

## ОБОЗРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Квантовые осцилляции в трёхмерных топологических изоляторах

С.И. Веденеев

*Представлен краткий обзор основных понятий, лежащих в основе топологических изоляторов. После обсуждения вопроса о том, что делает некоторые изоляторы топологическими, и краткой истории этой быстро развивающейся области рассмотрены результаты последних успешных экспериментов с этими поразительными материалами.*

**Ключевые слова:** топологический изолятор, фермионы Дирака, поверхностное состояние, квантовые осцилляции

PACS numbers: 71.18.+y, 73.20.-r, 73.25.+i, 73.43.-f

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.01.038053>

### Содержание

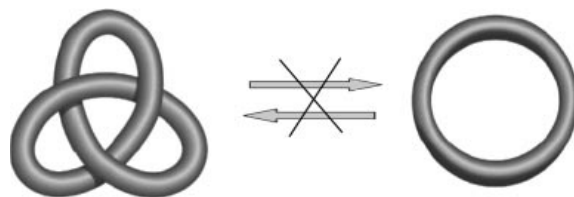
1. Введение (411).  
1.1. Квантовый эффект Холла. 1.2. Квантовый спиновый эффект Холла. Двумерные топологические изоляторы. 1.3. Трёхмерные топологические изоляторы.
  2. Экспериментальные результаты исследования топологических изоляторов (416).
  3. Заключение (428).
- Список литературы (428).

### 1. Введение

В последние несколько лет в физике конденсированного состояния появился новый класс квантовых материалов — трёхмерные (3D) топологические изоляторы, которые привлекли внимание многих исследователей (см., например, обзоры [1, 2]). Топология изучает свойства объектов, которые инвариантны (неизменны) при их трансформации. Понятие "топологическая инвариантность" ввели математики для того, чтобы классифицировать различные геометрические объекты внутри широких классов. В математике топологическая классификация не описывает мелких деталей и сосредоточивается на фундаментальном различии форм. Классический пример — трансформация совершенной сферы в эллипсоид. Поверхность совершенной сферы топологически эквивалентна поверхности эллипсоида, поскольку обе эти поверхности могут быть трансформированы одна в другую посредством сжатия или растяжения по одной из осей без образования каких-либо отверстий.

Самое простое представление топологического изолятора (ТИ) — это изолятор, который всегда имеет металлическую поверхность, когда он находится в контакте с вакуумом или обычным изолятором (диэлектриком). Металлические состояния появляются, когда поверхность "развязывает" переплетённые волновые функции электронов. В качестве интуитивного примера ТИ Дж. Мур (J. Moore) [3] предложил трилистный узел (рис. 1а) и кольцо (рис. 1б), которые он назвал топологическим и обычным изоляторами соответственно. Из-за топологически неэквивалентных геометрических форм они не могут быть непрерывно ("адиабатически") трансформированы друг в друга посредством деформаций без образования каких-либо разрезов [3].

В системах со множеством частиц и энергетической щелью, отделяющей основное состояние от возбуждённых состояний, адиабатическую деформацию можно определить как изменение, которое не закрывает щель. Это топологическое понятие может быть применено как к изоляторам, так и к сверхпроводникам с энергетической щелью, но его нельзя применять к бесщелевым состояниям, присущим металлам или легированным полупроводникам. В соответствии с этим общим определением состояние со щелью не может перейти в состояние со щелью, принадлежащее другому топологическому классу, до тех пор пока не произойдёт квантовый фазовый переход, вследствие которого система станет



**Рис. 1.** Интуитивный пример топологического изолятора. (а) Трилистный узел — "топологический изолятор". (б) Кольцо — "обычный изолятор" [3].

С.И. Веденеев. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Ленинский просп. 53, 119991 Москва, Российская Федерация  
E-mail: [vedeneev@sci.lebedev.ru](mailto:vedeneev@sci.lebedev.ru)

Статья поступила 22 декабря 2015 г.,  
после доработки 25 мая 2016 г.

бесщелевой. Из этих простых аргументов видно, что такое абстрактное понятие, как топологическая классификация, может быть применено к твердотельным системам с энергетической щелью [4].

Как известно, атомы и их электроны могут образовывать различные состояния вещества, которые могут быть классифицированы по их симметриям (трансляционной, вращательной и др.), т.е. по принципу самопроизвольного нарушения симметрии. Например, магнитное поле нарушает вращательную симметрию в кристаллическом твёрдом теле, несмотря даже на изотропность фундаментальных взаимодействий, а в сверхпроводнике нарушена калибровочная симметрия, что приводит к таким явлениям, как квантование потока и эффекты Джозефсона [1]. В 1980 г. к этим состояниям было добавлено новое состояние с квантовым эффектом Холла [5], ставшее первым примером квантового состояния, которое не подвержено самопроизвольному нарушению симметрии. Поведение такого состояния зависит только от его топологии, а не от его особой геометрии. Это состояние является топологически отличным от всех ранее известных состояний материи.

### 1.1. Квантовый эффект Холла

Открытие более чем 35 лет назад квантового эффекта Холла (за это открытие Клаусу фон Клитцингу была присуждена Нобелевская премия по физике 1985 года), в котором холловская (или поперечная) проводимость в двумерных (2D) полупроводниках оказалась квантованной, стало большим сюрпризом. Этот эффект, наблюдающийся в сильных магнитных полях при низких температурах, состоит в том, что в 2D-электронном слое зависимость поперечного сопротивления  $\rho_{xy}$  от величины перпендикулярного к поверхности магнитного поля (или от концентрации носителей при фиксированном магнитном поле) перестаёт быть плавной. На этой зависимости наблюдаются ступеньки с неизменным поперечным сопротивлением, или "плато" (рис. 2а). Причём значения  $\rho_{xy}$  на ступеньках выражаются через фундаментальные постоянные:  $\rho_{xy} = h/Ne^2$ , где  $e$  — заряд электрона,  $h$  — постоянная Планка,  $N$  — целое число. Такой квантованный транспортный множитель ясно свидетельствует о макроскопическом квантовом явлении.

На электроны, движущиеся в магнитном поле, действует сила Лоренца, которая заставляет их вращаться с циклотронной частотой  $\omega_c$ . Согласно законам квантовой механики, частицы, совершающие периодическое движение, могут обладать лишь дискретными значениями энергии. Поэтому у электрона в магнитном поле появляются квантованные уровни Ландау с энергией  $E_N = \hbar\omega_c(N + 1/2)$ , здесь  $\hbar = h/(2\pi)$ . Если  $N$  уровней Ландау заполнены, а остальные пусты, то заполненные состояния и пустые разделены энергетическим интервалом, так же как щелью в изоляторе. В магнитном поле возле краёв 2D-образца формируется обедняющее электрическое поле, которое приводит к "загибанию" вверх уровней Ландау [7]. В скрещенных магнитном и электрическом полях электрон дрейфует вдоль линии постоянной энергии. Вблизи краёв структуры формируются краевые токовые состояния, что и приводит к холловскому току при квантованной холловской проводимости  $\sigma_{xy} = Ne^2/h$ . [8]. Ступеньки с неизменным поперечным сопротивлением  $\rho_{xy}$  наблюдаются тогда, когда химический потен-

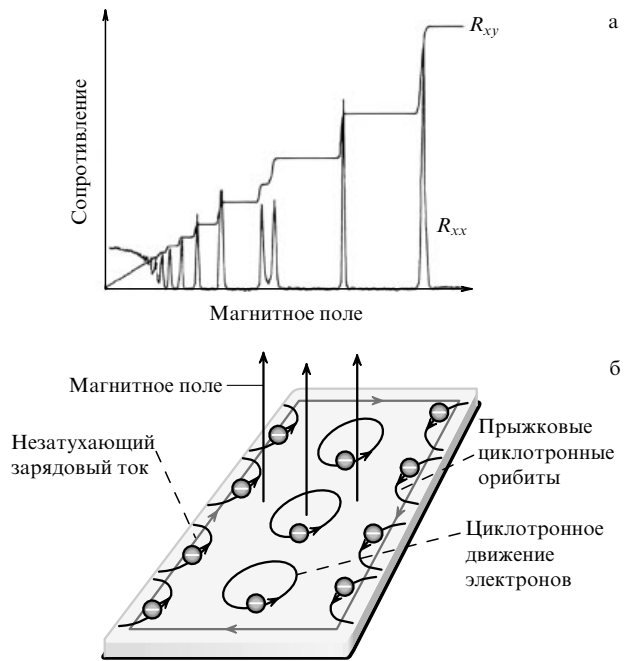
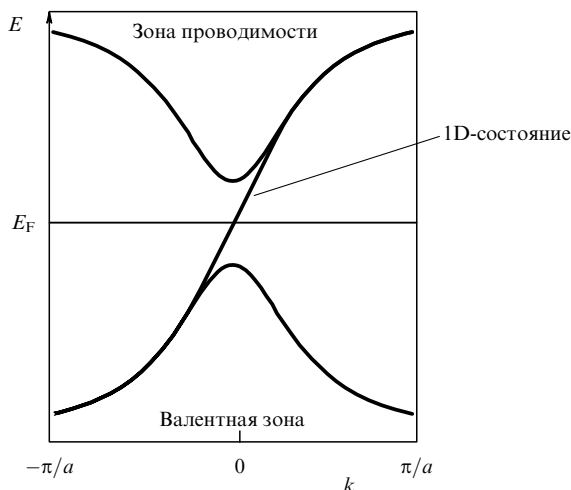


Рис. 2. (а) Зависимости продольного  $R_{xx}$  и поперечного  $R_{xy}$  сопротивлений от магнитного поля в случае квантового эффекта Холла [6]. (б) Система с квантовым эффектом Холла [9].

циал лежит между уровнями Ландау, как это имеет место в изоляторе. (Для вырожденного газа электронов при нулевой температуре химический потенциал совпадает с энергией Ферми.) Одновременно продольное сопротивление  $\rho_{xx}$  (отношение падения напряжения вдоль направления тока к величине этого тока) обращается в нуль (рис. 2а), и в структуре течёт незатухающий зарядовый ток. Отсутствие затухания обусловлено тем, что для наличия затухания электроны должны перейти на верхние уровни Ландау с преодолением энергетических интервалов.

В состоянии, ответственном за квантовый эффект Холла, основная часть 2D-образца является изолятором и зарядовый ток течёт вдоль краёв структуры только в краевых проводящих одномерных (1D) каналах. Ток в каждом из них течёт в одном направлении, которое определяется знаком квантующего магнитного поля. Вследствие того что краевые состояния не имеют рассеяния назад, ток в краевых каналах является бездиссипативным. Это поверхностное состояние можно связать с движением электронов по прыжковым циклотронным орбитам с отскакиванием от краёв образца (рис. 2б) [9]. Число краевых каналов в образце непосредственно связано с величиной квантованной проводимости  $\sigma_{xy}$  [10]. (Дробный квантовый эффект Холла здесь не обсуждается.) Это состояние определяет топологическую фазу в том смысле, что фундаментальное свойство холловской проводимости топологически защищено, т.е. остаётся неизменным при малых изменениях в образце, и оно не может быть изменено до осуществления квантового фазового перехода в системе [8]. Подробную информацию о квантовом эффекте Холла можно найти, например, в работах [11, 12].

Систему в квантовом холловском состоянии можно рассматривать как ТИ, который представляет собой первый пример квантового состояния, топологически



**Рис. 3.** Электронный спектр 2D-структуры как функция импульса вдоль краёв в модели Холдейна [14]. Валентная зона и зона проводимости в основной части 2D-образца разделены энергетической щелью, а одномерное состояние с линейным законом дисперсии их соединяет [8].

отличного от всех состояний материала, известных до открытия квантового эффекта Холла. (Фактически термин "топологический изолятор" был введён в работе [13], где предполагалось существование ТИ в 3D-системах.) Состояние с квантовым эффектом Холла принадлежит топологическому классу, в котором требуются одновременно двумерность и нарушение симметрии относительно обращения времени (Т-симметрии), например, из-за наличия магнитного поля. (Формулы классической механики, классической электродинамики, квантовой механики и теории относительности не изменяются при обращении времени. В микромире Т-симметрия нарушается в слабых взаимодействиях.)

Простым примером квантового эффекта Холла в зонной теории может служить модель графена (2D-форма углерода) в магнитном поле, введённая Холдейном (Haldane) [14]. На рисунке 3 показан в модели Холдейна электронный спектр 2D-образца в квантовом холловском состоянии. Разделённые энергетической щелью валентную зону и зону проводимости связывает топологически защищённое 1D-краевое состояние, которое характеризуется линейной дисперсией Дирака  $E = \pm v_F p$ , где  $v_F$  — фермиевская скорость электрона,  $p$  — его импульс.

Таким образом, в 2D-изоляторе в квантовом холловском состоянии имеются щель в объёме и топологически защищённое бесщелевое краевое состояние. Существование бесщелевых проводящих состояний вблизи поверхности раздела (например, между структурой с квантовым эффектом Холла и вакуумом), где меняется топологическая инвариантность, является основным следствием топологической классификации [7]. Более подробную информацию о краевых состояниях можно найти, например, в работе Девятова [15].

## 1.2. Квантовый спиновый эффект Холла.

### Двумерные топологические изоляторы

Спустя 26 лет после открытия квантового эффекта Холла теоретически было предсказано [16], что в 2D-системах в электрическом поле возможно состояние со спиновым током, аналогичное квантовому холловскому состоя-

нию, но при отсутствии макроскопического магнитного поля. (Спиновый ток — это поток спинов, не сопровождающийся переносом заряда. Обычно при протекании электрического тока не происходит переноса спина, поскольку спины электронов ориентированы случайным образом.) Следует отметить, что спиновые токи в физике твёрдого тела давно привлекали внимание, поскольку с ними связано будущее спиновой электроники (спинтроники) [17]. Так, с 1970 г. в литературе начала обсуждаться возможность наблюдения спинового эффекта Холла, при котором внешнее электрическое поле должно вызывать отклонение в направлении, перпендикулярном электрическому полю, носителей тока с противоположно ориентированными спинами (см., например, [18]). Значительный успех в этой области был достигнут в работе [19]. Было высказано предположение о том, что связь между физикой и топологией в изоляторах может быть более общей, чем в случае простого состояния с квантовым эффектом Холла. В поисках нового топологического класса авторы [19] показали, что в некоторых чистых и легированных полупроводниках (например, в Si, Ge, InSb и GaAs или GaAs-гетероструктурах) вследствие наличия симметрии относительно обращения времени и спин-орбитального взаимодействия может иметь место спиновый эффект Холла, аналогично тому, как это происходит в графене, где запрещённая зона образуется в результате спин-орбитального взаимодействия. Вместе с тем оставались вопросы относительно эффектов, связанных с беспорядком. Полагалось, что спиновый ток, как и в квантовом эффекте Холла, не будет сопровождаться потерями. Однако в этом случае, даже если сам спиновый ток не вызывает джоулевого нагрева, внешнее электрическое поле будет индуцировать зарядовый ток с потерями из-за ненулевого сопротивления образца.

В последующей работе [20] те же авторы теоретически показали возможность наблюдения бездиссипативного спинового эффекта Холла без какого-либо зарядового тока в 3D-зонных изоляторах HgTe, HgSe. Этот эффект аналогичен квантовому эффекту Холла, но спиновая холловская проводимость уже не является квантованной даже в 2D-системах и зависит от параметров, характеризующих зонную структуру. В рассмотренном случае электроны могут двигаться во внешнем электрическом поле, но направление их движения должно зависеть от направления спина из-за анизотропии рассеяния электронов на примесях. Такие спиновые токи в полностью заселённых зонах не подавляют друг друга, и холловская спиновая проводимость может существовать даже в зонном изоляторе. Как и в работе [19], ответственным за спиновую проводимость являлось спин-орбитальное взаимодействие. Это был первый пример нетривиальной топологической структуры в зонном изоляторе без магнитного поля. В работах [14, 19–22] была разработана важная концепция изолятора, названного впоследствии квантовым спиновым изолятором Холла или двумерным топологическим изолятором (2D-ТИ). Решающим в указанных работах было то, что в предложенных моделях не требовалось нарушения симметрии относительно обращения времени.

