

К 60-ЛЕТИЮ ОБЪЕДИНЁННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ (ОИЯИ)

Фазовая диаграмма барионной материи в SU(2)-модели Намбу – Иона-Лазинио с петлёй Полякова

Ю.Л. Калиновский, В.Д. Тонеев, А.В. Фризен

Обсуждается природа фазовых переходов в горячей и плотной ядерной материи в рамках эффективной модели Намбу – Иона-Лазинио с петлёй Полякова с двумя ароматами кварков. Эта модель является одной из немногих моделей, которые описывают свойства кирального фазового перехода и перехода конфайнмент – деконфайнмент. Обсуждаются параметры модели и дополнительные взаимодействия, влияющие на структуру фазовой диаграммы и положение критических точек. Рассматривается влияние мезонных корреляций на термодинамические свойства кварк-мезонной системы. Дано представление о том, как модель менялась с изменением взглядов на структуру фазовой диаграммы.

Ключевые слова: фазовая диаграмма, фазовый переход, спонтанное нарушение киральной симметрии, конфайнмент, критическая конечная точка, термодинамика кварковой материи, мезонные корреляции

PACS numbers: 12.38.-t, 12.39.-x, 25.75.Nq

DOI: 10.3367/UFNr.0186.201604b.0387

Содержание

1. Введение (387).
2. Киральные модели в квантовой хромодинамике с конфайнментом (389).
 - 2.1. Эффективный потенциал.
 - 2.2. Конституентные кварки и мезоны.
 - 2.3. Большой термодинамический потенциал.
 - 2.4. Приближение среднего поля.
 - 2.5. Фазовая диаграмма адронной материи в модели Намбу – Иона-Лазинио с петлёй Полякова.
 - 2.6. Векторное взаимодействие в модели Намбу – Иона-Лазинио с петлёй Полякова.
3. Уравнения состояния возбуждённой ядерной материи (397).
 - 3.1. Уравнения состояния кварковой материи.
 - 3.2. Влияние мезонных корреляций на уравнения состояния адронной материи.
4. Заключение (401).

Список литературы (402).

1. Введение

Интерес к исследованию свойств ядерной материи в экстремальных условиях больших давлений и высоких температур отражается в большом числе теоретических работ и сооружении новых ускорителей и экспериментальных установок, позволяющих достичь таких условий и исследовать их. Особенно большое внимание

уделяется поиску фазового перехода от горячей плотной материи к состоянию кварк-глюонной плазмы. В сильно нагретой и плотной ядерной материи вслед за перекрытием объёмов нуклонов может возникнуть состояние, в котором принадлежность кварков одному объекту станет неочевидной. Такую систему можно рассматривать как газ квазиволнистых частиц, состоящий из сильно взаимодействующих кварков и глюонов (кварк-глюонную плазму).

Сегодня общепринятой теорией сильных взаимодействий является квантовая хромодинамика (КХД), которая описывает взаимодействие между кварками и глюонами с помощью обмена цветовыми зарядами [1]. Небелева природа КХД позволяет ввести и описать два основополагающих явления КХД: асимптотическую свободу и конфайнмент. Асимптотической свободой называется особенность КХД-системы, связанная со свойством кварков и глюонов слабо взаимодействовать при высоких энергиях. Свойство кварков образовывать в нормальных условиях (низкие температуры и плотности) бесцветные состояния (адроны) называется конфайнментом. Лагранжиан, построенный на основе поступатов КХД, очень сложно применить для прямых расчётов спектра масс, констант связи и физических процессов в ядерной материи. Для получения информации о фазовых состояниях ядерной материи используется метод прямых КХД-вычислений на решётке [2]. Согласно представлениям о фазовых преобразованиях, происходящих в горячей и плотной ядерной материи, с возрастанием температуры и/или плотности в системе может произойти деконфайнмент — освобождение кварков, а масса кварков вернётся к её токовому значению. Для полного описания структуры фазовой диаграммы необходима теория, способная охватить основные принципы взаимодействия кварков и глюонов.

Ю.Л. Калиновский, В.Д. Тонеев, А.В. Фризен.

Объединённый институт ядерных исследований,
ул. Жолио-Кюри 6, 141980 Дубна, Московская обл.,
Российская Федерация
E-mail: kalinov@nusun.jinr.ru, avfriesen@theor.jinr.ru

Статья поступила 13 июля 2015 г.,
после доработки 1 декабря 2015 г.

Согласно данным решёточной КХД киральный фазовый переход (частичное восстановление киральной симметрии, связанное с превращением массивных夸克ов в токовые) происходит при температуре $T_c^{\text{lat}} \approx 0,154 \pm 0,009$ ГэВ [2] в случае с 2 + 1 ароматами夸克ов и при 0,170 ГэВ в случае с двумя ароматами [3] и он должен совпадать с переходом типа деконфайнмент. Подход, применимый в решёточной КХД, можно считать довольно точным, но существуют проблемы, связанные, например, с недостаточной мощностью современных компьютеров, не позволяющей сделать элементарную ячейку достаточно малой. Кроме того, масса夸克ов, используемая в расчётах на решётке, на порядок больше массы реальных夸克ов. Расчёты на решётке затруднены также в области конечного химического потенциала. Это связано с возникновением при интегрировании по фермионным степеням свободы в функциональном интеграле комплексного детерминанта. Последняя проблема отсутствует в расчётах с двумя ароматами夸克ов [4].

Указанные сложности стали одной из причин развития эффективных, КХД-мотивированных моделей типа модели Намбу–Иона–Лазинио [5, 6] или линейной σ -модели [7] как предельных случаев КХД при низких энергиях. Модель Намбу–Иона–Лазинио (НИЛ) возникла в 1961 г. по аналогии с моделью сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) [5], но не включала в себя понятия夸克ов и глюонов. Для夸克ов модель была переформулирована несколько позднее в работах [8, 9], где было показано, как токовые夸克и с нулевой массой, $m_0 = 0$ (киральный предел), переходят в夸克и с массой $m \sim 0,3$ ГэВ, составляющие адроны, через механизм спонтанного нарушения киральной симметрии. Более реалистичный вариант модели с ненулевыми токовыми массами夸克ов ($m_0 \sim 5$ МэВ) был предложен М.К. Волковым с соавторами [10–13]. Большим преимуществом модели НИЛ является возможность изучения масс мезонов и их внутренних свойств при конечных температуре и плотности [14–21].

Модель НИЛ, вследствие того что в ней присутствует четырёхфермионное точечное взаимодействие, является неперенормируемой, и существенным моментом применения этой модели является выбор регуляризации [17, 20, 22]. Ограничения, появляющиеся при этом, отсутствуют в нелокальной версии модели Намбу–Иона–Лазинио [23–25]. Однако возникает проблема выбора вида нелокального взаимодействия. Одним из способов построения нелокальной теории является, например, использование инстанционного представления вакуума КХД [26–28].

Локальное взаимодействие в модели НИЛ не позволяет описать конфайнмент. Но модель НИЛ остаётся актуальной, так как для описания многих процессов наличие конфайнмента не является определяющим. Модель, связывающая夸克и с однородным фоновым калибровочным полем, динамика которого описывается петлёй Полякова [29–32], была предложена [33–35] на основе модели НИЛ в 2004 г. Модель НИЛ с петлёй Полякова (НИЛП) широко используется для изучения термодинамических свойств адронной материи как в критических условиях столкновения тяжёлых ионов [34, 36–38], так и в критических условиях, возникающих в нейтронных звёздах (см., например, [39–41]).

Недостатком модели НИЛП является то, что критическая температура фазового перехода при нулевом

химическом потенциале сильно завышена ($\sim 0,23$ ГэВ) по сравнению с данными решёточной КХД ($\sim 0,17$ ГэВ) или даже стандартной НИЛ ($\sim 0,19$ ГэВ). В работах [34, 35] было предложено перенормировать параметр модели T_0 , определяющий температуру деконфайнмента в отсутствие свободных夸克ов, до значения $T_0 \sim 0,19$ ГэВ, для того чтобы уменьшить значение температуры фазового перехода. Такой подход действительно привёл к снижению температуры T_c , но при этом температура кирального фазового перехода и температура деконфайнмента перестали совпадать, что также противоречит данным решёточной КХД [42], расчёты в которой, выполненные при мнимом夸克овом (μ_q) [43–45] и мнимом изоспиновом (μ_l) [46, 47] химических потенциалах, показали, что эти температуры совпадают в пределах численной ошибки. Следовательно, можно с уверенностью говорить о сильной связи между夸克овым конденсатом и калибровочным полем. Автор работы [48] предложил усилить скалярное взаимодействие, добавив феноменологическую зависимость константы четырёх夸кowego взаимодействия от поля петли Полякова Φ [49–51]. Такая формулировка модели НИЛП действительно приводит к снижению температур фазовых переходов благодаря перенормировке T_0 от 0,27 до 0,19 ГэВ, но при этом температуры обоих фазовых переходов совпадают [52].

На структуру фазовой диаграммы влияет также включение отталкивания между夸克ами (или векторного взаимодействия). Этот вопрос рассматривался в рамках как модели НИЛ [53, 54], так и модели НИЛП [38, 55–60]. Векторное взаимодействие приводит к тому, что на фазовой диаграмме КХД происходит уменьшение области фазового перехода первого рода вплоть до полного её исчезновения, когда константа взаимодействия достаточно велика. Ситуация меняется при использовании нелокальной модели НИЛ с петлёй Полякова. Такая модель показывает, что область фазового перехода первого рода не зависит от величины векторного взаимодействия (см., например, [61]). Включение в рассмотрение зависимости константы векторного взаимодействия от поля петли Полякова обсуждалось в работах [51, 52]. Полученная модель не только удовлетворяет условию совпадения кирального фазового перехода и перехода типа конфайнмент – деконфайнмент, но и показывает исчезновение области фазового перехода первого рода при гораздо больших значениях константы векторного взаимодействия.

Большая часть работ, в которых исследуются термодинамические свойства夸克–адронной системы в рамках модели Намбу–Иона–Лазинио или производных от неё моделей, ограничивается приближением среднего поля. В критических условиях, вблизи фазового перехода, диссоциация адронов и корреляция предадронных состояний также могут внести вклад в термодинамику системы. В работе [62] термодинамика двухчастичных корреляций описывается обобщённым уравнением Бета–Уленбека, что позволяет оценить вклад предадронных состояний в давление системы вблизи области фазовых переходов.

