

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Диссипативные солитоны в волоконных лазерах

С.К. Турицын, Н.Н. Розанов, И.А. Яруткина, А.Е. Беднякова,
С.В. Фёдоров, О.В. Штырина, М.П. Федорук

Диссипативные солитоны (автосолитоны) являются устойчивыми нелинейными уединёнными волнами, локализованными во времени или пространстве с участием баланса притока и ухода энергии в физической системе. Представлен обзор теории диссипативных солитонов в приложении к волоконным лазерным системам. Теория диссипативных солитонов приведена в контексте классических уравнений Гинзбурга–Ландау и Максвелла–Блоха, а также их модификаций для описания волн в лазерных резонаторах. Собраны примеры практических лазерных систем, в которых возникают диссипативные солитоны.

Ключевые слова: диссипативные солитоны, оптические солитоны, волоконные лазеры, лазеры с синхронизацией мод, генерация коротких импульсов

PACS numbers: 05.45.Yv, 42.55.Ah, **42.55.-f**, 42.55.Wd, 42.60.Fc, 42.65.Tg, 42.81.Dp

DOI: 10.3367/UFNr.2015.12.037674

Содержание

1. Введение. Оптические солитоны (713).
2. Основные математические модели (714).
 - 2.1. Модель Максвелла–Блоха.
 - 2.2. Математические модели основных элементов волоконного лазера.
 - 2.3. Векторная модель эволюции поля с учётом нелинейного вращения поляризации.
3. Основные аналитические решения лазерного уравнения Хауса–Гинзбурга–Ландау (718).
 - 3.1. Диссипативные солитонные решения.
 - 3.2. Автомодельные решения.
 - 3.3. Другие аналитические решения.
4. Отображение Пуанкаре для описания лазерных систем (724).
5. Упрощённые модели для описания динамики лазерных импульсов (726).
6. Диссипативные солитоны Максвелла–Блоха (727).
7. Диссипативные солитоны самоиндуцированной прозрачности (729).

8. Примеры диссипативных солитонов в волоконных лазерах (730).

- 8.1. Диссипативные солитоны в длинных волоконных лазерах.
- 8.2. Диссипативные солитоны в фемтосекундном волоконном лазере с синхронизацией мод на основе SESAM.
- 8.3. Диссипативные солитоны в волоконном лазере с синхронизацией мод на основе нелинейного вращения поляризации.
- 8.4. Рамановские диссипативные солитоны.
- 8.5. Адиабатический солитонный лазер.

9. Выводы и перспективы (740).

Список литературы (740).

1. Введение. Оптические солитоны

Концепция солитонов [1] — устойчивых, локализованных, частицеподобных физических структур, которые формируются в результате нелинейного взаимодействия распределённых волн (физических полей), — является одной из фундаментальных объединяющих идей современной теоретической физики и математики [2–21]. Локализация энергии распределённого поля во времени или в пространстве под действием нелинейности является довольно общим физическим явлением, возникающим в различных областях физики. Теория солитонов нашла применение в практических и фундаментальных задачах в таких разных областях науки, как гидродинамика, физика плазмы, нелинейная оптика, молекулярная биология, теория поля и астрофизика. Динамические солитоны возникают на основе баланса между линейными (например, дисперсии или дифракции) и нелинейными эффектами. Существуют более сложные типы солитонов, например, топологические солитоны, которые возникают в системах с топологически нетривиальными основными состояниями. Примеры топологических солитонов включают вихри, доменные стенки, оптические 2π -импульсы и другие структуры (детали могут быть найдены в работах [22–24]).

В теории интегрируемых нелинейных уравнений, в частности, в теории обратного спектрального преобра-

С.К. Турицын. Aston Institute of Photonic Technologies, Aston University, Aston Triangle, Birmingham, B4 7ET, United Kingdom; Новосибирский государственный университет, ул. Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Российская Федерация
E-mail: s.k.turitsyn@aston.ac.uk

Н.Н. Розанов, С.В. Фёдоров. АО "Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова", Кадетская линия В.О. 5, корп. 2, 199053 Санкт-Петербург, Российская Федерация; Санкт-Петербургский Национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Кронверкский пр. 49, 197101 Санкт-Петербург, Российская Федерация
E-mail: nnrosanov@mail.ru, sfedorov2006@bk.ru

И.А. Яруткина, А.Е. Беднякова, О.В. Штырина, М.П. Федорук. Новосибирский государственный университет, ул. Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Российская Федерация; Институт вычислительных технологий СО РАН, просп. Академика Лаврентьева 6, 630090 Новосибирск, Российская Федерация
E-mail: mife@ict.nsc.ru

Статья поступила 23 ноября 2015 г.

зования, солитонные решения интегрируемого дифференциального уравнения в частных производных соответствуют безотражательным потенциалам для соответствующих задач рассеяния [3, 4, 12–14]. В математической литературе термин "солитон" часто используется только для описания решений интегрируемых уравнений, а термин "уединённая нелинейная волна" — для неинтегрируемых моделей. Однако многие характеристики солитонов, которые важны для приложений, не связаны с интегрируемостью соответствующих математических моделей. В настоящем обзоре мы используем термин солитон в широком смысле, рассматривая неинтегрируемые нелинейные модели, которые имеют решения, описывающие когерентные локализованные структуры. Устойчивое (частичеподобное) поведение является ключевой характеристикой в таком физическом определении солитонов.

Можно выделить два важных класса солитонов: консервативные и диссипативные. Консервативные солитоны возникают в так называемых прозрачных средах, в которых потери пренебрежимо малы, приток энергии в систему отсутствует и локализация является следствием баланса линейного распывания волнового пакета (например, из-за дифракции или дисперсии) и нелинейного сжатия (например, самофокусировки). Оптические диссипативные солитоны (автосолитоны) являются устойчивыми нелинейными световыми пакетами волн, но локализованными с участием баланса притока и ухода энергии в физической системе. В теории диссипативных солитонов часто невозможно разделить консервативные и диссипативные эффекты.

История оптических солитонов тесно связана с двумя основными моделями: уравнением Гинзбурга–Ландау и нелинейным уравнением Шрёдингера (НУШ). Они применяются для описания большого числа разнообразных физических явлений. Уравнение Гинзбурга–Ландау широко используется в физике для описания динамики диссипативных нелинейных систем — при наличии усиления, потере и других эффектов, зависящих от специфики физической задачи, например, линейной и нелинейной дисперсии, насыщающегося усиления и/или потерь. Оно было впервые предложено Гинзбургом и Ландау в контексте фазовых переходов и теории сверхпроводимости [25]. С тех пор уравнение Гинзбурга–Ландау было использовано для описания большого количества различных физических явлений, включая конвекцию [26, 27], теорию лазерных систем с синхронизацией мод [28], а также общие модели нелинейной оптики [29] и большое число других физических задач (см., например, [9, 10, 30] и ссылки в этих работах).

Предшественник НУШ возник в работе Боголюбова в контексте микроскопической теории сверхтекучести (модель слабо взаимодействующего бозе-газа) [31] по описанию спектра конденсата. Интересно, что возможность неустойчивости (широко известной как модуляционная неустойчивость) также была упомянута в этой классической работе в 1947 г. В 1960-х гг. классическое НУШ было применено в исследованиях атомарного бозе-газа и стало известно в этой области как уравнение Гросса–Питаевского [32, 33]. Чуть позже НУШ было использовано для анализа мощных лазерных пучков [34–37], а также в контексте описания волновой гидродинамической неустойчивости [38]. НУШ широко используется во многих других важных физических при-

ложениях [39]. Захаров и Шабат в 1972 г. продемонстрировали интегрируемость НУШ, что инициировало множество исследований математических свойств этой модели [40]. Математически НУШ можно рассматривать как консервативный предел обобщённого комплексного уравнения Гинзбурга–Ландау. НУШ является одной из наиболее важных нелинейных математических моделей в оптике и применяется в оптической обработке сигнала, передаче информации, сжатии импульсов, формировании оптических сигналов, частотных преобразователях и различных нелинейных оптических устройствах. Многие из этих приложений основаны на существовании устойчивого решения НУШ в виде фундаментального солитона. Поскольку оптический солитон является устойчивым импульсом и может быть использован как элементарный "бит информации", он играет важную роль в нелинейных концепциях передачи информации, хранения и обработки цифровых данных.

В этом обзоре мы сосредоточимся на диссипативных солитонах. Во-первых, мы рассмотрим диссипативные солитоны в контексте уравнений Гинзбурга–Ландау и Максвелла–Блоха. Далее обсудим методы описания диссипативных солитонов в лазерном резонаторе. И, наконец, представим примеры практических лазерных систем, в которых возникают диссипативные солитоны.

2. Основные математические модели

2.1. Модель Максвелла–Блоха

При описании волоконного лазера исходные базисные модели строятся вокруг уравнений Максвелла электродинамики сплошных сред, дополненных соответствующими материальными уравнениями. Будем считать все материалы, формирующие лазерную среду, немагнитными, с магнитной проницаемостью, равной единице. Практический интерес представляет режим единственной поперечной моды, ввиду чего поперечную структуру поля можно считать заданной. При дополнительном упрощении фиксированности поляризации структуры излучения уравнения Максвелла сводятся к скалярным одномерным уравнениям:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{D}}{\partial T} - \frac{\partial \tilde{H}}{\partial z} = 0, \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial T} - \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

Здесь z — продольная координата (вдоль оси лазера), T — время, c — скорость света в вакууме, \tilde{E} , \tilde{H} и \tilde{D} — компоненты соответственно электрической и магнитной напряжённостей и электрической индукции. Дальнейшие упрощения достигаются для режима однонаправленного распространения квазимонохроматического излучения (приближение медленно меняющейся огибающей) в среде с быстрым (безынерционным) откликом. Для такого излучения можно ввести медленно меняющуюся (по сравнению со средним оптическим периодом $2\pi/\omega_0$) огибающую A соотношением

$$\tilde{E}(z, T) = \text{Re} [A(z, T) \exp(ik_0z - i\omega_0T)], \quad (2)$$

где k_0 — волновое число для несущей частоты ω_0 . Тогда прохождение импульса через волокно с линейным коэффициентом поглощения Γ и коэффициентом керровской нелинейности показателя преломления γ описывается в

системе координат, двигающейся вместе с импульсом с групповой скоростью v_g ($t = T - z/v_g$), стандартным обобщённым нелинейным уравнением Шрёдингера [41]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i\gamma |A|^2 A - \Gamma A, \quad (3)$$

где β_2 и β_3 — коэффициенты дисперсии второго и третьего порядка (дисперсией более высоких порядков пренебрегаем). Все параметры в этом уравнении имеют смысл эффективных характеристик, интегрированных по поперечной зависимости поля, для конкретной моды волоконного световода [41].

В случае резонансной нелинейности среды, реализующейся при лазерном усилении или насыщающемся поглощении, форма материальных уравнений требует конкретизации модели среды. Поляризованность среды \tilde{P} вводится соотношением $\tilde{D} = \tilde{E} + 4\pi\tilde{P}$ и определяется как удельный дипольный момент среды. Для волоконных усилителей и лазеров, усиление в которых обеспечивается накачкой уровней внедрённых в матрицу ионов редкоземельных элементов, характерно наличие резонансной нелинейности. Ввиду значительной величины времени релаксации рабочих уровней резонансный отклик не может рассматриваться как мгновенный (безынерционный), а конечность спектральной ширины контура усиления и поглощения автоматически приводит к эффектам не только квадратичной дисперсии, но и дисперсии более высоких порядков. Предельными являются случаи медленной [28, 42, 43] и быстрой [44–48] релаксации. Ограничимся в этом обзоре анализом двух предельных случаев: сравнительно длительных лазерных импульсов, для которых допустимо использование приближения медленно меняющихся амплитуд, и предельно коротких лазерных импульсов, ширина спектра которых сравнима с центральной частотой. Активные элементы волоконных лазеров — это световоды на основе кварцевого стекла, допированные такими редкоземельными элементами, как Nd, Yb, Er, Ho, Tm. Генерация реализуется по трёх- или четырёхуровневой схеме (рис. 1а). Накачка возбуждает группу высокоэнергетических уровней активных центров 3, но быстрая релаксация с них на верхний рабочий уровень 2 позволяет свести модель к эффективной двухуровневой схеме (рис. 1б) [49]. В результате резонансное взаимодействие излучения с центрами описывается уравнениями для матрицы плотности (верхний индекс (а) отмечает принадлежность к активному элементу):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial T} \rho_{21}^{(a)} &= -\left(i\omega_{21}^{(a)} + \frac{1}{T_2^{(a)}}\right) \rho_{21}^{(a)} - i \frac{\mu_a \tilde{E}}{\hbar} (\rho_{22}^{(a)} - \rho_{11}^{(a)}), \\ \frac{\partial}{\partial T} \rho_{22}^{(a)} &= -\frac{1}{T_1^{(a)}} \rho_{22}^{(a)} - i \frac{\mu_a \tilde{E}}{\hbar} (\rho_{21}^{(a)} - \rho_{12}^{(a)}) + p, \\ \frac{\partial}{\partial T} \rho_{11}^{(a)} &= \frac{1}{T_1^{(a)}} \rho_{22}^{(a)} - \frac{1}{T_{11}^{(a)}} \rho_{11}^{(a)} + i \frac{\mu_a \tilde{E}}{\hbar} (\rho_{21}^{(a)} - \rho_{12}^{(a)}). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь ρ_{11} и ρ_{22} — населённости нижнего 1 и верхнего 2 рабочих уровней с временами жизни $T_1^{(a)}$ и $T_{11}^{(a)}$, недиагональные элементы $\rho_{12} = \rho_{21}^*$ определяют дипольный момент среды (см. ниже), ω_{21} — частота перехода между уровнями, μ — дипольный матричный элемент перехода, p — скорость накачки на верхний рабочий уровень, $T_2^{(a)}$

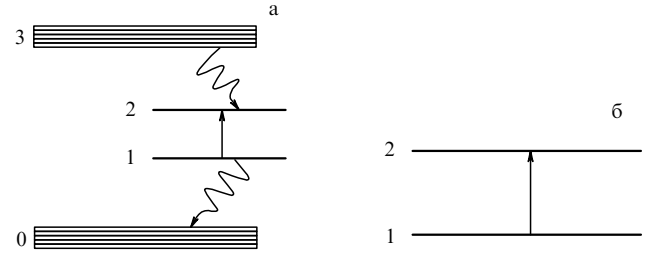


Рис. 1. Схема уровней.

— время релаксации дипольного момента, \hbar — приведённая постоянная Планка. При однородном уширении (тождественность всех активных центров с концентрацией n_a) поляризованность равна $\tilde{P}^{(a)} = n_a \mu_a \rho_{12}^{(a)}$ + с.с. Неоднородное уширение учитывается заданием статистического разброса параметров центров (прежде всего, частоты перехода ω_{21}). Аналогичным образом описывается двухуровневый насыщающийся поглотитель (верхний индекс (р)), для которого накачка отсутствует и нижний уровень 1 можно считать основным ($T_{11}^{(p)} = \infty$):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial T} \rho_{21}^{(p)} &= -\left(i\omega_{21}^{(p)} + \frac{1}{T_2^{(p)}}\right) \rho_{21}^{(p)} - i \frac{\mu_p \tilde{E}}{\hbar} (\rho_{22}^{(p)} - \rho_{11}^{(p)}), \\ \frac{\partial}{\partial T} \rho_{22}^{(p)} &= -\frac{1}{T_1^{(p)}} \rho_{22}^{(p)} - i \frac{\mu_p \tilde{E}}{\hbar} (\rho_{21}^{(p)} - \rho_{12}^{(p)}), \\ \frac{\partial}{\partial T} \rho_{11}^{(p)} &= \frac{1}{T_1^{(p)}} \rho_{22}^{(p)} + i \frac{\mu_p \tilde{E}}{\hbar} (\rho_{21}^{(p)} - \rho_{12}^{(p)}). \end{aligned} \quad (5)$$

В этом случае суммарная населённость двух рабочих уровней сохраняется: $\rho_{11}^{(p)} + \rho_{22}^{(p)} = 1$. С учётом малости концентрации резонансных центров их вклад в поляризованность среды можно считать аддитивным, так что при однородном уширении

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \tilde{P}^{(m)} + \tilde{P}^{(a,p)}, \\ \tilde{P}^{(a,p)} &= n_p \mu_p \rho_{12}^{(p)} + n_a \mu_a \rho_{12}^{(a)} + \text{с.с.} \end{aligned} \quad (6)$$

Слагаемое $\tilde{P}^{(m)}$ описывает нерезонансную часть в поляризованности матрицы, линейная составляющая которой имеет вид $[(\hat{\epsilon}_0 - 1)/(4\pi)] \tilde{E}$, а нелинейная часть включает фактор керровской нелинейности γ . Здесь $\hat{\epsilon}_0$ — диэлектрическая проницаемость матрицы, нерезонансно взаимодействующей с излучением, её операторная форма отвечает учёту частотной дисперсии матрицы.

Система уравнений (1), (4)–(6) достаточна для моделирования распространения в световоде предельно коротких оптических импульсов, нерезонансно и резонансно взаимодействующих со средой. Упрощения достигаются в режиме однонаправленного квазимонохроматического излучения. Тогда, подобно (2), можно ввести медленно меняющуюся поляризованность:

$$\tilde{P}(z, T) = \text{Re}[\bar{P}(z, T) \exp(ik_0 z - i\omega_0 T)]. \quad (7)$$

При этом квазиоптическое уравнение (3) заменяется на следующее:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i\gamma |A|^2 A - \Gamma A + \hat{G}A. \quad (8)$$

Здесь $\hat{G}A = 2\pi i[k_0/\varepsilon_0(\omega_0)]\bar{P}^{(a,p)}$, причём вещественная часть этого выражения при нулевой фазе амплитуды A пропорциональна коэффициенту усиления (для активных участков световода) или насыщающегося поглощения, а мнимая – резонансной составляющей нелинейного показателя преломления. Усиление и резонансное поглощение пропорциональны разности населённостей двух рабочих уровней. Поэтому от уравнений для матрицы плотности (4) и (5) удобно перейти к уравнениям Блоха для макроскопических величин — резонансной поляризованности (7) и разности населённостей $N^{(a,p)} = n_{a,p}[\rho_{22}^{(a,p)} - \rho_{11}^{(a,p)}]$. В резонансном приближении, пренебрегая быстро осциллирующими величинами, для насыщающегося поглотителя вместо (5) получим:

$$\frac{\partial \bar{P}^{(p)}}{\partial T} = -\left(i\delta\omega^{(p)} + \frac{1}{T_2^{(p)}}\right)\bar{P}^{(p)} - i\frac{\mu_p^2 A}{\hbar} N^{(p)}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial N^{(p)}}{\partial T} = -\frac{1}{T_1^{(p)}}(N^{(p)} - N_0^{(p)}) - \frac{b^{(p)}}{\hbar} \text{Im}(A\bar{P}^{(p)*}),$$

где $\delta\omega^{(p)} = \omega_{21}^{(p)} - \omega_0$ — отстройка частоты рабочего перехода от несущей частоты и $N_0^{(p)}$ — равновесное значение разности населённостей в отсутствие поля (в рассматриваемом случае $N_0^{(p)} = -n$, т.е. все центры в отсутствие излучения находятся на нижнем уровне) и $b^{(p)} = 1$ (значение этого параметра определяется тем, является ли нижний рабочий уровень основным). В сопровождающей системе координат производная $\partial/\partial T$ в левых частях (9) заменяется на $\partial/\partial t$.

Для усиления по четырёхуровневой схеме в предположении быстрого распада нижнего рабочего уровня ($T_{11}^{(a)} \ll T_1^{(a)}$, $\rho_{11}^{(a)} \ll \rho_{22}^{(a)}$) получим те же уравнения с заменой индексов $(p) \rightarrow (a)$, $N_0^{(a)} = nT_1^{(a)}$ и $b^{(a)} = 1/2$. Уравнения Блоха (9) требуются для описания режима когерентной самосинхронизации мод (длительность импульса значительно меньше времён релаксации $T_2^{(a,p)}$) в приближении медленно меняющейся огибающей [50]. Для наиболее распространённого режима некогерентной самосинхронизации (времена релаксации $T_2^{(a,p)}$, малые по сравнению с длительностью импульса) поляризованность быстро устанавливается и, как следует из первого уравнения (9),

$$\bar{P}^{(a,p)} = -i\frac{\mu_{a,p}^2 A}{\hbar} \frac{N^{(a,p)}}{i\delta\omega^{(a,p)} + 1/T_2^{(a,p)}}. \quad (10)$$

Тогда уравнения (9) сводятся к кинетическим уравнениям для разностей населённостей:

$$T_1^{(a,p)} \frac{\partial N^{(a,p)}}{\partial t} = N_0^{(a,p)} - \left[1 + \frac{|A|^2}{I_s^{(a,p)}}\right] N^{(a,p)}, \quad (11)$$

которые дополняют и замыкают уравнения (8) и (10). Здесь введена интенсивность насыщения:

$$I_s^{(a,p)} = \frac{\hbar^2}{b^{(a,p)} \mu_{a,p}^2} \frac{T_2^{(a,p)}}{T_1^{(a,p)}} \left[(\delta\omega^{(a,p)})^2 + \frac{1}{(T_1^{(a,p)})^2} \right]. \quad (12)$$

Наконец, в квазинепрерывном режиме при $\partial N^{(a,p)}/\partial t = 0$ ("быстрые" усиливающая и поглощающая среды) разности населённостей адиабатически изменяются вместе с интенсивностью излучения $I = |A|^2$:

$$N^{(a,p)} = \frac{N_0^{(a,p)}}{1 + I/I_s^{(a,p)}}. \quad (13)$$

В этом случае динамика поля описывается единым уравнением:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i\gamma|A|^2 A - \Gamma A + \frac{2\pi k_0}{\hbar\varepsilon_0(\omega_0)} \times \sum_{m=a,p} \frac{\mu_m^2}{i\delta\omega^{(m)} + 1/T_2^{(m)}} \frac{N_0^{(m)}}{1 + I/I_s^{(m)}} A. \quad (14)$$

Отметим, что равновесные значения разностей населённостей для усилителя и поглотителя имеют противоположные знаки: $N_0^{(a)} > 0$, $N_0^{(p)} < 0$. При учёте частотной селективности усиления и потерь в квадратичном по отклонению частоты приближении коэффициент β_2 становится комплексным.

Хотя приведённые уравнения получены для "однопроходового" световода, их можно обобщить и для описания динамики волоконного лазера, если относительные изменения амплитуды излучения и усиления/поглощения за один проход невелики, длительность импульса τ_p и времена релаксации среды меньше времени прохода света через резонатор T_R [28, 43]. Тогда (малые) сосредоточенные потери на зеркалах лазера можно заменить на распределённые по длине резонатора L : $\Gamma = (1 - R_m)/L$, где R_m — произведение амплитудных коэффициентов отражения зеркал кольцевого резонатора. Другое следствие предположения о малости изменения амплитуды излучения за один проход состоит в том, что за один проход под действием импульса, длительность которого τ_p меньше времени прохода света через резонатор T_R , лишь слабо меняются резонансное усиление и поглощение среды. В результате можно усреднить усиление и поглощение по времени T_R : $N^{(a,p)} \rightarrow \langle N^{(a,p)} \rangle = T_R^{-1} \int_0^{T_R} N^{(a,p)}(z, t) dt$. Введя плотность энергии насыщения $W_s^{(a,p)} = I_s^{(a,p)} T_R$, получим из (11)

$$\langle N^{(a,p)} \rangle = \frac{N_0^{(a,p)}}{1 + 1/W_s^{(a,p)} \int_0^{T_R} (|A(z, t)|^2) dt}. \quad (15)$$

Соответственно, уравнение динамики поля примет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i\gamma|A|^2 A - \Gamma A + \frac{2\pi k_0}{\hbar\varepsilon_0(\omega_0)} \sum_{m=a,p} \frac{\mu_m^2}{i\delta\omega^{(m)} + 1/T_2^{(m)}} \times \frac{N_0^{(m)}}{1 + 1/W_s^{(m)} \int_0^{T_R} (|A(z, t)|^2) dt} A. \quad (16)$$

Помимо этого случая "медленных усилителя и поглотителя", интерес представляет и смешанный случай "медленного усилителя и быстрого поглотителя" при комбинации (14) и (16):

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i\gamma|A|^2 A - \Gamma A + \frac{2\pi k_0}{\hbar\varepsilon_0(\omega_0)} \times \left[\frac{\mu_a^2}{i\delta\omega^{(a)} + 1/T_2^{(a)}} \frac{N_0^{(a)}}{1 + 1/W_s^{(a)} \int_0^{T_R} (|A(z, t)|^2) dt} + \frac{\mu_p^2}{i\delta\omega^{(p)} + 1/T_2^{(p)}} \frac{N_0^{(p)}}{1 + I/I_s^{(p)}} \right] A. \quad (17)$$

В работе [51] эффективная двухуровневая модель для иттербиевой усиливающей среды была объединена с традиционным уравнением, описывающим распространение света в оптическом волокне, для успешного моделирования иттербиевого волоконного лазера с сильно нелинейной внутривибрационной динамикой излучения. Интересным и пока малоизученным режимом является случай, когда время обхода импульса по лазерному резонатору совпадает с характерными временами в активной или пассивной среде. Это потенциально реализуемо в оптоволоконных лазерах с длинным резонатором [52–54] и может приводить к новым интересным режимам генерации.