Различают внешний и внутренний спиновые эффекты. В первом из них, теоретически предсказанном Дьяконовым и Перелем [18], основную роль играет несимметричное спин-зависимое рассеяние на потенциале примесей, а

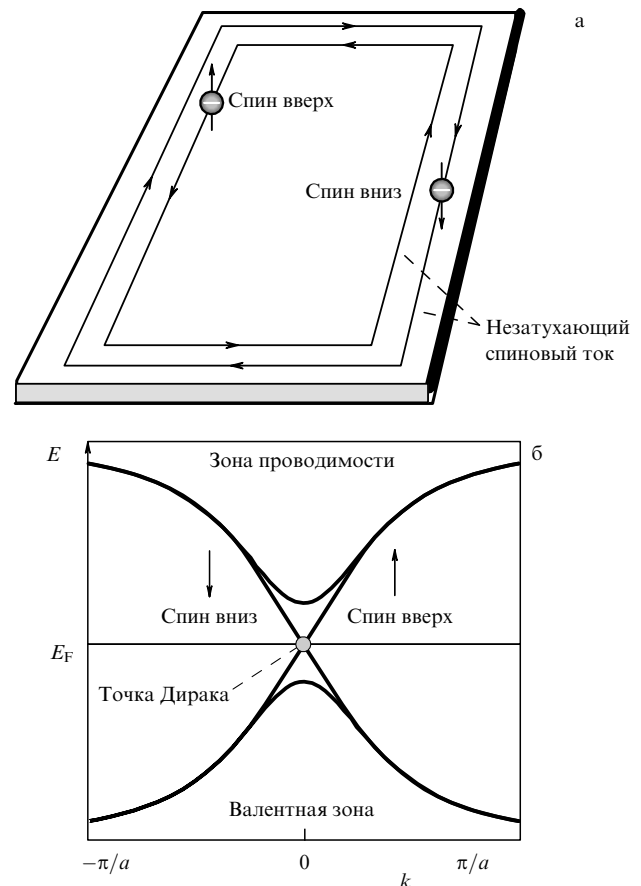
второй зависит от взаимодействия спина и орбитального движения электронов в периодической решётке материала. И в том и другом случаях спин-орбитальное взаимодействие характеризует процесс, в котором одновременно изменяются спин и орбитальный момент электрона. Смешивание спина и орбитального момента является релятивистским эффектом, который может быть выведен из уравнения Дирака для электрона [23].

Ключевое продвижение в теории 2D-ТИ сделали Кейн (Kane) и Мили (Mele) [24, 25], предложив новый тип топологической инвариантности, которая может иметь место в обычном изоляторе. При исследовании квантового спинового эффекта Холла в графене, который был открыт в то же время, они предложили конкретную модель 2D-ТИ и показали, что конечное спин-орбитальное взаимодействие в графене приводит к образованию щели.

Таким образом, состояние с квантовым спиновым эффектом Холла, или 2D-ТИ, имеет энергетическую щель в объёме и два бесщелевых спин-отфильтрованных краевых состояния на границах образца [26]. Одно из характерных свойств безмассовых фермионов Дирака связано с фазой Берри, важным следствием которой является отсутствие в твёрдом теле обратного рассеяния. Следует отметить, что в графене линейный закон дисперсии приводит к линейной зависимости плотности состояний от энергии [16, 17], в отличие от параболического закона дисперсии  $E = p^2/2m^*$  (где  $m^*$  — эффективная масса) в обычных двумерных системах. Уместность обращения здесь к графену обусловлена возможностью лучшего описания 2D-ТИ и тем, что физика дираковских электронов в графене аналогична таковой на поверхности 3D-ТИ, с той лишь разницей, что в этих двух случаях имеется разное количество конусов Дирака.

Авторы [24, 25] показали также, что, несмотря на нестабильность электронных краевых состояний в предыдущих моделях (в частности, из-за примесей), существуют реальные 2D-материалы, которые должны иметь стабильные краевые состояния при отсутствии внешнего магнитного поля. В основу их модели, как и в случае графена, положен релятивистский эффект спин-орбитального взаимодействия, при котором степени свободы спина и орбитального импульса электронов связаны, и эта связь заставляет движущиеся электроны "чувствовать" силу, зависящую от спина, даже в немагнитных материалах. Такое движение электронов является когерентным, и оно приводит к коллективизированному состоянию, которое является стабильным, поскольку для его нарушения требуется энергия, равная щели изолятора. В результате на краях образца образуются "петли" одномерных токов со спином вверх и спином вниз в разных направлениях, как схематически показано на рис. 4а. Состояние с квантовым спиновым эффектом Холла может быть грубо представлено как две копии пространственно разделённых состояний с квантовым эффектом Холла, различающихся лишь противоположными направлениями спинов. Токи в образце с такими состояниями движутся по краям во встречных направлениях. Вследствие того что каждый ток является однонаправленным, рассеяние назад невозможно и в системе должен возникать незатухающий спиновый ток при отсутствии зарядового тока.

Рисунок 4б показывает дисперсию энергии краевых состояний при отсутствии спинового вырождения для 2D-ТИ, образующего "одномерный" конус Дирака



**Рис. 4.** Система с квантовым спиновым эффектом Холла. (а) Схематическое изображение пары отфильтрованных по спину одномерных спиральных состояний в 2D-ТИ в реальном пространстве. В структуре в электрическом поле по краям течёт незатухающий спиновый ток. Направления потоков электронов являются противоположными друг другу и определяются ориентацией спина вверх или вниз [9]. (б) Дисперсия энергии краевых состояний при отсутствии спинового вырождения для 2D-ТИ, образующего "одномерный" конус Дирака [8].

2D-ТИ, образующего 1D-конус Дирака [8]. Такие краевые состояния были названы спиральными [26] по аналогии с названием квантового числа "спиральность", определяющего корреляцию между спином и импульсом частицы. О системах с таким спиновым состоянием говорят, что они имеют спиральную поляризацию спина или спин-импульс-синхронизацию, т.е. спины выстраиваются в соответствии с направлением импульса. Как и в графене, такие электроны в бесщелевом краевом состоянии ведут себя как 1D-безмассовые фермионы Дирака внутри щели. Особенно важно, что Кейн и Мили выяснили, что электронные состояния в их модели квантового спинового изолятора Холла характеризуются новой топологией, определяемой индексом  $Z_2$  [25], который отражает чётность или нечётность числа пересечений 1D-краевым состоянием уровня Ферми между  $0$  и  $\pi/a$ , где  $a$  — постоянная решётки. Иными словами, этот индекс позволяет провести топологическую классификацию, основанную на чётности, о которой речь пойдёт в разделе 1.3.

К сожалению, из-за слабости спин-орбитального взаимодействия и рассеяния на примесях, которое должно приводить к диссипации, оказалось, что квантовый спиновый эффект Холла трудно наблюдать экспериментально, основываясь на модели Кейна-Мили.

Вскоре после работ [24, 25] Берневиг, Хьюз и Жанг [27] предложили другой путь реализации квантового спинового эффекта Холла с топологическими свойствами, показав, что при изменении ширины полупроводниковой квантовой ямы HgTe/CdTe её нормальное электронное состояние сменяется при некоторой критической ширине инвертированным ("обращённым") состоянием. Такая трансформация является топологическим квантовым фазовым переходом от обычной фазы изолятора к фазе, обладающей квантовым спиновым эффектом Холла, с одной парой спиральных краевых состояний.

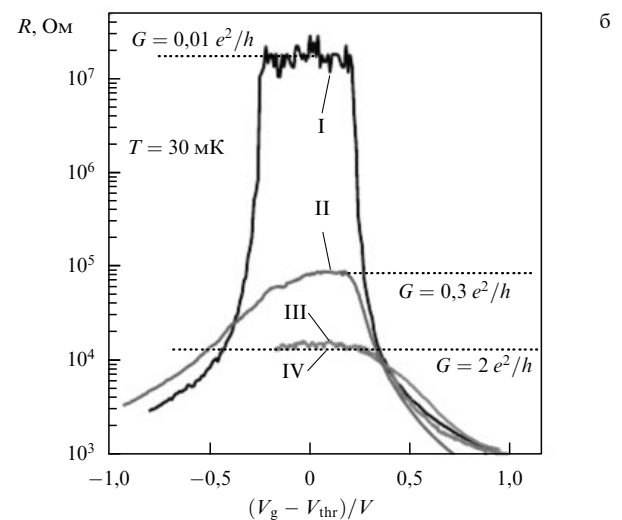
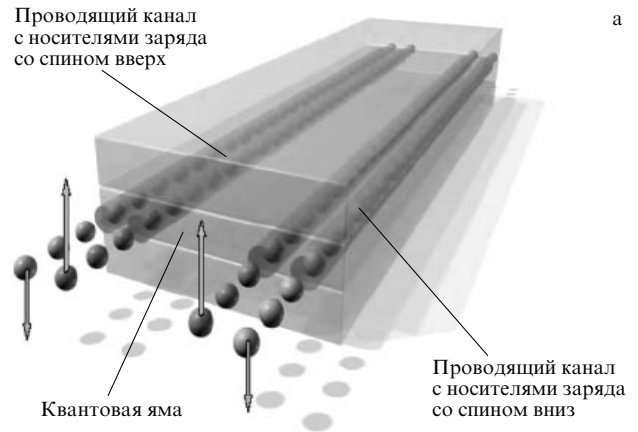
Следуя этим теоретическим предсказаниям, Кёниг с соавторами [10, 28] измерили электрическую проводимость, обусловленную краевыми состояниями, в квантовых ямах CdTe/HgTe/CdTe и наблюдали уменьшение энергетической щели при увеличении толщины  $d$  слоя HgTe в квантовой яме. При критической толщине  $d_c = 6,3$  нм щель закрывалась, что соответствовало фазовому переходу между состоянием обычного изолятора при  $d < d_c$  и состоянием с квантовым спиновым эффектом Холла при  $d > d_c$ . Структуры с узкими квантовыми ямами и нормальным электронным состоянием с уровнем Ферми внутри щели имели нулевую проводимость. Квантовые ямы с инвертированным электронным состоянием обладали проводимостью, близкой к ожидаемой для транспорта в краевых каналах квантового спинового холловского изолятора (рис. 5). Эти результаты доказывают, что транспорт в режиме квантового спинового эффекта Холла действительно обусловлен бесщелевым краевым состоянием. Надо отметить, что исследовались структуры с размерами, меньшими длины свободного пробега для неупругих столкновений ( $\sim 1$  мкм), чтобы свести к минимуму рассеяние на примесях и ослабить диссипацию спинового тока. Причём в режиме квантового спинового эффекта Холла структуры, ширина которых различалась в два раза, имели одинаковое сопротивление. Это ясно показывало, что в представленных на рис. 5 случаях III и IV, где  $G = 2e^2/h$ , за проводимость отвечает краевое состояние, которое не зависит от ширины образца [1].

Следует отметить, что механизм инверсии зон в квантовых ямах HgTe/CdTe изучался в работе [29], хотя и вне связи с ТИ, задолго до появления работ [10, 28].

### 1.3. Трёхмерные топологические изоляторы

В 2006 г. три теоретические группы независимо показали, что, хотя квантовый эффект Холла не распространяется на 3D-состояние, топологическая характеристика состояний квантового спинового изолятора Холла, или 2D-ТИ, может быть естественным образом обобщена для трёхмерного топологического изолятора [13, 30, 31]. Была установлена связь между объёмным состоянием со щелью изолятора и бесщелевым поверхностным проводящим состоянием, которое защищено Т-симметрией.

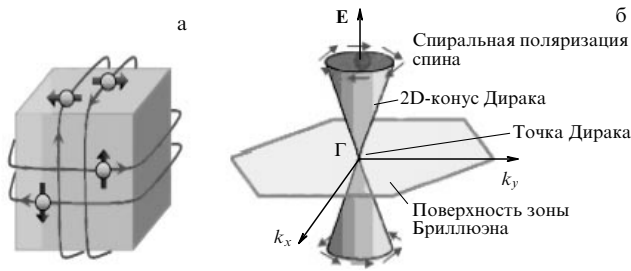
Так, в работах [30, 32] была рассмотрена возможность создания "слабого" и "сильного" 3D-ТИ. Простой 3D-ТИ может быть создан в виде блока из слоёв 2D-квантовых спиновых холловских изоляторов по аналогии с предложенным 3D-квантовым холловским состоянием [33]. Спиральное краевое состояние в этом случае становится уже анизотропным поверхностным состоянием. Но в такой структуре из-за слабой связи между слоями и слабого спин-орбитального взаимодей-



**Рис. 5.** Квантовый спиновый холловский изолятор. (а) Схематическое изображение краевых каналов с поляризованными спинами в квантовой яме. (б) Сопротивление квантовых ям с различными толщинами слоёв HgTe как функция напряжения на затворе  $V_g$ . I — структура с нормальным электронным состоянием ( $d = 5,5$  нм). II, III и IV — структуры с инвертированным электронным состоянием ( $d = 7,3$  нм),  $G$  — проводимость. Пороговое напряжение  $V_{thr}$  определялось так, чтобы режим квантового спинового эффекта Холла наблюдался в окрестности  $V_g = V_{thr}$  [10].

ствия индуцированная этим взаимодействием энергетическая щель должна быть малой и получающееся в результате состояние оказывается неустойчивым по отношению к беспорядку. Такая структура была отнесена к слабым 3D-ТИ.

Сильный 3D-ТИ обладает большим сходством с 2D-ТИ в том смысле, что в сильном 3D-ТИ имеет место объединение обычного изолятора с топологическим при непрерывной интерполяции. Чтобы построить такой ТИ, требуется сильное спин-орбитальное взаимодействие. Поверхностное состояние в сильном 3D-ТИ образует уникальный двумерный "топологический металл". В отличие от состояния обычного металла, которое в каждой точке на поверхности Ферми имеет спины, ориентированные вверх и вниз, поверхностное состояние в сильном 3D-ТИ не вырождено по спину. Это топологическое нетривиальное состояние в 3D-ТИ имеет щель изолятора в объёме и бесщелевое поверхностное состояние, образующееся из нечётного числа дираковских состояний. Такое



**Рис. 6.** Поверхностное состояние 3D-ТИ с дисперсией Дирака. (а) Схематическое изображение 2D-спирального поверхностного состояния в реальном пространстве. (б) Энергетическая дисперсия невырожденного спинового поверхностного состояния 3D-ТИ, образующая 2D-конусы Дирака. Вследствие спиральной поляризации спина рассеяние назад из  $\mathbf{k}$ -пространства в  $-\mathbf{k}$ -пространство невозможно [2].

состояние защищено симметрией обращения времени от обратного рассеяния на дефектах. То есть из-за спиральной спиновой поляризации рассеяние назад из импульсного  $\mathbf{k}$ -пространства в импульсное  $-\mathbf{k}$ -пространство запрещено. Поверхностное состояние, в котором спин электрона перпендикулярен импульсу, лежит главным образом в плоскости поверхности образца [1, 2]. Электроны в этом состоянии, как и на краях 2D-ТИ, могут двигаться по поверхности объёмного материала в направлениях, показанных на рис. 6а, почти без потери энергии. Если симметрия относительно обращения времени сохраняется в объёме, но нарушается на поверхности, то материал становится полностью изолятором и в объёме, и на поверхности. Необычный металл, который образуется на поверхности ТИ, наследует топологические свойства объёмного изолятора.

Когда на поверхность вносится беспорядок или добавляются примеси, на них должно возникать рассеяние, однако топологические свойства объёмного изолятора не позволяют металлическому поверхностному состоянию исчезнуть — невозможны образование щели или локализация [3]. Другими словами, металлическое поверхностное состояние, возникшее вследствие нетривиальной топологии, не может измениться, до тех пор пока материал в объёме остаётся изолятором с энергетической щелью. Дираковские фермионы в 3D-ТИ, как и в 2D-ТИ, характеризуются линейной зависимостью энергии от импульса, которая теперь имеет вид конусов Дирака с вершинами в точке Дирака (рис. 6б). Объединённые данные фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением (Angle Resolved Photoemission Spectroscopy — ARPES) [34] и сканирующей туннельной спектроскопии [35] для  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  соответственно показали линейную плотность состояний, как и ожидалось согласно линейной дисперсии Дирака, но лишь в небольшой области вблизи уровня Ферми. Остальная часть плотности состояний оказалась искривлённой.