Настоящий обзор имеет следующую структуру. В разделе 2 описывается способ включения свойств конфайнмента в киральную модель НИЛ через введение взаимодействия夸克ов с калибровочным фоновым полем. Обсуждаются спектр масс модели и структура

фазовой диаграммы КХД, соответствующая модели НИЛ с петлёй Полякова. Показано, какие параметры и дополнительные взаимодействия могут повлиять на структуру фазовой диаграммы. В разделе 3 исследованы термодинамические свойства ядерной материи, описываемой в рамках этой модели. Представлены термодинамические свойства кварковой материи и предложена процедура включения мезонных корреляций.

В разделе 4 кратко рассмотрены вопросы, которые не были раскрыты в разделе 2: включение в модель минимого химического потенциала, нелокальная модель НИЛП и влияние магнитных полей на структуру диаграммы.

2. Кириальные модели в квантовой хромодинамике с конфайнментом

2.1. Эффективный потенциал

Лагранжиан модели НИЛП в случае скалярного и псевдоскалярного взаимодействий с двумя ароматами кварков имеет вид [34, 35]

$$\mathcal{L}_{\text{PNJL}} = \bar{q}(i\gamma_\mu D^\mu - \hat{m}_0)q + G_s[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5 \tau q)^2] - \mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T). \quad (1)$$

Здесь учитывается характерное для модели НИЛ четырёхкварковое взаимодействие кварковых полей q, \bar{q} , характеризующееся константой взаимодействия G_s , τ — матрицы Паули в пространстве ароматов, \hat{m}_0 — диагональная матрица токовых масс кварков. Связь с калибровочным полем возникает через ковариантную производную $D^\mu = \partial^\mu - iA^\mu$ (A^μ — калибровочное поле) и эффективный потенциал $\mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T)$, зависящий от комплексного поля петли Полякова Φ .

Как известно, КХД предсказывает линейное возрастание взаимодействия между цветными объектами на большом расстоянии. Следовательно, можно представить картину, в которой夸克 и антикварк, родившиеся в некоторой точке x , расходятся на какое-то расстояние и затем аннигилируют в некоторой точке x' . В таком представлении траектория кварка и антикварка представляют собой петлю, которая в КХД описывается оператором Вильсона [63]:

$$W(\bar{x}) = \text{tr} \left[\mathcal{P} \left(i g_s \int_C A_\mu dx_\mu \right) \right], \quad (2)$$

где A_μ — полный цветной векторный потенциал кварков и вакуума, \mathcal{P} — оператор упорядочения вдоль петли, g_s — константа сильного взаимодействия, след tr взят по цветовым индексам, так как пара кварк–антикварк рождалась и уничтожалась в бесцветном состоянии. В такой ситуации, при отсутствии динамических кварков, линия Вильсона является параметром порядка, определяющим конфайнмент.

Для практического применения при конечных температурах и плотностях для описания конфайнмента удобнее использовать петлю Полякова [63, 64]:

$$l(\mathbf{x}) \equiv \text{tr} \left[\mathcal{P} \exp \left(i \int_0^\beta dt \tau A_4(\mathbf{x}, \tau) \right) \right], \quad (3)$$

где $A_4 = iA^0$ — временная компонента калибровочного поля (\mathbf{A}, A_4), которое включает в себя константу g_s :

$A^\mu(x) = g_s A_d^\mu(\lambda_a/2)$, где A_d^μ — калибровочное поле в $SU(3)$, λ_a — матрицы Гелл-Мана.

Физической интерпретацией петли Полякова [29, 35, 64] является её аналогия со свободной энергией $F_q(\mathbf{x})$, которую необходимо затратить, чтобы добавить в систему тяжёлый цветовой источник (динамический кварк):

$$\langle l(\mathbf{x}) \rangle = \exp(-\beta F_q(\mathbf{x})).$$

Если система замкнута, то количество затрачиваемой энергии должно быть бесконечно большим, следовательно, $\langle l(\mathbf{x}) \rangle = 0$ будет соответствовать фазе конфайнмента (Z_3 -симметричная фаза). При наличии в системе цветового источника возникает поле Φ , которое в $SU_c(3)$ -калибровочной теории вводится как среднее значение линии Полякова по конечному объёму пространства [65]:

$$\Phi(\mathbf{x}) \equiv \langle \langle l(\mathbf{x}) \rangle \rangle = \frac{1}{N_c} \text{tr} \langle \langle L(\mathbf{x}) \rangle \rangle, \quad (4)$$

где $L(\mathbf{x})$ соответствует выражению в квадратных скобках в правой части (2).

В чисто калибровочной теории $SU(N_c)$ конфайнмент описывается эффективным потенциалом, который можно связать с комплексным полем петли Полякова [35, 64, 65]. Эффективный потенциал $\mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T)$ для модели НИЛП определяют исходя из результатов, полученных в решёточной КХД в отсутствие динамических кварков. На эффективный потенциал накладываются два условия: он должен удовлетворять условиям Z_3 -симметрии и воспроизводить результаты глоодинамики в решёточной КХД [66]. Это даёт определённую свободу в выборе аппроксимирующей функции для описания эффективного потенциала [34, 36, 38, 67].

- Наиболее часто используется полиномиальная форма потенциала [34]:

$$\frac{\mathcal{U}_{\text{RTW05}}(\Phi, \bar{\Phi}; T)}{T^4} = -\frac{b_2(T)}{2} \bar{\Phi}\Phi - \frac{b_3}{6}(\Phi^3 + \bar{\Phi}^3) + \frac{b_4}{4}(\bar{\Phi}\Phi)^2, \quad (5)$$

$$b_2(T) = a_0 + a_1 \left(\frac{T_0}{T} \right) + a_2 \left(\frac{T_0}{T} \right)^2 + a_3 \left(\frac{T_0}{T} \right)^3. \quad (6)$$

- Слагаемые высших порядков в (5) можно заменить логарифмической зависимостью [36, 67]:

$$\frac{\mathcal{U}_{\text{RTW06}}(\Phi, \bar{\Phi}; T)}{T^4} = -\frac{1}{2} a(T)\Phi\bar{\Phi} + b(T) \ln h(\Phi, \bar{\Phi}). \quad (7)$$

- Ещё одна аппроксимирующая функция предложена в работе [38]:

$$\frac{\mathcal{U}_{\text{FU08}}(\Phi, \bar{\Phi}; T)}{bT} = -54 \exp \left(-\frac{a}{T} \right) \Phi\bar{\Phi} + \ln h(\Phi, \bar{\Phi}). \quad (8)$$

- Для исследования адронной материи в нейтронных звёздах была введена явная зависимость эффективного потенциала от химического потенциала μ [68, 69]:

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{U}_{\text{DS09}}(\Phi, \bar{\Phi}; T)}{bT} = & \left(a_0 + a_1 \frac{\mu^4}{T^4} + a_2 \frac{\mu^2}{T^2} \right) \Phi\bar{\Phi} + \\ & + a_3 \left(\frac{T_0}{T} \right)^4 \ln h(\Phi, \bar{\Phi}). \end{aligned} \quad (9)$$

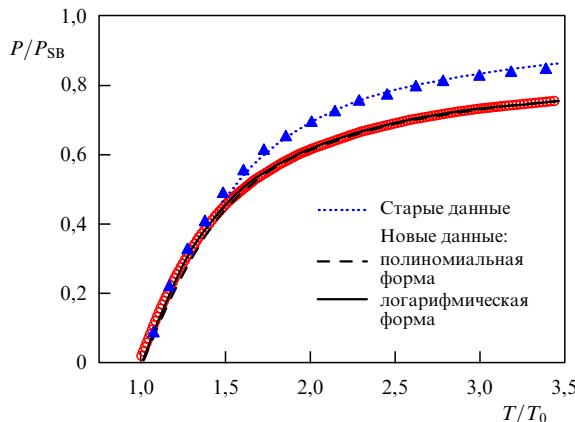


Рис. 1. Нормированное давление P/P_{SB} глюонов как функция нормированной температуры. Старые [66] и новые [70] данные, полученные на решётке, изображены треугольниками и кружками соответственно. Пунктирная кривая соответствует аппроксимации старых данных полиномом. Сплошная кривая соответствует логарифмической аппроксимации потенциала, штриховая — полиномиальной.

В формулах (6)–(9)

$$\begin{aligned} h(\Phi, \bar{\Phi}) &= 1 - 6\bar{\Phi}\Phi + 4(\bar{\Phi}^3 + \Phi^3) - 3(\bar{\Phi}\Phi)^2, \\ a(T) &= \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 \left(\frac{T_0}{T}\right) + \tilde{a}_2 \left(\frac{T_0}{T}\right)^2, \\ b(T) &= \tilde{b}_3 \left(\frac{T_0}{T}\right)^3, \end{aligned} \quad (10)$$

$T_0, a_i, b_i, \tilde{a}_i, \tilde{b}_i$ — параметры модели. Параметр T_0 зависит от числа ароматов и химического потенциала, но в чисто калибровочном секторе $T_0 = 0,27$ [70].

Для определения параметров модели и эффективного потенциала необходимо учесть следующее условие: $\Phi \rightarrow 1$ и $P/T^4 \rightarrow 1,75$ (предел Стефана – Больцмана (SB)

для глюонов) при $T \rightarrow \infty$. Откуда сразу можно получить, что $\tilde{a}_0 = 3,51$ для логарифмической функции потенциала (7) и $a_0/2 + b_3/3 - b_4/4 = 1,75$ для полиномиальной функции (5). Минимизируя $\mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}, T)$ по Φ , имея в виду, что $\Phi = \bar{\Phi}$ при $\mu = 0$, и используя далее метод наименьших квадратов, можно найти оставшиеся коэффициенты для определения эффективного потенциала.

Для аппроксимации потенциала традиционно используются полученные в расчётах на решётке в работе [66] данные, показанные на рис. 1 треугольниками. В 2009 г. в работе [70] был проведён пересчёт эффективного потенциала. На рисунке 1 эти данные показаны кружками. Для оценки влияния параметризации эффективного потенциала на термодинамику адронной системы можно вычислить параметры для полиномиальной и логарифмической форм потенциала, воспроизведя указанные данные. Полученные коэффициенты приведены в табл. 1.