2.2. Математические модели основных элементов волоконного лазера

При моделировании импульсного волоконного лазера с пассивной синхронизацией мод можно использовать как усреднённые модели, которые описывают изменения оптического поля после обхода резонатора и эволюцию от одного обхода к другому, так и подход, когда каждому элементу системы соответствует отдельная модель, и дискретные элементы, такие как насыщающийся поглотитель, ответвитель, фильтры и т.д., должны быть рассмотрены отдельно от эволюции в волокне. В разделе 2.1 мы описали вывод уравнений, описывающих усиление и насыщающийся поглотитель, из первых принципов. Для практического анализа лазерных систем, когда могут быть известны не все фундаментальные параметры лазерной среды, часто используются более простые эвристические модели, где неизвестные параметры определяются из экспериментов. Ниже мы приведём простейшие математические модели, используемые для практического описания прохождения оптического импульса через основные элементы волоконного лазера.

Активное и пассивное волокна. Прохождение импульса через волокна лазера описывается при помощи обобщённого нелинейного уравнения Шрёдингера (3).

Эволюция излучения в активном световоде описывается обобщённым нелинейным уравнением Шрёдингера (3) с учётом усиления и спектральной фильтрации с входным полем $A(t, z=0) = A_{in}(t)$ (которое определяется предыдущим обходом резонатора, за исключением первого обхода, когда используется начальное распределение поля).

При моделировании прохождения импульса по активному волокну в лазере с синхронизацией мод должны учитываться насыщение и фильтрация усиления. Эффекты насыщения и фильтрации усиления в операторе \hat{G} обычно описываются в частотной области с использованием лоренцева профиля:

$$\hat{G}(\omega) = \frac{1}{1 + E/E_{satG}} \frac{G_0}{1 + [(\omega - \omega_0)/\Omega_G]^2}. \quad (18)$$

Здесь $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ — несущая частота, $\Omega_G = (2\pi c/\lambda_0^2) A_G$ — частота фильтрации, c — скорость света, A_G — ширина полосы усиления, λ_0 — несущая длина волны лазера. Если основным фактором спектральной фильтрации служит конечная ширина контура усиления, то $\Omega_G = 1/T_2^{(a)}$. Коэффициент усиления слабого сигнала в центре контура связан с микропараметрами, приведёнными в разделе 2.1, соотношением $G_0 = (2\pi k_0/(\hbar\epsilon_0)) \mu_p^2 N_0^{(a)} T_2^{(a)}$.

Насыщение усиления происходит с ростом энергии импульса $E = \int_0^{T_R} |A|^2 dt$, причём энергия насыщения $E_{satG} = P_{satG} T_R$. Первый множитель в (18) соответствует насыщению усиления, второй — фильтрации усиления. Здесь P_{satG} — мощность насыщения усиления.

Насыщающийся поглотитель. Стандартным методом генерации пико- и фемтосекундных лазерных импульсов является синхронизация мод (mode-locking). В технологиях пассивной синхронизации мод для генерации импульсов используются нелинейные элементы, расположенные внутри резонатора, при прохождении которых импульс становится уже. Как правило, таким нелинейным элементом является насыщающийся поглотитель (saturable absorber, SA). Пассивная синхронизация мод с использованием насыщающегося поглотителя представляет собой самый простой метод синхронизации мод и позволяет получить более узкие импульсы.

Насыщающийся поглотитель может работать как на отражение, так и на прохождение света. В случае работы на отражение, например, в полупроводниковых зеркальных насыщающихся поглотителях, упрощённая передаточная функция, описывающая связь входной и выходной мощностей при действии насыщающегося поглотителя, имеет вид $T_{refl}(t) = 1 - q(t, P_{in}(t))$ (здесь $P_{in}(t) = |A_{in}(t)|^2$). В то же время для насыщающегося поглотителя, работающего на прохождение света, как, например, в карбоновых нанотрубках, передаточная функция имеет вид $T_{trans}(t) = q(t, P_{in}(t))$. Функция q в обоих случаях может быть найдена из обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q - q_0}{T_1^{(p)}} - \frac{q|A(t)|^2}{T_1^{(p)} P_{sat}}. \quad (19)$$

Здесь q_0 — глубина модуляции, P_{sat} — мощность насыщения поглощения и $T_1^{(p)}$ — время восстановления насыщающегося поглотителя. Заметим, что в приближении тонкого слоя (малые потери на поглощение) величина q пропорциональна разности населённости рабочих уровней $N^{(p)}$, введённых выше: $q_0 = (2\pi k_0/(\hbar\epsilon_0)) \mu_p^2 |N_0^{(p)}| T_2^{(p)} l$ и $q = (2\pi k_0/(\hbar\epsilon_0)) \mu_p^2 |N^{(p)}| T_2^{(p)} l$.

При выполнении условия $dq(t)/dt = 0$ в случае мгновенного насыщения получаем упрощённую модель:

$$q(t) = \frac{q_0}{1 + |A_{in}(t)|^2/P_{sat}}. \quad (20)$$

Отметим, что формальная замена точечного действия элементов эффективной распределённой моделью может не совпадать с описанием, основанным на первых принципах, которое представлено в разделе 2.1.

Ответвитель. Поле на выходе из резонатора при прохождении через ответвитель описывается следующим образом: $P_{out} = R_{out} P_{in}$, где $P_{in} = |A_{in}|^2$ — мощность поля перед ответвитель, $P_{out} = |A_{out}|^2$ — мощность полного поля, выходящая из резонатора, R_{out} — потери (мощности) на выходе из резонатора. При этом $P_{cavity} = (1 - R_{out}) P_{in}$, где $P_{cavity} = |A_{cavity}|^2$ — часть оптической мощности, которая остаётся в резонаторе после прохождения через ответвитель.

2.3. Векторная модель эволюции поля с учётом нелинейного вращения поляризации

Помимо материального насыщающегося поглотителя, для синхронизации мод в волоконном лазере могут

использоваться нелинейные физические эффекты. Например, один из широко применяемых методов пассивной синхронизации мод основан на эффекте нелинейного вращения поляризации излучения при его прохождении через волокно, когда ортогонально поляризованные компоненты импульса проходят через оптические волокна и эффективно приводят к насыщению поглощения [55, 56].

Существенное упрощение, принятое выше при формулировке уравнения Гинзбурга–Ландау, состоит в том, что состояние поляризации падающего луча сохраняется при прохождении через оптическое волокно. Поскольку в волоконных лазерах с синхронизацией мод на основе нелинейного вращения поляризации это не так, для моделирования распространения импульса по таким лазерам используют систему связанных уравнений Гинзбурга–Ландау (см., например, [57]). Рассмотрим взаимодействие двух ортогонально поляризованных компонент A_+ и A_- оптического поля.

После прохождения через поляризатор эллиптически поляризованные компоненты медленно меняющейся амплитуды A_+ и A_- принимают вид

$$\begin{aligned} A_+ &= A_1 \cos\left(\chi - \frac{\pi}{4}\right) \exp(i\psi), \\ A_- &= A_1 \cos\left(\chi + \frac{\pi}{4}\right) \exp(-i\psi), \end{aligned} \quad (21)$$

где A_1 — входное поле, χ и ψ — углы поворота двух пластинок поляризации (соответственно четвертьволновой и полуволновой), при этом $0 < \chi < \pi/4$.

Для прямого описания эволюции вектора поляризации в данном случае необходимо использовать систему связанных уравнений Гинзбурга–Ландау для амплитуды электромагнитного поля $A(z, t)$ [57]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_+}{\partial z} &= \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_+}{\partial t^2} + GA_+ + \frac{i\gamma}{3} (|A_+|^2 - |A_-|^2) A_+ - i\gamma |A|^2 A_+, \\ \frac{\partial A_-}{\partial z} &= \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_-}{\partial t^2} + GA_- - \frac{i\gamma}{3} (|A_+|^2 - |A_-|^2) A_- - i\gamma |A|^2 A_-. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь $|A|^2 = |A_+|^2 + |A_-|^2$, G — коэффициент усиления сигнала.

После прохода через световод компонент оптического поля A_+ и A_- (правая и левая круговые поляризации электрического поля) можно представить их через линейные поляризации по правилу

$$A_1 = \frac{A_+ + A_-}{\sqrt{2}}, \quad A_2 = \frac{A_+ - A_-}{\sqrt{2}}. \quad (23)$$

При этом составляющая поля A_2 выходит из резонатора, а A_1 снова попадает в резонатор и поляризуется согласно системе уравнений (21) при прохождении через резонатор. Здесь компоненты A_1 и A_2 являются двумя линейно поляризованными компонентами.

Система уравнений (22) описывает распространение света в волоконной части резонатора. Изменяя углы поворота пластинок, можно контролировать состояние поляризации света на входе в волокно, в частности эллиптичность и угол оси эллипса поляризации. Эффективные параметры такого насыщающего элемента описаны в работах [58, 59].

3. Основные аналитические решения лазерного уравнения Хауса–Гинзбурга–Ландау

На сегодняшний день комплексное уравнение Гинзбурга–Ландау является одной из наиболее известных нелинейных моделей, описывающих нелинейные эффекты в физике, такие как нелинейные волны, фазовые переходы второго рода, сверхпроводимость, сверхтекучесть, конденсат Бозе–Эйнштейна, жидкие кристаллы и множество других явлений [60]. Уравнение представляет собой первый порядок приближения в пределе медленно меняющихся амплитуд для огибающей электромагнитного поля, характеризующего динамику нелинейных систем в неравновесном состоянии в присутствии потерь/усиления. В оптике уравнение Хауса–Гинзбурга–Ландау используют для описания распространения оптических импульсов, в частности, для моделирования волоконных лазеров с синхронизацией мод, являющихся сложными физическими системами с линейными и нелинейными диссипативными элементами [9, 42, 59, 61–64].

3.1. Диссипативные солитонные решения

Рассмотрим кубическое уравнение Хауса–Гинзбурга–Ландау, которое широко применяется для моделирования лазеров с пассивной синхронизацией мод [42]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} &= -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma |A|^2 A + (G - \Gamma) A + \\ &+ \frac{G}{\Omega_G^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + F_{SA}(|A|^2) A, \end{aligned} \quad (24)$$

где β_2 и γ — усреднённые вдоль лазерного резонатора коэффициенты дисперсии и нелинейности оптического волокна, Ω_G [ТГц] — параметр спектральной фильтрации (ширина параболического спектрального фильтра или ширина контура усиления), $G - \Gamma$ [дБ м⁻¹] — разность между усилением и потерями в резонаторе. Мы рассмотрим два важных случая: (I) постоянного усиления $G = G_0 = \text{const}$ и (II) насыщающегося усиления $G = G(z) = G_0/(1 + E(z)/E_{\text{sat}G})$. Функция $F_{SA}(|A|^2)$ в контексте лазерных приложений описывает распределённое действие насыщающегося поглотителя (5) в эффективном упрощённом виде. Перечислим несколько наиболее часто встречающихся приближений.

$$(a) \quad F_{SA}(|A|^2) = \delta |A|^2 \quad (\delta > 0) \quad [\text{Вт}^{-1} \text{ м}^{-1}]$$

— коэффициент амплитудной самомодуляции, описывающий в первом нелинейном порядке влияние насыщающегося поглотителя на сигнал. Это уравнение получается из (8) при пренебрежении дисперсией третьего порядка и описании насыщения поглощения кубическим по полю членом.

$$(б) \quad F_{SA}(|A|^2) = \delta |A|^2 (1 - \zeta |A|^2),$$

это приближение даёт обобщённое уравнение Гинзбурга–Ландау с нелинейным слагаемым пятого порядка (в дополнение к третьему), описывающим насыщение амплитудной самомодуляции. Оно будет подробно рассмотрено в разделе 3.3.

$$(в) F_{SA}(|A|^2) - \Gamma = -\frac{\Gamma_0}{1 + |A|^2/P_{\text{sat}}}$$

(где P_{sat} — мощность насыщения в насыщающемся поглотителе) — это представление влияния насыщающегося поглотителя в общем виде, которое следует из (5), при этом разложение слагаемого с насыщающимися потерями в ряд Тейлора приводит к появлению членов третьего и пятого порядков, как в случаях (а) и (б).

Рассмотрим наиболее типичный случай насыщающегося усиления (II) и общее выражение (в) для насыщающегося поглотителя. Тогда изменение энергии сигнала описывается уравнением

$$\frac{dE}{dz} = \frac{2G_0E}{1 + E/E_{\text{sat}G}} - 2\Gamma_0 \int_0^{T_R} \frac{|A|^2 dt}{1 + |A|^2/P_{\text{sat}}} - \frac{2G}{\Omega_G^2} \int_0^{T_R} |A|^2 dt. \quad (25)$$

В зависимости от механизма компенсации роста энергии в уравнении (24) существуют различные классы решений обобщённого уравнения Гинзбурга–Ландау. Рост энергии, описываемый первым слагаемым в правой части (25), может быть скомпенсирован: а) линейным затуханием (без насыщения поглощения, $|A|^2/P_{\text{sat}} \ll 1$); б) потерями, связанными со спектральной фильтрацией сигнала; в) потерями, которые зависят от поля $|A|^2$ и насыщаются; г) комбинациями этих основных процессов.

Рассмотрим предел с ненасыщенными потерями $F_{SA}(|A|^2) = 0$ и отсутствием спектральной фильтрации усиления $1/\Omega_G^2 = 0$. Тогда эволюция энергии сигнала может быть найдена из уравнения

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{2G_0E}{1 + E/E_{\text{sat}G}} - 2\Gamma_0E. \quad (26)$$

В асимптотическом пределе энергия сигнала равна

$$E_{\text{asym}} = E_{\text{sat}G} \left(\frac{G_0 - \Gamma_0}{\Gamma_0} \right). \quad (27)$$

Аналитическое решение уравнения (24) в области аномальной дисперсии имеет вид

$$A(z, t) = \sqrt{\frac{\gamma E_{\text{asym}}^2}{-\beta_2}} \frac{1}{\cosh(T/T_0)} \exp\left(-\frac{i\beta_2 z}{2T_0^2}\right), \quad (28)$$

где $T_0 = -\beta_2/(\gamma E_{\text{asym}})$.

Далее рассмотрим обобщённое уравнение Хауса–Гинзбурга–Ландау (24) с $F_{SA}(|A|^2) = \delta|A|^2$ ($\delta > 0$) и спектральной фильтрацией. Тогда уравнение (24) имеет решение в виде chirпированного диссипативного солитона (с зависящей от времени фазой):

$$A(z, t) = \sqrt{P} \operatorname{sech}^{1+iC} \left(\frac{t}{\tau_p} \right) \exp(i\phi z), \quad (29)$$

где значения параметров P , τ_p , C и ϕ равны соответственно пиковой мощности, длительности, параметру chirпа и фазе сигнала. Подставив решение в виде (29) в уравнение (24), получим систему нелинейных алгебраиче-

ских уравнений:

$$\begin{aligned} \phi \tau_0^2 \Omega_G^2 - [D(1 - C^2) + 2C] \frac{\tau_0^2}{\tau_p^2} &= 0, \\ D(2 - C^2) + 3\bar{\gamma} \frac{\tau_p}{\tau_0} - 3C &= 0, \\ \left(\frac{G_0}{1 + E/E_{\text{sat}G}} - \Gamma \right) \frac{\Omega_G^2}{G} \tau_0^2 + [2DC + (1 - C^2)] \frac{\tau_0^2}{\tau_p^2} &= 0, \\ (2 - C^2) + 3DC - 3\bar{\delta} \frac{\tau_p}{\tau_0} &= 0. \end{aligned} \quad (30)$$

В (30) введены следующие обозначения: $D = \beta_2 \Omega_G^2/(2G)$, $\bar{\gamma} = \gamma \Omega_G^2 E \tau_0/(6G)$, $\bar{\delta} = \delta \Omega_G^2 E \tau_0/(6G)$ — безразмерные параметры, τ_0 — характерная длительность импульса, $E = 2P\tau_p$ — характерная энергия импульса.

На рисунках 2 и 3 показаны значения основных характеристик аналитического решения (29), существующего в широком диапазоне безразмерных физических параметров (рисунки представлены только в пределе $E/E_{\text{sat}G} \ll 1$ ($G = G_0$)) [65]. Ширина спектра сигнала связана с его длительностью следующим образом: $B = \tau_0 \operatorname{arccosh}(\cosh(\pi C) + 2)/(\pi^2 \tau_p)$ [66–68]. На рисунке 2 изменяются коэффициенты дисперсии β_2 и керровской нелинейности γ , в то время как энергия сигнала E , ширина контура фильтра Ω_G и коэффициент амплитудной самомодуляции δ остаются постоянными. Если значение параметра нелинейности отлично от нуля, $\bar{\gamma} \neq 0$, в области аномальной дисперсии на прямой $D\bar{\delta} + \bar{\gamma} = 0$ существует решение с нулевым chirпом (чёрная линия). Как правило, импульсные решения уравнения (24) с наименьшими длительностью и chirпом существуют в области аномальной дисперсии. Подобные решения имеют сходство с фундаментальными солитонами, так как их существование возможно благодаря балансу между дисперсией и нелинейностью, в то время как диссипативные члены играют второстепенную роль. Однако, в отличие от нелинейного уравнения Шрёдингера, уравнение Гинзбурга–Ландау также имеет солитонные решения в области нулевой и положительной дисперсии ($D \geq 0$). По сравнению с фундаментальными солитонами импульсные решения в области нормальной дисперсии обладают большей длительностью и сильным chirпом. Спектральная ширина сигнала B принимает наибольшие значения в окрестности нулевой дисперсии, при этом $D > 0$. С увеличением параметра нелинейности $\bar{\gamma}$ возрастает и ширина спектра сигнала. Значение коэффициента усиления $G - \Gamma$ определяет, будет ли расти или затухать фоновый шум в лазерной системе. Из рисунка 2г видно, что усиление ограничено в области аномальной дисперсии, в то время как в окрестности нулевой дисперсии ($D = 0$) при больших значениях параметра нелинейности начинается его быстрый рост.

Для исследования влияния фильтрации усиления на вид решения уравнения (24) рассмотрим рис. 3. На рисунке изображены значения основных характеристик импульсного решения в точке нулевой дисперсии ($D = 0$) при фиксированном значении параметра $\Omega_G \tau_0$ и энергии E . Значения параметров $\gamma \Omega_G$ и $\delta \Omega_G$ изменяются. Прямоугольные области, обозначенные цифрами I и II, соответствуют областям с сильной и слабой фильтрацией усиления. Если фильтрация является сильной (узкая спектральная полоса усиления), длительность импульса и параметр chirпа увеличиваются с ростом $\bar{\delta}$. В случае

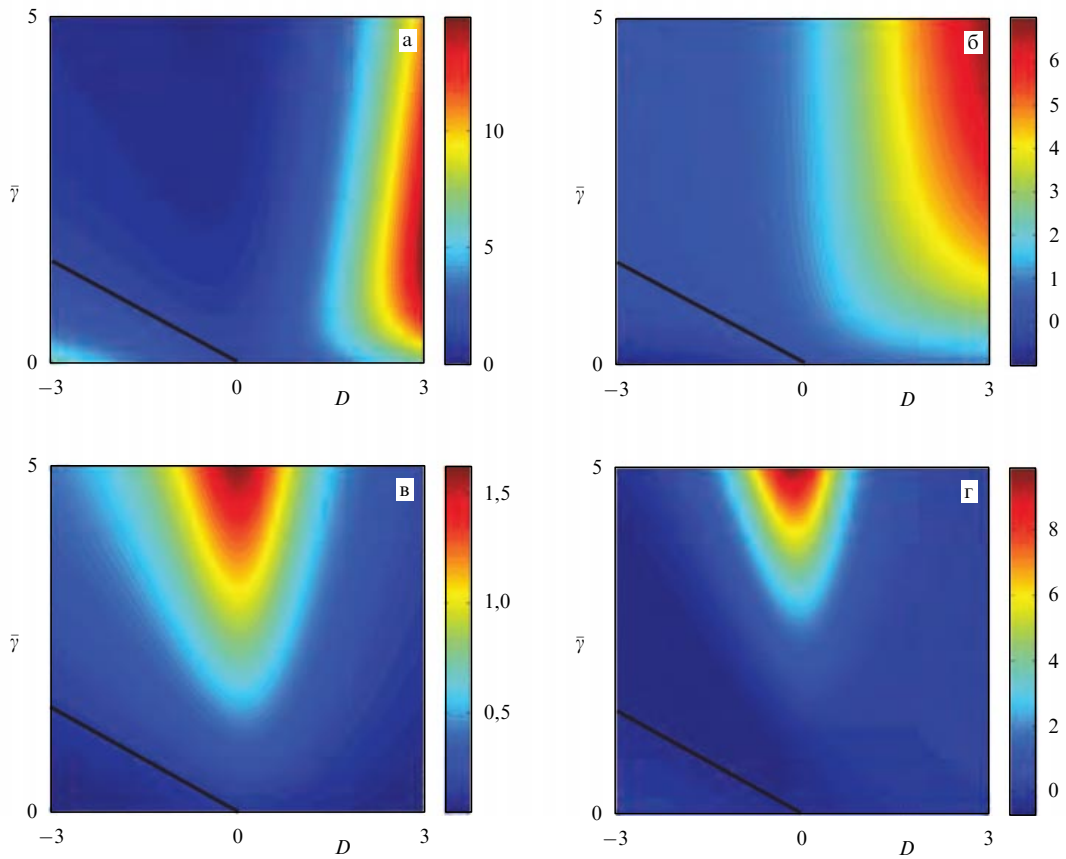


Рис. 2. (В цвете онлайн.) Решение системы уравнений (30): длительность τ_p/τ_0 (а), параметр чирпа C (б), ширина спектра B (в), параметр усиления $(G - \Gamma) \Omega_G^2 \tau_0^2$ (г) при фиксированном значении параметра $\bar{\delta} = 0,5$.