Электроны теперь уже в бесщелевом поверхностном состоянии ведут себя как безмассовые фермионы внутри щели изолятора. Их свойства, как и свойства 2D-ТИ, описываются уравнением Дирака, в котором собственное значение энергии для свободной частицы массой  $m$  имеет вид

$$E = \pm c\sqrt{p^2 + m^2c^2}. \quad (1)$$

Видно, что уравнение Дирака соответствует положительному и отрицательному энергетическим состояниям и собственное значение энергии имеет щель при конечной массе, но становится бесщелевым при  $m = 0$ . Поэтому бесщелевые системы, удовлетворяющие условиям уравнения Дирака, называют безмассовыми. Если же определять эффективную массу как вторую производную энергии  $d^2E/dk^2$  по волновому вектору, то выражение для эффективной массы

$$m^* = \hbar^2 \left( \frac{d^2E}{dk^2} \right)^{-1} \quad (2)$$

расходится [2]. (Здесь уместно напомнить, что  $p = \hbar k$ .)

Теория [36] предсказывает, что, поскольку Т-симметрия в ТИ требует, чтобы состояния с импульсами  $\mathbf{k}$  и  $-\mathbf{k}$  имели противоположно направленные спины, при циркуляции электрона вокруг дираковской точки в импульсном пространстве его спин поворачивается на  $2\pi$  и волновая функция электрона приобретает отличную от нуля геометрическую квантовую фазу Берри (рис. 6б). При линейной дисперсии в 3D-ТИ вблизи точки Дирака фаза Берри  $\gamma = \pi$  [37], тогда как металлы с обычным спин-орбитальным взаимодействием, такие, например, как золото, имеют нулевую фазу Берри.

Таким образом, важнейшее свойство топологического поверхностного состояния в 3D-ТИ заключается в том, что оно топологически защищено. Имеется три аспекта в понятии "топологическая защита" [2]. Первый является следствием новой топологии, задаваемой упомянутым выше фундаментальным топологическим индексом  $Z_2$ . В 3D-ТИ  $Z_2$ -топология гарантирует существование бесщелевого поверхностного состояния, до тех пор пока сохраняется симметрия относительно обращения времени. (Для полной характеристики 3D-системы необходимы четыре  $Z_2$ -инварианта.) Второй аспект связан со спиральной поляризацией спина, которая заставляет электроны с импульсами  $\mathbf{k}$  и  $-\mathbf{k}$  иметь противоположно направленные спины. Третий определяется связанной с безмассовыми фермионами Дирака фазой Берри  $\pi$ , которая препятствует их слабой локализации через ослабляющую интерференцию путей, обращённых во времени.

Следует заметить, что рассмотренное здесь спиновое состояние при объединении 3D-ТИ с обычным сверхпроводником может привести к коррелированному состоянию на границе их раздела и появлению предсказанных майорановских фермионных возбуждений с образованием топологического сверхпроводника [38].

В обзоре [2] приведён список более чем 30 ТИ — двойных и тройных соединений на основе Bi, Sb, Se, Te, Tl, Sn и Pb, изученных экспериментально, хотя гораздо большее число соединений было предсказано в качестве ТИ, но экспериментально не исследовано. В разделе 2 обсуждаются результаты экспериментального исследования ТИ главным образом на основе Bi, Te и Tl, поскольку они наиболее ярко проявляют характерное поведение, свойственное ТИ.

## 2. Экспериментальные результаты исследования топологических изоляторов

Прежде чем перейти к рассмотрению экспериментальных работ, посвящённых исследованию ТИ, следует

кратко обсудить методы подтверждения того, что изучаемый материал действительно является ТИ.

В случае 2D-ТИ необходимо убедиться в наличии 1D-спирального краевого состояния, что возможно лишь в квантовых транспортных экспериментах с наноструктурами. В обсуждавшихся в разделе 1 статьях [10, 28] существование краевых состояний подтверждено измерением квантованной проводимости квантовых ям. Позднее квантовый спиновый эффект Холла непосредственно наблюдался в работе [39], где был изучен спиновый транспорт в квантовых HgTe-ямах с использованием их как инжектора спинового тока и как детектора спинового эффекта Холла, что позволило обнаружить спиральную поляризацию спина.

Поверхностные состояния в 3D-ТИ были успешно исследованы с помощью ARPES, фотоэмиссионной спектроскопии с разрешением по спину (Spin-Resolved PhotoEmission Spectroscopy — SRPES) [40, 41] и сканирующей туннельной спектроскопии [35, 42]. В некоторых работах наличие металлической поверхности и когерентных поверхностных состояний было подтверждено в экспериментах с использованием оптической спектроскопии и измерением оптической проводимости [43–47].

Результаты исследования топологического транспорта в 3D-ТИ, которые обсуждаются ниже, пока остаются неоднозначными. ARPES является одним из основных методов определения параметров поверхности Ферми и изучения электронных свойств твёрдого тела (зонная структура, взаимодействие электронов и др.). В ARPES-экспериментах образец освещается фотонами высокой энергии, которые вызывают эмиссию фотоэлектронов из занятых ими состояний. Измеряя угловое и энергетическое распределения излучённых фотоэлектронов, можно получить, если известна энергия падающих фотонов, информацию о начальном распределении электронов по энергии и импульсу. В случае SRPES-экспериментов анализатор энергии заменяется моттовским спин-детектором (Mott spin-detector), что даёт возможность измерять распределение спиновой ориентации электронов на поверхности Ферми, которое может быть использовано для оценки фазы Берри на поверхности [1] и, в частности, для разделения поляризованных по спину пучков электронов на два канала: с электронами со спином вверх и электронами со спином вниз. Для 3D-ТИ наиболее убедительными являлись ARPES- и SRPES-эксперименты, в которых не только наблюдался конус Дирака, но и было установлено, что он является невырожденным и имеет спиральную поляризацию спина. Теоретическое предсказание работы [32] о том, что соединение  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$  в состоянии изолятора может оказаться 3D-ТИ, было вскоре подтверждено экспериментально с помощью ARPES [48]. Это соединение явилось первым 3D-ТИ, идентифицированным экспериментально. Непосредственное наблюдение спиральной спиновой поляризации поверхностного состояния в  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$  было проведено в SRPES-экспериментах [49, 50].

Однако соединение  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$  мало подходило для применения в реальных устройствах спинтроники в качестве ТИ, поскольку это соединение имело небольшую энергетическую щель в объёме и его образцы содержали множество дефектов, обусловленных беспорядком [51]. Поэтому были продолжены поиски топологических фаз, свободных от беспорядка, в стехиометрических соединениях с большой энергетической щелью, которые могли

бы служить в качестве матричного материала для изучения разнообразных топологических явлений. И вскоре было предсказано [52], что давно известные термоэлектрические соединения  $\text{Bi}_2\text{X}_3$  (где  $X = \text{Se}, \text{Te}$ ) относятся к 3D-ТИ. Эти соединения, являющиеся наиболее простыми 3D-ТИ, в последние годы подробно изучены с помощью ARPES- и SRPES-экспериментов. В результате проведённых исследований, по-видимому, доказано существование в  $\text{Bi}_2\text{X}_3$  2D-поверхностного состояния (см., например, [1]).

Остановимся сначала на  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  ввиду его простой зонной структуры и относительно большой энергетической щели ( $\sim 0,3$  эВ). Образцы  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с высокой чистотой показывают стабильное поведение, свойственное ТИ, при температурах вплоть до комнатной [53], что указывает на хорошие перспективы их практического применения. Это слоистое соединение, имеющее ромбоэдрическую решётку, представляет собой пакет слабо связанных квинтетов Se–Bi–Se–Bi–Se толщиной 1 нм каждый. Элементарная ячейка состоит из трёх квинтетов [54]. Ферми-поверхность образца  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  представляет собой эллипсоид. Вследствие слоистости образцов  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  их сопротивление анизотропно, отношение  $\rho_{zz}/\rho_{xx} \approx 10$  [55]. Большие кристаллы легко раскалываются по границам квинтетов, поэтому нетрудно получить для исследований монокристаллы с зеркальной поверхностью площадью  $10 \times 5$  мм<sup>2</sup>. В качестве примера на рис. 7 показаны монокристаллы  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , легированные соответственно Cu и Sn, перед расслоением [56]. На рисунке 8 приведены схематическая диаграмма 3D-зоны Бриллюэна  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , её 2D-поверхностная проекция (111) и топологическое поверхностное состояние в  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , измеренное в ARPES-эксперименте [51]. Весьма близкие результаты получены в ARPES-экспериментах с 3D-ТИ  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ ,  $\text{Sb}_2\text{Se}_3$ ,  $\text{Sb}_2\text{Te}_3$  и др. [1].

Позднее было показано [57], что в  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  топологическое поверхностное состояние имеет значительно более высокую степень спиновой поляризации (около 0,75), чем

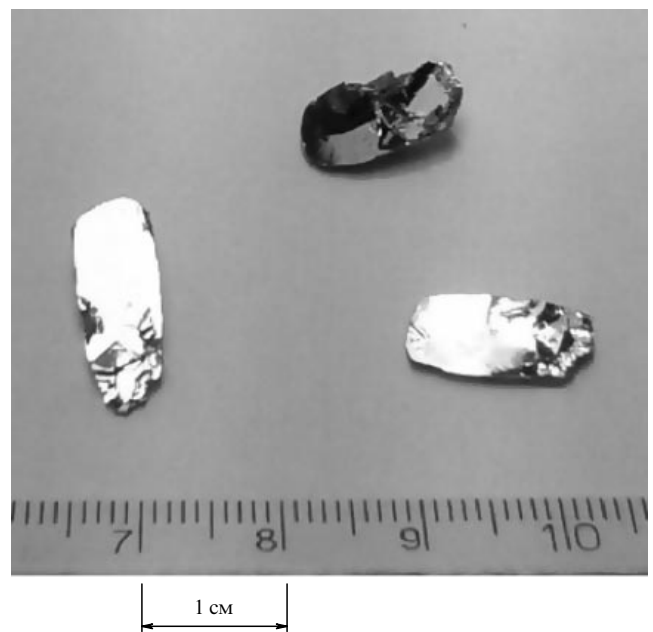
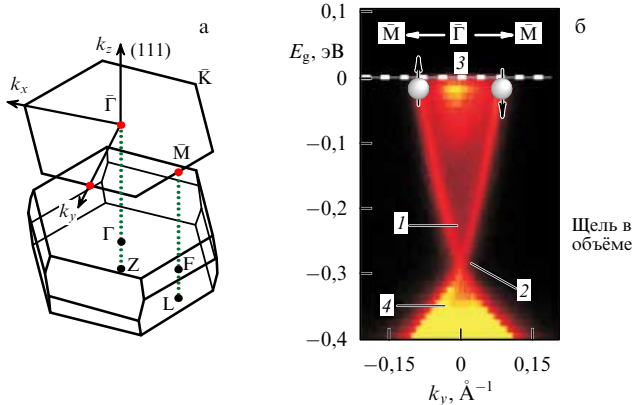


Рис. 7. Монокристаллы  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  и  $\text{Bi}_{2-x}\text{Sn}_x\text{Te}_3$  из слитка перед расслоением [56].



**Рис. 8.** (В цвете онлайн.) Характерные признаки металлического поверхностного состояния в 3D-ТИ  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ . (а) Схематическая диаграмма 3D-гексагональной зоны Бриллюэна  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и её 2D-поверхностная проекция (111), где  $\Gamma$  — центр зоны Бриллюэна, а  $M$  указывает середину края зоны Бриллюэна. (б) Электронная структура  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , измеренная ARPES с высоким разрешением. Показана зависимость энергии электронов  $E_g$  от импульса  $k_y$  вдоль направления  $M-\Gamma-M$  (белые стрелки). V-образность линейного закона дисперсии обусловлена наличием зоны поверхностных состояний 1 внутри объёмной щели. Вершина V-образной линейной дисперсии является точкой Дирака 2, 3 — объёмная зона проводимости, 4 — объёмная валентная зона. Тёмная часть в зоне поверхностных состояний и верхняя часть валентной зоны (в работе [51] на оригинальном рис. 1а она ярко-жёлтая) указывают на высокую плотность состояний. Направление спинов электронов показано вертикальными стрелками [51].

в предыдущих экспериментах с тем же соединением, а ограничение поляризации в основном обусловлено внешними факторами.

Однако далеко не все материалы можно изучать в ARPES-экспериментах, так как для них требуются образцы с очень чистой плоской поверхностью. В этом случае могут оказаться полезными эксперименты с переносом заряда. Тем более что отсутствие информации о транспорте, и особенно о мобильности, в 3D-ТИ представляло собой серьёзное препятствие в их исследовании. Измерение поверхностных токов является первым ключевым шагом в изучении таких явлений, как фермионы Майораны [58], а также необычной электродинамики в ТИ [59].

Измерения квантовых осцилляций в сопротивлении — эффект Шубникова — де Гааза (ШдГ) — и в намагниченности — эффект де Гааза — ван Альфена (дГВА) — могли подтвердить существование проводящих поверхностных состояний в 3D-ТИ.

Как известно, эффект ШдГ широко используется при изучении строения поверхности Ферми в металлах и полупроводниках. Квантование Ландау, связанное с квазиклассическим циклотронным движением электронов в магнитном поле, может выявить различие между обычными и дираковскими электронами. В обоих случаях плотность состояний становится периодической функцией величины, обратной магнитному полю, что и приводит к осцилляциям ШдГ [60]. Но поскольку осцилляции, связанные с уровнями Ландау 2D-поверхности Ферми, должны зависеть только от перпендикулярной компоненты магнитного поля  $B_{\perp} = B \cos \theta$ , то, вращая образец в магнитном поле, можно отличить их от 3D-осцилляций, обусловленных объёмными носителями. Здесь  $\theta$  — угол между направлением магнитного

поля  $\mathbf{B}$  и кристаллографической осью  $c$ , перпендикулярной поверхности образца, что схематически показано ниже на вставке рис. 11б. Кроме того, фазовый множитель 2D-осцилляций непосредственно отражает фазу Берри системы и тем самым позволяет подтвердить связь наблюдаемых осцилляций с дираковскими фермионами. В ТИ осцилляции проводимости  $\sigma_{xx}$  в магнитном поле описываются как

$$\Delta\sigma_{xx}^{(N)} \propto \cos \left[ 2\pi \left( \frac{F}{B_N} - \frac{1}{2} + \beta \right) \right], \quad (3)$$

где  $F$  — частота осцилляций,  $B_N$  — значение магнитного поля в  $N$ -м экстремуме  $\Delta\sigma_{xx}$ , параметр  $\beta = \gamma/2\pi$ . Для дираковских фермионов, согласно теории,  $\beta = 1/2$ , следовательно, фаза Берри  $\gamma = \pi$  (см., например, [61]).