Результаты аппроксимации также представлены на рис. 1. Видно, что исходные данные КХД на решётке различаются довольно сильно — разница около 10 % при $T/T_0 \sim 2$, тогда как с подобранными параметрами логарифмическая и полиномиальная аппроксимации эффективного потенциала очень хорошо согласуются между собой.

На рисунке 2 показан эффективный потенциал $\mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T)$ как функция поля Φ при различных значениях температуры. Из рисунка видно, что способ описания эффективного потенциала и его параметризация практически не влияют на поведение потенциала в целом. Когда система находится в состоянии конфайнмента (Z_3 -симметричная фаза), т.е. при температурах ниже критического значения 0,27 ГэВ для глюонов, потенциал обладает единственным минимумом при $\Phi = 0$. Когда температура становится близкой к критической, эффективный потенциал сглаживается. При температурах выше критической, когда Z_3 -симметрия нарушена и в системе произошёл деконфайнмент, минимум потенциала возни-

Таблица 1. Параметры эффективного потенциала $\mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T)$ в полиномиальной и логарифмической аппроксимациях

Данные	Полиномиальная						Логарифмическая			
	a_0	a_1	a_2	a_3	b_3	b_4	\tilde{a}_0	\tilde{a}_1	\tilde{a}_2	\tilde{b}_3
Старые [66]	6,75	-1,95	2,625	-7,44	0,75	7,5	3,51	-2,47	15,2	-1,75
Новые [70]	6,47	-4,62	7,95	-9,09	1,03	7,32	3,51	-5,121	20,99	-2,09

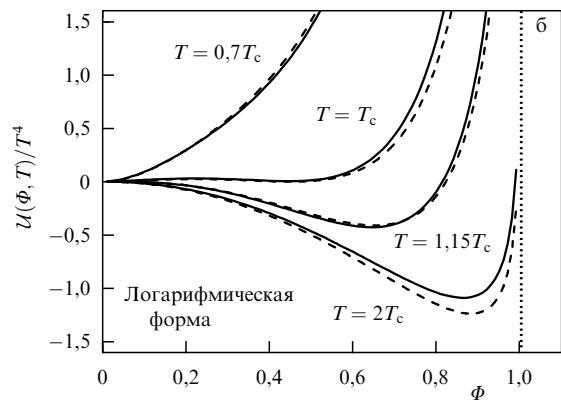
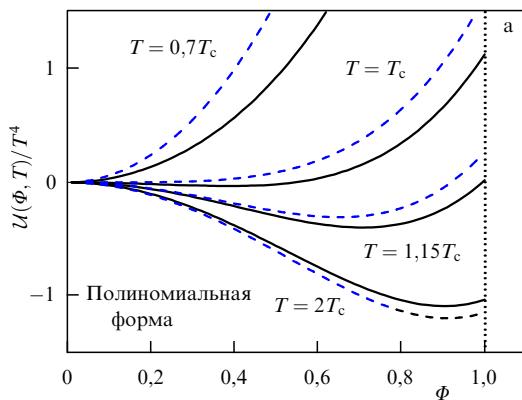


Рис. 2. Эффективный потенциал \mathcal{U} полиномиальной (а) и логарифмической (б) формы как функция Φ для различных значений температуры для старых (штриховые кривые) и новых (сплошные кривые) параметров.

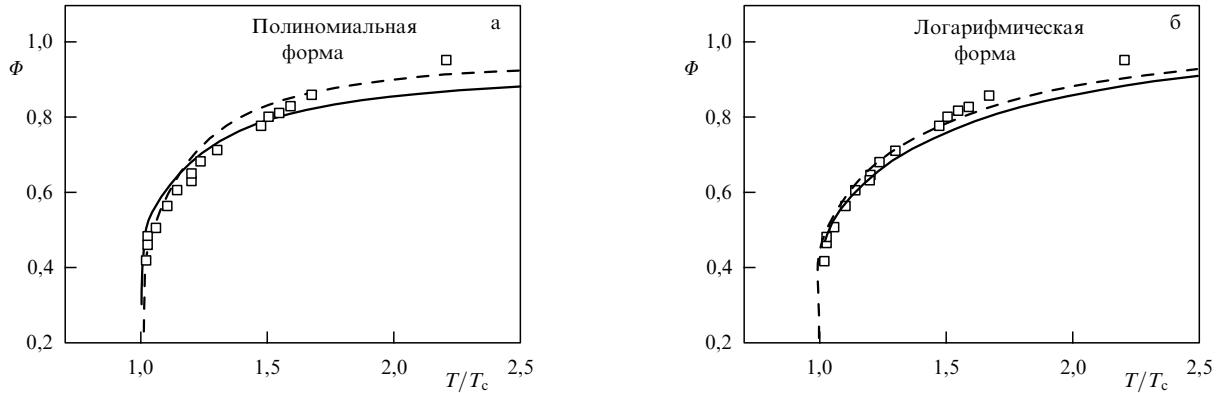


Рис. 3. Зависимость поля петли Полякова Φ для (а) полиномиальной (5) и (б) логарифмической (7) форм эффективного потенциала. Сплошная (штриховая) кривая соответствует новым (старым) значениям параметров. (Данные решётки из работы [72].)

кает уже при $\Phi \neq 0$. В пределе $T \rightarrow \infty$ положение минимума стремится к $\Phi \rightarrow 1$. Область применения модели с учётом петли Полякова ограничивается значением температуры $T \sim 2,5T_0$ [71].

Сравнение поля петли Полякова с данными, полученными в КХД на решётке, проведено на рис. 3. Видно, что независимо от выбора аппроксимирующей функции потенциала значения Φ , воспроизведённые по новым данным, немного меньше, чем воспроизведённые по старым данным. Это можно объяснить тем, что значения давления, как видно из рис. 1, для старых и новых данных довольно сильно различаются. Несмотря на то что петля Полякова, строго говоря, перестаёт быть параметром порядка, когда в вакууме появляется динамический цветовой заряд (кварк), при больших значениях числа цветов N_c (и даже $N_c = 2, 3$) она по-прежнему остаётся индикатором фазы.

2.2. Конституентные кварки и мезоны

Лагранжиан модели НИЛ с петлёй Полякова для конечного химического потенциала имеет следующий вид:

$$\mathcal{L}_{\text{PNIL}} = \bar{q}(i\gamma_\mu D^\mu - \hat{m}_0 + \gamma_0 \mu)q + G_s [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5 \tau q)^2] - \mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T), \quad (11)$$

где G_s — константа локального скалярно-псевдоскалярного четырёхточечного взаимодействия кварковых полей q, \bar{q} , τ — матрицы Паули в пространстве ароматов, \hat{m}_0 — диагональная матрица токовых масс кварков $m_u^0 = m_d^0 = m_0$. Связь кварков с калибровочным полем вводится через ковариантную производную $D^\mu = \partial^\mu - iA^\mu$ с $A^\mu(x) = g\mathcal{A}_a^\mu \lambda_a/2$, где \mathcal{A}_a^μ — поля в чисто калибровочной SU(3)-теории, λ_a — матрицы Гелл-Мана, $A^\mu = \delta_0^\mu A^0 = -i\delta_0^\mu A_4$ — калибровочные поля в калибровке Полякова.

Собственная энергия кварка, возникающая из-за наличия в лагранжиане модели слагаемых, ответственных за взаимодействие, рассчитывается в приближении Хартри. Соответствующее ему уравнение Швингера–Дайсона в диаграммной форме представлено на рис. 4. Это взаимодействие приводит к появлению постоянного сдвига в массе кварка, и в импульсном представлении уравнение имеет вид

$$m = m_0 - 2iG_s \int \frac{dp}{(2\pi)^4} \text{tr } S(p), \quad (12)$$

где m_0 — токовая масса кварка,

$$iS(p) = i \frac{1}{\hat{p} + \gamma_0(-iA_4 + \mu) + m} \quad (13)$$

— пропагатор "одетого" (жирная линия) кварка, след берётся по цветовым, ароматовым и дираковским индексам. По аналогии с теорией БКШ, уравнение (12) часто называют уравнением щели, а массу m — конституентной массой кварка. С этим уравнением связана величина, называемая кварковым конденсатом:

$$\langle \bar{q}q \rangle = i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{tr } S(p), \quad (14)$$

с учётом которой уравнение (12) принимает вид

$$m = m_0 + 2G_s \langle \bar{q}q \rangle,$$

откуда наглядно виден механизм спонтанного нарушения киральной симметрии: кварки, двигаясь в фоновом калибровочном поле, приобретают массу, присоединяя кварковый конденсат. После взятия следа по дираковским и ароматовым индексам и проведения замены Мацубары

$$\int \frac{dp_0}{2\pi} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \rightarrow iT \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \quad (15)$$

приходим к уравнению

$$m = m_0 + 8N_f G_s m iT \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{[\hat{p} + \gamma_0(-iA_4 + \mu)]^2 - m^2} \quad (16)$$

с четырёхмерным импульсом $\hat{p} = \gamma_0 p_0 - \gamma \mathbf{p}$, где $p_0 = i\omega_n - (iA_4 + \mu)$, $\omega_n = (2n+1)\pi T$ — частота Мацубары, m — масса кварка. После суммирования Мацубары выполняется суммирование по цветовым индексам, которое приводит к появлению модифицированных



Рис. 4. Уравнение Швингера–Дайсона в приближении Хартри в диаграммной форме. Тонкая линия соответствует пропагатору токового кварка, жирная — пропагатору "одетого". Петля описывает собственную энергию кварка.