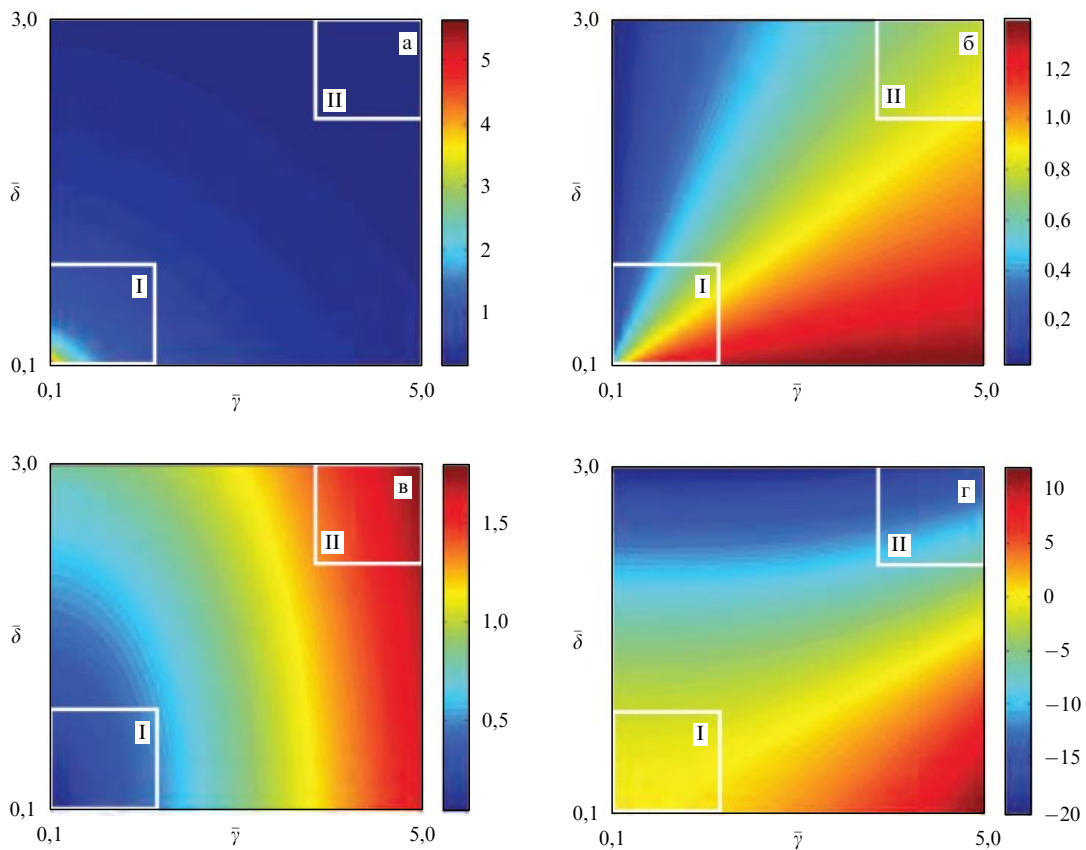


Рис. 3. (В цвете онлайн.) Решение системы уравнений (30): длительность τ_p/τ_0 (а), параметр чирпа C (б), ширина спектра B (в), параметр усиления $(G - \Gamma) \Omega_G^2 \tau_0^2$ (г) при нулевой дисперсии $D = 0$.

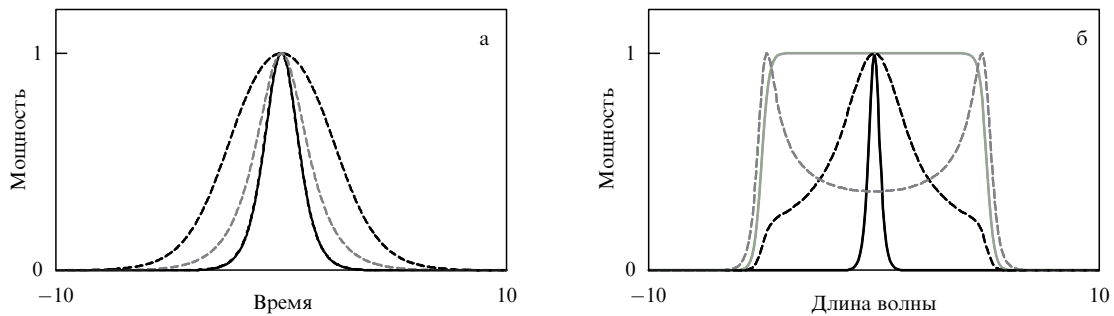


Рис. 4. Временной (а) и спектральный (б) профили решения в виде гиперболического секанса при $P = 1$, $\tau_p = 1$, $C = 0$ (сплошная чёрная линия) и $C = 5$ (сплошная серая линия). Штриховыми линиями изображены сильно chirпированные решения обобщённого уравнения Гинзбурга – Ландау.

слабой фильтрации импульсы становятся короткими и слабо chirпированными. Во всей области безразмерных параметров ширина спектра сигнала увеличивается с ростом нелинейного параметра $\bar{\gamma}$, а коэффициент усиления уменьшается с ростом коэффициента амплитудной самомодуляции $\bar{\delta}$. На рисунке 4 изображены характерные временные и спектральные профили решения (29) для случаев аномальной и нормальной дисперсии. Спектры сильно chirпированных импульсов в области нормальной дисперсии имеют характерную прямоугольную форму с резкими краями. Подобные решения впервые были экспериментально реализованы в твердотельных волоконных лазерах с нормальной средней дисперсией [69].

Кроме вопроса существования солитонных решений вида (29), важным вопросом является анализ их устойчивости. На рисунке 2г показаны значения параметра усиления, который должен быть отрицательным, чтобы импульс сохранял устойчивость по отношению к росту спонтанного шума в резонаторе. Условия, обеспечивающие отрицательный знак параметра усиления, были найдены в работе [42]. Тем не менее приведённый в работе анализ не позволяет в полной мере охарактеризовать устойчивость импульса в резонаторе. С помощью теории возмущения солитонов авторами показано, что решение (29) уравнения (24) неустойчиво в области аномальной дисперсии ($\beta_2 < 0$), если $G - \Gamma > 0$ [42]. Однако в работе пренебрегалось фильтрацией усиления и амплитудной самомодуляцией. Для более полного анализа устойчивости необходимо рассмотреть насыщающееся усиление (см. также уравнение (18)):

$$G = G(z) = \frac{G_0}{1 + E(z)/E_{\text{sat}G}}. \quad (31)$$

При выводе модели насыщающегося усиления (31) сделано допущение, что отклик среды является медленным по сравнению с временем обхода импульсом резонатора T_R . В типичных усилителях отклик среды — величина порядка микросекунды, в то время как T_R имеет порядок наносекунды во множестве оптических систем, включая волоконные лазерные резонаторы. Использование модели с насыщением усиления, стабилизирующим энергию сигнала и ограничивающим её рост, позволяет найти устойчивые решения уравнения (24) в области нормальной ($\beta_2 > 0$) и аномальной ($\beta_2 < 0$) дисперсии [70].

Уравнение Гинзбурга – Ландау (24) с кубической аппроксимацией насыщающегося поглотителя ($F_{\text{SA}}(|A|^2) = \delta|A|^2$) описывает основные характеристики солитонных решений вида (29), однако область существования устойчивых решений, найденных с помощью данного уравнения, является ограниченной. Более широкие классы устойчивых солитонных решений возникают при учёте слагаемого пятого порядка, описывающего насыщение амплитудной самомодуляции. Получившееся в результате уравнение называют обобщённым уравнением Гинзбурга – Ландау. Стоит отметить, что chirпированные солитонные импульсы вида (29) больше не являются точными решениями нового уравнения. Тем не менее основные зависимости, изображённые на рис. 2 и 3, остаются справедливыми и для устойчивых решений обобщённого уравнения Гинзбурга – Ландау. Например, импульсы в области аномальной дисперсии обладают малым chirпом и короткой длительностью по сравнению с длинными сильно chirпированными импульсами в области нормальной дисперсии. В настоящее время существует множество работ, посвящённых поиску и исследованию поведения решений обобщённого уравнения Гинзбурга – Ландау. Объектами исследований являются, например, стационарные решения, пульсирующие солитоны, хаотические солитоны, взаимодействие и разрушение солитонов [9, 71 – 74].

Недавний прогресс в исследовании и разработке волоконных лазеров и осцилляторов с полностью нормальной дисперсией привёл к получению сильно chirпированных диссипативных солитонов с высокими энергиями [75, 76]. Некоторые свойства сильно chirпированных диссипативных солитонов не могут быть описаны кубическим уравнением Гинзбурга – Ландау. Например, форма спектра подобных импульсов может отличаться от спектра решения вида (29). Примеры таких спектров приведены на рис. 4 (штриховые линии). Спектры имеют параболическую вершину или провал посередине и резкие края. Решение для обобщённого (с нелинейным слагаемым пятого порядка) уравнения Гинзбурга – Ландау

$$A(z, t) = \sqrt{\frac{P}{\cosh(t/\tau_p) + B}} \times \exp \left[-iC \left(\ln \left(\cosh \frac{t}{\tau_p} + B \right) \right) + i\phi z \right]$$

воспроизводит сложную форму спектра, зависящую от значения параметра $-1 < B < \infty$ [77]. Для существования решения в таком виде необходимо принять некоторые допущения относительно параметров уравнения, однако данное решение позволяет качественно описывать различные режимы генерации волоконных лазеров с полностью нормальной дисперсией, в том числе импульсы прямоугольной формы, сильно chirпированные диссипативные солитоны и многоимпульсные режимы генерации. Также оно используется для описания внутрирезонаторной динамики сигнала и влияния спектральной фильтрации на генерацию сигнала в волоконных лазерах [78]. Недавно на основе рассмотренного решения была обобщена так называемая теорема площадей (soliton area), в которой утверждается, что энергия солитона обратно пропорциональна его длительности, в обобщённой теореме при определённом наборе параметров энергия импульса линейно растёт с увеличением длительности [79].

Основной идеей ещё одного подхода является поиск приближённых решений обобщённого уравнения Гинзбурга–Ландау, качественно повторяющих особенности экспериментально реализованных импульсов [64, 80–82]. Данные решения могут быть сопоставлены определённому набору параметров и обобщены на случай, когда диссипативные члены третьей и пятой степеней в уравнении заменяются функцией Лоренца, как в (14) [83].

3.2. Автономные решения

Оказывается, что оптические импульсы высокой мощности, имеющие параболическую форму и линейный частотный chirп, могут устойчиво распространяться в пассивном световоде с положительной дисперсией [84]. Данное наблюдение пробудило интерес к исследованию распространения коротких оптических импульсов в волоконных усилителях с положительной (нормальной) дисперсией, которые описывает уравнение (24) при $\beta_2 > 0$, $\Omega_G \rightarrow \infty$ и $\delta = 0$. Важно отметить, что, независимо от начальной формы импульса, при распространении в световоде он становится параболическим и приобретает квадратичную фазу, если $G - \Gamma > 0$ [85]. На рисунке 5а изображена эволюция сигнала с начальной гауссовой формой в световоде. На вставке показан импульс после распространения — с характерным параболическим временным профилем и линейным chirпом

(производная от фазы). В самом деле, независимо от начальной формы сигнала, chirпированный параболический импульс является для него глобальным аттрактором в асимптотическом пределе. Представим автономное параболическое решение в виде

$$A(z, t) = \sqrt{P_p(z) \left[1 - \frac{t^2}{\tau_p^2(z)} \right]} \exp(iC_p(z) t^2). \quad (32)$$

Подставив выражение (32) в уравнение (24) (при $\Omega_G \rightarrow \infty$ и $\delta = 0$) и приняв допущение $1/\tau_p^2 \ll C_p^2$ (так называемое квазиклассическое приближение), в асимптотическом пределе получим

$$\begin{aligned} \frac{dP_p}{dz} &= 2\beta_2 P_p C_p + 2(G - \Gamma) P_p, \\ \frac{d\tau_p}{dz} &= -2\beta_2 \tau_p C_p, \\ \frac{dC_p}{dz} &= 2\beta_2 C_p^2 - \gamma \frac{P_p}{\tau_p^2}. \end{aligned} \quad (33)$$

Уравнения (33) имеют аналитические решения:

$$\begin{aligned} P_p(z) &= A_0^2 \exp\left(\frac{4(G - \Gamma)z}{3}\right), \\ \tau_p(z) &= \frac{3\sqrt{\gamma\beta_2/2}}{G - \Gamma} A_0 \exp\left(\frac{2(G - \Gamma)z}{3}\right), \\ C_p(z) &= -\frac{G - \Gamma}{3\beta_2}, \end{aligned} \quad (34)$$

где $A_0 = [2(G - \Gamma) E_{in}/\sqrt{\gamma\beta_2/2}]^{1/3}/2$ и E_{in} — энергия сигнала на входе в световод. Ширина спектра сигнала может быть найдена из уравнений (34) и записана в виде $\omega_p = \sqrt{2\gamma/(5\beta_2)} A_0 \exp[2(G - \Gamma)z/3]$. Если коэффициент усиления является положительным ($G - \Gamma > 0$), то пиковая мощность, длительность и спектральная ширина сигнала экспоненциально растут и зависят только от параметров усилителя и начальной энергии. При распространении в световоде chirп сигнала становится постоянным — пропорциональным коэффициенту усиления и обратно пропорциональным коэффициенту дисперсии групповых скоростей. Характеристики импульса асимптотически приближаются к решению (34) независимо от его начальной формы. На рисунке 5б изображена фазовая плоскость

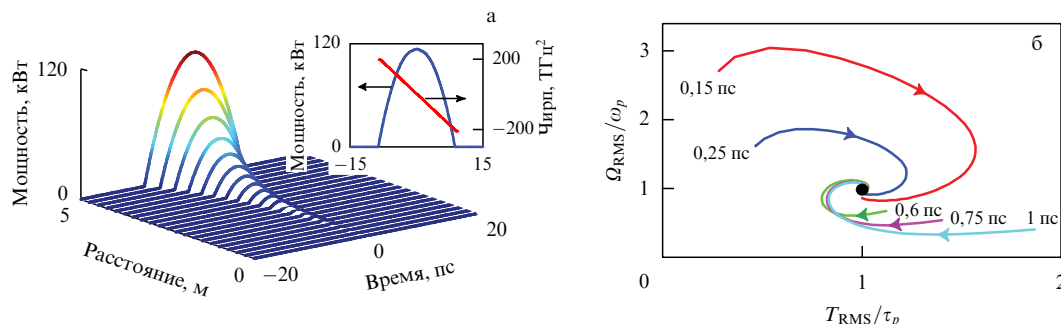


Рис. 5. (В цвете онлайн.) (а) Решение уравнения (24) с гауссовым импульсом в качестве начального сигнала. Энергия начального импульса $E = 100$ пДж, длительность $T_{FWHM} = 500$ фс, длина световода $L = 5$ м, $\beta_2 = 0,025$ пс² м⁻¹, $\gamma = 0,0051$ Вт⁻¹ м⁻¹, $G = 0,95$ м⁻¹, $\Gamma = \delta = 0$, $\Omega_G \rightarrow \infty$. Вставка — мощность и chirп сигнала после распространения в световоде. (б) Фазовые портреты решений, соответствующих начальной длительности импульса, изменяющейся в пределах от 150 фс до 1 пс.

кость, определённая отношением среднеквадратичной (RMS) длительности и спектральной ширины сигнала к асимптотическим значениям соответственно τ_p и ω_p . Результаты получены при решении уравнения (24) с гауссовым импульсом в качестве начального поля, $A(0, t) = \{E_{in}/[\sqrt{\pi}\tau_p(0)]\}^{1/2} \exp[-t^2/(2\tau_p^2(0))]$ ($E_{in} = 100$ пДж), длительность импульса (FWHM) изменялась от 150 фс до 1 пс, длина усилителя равна 5 м. Несмотря на то что эволюция импульсов с различной начальной длительностью протекает по разным траекториям, все импульсы стремятся к асимптотическому решению в виде симиляритона (точка с координатами (1, 1) на фазовой плоскости). Поскольку рассмотренные выше решения, называемые симиляритонами, являются глобальными аттракторами для системы, они могут найти применение в различных оптических системах.

3.3. Другие аналитические решения

Рассмотрим теперь практически важные решения (солитоны Подивилова – Калашникова [64]) комплексного обобщённого уравнения Гинзбурга – Ландау (Cubic-Quintic Ginzburg–Landau Equation, CQGLE) для огибающей, которое отличается от обычного уравнения Хауса – Гинзбурга – Ландау (24) нелинейным слагаемым высшего порядка:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} = & \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - i\gamma|A|^2 A + (G - \Gamma) A + \\ & + \frac{G}{\Omega_G^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \delta|A|^2(1 - \zeta|A|^2) A. \end{aligned} \quad (35)$$

Для удобства введём обозначения $\sigma = \Gamma - G$, $\eta = G/\Omega_G^2$.

Первые два члена, описывающие дисперсию (β_2) и фазовую самомодуляцию (SPM — self-phase modulation) (γ), намного больше для сильно chirпированных диссипативных солитонов, чем оставшиеся четыре члена, описывающие разность между потерями и усилением (σ), спектральную фильтрацию (η), амплитудную самомодуляцию (δ) и насыщение амплитудной самомодуляции (ζ). Все параметры положительны для выбранных обозначений.

Усреднённая вдоль резонатора форма импульса, $A(t)$, может быть найдена как решение уравнения (35) при условии стационарности $\partial A/\partial z = 0$. Точное аналитическое решение стационарного CQGLE при нормальной дисперсии было впервые найдено в работе [86] для случая слабо chirпированных солитонов. Анализ устойчивости и нахождение области существования для этого решения были представлены в работах [71, 72, 87]. Чтобы характеризовать chirп (фазовую модуляцию) импульса, точное решение [86] может быть записано в следующем виде: $A = a(t)^{1+if}$ [72], где f — безразмерный параметр chirпа. Предел для сильного chirпа $f \rightarrow \infty$ достигается при следующих условиях для параметров системы: спектральная фильтрация намного меньше, чем общая дисперсия ($\eta \ll \beta_2$), и амплитудная самомодуляция намного меньше фазовой самомодуляции ($\delta \ll \gamma$). В этом пределе параметр chirпа выражается при помощи коэффициентов, описывающих параметры резонатора: $f \simeq 3/(\eta/\beta_2 + \delta/\gamma) \gg 1$ (см., например, [72]). При этом физически параметр f является произведением полуширины спектра Δ и половины длительности импульса τ_p ($f \simeq \Delta\tau_p$). Точное решение [86] при большом chirпе ста-

новится сингулярным и не имеет физического смысла, поэтому универсальный подход к анализу сильно chirпированных диссипативных солитонов, основанный на методе стационарной фазы, был представлен в работе [64].

Согласно представленному в работе [64] подходу, пиковая мощность импульса P_m может принимать два значения:

$$P_m^\pm = \frac{3}{8\zeta} \left(2 - \frac{\eta\beta_2}{\delta\gamma} \pm \sqrt{\left(2 - \frac{\eta\beta_2}{\delta\gamma} \right)^2 - 16 \frac{\sigma\zeta}{\delta}} \right). \quad (36)$$

Выражение для описания формы импульса может быть записано в неявном виде [64] как для положительной ($P_m = P_m^+$), так и для отрицательной ($P_m = P_m^-$) ветви:

$$\operatorname{arctanh}\left(\frac{\Omega(t)}{\Delta}\right) + \frac{1}{R} \operatorname{arctan}\left(\frac{\Omega(t)}{R\Delta}\right) = \frac{t}{\tau_p}. \quad (37)$$

Здесь $\Delta = \sqrt{(\gamma/\beta_2)P_m}$ — полуширина спектра сильно chirпированного диссипативного солитона, $\tau_p = 3\gamma^2/(\beta_2\zeta\delta\Delta^3(1+R^2))$ — длительность импульса, $\Omega(t)$ — мгновенная частота и R — единственный параметр, определяющий форму импульса и заданный следующим условием:

$$R = \sqrt{\frac{1 + \eta\gamma/\beta_2\delta}{\zeta P_m} - \frac{5}{3}}. \quad (38)$$

Также запишем выражение для спектра:

$$I(\omega) \simeq \frac{6\pi\gamma}{\zeta\delta} \frac{H(\Delta^2 - \omega^2)}{\omega^2 + R^2\Delta^2}, \quad (39)$$

где $H(x)$ — функция Хевисайда. Видно, что форма спектра зависит только от параметра R .

Замечательной особенностью этого решения является его масштабируемость. Форма импульса $P(t)/P^\pm = B(t/\tau_p)$ и форма его спектра $I(\omega)/I(0) = C(\omega/\Delta)$ зависят только от параметра R . Если все шесть параметров начального уравнения изменить при сохранении значения R , то формы импульса и спектра не будут меняться. Форма импульса сохранится, а амплитуда, длительность, chirп и ширина спектра будут масштабированы. В предельном случае $\zeta P_m \ll 1$ ($R \rightarrow \infty$) решение $P(t)$ стремится к $\operatorname{sech}^{-2}(t/\tau_p)$. Очевидно, что в этом случае амплитудная самомодуляция (кубический член) мала. Обращаем внимание, что в противоположном пределе $R \rightarrow 0$ форма импульса приближается к прямоугольной. Выражение для параметра chirпа при $R \rightarrow \infty$ может быть записано в следующем виде:

$$f = \Delta\tau_p = 3 \left(\frac{\delta}{\gamma} + \frac{\eta}{\beta_2} - \frac{2}{3} \zeta P_m \frac{\delta}{\gamma} \right)^{-1},$$

что близко к точному решению [72], при этом для противоположного предела формула для параметра chirпа может значительно отличаться.

Поскольку мощность импульса может принимать только положительные действительные значения, из уравнения (36) следует, что решения отсутствуют в области $\eta\gamma/\beta_2\delta < 2 - 4\sqrt{\sigma\zeta/\delta}$. Область определения для аналитического решения показана на рис. 6 в плоскости $(\eta\gamma/\beta_2\delta, \sigma\zeta/\delta)$. Цифрой I обозначена область, где отсутствуют решения. Ещё одно условие вытекает из ограничений для спектра импульса: $R^2 > 0$. Для положительной ветви ($P_m = P_m^+$) решения существуют в области IV, а для отрицательной ($P_m = P_m^-$) — в областях III и IV. В

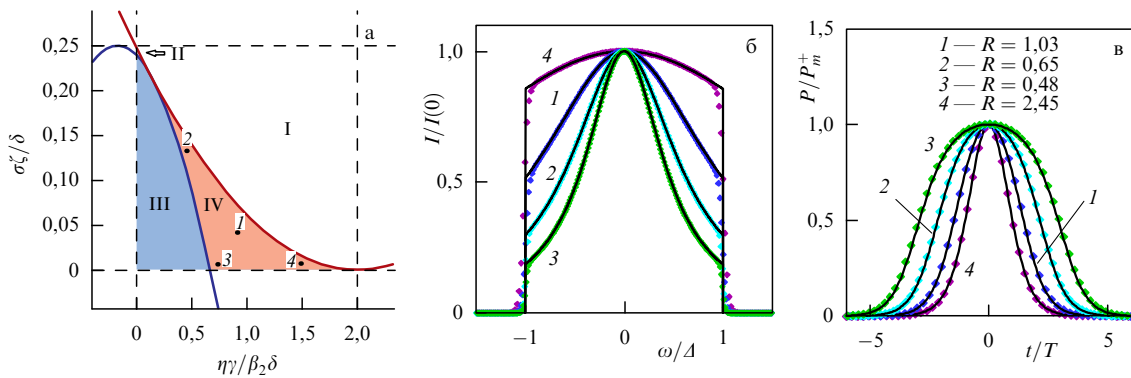


Рис. 6. (В цвете онлайн.) (а) Область существования решения в плоскости $(\eta\gamma/\beta_2\delta, \sigma\zeta/\delta)$: положительная ветвь ($P_m = P_m^+$) определена в области IV, отрицательная ($P_m = P_m^-$) — в областях III и IV. Точки, в которых проводились численные расчёты, отмечены цифрами 1–4. (б) Сравнение результатов численных расчётов (символы) с положительной ветвью аналитического решения (сплошная чёрная линия) для спектров импульса. (в) Форма импульса во временном пространстве для положительной ветви аналитического решения (сплошные линии).

области II обоих решений не существует, так как для этой области выполняется условие $R^2 < 0$. При этом отрицательная ветвь неустойчива во всей области существования (области III и IV), а положительная ветвь устойчива в своей области существования (область IV). В области I существуют устойчивые решения для слабого чирпа $f \leq 1$, тогда как сильно чирпированных решений не существует в этой области. В области III не было получено устойчивых решений ни для сильного, ни для слабого чирпа. Таким образом, область IV — единственная область существования и устойчивости для сильно чирпированных решений уравнения (35).

Сравним численное и аналитическое решения для различных точек из области IV на рис. 6а. Численное моделирование было проведено для следующих точек: точка 1 ($\sigma = 0,04$, $\eta = 1$, $\gamma = 9$), точка 2 ($\sigma = 0,13$, $\eta = 0,5$, $\gamma = 10$), точка 3 ($\sigma = 0,006$, $\eta = 0,75$, $\gamma = 10$), точка 4 ($\sigma = 0,007$, $\eta = 1,25$, $\gamma = 12$), при этом параметры $\beta_2 = 10$, $\delta = 1$, $\zeta = 1$ не менялись.