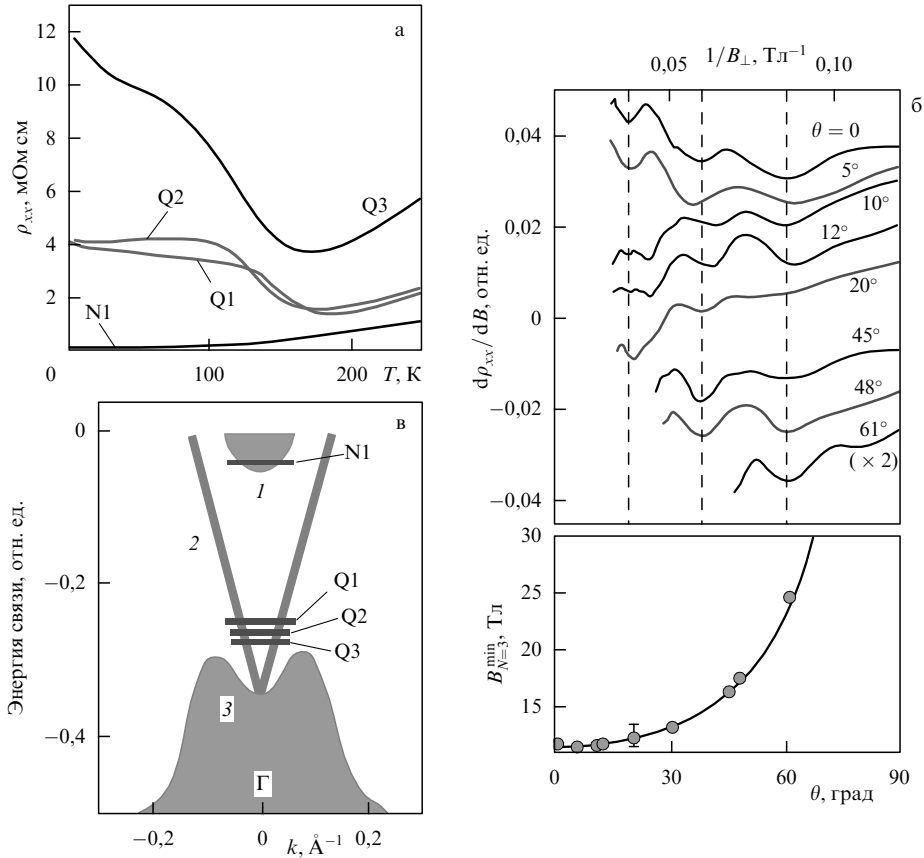
В связи с этим за ARPES-экспериментами с  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$  [48, 49] последовало изучение данного соединения в ШдГ- и дГВА-экспериментах [62]. К сожалению, эксперименты с переносом заряда, успешные в случае 2D-ТИ, оказались проблематичными в 3D-материалах, так как если уровень Ферми в изоляторе располагался внутри объёмной щели вблизи зоны проводимости, то вклад проводимости, связанной с объёмными носителями, всегда доминировал над вкладом поверхностной проводимости [63–66].

Дело в том, что халькогениды висмута  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  в действительности не являются изоляторами — фактически они представляют собой относительно хорошие металлы. Как правило, оказывается, что монокристаллы  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  после выращивания имеют n-тип с концентрацией носителей в объёме  $n \sim 10^{19} \text{ см}^{-3}$  [51, 63–65, 67]. Их уровень Ферми лежит на краю зоны проводимости, и они имеют высокую проводимость с "металлической" зависимостью сопротивления от температуры. Поскольку из ARPES-экспериментов и первых транспортных экспериментов (см., например, [1, 2, 64]) следовало, что для наблюдения 2D-поверхностных состояний в 3D-ТИ требуются образцы с  $n$  не более чем  $10^{17} \text{ см}^{-3}$ , был сделан целый ряд попыток управления положением уровня Ферми внутри объёмной щели и приближения его к точке Дирака поверхностного состояния. Это давало возможность уменьшить концентрацию носителей и проводимость образцов с превращением их в изоляторы.

Так, в работах [68, 69] в  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  добавлялись Cd или Ca, и при изменении величины  $x$  в  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cd}_x\text{Se}_3$  или  $\text{Ca}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$  уровень Ферми смещался от зоны проводимости внутрь объёмной щели и затем в валентную зону. Чен с соавторами [70] показали, что, изменяя концентрацию Sn в образцах  $(\text{Bi}_{1-\delta}\text{Sn}_{\delta})\text{Te}_3$ , можно сместить уровень Ферми так, чтобы он пересекал только поверхностные состояния в объёмной щели. Некоторые авторы перешли от исследования бинарных халькогенидов висмута к исследованию тройных соединений, например  $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$  [71–73]. Сравнительно недавно было показано, что концентрация носителей в  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  может быть увеличена интеркалированием медью [74].

В цитированной работе [63] среди множества кристаллов  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , извлечённых из выращенного слитка, имелись как "металлические", так и "неметаллические" образцы с разной концентрацией носителей. На рисунке 9а, взятом из работы [63], показаны температурные зависимости продольных удельных сопротивлений  $\rho_{xx}$  четырёх образцов  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  с разной концентрацией носи-





**Рис. 9.** (а) Температурные зависимости продольных удельных сопротивлений  $\rho_{xx}$  четырёх образцов  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  с разной концентрацией носителей. В неметаллических образцах Q1, Q2 и Q3 сопротивление увеличивалось при уменьшении температуры с насыщением при низких температурах, при которых их сопротивление примерно в 50 раз превышало сопротивление металлического образца N1. (б) Производные  $d\rho_{xx}/dB$  в зависимости от обратной величины перпендикулярной составляющей магнитного поля  $1/B_{\perp} = 1/B \cos \theta$ , измеренные на образце Q1 ( $\theta$  — угол между направлением магнитного поля  $\mathbf{H}$  и осью  $c$ , перпендикулярной поверхности образца). Штриховыми прямыми отмечены положения минимумов на кривых. В нижней части рисунка показана зависимость положения третьего минимума амплитуды осцилляций ( $B_{N=3}^{\min}$ ) на оси  $B$  (кружки) от  $\theta$  и зависимость вида  $1/\cos \theta$  (сплошная кривая). Видно, что осцилляции зависят только от  $B_{\perp}$ , как и должно быть в случае 2D-поверхности Ферми. (в) Схема дисперсии поверхностных состояний вблизи  $\Gamma$ -точки, построенная по данным работы [70]: 1 — объёмная зона проводимости, 2 — зона поверхностных состояний, 3 — объёмная валентная зона. Положение уровней Ферми в образцах работы [63] показано горизонтальными отрезками.

телей. В неметаллических образцах Q1, Q2 и Q3 сопротивление увеличивалось при уменьшении температуры, достигая насыщения при низких температурах, при которых их сопротивление было в  $\sim 50$  раз больше, чем в металлическом образце N1. Холловские измерения показали, что объёмная концентрация носителей в неметаллических образцах не превышала  $\sim 7 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , тогда как в образце N1 она была значительно больше.

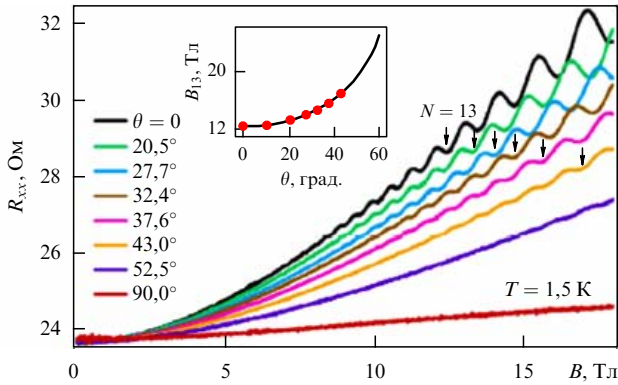
Авторы работы [63], изучая осцилляции ШдГ на неметаллических образцах, подтвердили существование в них 2D-поверхностного состояния. На рисунке 9б приведены производные  $d\rho_{xx}/dB$  в зависимости от обратной величины перпендикулярной составляющей магнитного поля  $1/B_{\perp} = 1/B \cos \theta$ , измеренные на образце Q1. Штриховыми прямыми отмечены положения минимумов на кривых. В нижней части рис. 9б показаны зависимость от  $\theta$  положения третьего минимума амплитуды осцилляций на оси  $B$  (кружки) и величина  $1/\cos \theta$  (сплошная кривая). Видно, что осцилляции зависят только от  $B_{\perp}$ , как и должно быть в случае 2D-поверхности Ферми. При углах  $\theta > 65^\circ$  осцилляций не наблюдалось. В металлическом образце N1 осцилляции ШдГ наблюдались при углах вплоть до  $\theta = 90^\circ$  и положения минимумов амплитуды осцилляций сильно отклонялись от зависимости

вида  $1/\cos \theta$ , что, по мнению авторов [63], указывало на связь этих осцилляций с 3D-поверхностью Ферми. В работе [65] также было обнаружено, что в  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с  $n = 5 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$  наблюдаются лишь 3D-осцилляции ШдГ. На рисунке 9в приведена схема дисперсии поверхностных состояний вблизи  $\Gamma$ -точки, построенная по данным работы [70]. Положения энергии Ферми в исследованных образцах [63] отмечены горизонтальными отрезками. Как видно из представленных на рис. 9 результатов, транспортные эксперименты могут служить серьёзным подспорьем ARPES-экспериментам.

При изучении осцилляций ШдГ в обычных металлах связь индекса  $N$  уровня Ландау с площадью поперечного (экстремального) сечения  $S_F$  поверхности Ферми в  $\mathbf{k}$ -пространстве выражается как

$$2\pi(N + \delta) = S_F \frac{\hbar}{eB}, \quad (4)$$

где фазовая поправка Онзагера  $\delta = 1/2$  [58, 75]. Экстраполируя к высоким полям зависимость положения минимумов и максимумов  $\rho_{xx}$  в обратном магнитном поле  $1/B$  от соответствующих индексов  $N$  уровней Ландау при  $\theta = 0$ , авторы работы [63] определили, что для неметаллических кристаллов фаза Берри  $0 < \gamma < 1/2$ .



**Рис. 10.** (В цвете онлайн.) Продольное сопротивление  $R_{xx}$  монокристалла  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  в зависимости от магнитного поля, измеренное при разных углах  $\theta$  наклона образца к направлению магнитного поля. Вставка показывает, что положение 13-го минимума  $R_{xx}$  (отмечено на рисунке стрелками) с изменением  $\theta$  (кружки) изменяется как  $B_{13}(\theta = 0)/\cos \theta$  (сплошная кривая), т.е. оно зависит только от перпендикулярной компоненты магнитного поля [76].

Неожиданными по отношению к предыдущим результатам оказались результаты работы [76], в которой изучался магнитотранспорт в образцах  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с высокой объёмной концентрацией носителей,  $n = 4,7 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , где ожидалось доминирование 3D-транспорта. Как и должно быть при такой концентрации  $n$ , зависимость сопротивления от температуры имела металлический характер. Однако вместо объёмных осцилляций ШдГ наблюдались лишь 2D-осцилляции, периодичные в обратном магнитном поле. Фурье-анализ осцилляций показал наличие одной частоты.

Рисунок 10 представляет продольное сопротивление  $R_{xx}$  в зависимости от магнитного поля, измеренное при разных углах  $\theta$  наклона образца к направлению магнитного поля. Видно, что в случае  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с высокой объёмной концентрацией  $n$  амплитуда осцилляций значительно больше, чем в работе [63], и для изучения осцилляций не требовались производные  $dR_{xx}/dB$ . Как видно из рис. 10, осцилляции не наблюдались при углах  $\theta > 60^\circ$ . Вставка показывает, что положение 13-го минимума  $R_{xx}$  (отмечено стрелками) с изменением  $\theta$  (кружки) изменяется

как  $B_{13}(\theta = 0)/\cos \theta$  (сплошная кривая), т.е. оно зависит только от перпендикулярной компоненты магнитного поля. С возрастанием температуры амплитуда осцилляций уменьшалась, и при  $T > 50 \text{ К}$  они исчезали. Как отмечалось выше, такие зависимости характерны для 2D-осцилляций ШдГ, возникающих в поверхностных слоях 3D-ТИ с  $n \sim 10^{16} - 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .

Известно, что измерение температурной зависимости осцилляций ШдГ позволяет найти основные кинетические параметры, связанные с проводимостью системы, с помощью формулы Лифшица – Косевича [60]

$$\Delta R_{xx}(T, B) \propto \frac{\alpha T / \Delta E_N(B)}{\sinh(\alpha T / \Delta E_N(B))} \exp\left(-\frac{\alpha T_D}{\Delta E_N(B)}\right), \quad (5)$$

где  $\Delta E(B) = \hbar e B / (2\pi m_{\text{eff}}^{2D})$  — разность между энергиями соседних уровней Ландау,  $m_{\text{eff}}^{2D}$  — эффективная масса носителей,  $\alpha = 2\pi^2 k_B$ ,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $e$  — заряд свободного электрона. Тогда для относительной амплитуды осцилляций сопротивления имеем

$$\frac{\Delta R}{\Delta R_0} = \frac{T \sinh(\alpha T / \Delta E_N(B_{\min}))}{T_0 \sinh(\alpha T_0 / \Delta E_N(B_{\min}))}. \quad (6)$$

Из зависимостей  $\Delta R/\Delta R_0$  от температуры для каждого  $B_{\min}$  можно найти разности энергий  $\Delta E(B)$ , а из наклона полулогарифмического графика зависимости  $D = \Delta R B \sinh(\alpha T / \Delta E)$  от  $1/B$  определить температуру Дингла  $T_D = \hbar / (4\pi^2 \tau_D k_B)$  [K]. Из величины  $T_D$  находятся  $m_{\text{eff}}^{2D}$  и время релаксации  $\tau_D = \hbar / (4\pi^2 T_D k_B)$ , которое оказалось в 2–3 раза меньше измеренного ранее в образцах с  $n \sim 5 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$  [65]. Такое уменьшение времени  $\tau_D$  связано, по мнению авторов [76], с большим количеством примесей (вакансий Se). Из периода осцилляций ШдГ через соотношение Лифшица – Онзагера [60]  $F = (\hbar/2\pi e) S_F$ , где  $S_F = \pi k_F^2$  — поперечное сечение поверхности Ферми (при предположении, что конус Дирака изотропен), можно найти фермиевский волновой вектор  $k_F$ , фермиевскую скорость  $v_F = \hbar k_F / m_{\text{eff}}^{2D}$  и длину свободного пробега электронов  $l_F = v_F \tau$ . Значения этих параметров приведены в табл. 1. Результаты работы [76] были объяснены наличием транспорта в высоколегированном 3D-образце n-типа через множество параллельных кана-

**Таблица 1.** Параметры 2D-систем\* для образцов из работ [76, 82, 86, 87]

Образец	$\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$ [86]			$\text{Cu}_{0,25}\text{Bi}_2\text{Se}_3$ [82]	$\text{Bi}_2\text{Se}_3$ [76]	$\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , плёнка [87]
	1	2	3			
$n \times 10^{19}, \text{ см}^{-3}$	–2,8	–11	–12	–4,3	–4,7	—
$F_s, \text{ Тл}$	287	330	300	325	162	106,8
$n_{2D} \times 10^{13}, \text{ см}^{-2}$	1,4	1,6	1,5	—	0,78	0,26
$k_F, \text{ нм}^{-1}$	0,94	1,01	0,97	0,97; 1,3	—	0,57
$m_{\text{eff}}^{2D}/m_e$	0,16	0,18	—	0,194	0,14	0,2
$T_D, \text{ К}$	21,8	23,6	—	23,5	25	—
$\tau_D \times 10^{-14}, \text{ с}$	5,6	5,2	—	5,2	5	—
$\mu_{\text{eff}}^{2D}, \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$	614	513	—	—	620	1330
$v_F \times 10^5, \text{ м с}^{-1}$	6,8	6,4	—	5,8	5,7**	3,3
$l_F, \text{ нм}$	38	34	—	30	29**	—
$\gamma$	$\pi$	0,9 $\pi$	1,4 $\pi$	—	$\sim 0$	0,8 $\pi$

\*  $F_s$  — частота 2D-осцилляций,  $n_{2D}$  — концентрация носителей,  $k_F$  — фермиевский волновой вектор,  $m_{\text{eff}}^{2D}$  — эффективная масса носителей,  $m_e$  — масса свободного электрона,  $T_D$  — температура Дингла,  $\tau_D$  — время релаксации,  $\mu_{\text{eff}}^{2D}$  — эффективная подвижность,  $v_F$  — фермиевская скорость,  $l_F$  — длина свободного пробега,  $\gamma$  — фаза Берри,  $n$  — объёмная концентрация носителей.