функций Ферми:

$$\begin{aligned} \text{tr}_j \{ f [E_p - (-iA_{4ij} + \mu)] \} &= \\ &= \sum_{j=1}^{N_c} \frac{1}{\exp [\beta(E_p - \mu)] \exp (i\beta A_{4jj}) + 1} = \\ &= \left[(\exp [\beta(E_p - \mu)] \exp (i\beta A_{422}) + 1) \times \right. \\ &\quad \times (\exp [\beta(E_p - \mu)] \exp (i\beta A_{433}) + 1) + \\ &\quad + (\exp [\beta(E_p - \mu)] \exp (i\beta A_{411}) + 1) \times \\ &\quad \times (\exp [\beta(E_p - \mu)] \exp (i\beta A_{433}) + 1) + \\ &\quad + (\exp [\beta(E_p - \mu)] \exp (i\beta A_{411}) + 1) \times \\ &\quad \times (\exp [\beta(E_p - \mu)] \exp (i\beta A_{422}) + 1) \Big] \times \\ &\quad \times \left[(\exp [\beta(E_p - \mu)] \exp (i\beta A_{411}) + 1) \times \right. \\ &\quad \times (\exp [\beta(E_p - \mu)] \exp (i\beta A_{422}) + 1) \times \\ &\quad \times (\exp [\beta(E_p - \mu)] \exp (i\beta A_{433}) + 1) \Big]^{-1} = \\ &= N_c \left\{ \bar{\Phi} \exp [-\beta(E_p - \mu)] + 2\Phi \exp [-2\beta(E_p - \mu)] + \right. \\ &\quad + \exp [-3\beta(E_p - \mu)] \Big\} \times \\ &\quad \times \left\{ 1 + 3(\bar{\Phi} + \Phi \exp [-\beta(E_p - \mu)]) \exp [-\beta(E_p - \mu)] + \right. \\ &\quad \left. + \exp [-3\beta(E_p - \mu)] \right\}^{-1} = N_c f_\Phi^+(E_p - \mu), \end{aligned} \quad (17)$$

И аналогично

$$\begin{aligned} \text{tr}_j \{ f [E_p + (-iA_{4ij} + \mu)] \} &= \\ &= N_c \left\{ \Phi \exp [-\beta(E_p + \mu)] + 2\bar{\Phi} \exp [-2\beta(E_p + \mu)] + \right. \\ &\quad + \exp [-3\beta(E_p + \mu)] \Big\} \times \\ &\quad \times \left\{ 1 + 3(\Phi + \bar{\Phi} \exp [-\beta(E_p + \mu)]) \exp [-\beta(E_p + \mu)] + \right. \\ &\quad \left. + \exp [-3\beta(E_p + \mu)] \right\}^{-1} = N_c f_\Phi^-(E_p + \mu). \end{aligned} \quad (18)$$

В выражениях (17) и (18) $N_c = 3$, f_Φ^\pm — модифицированные функции Ферми.

В итоге получаем уравнение

$$m = m_0 + 8G_s N_f N_c i m \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{E_p} (1 - f_\Phi^+(E_p) - f_\Phi^-(E_p)), \quad (19)$$

где N_f — число ароматов. Модель НИЛ можно рассматривать как предельный случай модели НИЛ с петлёй Полякова при $\Phi = \bar{\Phi} \rightarrow 1$.

Мезоны в модели НИЛП вводятся как коллективные моды (кварк-антикварковые связанные состояния). Мезонный пропагатор в приближении случайных фаз (рис. 5) определяется через T -матрицу в виде

$$T_M(k^2) = \frac{2iG_s}{1 - 2G_s \Pi_M(k^2)}. \quad (20)$$



Рис. 5. Эффективное взаимодействие в приближении случайных фаз. В левой части равенства двойная штриховая линия обозначает пропагатор мезона, сплошные линии — линии кварков, кружки показывают кварк-мезонную константу связи.

Вся информация о свойствах мезона содержится в функции Π_M , которую называют поляризационным оператором мезонов:

$$\Pi_M(k^2) = i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{tr} [\Gamma_M S(p+k) \Gamma_M S(p)], \quad (21)$$

где $S(p)$ — кварковый пропагатор (13), Γ_M соответствует вершинной функции выбранного мезона: $\Gamma_\pi = i\gamma_5 \tau^a$ для π -мезона и $\Gamma_\sigma = \mathbf{1}$ для σ -мезона.

В полносном приближении матрицу T_M можно представить в виде

$$T_M = \frac{g_{Mqq}^2}{k^2 - m_M^2}. \quad (22)$$

Сравнивая (22) с (20), можно увидеть, что для нахождения массы мезона m_M необходимо решить уравнение

$$1 - 2G_s \Pi_M(k^2)|_{k^2=m_M^2} = 0, \quad (23)$$

а константа связи мезона с кварками вычисляется как

$$g_{Mqq}^{-2} = \frac{\partial \Pi_M(k^2)}{\partial k^2} \Big|_{k^2=m_M^2}. \quad (24)$$

Для мезонов в системе покоя ($k = 0$) уравнения для их массы имеют вид

$$1 - 8N_c N_f G_s I_1 + 2N_c N_f G_s k^2 I_2(k^2)|_{k^2=m_\pi^2} = 0, \quad (25)$$

$$1 - 8N_c N_f G_s I_1 + 2N_c N_f G_s (k^2 - 4m^2) I_2(k^2)|_{k^2=m_\sigma^2} = 0, \quad (26)$$

где

$$I_1 = \int \frac{p^2 dp}{4\pi^2} \frac{1}{E_p} (1 - f_\Phi^+(E_p) - f_\Phi^-(E_p)), \quad (27)$$

$$I_2(k^2) = \int \frac{p^2 dp}{2\pi^2} \frac{1}{E(k^2 - 4E_p^2)} (1 - f_\Phi^+(E_p) - f_\Phi^-(E_p)). \quad (28)$$

Зависимость масс мезонов и удвоенной массы кварка от температуры представлена на рис. 6 для двух вариантов аппроксимации эффективного потенциала и двух наборов параметров из табл. 1. Видно, что в случае полиномиальной формы эффективного потенциала результаты для старых и новых параметров различаются сильнее, чем в случае логарифмической формы.

2.3. Большой термодинамический потенциал.

Приближение среднего поля

Описание термодинамических свойств системы с переменным числом частиц требует введения понятия канонического ансамбля. При этом статистическая сумма будет определяться как сумма по всем значениям собственной энергии гамильтониана КХД, и она может быть выражена через производящий функционал:

$$\mathcal{Z} = \sum_x \exp [-\beta(E_x - \mu_b B_x)], \quad (29)$$

где β — величина, обратная температуре, x — состояние с барионным числом B_x и энергией E_x , μ_b — барионный химический потенциал. В то же время в формализме мнимого времени $\tau = it$ производящий функционал

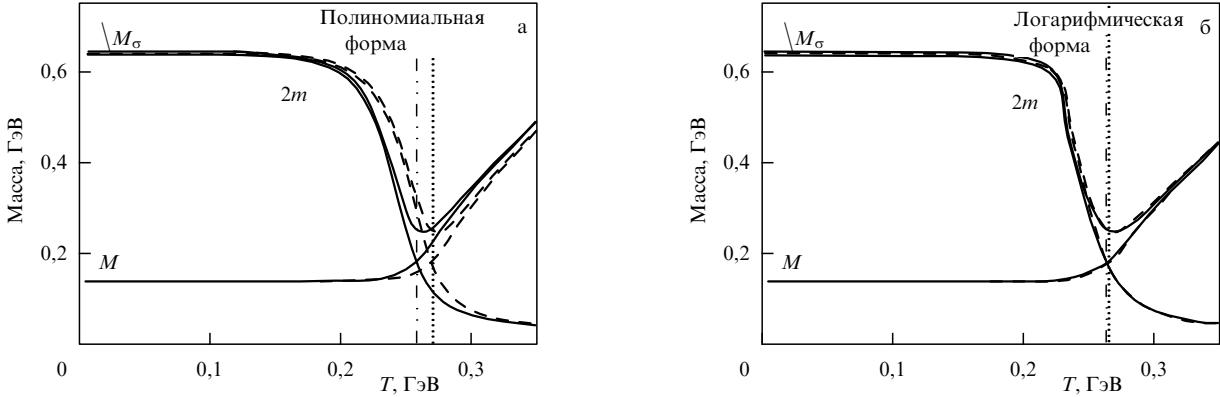


Рис. 6. Температурная зависимость двойной массы кварков и масс мезонов для полиномиальной (а) и логарифмической (б) параметризации старого и нового эффективного потенциала. Сплошными кривыми показаны результаты для новых параметров потенциала, штриховыми — для старых. Вертикальными прямыми отмечена температура Мотта \$T_{\text{Mott}}\$.

имеет вид

$$\mathcal{Z}[T, V, \mu] = \int \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}q \exp \left(\int_0^\beta d\tau \int_v d^3x \mathcal{L}_{\text{PNJL}} \right). \quad (30)$$

После применения преобразования Хаббарда–Стратоновича вводятся вспомогательные мезонные поля и функционал приобретает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}[T, V, \mu] = & \int \mathcal{D}\sigma' \mathcal{D}\pi' \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}q \exp \left[\int d^4x \left(\mathcal{L}'_{\text{PNJL}} - \frac{\sigma'^2 + \pi'^2}{4G_s} \right) \right] \times \\ & \times \exp \left(- \int d^4x \mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T) \right). \end{aligned} \quad (31)$$

Для простейшей оценки используется приближение среднего поля (mean field, MF), в котором мезонные поля описываются как флуктуации относительно средней величины: \$\sigma' = \sigma + \sigma_{\text{MF}}\$, \$\pi' = \pi + \pi_{\text{MF}}\$. Оставляя только слагаемые, относящиеся к среднему полю, получим функционал

$$\mathcal{Z}_{\text{MF}} = \exp \left[\int d^4x \left(-\frac{\sigma_{\text{MF}}'^2}{4G_s} \right) + \text{tr} \ln S_{\text{MF}}^{-1}(m) - \frac{V}{T} \mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T) \right], \quad (32)$$

тогда большой термодинамический потенциал в приближении среднего поля для модели НИЛП имеет вид

$$\Omega_{\text{PNJL}}(T, \mu) = -\frac{T}{V} \ln \mathcal{Z}_{\text{MF}}[T, V, \mu], \quad (33)$$

$$\Omega_{\text{PNJL}} = \mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T) + G_s \langle \bar{q}q \rangle^2 + \Omega_q \quad (34)$$

с кварковой частью

$$\begin{aligned} \Omega_q = & -2N_c N_f \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E_p - \\ & - 2N_f T \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \text{tr}_c \left[\ln \left(1 + L^\dagger \exp [-\beta(E_p - \mu)] \right) + \right. \\ & \left. + \ln \left(1 + L \exp [-\beta(E_p + \mu)] \right) \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

В подынтегральном выражении в (35) стоит сумма функций

$$\begin{aligned} N_\Phi^+(E_p) = & \text{tr}_c \left[\ln \left(1 + L^\dagger \exp [-\beta(E_p - \mu)] \right) \right] = \\ = & 1 + 3(\Phi + \bar{\Phi} \exp (-\beta E_p^+)) \exp (-\beta E_p^+) + \exp (-3\beta E_p^+), \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} N_\Phi^-(E_p) = & \text{tr}_c \left[\ln \left(1 + L \exp [-\beta(E_p + \mu)] \right) \right] = \\ = & 1 + 3(\bar{\Phi} + \Phi \exp (-\beta E_p^-)) \exp (-\beta E_p^-) + \exp (-3\beta E_p^-), \end{aligned} \quad (37)$$

где \$E_p^\pm = E_p \mp \mu\$, \$\beta = 1/T\$, а энергия кварка определяется как \$E_p = (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}\$.