В ходе расчётов было установлено, что для выбранных точек результаты численного моделирования совпадают с аналитическим решением для положительной ветви во всей области определения (рис. 6б). Это значит, что спектральная форма чирпированного диссипативного солитонного решения уравнения (35) при условии сильного чирпа в общем зависит только от значения параметра R и не зависит от других параметров уравнения.

На рисунке 6в представлены формы импульса во временной области в различных точках из области определения. Таким образом, форма решения показана для различных значений параметра R . Например, при $R = 2,45$ форма импульса хорошо аппроксимируется формулой sech^{-2} , что близко к стандартному солитонному решению уравнения Гинзбурга–Ландау. С уменьшением R форма меняется и приближается к параболической в точке 3 (около левой границы области IV на рис. 6а). При $R \rightarrow 0$ (точно на левой границе области IV) импульс имеет форму, близкую к прямоугольной: $P = P_m^+ (1 - R^2 \tan^2(Rt/\tau_p))$ при $t < (\tau_p/R)\pi/2$.

4. Отображение Пуанкаре для описания лазерных систем

Рассмотренные выше усреднённые модели неприменимы, когда изменения амплитуды оптического импульса

и/или его фазы на одном обходе резонатора становятся значительными. В современных волоконных лазерах с синхронизацией мод, использующихся для генерации сверхкоротких высокоэнергетичных импульсов, обычно наблюдается сильно нелинейная динамика на одном обходе, соответствующая значительным изменениям сформировавшегося импульса на одном обходе резонатора. Например, распространение импульса с высокой интенсивностью по оптическому волокну может приводить к значительному уширению спектра оптического поля на одном обходе резонатора, что нарушает условие, на котором основаны усреднённые модели волоконных лазеров с синхронизацией мод. В этом случае модифицированное уравнение Хауса–Гинзбурга–Ландау может быть использовано только для моделирования распространения оптического поля через активное и пассивное волокна. Однако другие дискретные элементы, такие как насыщающийся поглотитель, ответвитель и фильтры, должны быть рассмотрены отдельно от распространения по волокну и не включаться в распределённую модель. При устойчивой генерации полученный импульс должен воспроизводить себя на каждом обходе резонатора. Математически это соответствует так называемому отображению Пуанкаре, которое больше подходит для описания периодической лазерной динамики, чем усреднённая модель. Полное изменение оптического поля за один обход лазерного резонатора \hat{T}_{RT} является результатом последовательных преобразований поля на каждом элементе лазерной системы: $\hat{T}_{RT} = \hat{T}_1 \hat{T}_2 \hat{T}_3 \hat{T}_4 \dots$. Здесь \hat{T}_k обозначает комплексный оператор преобразования, действующий на оптическое поле для разных внутризональных элементов, таких как пассивное и активное волокна, выводящий элемент, насыщающийся поглотитель, фильтр и т.д. Полное преобразование поля $A(t)$ за один обход резонатора даётся оператором \hat{T}_{RT} : $A_{n+1} = \hat{T}_{RT} A_n$. В простейшем случае асимптотическое состояние соответствует устойчивой точке этого отображения Пуанкаре: $A_{n+1} = \hat{T}_{RT} A_n = \exp(iA) A_n$. Включение дискретных элементов в моделирование лазера напрямую, а не в усреднённом по многим периодам виде, подчёркивает периодическую природу динамики излучения в резонаторе. Внутризональная динамика может быть оптимизирована путём изменения как параметров системы, так и самой конфигурации лазера. Математически, нелинейная динамика света в лазерном резонаторе делает операторы \hat{T}_k ,

отвечающие за преобразование поля на отдельных точечных элементах, некоммутирующими. Значительным практическим следствием этого математического факта является важность (для свойств генерируемых импульсов) порядка, в котором точечные элементы расположены в лазерном резонаторе.

Например, рассмотрим типичную схему диссипативного солитонного волоконного лазера со всюду нормальной дисперсией и кольцевым резонатором, состоящим из активного волокна (AF), пассивного волокна (PF), насыщающегося поглотителя (SA) и ответвителя (OC). Сравним энергию импульса на выходе из системы (после ответвителя) для различных вариантов расстановки элементов в волоконном лазере описанного типа. Обозначим каждую конфигурацию как последовательность компонентов в соответствии с их расположением в резонаторе. Например, конфигурация AF–PF–SA–OC означает, что за активным волокном следует пассивное волокно, за которым в свою очередь расположен насыщающийся поглотитель и т.д. Для удобства каждая конфигурация будет завершаться ответвителем. Таким образом, для перечисленного выше набора элементов возможны шесть различных конфигураций. Приведём их в порядке уменьшения энергии на выходе из резонатора: 1) PF–AF–SA–OC; 2) AF–SA–PF–OC; 3) AF–PF–SA–OC; 4) SA–PF–AF–OC; 5) PF–SA–AF–OC; 6) SA–AF–PF–OC. Таким образом, чтобы достичь максимальной энергии на выходе из резонатора, необходимо поместить насыщающийся поглотитель после усиливающей среды, а ответвитель — после насыщающегося поглотителя [88].

Преимущество конфигурации, дающей на выходе из системы максимальную энергию, становится более ощутимым при увеличении длины резонатора. При этом для коротких резонаторов выполняется следующее соотношение:

$$E_{\text{out}}^{(1)} \approx E_{\text{out}}^{(2)} \approx E_{\text{out}}^{(3)} > E_{\text{out}}^{(4)} \approx E_{\text{out}}^{(5)} \approx E_{\text{out}}^{(6)},$$

где $E_{\text{out}}^{(i)}$ — энергия на выходе из резонатора с i -й расстановкой элементов. Изменение энергии и других параметров генерируемых импульсов при изменении порядка внутрирезонаторных элементов наиболее ясно показывает нелинейный характер возникающих структур.

Существуют два типа масштабов в лазерных системах: "быстрый" масштаб, который соответствует динамике импульса на масштабе резонатора; "медленный" масштаб, соответствующий изменениям импульса на многих временах обхода резонатора. Медленная эволюция может быть описана с использованием различных математических подходов, которые приводят к уравнениям типа Хауса–Гинзбурга–Ландау. Такая медленная динамика может быть изображена в одной отдельной точке в резонаторе через "стробоскопическую" эволюцию, или путём рассмотрения решения в терминах отображения Пуанкаре в периодических системах.

Приведём несколько примеров. На рисунке 7а показан типичный фазовый портрет в плоскости (чирп, ширина импульса) для волоконного лазера с пассивной синхронизацией мод на основе SESAM, подробно описанного в разделе 8.2. Для получения графика были использованы следующие значения параметров волоконного лазера: коэффициент усиления $g_0 = 5,5$ дБ, кумулятивная дисперсия второго порядка $\beta_2 = -0,046$ пс², дисперсия третьего порядка $\beta_3 = 5 \times 10^{-4}$ пс³, глубина модуляции $q_0 = 0,3$, энергия насыщения $E_{\text{sat}} = 0,5$ пДж, время восстановления SESAM $\tau_{\text{sat}} = 10$ пс. Видно, что начальное шумовое возмущение эволюционирует в одноимпульсный режим со следующими асимптотическими характеристиками: длительность импульса $T_{\text{FWHM}} = 0,56$ пс, параметр чирпа $C = -3,44$ пс⁻², пиковая мощность $P_0 = 120$ Вт. Математически решение представляет собой аттрактор, и любое начальное распределение приходит к этому устойчивому асимптотическому состоянию.

На рисунке 7б показана зависимость аттракторов от начальных условий для диссипативного солитонного волоконного лазера, схема которого приведена в разделе 8.1, при длине резонатора 2002 м. Параметры импульса (его среднеквадратическая ширина и мощность) представлены в точке выхода из лазерного резонатора. Одна из линий соответствует эволюции гауссова начального распределения поля, а другая — белого шума к аттрактору, отмеченным окружностями.

В обоих случаях, поскольку лазер представляет собой диссипативную систему, видно, что эволюция начального распределения поля отображается по спирали к точке притяжения — устойчивому импульсу, отвечающему периодическому решению.

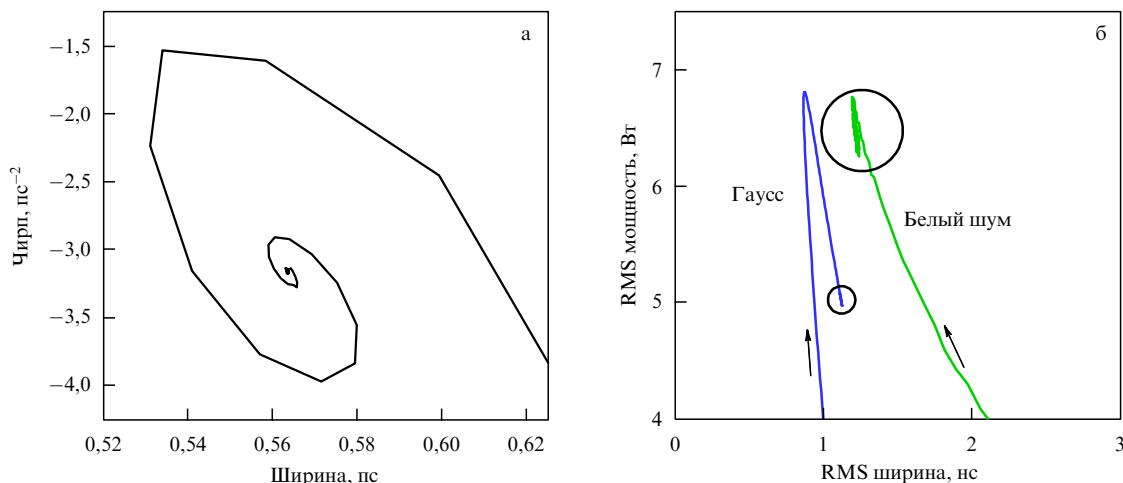


Рис. 7. (а) Фазовый портрет импульса в плоскости (чирп, ширина импульса). (б) Аттракторы для различных начальных распределений поля: эволюция гауссова начального распределения и белого шума к аттракторам, отмеченным окружностями.

5. Упрощённые модели для описания динамики лазерных импульсов

Часто динамика импульса в волокне может быть описана с помощью эволюционных уравнений для ключевых характеристик импульса, таких как временная длительность, пиковая мощность, энергия, параметр chirpa и ширина спектра [41]. Частицеподобные свойства импульсов при некоторых допущениях делают возможным получение замкнутой системы связанных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), которые хорошо аппроксимируют ключевые особенности динамики импульса. Это важное упрощение — прямое следствие того, что импульс является волновым пакетом, который может быть хорошо описан конечным числом степеней свободы. Вместо анализа уравнения в частных производных (24) можно использовать конечный набор ОДУ, чтобы описать динамику импульса. Для получения таких ОДУ для уравнений типа НУШ применяют как вариационный метод, так и метод моментов (близкий по идеологии к методу Галёркина). Вариационный подход [89] основан на возможности переписать НУШ в терминах вариационной проблемы, в которой лагранжиан должен быть минимизирован для функции огибающей. Это было впервые использовано для уравнений типа НУШ Андерсоном в 1983 г. [90] и с тех пор интенсивно применяется для моделирования различных возмущённых систем НУШ (см., например, [91–95]). Метод моментов (или среднеквадратический метод моментов), впервые продемонстрированный в нелинейной оптике в 1971 г. [96], позволяет вычислять такие характеристики импульса, как его длительность и пиковая мощность в терминах интегральных (по времени) величин. Основное уравнение в частных производных может быть преобразовано в систему ОДУ, описывающих динамику (по z) интегральных характеристик [97] (root-mean-square, RMS). Этот метод применяют для описания распространения импульса в волокнах [98, 99], а также в дисперсионно-управляемых системах [94, 100–103].

Наиболее распространённым подходом к математическому моделированию генерации и распространения оптических импульсов в современных волоконных лазерных системах является последовательное решение уравнений, соответствующих каждому элементу резонатора (см., например, [9, 28, 59, 61, 65, 104–109]). В общем случае существует необходимость проводить отдельные расчёты для каждого конкретного набора параметров системы и отслеживать динамику импульса в течение многих обходов резонатора, пока не произойдёт стабилизация импульса. Данный подход зачастую позволяет обеспечить высокую точность расчётов и хорошее согласование результатов численных расчётов и экспериментов. Однако любые исследования, включающие многопараметрическую оптимизацию конструкций волоконного лазера, требуют больших временных затрат и наличия существенных вычислительных мощностей. При проведении многопараметрической оптимизации более эффективными оказываются методы исследований, предполагающие меньшую точность из-за использования некоторых аналитических приближений и распределённого учёта действия оптических устройств в лазере, а также применения относительно быстрых алгоритмов численного моделирования. Форма устойчивых режимов генерации в волоконных лазерах (солитонных режи-

мов) с дисперсионным управлением часто характеризуется автоматической центральной частью и затухающими хвостами [65, 94, 100, 101, 103, 110, 111], при этом разность полной энергии импульса и энергии его центральной части незначительна. В связи с этим наибольший интерес представляет исследование "быстрой" (т.е. в пределах одного обхода резонатора) динамики центральной части оптических импульсов. Такое разделение формы диссипативного солитона на автоматическую центральную часть и затухающие хвосты позволяет использовать более простые математические модели, основанные на системах обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, для исследования динамики оптических импульсов в лазерных резонаторах.

Как известно, распространение оптического импульса в активном оптическом волокне может быть описано с помощью обобщённого нелинейного уравнения Шрёдингера [9, 28, 59, 61, 65, 104–109] (ср. с уравнением (24)):

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma |A|^2 A + (G - \Gamma) A + \frac{G}{\Omega_G^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}, \quad (40)$$

где в общем случае $G = G(z)$ и подчиняется уравнению (31).

Далее будем рассматривать устойчивые одноимпульсные режимы генерации. При выполнении этого условия импульсы с предыдущих обходов уже привели к насыщению усиления, и установился баланс между усилением и потерями. Тогда можно определить взаимосвязь ненасыщенного усиления с энергией импульса через параметры волоконного лазера Γ , P_{satG} и T_R .

Введём обозначение $\tilde{z} = z/L$, где L — длина лазерного резонатора. Тогда получим масштабированное уравнение:

$$A_{\tilde{z}} = id(\tilde{z}) A_{\tilde{z}\tilde{z}} + i\varepsilon |A|^2 A + (g - l_0) A + v g A_{\tilde{z}\tilde{z}}, \quad (41)$$

где $d(\tilde{z}) = -\beta_2 L/2$, $\varepsilon = \gamma L$, $v = G/\Omega_G^2$, $l_0 = \Gamma L$, $g = GL$. После масштабирования $d(\tilde{z} + 1) = d(\tilde{z})$.

Можно преобразовать уравнение (41) к системе уравнений для среднеквадратичных (RMS) характеристик импульса [65, 108]. Для описания динамики центральной части солитона с помощью ключевых характеристик импульса рассмотрим эволюцию следующих интегральных величин [41, 52, 99, 112]:

$$T_{\text{RMS}}(\tilde{z}) = \sqrt{\frac{\int_0^{T_R} t^2 |A(\tilde{z}, t)|^2 dt}{\int_0^{T_R} |A(\tilde{z}, t)|^2 dt}}, \quad (42)$$

$$C_{\text{RMS}}(\tilde{z}) = \frac{i}{4} \frac{\int_0^{T_R} t [A(\tilde{z}, t) A_t^*(\tilde{z}, t) - A^*(\tilde{z}, t) A_t(\tilde{z}, t)] dt}{\int_0^{T_R} |A(\tilde{z}, t)|^2 dt}, \quad (43)$$

$$P_{\text{RMS}}(\tilde{z}) = \frac{\int_0^{T_R} |A(\tilde{z}, t)|^4 dt}{\int_0^{T_R} |A(\tilde{z}, t)|^2 dt}, \quad (44)$$

$$\Omega_{\text{RMS}}(\tilde{z}) = \sqrt{\frac{\int_0^{T_R} |A_t(\tilde{z}, t)|^2 dt}{\int_0^{T_R} |A(\tilde{z}, t)|^2 dt}}, \quad (45)$$

которые описывают среднеквадратичные ширину импульса T_{RMS} , мощность импульса P_{RMS} , параметр фазовой модуляции C_{RMS} и спектральную ширину Ω_{RMS} . Разрешив уравнение (41) относительно среднеквадратичных величин в предположении параболичности фазы

оптического сигнала [113], получим [65]

$$\frac{dT_{\text{RMS}}}{d\bar{z}} = 4d(\bar{z}) \frac{C_{\text{RMS}}}{T_{\text{RMS}}} - \nu g \frac{1}{T_{\text{RMS}}^2} (I_1 - 1 - T_{\text{RMS}}^2 \Omega_{\text{RMS}}^2),$$

$$\frac{dC_{\text{RMS}}}{d\bar{z}} = d(\bar{z}) \Omega_{\text{RMS}}^2 - \frac{\varepsilon}{4} P_{\text{RMS}} + \nu g (I_2 + 2C_{\text{RMS}} \Omega_{\text{RMS}}^2),$$

$$\frac{dP_{\text{RMS}}}{d\bar{z}} = -4d(\bar{z}) \frac{C_{\text{RMS}} P_{\text{RMS}}}{T_{\text{RMS}}^2} + 2(g - l_0) P_{\text{RMS}} + 2\nu g (I_3 + \Omega_{\text{RMS}}^2 P_{\text{RMS}}),$$

$$\frac{d\Omega_{\text{RMS}}}{d\bar{z}} = -2\varepsilon \frac{C_{\text{RMS}} P_{\text{RMS}}}{T_{\text{RMS}}^2} + 2\nu g (-I_4 + \Omega_{\text{RMS}}^4),$$

где

$$I_1 = \int_0^{T_{\text{R}}} \frac{t^2 |A_t(\bar{z}, t)|^2}{E} dt,$$

$$I_2 = -i \int_0^{T_{\text{R}}} \frac{t}{2E} [A_t(\bar{z}, t) A_{tt}^*(\bar{z}, t) - A_t^*(\bar{z}, t) A_{tt}(\bar{z}, t)] dt,$$

$$I_3 = \int_0^{T_{\text{R}}} \frac{|A(\bar{z}, t)|^2}{E} [A(\bar{z}, t) A_{tt}^*(\bar{z}, t) + A^*(\bar{z}, t) A_{tt}(\bar{z}, t)] dt,$$

$$I_4 = \int_0^{T_{\text{R}}} \frac{|A_{tt}(\bar{z}, t)|^2}{E} dt,$$

$$E = \int_0^{T_{\text{R}}} |A(\bar{z}, t)|^2 dt.$$

Наличие диссипативных членов в уравнении (41) приводит к появлению в системе, описывающей динамику среднеквадратичных характеристик, моментных интегралов I_1, \dots, I_4 , что делает её незамкнутой. Однако можно упростить систему, если предположить, что оптический импульс имеет специальную форму. Это позволяет вычислить все среднеквадратичные интегралы и в итоге замкнуть систему обыкновенных дифференциальных уравнений. В общем случае может быть использована любая аппроксимационная форма оптического сигнала, например, гиперболический секанс, гауссов или параболический профиль. Далее рассмотрим chirпированный гауссов импульс вида

$$A(\bar{z}, t) = \sqrt{P(\bar{z})} \exp \left[-\frac{t^2}{2\tau_p^2(\bar{z})} (1 - iC(\bar{z})) + i\varphi(\bar{z}) \right].$$

Локальные и среднеквадратичные характеристики сигнала в этом случае связаны следующим образом: $T_{\text{RMS}} = \tau_p/\sqrt{2}$, $C_{\text{RMS}} = C/4$, $P_{\text{RMS}} = P/\sqrt{2}$ и $\Omega_{\text{RMS}}^2 = (1 + C^2)/(2\tau_p^2)$.

Тогда задача описания динамики центральной части диссипативного солитона через его ключевые характеристики (ширину τ_p , пиковую мощность P и chirп C) может быть сведена к краевой задаче нахождения периодических решений системы нелинейных ОДУ [65, 108]:

$$\frac{d\tau_p}{d\bar{z}} = 2d(\bar{z}) \frac{C}{\tau_p} - \nu g \frac{1}{\tau_p} (C^2 - 1), \quad (46)$$

$$\frac{dC}{d\bar{z}} = (2d(\bar{z}) - 2\nu g C) \frac{1 + C^2}{\tau_p^2} - \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} P, \quad (47)$$

$$\frac{dP}{d\bar{z}} = -2d(\bar{z}) \frac{CP}{\tau_p^2} + 2(g - l_0) P - 2\nu g \frac{P}{\tau_p^2}, \quad (48)$$

где

$$g = g(\tau_p, P) = \frac{g_0}{1 + P\tau_p\sqrt{\pi}/\varepsilon_0},$$

с периодическими краевыми условиями

$$\tau_p(0) = \tau_p(1), \quad C(0) = C(1), \quad P(0) = P(1). \quad (49)$$

Детальное сравнение результатов численного моделирования, полученных при помощи системы ОДУ, и результатов полного моделирования на основе уравнения НУШ представлено в работе [114]. В ходе исследования проводилось математическое моделирование распространения оптического импульса по лазерному резонатору с дисперсионной картой, состоящей из волоконного сегмента с положительной дисперсией второго порядка и волоконного сегмента с отрицательной дисперсией. Таким образом, средняя дисперсия резонатора (здесь и далее все величины масштабированы) $\langle D \rangle = d^- + d^+$, где d^- и d^+ — дисперсии волоконного сегмента с отрицательной и положительной дисперсией соответственно. Глубина вариаций дисперсии выражается как $D = d^- - d^+$. Таким образом, был рассмотрен профиль хроматической дисперсии следующего вида:

$$d(z) = \begin{cases} D + \langle D \rangle, & 0 \leq z < 0,25, \\ -D + \langle D \rangle, & 0,25 \leq z < 0,75, \\ D + \langle D \rangle, & 0,75 \leq z < 1. \end{cases}$$

Было достигнуто хорошее соответствие результатов моделирования для режимов с аномальной дисперсией. На рисунке 8 представлено сравнение линий уровня энергии импульса E , ширины импульса τ_p и пиковой мощности P , полученных при моделировании НУШ (рис. 8а) и системы ОДУ (рис. 8б) в плоскости $(\langle D \rangle, D)$ для режимов с аномальной дисперсией.

Таким образом, для аномальных дисперсионных режимов результаты применения представленного метода хорошо согласуются с результатами моделирования при помощи нелинейного уравнения Шрёдингера. Однако временные и особенно спектральные характеристики импульсов неудовлетворительно представляются системой ОДУ для режимов с нормальной дисперсией. Тем не менее даже в этих случаях упрощённая система уравнений достаточно хорошо предсказывает энергию импульса.