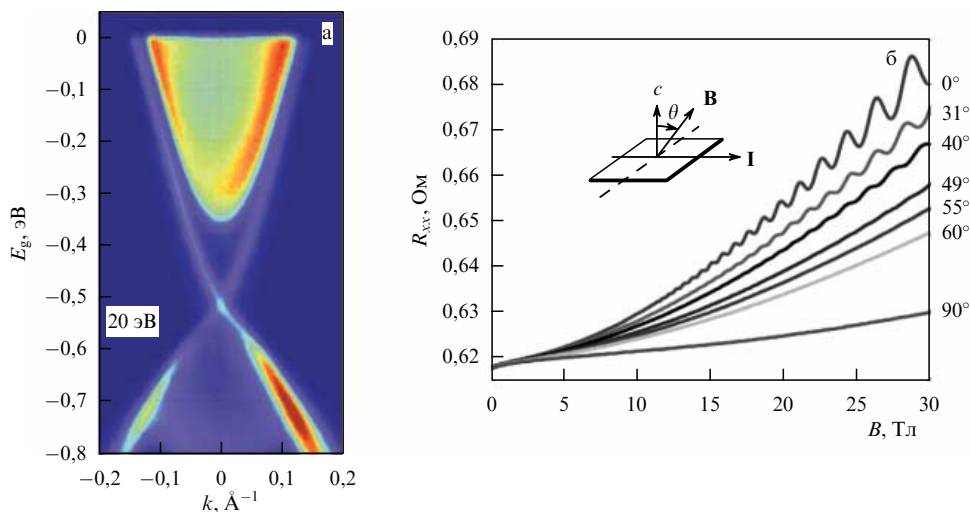
\*\* Данные работы [81].

лов, каждый из которых действует как 2D-электронная система. В качестве доказательства справедливости такого объяснения авторы [76] привлекли наблюдавшийся ими "объёмный квантовый эффект Холла". Принимая во внимание данные предыдущих исследований ТИ  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с меньшей объёмной концентрацией носителей [64, 65, 67, 77–79], авторы [76] предположили, что  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  обладает богатыми электронными свойствами с "размерным кроссовером" в поведении магнитотранспорта (от 2D к 3D и затем назад к 2D) при изменении  $n$ . При очень низких  $n$  ( $\sim 10^{17}$   $\text{см}^{-3}$ ) объёмная проводимость исчезает и в ТИ имеет место 2D-поверхностный транспорт [64]. При промежуточных величинах  $n$  ( $\sim 10^{17} - 10^{19}$   $\text{см}^{-3}$ ) преобладает объёмный транспорт с 3D-осцилляциями ШдГ [65, 67, 77–79]. При очень высоких  $n$  ( $\gtrsim 3 \times 10^{19}$   $\text{см}^{-3}$ ), как и в обсуждаемой работе [76], доминирующий объёмный транспорт показывает 2D-осцилляции ШдГ, поскольку образец содержит множество параллельных 2D-проводящих каналов.

Однако предположение авторов [76] о том, что при промежуточных величинах  $n \sim 10^{17} - 10^{19}$   $\text{см}^{-3}$  преобладает объёмный транспорт с 3D-осцилляциями ШдГ, оказалось не таким однозначным. Вскоре после опубликования [76] были изучены квантовые осцилляции в монокристаллах  $\text{Bi}_{2-x}\text{Sn}_x\text{Te}_3$  и  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  с  $n \approx (3-5) \times 10^{18}$   $\text{см}^{-3}$ , имеющих металлическую зависимость сопротивления от температуры [56]. (Изучение монокристаллов  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  представляло особый интерес, поскольку в 3D-ТИ  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , легированном медью, была обнаружена сверхпроводимость при температуре 3,6–3,8 К [80, 81] и появилось основание полагать, что этот ТИ может оказаться первым топологическим сверхпроводником [74].) Действительно, в образцах  $\text{Bi}_{2-x}\text{Sn}_x\text{Te}_3$  наблюдались лишь осцилляции, обусловленные объёмными 3D-носителями из зоны проводимости. Хотя эти осцилляции и зависели от угла наклона образца относительно магнитного поля  $\theta$ , но их амплитуда очень незначительно уменьшалась с увеличением  $\theta$ . Положения экстремумов амплитуды осцилляций на оси  $B$  сильно отклонялись от ожидаемой для 2D-поверхностной проводимости их зависимости от угла  $\theta$  вида  $1/\cos\theta$ ,

тогда как в образцах  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  наблюдались только 2D-осцилляции ШдГ. По всей вероятности, добавление меди в  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  не только увеличивает концентрацию носителей, как указывалось в работе [74], но и приводит к образованию множества 2D-каналов [76], а также изменяет некоторые кинетические параметры.

Здесь следует остановиться на первых магнитотранспортных исследованиях  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , легированного медью [82]. В этом слоистом соединении возможно как интеркалирование медию между слоями Se, так и беспорядочное замещение Bi медью с получением  $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$  или  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  соответственно. Результат сильно зависит от условий роста монокристаллов (см. [81] и цитируемые там работы). В работе [82] изучались квантовые осцилляции дГВА в образцах  $\text{Cu}_{0,25}\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с помощью крутильной магнитометрии в магнитных полях до 8 Тл. Было обнаружено, что легирование образцов медью не только увеличивает концентрацию носителей, но и влияет на форму поверхности Ферми. Вместе с тем  $v_F$ ,  $\tau_D$  и  $l_F$  остаются практически неизменными. При изучении зависимости осцилляций от угла между направлением магнитного поля и поверхностью образца в монокристаллах  $\text{Cu}_{0,25}\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  осцилляции наблюдались лишь при углах, меньших  $35^\circ$ , как и в предыдущих исследованиях  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  других авторов. Однако в работе [82] было высказано предположение о том, что эти осцилляции являются объёмными, так как угловую зависимость их частоты можно связать с изменением площади поперечного сечения 3D-эллипсоидальной поверхности Ферми при изменении концентрации носителей. Основываясь на этом предположении, авторы определили величины фермиевских волновых векторов  $k_F^x = k_F^y = 0,97$   $\text{нм}^{-1}$  для малых осей эллипса и  $k_F^z = 1,3$   $\text{нм}^{-1}$  для большой оси эллипса в  $\text{Cu}_{0,25}\text{Bi}_2\text{Se}_3$ . Из угловой зависимости частоты осцилляций в образце  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  были найдены  $k_F^x = k_F^y = 0,69$   $\text{нм}^{-1}$  и  $k_F^z = 1,2$   $\text{нм}^{-1}$ . Исходя из площади поперечного сечения по этим величинам были определены объёмные концентрации носителей  $n = (1/3\pi^2) k_F^x k_F^y k_F^z = 4,3 \times 10^{19}$   $\text{см}^{-3}$  и  $1,8 \times 10^{19}$   $\text{см}^{-3}$  в  $\text{Cu}_{0,25}\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  соответственно. Из периодов и температурных зависимостей осцилляций ШдГ были полу-



**Рис. 11.** (а) ARPES-данные, полученные на образце  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , легированном медью, с  $n \approx 4 \times 10^{20}$   $\text{см}^{-3}$ . (б) Продольное сопротивление как функция магнитного поля, измеренное при разных углах  $\theta$  наклона образца с  $n \approx 10^{20}$   $\text{см}^{-3}$  относительно направления магнитного поля при температуре 4,2 К (схематически показано на вставке) [83].

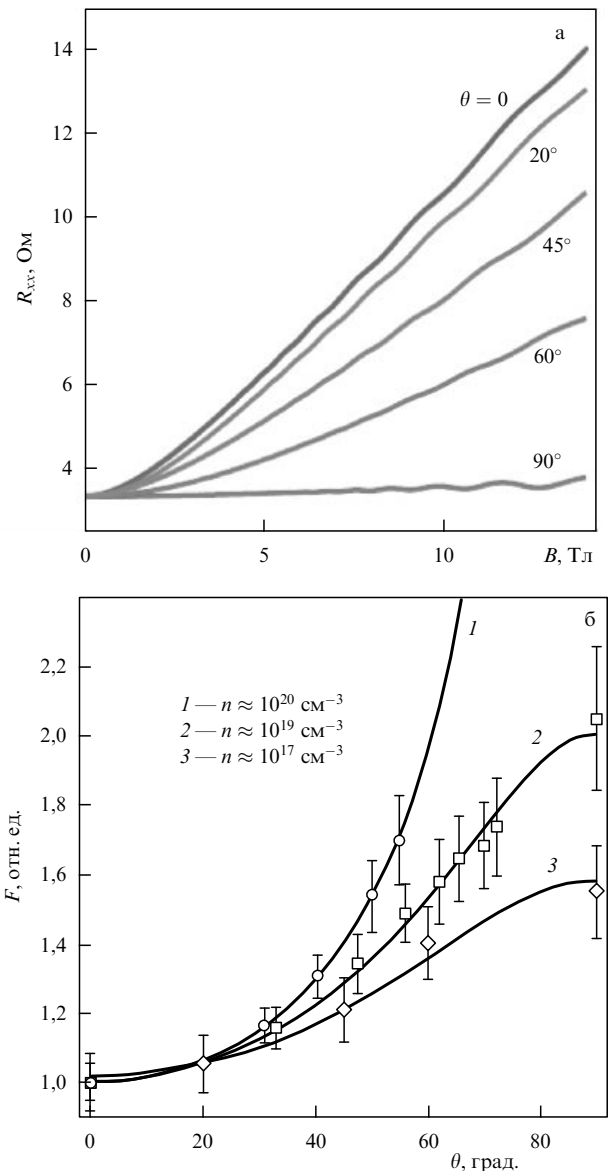
чены основные кинетические параметры этих систем, которые также приведены в табл. 1.

Вслед за работой [82] Лахуд с соавторами [83], используя ARPES и эффект ШдГ, также исследовали эволюцию формы поверхности Ферми  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с изменением объёмной концентрации носителей. Эксперименты проводились с нестехиометрическими образцами  $\text{Bi}_{2-x}\text{Se}_{3+y}$  с  $n \approx 10^{17} - 10^{19} \text{ см}^{-3}$  и образцом  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , легированным медью, с  $n \approx 10^{20} \text{ см}^{-3}$ . ARPES-эксперименты показали, что поверхностное состояние Дирака существует во всей области изменения концентрации. С возрастанием  $n$  дисперсия Дирака сохранялась, но точка Дирака смещалась в сторону меньших энергий, оставляя неизменной фермиевскую скорость. Рисунок 11а показывает ARPES-данные, полученные на образце  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , легированном медью, с  $n \approx 4 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$ . Хорошо видно поверхностное состояние с точкой Дирака при энергии, примерно на 0,5 эВ меньшей уровня Ферми. Две ветви линейной дисперсии поверхностного состояния "огораживают" объёмную параболическую зону.

На рисунке 11б представлено продольное сопротивление образца  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , легированного медью, с  $n \approx 10^{20} \text{ см}^{-3}$  как функция магнитного поля, измеренное при разных углах  $\theta$  между направлением магнитного поля и осью  $c$  образца (см. вставку на рис. 11б). Осцилляции сохранялись при температурах до 49 К, и из температурной зависимости их амплитуды была определена величина  $m_{\text{эф}}^{2\text{D}} \approx 0,24m_e$ , где  $m_e$  — масса свободного электрона. По данным измерения осцилляций ШдГ авторы [83] восстановили поверхность Ферми и показали, что с увеличением  $n$  поверхность Ферми из замкнутого эллипсоида в образцах с  $n \approx 10^{18}$  и  $10^{19} \text{ см}^{-3}$  превращается в открытый цилиндр в образце с  $n \approx 10^{20} \text{ см}^{-3}$ .

Осцилляции ШдГ, измеренные на образце  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с  $n \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$  при различных углах наклона  $\theta$ , показаны на рис. 12а. Обращает на себя внимание очень малая амплитуда осцилляций по сравнению с таковой в образце с  $n \approx 10^{20} \text{ см}^{-3}$  (рис. 11б). Как утверждается в [83], поверхностное состояние Дирака существовало во всей области изменения  $n$  с сохранением линейной дисперсии Дирака. Но тогда если осцилляции связаны с поверхностными состояниями, то их амплитуда, очевидно, должна быть одинаковой при всех концентрациях, чего не наблюдается.

Рисунок 12б показывает угловые зависимости частот осцилляций ШдГ для трёх образцов с разной концентрацией, полученные в результате фурье-анализа осцилляций. В образцах с  $n \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$  и  $n \approx 10^{19} \text{ см}^{-3}$  (кривые 3 и 2 соответственно) осцилляции наблюдались при углах  $\theta$  вплоть до  $90^\circ$ . Согласно работам [65, 67, 77–79] такое поведение осцилляций ШдГ должно указывать на преобладание 3D-объёмного транспорта в этих образцах. По мнению авторов работы [83], характер осцилляций соответствовал замкнутым эллипсоидальным поверхностям Ферми (кривые 2 и 3 на рис. 12б). В образце с  $n \approx 10^{20} \text{ см}^{-3}$  (кривая 1) амплитуда осцилляций уменьшалась с возрастанием угла  $\theta$  и при  $\theta > 55^\circ$  осцилляций не наблюдалось. Угловая зависимость частоты осцилляций для этого образца хорошо описывается выражением  $F \propto 1/\cos\theta$ . Это, а также отсутствие осцилляций при больших углах  $\theta$  в цитируемых выше работах служило доказательством наблюдения 2D-осцилляций, связанных с поверхностными состояниями в 3D-ТИ. В работе [83] такое поведение осцилляций объясняется наличием



**Рис. 12.** (а) Продольное сопротивление образца  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с  $n \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$  в зависимости от магнитного поля, измеренное при различных углах наклона  $\theta$  направления магнитного поля к оси  $c$  образца. (б) Угловые зависимости частот осцилляций ШдГ, полученные в результате фурье-анализа осцилляций для трёх образцов с указанными концентрациями носителей. Сплошными кривыми показаны результаты подгонки моделей: с цилиндрической ( $n \approx 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ) поверхностью Ферми (кривая 1) и с эллипсоидальными ( $n \approx 10^{17}$  и  $10^{19} \text{ см}^{-3}$ ) поверхностями Ферми (кривые 2 и 3) — к экспериментальным данным [83].

открытой цилиндрической поверхности Ферми, хотя результаты предыдущих исследований  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с высокой концентрацией носителей [84] отличаются от приведённых на рис. 12б. Наблюдение осцилляций ШдГ в параллельном магнитном поле в образце  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с  $n \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$  находится в противоречии с результатами предыдущих работ, поскольку из них следовало, что в  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с концентрацией носителей  $n \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$  осцилляции должны иметь 2D-характер.

Представляет интерес обсудить результаты последующего изучения квантовых осцилляций в  $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$  [85], радикально отличающиеся от результатов предыду-

щих исследований [82]. Была изучена зависимость частоты осцилляций от угла наклона магнитного поля к оси  $c$  монокристалла с помощью крутильной магнитометрии, но уже в магнитных полях до 31 Тл. В отличие от осцилляций в предыдущих экспериментах, где в монокристаллах  $\text{Cu}_{0,25}\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  они наблюдались лишь при углах до  $35^\circ$ , в [85] осцилляции наблюдались при углах вплоть до  $90^\circ$ , т.е. в поле, параллельном  $ab$ -плоскости образца. Существование осцилляций в области углов  $0-90^\circ$  обычно свидетельствовало о их связи с 3D-поверхностью Ферми. Предполагая опять 3D-эллипсоидальную поверхность Ферми, авторы [85] по периоду осцилляций определили площади поперечных сечений поверхности Ферми и величины  $k_F^x$ ,  $k_F^y$  и  $k_F^z$ . Затем по этим значениям была найдена объёмная концентрация носителей, которая в шести изученных образцах  $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$  лежала в области  $5,93 \times 10^{19} - 13,91 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . Угловая зависимость частоты осцилляций  $F(\theta)$  для образцов с низкой объёмной концентрацией хорошо описывалась выражением  $F(\theta) = F_0[\cos^2 \theta + (k_F^x/k_F^z)^2 \sin^2 \theta]^{-1/2}$ , которое соответствует замкнутой эллипсоидальной поверхности Ферми. Здесь  $F_0$  — частота осцилляций при  $\theta = 0$  (величина которой является подгоночным параметром),  $k_F^x/k_F^z$  — эксцентриситет эллипсоидальной поверхности Ферми. С возрастанием концентрации поверхность Ферми увеличивалась в  $z$ -направлении. Для образца с самой высокой концентрацией из модели замкнутой эллипсоидальной поверхности Ферми следовала величина  $k_F^z = 4,69 \text{ нм}^{-1}$ , что превышало высоту зоны Бриллюэна и тем самым указывало на наличие открытой 2D-квазицилиндрической поверхности Ферми.