Так как спонтанное нарушение киральной симметрии сопровождается появлением в системе массивных кварков, масса кварка (или кварковый конденсат) является параметром порядка кирального фазового перехода. В то же время поле петли Полякова \$\Phi(\bar{\Phi})\$ — параметр порядка фазового перехода конфайнмент–деконфайнмент. Соответственно, условие термодинамического равновесия системы можно записать как

$$\frac{\partial \Omega_{\text{PNJL}}}{\partial \langle \bar{q}q \rangle} = 0, \quad \frac{\partial \Omega_{\text{PNJL}}}{\partial \Phi} = 0, \quad \frac{\partial \Omega_{\text{PNJL}}}{\partial \bar{\Phi}} = 0, \quad (38)$$

первое выражение снова приводит к уравнению щели \$m = m_0 + 2G_s \langle \bar{q}q \rangle\$.

Для иллюстрации процессов восстановления и нарушения симметрий на рис. 7 представлено поведение поля петли Полякова \$\Phi\$ и кваркового конденсата, нормированного на значение при нулевой температуре, \$\langle \bar{q}q \rangle / \langle \bar{q}q \rangle_0\$, как функций температуры для модели НИЛП при \$G_v = 0\$. Появление динамического кварка приводит к уменьшению наклона функции \$\Phi\$ в области перехода, в отличие от

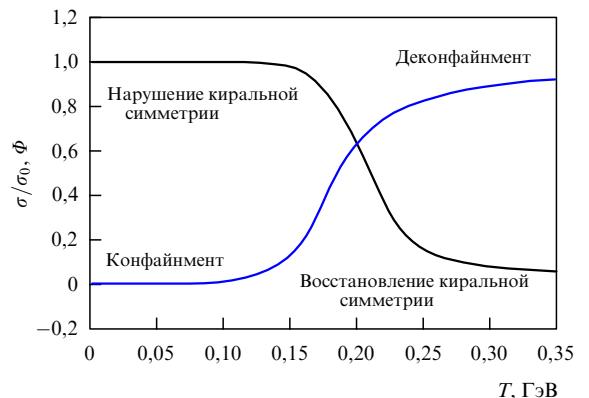


Рис. 7. (В цвете онлайн.) Температурная зависимость нормированного кваркового конденсата \$\sigma/\sigma_0\$ (чёрная кривая) и поля петли Полякова \$\Phi\$ (синяя кривая).

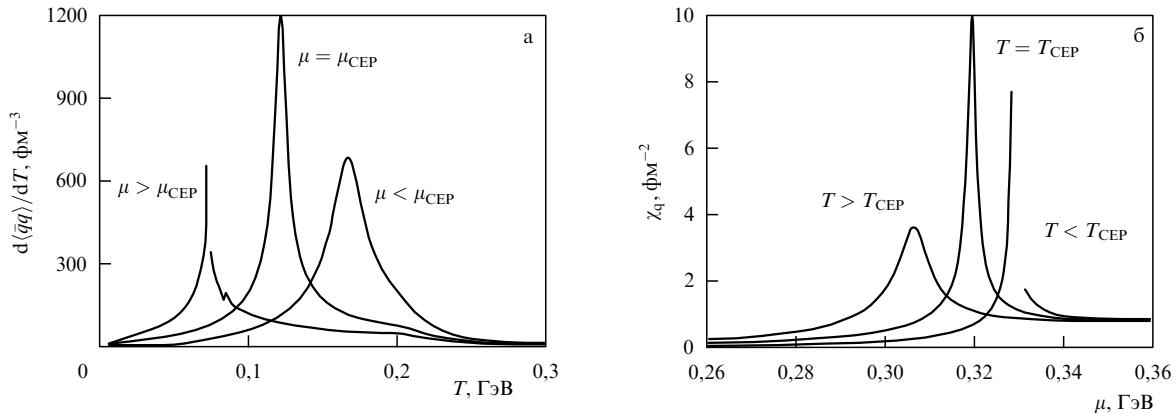


Рис. 8. Поведение параметров порядка: кварковый конденсат (а) и кварковая восприимчивость (б) до критической конечной точки, вблизи неё и после.

её наклона в случае глюодинамики (см. рис. 3). Из рисунка 7 видно, что при низких температурах, когда поле $\Phi \sim 0$, в системе наблюдается конфайнмент и Z_3 -симметрия считается восстановленной. Но в то же время киральная симметрия является спонтанно нарушенной — это связано с тем, что кварки, находящиеся в адронах, имеют ненулевую конституентную массу. После переходной области масса кварка становится токовой, что приводит к частичному восстановлению киральной симметрии (восстановление киральной симметрии нельзя считать полным, так как токовая масса кварка не равна нулю). Между тем поле Φ становится отличным от нуля, что приводит к нарушению Z_3 -симметрии и, как следствие, к деконфайнменту. Исследования, проводимые в КХД на решётке, показали, что эти переходы должны происходить при одинаковой температуре [72, 73].

2.4. Фазовая диаграмма адронной материи в модели Намбу–Иона–Лазинио с петлёй Полякова

Теперь можно перейти к обсуждению структуры фазовой диаграммы адронной материи в моделях типа НИЛ с петлёй Полякова. Условие термодинамического равновесия в системе выражается уравнениями (38). Традиционно в моделях НИЛ и НИЛП линия фазового перехода от состояния материи со спонтанно нарушенной киральной симметрией к состоянию с восстановленной киральной симметрией (киральный фазовый переход) при низких температурах определяется как максимум производной $\partial\langle\bar{q}q\rangle/\partial T|_{\mu=\text{const}}$. Точка фазового перехода от конфайнмента к деконфайнменту определяется как $\max(\partial\Phi/\partial T)$ при $\mu = \text{const}$ [34, 36]. При низких температурах модель НИЛП, так же как и модель НИЛ, демонстрирует кроссовер — мягкий фазовый переход, определяющийся резким возрастанием параметра порядка. С повышением химического потенциала в решении уравнения щели появляются три корня и определение линии фазового перехода указанным способом становится невозможным. Появление трёх корней говорит о том, что в системе имеет место фазовый переход первого рода. В этом случае для определения фазового перехода первого рода вводится понятие кварковой восприимчивости [74]:

$$\frac{\chi_q(T, \mu)}{T^2} = \frac{\partial^2(p/T^4)}{\partial(\mu/T)^2} = \frac{\partial}{\partial(\mu/T)} \left(\frac{\rho}{T^3} \right). \quad (39)$$

Область фазового перехода первого рода заканчивается при температуре, при которой χ_q как функция химического потенциала приобретает ярко выраженный максимум — эта точка и будет критической конечной точкой (Critical End Point — СЕР). В области температур ниже $T_{\text{СЕР}}$ величина χ_q как функция химического потенциала имеет разрыв. При температурах, превышающих $T_{\text{СЕР}}$, разрыв исчезнет и χ_q будет иметь слабо выраженный максимум. Поведение параметров порядка показано на рис. 8.

На рисунке 9 изображены фазовые диаграммы модели НИЛП с эффективным потенциалом, выраженным формулами (5) и (7) со старыми и новыми параметрами из табл. 1 со значениями свободных параметров $\Lambda = 0,639$ ГэВ, $m_0 = 5,5$ МэВ и $G_s = 5,227$ ГэВ $^{-2}$ при $T_0 = 0,27$ ГэВ.

Из рисунка видно, что критическая температура кирального фазового перехода при нулевом химическом потенциале во всех случаях сильно завышена: при нулевом химическом потенциале переход происходит при температурах $T_c = 0,2395, 0,253$ ГэВ для полиномиального эффективного потенциала и при $T_c = 0,23, 0,234$ ГэВ для логарифмического, первое значение соответствует новому ряду параметров, второе — старому. Очевидно, что выбор параметров сильнее влияет на модель с полиномиальным эффективным потенциалом, но всё же параметризация эффективного потенциала влияет на фазовую диаграмму меньше, чем вид выбранного эффективного потенциала. Положение критической точки ($T_{\text{СЕР}}, \mu_{\text{СЕР}}$) определяется как $(0,118; 0,3166), (0,11; 0,3192)$ для логарифмической и $(0,10; 0,3175), (0,09; 0,322)$ для полиномиальной аппроксимаций потенциала соответственно для нового и для старого ряда параметров. Видно, что введение новых параметров влияет на сдвиг критической конечной точки по химическому потенциальному сильнее, чем на её сдвиг по температуре.

Проблема завышенного значения критической температуры при нулевом химическом потенциале в модели НИЛ с петлёй Полякова ($0,23–0,253$ ГэВ против $0,19$ ГэВ в НИЛ и $0,17$ ГэВ в расчётах на решётке) обсуждалась в ранних работах, посвящённых модели НИЛП [34, 36], где было предложено перенормировать параметр, соответствующий температуре деконфайнмента в глюонном секторе $T_0 = 0,270$ ГэВ, до значения $0,19$ ГэВ. Результатом такого действия является снижение температуры кирального фазового перехода до $0,18–0,19$ ГэВ, но при

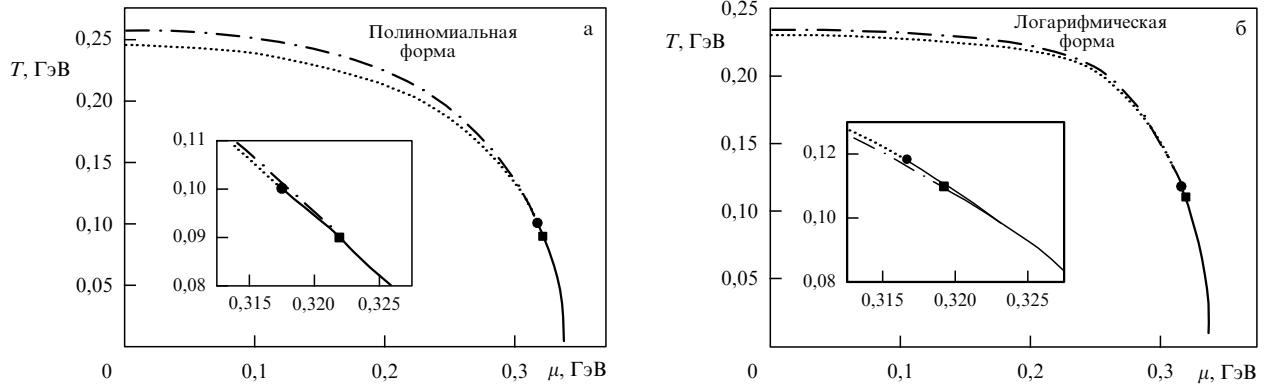


Рис. 9. Фазовая диаграмма модели НИЛ с петлёй Полякова с полиномиальной (а) и логарифмической (б) аппроксимациями потенциала. Сплошные кривые показывают фазовый переход первого рода, пунктирные и штрихпунктирные кривые — киральный переход типа "кроссовер". Тёмными кружками показаны критические конечные точки. На вставках представлены в увеличенном виде окрестности СЕР.