6. Диссипативные солитоны Максвелла – Блоха

В случае небольших изменений характеристик импульса и среды за один проход света через резонатор и сравнительно небольших времён релаксации активной (усилитель) и пассивной (поглотитель) сред динамику формирования диссипативных солитонов можно описать уравнениями (8) и (11), которые отвечают "некогерентной" самосинхронизации мод (длительность импульса значительно превышает время релаксации дипольных моментов или же поляризованности среды). В работах [45, 46] дополнительно полагалось $\beta_3 = 0$, $\gamma = 0$, а временные переменные нормировались на величину $\tau_{\text{sc}} = \sqrt{-\text{Re} \beta_2}$ (аномальная дисперсия). Тогда $\beta_2 = -(1 - id_2)\tau_{\text{sc}}^2$, где $d_2 = \tau_{\text{sc}}^{-2} \text{Im} \beta_2 > 0$ характеризует ширину контура спектральной фильтрации. Частотные расстройки считались

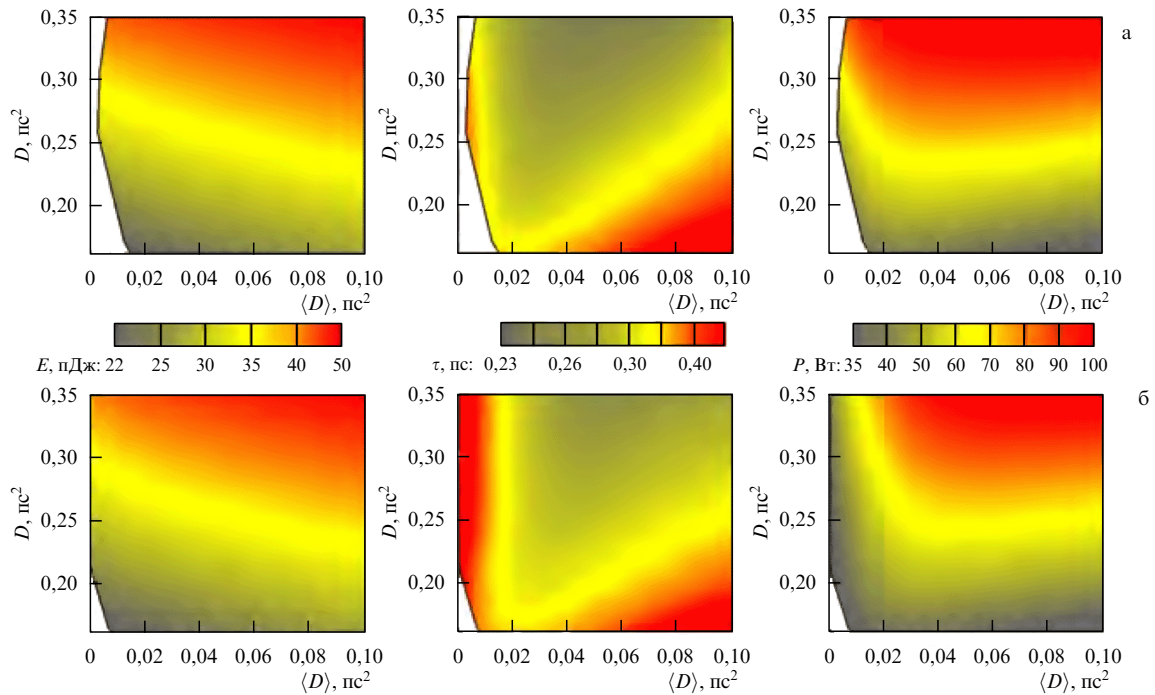


Рис. 8. (В цвете онлайн.) Линии уровня энергии импульса E , ширины импульса τ_p и пиковой мощности P , полученных при помощи полного моделирования (а) и при помощи системы ОДУ (б) в плоскости $(\langle D \rangle, D)$ для аномальных режимов.

малыми по сравнению с шириной однородного контура усиления и поглощения.

Анализ и численные расчёты подтверждают существование решений уравнений (8) и (11) в виде устойчивых локализованных структур. Необходимым условием существования диссипативных солитонов служит устойчивость безгенерационного режима. При этом слабые исходные возмущения со временем рассасываются (ввиду этого в режиме солитонов эффективно подавляются шумы). Но если интенсивность насыщения для поглотителя меньше, чем для усилителя, то с ростом интенсивности насыщенное усиление будет превышать насыщенное поглощение, и произойдёт жёсткое возбуждение генерации. Поэтому имеет место бистабильность (при одних и тех же параметрах в зависимости от начальных условий генерация отсутствует или реализуется). Качественно можно представить лазерный солитон как движущийся островок генерации на фоне безгенерационного режима.

В случае быстрой нелинейности имеется дискретный набор одиночных (с различной формой временного профиля, как стационарной, так и пульсирующей) и связанных солитонов. Конечность времени релаксации усиления и поглощения вносит асимметрию в профиль солитонов и существенно влияет на характер их взаимодействия друг с другом. Численные расчёты показывают существование стационарных решений уравнений (8) и (11) в широком интервале изменения характерных относительных времён релаксации $\tau_a = \tau_p = 0,1-10$, где $\tau_{a,p} = T_1^{(a,p)} / \tau_{sc}$. В приближении распределённых потерь форма импульса стабилизируется и он движется с постоянной скоростью, отличающейся от групповой скорости света. При этом профиль фазы имеет характерный линейный наклон в сторону движения солитона. Для заданных характеристик среды существует единственное стационарное значение скорости и сдвига частоты соли-

тона. Если значения времён релаксации достаточно малы ($\tau_a \approx \tau_p \approx 1-3$), то форма установившегося световодного солитона мало отличается от формы в случае лазерного солитона с безынерционными средами ($\tau_a = \tau_p = 0$), причём скорость движения солитона меньше групповой скорости ("медленный" солитон). Более того, если спектральная фильтрация отсутствует ($d_2 = 0$ и среда безынерционна), то импульс непрерывно замедляется, так что не существует стационарного солитона (см. также [115]). Для достаточно малого значения $d_2 \approx 0,02$ сдвиг скорости настолько велик, что он приводит к перераспределению баланса усиления и поглощения, достаточному для того, чтобы нарушить условия существования солитона. В этих условиях солитон рассасывается и устанавливается безгенерационное состояние. Для значений $d_2 \approx 0,2-0,5$ сдвиг скорости солитона невелик и солитон устойчив. Большие значения параметра фильтрации приводят к нарушению баланса между потерями и усилением солитона даже для безынерционных сред.

На рисунке 9 приведены установившиеся распределения интенсивности солитона и его спектр для разных значений параметра d_2 в случае среды с быстрой нелинейностью ($\tau_a = \tau_p = 0-1$). Видно, что по мере роста времён релаксации пиковая интенсивность снижается и спектр сдвигается в область более высоких частот.

На рисунке 10 показаны аналогичные характеристики для "быстрых" солитонов в световоде с достаточно инерционной нелинейностью (времена релаксации $\tau_a = \tau_p = 10$). В этом случае как свойства, так и кинетика образования таких состояний качественно изменяются по сравнению с солитонами в безынерционной среде. Прежде всего, его скорость увеличивается, сдвиг скорости (по отношению к групповой) положителен. Интенсивность в максимуме в два-три раза больше интенсивности однородного устойчивого состояния. Длитель-

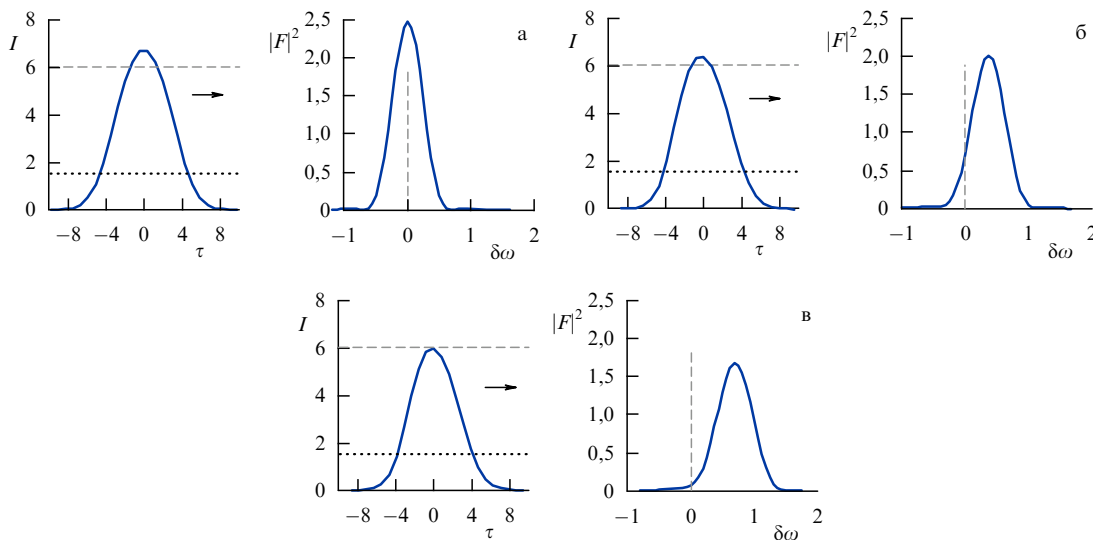


Рис. 9. Профили интенсивности $I(\tau)$ и спектр $|F(\delta\omega)|^2$ установившихся устойчивых солитонов в световоде с быстрой релаксацией разности населённости: $\tau_a = \tau_p = 0, d_2 = 0,1$ (а); $\tau_a = \tau_p = 1, d_2 = 0,1$ (б); $\tau_a = \tau_p = 1, d_2 = 0,05$ (в). Скорость импульсов на рис. б, в меньше скорости импульса в случае безынерционного солитона (рис. а), частотный сдвиг положителен. Отстройка частоты на рисунке нормирована на временной масштаб, $\delta\omega = (\omega - \omega_{21}^a) \tau_{sc}$.

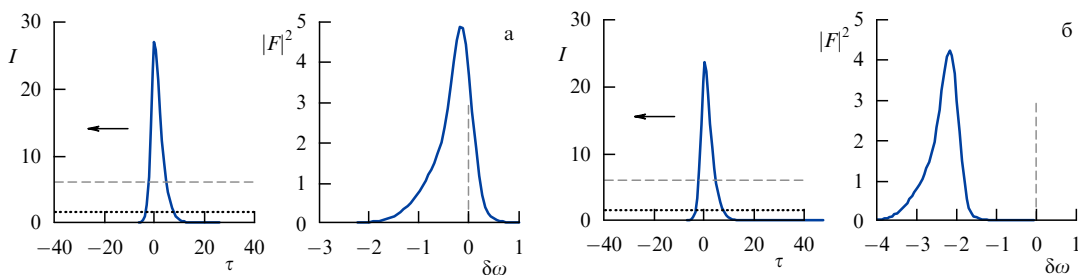


Рис. 10. Профили интенсивности и спектр установившихся устойчивых солитонов в световоде с медленной релаксацией разности населённости: $\tau_a = \tau_p = 10, d_2 = 0,1$ (а), $0,01$ (б). Скорость импульсов здесь больше, чем в случае безынерционного солитона (рис. 9а), частотный сдвиг отрицателен.

ность импульса в среде с существенной релаксацией примерно такая же, как в безынерционных средах, но интенсивность на периферии уменьшается более медленно, существует релаксационный "хвост". Скорость такого импульса по-прежнему стабилизируется при ненулевых значениях параметра d_2 , и чем меньше этот параметр, тем больше положительный сдвиг скорости.

Солитон при $\tau_p = 0, \tau_a = 1$ устойчив на интервале $d_2 \approx 0,3-0,6$. Он теряет устойчивость при $d_2 > 0,7$, распадаясь с установлением безгенерационного состояния. Однако при $d_2 < 0,2$ сценарий потери устойчивости иной: ширина солитона монотонно увеличивается, а интенсивность стремится к значению интенсивности устойчивой однородной генерации.

7. Диссипативные солитоны самоиндуцированной прозрачности

Прогресс в лазерной физике делает актуальной задачу генерации всё более коротких лазерных импульсов, вплоть до субфемтосекундной (аттосекундной) длительности. Эффективная генерация таких импульсов позволила бы разрешать во времени движение электронов в атомах, молекулах и твёрдом теле, строить компактные ускорители электронов и ионов, генерировать предельно

короткие импульсы рентгеновского излучения для биологических, медицинских и технических применений. Принятые сейчас подходы основаны на суммировании излучения многократных оптических гармоник и на воздействии сверхсильных оптических полей на тонкие мишени, причём эффективность таких подходов ограничена принципиальной многокаскадностью вовлекаемых физических процессов.

Потенциально высокой эффективностью характеризовался бы вариант прямой генерации предельно коротких импульсов (длительностью, сравнимой с обратной центральной частотой излучения) непосредственно в лазере. До недавнего времени этот путь считался принципиально невозможным из-за ограничения длительности импульса обратной шириной спектрального контура лазерного усиления [116]. Это обстоятельство ведёт к поиску лазерных сред с как можно более широким спектральным контуром усиления. Из известных лазеров наиболее широкой линией усиления характеризуется лазер на титан-сапфире. Однако даже в этом лазере невозможно генерировать импульсы длительностью короче двух оптических периодов [117-119]. Но это ограничение может быть преодолено в режиме экстремальной нелинейной оптики, когда вызванное самим импульсом уширение контура усиления столь велико, что

его ширина становится сравнимой с частотой лазерного перехода.

Это можно пояснить двумя родственными способами. Во-первых, рассмотрим, например, одномодовый световод с насыщающимся усилением и поглощением в режиме, близком к самоиндуцированной прозрачности [120, 121]. В отсутствие диссипативных факторов (усиления и поглощения) солитоны самоиндуцированной прозрачности образуют семейство со сплошным спектром ширин (и соответствующих пиковых значений интенсивности). Введение линейного усиления приводит к последовательной замене, по мере распространения импульса, солитонов в пределах семейства на всё более и более узкие. Такое самообострение исходно стандартных (фемтосекундных) импульсов ограничивается нелинейным характером усиления и поглощения, что приводит к формированию предельно коротких диссипативных солитонов длительностью порядка обратной частоты лазерного перехода, т.е. в единицы или даже доли фемтосекунды. Отметим, что предельно короткие импульсы оказываются аналогичными π -импульсам по отношению к поглотителю и 2π -импульсам по отношению к усилителю (с последующей более медленной кинетикой, определяемой релаксационными параметрами). Это ведёт к эффективному съёму энергии в усилителе и подавлению потерь в поглотителе. Во-вторых, и для сравнительно длинных импульсов в лазерах с насыщающимся поглощением известен эффект расширения спектрального контура под действием интенсивного лазерного излучения, как это поясняется в статье [50], в которой предложен и теоретически показан в действии метод когерентной синхронизации мод (КСМ). В недавней работе [122] такой режим продемонстрирован экспериментально для лазера на красителе с поглотителем в виде ячейки с молекулярным йодом. В режиме предельно коротких импульсов этот подход экспериментально ещё не изучен, ввиду чего ниже мы приведём только несколько результатов компьютерного моделирования таких режимов. Детали анализа содержатся в работах [123–133].

Заметим, что динамика предельно коротких импульсов в достаточно длинных резонаторах, в которых время пробега света через свободные промежутки превышает времена релаксации среды, и в световодах с насыщающимся усилением и поглощением не различается принципиально. И в том, и в другом случаях распространение излучения описывается уравнением (1), т.е. без исполь-

зования приближений медленно меняющейся огибающей и однонаправленного распространения. Материальные уравнения для усилителя и поглотителя отвечают уравнениям для матрицы плотности (4) и (5), вновь без использования приближения медленно меняющихся амплитуд. При этом для световодной схемы в ряде случаев необходим переход от двухуровневой к более полной трёхуровневой схеме рабочих уровней (рис. 11). Частотной дисперсией коэффициентов отражения зеркал в простейшем случае можно пренебречь.

Характер взаимодействия предельно короткого импульса со средой виден из рис. 11. Для активных центров (усилитель) импульс быстро меняет знак разности населённостей, т.е. действует как π -импульс, после чего следует длительная, определяемая временами релаксации стадия восстановления исходных значений населённостей. А для пассивных центров, концентрация которых значительно больше, чем у активных, населённости уровней после прохождения импульса практически восстанавливаются. Поэтому для них это 2π -импульс. Аналогична динамика формирования предельно коротких импульсов в случае неоднородного уширения.

Для реализации диссипативных солитонов самоиндуцированной прозрачности в активных кварцевых световодах и волоконных лазерах необходимо выполнить ряд условий. Существенно, чтобы доминировала именно резонансная нелинейность, а матрица (кварц) при таких уровнях интенсивности вела себя как слабо нелинейная. Это достижимо, например, если активные центры — квантовые точки, дипольные моменты рабочих переходов в которых значительно больше, чем в атомных системах. Фактором, ограничивающим длительность предельно короткого импульса, служит поглощение матрицы в ИК- и УФ-спектральных диапазонах. Соответственно, спектр такого импульса (когерентный суперконтинуум) занимает практически всю область прозрачности матрицы, ограничиваясь её полосами.

8. Примеры диссипативных солитонов в волоконных лазерах

8.1. Диссипативные солитоны в длинных волоконных лазерах

Длина резонатора является важным параметром волоконной лазерной системы, определяющим характери-

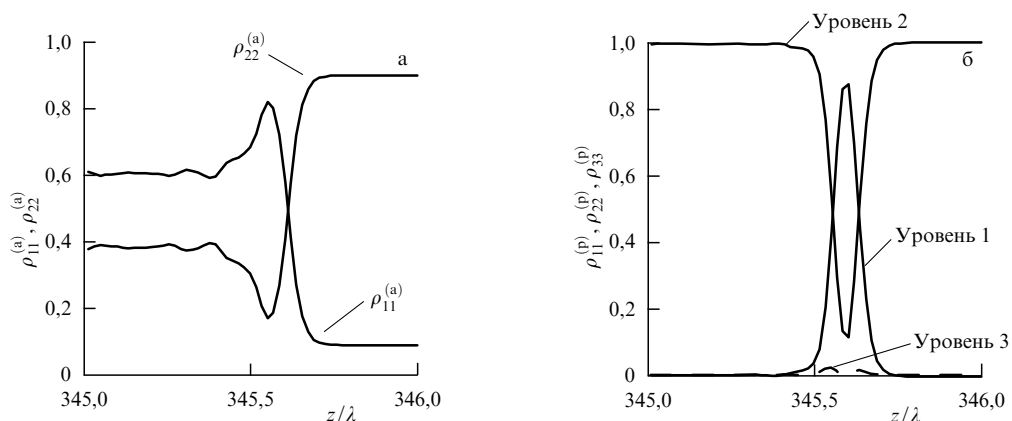


Рис. 11. Эволюция населённостей рабочих уровней 1 и 2 активных (а) и 1, 2 и 3 пассивных (б) центров при прохождении через них импульса самоиндуцированной прозрачности.

стики оптических импульсов [134]. В импульсных волоконных лазерах при значительном увеличении длины резонатора появляется возможность достигнуть значительного увеличения энергии импульса [52, 53]. На настоящий момент продемонстрирована синхронизация мод в лазере длиной 25 км [135], при этом максимальная энергия импульса, достигнутая в ультрадлинных волоконных лазерах с синхронизацией мод, равна 4 мкДж [136]. В последнее время большое число теоретических исследований и экспериментов было посвящено волоконным лазерам с высокой энергией полученных импульсов с длиной резонатора в несколько километров без применения традиционных подходов, таких как модуляция добротности и открытие резонатора (см., например, [52–54, 137–139]). Волоконные лазеры обеспечивают возможность использования большого количества нелинейных механизмов при получении и формировании излучения [48, 65, 82, 103, 105, 108, 112, 140–142]. При этом нелинейные эффекты делают численное моделирование волоконных лазеров довольно трудной задачей. Численное моделирование волоконных лазерных систем со сверхдлинным резонатором затруднено из-за таких технических сложностей, как большое время вычислений и необходимость использования значительных вычислительных ресурсов. В последнее время численное моделирование использовалось для анализа свойств длинных волоконных лазеров с пассивной синхронизацией мод на основе нелинейного вращения поляризации с длиной резонатора от 100 м [137, 138] до 8 км [53].

На рисунке 12а изображена схема волоконной лазерной системы, которая рассматривалась при численном моделировании. Кольцевой резонатор состоит из активного эрбиевого волокна длиной 2 м, пассивного волокна переменной длины, насыщающегося поглотителя и ответвителя. Обычно в резонаторах с аномальной дисперсией импульс испытывает солитонные неустойчивости [108]. Как известно, влияние нелинейных эффектов, ведущих к разрушению импульса, возрастает при увеличении длины резонатора с аномальной средней дисперсией. Одноимпульсные режимы были получены только для длины резонатора не более 10 м при использовании стандартного одномодового волокна SMF-28. Кумулятивная дисперсия резонатора в этом случае была равна $-0,0742 \text{ ps}^2$. Чтобы избежать возникновения солитонных неустойчивостей, при моделировании длинного волоконного лазера использовалось волокно с положительной дисперсией OFS-980.

В ходе численного эксперимента применялся точечный подход, когда каждому элементу соответствует отдельная математическая модель. Детали моделирования данной лазерной системы представлены в работе [143]. Параметры элементов лазерной системы приведены в табл. 1. Несущая длина волны генерации лазера $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$.

Время обхода резонатора в такой системе $T_R = n_0 L / c$, где $L = L_{AF} + L_{PF}$ — общая длина резонатора, L_{PF} — длина пассивного волокна, коэффициент преломления в сердцевине $n_0 \approx 1,5$.

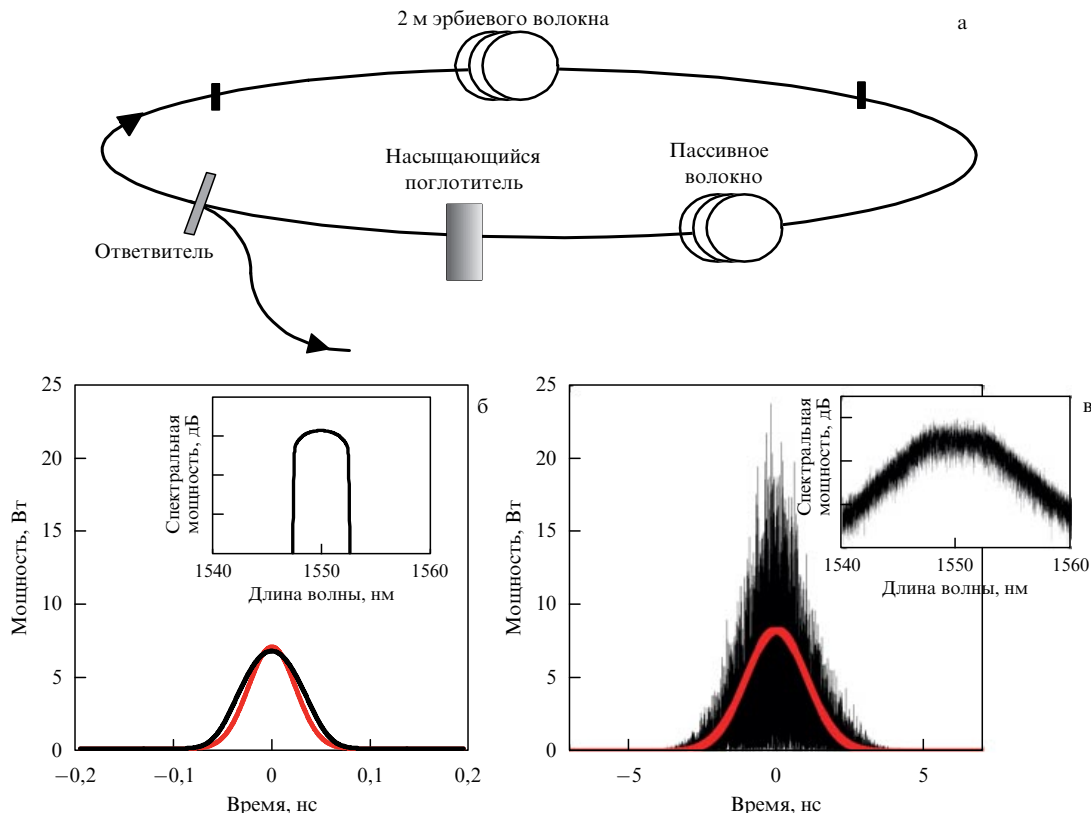


Рис. 12. (В цвете онлайн.) (а) Схема диссипативного солитонного волоконного лазера. (б, в) Форма импульсов. Чёрная линия — импульсы, сгенерированные из белого шума в качестве начального распределения, красная линия — аппроксимация гауссовым импульсом, построенным по RMS характеристикам, в случае резонатора 32 м (б) и 2002 м (в). Вставки на графиках показывают соответствующие усреднённые спектры импульсов, полученных из белого шума.