Естественно, такое изменение размерности поверхности Ферми в  $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$  должно сопровождаться изменением характера осцилляций. При высокой концентрации носителей в случае квазидвумерной поверхности Ферми в экспериментах должны наблюдаться две частоты квантовых осцилляций: большая, обусловленная утолщённым участком поверхности Ферми, и малая, связанная с её "шейкой" [85]. Если большая частота осцилляций наблюдалась в работах [83, 85], то малая не была обнаружена, что, как отмечают авторы [85], привело их в замешательство. Фактически исследования [82, 84, 85] повторяют работу Лахуда с соавторами [83], с той лишь разницей, что квантовые осцилляции изучались другим методом.

Таким образом, из работ [82–85] следует, что наблюдаемая в образцах  $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$  угловая зависимость квантовых осцилляций в магнитном поле не связана с 2D-поверхностным состоянием — она определяется 2D-квазицилиндрической поверхностью Ферми. Хотя надо отметить, что, согласно результатам как ARPES-экспериментов [80], так и изучения квантовых осцилляций [82], в  $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$  обнаружена дисперсия Дирака, которая является характерной чертой топологических систем.

Один из основных выводов работ [82–85] об изменении формы поверхности Ферми  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с увеличением объёмной концентрации носителей кажется не столь однозначным в связи с результатами недавней работы [86], в которой наблюдались 2D-осцилляции ШдГ продольного  $\rho_{xx}$  и холловского  $\rho_{xy}$  сопротивлений в легированных медью высококачественных монокристаллах  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с высокой объёмной концентрацией носителей, имеющих "металлическую" зависимость сопротивления от температуры. С помощью вращения исследуемых

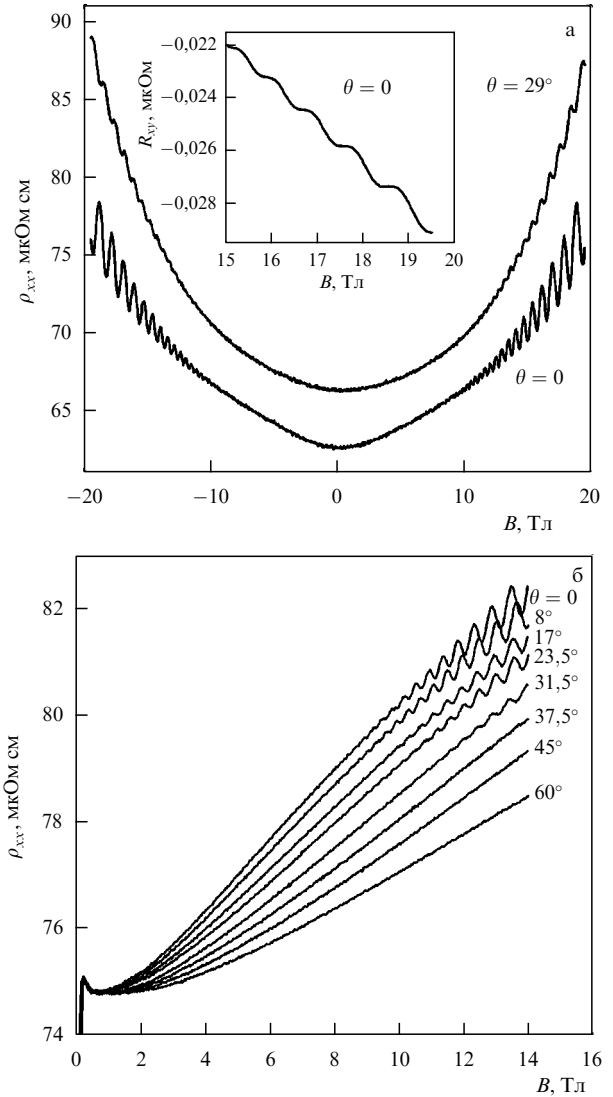


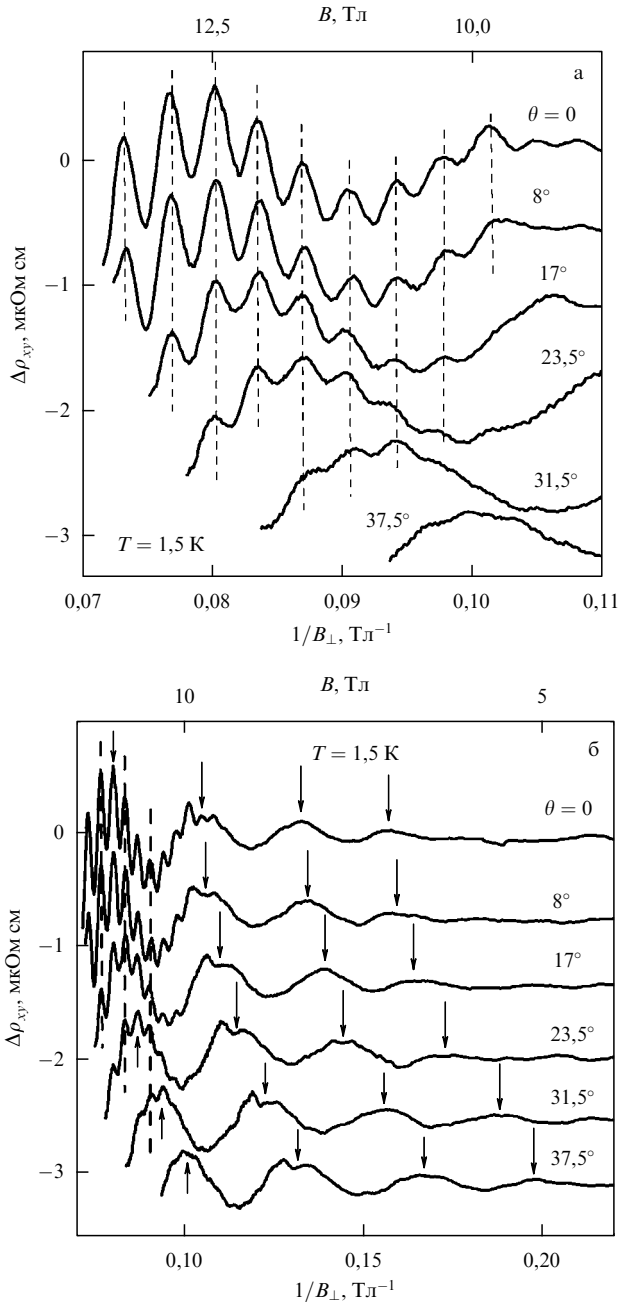
Рис. 13. Продольное и холловское сопротивления монокристаллов  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  с  $n = 1,1 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$  (а) и  $n = 2,8 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$  (б) как функции магнитного поля, измеренные при различных углах наклона  $\theta$  при температурах 0,3 и 1,5 К соответственно. На вставке рис. а показано холловское сопротивление  $R_{xy}$  в области полей 15–19,5 Тл в перпендикулярном магнитном поле [86].

образцов в магнитном поле было показано, что они являются 3D-ТИ со множеством параллельных 2D-проводящих каналов толщиной  $\approx 1-5 \text{ нм}$ , как это имело место в легированном  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  [76].

На рисунках 13а и б показаны продольные сопротивления монокристаллов  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  с  $n = 1,1 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$  и  $n = 2,8 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$  как функции магнитного поля, измеренные при разных углах наклона  $\theta$  при температурах 0,3 и 1,5 К соответственно. Как видно, при уменьшении перпендикулярной компоненты магнитного поля из-за увеличения угла  $\theta$  начало ШдГ-осцилляций смещается в сторону больших полей, а их амплитуда уменьшается. При  $\theta > 30^\circ$  осцилляций  $\rho_{xx}(B)$  не наблюдалось. Хотя на рис. 13б приведены только верхние части кривых  $\rho_{xx}(B)$ , видно, что образец является сверхпроводящим. Вставка на рис. 13а показывает холловское сопротивление  $R_{xy}$  в перпендикулярном ( $\theta = 0$ ) магнитном поле величиной 15–19,5 Тл. Видно, что на зависимости  $R_{xy}(B)$  при высоких полях вместо осцилляций имеются плато. Воз-

можно, как и в случае нелегированного  $\text{V}_2\text{Se}_3$  [76], здесь имеет место "объёмный квантовый эффект Холла", обусловленный транспортом через множество параллельных 2D-проводящих каналов в 3D-монокристалле.

Особый интерес в работе [86] представлял образец с  $n = 2,8 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . На рисунке 14а приведены амплитуды осцилляций  $\Delta\rho_{xy}$  как функции обратной величины перпендикулярной составляющей магнитного поля  $1/B_{\perp} = 1/B \cos \theta$ , измеренные при разных углах  $\theta$  в области полей 14,3–9,1 Тл. (Чтобы лучше выявить зависимость осцилляций от магнитного поля, использовалась

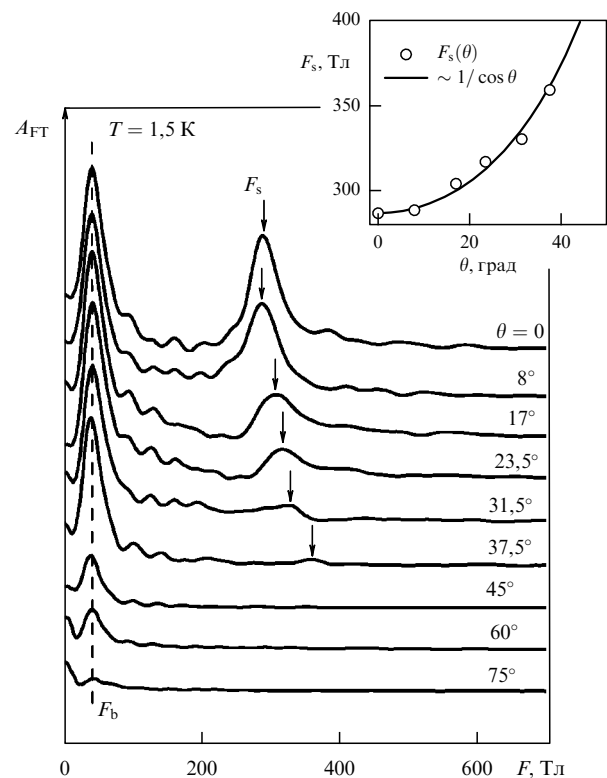


**Рис. 14.** (а) Осцилляции  $\Delta\rho_{xy}$  как функции обратной величины перпендикулярной составляющей магнитного поля  $1/B_{\perp} = 1/B \cos \theta$ , измеренные на образце  $\text{V}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  с  $n = 2,8 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$  при разных углах наклона  $\theta$  в области полей 14,3–9,1 Тл. Штриховыми прямыми отмечены положения максимумов. Для наглядности кривые смещены вниз относительно кривой для  $\theta = 0$ . (б) Те же осцилляции  $\Delta\rho_{xy}$ , что и на рис. а, но в более широкой области полей: 14,3–4,5 Тл [86].

величина  $\Delta\rho_{xy}$ , полученная вычитанием из сопротивления  $\rho_{xy}$  его плавной составляющей.) 2D-характер этих осцилляций очевиден, так как их амплитуда уменьшается с увеличением угла  $\theta$  и при  $\theta > 31,5^\circ$  они исчезают, а положения максимумов на кривых зависят только от перпендикулярной компоненты магнитного поля  $B_{\perp}$  и не меняются с изменением угла  $\theta$ .

Рисунок 14б показывает те же осцилляции  $\Delta\rho_{xy}$ , что и рис. 14а, но в более широкой области полей, 14,3–4,5 Тл. На кривых хорошо видны осцилляции с большим периодом, на которые налагаются осцилляции с малым периодом при высоких полях (рис. 14а). Амплитуда осцилляций с большим периодом практически не уменьшается с изменением угла  $\theta$ , но их период и положения максимумов (отмеченные стрелками) уже зависят от угла наклона образца в магнитном поле, в отличие от таковых для осцилляций с малым периодом. Это позволяет предположить, что осцилляции с большим периодом обусловлены квантованием Ландау 3D-поверхности Ферми. Фурье-анализ осцилляций показал наличие двух частот,  $F_b$  и  $F_s$ , соответствующих 3D- и 2D-кладам в проводимость. При  $\theta = 0$   $F_b = 39$  Тл и  $F_s = 287$  Тл.

На рисунке 15 показаны результаты фурье-анализа осцилляций ШдГ  $\Delta\rho_{xy}$ , отражающие зависимость частот осцилляций от угла  $\theta$ , представленную на рис. 14. Видно, что частота  $F_b$  объёмных осцилляций не меняется с изменением угла  $\theta$ , что соответствует малой анизотропии 3D-поверхности Ферми в плоскости изменения угла  $\theta$ . Напротив, частота  $F_s$  изменяется с изменением  $\theta$ , и, как показано на вставке рис. 15, данные для частоты  $F_s$



**Рис. 15.** Результаты фурье-анализа осцилляций ШдГ для  $\Delta\rho_{xy}$ , отражающие зависимость частот осцилляций от угла  $\theta$  (образец  $\text{V}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  с  $n = 2,8 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 1,5$  К).  $A_{\text{FT}}$  — амплитуда фурье-преобразования. На вставке: зависимости  $F_s(\theta)$  (кружки) и  $\sim 1/\cos \theta$  (кривая) [86].

при разных углах (кружки) хорошо ложатся на зависимость  $\sim 1/\cos\theta$  (сплошная кривая). То есть эти осцилляции зависят только от перпендикулярной компоненты магнитного поля  $B_{\perp}$  и они связаны с уровнями Ландау 2D-поверхности Ферми.

Результаты работы [86] показали, что в топологическом изоляторе  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  с  $n = 2,8 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$  сосуществовали осцилляции ШдГ с двумя частотами, соответствующими как объёмной, так и двумерной поверхностям Ферми. Если исходить из выводов работ [82–85] об изменении формы поверхности Ферми в  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  с увеличением объёмной концентрации носителей и о возможном одновременном существовании замкнутой эллипсоидальной и открытой цилиндрической поверхности Ферми, то тогда следует предположить существование этих форм поверхности Ферми в одном из образцов работы [86], что, скорее всего, маловероятно.

Из периода осцилляций ШдГ можно найти концентрацию носителей  $n_{2D}$  в 2D-слое с помощью соотношения Лифшица–Онзагера [60]. Тогда для 2D-состояний с учётом вырождения уровней Ландау [76] концентрация выражается как  $n_{2D} = 2eF/h$ . Например, в работе [86] для образцов  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  с  $n \approx 10^{19} - 10^{20} \text{ см}^{-3}$  найдены величины  $n_{2D} = 14 \times 10^{12} - 16 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Сравнивая последние с концентрациями носителей в объёме  $n$ , полученными из холловских измерений, можно определить эффективную толщину 2D-слоя:  $d_{2D} = n_{2D}/n$ . Из указанных выше концентраций была найдена толщина 2D-слоёв, которая в образце с  $n \approx 3 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$  составила 4,9 нм, что приблизительно равняется толщине пяти "пятикратных слоёв" в структуре кристалла с толщиной каждого 1 нм [53]. В то же время в случае образцов с большей концентрацией носителей,  $n \approx 1 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , была получена толщина  $d_{2D} \approx 1,3 \text{ нм}$ , соответствующая приблизительно лишь одному пятикратному слою.

Затем, следуя общепринятой процедуре анализа осцилляций ШдГ и используя их температурную зависимость (рис. 16), авторы работы [86] определили величины  $T_D$ ,  $\tau_D$ , эффективную подвижность  $\mu_{\text{eff}}^{2D}$ ,  $m_{\text{eff}}^{2D}$ ,  $l_F$ ,  $k_F$  и  $v_F$  для 2D-поверхностного слоя. Указанные параметры 2D-системы в исследованных образцах приведены в табл. 1. Величины этих параметров очень близки к полученным ранее для 2D-поверхностной проводимости в нелегированном и легированном медью образцах  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  [76, 82]. Из таблицы 1 видно, что, как и в работе [82], при увеличении на порядок в результате легирования медью трёхмерной концентрации носителей в образцах значения  $v_F$ ,  $\tau_D$  и  $l_F$  остаются практически неизменными. Этот факт свидетельствует о том, что легирование медью не влияет на зонную структуру исходного материала  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  и электроны проводимости находятся в линейной дираковской зоне.