в этом она перестаёт совпадать с температурой деконфайнмента. Чтобы избежать такого несовпадения, в качестве температуры фазового перехода рассматривалась псевдокритическая температура перехода при нулевом химическом потенциале, равная среднему значению между температурой кирального перехода и температурой перехода к деконфайнменту. Тем не менее такой подход не приводит к исправлению ситуации с несовпадением температур двух фазовых переходов.

Что касается положения критической конечной точки, то его определение вызывает большой исследовательский интерес, но согласие в этом вопросе до сих пор не достигнуто. Так, если в модель добавляется векторное взаимодействие, то можно подобрать такие параметры, при которых область фазового перехода первого рода, а следовательно, и критическая конечная точка исчезают.

2.5. Векторное взаимодействие

в модели Намбу–Иона–Лазинио с петлёй Полякова

Включение в рассмотрение векторного взаимодействия проводилось в рамках модели НИЛ в работах [53, 54] и в рамках модели НИЛ с петлёй Полякова в работах [38, 55–60]. Векторное взаимодействие вводится в модель НИЛП добавлением слагаемого $G_v(\bar{q}\gamma_v q)^2$:

$$\mathcal{L}_{\text{PNJL}} = \bar{q}(i\gamma_\mu D^\mu - \hat{m}_0 - \gamma_0\mu)q + G_s[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2] - G_v(\bar{q}\gamma_v q)^2 - \mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T). \quad (40)$$

Здесь G_v — константа векторного взаимодействия, а остальные обозначения совпадают с обозначениями в (1).

Большой термодинамический потенциал в приближении среднего поля при наличии векторного взаимодействия имеет следующий вид [34, 35]:

$$\Omega(\Phi, \bar{\Phi}, m, T, \mu) = \mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}; T) + G_s(\bar{q}q)^2 + G_v\rho^2 + \Omega_q, \quad (41)$$

где $\langle\bar{q}q\rangle$ — кварковый конденсат, $\rho = \langle\bar{q}\gamma_0 q\rangle$ — плотность кварков и кварковая часть

$$\Omega_q = -2N_c N_f \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} E_p - 2N_f T \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} (\ln \tilde{N}_\Phi^+(E_p) + \ln \tilde{N}_\Phi^-(E_p)). \quad (42)$$

Здесь функции \tilde{N}_Φ^\pm отличаются от (36), (37) появлением нормированного химического потенциала $\tilde{\mu}$:

$$\tilde{N}_\Phi^+ = 1 + 3[\Phi + \bar{\Phi} \exp(-\beta E_p^+)] \exp(-\beta E_p^+) + \exp(-3\beta E_p^+), \quad (43)$$

$$\tilde{N}_\Phi^- = 1 + 3[\bar{\Phi} + \Phi \exp(-\beta E_p^-)] \exp(-\beta E_p^-) + \exp(-3\beta E_p^-), \quad (44)$$

где $E_p^\pm = E_p \mp \tilde{\mu}$, $E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$, а величина $\tilde{\mu}$ выражается через кварковый химический потенциал μ и плотность кварков как $\tilde{\mu} = \mu - 2G_v\rho$.

Состояние термодинамического равновесия системы теперь определяется совокупностью четырёх уравнений:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \langle\bar{q}q\rangle} = 0, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \Phi} = 0, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \bar{\Phi}} = 0, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \tilde{\mu}} = 0.$$

Как и прежде, первое равенство приведёт к уравнению щели

$$m = m_0 + 4G_v N_c N_f \int_A \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{m}{E_p} (1 - \tilde{f}_\Phi^+(E_p) - \tilde{f}_\Phi^-(E_p)) \quad (45)$$

с нормированным значением химического потенциала $\tilde{\mu}$,

$$\tilde{\mu} = \mu - 4G_v N_c N_f \int_A \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{m}{E_p} (\tilde{f}_\Phi^+(E_p) - \tilde{f}_\Phi^-(E_p)), \quad (46)$$

и модифицированными функциями Ферми, также включающими в себя нормированный химический потенциал,

$$\tilde{f}_\Phi^+(E_p) = \frac{[\Phi + 2\bar{\Phi} \exp(-\beta E_p^+)] \exp(-\beta E_p^+) + \exp(-3\beta E_p^+)}{\tilde{N}_\Phi^+}, \quad (47)$$

$$\tilde{f}_\Phi^-(E_p) = \frac{[\bar{\Phi} + 2\Phi \exp(-\beta E_p^-)] \exp(-\beta E_p^-) + \exp(-3\beta E_p^-)}{\tilde{N}_\Phi^-}, \quad (48)$$

где $E_p^\pm = E_p \mp \tilde{\mu}$.

На рисунке 10а показана фазовая диаграмма модели НИЛП с векторным взаимодействием. Эффективный потенциал выбран в полиномиальной форме с параметрами из табл. 1 и $T_0 = 0,19$ ГэВ. Как говорилось в разделе 2.4, такая нормировка параметра снижает критиче-

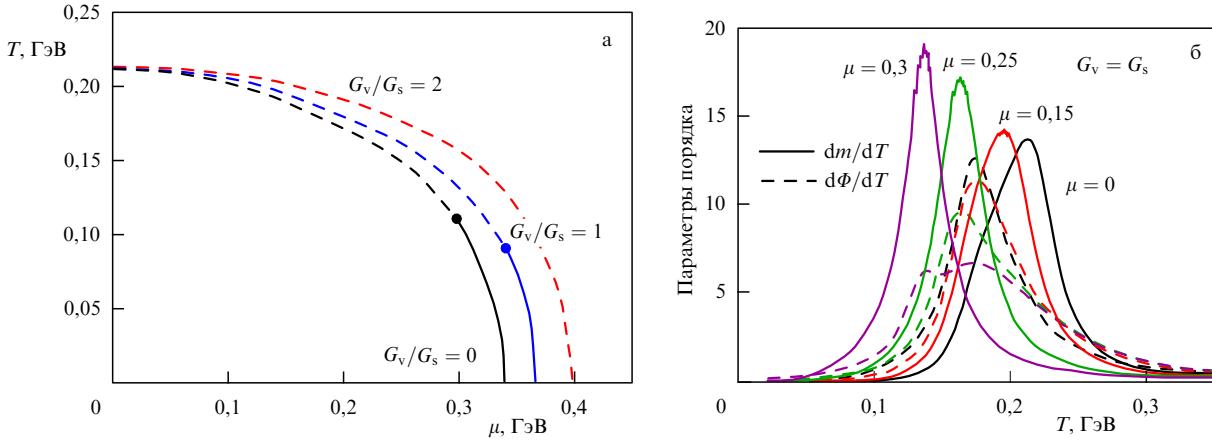


Рис. 10. (а) Фазовая диаграмма модели НИЛ с петлёй Полякова с векторным взаимодействием. (б) Параметры порядка модели НИЛ с петлёй Полякова с векторным взаимодействием при $G_v = G_s$. Сплошные кривые отображают параметр порядка кирального фазового перехода, штриховые — параметр порядка фазового перехода конфайнмент – деконфайнмент.

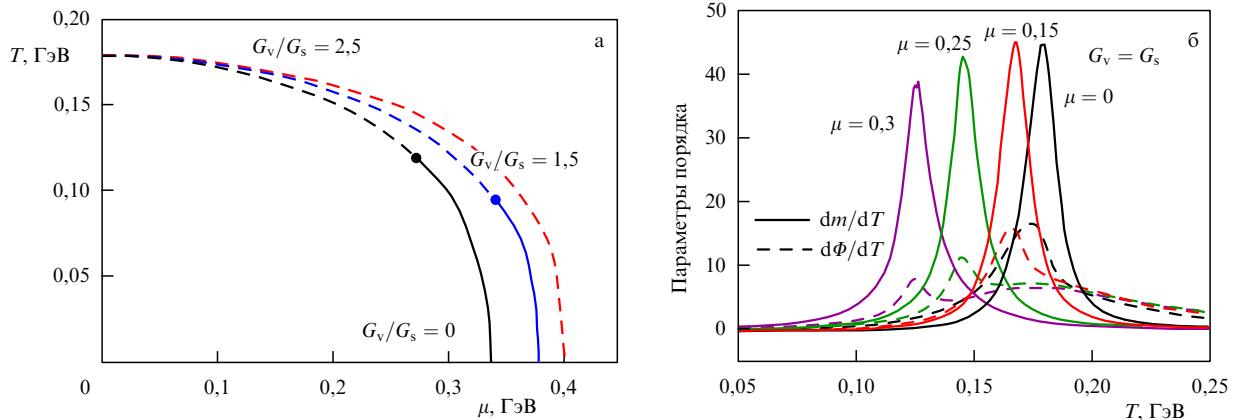


Рис. 11. (а) Фазовая диаграмма модели НИЛ с петлёй Полякова с векторным взаимодействием и константой векторного взаимодействия, зависящей от Φ . (б) Параметры порядка модели НИЛ с петлёй Полякова с векторным взаимодействием при $G_v = G_s$ и константой векторного взаимодействия, зависящей от Φ . Сплошные кривые соответствуют параметру порядка кирального фазового перехода, штриховые — параметру порядка фазового перехода конфайнмент – деконфайнмент.

скую температуру фазового перехода при нулевом химическом потенциале, но приводит к тому, что киральный фазовый переход и деконфайнмент происходят при разных температурах. Это видно из рис. 10б, на котором показаны параметры порядка модели. Рисунок 10 также подтверждает, что с возрастанием константы векторного взаимодействия исчезает фазовый переход первого рода.