Таблица 1. Значения параметров волоконного лазера

Элемент	Параметр	Значение
Активное эрбиевое волокно [140]	Длина L_{AF}	2 м
	Дисперсия второго порядка β_2	$76,9 \text{ фс}^2 \text{ мм}^{-1}$
	Дисперсия третьего порядка β_3	$168 \text{ фс}^3 \text{ мм}^{-1}$
	Нелинейный параметр γ	$0,00932 \text{ Вт}^{-1} \text{ м}^{-1}$
	Ширина спектра усиления A_G	50 нм
	Коэффициент усиления G_0	5,4 дБ м^{-1}
	Мощность насыщения $P_{sat G}$	20 мВт
Пассивное волокно OFS-980 [140]	Дисперсия второго порядка β_2	$4,5 \text{ фс}^2 \text{ мм}^{-1}$
	Дисперсия третьего порядка β_3	$109 \text{ фс}^3 \text{ мм}^{-1}$
	Нелинейный параметр γ	$0,0021 \text{ Вт}^{-1} \text{ м}^{-1}$
	Волоконные потери α	0,2 дБ км^{-1}
Насыщающийся поглотитель [108]	Глубина модуляции q_0	10%
	Мощность насыщения P_{sat}	3,69 Вт
Ответитель	Потери на выходе R_{out}	Различные около 90%

В ходе исследования была продемонстрирована важность начального распределения поля при моделировании генерации импульсов в волоконных лазерах с длинным резонатором. Гладкое начальное распределение с малой амплитудой (например, гауссов импульс) обычно используется для моделирования волоконных лазеров с синхронизацией мод. Это упрощение базируется на допущении того, что асимптотическое состояние генерируется после многих обходов резонатора и не должно зависеть от каких-либо особенностей начального шума. Как правило, начальные условия не играют большой роли в формировании окончательного асимптотического состояния в нелинейной диссипативной лазерной системе. Однако в случае увеличения длины резонатора результирующие состояния могут быть различными для гладкого начального распределения поля и шумового распределения, как это будет показано ниже. В расчётах в качестве начальных распределений использовался белый шум и гауссов импульс малой амплитуды, а также следующие численные параметры: число узлов по времени — 2^{14} , число узлов по эволюционной переменной — 4000 на один обход резонатора.

Было определено, что установившиеся импульсные режимы в лазерной системе зависят от начальных условий. Например, одноимпульсные режимы, полученные из начального гладкого распределения, не обязательно совпадают с режимами, полученными из шумового начального распределения с такой же средней мощностью.

Для относительно коротких длин резонатора (до 32 м) одинаковые установившиеся одноимпульсные режимы могут быть получены из значительно различающихся самостартов. Для стабилизации энергии импульса при длине резонатора 32 м требуется более 4000 обходов резонатора. Для более коротких резонаторов для достижения устойчивого состояния в терминах эволюции энергии требовалось около 1000 обходов резонатора. Однако для длины резонатора ≥ 42 м установившиеся импульсные режимы могут не быть достигнуты даже после 120000 обходов резонатора. Как показали численные расчёты, необходимое число обходов для резонатора длиной более 20 м экспоненциально растёт.

Чёрная линия на рис. 12б показывает результирующую форму импульса и спектра (на вставке) для резона-

тора длиной 32 м. Как можно видеть из вставки на рис. 12б, спектр импульса имеет типичную форму, характерную для сильно chirпированных импульсов, с резкими спадами на краях [112].

Чёрная линия на рис. 12в иллюстрирует характерную форму импульса после 2000 обходов резонатора для общей длины резонатора 2002 м. В процессе численного моделирования не удалось достигнуть гладкой формы импульса даже после 20000 обходов резонатора. Типичная результирующая форма представляет собой огибающую с шириной порядка нескольких наносекунд и с сильной шумовой осцилляцией в наполнении огибающей. Шумовая составляющая может быть сопоставлена с импульсными коллапсными режимами, исследованными в работах [141, 142]. Будем считать импульс устойчивым, когда относительное изменение ε энергии импульса $\varepsilon = |E_i - E_{i+1}|/E_i$ не превышает 10^{-3} . Результирующая энергия импульса была равна 0,5 нДж и 16 нДж для длины резонатора 32 м и 2002 м соответственно.

Вставки на рис. 12б, в показывают усреднённые спектральные формы импульсов, полученные из начального белого шума. В случае резонатора длиной 2002 м спектр был усреднён по последним 10 обходам резонатора. Как можно видеть из графика, различное усиление для резонаторов 32 м и 2002 м может быть объяснено различными спектральными характеристиками.

Красными линиями на рис. 12б, в показан для сравнения гауссов импульс, обладающий теми же RMS характеристиками, что и полученные импульсы, и определённый стандартным образом: для гауссова импульса, заданного формулой $\sqrt{P} \exp(-t^2/\tau^2)$, соответствующие RMS характеристики задаются как $P = \sqrt{2}P_{RMS}$ и $\tau^2 = 4T_{RMS}^2$.

Здесь RMS характеристики импульса определены стандартным образом:

$$P_{RMS} = \frac{\int_0^{T_R} |A|^4 dt}{E}, \quad T_{RMS}^2 = \frac{\int_0^{T_R} t^2 |A|^2 dt}{E}, \quad (50)$$

где P_{RMS} и T_{RMS} — соответственно RMS мощность и RMS ширина импульса, $E = \int_0^{T_R} |A|^2 dt$.

Рисунок 13 показывает внутрирезонаторную динамику энергии и RMS характеристик (ширины и мощности) для импульса, полученного из начального белого шума, для различных длин резонатора. Как можно видеть из графика, для разных длин резонатора наблюдается существенное различие в характере изменений RMS ширин импульсов для коротких и длинных резонаторов. В случае длинного резонатора RMS ширина незначительно уменьшается в среде с усилением. Тем не менее относительные изменения в RMS ширине импульсов незначительны в обоих случаях.

Импульс усиливается внутри активного световода, а поведение RMS ширины при прохождении импульса через активный световод зависит от полной длины резонатора; пассивное волокно уширяет импульс и незначительно уменьшает его мощность; насыщающийся поглотитель уменьшает RMS ширину импульса и незначительно уменьшает RMS мощность; ответитель уменьшает мощность. Видимое различие динамик RMS ширин импульсов в активном волокне для двух представленных режимов обусловлено определением RMS характеристик импульса и может быть объяснено более значительным ростом энергии в случае длинного резо-

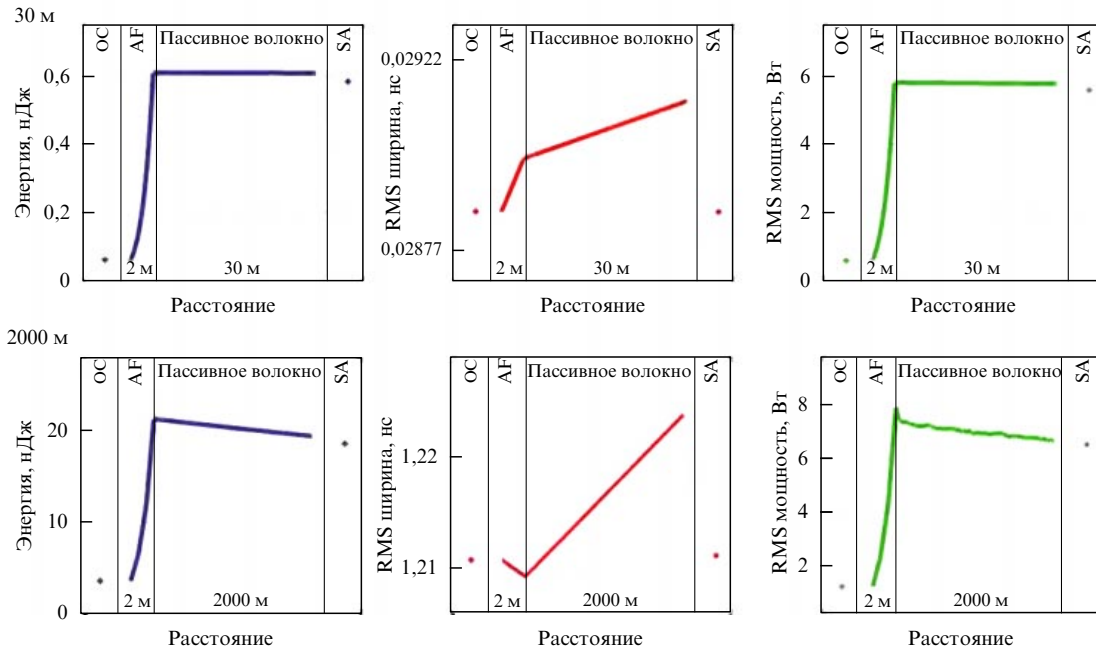


Рис. 13. Внутриврезонаторная динамика энергии и RMS характеристик импульса, полученного из начального гауссова шума, для различных длин резонатора. Здесь OC — ответвитель, AF — активный световод, SA — насыщающийся поглотитель.

натора по сравнению с резонатором длиной 32 м. На самом деле происходит уширение импульса в активном волокне как для большой, так и для малой длины волокна. Точки с нулевым chirпом не существует внутри лазерного резонатора, что типично для лазеров со всюду нормальной дисперсией [112]. В лазерах с большей длиной волокна динамика внутри резонатора существенно меняется.

При прохождении импульса через насыщающийся поглотитель на потерю энергии оказывает влияние не только параметр глубины модуляции, но также и отношение энергии импульса к энергии насыщения. Таким образом, на самом деле реальные потери на насыщающемся поглотителе меньше, чем 10 % (реальные потери составили 4 % для резонаторов 32 м и 2 км). Это является причиной незначительного влияния насыщающегося поглотителя на энергию импульса. При использовании большей глубины модуляции результирующий импульс имеет меньшую энергию и меньшую длительность. Уменьшение энергии обусловлено главным образом более существенным сжатием импульса в сравнении с уменьшением его мощности. Для резонатора длиной 32 м энергия импульса уменьшается с 0,58 нДж до 0,54 нДж при повышении глубины модуляции с 10 % до 13 % (мощность насыщения не менялась). В этом случае реальные потери составили 5 %. Было установлено, что при использовании параметра глубины модуляции более 15 % генерация лазерных импульсов прекращается.

Численный анализ влияния длины резонатора на энергию полученного импульса проводился с использованием параметра R_{out} (потери на выходе из резонатора) для регулирования энергетического баланса при сохранении постоянным коэффициента усиления $G_0 L_{AF}$. В общем, увеличение длины пассивного световода ведёт к увеличению энергии импульса и насыщению усиления. Это компенсируется регулированием потерь на выходе из резонатора и увеличением потерь внутри волокна

[103]. Другими словами, полные потери в резонаторе $(R_{in} + \alpha L_{PF})$ [дБ], где R_{in} [дБ] = $10 \ln(1 - R_{out}) / \ln 10$ и L_{PF} — длина пассивного волокна, изменяются при увеличении длины резонатора, но прежде всего за счёт насыщения усиления и регулирования потерь на выходе, дополнительные же потери в пассивном волокне играют второстепенную роль. Как показывают расчёты, характер зависимости энергии на выходе из резонатора от длины волокна различен для коротких и длинных резонаторов. Энергия зависит линейно от длины волокна для коротких резонаторов. Однако этот рост насыщается для больших длин из-за изменения отношения между потерями и усилением. Результаты расчётов показывают, что зависимость энергии импульса на выходе из резонатора может быть аппроксимирована следующей кривой:

$$E = aL \frac{G_0 L_{AF} - (R_{in} + \alpha L_{PF})}{R_{in} + \alpha L_{PF}}, \quad (51)$$

где a — некоторая константа.

Для длин резонатора более 2002 м устойчивые (как было определено выше) одноимпульсные режимы не были найдены.

8.2. Диссипативные солитоны в фемтосекундном волоконном лазере с синхронизацией мод на основе SESAM

В данном разделе мы приведём пример оптимизации волоконного лазера с пассивной синхронизацией мод на основе SESAM.

На рисунке 14а показана схема волоконного лазера, использованного при численном моделировании. Данная схема была представлена в работе [144]. При моделировании импульс последовательно распространялся по различным элементам волоконного лазера [104]. Резонатор состоял из ответвителя, пассивного волокна

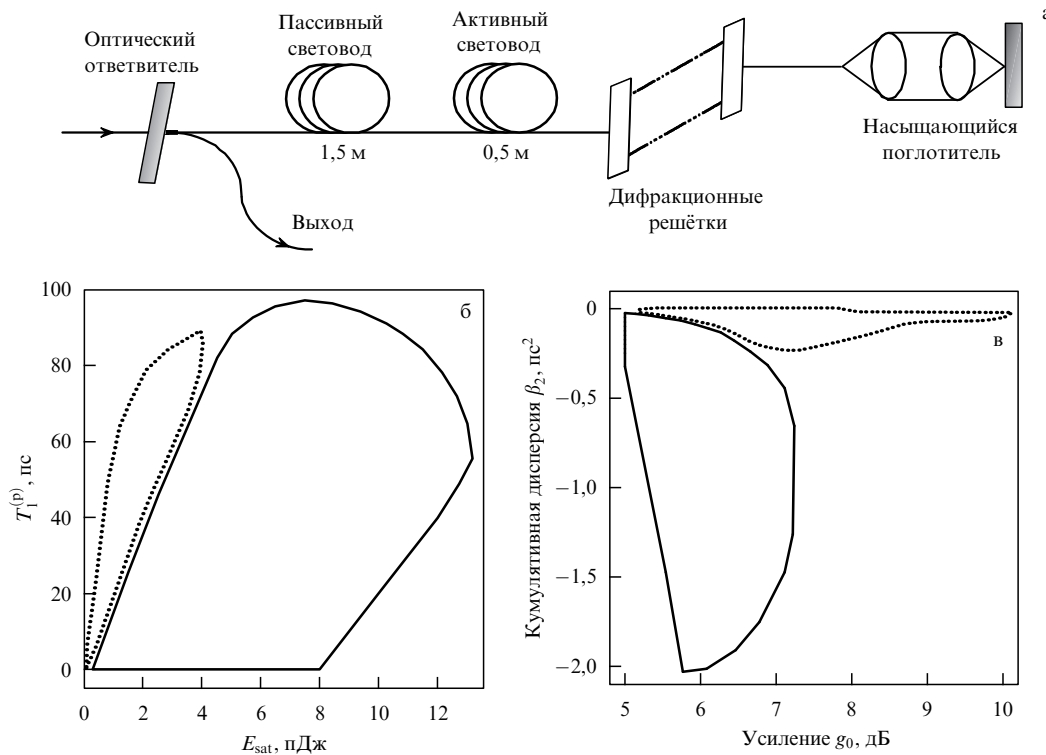


Рис. 14. (а) Схема волоконного лазера с синхронизацией мод. (б, в) Области устойчивой многоимпульсной генерации: сплошной линией ограничена область одноимпульсной генерации, пунктирной — двух- и трёхимпульсные режимы.

длиной 1,5 м, активного волокна длиной 0,5 м, пары дифракционных решёток, обеспечивающих аномальную дисперсию с незначительной нелинейностью, а также полупроводникового зеркала с насыщающимся поглотителем (semiconductor saturable absorber mirror, SESAM). Кумулятивная дисперсия пассивного и активного волокон была равна $0,08 \text{ ps}^2$ на одном обходе резонатора.

Детали математического моделирования изложены в работе [105]. При моделировании были использованы следующие коэффициенты нелинейности и дисперсии пассивного и активного волокон: $\gamma = 5 \text{ Вт}^{-1} \text{ км}^{-1}$, $\beta_2 = 20 \text{ ps}^2 \text{ км}^{-1}$, $\beta_3 = 0,05 \text{ ps}^3 \text{ км}^{-1}$. Ненасыщенные потери SESAM были равны 4 %.

Были проведены численные расчёты с целью определения областей параметров, в которых наблюдалась устойчивая одно- и многоимпульсная генерация. Области устойчивой генерации и, в частности, различие между одно- и многоимпульсными режимами определялись путём контроля за относительными изменениями ключевых характеристик сигнала на протяжении последних 200 обходов резонатора перед достижением устойчивого состояния. В общем случае полученные режимы считались устойчивыми, если относительные изменения энергии импульса на ответвителе не превышали $\Delta E_p < 10^{-3}$, а относительные изменения ширины импульса и его пиковой мощности удовлетворяли условиям соответственно $\Delta T_{FWHM} < 10^{-2}$ и $\Delta P_p < 10^{-2}$. Таким образом, принятый критерий допускал изменения в характеристиках импульса в пределах одного процента.

На рисунке 14б, в показаны области с устойчивой многоимпульсной генерацией в плоскостях (время восстановления насыщающегося поглотителя, энергия насыщения) и (коэффициент усиления, кумулятивная дисперсия) для SESAM с глубиной модуляции $q_0 = 0,1$. Кумулятивная дисперсия резонатора в эксперименте

менялась за счёт изменения дисперсии пары дифракционных решёток. Линии на рис. 14б, в ограничивают области с различным числом импульсов в резонаторе. Область, ограниченная сплошной линией, соответствует одноимпульсным режимам генерации, а пунктирной — двух- и трёхимпульсным режимам, а также режимам с числом импульсов в резонаторе больше двух. Отметим, что многоимпульсные режимы достаточно чувствительны к начальному шуму и, следовательно, в одной и той же области могут генерироваться два, три и более импульсов в зависимости от конкретной структуры начального шума. Как можно видеть из рис. 14, одноимпульсная генерация происходит в достаточно широкой области параметров.

Следует отметить, что большая энергия насыщения и малое время восстановления приводит к одноимпульсным режимам генерации.

Рисунок 14в показывает, что одноимпульсные режимы существуют при аномальной дисперсии для полного усиления между 5 и 7,5 дБ. Временная форма и оптический спектр такого устойчивого импульса для различных начальных шумовых реализаций представлены на рис. 15а. Спектр импульса имеет боковые полосы, вызванные периодическим изменением параметров солитона в течение обхода резонатора [145]. Заметим, что результаты показаны для 17 различных начальных шумовых реализаций. Можно видеть, что временная и спектральная формы устойчивого импульса не зависят от деталей начального шумового распределения. На рисунке 15б показана внутррезонаторная динамика установившегося одноимпульсного режима в волоконном лазере. Как можно видеть из рис. 15б, установившиеся импульсы представляют собой дисперсионно управляемые солитоны (см., например, [95, 145–148]) с временной и спектральной формой, периодически вос-

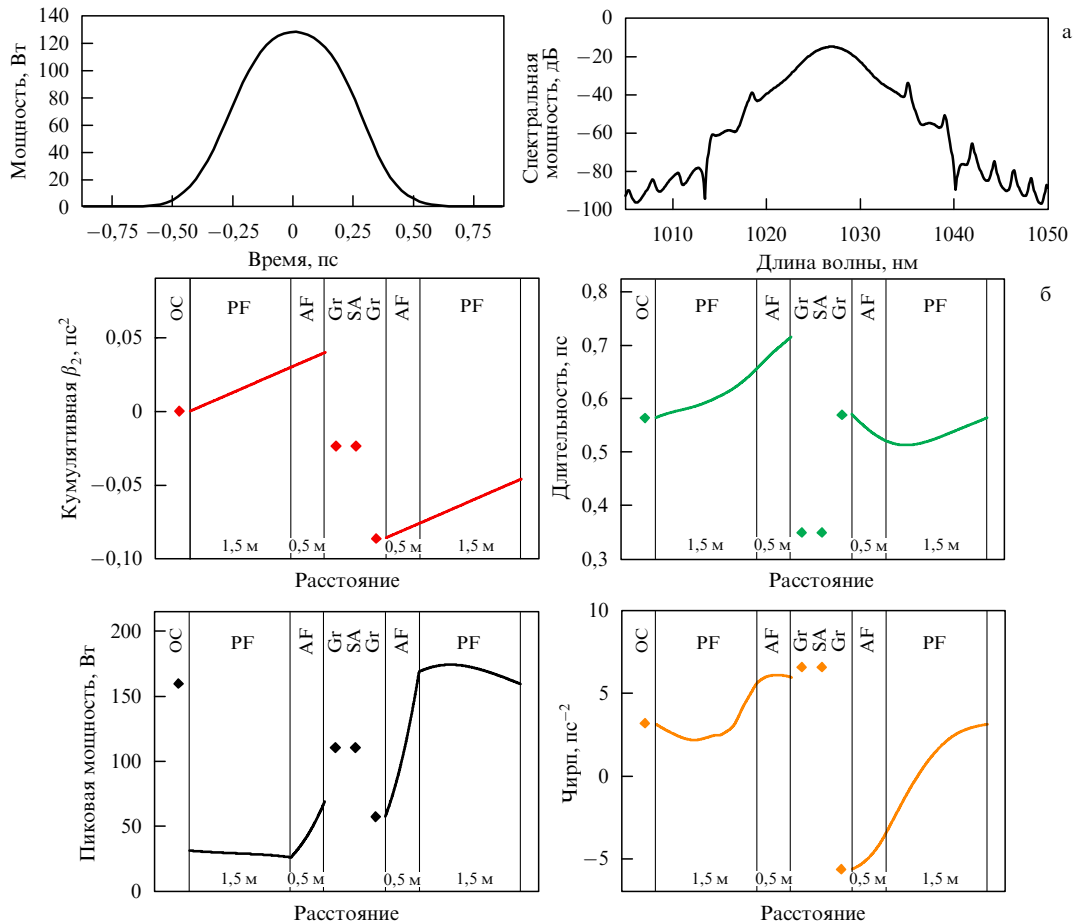


Рис. 15. (а) Форма импульса и его спектра. (б) Эволюция характеристик одноимпульсного режима внутри резонатора. Расчёты выполнялись при следующих параметрах: $g_0 = 5,5$ дБ, $\beta_2 = -0,046$ пс², $\beta_3 = 5 \times 10^{-4}$ пс³, $q_0 = 0,3$, $E_{sat} = 0,5$ пДж, $\tau_{sat} = 10$ пс. OC — ответвитель, PF — пассивное волокно, AF — активное волокно, Gr — дифракционные решётки, SA — насыщающийся поглотитель.

производимой после каждого обхода резонатора, а параметры импульса фиксированы характеристиками системы. Ключевые характеристики, такие как ширина, энергия, чирп и ширина спектра импульса, практически совпадают в конце каждого обхода резонатора.

Заметим, что рис. 15б показывает значительные изменения ключевых характеристик импульса внутри резонатора. Это обстоятельство должно учитываться при принятии решения о расположении ответвителя внутри резонатора. Из рисунка 15б можно видеть, что длительность импульса минимальна в точке с нулевым чирпом, сразу после прохождения через компенсатор дисперсии. Расположение ответвителя перед или близко к этой точке позволяет получить импульс наименьшей длительности на выходе из лазерной системы.

8.3. Диссипативные солитоны в волоконном лазере с синхронизацией мод на основе нелинейного вращения поляризации

Для анализа эволюции сигнала в волоконном лазере с пассивной синхронизацией мод на основе нелинейного вращения поляризации был рассмотрен диссипативный солитонный волоконный лазер с кольцевым резонатором, схема которого приведена на рис. 16 [149].

Параметры представленной системы приведены в табл. 2. Лазер состоит из 15 см активного одномодового волокна с высокой концентрацией Yb^{3+} , пассивного волокна длиной 80 см и изолятора. Часть с объёмной

оптикой состоит из четвертьволновой пластины (quarter-wave plate, QWP), полуволновой пластины (half-wave plate, HWP), поляризатора и 4 %-й пластины для отслеживания параметров лазера внутри резонатора, а также второй четвертьволновой пластины для получения незначительной эллиптичности поляризации на входе в волоконную часть резонатора, что необходимо для эффекта нелинейной эволюции поляризации. Лазер генерировал излучение на длине волны 1030 нм.

Математическая модель данного лазера представлена в разделе 2.3. Детали численного моделирования приведены в работе [153].