При изучении транспортных свойств эпитаксиальных плёнок  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  толщиной  $\approx 10 - 200 \text{ нм}$  в магнитных полях до 14 Тл Таскин с соавторами [87] наблюдали 2D-осцилляции ШдГ с частотой 106,8 Тл, по которым были определены приведённые в табл. 1 кинетические параметры 2D-системы. Был также найден фазовый параметр  $\beta = 0,4 \pm 0,04$ , т.е. фаза Берри оказалась равной 0,8 $\pi$ , отсюда нетрудно заключить, что как в монокристаллических 3D-ТИ  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , чистых или легированных медью, так и в тонких плёнках  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  топологические поверхности имеют очень близкие основные кинетические параметры.

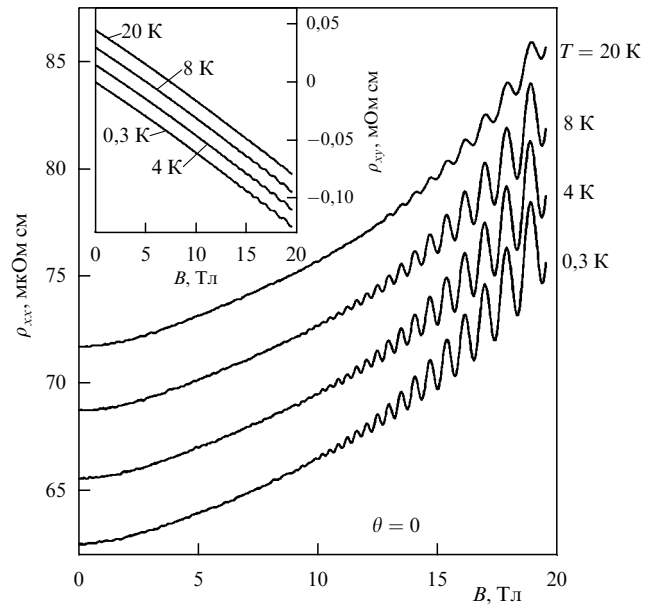


Рис. 16. Сопротивление  $\rho_{xx}$  для образца  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  с  $n = 1,1 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$  в магнитном поле, перпендикулярном поверхности образца, при разных температурах. На вставке приведено сопротивление  $\rho_{xy}$  при тех же условиях. Для наглядности все кривые смещены вверх относительно нижней кривой. Видно, что с увеличением температуры амплитуда осцилляций значительно уменьшается [86].

Аналогичные результаты получены при изучении более сложных ТИ:  $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$  [71, 73, 88],  $\text{Bi}_2\text{Se}_{2,1}\text{Te}_{0,9}$  [89],  $\text{Tl}_{1-x}\text{Bi}_{1+x}\text{Se}_2$  [90] и  $\text{Bi}_{2-x}\text{Sn}_x\text{Te}_2\text{Se}$  [91].

Остановимся сначала на работах [71, 88], в которых были исследованы осцилляции ШдГ в ТИ  $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ . Выше отмечалось, что, согласно теории, в объёме 3D-ТИ должны быть изоляторами, тогда как  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  и  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  являются полуметаллами. Как правило, их уровень Ферми лежит на краю зоны проводимости, и они имеют высокую проводимость. В результате объёмный ток в них всегда доминирует над поверхностным [62–65, 67, 69]. Рэн с соавторами [71] нашли, что при небольшом избытке Se можно получить кристаллы  $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$  с большим объёмным сопротивлением и уровнем Ферми, расположенным внутри объёмной щели. В этом гибридном материале ионы Se находятся в наиболее глубоком из "подслоёв" в каждом квинтетном слое. Так, образцы  $\text{Bi}_2\text{Te}_{1,95}\text{Se}_{1,05}$  толщиной до 260 мкм показывали чётко выраженные осцилляции ШдГ, связанные с поверхностным состоянием, что подтверждают данные табл. 2. За экспериментами Рэна с соавторами последовала работа [88], в которой в магнитных полях величиной до 45 Тл исследовались квантовые осцилляции в образцах  $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ , имеющих ещё большее объёмное сопротивление. Результаты, за исключением величины 2D-подвижности  $\mu_{\text{eff}}^{2D} = 3200 \pm 300 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ , оказались подобными полученным ранее на образце  $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$  [73]. Найденная большая величина  $\mu_{\text{eff}}^{2D}$  явилась сильным аргументом в пользу того, что осцилляции обусловлены поверхностными состояниями.

Недавно в работе [89] наблюдались 2D-осцилляции ШдГ в монокристаллах  $\text{Bi}_2\text{Se}_{2,1}\text{Te}_{0,9}$  р-типа, несмотря на высокую концентрацию носителей в объёме ( $2 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ) и "металлическую" зависимость сопротивления от температуры. Данные фурье-анализа осцил-

Таблица 2. Параметры 2D-систем для образцов из работ [71, 89–91]

Образец	Bi <sub>2</sub> Te <sub>2</sub> Se [71]	Bi <sub>2</sub> Se <sub>2,1</sub> Te <sub>0,9</sub> [89]	Bi <sub>2-x</sub> Sn <sub>x</sub> Te <sub>2</sub> Se [91]	Tl <sub>1-x</sub> Bi <sub>1+x</sub> Se [90]
Параметр				
$n$ , см <sup>-3</sup>	$2,4 \times 10^{17}$	$2 \times 10^{18}$	$\sim 10^{18}$	$2,5 \times 10^{16}$
$F_s$ , Тл	64	23	—	$209 \pm 3$
$n_{2D}$ , см <sup>-2</sup>	$1,5 \times 10^{12}$	$5,8 \times 10^{11}$	$2,8 \times 10^{12}$	$5,1 \times 10^{12}$
$k_F$ , см <sup>-1</sup>	4,4	2,7	5,9	8,0
$m_{\text{эф}}^{2D}/m_e$	0,11	0,08	0,13	$(0,03 \pm 0,01)$
$T_D$ , К	25,5	12	12,5	4,2
$\tau_D$ , с	$4,8 \times 10^{-14}$	$1,0 \times 10^{-13}$	—	$2,9 \times 10^{-13}$
$\mu_{\text{эф}}^{2D}$ , см <sup>2</sup> В <sup>-1</sup> с <sup>-1</sup>	760	2200	1300	2200
$v_F$ , м с <sup>-1</sup>	$4,6 \times 10^5$	$3,9 \times 10^5$	$4,6 \times 10^5$	$4,1 \times 10^5$
$\ell_F$ , нм	22	39	—	120
$\gamma$	$(0,44 \pm 0,24) \pi$	$\pi$	$(0,8 \pm 0,2) \pi$	$(0,94 \pm 0,12) \pi$

ляций показали резкий пик на частоте  $F \approx 23$  Тл с плечом на правой стороне пика, проявляющимся при низких температурах. С возрастанием температуры это плечо исчезало. По мнению авторов [89], оно могло указывать на небольшой вклад высокочастотных осцилляций, как это имело место в других топологических системах со сложными поверхностями Ферми [62, 72]. При увеличении угла наклона  $\theta$  образца к направлению магнитного поля амплитуда осцилляций быстро уменьшалась, и при больших углах они не наблюдались. Угловая зависимость максимумов осцилляций хорошо описывалась функцией вида  $1/\cos\theta$ , как и должно быть в случае 2D-квантовых осцилляций, связанных с топологическими поверхностными состояниями [63]. Из частоты осцилляций были получены значения  $k_F$  и концентрации поверхностных носителей  $n_{2D}$ . Величина  $k_F$  оказалась несколько меньше значений  $k_F$ , найденных в других ТИ, как р-типа, так и n-типа [63, 64, 71, 72], что указывает на близость уровня Ферми к точке Дирака в изученных образцах. Используя теорию Лифшица–Косевича и выражение для линейной дисперсии Дирака  $v_F = \hbar k_F/m_{\text{эф}}^{2D}$ , авторы работы [89] определили основные кинетические параметры (см. табл. 2).

В работе [90] в полях до 9 Тл был изучен эффект ШдГ в двух монокристаллах Tl<sub>1-x</sub>Bi<sub>1+x</sub>Se<sub>2</sub> с дырочной проводимостью и объёмными концентрациями носителей  $3,4 \times 10^{16}$  см<sup>-3</sup> и  $1,7 \times 10^{16}$  см<sup>-3</sup>. Зависимость амплитуды квантовых осцилляций от компоненты магнитного поля, перпендикулярной поверхности образца, хорошо описывалась выражением  $1/B_{\perp} = 1/B \cos\theta$ . Частота осцилляций  $F$  составляла  $209 \pm 3$  Тл. Полагая, согласно [92], площадь поперечного сечения поверхности Ферми  $S_F$  в TlBiSe<sub>2</sub> круглой, авторы [90] использовали выражения  $F = \hbar S_F/(2\pi e)$ ,  $S_F = \pi k_F^2$  и  $S_F = (2\pi^2) n_{2D}$  для нахождения  $k_F$  и концентрации поверхностных носителей  $n_{2D}$ , которые оказались сравнимыми с данными ARPES [93]. Также были получены величины  $v_F$ ,  $T_D$ ,  $\tau_D$ ,  $\ell_{2D}$ ,  $m_{\text{эф}}^{2D}$  и  $\mu_{\text{эф}}^{\text{SD}}$ , приведённые в табл. 2.

Влияние легирования атомами Sn на транспортные свойства ТИ Bi<sub>2-x</sub>Sn<sub>x</sub>Te<sub>2</sub>Se с  $0 \leq x \leq 0,02$  изучено в работе [91]. Нелегированное соединение ( $x = 0$ ), принадлежащее n-типу, показывало металлическую температурную зависимость сопротивления при уровне Ферми, расположенном в зоне проводимости. Добавление Sn смещало этот уровень в объёмную запрещённую зону, и при  $x \geq 0,004$  температурная зависимость сопротивления приобретала полупроводниковый характер. Анализ осцилляций ШдГ дал прямое доказательство того, что в массивных, толщиной до нескольких микрометров, об-

разцах Bi<sub>2</sub>Te<sub>2</sub>Se, легированных Sn, преобладает поверхностный транспорт (см. табл. 2).

В работе [91] наблюдалась, помимо рассмотренного простого случая, и более сложная картина. Например, фурье-анализ осцилляций ШдГ в образце с  $x = 0,01$  показал две частоты:  $F_1 = 70$  Тл и  $F_2 = 132$  Тл, которым отвечали векторы  $k_F = 4,6 \times 10^6$  см<sup>-1</sup> и  $k_F = 6,3 \times 10^6$  см<sup>-1</sup> и концентрации  $n_{2D} = 1,7 \times 10^{12}$  см<sup>-2</sup> и  $n_{2D} = 3,2 \times 10^{12}$  см<sup>-2</sup> соответственно. Ввиду сложного характера этих осцилляций авторы [91] не стали определять эффективные массы носителей и температуры Дингла для каждой компоненты.

Суммарные данные о разности между энергиями уровня Ферми  $E_F$  и точки Дирака  $E_{DP}$ , которые в последние годы были определены из 2D-осцилляций ШдГ в 3D-ТИ [63, 64, 71, 72, 88, 90, 93], приведены на рис. 17 [90]. Как видно, имеется лишь один случай с уровнем Ферми, расположенным ниже точки Дирака, когда спины переносятся дырками (схематически также показан поверхностный конус Дирака).

Из приведённых выше результатов можно сделать вывод о том, что ARPES-эксперименты и магнитотранспортные эксперименты подтвердили существование

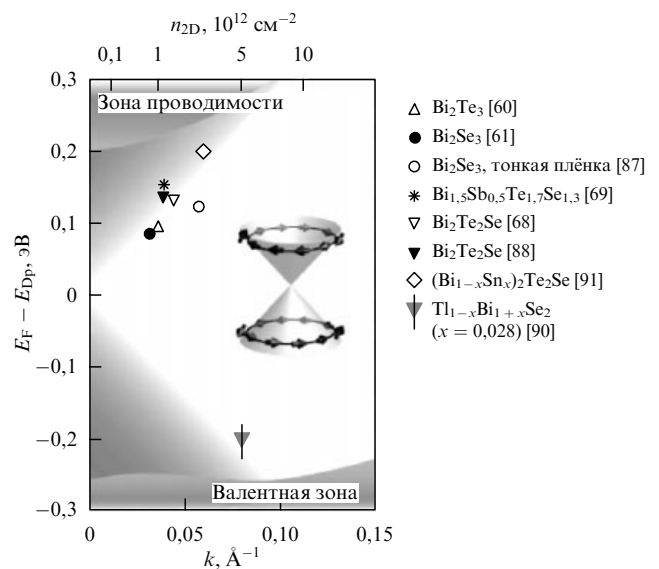


Рис. 17. Разности между энергиями уровня Ферми  $E_F$  и точки Дирака  $E_{DP}$ , определённые из 2D-осцилляций ШдГ в указанных на рисунке 3D-ТИ. Поверхностная концентрация носителей  $n_{2D}$  отложена по верхней оси. Схематически показан также поверхностный конус Дирака [90].

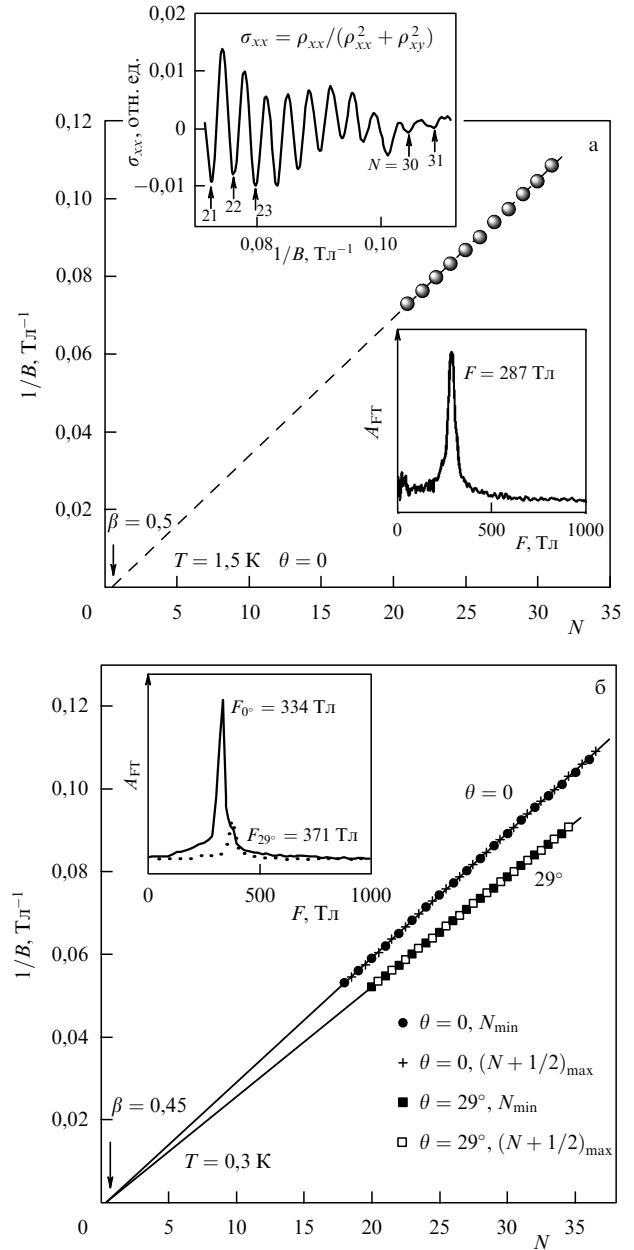


2D-поверхностных состояний в 3D-ТИ. Тем не менее до последнего времени вопрос о величине фазы Берри в ТИ оставался открытым, поскольку в литературе отсутствовали однозначные данные как ARPES-экспериментов, так и транспортных экспериментов [63, 64], хотя фазовый множитель 2D-осцилляций ШдГ даёт возможность лишний раз убедиться в том, что наблюдаемые осцилляции связаны с дираковскими фермионами.

Когда в образце сосуществуют 2D- и 3D-носители, индекс  $N$  поля  $B_N$  в осцилляциях ШдГ играет ключевую роль при определении фазы Берри [1, 49]. Однако до сих пор в литературе нет однозначных ответов на два вопроса. Первый:  $B_N$  следует выбирать по минимумам или по максимумам амплитуды осцилляций ШдГ? И второй: при определении фазы Берри надо использовать магнетосопротивление или магнитопроводимость?