Четырёхкварковое взаимодействие G_s , присутствующее в лагранжианах моделей НИЛ и НИЛП, можно рассматривать как диаграмму обмена глюоном между двумя кварками. Глюонное поле A_ν и его временная компонента A_0 связаны с полем петли Полякова [75], и G_s можно заменить эффективной вершиной, зависящей от Φ . Так как модель НИЛП удовлетворяет расширенной Z_3 -симметрии¹, можно ввести следующую феноменологическую зависимость для $G_s(\Phi)$ [48]:

$$\tilde{G}_s(\Phi) = G_s [1 - \alpha_1 \Phi \bar{\Phi} - \alpha_2 (\Phi^3 + \bar{\Phi}^3)], \quad (49)$$

где параметры $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,2$ подбираются так, чтобы модель воспроизводила данные решёточной КХД при $\mu = 0$. Эта идея потом использовалась во многих работах [49, 50, 77] при исследовании структуры фазовой диаграммы без векторного взаимодействия. В работах [52, 78] впервые было предложено включить зависимость константы векторного взаимодействия от петли Полякова:

$$\tilde{G}_v(\Phi) = G_v [1 - \alpha_1 \Phi \bar{\Phi} - \alpha_2 (\Phi^3 + \bar{\Phi}^3)]. \quad (50)$$

Нормировка константы векторного взаимодействия выбрана таким образом, чтобы соотношение констант \tilde{G}_v/\tilde{G}_s осталось независимым от Φ , и для \tilde{G}_v используются те же самые параметры α_1, α_2 , что и для \tilde{G}_s .

Такое усиление взаимодействия между кварками и глюонами приводит к тому, что при перенормировке параметра T_0 фазовые переходы происходят при одинаковой температуре, и при этом значительно снижается температура фазового перехода при нулевом химическом потенциале. Это видно из рис. 11, на котором изображены фазовая диаграмма и параметры порядка. Из рисунка 11 можно также заметить, что значение константы векторного взаимодействия, при котором исчезает фазовый переход первого рода для модели с

¹ В [76] показано, что КХД обладает кроме Z_3 -симметрии периодичностью относительно параметра Θ_q : $\Omega_{\text{QCD}}(\Theta_q) = \Omega_{\text{QCD}}(\Theta_q + 2\pi k/3)$, где k — целое число, $\mu_q = i\Theta_q T$. Такая комбинация была названа расширенной Z_3 -симметрией. В серии работ по модели НИЛП с мнимым химическим потенциалом было доказано, что эта модель удовлетворяет также расширенной Z_3 -симметрии.

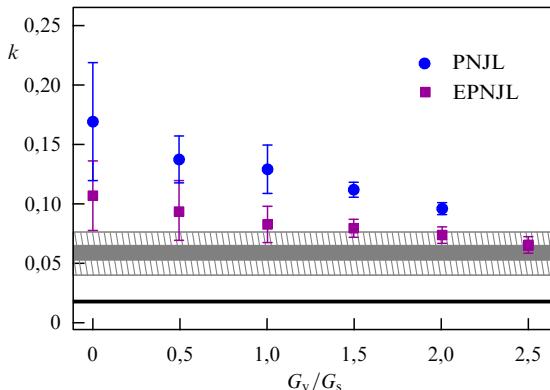


Рис. 12. Кривизна k кроссовера для моделей НИЛП (PNJL) и НИЛП с Φ -зависимыми константами связи (EPNJL) как функция G_v/G_s . Серая и чёрная полосы показывают результаты, полученные в решёточной КХД для числа ароматов $2 + 1$ в работах [79, 83] соответственно. Широкая заштрихованная полоса соответствует результатам решёточной КХД с мнимым потенциалом [80].

константой векторного взаимодействия, зависящей от Φ , значительно выше.

КХД на решётке испытывает некоторую трудность в расчётах при конечном химическом потенциале. Это связано с так называемой проблемой знака [79], которая состоит в том, что детерминант оператора массы становится мнимым, не позволяя использовать для расчётов методы Монте-Карло. Для экстраполяции результатов, полученных при нулевом химическом потенциале, в область конечных химических потенциалов и определения положений критической конечной точки было предложено ввести такую величину, как "кривизна кроссовера". Последняя вводится из соображений, что критические кривые, соответствующие всем физическим величинам (киральный конденсат, кварковая восприимчивость, восприимчивость странных кварков, петля Полякова), должны сойтись в одной точке — критической конечной точке:

$$\frac{T_c(\mu)}{T_c(0)} = 1 - k \left(\frac{\mu}{T_c(\mu)} \right)^2. \quad (51)$$

В решёточной КХД эту величину определяют различными способами. Так, для случая с $2 + 1$ ароматами кварков с помощью разложения в ряд Тейлора в [80] получено значение $k = 0,059 \pm 0,020$; извлечение значения из скейлинговых свойств кирального конденсата и киральной восприимчивости привело к результатам $k = 0,0089 \pm 0,0014$ и $0,0066 \pm 0,002$ [79] соответственно, а расчёты для мнимого химического потенциала дают $k = 0,0132 \pm 0,0018(0,003)$ [81]. К сожалению, данные для двух ароматов практически отсутствуют. Это можно объяснить тем, что в некоторых работах, например [82], говорится, что проблема знака возникает только в SU(3)-моделях. Наиболее точным можно считать результат для двух вырожденных фермионов, полученный в работе [43]: $k = 0,00563 \pm 0,00038$. Но в связи с тем, что в случае $2 + 1$ ароматов s -кварк не влияет на термодинамику системы, а при расчётах учитываются только химические потенциалы лёгких кварков, соответствие результатов, полученных в SU(2)-модели НИЛП, результатам, полученным в КХД на решётке, можно считать разумным.

Результаты вычисления кривизны кроссовера для модели НИЛП и модели НИЛП с константой связи,

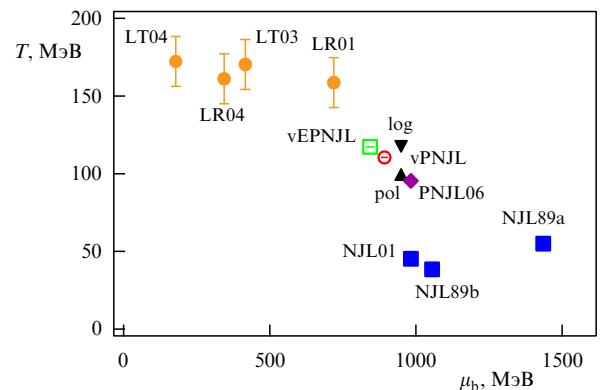


Рис. 13. Сравнение предсказаний положения критической конечной точки на фазовой диаграмме. Предсказания моделей: NJL89a, NJL89b [84], NJL01 [85], PNJL06 [36], log, pol — результаты, полученные для новой параметризации эффективного потенциала с логарифмической и полиномиальной формой записи соответственно, vPNJL, vEPNJL — результаты из данного раздела. Предсказания КХД на решётке: LT03 [86], LT04 [87], LR01 [88], LR04 [89].

зависящей от петли Полякова, представлены на рис. 12 как функция G_v/G_s . Видно, что, когда векторное взаимодействие отсутствует, модельные результаты значительно превышают результаты, полученные в решёточной КХД. При увеличении векторного взаимодействия кривизна кроссовера становится сопоставимой с этими результатами. Особенно хорошо это видно для модели с константой скалярного взаимодействия, зависящей от Φ .

Резюме: в процессе столкновения тяжёлых ионов горячая плотная ядерная материя может достигнуть таких условий, при которых плёнённые в адронах кварки становятся свободными — происходит деконфайнмент, сопровождающийся частичным восстановлением киральной симметрии, т.е. восстановлением масс кварков до их токового значения, много меньшего значения масс кварков в адронах. Предсказания моделей с физическими (т.е. ненулевыми) токовыми массами кварков указывают на два возможных сценария перехода от адронной материи к кварк-глюонной плазме. При высоких температурах и низких значениях плотности материи предполагается мягкий фазовый переход — кроссовер. При низких значениях температуры и высоких значениях химического потенциала (плотности) предполагается фазовый переход первого рода. Точка, в которой один тип фазового перехода превращается в другой, называется критической конечной точкой. Проводимые и планируемые экспериментальные исследования вызывают интерес к поиску местоположения точки СЕР на плоскости температура — химический потенциал (кварковый или барионный). Согласие в этом вопросе ещё не достигнуто. В качестве примера на рис. 13 представлены результаты некоторых теоретических моделей, в том числе описанных в настоящей статье, и результаты вычислений КХД на решётке.

3. Уравнения состояния возбуждённой ядерной материи

3.1. Уравнения состояния кварковой материи

Исходя из большого термодинамического потенциала (34) можно получить все остальные термодинамические величины: давление P , плотность энергии ε , плотность

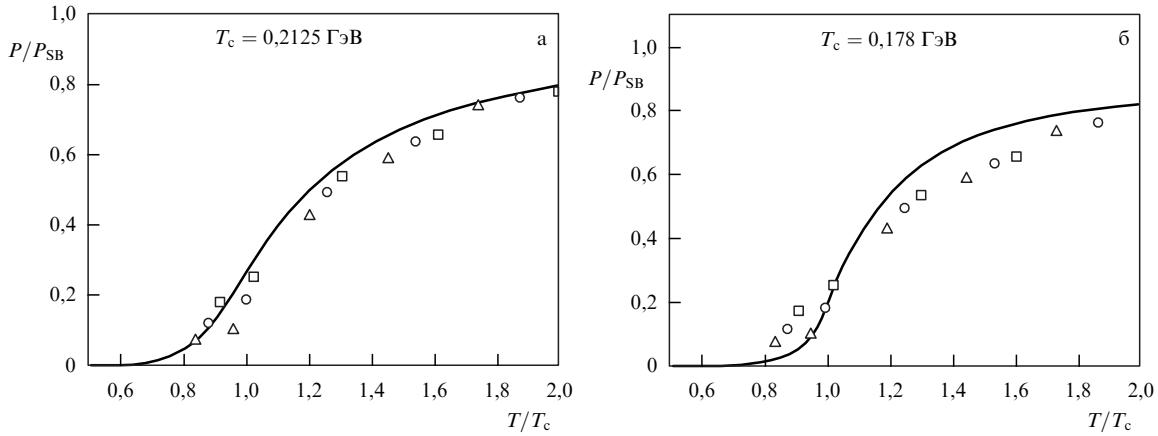


Рис. 14. Нормированное давление как функция температуры при $\mu = 0$ и $G_v = 0$ для модели НИЛП (а) и модели НИЛП с константами связи, зависящими от Φ (б). Решёточные данные для $N_f = 2$ при $\mu = 0$ взяты из [90]. Квадраты, окружности и треугольники соответствуют расчётом $N_t = 6$ с отношением масс псевдоскалярных и векторных мезонов $m_{\text{PS}}/m_v = 0,65, 0,70$ и $0,75$ соответственно.

