern. Conf. on High-Energy Accelerators, May 1–5, 1995, Dallas, Texas* (Eds L T Gennari, R H Siemann) (Piscataway, NJ: IEEE, 1996)
71. Tavares P F et al. *J. Synchrotron Rad.* **21** 862 (2014)
72. Johansson M et al., in *Proc. of the IPAC2011, 2nd Intern. Particle Accelerator Conf. 2011, San Sebastian, Spain, 4–9 September 2011* (San Sebastian: IPAC, EPS-AG, 2011) p. 2427
73. Bjorklund Svenson J, Johansson M, in *Proc. of the 6th Intern. Particle Accelerator Conf., Richmond, VA, USA, May 3–8, 2015* (Geneva: JACoW, 2015) p. 57
74. Benvenuti C et al. *Vacuum* **53** 219 (1999)
75. Al-Dmour E et al. *J. Synchrotron Rad.* **21** 878 (2014)
76. Anderson A et al., in *Proc. of the 8th European Particle Accelerator Conf., EPAC2002, Paris, France, 3–7 June 2002* (Geneva: EPAC, 2002) p. 2118
77. Skripka G et al., in *Proc. of the 7th Intern. Particle Accelerator Conf., May 8–13, 2016, Busan, Korea* (Geneva: JACoW, 2016) p. 2911
78. Atkinson T et al., in *Proc. of the IPAC2011, 2nd Intern. Particle Accelerator Conf. 2011, San Sebastian, Spain, 4–9 September 2011* (San Sebastian: IPAC, EPS-AG, 2011) p. 3394
79. Eriksson M et al., in *Proc. of the 7th Intern. Particle Accelerator Conf., May 8–13, 2016, Busan, Korea* (Geneva: JACoW, 2016) p. 11
80. Farvacque L et al., in *Proc. of the 4th Intern. Particle Accelerator Conf., IPAC2013, 12–17 May 2013, Shanghai, China* (Geneva: JACoW, 2013) p. 79
81. Biagini M E et al. "New low emittance lattice for the Super-B accelerator", Report SLAC-PUB-14652 (Stanford, CA: Stanford Linear Accelerator Center, Stanford Univ., 2011)
82. Brown K L *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **26** 3490 (1979)
83. Deb K et al. *IEEE Trans. Evolut. Comput.* **6** 182 (2002)
84. Benabderahmane C et al., in *Proc. of the 7th Intern. Particle Accelerator Conf., May 8–13, 2016, Busan, Korea* (Geneva: JACoW, 2016) p. 1096
85. Serriere et al., in *Proc. of the IPAC2011, 2nd Intern. Particle Accelerator Conf. 2011, San Sebastian, Spain, 4–9 September 2011* (San Sebastian: IPAC, EPS-AG, 2011) p. 68
86. Carmignani N et al., in *Proc. of the 7th Intern. Particle Accelerator Conf., May 8–13, 2016, Busan, Korea* (Geneva: JACoW, 2016) p. 1644
87. Hettel R, in *IPAC2014. Proc. of the 5th Intern. Particle Accelerator Conf., June 15–20, 2014, Dresden, Germany* (Eds C Petit-Jean-Genaz et al.) (Dresden: IPAC, EPS, 2014) p. 7
88. Papash A et al., in *IPAC2014. Proc. of the 5th Intern. Particle Accelerator Conf., June 15–20, 2014, Dresden, Germany* (Eds C Petit-Jean-Genaz et al.) (Dresden: IPAC, EPS, 2014) p. 228
89. Harada K et al., in *Proc. of the 7th Intern. Particle Accelerator Conf., May 8–13, 2016, Busan, Korea* (Geneva: JACoW, 2016) p. 2874
90. Bei M et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **622** 518 (2010)
91. Borland M *AIP Conf. Proc.* **1234** 911 (2010)
92. Nosochkov Y et al., in *Proc. of the IPAC2011, 2nd Intern. Particle Accelerator Conf. 2011, San Sebastian, Spain, 4–9 September 2011* (San Sebastian: IPAC, EPS-AG, 2011) p. 3068
93. Bogomyagkov A, Levichev E, Piminov P, arXiv:1405.7501; in *IPAC2014. Proc. of the 5th Intern. Particle Accelerator Conf., June 15–20, 2014, Dresden, Germany* (Eds C Petit-Jean-Genaz et al.) (Dresden: IPAC, EPS, 2014) p. 99
94. Cai Y *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **645** 168 (2011)
95. Jing Y, Ph.D. Thesis (Bloomington, IN: Indiana Univ., 2011)
96. Xiao A et al., in *25th North American Particle Accelerator Conf., NA-PAC'13, Pasadena, CA, USA, 29 September–4 October 2013* (Geneva: JACoW, 2013) p. 1076
97. Aiba M et al., in *IPAC2014. Proc. of the 5th Intern. Particle Accelerator Conf., June 15–20, 2014, Dresden, Germany* (Eds C Petit-Jean-Genaz et al.) (Dresden: IPAC, EPS, 2014) p. 1842
98. Jiang B C et al., in *Proc. of the 6th Intern. Particle Accelerator Conf., Richmond, VA, USA, May 3–8, 2015* (Geneva: JACoW, 2015) p. 1657
99. Danilov V V et al., in *Proc. of the Fifth European Particle Accelerator Conf., EPAC 96, Sitges, Barcelona, 10–14 June 1996* Vol. 2 (Ed. S Myers) (Boca Raton, FL: CRC Press, 1996) p. 1149
100. Богомятков А В и др. "Проект накопителя электронов с эмиттансом, ограниченным дифракционным пределом, и с большой динамической апертурой", Препринт № 2013-28 (Новосибирск: ИЯФ, 2013)

Low emittance electron storage rings

E.B. Levichev

*Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
prosp. Akademika Lavrent'eva 13/3, 630090 Novosibirsk, Russian Federation
E-mail: levichev@inp.nsk.su*

Low emittance electron (positron) beams are essential for synchrotron light sources, linear collider damping rings and circular Crab Waist colliders. In this review, principles and methods of emittance minimization are discussed, prospects for developing relativistic electron storage rings with small beam phase volume are assessed, and problems related to emittance minimization are examined together with their possible solutions. The special features and engineering implementation aspects of various facilities are briefly reviewed.

Keywords: electron storage ring, emittance, brightness, synchrotron light source

PACS numbers: 29.20.db, 29.20.dk, 29.27.Ac, 29.27.Bd, 29.27.Eg

Bibliography — 100 references

Received 15 November 2016

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **188** (1) 31–54 (2018)

Physics–Uspekhi **61** (1) (2018)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.12.038014>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2016.12.038014>