Система связанных уравнений Гинзбурга–Ландау описывает прохождение света в волоконной части резонатора. При переходе к объёмной оптической части резо-

Таблица 2. Значения параметров волоконного лазера

Элемент	Параметр	Значение
Активное волокно	Длина L_{AF}	15 см
	Дисперсия второго порядка β_2	25 пс ² км ⁻¹
	Нелинейный параметр γ	5 Вт ⁻¹ км ⁻¹
	Ширина полосы усиления ΔG	20 нм
	Коэффициент усиления g_0	150–170 дБ
	Мощность насыщения P_{satG}	17 мВт
Пассивное волокно	Длина	Переменная
	Дисперсия второго порядка β_2	-0,07323 пс ² м ⁻¹
	Нелинейный параметр γ	5 Вт ⁻¹ км ⁻¹

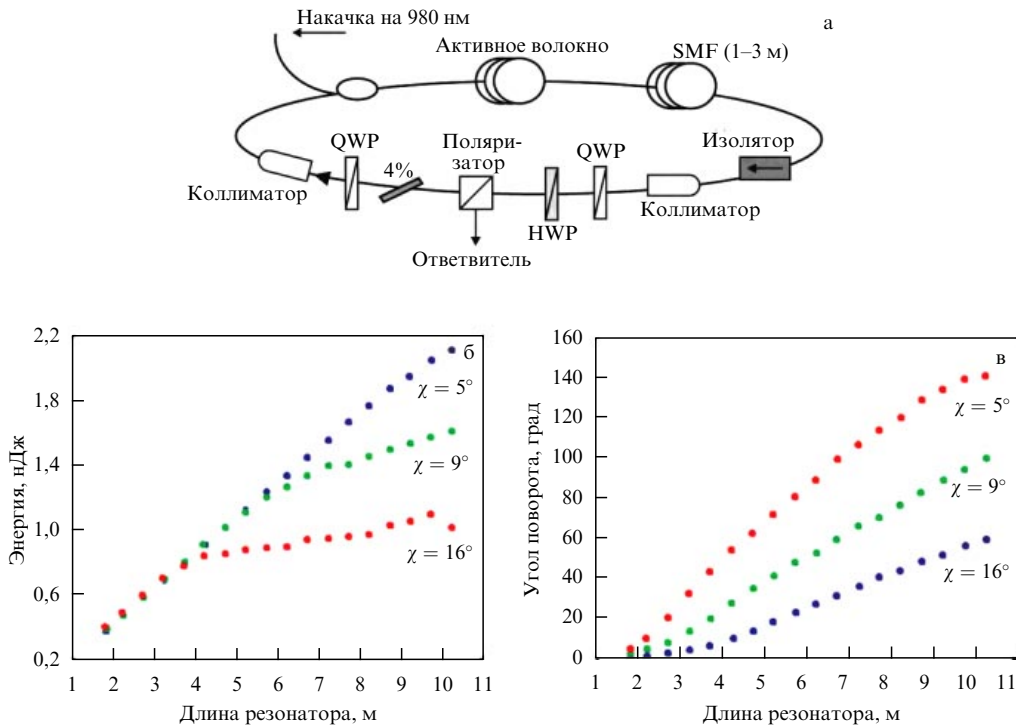


Рис. 16. (а) Схема экспериментальной установки волоконного лазера с пассивной синхронизацией мод на основе нелинейного вращения поляризации. (б) Зависимость максимальной энергии импульса на выходе из резонатора от длины резонатора. Энергия максимизировалась путём варьирования коэффициента усиления. (в) Зависимость полного угла поворота эллипса поляризации за один обход резонатора от длины резонатора для случаев, когда $\chi = 5^\circ, 9^\circ, 16^\circ$.

натора поляризатор преобразует эллиптическую поляризацию в линейную. При этом после прохождения через поляризатор одна из линейно поляризованных компонент выходит из резонатора через ответвитель и не принимает участия в последующем распространении импульса, в то время как ортогонально поляризованная компонента, модифицированная при помощи четвертьволновой пластины, попадает в волоконную часть резонатора. Варьируя углы поворота четвертьволновой и полуволновой пластин, можно контролировать состояние поляризации света на входе в волокно, в частности, его эллиптичность и угол оси эллипса поляризации.

Численное моделирование было проведено для различных длин резонатора и углов поворота пластин поляризации QWP и HWP. Для каждого значения длины была выполнена оптимизация выходной мощности импульса посредством поворота полуволновой пластины (это соответствует вариации угла ψ), в то время как эллиптичность поляризации на выходе из волокна принимала фиксированное значение посредством использования четвертьволновой пластины. Вторая четвертьволновая пластина, изображённая на рис. 16а, использовалась в эксперименте только для вспомогательных функций и не представлена в численной модели.

При моделировании использовались три различных значения углов поворота четвертьволновой пластины QWP $\chi = 0,01\pi, 0,03\pi$ и $0,05\pi$ (что соответствует $5^\circ, 9^\circ$ и 16°). В результате для трёх значений эллиптичности на входе, определённых этим углом, была получена зависимость максимальной выходной энергии импульсов от длины резонатора (рис. 16б). Для каждого сочетания длины резонатора и угла поворота четвертьволновой пластины максимальная энергия достигалась путём

варьирования коэффициента усиления g_0 . В итоге выбиралось максимальное значение g_0 , при котором удавалось достичь устойчивой одноимпульсной генерации. В случае если для определённого набора параметров брался слишком большой коэффициент усиления, режим генерации диссипативного солитона становился неустойчивым, а синхронизация мод — стохастической.

В ходе расчётов было установлено, что максимальной достижимой энергией импульса на выходе из резонатора растёт линейно при увеличении длины резонатора, но при некоторой критической длине характер зависимости меняется (рис. 16б). Значение критической длины зависит от эллиптичности света на входе в волоконную часть. Чем выше эллиптичность (т.е. чем больше угол поворота пластинки χ), тем меньше максимальная энергия импульса и критическая длина, после которой зависимость энергии от длины резонатора начинает отклоняться от линейной. Таким образом, для увеличения критической длины и максимальной энергии импульса необходимо стараться запускать в волоконную часть свет как можно менее эллиптичный, но в реальности эллиптичность ограничена влиянием случайного двулучепреломления в волокне, ведущего к флуктуациям при нелинейной эволюции поляризации. Таким образом, комбинация этих эффектов ведёт к установлению максимальной критической длины.

Зависимость полного угла поворота эллипса поляризации на одном обходе резонатора от длины резонатора приведена на рис. 16в. Отметим, что величина максимальной энергии для одного импульса ограничена доступным поворотом эллипса поляризации на одном обходе резонатора. На рисунке 16в величина полного угла нелинейного поворота эллипса поляризации из-за

эффекта нелинейной эволюции поляризации представлена как функция длины резонатора. При критической длине резонатора, когда максимальная энергия перестаёт расти линейно с увеличением длины волокна, угол поворота стремится к $\pi/2$, что приводит к неоднозначности в амплитудной самомодуляции. Таким образом, для устойчивой синхронизации мод на основе эффекта нелинейной эволюции поляризации соотношение между углами поворота пластин поляризации, коэффициентом усиления и длиной волокна должно обеспечивать величину угла поворота эллипса поляризации меньше $\pi/2$. При больших значениях теряется стабильность сильно чирпированных режимов генерации, что ведёт к прекращению устойчивой одноимпульсной генерации и переходу к многоимпульсным и стохастическим режимам.

Таким образом, можно добиться преодоления предела полученной максимальной энергии импульса за счёт поддержания угла поворота эллипса поляризации меньше $\pi/2$. Для поддержания угла поворота меньше $\pi/2$ необходимо увеличивать общую длину резонатора посредством увеличения длины сохраняющего поляризацию активного волокна, в то время как длина стандартного одномодового волокна должна быть фиксированной (или даже укороченной) с целью поддержания угла поворота эллипса поляризации, образованного нелинейной эволюцией поляризации, в пределах $\pi/2$. В результате нелинейный набег фазы (и соответствующий дисперсионный набег фазы) при прохождении в сохраняющем поляризацию волокне приведёт к формированию сильно чирпированного солитона, в то время как поворот поляризации в стандартном одномодовом волокне обеспечит устойчивую синхронизацию мод.

8.4. Рамановские диссипативные солитоны

Как известно, генерация диссипативных солитонов (ДС) является одним из наиболее эффективных способов получения масштабируемых по энергии фемтосекундных импульсов в волоконных лазерах с синхронизацией мод [48, 150]. Например, в работе [151] была продемонстрирована новая схема фемтосекундного волоконного лазера, которая позволила существенно увеличить энергию генерируемых импульсов (до 25 нДж) за счёт уменьшения их частоты повторения. Также в работе был обнаружен эффект, ограничивающий рост энергии сигнала на уровне нескольких десятков наноджоулей — возникновение шумового импульса вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР). Импульс ВКР образует с ДС устойчивый комплекс, в котором ДС служит источником накачки для импульса ВКР, в то время как импульс ВКР обеспечивает спектральную и временную фильтрацию для диссипативного солитона [152]. С помощью математического моделирования волоконного лазера в работе [152] было показано, что генерация стохастического импульса ВКР происходит из шума усилителя на каждом обходе резонатора.

На следующем этапе была исследована возможность генерации импульса ВКР не из шума усилителя, а из затравочного импульса малой амплитуды [153]. Для этого было предложено поместить в резонатор новый элемент — линию задержки для импульса ВКР, обеспечивающую для него слабую обратную связь на каждом обходе резонатора. Из-за дисперсии в световоде ДС и импульс ВКР приобретают различные групповые скорости, равные соответственно v_s и v_r . Импульс ВКР

распространяется в световоде быстрее ДС, поэтому его усиление осуществляется в течение ограниченного времени, равного длительности ДС. После прохождения области взаимодействия ДС продолжает распространяться без потерь энергии, а стоксов импульс начинает затухать. В результате импульс ВКР оказывается сдвинутым относительно импульса накачки примерно на 50 пс. Линия задержки компенсирует временную расстройку между импульсами.

С помощью математического моделирования лазерной системы было продемонстрировано, что реализация слабой обратной связи для шумового импульса ВКР в резонаторе при определённых условиях приводит к генерации когерентного рамановского диссипативного солитона (РДС) [153]. РДС обладает характеристиками, схожими с характеристиками ДС. Импульсы совместно распространяются в световоде и образуют комплекс связанных солитонов, обладающих взаимной когерентностью и высокой стабильностью, что позволяет складывать их друг с другом, увеличивая энергию и уменьшая длительность результирующего выходного импульса. Возможность генерации РДС высоких порядков — многоцветных комплексов связанных солитонов — также была продемонстрирована численно.

Позднее удалось экспериментально реализовать модельные условия возникновения РДС [153, 154]. Получена генерация РДС, осуществлено сжатие до длительности 230 фс, что находится на уровне сжатия основного импульса, проведены эксперименты по когерентному сложению обоих импульсов. Расчётные и экспериментальные спектры излучения на выходе из резонатора приведены на рис. 17. В отсутствие обратной связи или при значении коэффициента обратной связи $R < -50$ дБ происходит генерация шумового импульса ВКР (пунктирные линии на рис. 17). С ростом коэффициента обратной связи импульс ВКР становится когерентным (сплошные линии на рис. 17). Когерентные импульсы имеют характерные для сильно чирпированных диссипативных солитонов спектры с резкими краями и обладают линейной частотной модуляцией. Важно отметить, что РДС является новым типом солитонов и не принадлежит к типу классических рамановских солитонов, которые формируются в результате стокового сдвига частоты в световоде с аномальной (отрицательной) дисперсией [41], например, в линиях связи [155].

Важным для практических применений является тот факт, что при определённых условиях комплекс РС+РДС может быть сжат в одиночный импульс. Для ДС и РДС была выполнена компенсация дисперсии, после чего проведено когерентное сложение импульсов. Амплитуда сигнала после сложения возрастает в 4 раза по сравнению с амплитудами импульсов ДС и РДС. Длительность результирующего импульса равна 300 фс. Вид функции автокорреляции свидетельствует о наличии амплитудной модуляции с шириной пика 40 фс и расстоянием между пиками 75 фс, что является доказательством высокой степени когерентности ДС и РДС.

Таким образом, продемонстрировано, что фундаментальное ограничение, связанное с эффектом ВКР, может служить способом генерации солитонного комплекса с уникальными свойствами и широкими перспективами практического применения. При дальнейшем развитии данного подхода возможна генерация рамановских диссипативных солитонов следующего порядка, что откры-

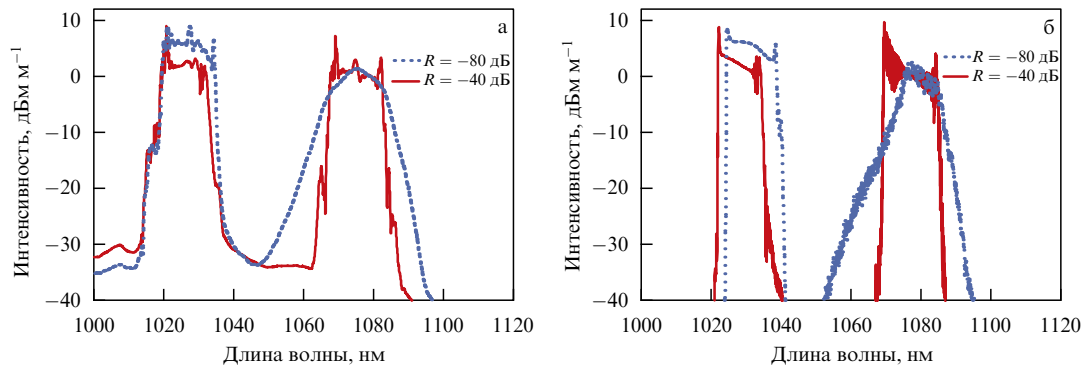


Рис. 17. Экспериментальные (а) и расчётные (б) спектры диссипативных солитонов (ДС и РДС) при различных значениях коэффициента обратной связи.

вает путь к созданию источника высокоэнергетических (десятки нДж) ультракоротких (несколько десятков фемтосекунд) оптических импульсов. Потенциальными областями применения подобных комплексов связанных солитонов являются спектроскопия методом оптической гребёнки, линии связи и многофотонная флуоресцентная микроскопия.

8.5. Адиабатический солитонный лазер

Как правило, временная и спектральная формы оптического импульса изменяются при распространении в волоконном световоде под влиянием керровской нелинейности и дисперсии групповых скоростей. Временные солитоны, формирование которых происходит в световоде с аномальной дисперсией ($\beta_2 < 0$) в результате баланса между дисперсией и нелинейностью, не изменяют своей формы при распространении. Важной особенностью солитонов является их устойчивость к малым возмущениям формы и изменениям характеристик световода. Так, при медленном изменении характеристик световода форма солитона адиабатически подстраивается к изменяющимся свойствам среды.

Классическая теория временных оптических солитонов с успехом применяется в волоконных лазерах с синхронизацией мод для получения спектрально-ограниченных импульсов, характеристики которых могут быть теоретически предсказаны [5, 11, 65]. Однако энергия сигнала в традиционных солитонных лазерах оказывается ограниченной в результате генерации рассеянного излучения (дисперсионных волн), а также перехода к многоимпульсным режимам генерации [156]. После периодического (на каждом обходе резонатора) усиления на коротком участке активного световода солитон восстанавливает свою форму и теряет часть энергии в виде дисперсионных волн, которые могут накапливаться до значительного уровня и приводить к разрушению устойчивого режима одноимпульсной генерации. В работе [157] была предложена новая концепция лазера, основанная на адиабатическом усилении сигнала в волоконном резонаторе — адиабатический солитонный лазер. Адиабатическое изменение параметров солитона при распространении в резонаторе позволяет ослабить ограничение на максимально достижимую энергию сигнала, свойственное традиционным солитонным лазерам.

Схема лазера изображена на рис. 18а. Кольцевой резонатор образован стандартным одномодовым све-

товодом (SMF), участком активного световода длиной 1,5 м, легированного иттербием, оптическим ответвителем с 50 % коэффициентом отражения, оптическим фильтром шириной 2 нм с максимумом отражения на длине волны 1550 нм и насыщающимся поглотителем на основе одностенных углеродных нанотрубок (CNT). Адиабатическое усиление солитона в стандартном одномодовом световоде осуществляется посредством двухкаскадного ВКР-усиления. Подобная схема двухкаскадного ВКР-усилителя впервые была предложена в работе [158] для волоконно-оптических линий связи. Схема усилителя включает два симметричных источника накачки с длиной волны 1366 нм. Пара брэгговских решёток с максимальным отражением на длине волны первого стоксова пика 1455 нм образует длинный лазерный резонатор. В таком усилителе пиковая мощность и энергия сигнала на длине волны 1550 нм остаются практически неизменными вдоль линии связи, иными словами, сигнал распространяется без потерь.

В отличие от схемы двухкаскадного ВКР-усиления в линиях связи, где мощность сигнала на входе в световод равна мощности сигнала на выходе из световода (усиление точно компенсирует потери в световоде, $G - \Gamma = 0$), в лазерном резонаторе сигнал равномерно усиливается и его энергия возрастает после распространения в световоде ($G - \Gamma > 0$). Если коэффициент ВКР-усиления достаточно мал ($(G - \Gamma)L_D \ll 1$), солитон адиабатически сжимается при распространении, что позволяет существенно уменьшить влияние дисперсионных волн.

Для исследования влияния распределённого рамановского усиления на эволюцию сигнала в резонаторе было выполнено численное моделирование и сравнение двух лазерных схем: с сосредоточенным и распределённым усилением. Распространение сигнала в стандартном одномодовом и легированном эрбием световодах описывает НУШ с усилением, которое совпадает с (24) при пренебрежении факторами спектральной фильтрации и амплитудной самомодуляции, а также потерями:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma|A|^2 A + (G - \Gamma) A. \quad (52)$$

Параметры световода SMF при распространении в нём сигнала с центральной длиной волны 1550 нм равны $\Gamma = 0,1$ дБ км⁻¹, $\beta_2 = -22,8$ пс² км⁻¹, $\gamma = 1,1$ Вт⁻¹ км⁻¹.

В случае отсутствия потерь в световоде ($G - \Gamma = 0$) уравнение (52) имеет аналитическое решение в виде

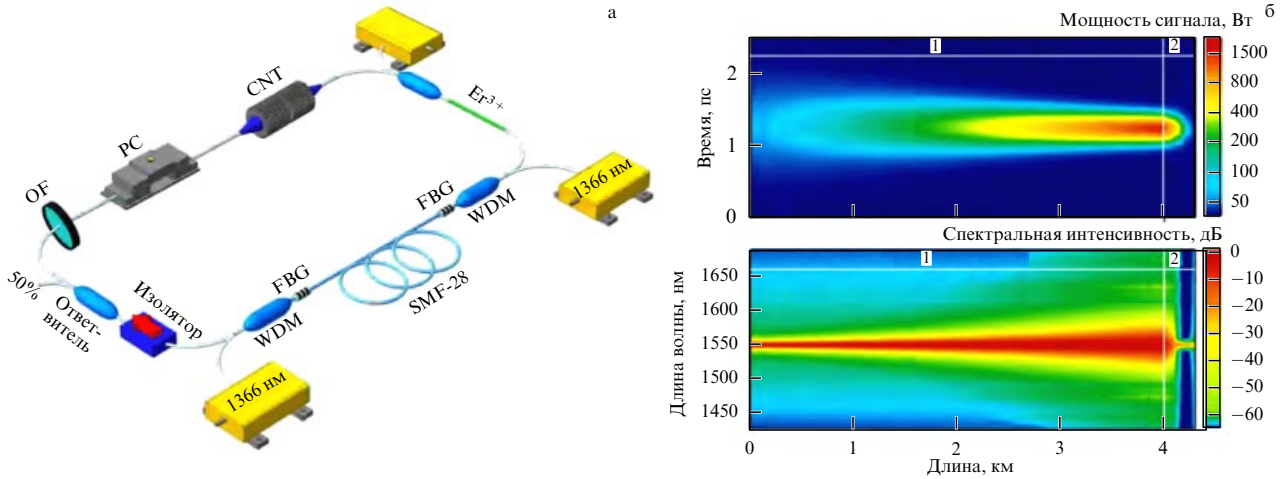


Рис. 18. (В цвете онлайн.) (а) Схема лазера. OF — оптический фильтр, PC — контроллер поляризации, WDM — мультиплексор, FBG — волоконная брэгговская решётка, CNT — насыщающийся поглотитель на основе одностенных углеродных нанотрубок, SMF — одномодовый световод. (б) Эволюция временной и спектральной формы импульса вдоль резонатора: длинного участка световода SMF (обозначен на графике "1") и короткого участка с синхронизацией мод, фильтрацией и усилением (обозначен на графике "2").

фундаментального солитона [40]:

$$A(z, t) = \sqrt{P_{sol}} \operatorname{sech}\left(\frac{t}{\tau_p}\right) \exp\left(\frac{iz}{2L_D}\right), \quad (53)$$

где $P_{sol} = |\beta_2|/(\gamma\tau_p^2)$ — пиковая мощность солитона и $T_{sol} = 1,763\tau_p$ — длительность солитона (полная ширина на полувысоте).

Решение нелинейного уравнения Шрёдингера в виде светлого солитона зависит от безразмерного параметра $N^2 = L_D/L_{NL}$ — порядка солитона, который является комбинацией двух параметров импульса (пиковой мощности и длительности) и двух параметров световода (дисперсии и нелинейности). Если выполнено условие $N = 1$, солитон называется фундаментальным временным солитоном.

Для проверки теоретической гипотезы было выполнено численное моделирование распространения сигнала в резонаторе с помощью нелинейного уравнения Шрёдингера (52). Эволюция спектральной и временной формы сигнала в резонаторе после достижения устойчивого режима лазерной генерации изображена на рис. 18б. Солитон с пиковой мощностью 60 Вт и длительностью 1 пс адиабатически сжимается в стандартном одномодовом световоде длиной 4 км: его пиковая мощность экспоненциально увеличивается, $P_{sol}(z) = P_{sol}(0) \exp(4(G - \Gamma)z)$, и

достигает 1,9 кВт, а длительность уменьшается, $T_{sol}(z) = T_{sol}(0) \exp(-2(G - \Gamma)z)$, до 190 фс в точке с координатой $z = 4$ км. Энергия импульса после распространения в световоде длиной 4 км почти в шесть раз превышает его энергию в начале световода. При этом порядок солитона при распространении остаётся равным единице, что позволяет ослабить влияние дисперсионных волн на сигнал.

Теория возмущения солитонов, описывающая изменение характеристик импульса при адиабатическом сжатии, применима при выполнении условия $(G - \Gamma)z \ll 1$. В предложенной схеме лазера устойчивая генерация сигнала наблюдалась вплоть до $(G - \Gamma)z \approx 2$. При $(G - \Gamma)z > 2$ происходил переход к многоимпульсному режиму генерации, что ограничивает максимально достижимую энергию в лазере. На рисунке 19 изображены зависимости длительности, пиковой мощности и энергии солитона на выходе из резонатора от коэффициента ВКР-усиления. Энергия солитона экспоненциально растёт с увеличением коэффициента усиления вплоть до уровня, недостижимого для соответствующего солитонного лазера с длинным резонатором и точечным усилением. Таким образом, энергия сигнала в предложенной схеме волоконного лазера превышает энергию сигнала, достижимую в традиционных солитонных лазерах.

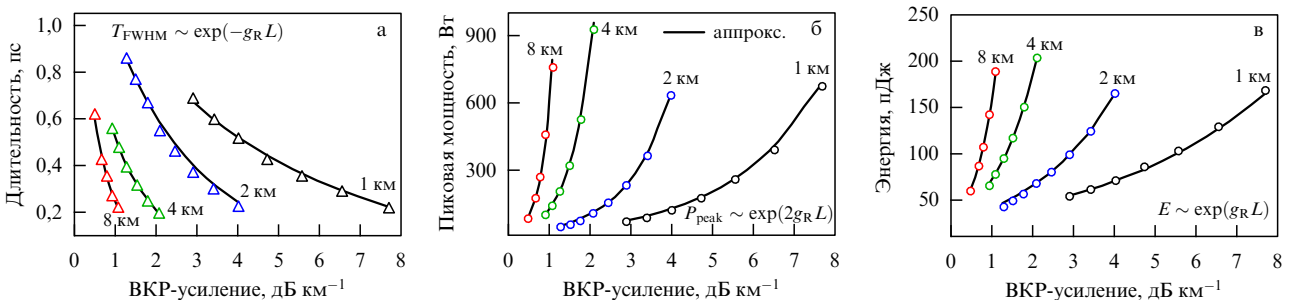


Рис. 19. Расчётная зависимость длительности (а), пиковой мощности (б) и энергии (в) выходного импульса от эффективного коэффициента усиления (режим адиабатического усиления солитона).