Важность определения индекса  $N$  при фазовом анализе осцилляций ШдГ видна из работы [71], в которой исследовался 3D-ТИ  $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ . Авторы [71] определяли индексы  $N$  по минимумам сопротивления  $\rho_{xx}$  и получили величину фазового параметра  $\beta = 0,22 \pm 0,12$  (см. выражение (3)). Впоследствии эти результаты были обработаны заново в [2], где индексы  $N$  сопоставлялись уже с минимумами проводимости  $\sigma_{xx}$ . Из тех же экспериментальных данных были получены величина  $\beta = 0,5$  и, следовательно, фаза Берри  $\gamma = \pi$ , что соответствует теории для осцилляций ШдГ, связанных с фермионами Дирака. Таким образом, при определении фазы Берри следует придерживаться подхода, развитого в работах [63, 87]. Очевидно, что совпадение уровня Ферми с уровнем Ландау приводит к максимуму в плотности состояний электронов и, соответственно, к максимуму в проводимости. Если уровень Ферми лежит между уровнями Ландау, где нет электронов, то имеют место минимум в плотности состояний и минимум в проводимости. В последнем случае некоторое число уровней Ландау ниже уровня Ферми заполнено, а следующий уровень пуст. Тогда этому минимуму в  $\sigma_{xx}$  можно поставить в соответствие определённый индекс  $N$ , а максимуму — индекс  $N + 1/2$ .

Поскольку в трёхмерном топологическом изоляторе 2D- и 3D-проводимости аддитивны, измеренные сопротивления можно преобразовать в проводимости  $\sigma_{xx} = \rho_{xx}/(\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2)$ . На рисунке 18а приведено положение минимумов  $\sigma_{xx}$  в обратном магнитном поле  $1/B$  в зависимости от  $N$  (веерная диаграмма уровней Ландау) для образца с  $n = 2,8 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$  [86]. Величина  $\sigma_{xx}$ , показанная на верхней вставке рис. 18а, рассчитана по данным измерения сопротивления (приведённым на рис. 136) при  $\theta = 0$ . Стрелками указаны индексы  $N$  уровней Ландау. Видно, что значения  $N$  на рис. 18а хорошо ложатся на прямую с фиксированным наклоном, который следует также и из зависимости  $F/B_N$  от  $N$ , где  $F = 287 \text{ Тл}$  — результат фурье-анализа осцилляций, показанный на нижней вставке рис. 18а. Штриховая прямая на рис. 18а пересекает ось  $N$  в точке 0,5. В магнитном поле проводимость ТИ осциллирует согласно выражению (3), и тогда при  $1/B \rightarrow 0$  пересечение прямой линии оси  $N$  даёт фазовый параметр  $\beta = \gamma/(2\pi)$  и, соответственно, фазу Берри  $\gamma = \pi$ . На рисунке 18б [86] приведены веерные диаграммы уровней Ландау для двух углов наклона образца с  $n = 1,1 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$  к направлению магнитного поля. Данные соответствуют минимумам  $\sigma_{xx}$ , полученным из экспериментальных кривых  $\rho_{xx}$ . Приведены также данные, соответствующие максимумам  $N + 1/2$  проводимости  $\sigma_{xx}$ . На вставке показаны результаты фурье-анализа [86].



**Рис. 18.** (а) Положение минимумов  $\sigma_{xx}$  в обратном магнитном поле  $1/B$  в зависимости от  $N$  (веерная диаграмма уровней Ландау) для образца  $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$  с  $n = 2,8 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . На верхней вставке — величина  $\sigma_{xx}$ , рассчитанная по данным, представленным на рис. 136, при  $\theta = 0$ ; стрелками отмечены индексы  $N$  уровней Ландау. На нижней вставке — результат фурье-анализа осцилляций, показанный на рис. 136. Штриховая прямая на рис. 18а пересекает ось  $N$  в точке 0,5. В магнитном поле проводимость ТИ осциллирует согласно выражению (3), и тогда при  $1/B \rightarrow 0$  пересечение прямой линии оси  $N$  даёт фазовый параметр  $\beta = \gamma/(2\pi)$  и, соответственно, фазу Берри  $\gamma = \pi$ . На рисунке 18б [86] приведены веерные диаграммы уровней Ландау для двух углов наклона образца с  $n = 1,1 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$  к направлению магнитного поля. Данные соответствуют минимумам  $\sigma_{xx}$ , полученным из экспериментальных кривых  $\rho_{xx}$ . Приведены также данные, соответствующие максимумам  $N + 1/2$  проводимости  $\sigma_{xx}$ . На вставке показаны результаты фурье-анализа [86].

на рисунке представлены также данные, соответствующие максимумам  $N + 1/2$  проводимости  $\sigma_{xx}$ . Прямые линии (экстраполяция данных при  $1/B \rightarrow 0$ ) пересекают ось абсцисс в точке  $\beta = 0,45$ , отсюда фаза  $\gamma = 0,9\pi$ . Аналогичные данные получены и на образце с  $n = 1,2 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$  для углов  $\theta = 0, 22^\circ, 36^\circ$  [86]. Исходя из этого, можно заключить, что в исследованных образцах фаза Берри  $\gamma \approx \pi$  и она не зависит от направления магнитного поля. Последние данные по  $\gamma$  приведены в табл. 1.

### 3. Заключение

В настоящее время исследование ТИ является наиболее активно развивающейся областью физики твёрдого тела. В обзоре [2] приведён список более чем 30 ТИ на основе Bi, Sb, Se, Te, Tl, Sn и Pb, изученных экспериментально, хотя гораздо большее число материалов, являющихся, согласно теоретическим предсказаниям, топологическими изоляторами, экспериментально не исследовалось. Несмотря на то что основные свойства ТИ, казалось бы, установлены, область исследования ТИ находится на ранней стадии развития. Потребуется приложить ещё много усилий для того, чтобы реализовать уникальные возможности этих интересных материалов [8].

Ещё не так давно считалось, что ТИ должны быть идеальными изоляторами с объёмной концентрацией носителей  $n \lesssim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , но в последнее время показано, что в 3D-материалах с высокой концентрацией носителей,  $n \sim 10^{19} - 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , поверхностный транспорт при низких температурах может преобладать над объёмным. По-видимому, скоро будут открыты новые материалы с большими запрещёнными зонами, которые смогут проявлять свойства ТИ при комнатных температурах. Как показано в работе [91],  $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ , легированный оловом, остаётся ТИ даже при температуре 100 К. Важной задачей является также выращивание образцов достаточно чистых материалов с уровнем Ферми вблизи точки Дирака поверхностного состояния.

Квантовый спиновый эффект Холла позволяет спиновому току течь без потерь и электрическим полем управлять степенями свободы спинов без магнитного поля. Благодаря этому свойству могут быть созданы многообещающие устройства спинтроники с низкими потерями. Зависимость спина электрона от его импульса предоставляет возможность использовать такие устройства для хранения информации в квантовых компьютерах, где ячейкой данных будет служить электронный спин. Манипуляции со спинами являются менее энергозатратными, чем изменение заряда в твердотельных накопителях. С другой стороны, спин электрона в поверхностном слое ТИ сложно изменить случайным образом, что предотвращает нежелательную потерю информации [8].

Так как сверхпроводники имеют щель на уровне Ферми, в некотором смысле они оказываются аналогичными изоляторам и могут дать начало созданию топологических сверхпроводников, характеризующихся топологической инвариантностью, защищённой наличием энергетической щели [1, 94].

### Список литературы

- Qi X-L, Zhang S-C *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057 (2011)
- Ando Y *J. Phys. Soc. Jpn.* **82** 102001 (2013)
- Moore J E *Nature* **464** 194 (2010)
- Zhang S-C *Physics* **1** 6 (2008)
- von Klitzing K, Dorda G, Pepper M *Phys. Rev. Lett.* **45** 494 (1980)
- The Nobel Prize in Physics 1998, Press Release, 13 October 1998, [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1998/press.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1998/press.html)
- Halperin B I *Phys. Rev. B* **25** 2185 (1982)
- Hasan M Z, Kane C L *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045 (2010)
- Nagaosa N *Science* **318** 758 (2007)
- König M et al. *Science* **318** 766 (2007)
- фон Клитцинг К *УФН* **150** 107 (1986); von Klitzing K *Rev. Mod. Phys.* **58** 519 (1986)
- Криве И В, Рожавский А С *УФН* **152** 33 (1987); Krive I V, Rozhavskii A S *Phys. Usp.* **30** 370 (1987)
- Moore J E, Balents L *Phys. Rev. B* **75** 121306(R) (2007)
- Haldane F D M *Phys. Rev. Lett.* **61** 2015 (1988)
- Девятков Э В *УФН* **177** 207 (2007); Devyatov E V *Phys. Usp.* **50** 197 (2007)
- Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S-C *Science* **314** 1757 (2006)
- Wolf S A et al. *Science* **294** 1488 (2001)
- Дьяконов М И, Перель В И *Письма в ЖЭТФ* **13** 657 (1971); D'yakonov M I, Perel' V I *JETP Lett.* **13** 467 (1971)
- Murakami S, Nagaosa N, Zhang S-C *Science* **301** 1348 (2003)
- Murakami S, Nagaosa N, Zhang S-C *Phys. Rev. Lett.* **93** 156804 (2004)
- Zhang S-C, Hu J P *Science* **294** 823 (2001)
- Sinova J et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 126603 (2004)
- Castro Neto A H et al. *Rev. Mod. Phys.* **81** 109 (2009)
- Kane C L, Mele E J *Phys. Rev. Lett.* **95** 226801 (2005)
- Kane C L, Mele E J *Phys. Rev. Lett.* **95** 146802 (2005)
- Wu C, Bernevig B A, Zhang S-C *Phys. Rev. Lett.* **96** 106401 (2006)
- Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S-C *Science* **314** 1757 (2006)
- König M et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **77** 031007 (2008)
- Герчиков Л Г, Субашиев А В *ФТП* **23** 2210 (1989); Gerchikov L G, Subashiev A V *Sov. Phys. Semicond.* **23** 1368 (1989)
- Fu L, Kane C L, Mele E J *Phys. Rev. Lett.* **98** 106803 (2007)
- Roy R *Phys. Rev. B* **79** 195322 (2009)
- Fu L, Kane C L *Phys. Rev. B* **76** 045302 (2007)
- Kohmoto M, Halperin B I, Wu Y-S *Phys. Rev. B* **45** 13488 (1992)
- Hsieh D Y et al. *Nature* **460** 1101 (2009)
- Alpichshev Z et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 016401 (2010)
- Teo J C Y, Fu L, Kane C L *Phys. Rev. B* **78** 045426 (2008)
- Berry M V *Proc. R. Soc. Lond. A* **392** 45 (1984)
- Wilczek F *Nature Phys.* **5** 614 (2009)
- Bruëne C et al. *Nature Phys.* **8** 486 (2012)
- Neupane M et al. *Phys. Rev. B* **85** 235406 (2012)
- Bao L et al. *Sci. Rep.* **2** 726 (2012)
- Zhang T et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 266803 (2009)
- Reijnders A A et al. *Phys. Rev. B* **89** 075138 (2014)
- Di Pietro P et al. *Phys. Rev. B* **86** 045439 (2012)
- Akrap A et al. *Phys. Rev. B* **86** 235207 (2012)
- Aguilar R V et al. *Phys. Rev. Lett.* **108** 087403 (2012)
- Wu L et al. *Nature Phys.* **9** 410 (2013)
- Hsieh D D et al. *Nature* **452** 970 (2008)
- Hsieh D et al. *Science* **323** 919 (2009)
- Nishide A et al. *Phys. Rev. B* **81** 041309(R) (2010)
- Xia Y et al. *Nature Phys.* **5** 398 (2009)
- Zhang H et al. *Nature Phys.* **5** 438 (2009)
- Hsieh D et al. *Nature* **460** 1101 (2009)
- Hong S S, Kundhikanjana W, Cha J J *Nano Lett.* **10** 3118 (2010)
- Köhler H *Phys. Status Solidi B* **62** 57 (1974)
- Голубков М В и др. *Письма в ЖЭТФ* **98** 533 (2013); Golubkov M V et al. *JETP Lett.* **98** 475 (2013)
- Pan Z-H et al. *Phys. Rev. Lett.* **106** 257004 (2011)
- Fu L, Kane C L *Phys. Rev. Lett.* **100** 096407 (2008)
- Qi X-L, Hughes T L, Zhang S-C *Phys. Rev. B* **78** 195424 (2008)
- Shoenberg D *Magnetic Oscillations in Metals* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1984); Пер. на англ. яз.: Шенберг Д *Магнитные осцилляции в металлах* (М.: Мир, 1986)
- Zhang Y et al. *Nature* **438** 201 (2005)
- Taskin A A, Ando Y *Phys. Rev. B* **80** 085303 (2009)
- Qu D-X et al. *Science* **329** 821 (2010)
- Analytis J G et al. *Nature Phys.* **6** 960 (2010)
- Eto K et al. *Phys. Rev. B* **81** 195309 (2010)
- Cao H et al. *Phys. Status Solidi RRL* **7** 133 (2013)
- Butch N P et al. *Phys. Rev. B* **81** 241301(R) (2010)
- Ren Z et al. *Phys. Rev. B* **84** 075316 (2011)
- Checkelsky J G et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 246601 (2009)
- Chen Y L et al. *Science* **325** 178 (2009)
- Ren Z et al. *Phys. Rev. B* **82** 241306(R) (2010)

72. Taskin A A et al. *Phys. Rev. Lett.* **107** 016801 (2011)
73. Xiong J et al. *Physica E* **44** 917 (2012)
74. Kriener M et al. *Phys. Rev. Lett.* **106** 127004 (2011)
75. Mikitik G P, Sharlai Yu V *Phys. Rev. Lett.* **82** 2147 (1999)
76. Cao H et al. *Phys. Rev. Lett.* **108** 216803 (2012)
77. Köhler H, Fischer H *Phys. Status Solidi B* **69** 349 (1975)
78. Kulbachinskii V A et al. *Phys. Rev. B* **59** 15733 (1999)
79. Analytis J G et al. *Phys. Rev. B* **81** 205407 (2010)
80. Wray L A et al. *Nature Phys.* **6** 855 (2010)
81. Hor Y S et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 057001 (2010)
82. Lawson B J, Hor Y S, Li L *Phys. Rev. Lett.* **109** 226406 (2012)
83. Lahoud E et al. *Phys. Rev. B* **88** 195107 (2013)
84. Petrushevsky M et al. *Phys. Rev. B* **86** 045131 (2012)
85. Lawson B J et al. *Phys. Rev. B* **90** 195141 (2014)
86. Веденеев С И и др. *ЖЭТФ* **148** 75 (2015); Vedeneev S I et al. *JETP* **121** 65 (2015)
87. Taskin A A et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 066803 (2012)
88. Xiong J et al. *Phys. Rev. B* **86** 045314 (2012)
89. Shrestha K et al. *Phys. Rev. B* **90** 241111(R) (2014)
90. Eguchi G et al. *Phys. Rev. B* **90** 201307(R) (2014)
91. Ren Z et al. *Phys. Rev. B* **85** 155301 (2012)
92. Souma S et al. *Phys. Rev. Lett.* **106** 216803 (2011)
93. Kuroda K et al. *Phys. Rev. B* **91** 205306 (2015); arXiv:1308.5521
94. Tanaka Y et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **81** 011013 (2012)

### Quantum oscillations in three-dimensional topological insulators

**S.I. Vedeneev**

*Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences,  
Leninskii prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation  
E-mail: vedeneev@sci.lebedev.ru*

The basic concepts behind topological insulators are briefly reviewed. After discussing what makes some insulators topological and giving a brief history of this fast growing field, recent successes in experiments with these exotic materials are discussed.

**Keywords:** topological insulator, Dirac fermions, surface state, quantum oscillations

PACS numbers: **71.18.+y**, **73.20.-r**, **73.25.+i**, **73.43.-f**

Bibliography — 94 references

*Received 22 December 2015, revised 25 May 2016*

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **187** (4) 411–429 (2017)

*Physics – Uspekhi* **60** (4) (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.01.038053>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.01.038053>