9. Выводы и перспективы

Устойчивые диссипативные оптические солитоны (авто-солитоны) являются аттракторами (к их отображениям в компактных областях фазового пространства динамической системы притягиваются все траектории из некоторой окрестности) в соответствующих динамических системах, что обеспечивает их формирование из достаточно широкого класса начальных распределений оптического поля, включая полностью случайные шумовые распределения. Это свойство делает их привлекательными для различных приложений. Для диссипативных оптических солитонов характерна дискретность спектра основных параметров (таких как энергия, ширина импульса и т.д.). Это свойство диссипативных солитонов приводит к подавлению дрейфа солитонных параметров под воздействием флуктуаций, что обеспечивает их устойчивость относительно влияния оптических и других шумов. В лазерах диссипативные солитоны позволяют локализовать большую энергию в коротких импульсах без дробления солитона на несколько импульсов и возникновения побочного излучения. Нелинейная физика генерации диссипативных оптических солитонов в лазерах представляет интерес не только для приложений, но важна и с точки зрения фундаментальной науки. Математические модели, описывающие диссипативные оптические солитоны в лазерах, применимы в широком диапазоне физических и даже биологических задач. Применение теории диссипативных солитонов в волоконных лазерах создаёт широкие возможности для генерации и контроля таких импульсов, но, с другой стороны, требует знаний из теории солитонов и нелинейной физики. Для разработки и реализации эффективных схем солитонных лазерных систем требуются совместные усилия теоретиков и инженеров.

Необходимым условием устойчивости диссипативных солитонов в лазерных системах является устойчивость безгенерационного режима. Это означает бистабильность (мультистабильность) системы, поскольку наряду с ним может быть возбуждён и какой-либо из режимов непрерывной или импульсной генерации. Жёсткий характер возбуждения таких солитонов обеспечивает их повышенную устойчивость за счёт эффективного подавления шумов. В волоконных лазерах, помимо "консервативной" нерезонансной нелинейности показателя преломления, принципиальное значение имеют резонансная нелинейность усиления и поглощения и их инерционность. Хотя диссипативные лазерные солитоны существуют и в пределе безынерционной резонансной нелинейности, наличие релаксации нелинейности существенно меняет их свойства и приводит к возникновению новых типов устойчивых локализованных импульсов. Представляется, что ещё далеко не полностью исследована богатая физика предельно коротких диссипативных солитонов на основе самоиндуцированной прозрачности — "аттосолитонов" — в волоконных лазерах с насыщающимся поглощением в режиме когерентной самосинхронизации мод. Разумеется, рассмотренные здесь примеры диссипативных солитонов не претендуют на полный обзор этой огромной и быстро развивающейся области. Мы надеемся, что наш обзор даст представление о некоторых перспективных исследованиях и недавних результатах в области применения диссипативных оптических солитонов в волоконных

лазерах и привлечёт внимание к этой интересной области науки и технологии.

Благодарности. Работа М.П. Федорука выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-21-00110). Работа С.К. Турицына выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 14.B25.31.0003). Работа Н.Н. Розанова выполнена при поддержке РФФИ (грант № 14-02-90026_Бел_а). С.К. Турицын, Н.Н. Розанов и С.В. Федоров благодарны за финансовую поддержку ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01).

Список литературы

- Zabusky N J, Kruskal M D *Phys. Rev. Lett.* **15** 240 (1965)
- Scott A *Nonlinear Science. Emergence and Dynamics of Coherent Structures* (Oxford: Oxford Univ. Press, 1999)
- Захаров В Е и др. *Теория солитонов: метод обратной задачи* (М.: Наука, 1980); Пер. на англ. яз.: Novikov S et al. *Theory of Solitons. The Inverse Scattering Method* (New York: Consultants Bureau, 1984)
- Newell A C *Solitons in Mathematics and Physics* (Philadelphia, Pa.: SIAM, 1985)
- Mollenauer L F, Gordon J P *Solitons in Optical Fibers. Fundamentals and Applications* (Amsterdam: Elsevier, Academic Press, 2006)
- Hasegawa A, Kodama Y *Solitons in Optical Communications* (Oxford: Clarendon Press, 1995)
- Iannone E et al. *Nonlinear Optical Communication Networks* (New York: Wiley, 1998)
- Taylor J R (Ed.) *Optical Solitons: Theory and Experiment* (Cambridge Studies in Modern Optics, Vol. 10) (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1992)
- Akhmediev N, Ankiewicz A, in *Dissipative Solitons* (Lecture Notes in Physics, Vol. 661, Eds N Akhmediev, A Ankiewicz) (Berlin: Springer, 2005) p. 1; Пер. на русск. яз.: Ахмедиев Н, Анкевич А, в сб. *Диссипативные солитоны* (Под ред. Н Ахмедиева, А Анкевича) (М.: Наука, 2008)
- Akhmediev N, Ankiewicz A, in *Dissipative Solitons. From Optics to Biology and Medicine* (Lecture Notes in Physics, Vol. 751, Eds N Akhmediev, A Ankiewicz) (Berlin: Springer, 2008) p. 1
- Kivshar Y S, Agrawal G P *Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals* (Amsterdam: Academic Press, 2003); Пер. на русск. яз.: Кившарь Ю С, Агравал Г П *Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов* (М.: Физматлит, 2005)
- Ablovitz M J, Segur H *Solitons and the Inverse Scattering Transform* (Philadelphia: SIAM, 1981); Пер. на русск. яз.: Абловиц М, Сигур Х *Солитоны и метод обратной задачи* (М.: Мир, 1987)
- Calogero F, Degasperis A *Spectral Transform and Solitons* Vol. 1 (Amsterdam: North-Holland, 1982)
- Ablovitz M J, Clarkson P A *Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1991)
- Longren K, Scott A (Eds) *Solitons in Action. Proc. of a Workshop, Redstone Arsenal, October 26–27, 1977* (New York: Academic Press, 1978)
- Dodd R K et al. *Solitons and Nonlinear Wave Equations* (London: Academic Press, 1982); Пер. на русск. яз.: Додд Р и др. *Солитоны и нелинейные волновые уравнения* (М.: Мир, 1988)
- Trullinger S E, Zakharov V E, Pokrovsky V L (Eds) *Solitons* (Modern Problems in Condensed Matter Sciences, Vol. 17) (Amsterdam: North-Holland, 1986)
- Кернер Б С, Осипов В В *Автосолитоны. Локализованные сильно-неравновесные области в однородных диссипативных системах* (М.: Наука, 1991); Пер. на англ. яз.: Kerner B S, Osipov V V *Autosolitons: a New Approach to Problems of Self-Organization and Turbulence* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1994)
- Remoissenet M *Waves Called Solitons: Concepts and Experiments* (Berlin: Springer-Verlag, 1994)

20. Malomed B A *Soliton Management in Periodic Systems* (New York: Springer, 2006); Пер. на русск. яз.: Маломед Б А *Контроль солитонов в периодических средах* (М.: Физматлит, 2009)
21. Infeld E, Rowlands G *Nonlinear Waves, Solitons, and Chaos* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1990); Пер. на русск. яз.: Инфельд Э, Роуландс Дж *Нелинейные волны, солитоны и хаос* (М.: Физматлит, 2005)
22. Rajaraman R *Solitons and Instantons. An Introduction to Solitons and Instantons in Quantum Field Theory* (Amsterdam: North-Holland, 1982)
23. Kossevich A M *The Crystal Lattice: Phonons, Solitons, Dislocations* (Berlin: Wiley-VCH, 1999)
24. Manton N, Sutcliffe P *Topological Solitons* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2004)
25. Гинзбург В Л, Ландау Л Д *ЖЭТФ* **20** 1064 (1950); Ginzburg V L, Landau L D, in Landau L D *Collected Papers* (Oxford: Pergamon Press, 1965) p. 546
26. Newell A C, Whitehead J A J. *Fluid Mech.* **38** 279 (1969)
27. Eckhaus W *Studies in Non-Linear Stability Theory* (Springer Tracts in Natural Philosophy, Vol. 6) (Berlin: Springer, 1965)
28. Haus H A J. *Appl. Phys.* **46** 3049 (1975)
29. Newell A C *Nonlinear Wave Motion* (Lectures in Applied Mathematics, Vol. 15) (Providence, RI: American Mathematical Society, 1974)
30. Kuramoto Y *Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence* (Berlin: Springer-Verlag, 1984)
31. Bogolubov N J. *Phys. USSR* **11** 23 (1947); http://ufn.ru/pdf/jphysussr/1947/11_1/3jphysussr19471101.pdf
32. Gross E P *Nuovo Cimento* **20** 454 (1961)
33. Питаевский Л П *ЖЭТФ* **40** 646 (1961); Pitaevskii L P *Sov. Phys. JETP* **13** 451 (1961)
34. Chiao R Y, Garmire E, Townes C H *Phys. Rev. Lett.* **13** 479 (1964)
35. Kelley P L *Phys. Rev. Lett.* **15** 1005 (1965)
36. Таланов В И *Письма в ЖЭТФ* **2** 218 (1965); Talanov V I *JETP Lett.* **2** 138 (1965)
37. Захаров В Е *ЖЭТФ* **53** 1735 (1967); Zakharov V E *Sov. Phys. JETP* **26** 994 (1968)
38. Захаров В Е *Журн. приклад. мех. и теор. физ.* **9** (2) 86 (1968); Zakharov V J. *Appl. Mech. Tech. Phys.* **9** 190 (1968)
39. Kuznetsov E A, Mikhailov A V, Shimokhin I A *Physica D* **87** 201 (1995)
40. Захаров В Е, Шабат А Б *ЖЭТФ* **61** 118 (1971); Zakharov V E, Shabat A B *Sov. Phys. JETP* **34** 62 (1972)
41. Agrawal G P *Nonlinear Fiber Optics* 3rd ed. (San Diego: Academic Press, 2001)
42. Haus H A, Fujimoto J G, Ippen E P *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 2068 (1991)
43. Haus H A, Mecozi A *IEEE J. Quantum Electron.* **29** 983 (1993)
44. Розанов Н Н, Федоров С В *Оптика и спектроск.* **72** 1394 (1992); Rozanov N N, Fedorov S V *Opt. Spectrosc.* **72** 782 (1992)
45. Розанов Н Н, Федоров С В *Оптика и спектроск.* **84** 849 (1998); Rozanov N N, Fedorov S V *Opt. Spectrosc.* **84** 767 (1998)
46. Розанов Н Н, Федоров С В, Ходова Г В *Оптика и спектроск.* **88** 869 (2000); Rozanov N N, Fedorov S V *Opt. Spectrosc.* **72** 782 (1992)
47. Fedorov S V et al. *Phys. Rev. E* **61** 5814 (2000)
48. Grelu P, Akhmediev N *Nature Photon.* **6** 84 (2012)
49. Ханин Я И *Квантовая радиофизика. Т. 2. Динамика квантовых генераторов* (М.: Сов. радио, 1975)
50. Kozlov V V *Phys. Rev. A* **56** 1607 (1997)
51. Turitsyn S K et al. *Opt. Express* **19** 8394 (2011)
52. Kobtsev S, Kukarin S, Fedotov Y *Opt. Express* **16** 21936 (2008)
53. Kobtsev S et al., CLEO/Europe CJ8.4 (2009)
54. Nyushkov B N et al. *Laser Phys. Lett.* **7** 661 (2010)
55. Lim H, Ilday F Ö, Wise F W *Opt. Lett.* **28** 660 (2003)
56. Lefrançois S et al. *Opt. Lett.* **35** 1569 (2010)
57. Tang D Y et al. *Phys. Rev. A* **72** 043816 (2005)
58. Komarov A, Leblond H, Sanchez F *Phys. Rev. E* **72** 025604(R) (2005)
59. Kutz J N *SIAM Rev.* **48** 629 (2006)
60. Aranson I S, Kramer L *Rev. Mod. Phys.* **74** 99 (2002)
61. Haus H A, Fujimoto J G, Ippen E P *IEEE J. Quantum Electron.* **28** 2086 (1992)
62. Haus H A *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **6** 1173 (2000)
63. Lega J, Moloney J V, Newell A C *Phys. Rev. Lett.* **73** 2978 (1994)
64. Podivilov E, Kalashnikov V L *Письма в ЖЭТФ* **82** 524 (2005); *JETP Lett.* **82** 467 (2005)
65. Turitsyn S K, Bale B G, Fedoruk M P *Phys. Rep.* **521** 135 (2012)
66. Комаров К П *Оптика и спектроск.* **60** 379 (1986); Komarov K P *Opt. Spectrosc.* **60** 231 (1986)
67. Komarov K P, Kuch'yanov A S, Ugozhayev V D *Opt. Commun.* **57** 279 (1986)
68. Lazaridis P, Debarge G, Gallion P *Opt. Lett.* **20** 1160 (1995)
69. Proctor B, Westwig E, Wise F *Opt. Lett.* **18** 1654 (1993)
70. Kapitula T, Kutz J N, Sandstede B *J. Opt. Soc. Am. B* **19** 740 (2002)
71. Soto-Crespo J M, Akhmediev N N, Afanasjev V V *J. Opt. Soc. Am. B* **13** 1439 (1996)
72. Soto-Crespo J M et al. *Phys. Rev. E* **55** 4783 (1997)
73. Akhmediev N et al. *Opt. Fiber Technol.* **11** 209 (2005)
74. Biondini G *Nonlinearity* **21** 2849 (2008)
75. Fuerbach A et al. *Laser Part. Beams* **23** 113 (2005)
76. Chong A et al. *Opt. Express* **14** 10095 (2006)
77. Renninger W H, Chong A, Wise F W *Phys. Rev. A* **77** 023814 (2008)
78. Bale B G et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **25** 1763 (2008)
79. Renninger W H, Chong A, Wise F W *J. Opt. Soc. Am. B* **27** 1978 (2010)
80. Kalashnikov V L et al. *Appl. Phys. B* **83** 503 (2006)
81. Kalashnikov V L *Phys. Rev. E* **80** 046606 (2009)
82. Kharenko D S et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **28** 2314 (2011)
83. Kalashnikov V L, Apolonski A *Phys. Rev. A* **79** 043829 (2009)
84. Anderson D et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **10** 1185 (1993)
85. Fermann M E et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 6010 (2000)
86. Ахмедиев Н Н, Елеонский В М, Кулагин Н Е *ТМФ* **72** 183 (1987); Akhmediev N N, Eleonskii V M, Kulagin N E *Theor. Math. Phys.* **72** 809 (1987)
87. Soto-Crespo J M, Akhmediev N, Town G J. *Opt. Soc. Am. B* **19** 234 (2002)
88. Shtyrina O V et al. *IEEE Photon. J.* **7** 1501207 (2015)
89. Struwe M *Variational Methods. Applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems* 3rd ed. (Berlin: Springer, 2000)
90. Anderson D *Phys. Rev. A* **27** 3135 (1983)
91. Malomed B, in *Progress in Optics* Vol. 43 (Ed E Wolf) (Amsterdam: North-Holland, 2002) Ch. 2
92. Turitsyn S K, Shapiro E G *Opt. Fiber Technol.* **4** 151 (1998)
93. Gabitov I, Turitsyn S K *Письма в ЖЭТФ* **63** 814 (1996); *JETP Lett.* **63** 861 (1996)
94. Turitsyn S K, Mezentsev V K *Письма в ЖЭТФ* **67** 616 (1998); *JETP Lett.* **67** 640 (1998)
95. Turitsyn S K et al. *Comptes Rendus Phys.* **4** 145 (2003)
96. Власов С Н, Петрищев В А, Таланов В И *Изв. вузов. Радиофизика* **14** 1353 (1971); Vlasov S N, Petrishchev V A, Talanov V I *Radiophys. Quantum Electron.* **14** 1062 (1971)
97. Berkshire F H, Gibbon J D *Stud. Appl. Math.* **69** 229 (1983)
98. Marcuse D *IEEE J. Light. Tech.* **10** 17 (1992)
99. Bélanger P-A, Bélanger N *Opt. Commun.* **117** 56 (1995)
100. Shapiro E G, Turitsyn S K *Opt. Lett.* **22** 1544 (1997)
101. Turitsyn S K, Schäfer T, Mezentsev V K *Opt. Lett.* **23** 1351 (1998)
102. Turitsyn S K et al. *Phys. Rev. E* **59** 3843(R) (1999)
103. Turitsyn S K *Phys. Rev. E* **58** R1256 (1998)
104. Schreiber T et al. *Opt. Express* **15** 8252 (2007)
105. Shtyrina O et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **26** 346 (2009)
106. Bale B G et al. *Phys. Rev. A* **81** 033828 (2010)
107. Tian X et al. *Opt. Express* **17** 7222 (2009)
108. Bale B G, Okhotnikov O G, Turitsyn S K, in *Fiber Lasers* (Ed. O G Okhotnikov) (Weinheim: Wiley-VCH, 2012) p. 135
109. Namiki S et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 2099 (1997)
110. Gabitov I R, Turitsyn S K *Opt. Lett.* **21** 327 (1996)
111. Shapiro E G, Turitsyn S K *Phys. Rev. E* **56** R4951 (1997)
112. Wise F W, Chong A, Renninger W H *Laser Photon. Rev.* **2** 58 (2008)
113. Turitsyn S K, Schaefer T, Mezentsev V K *Phys. Rev. E* **58** R5264 (1998)
114. Shtyrina O V, Yarutkina I A, Fedoruk M P *Opt. Express* **22** 31814 (2014)
115. Vanin E A et al. *Phys. Rev. A* **49** 2806 (1994)
116. Khanin Ya I *Fundamentals of Laser Dynamics* (Cambridge: Cambridge Intern. Sci. Publ., 2006)

117. Morgner U et al. *Opt. Lett.* **24** 411 (1999)
118. Sutter D H et al. *Opt. Lett.* **24** 631 (1999)
119. Ell R et al. *Opt. Lett.* **26** 373 (2001)
120. McCall S L, Hahn E L *Phys. Rev.* **183** 457 (1969)
121. Allen L, Eberly J H *Optical Resonance and Two-Level Atoms* (New York: Dover, 1987); Пер. на русск. яз.: Аллен Л, Эберли Дж *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (М.: Мир, 1978)
122. Архипов М В и др. *Письма в ЖЭТФ* **101** 250 (2015); Arkhipov M V et al. *JETP Lett.* **101** 232 (2015)
123. Высотина Н В и др. *Оптика и спектроскоп.* **101** 784 (2006); Vysotina N V et al. *Opt. Spectrosc.* **101** 736 (2006)
124. Высотина Н В, Розанов Н Н, Семенов В Е *Письма в ЖЭТФ* **83** 337 (2006); Vysotina N V, Rozanov N N, Semenov V E *JETP Lett.* **83** 279 (2006)
125. Rosanov N N, Semenov V E, Vyssotina N V *Laser Phys.* **17** 1311 (2007)
126. Розанов Н Н, Семенов В Е, Высотина Н В *Квант. электрон.* **38** 137 (2008); Rosanov N N, Semenov V E, Vysotina N V *Quantum Electron.* **38** 137 (2008)
127. Высотина Н В, Розанов Н Н, Семенов В Е *Оптика и спектроскоп.* **106** 793 (2009); Vysotina N V, Rosanov N N, Semenov V E *Opt. Spectrosc.* **106** 713 (2009)
128. Розанов Н Н *Диссипативные оптические солитоны: от микро- к нано- и атто-* (М.: Физматлит, 2011)
129. Kozlov V V, Rosanov N N, Wabnitz S *Phys. Rev. A* **84** 053810 (2011)
130. Козлов В В, Розанов Н Н *Оптика и спектроскоп.* **114** 870 (2013); Kozlov V V, Rosanov N N *Opt. Spectrosc.* **114** 798 (2013)
131. Kozlov V V, Rosanov N N *Phys. Rev. A* **87** 043836 (2013)
132. Rosanov N N, Kozlov V V, Wabnitz S *Phys. Rev. A* **81** 043815 (2010)
133. Козлов В В, Розанов Н Н *Оптика и спектроскоп.* **116** 1033 (2014); Kozlov V V, Rosanov N N *Opt. Spectrosc.* **116** 956 (2014)
134. Siegman A E *Lasers* (Mill Valley, Calif.: Univ. Science Books, 1986)
135. Turitsyn S et al., in *36th European Conf. and Exhibition on Optical Communication (ECOC)* (Piscataway, NJ: IEEE, 2010) Tu.5.D.1
136. Smirnov S V, Kobtsev S M, Kukarin S V, Turitsyn S K, in *Laser Systems for Applications* (Ed. K Jakubczak) (Rijeka, Croatia: InTech, 2011) Ch. 3
137. Kobtsev S et al. *Proc. SPIE* **7580** 758028 (2010)
138. Kobtsev S M, Smirnov S V *Laser Phys.* **21** 272 (2011)
139. Li N et al. *Appl. Opt.* **51** 3726 (2012)
140. Oktem B, Ülgüdür C, Plday F Ö *Nature Photon.* **4** 307 (2010)
141. Chernykh A I, Turitsyn S K *Opt. Lett.* **20** 398 (1995)
142. Tang D Y, Zhao L M, Zhao B *Opt. Express* **13** 2289 (2005)
143. Yarutkina I A et al. *Opt. Express* **21** 12942 (2013)
144. Okhotnikov O G et al. *Opt. Lett.* **28** 1522 (2003)
145. Kelley S M J *Electron. Lett.* **28** 806 (1992)
146. Haus H A et al. *IEEE J. Quantum Electron.* **31** 591 (1995)
147. Tamura K et al. *Appl. Phys. Lett.* **64** 149 (1994)
148. Grigoryan V S, Muradyan T S *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 1757 (1991)
149. Kharenko D S et al. *Laser Phys. Lett.* **9** 662 (2012)
150. Renninger W H, Wise F W, in *Fiber Lasers* (Ed. O G Okhotnikov) (Weinheim: Wiley-VCH, 2012) p. 97
151. Kharenko D S et al. *Opt. Lett.* **37** 4104 (2012)
152. Bednyakova A E et al. *Opt. Express* **21** 20556 (2013)
153. Babin S A et al. *Nature Commun.* **5** 4653 (2014)
154. Kharenko D S et al. *Opt. Express* **23** 1857 (2015)
155. Kumar S, Hasegawa A *Opt. Lett.* **20** 1856 (1995)
156. Mollenauer L F, Stolen R H *Opt. Lett.* **9** 13 (1984)
157. Bednyakova A, Turitsyn S K *Phys. Rev. Lett.* **114** 113901 (2015)
158. Ania-Castañón J D et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 023902 (2006)

Dissipative solitons in fiber lasers

S.K. Turitsyn^(1,2), N.N. Rosanov^(3,4), I.A. Yarutkina^(2,5), A.E. Bednyakova^(2,5), S.V. Fedorov^(3,4), O.V. Shtyrina^(2,5), M.P. Fedoruk^(2,5)

⁽¹⁾ Aston Institute of Photonic Technologies, Aston University, Aston Triangle, Birmingham, B4 7ET, United Kingdom;

⁽²⁾ Novosibirsk State University, ul. Pirogova 2, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

⁽³⁾ Joint Stock Company "S.I. Vavilov State Optical Institute", Kadetskaya liniya V.O. 5, korp. 2, 199053 St. Petersburg, Russian Federation

⁽⁴⁾ St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Kronverksky pr. 49, 197101 St. Petersburg, Russian Federation;

⁽⁵⁾ Institute of Computational Technologies of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, prosp. Akademika Lavrent'eva 6, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

E-mail: ^(1,2) s.k.turitsyn@aston.ac.uk, ^(3,4) nnrosanov@mail.ru, sfedorov2006@bk.ru, ^(2,5) mife@ict.nsc.ru

Dissipative solitons (also known as auto-solitons) are stable, nonlinear, time- or space-localized solitary waves which occur due to balance between energy excitation and dissipation. This paper reviews the theory of dissipative solitons as applied to fiber laser systems. The discussion context includes the classical Ginzburg–Landau and Maxwell–Bloch equations and their modifications allowing the description of laser-resonator-produced waves. Practical examples of laser systems generating dissipative solitons are discussed.

Keywords: dissipative solitons, optical solitons, fiber lasers, mode-locked lasers, generation of short pulses

PACS numbers: 05.45.Yv, 42.55.Ah, **42.55.–f**, 42.55.Wd, 42.60.Fc, 42.65.Tg, 42.81.Dp

Bibliography — 158 references

Received 23 November 2015

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **186** (7) 713–742 (2016)

DOI: 10.3367/UFN.2015.12.037674

Physics–Uspekhi **59** (7) (2016)

DOI: 10.3367/UFNe.2015.12.037674