энтропии s и плотность числа частиц ρ :

$$P = -\frac{\Omega}{V}, \quad (52)$$

$$s = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial T}\right)_\mu, \quad (53)$$

$$\varepsilon = -P + Ts + \mu\rho, \quad (54)$$

$$\rho = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}\right)_T. \quad (55)$$

Выражения для термодинамического потенциала в приближении среднего поля имеют вид (34) для модели НИЛП и (41) для модели НИЛП с учётом векторного взаимодействия. В каждом из этих случаев можно выделить вакуумную часть

$$\Omega_{\text{vac}} = \frac{(m - m_0)^2}{4G} - 2N_c N_f \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} E_p. \quad (56)$$

Величина Ω_{vac} не исчезает, когда $T \rightarrow 0$ и $\mu \rightarrow 0$. Следовательно, для того чтобы получить физическое значение термодинамического потенциала, которое соответствовало бы давлению, стремящемуся к нулю при нулевых температуре и плотности, $(T, \mu) = (0, 0)$, необходимо перенормировать потенциал, извлекая из него вакуумную часть (56). Это приведёт к следующему, физическому, определению давления:

$$\frac{P}{T^4} = \frac{P(T, \mu, m) - P(0, 0, m)}{T^4}. \quad (57)$$

На рисунке 14а приведено давление, полученное в модели НИЛП с векторным взаимодействием и полиномиальной формой записи эффективного потенциала (5) с параметрами из табл. 1 при $T_0 = 0,19$ ГэВ, $\mu = 0$ и $G_v = 0$. На рисунке 14б представлено давление, рассчитанное в модели НИЛП с векторным взаимодействием в случае, когда константы взаимодействия зависят от Φ .

С возрастанием температуры давление должно достигать так называемого предела Стефана – Больцмана [91]:

$$\frac{P_{\text{SB}}}{T^4} = (N_c^2 - 1) \frac{\pi^2}{45} + N_c N_f \frac{7\pi^2}{180} \simeq 4,053, \quad (58)$$

где первое слагаемое в правой части соответствует глюонному вкладу, а второе — кварковому.

В связи с тем что в нормированном давлении отсутствует прямая зависимость от плотности кварков, значение константы векторного взаимодействия при нулевом химическом потенциале не влияет на значение давления и результаты будут в точности совпадать с показанными на рис. 14.

С возрастанием плотности кварков (или химического потенциала) возникает фазовый переход первого рода. Как отмечалось в разделе 2.4, это выражается в появлении трёх корней при решении уравнения щели. Для этого случая связь давления с химическим потенциалом для модели НИЛП и модели НИЛП с $G_v = \tilde{G}_v(\Phi)$ показана на рис. 15. Смешанная фаза, в которой сосуществуют кварковые и адронные степени свободы, отображается прямой линией, связывающей две ветви, образующие треугольник в окрестности точки фазового перехода. Две крайние точки этой линии определяют границы термодинамически нестабильной области, в которой случайные флуктуации могут привести к появлению смеси двух фаз.

Фазовому переходу первого рода соответствует такая область энергий (температур) и/или плотностей, в которой производная давления по плотности кварков становится отрицательной. Сама граница области (спинодаль) определяется из условия равенства нулю производной от давления по плотности кварков. Это хорошо видно из рис. 16, на котором граница спинодальной области показана пунктирной кривой. Из рисунка 16 также видно, что область нестабильности соответствует области, в которой $d\mu/dT < 0$. Отметим, что с усилением векторного взаимодействия область нестабильности уменьшается и фазовый переход первого рода становится слабее.

3.2. Влияние мезонных корреляций на уравнения состояния адронной материи

Все проведённые в модели НИЛ с петлёй Полякова вычисления, представленные в разделах 2 и 3.1, были выполнены в приближении среднего поля, что позволяло оценить вклад в давление только кварков. Тем не менее нельзя отрицать тот факт, что вблизи границы кросс-овера в системе могут присутствовать не только кварки,

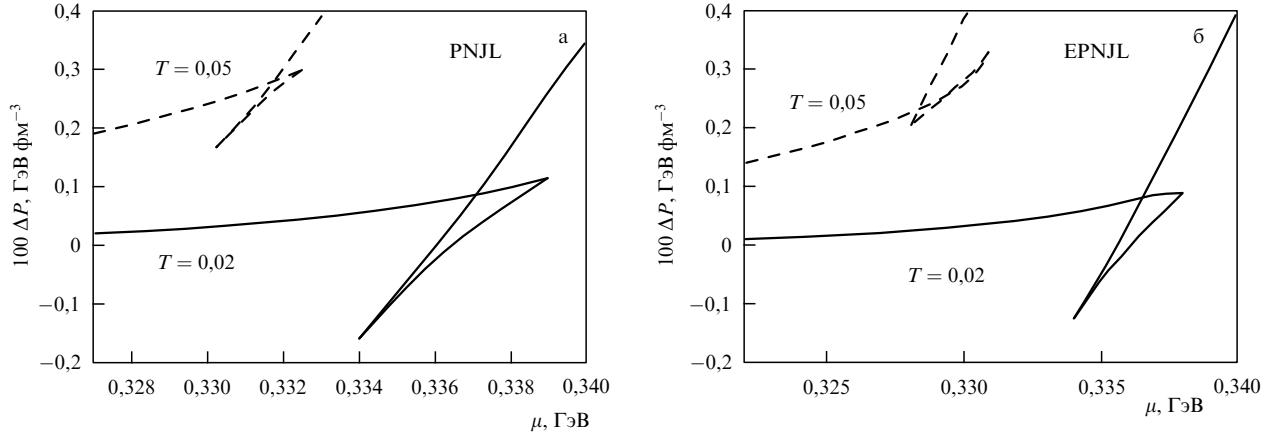


Рис. 15. Давление как функция химического потенциала для модели (а) НИЛП и (б) НИЛП с $G_v(\phi)$ для различных температур.

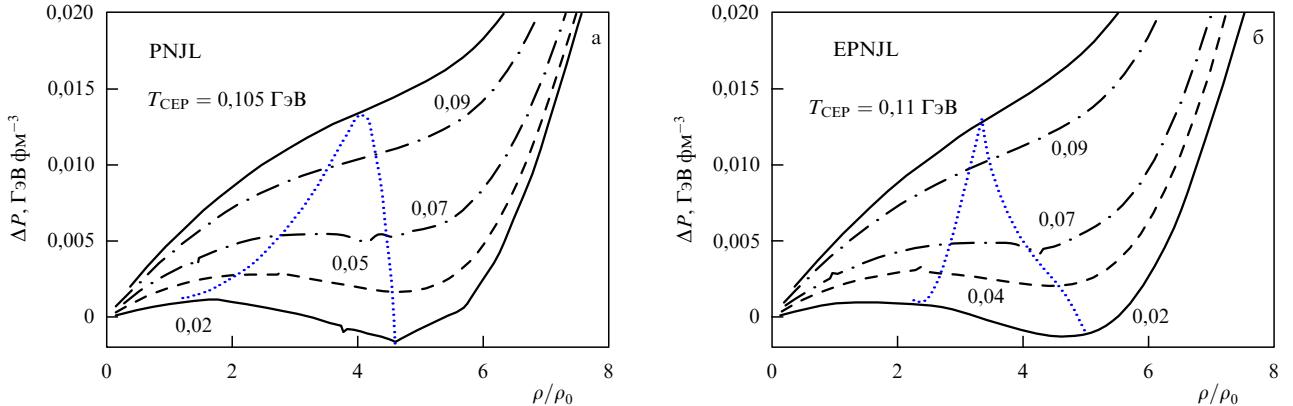


Рис. 16. Давление ΔP (сплошные, штриховые и штихпунктирные кривые) как функция плотности кварков для моделей (а) НИЛП и (б) НИЛП с $G_v(\phi)$ для различных значений температур, указанных около кривых. Пунктирной кривой показана граница спинодальной области.

но и мезоны (смешанная фаза), которые также вносят вклад в давление системы. Чтобы получить уравнение состояния кварк-адронной системы [92, 93], позволяющее описать вклад связанных состояний в термодинамику системы вблизи фазовых переходов, необходимо учесть отвечающую за флуктуации часть функционального интеграла (30), которой обычно пренебрегают в вычислениях в приближении среднего поля:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_{\text{FL}}[T, V, \mu] &= \\ &= \int \mathcal{D}\sigma \mathcal{D}\pi \exp \left\{ - \left(\int_0^\beta d\tau \int_V d^3x \frac{2\sigma\sigma_{\text{MF}} + \sigma^2 + \pi^2}{4G_s} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \text{tr} \ln [1 - S_{\text{MF}}[m](\sigma + i\gamma_5 \tau \pi)] \right\}. \end{aligned} \quad (59)$$

Учёт этого слагаемого позволит описать связанные состояния кварков и их влияние на термодинамику системы. После некоторых преобразований и проведения интегрирования по внешним полям остаётся

$$\mathcal{Z}_{\text{FL}}^{(2)}[T, V, \mu] = [\det(D_\sigma^{-1})]^{-1/2} [\det(D_\pi^{-1})]^{-3/2} \quad (60)$$

с мезонным пропагатором

$$D_M^{-1} = \frac{1}{2G_s} - \Pi_M(q_0, \mathbf{q}). \quad (61)$$

Учитывая свойство

$$[\det D_M^{-1}]^{-n/2} = \exp \left(-\frac{N}{2} \text{tr} \ln D_M^{-1} \right), \quad (62)$$

где $N = 1$ для σ -мезона и $N = 3$ для пиона, получаем следующее выражение для термодинамического потенциала:

$$\Omega_{\text{FL}} = \frac{1}{2} \frac{T}{V} \text{tr} \ln D_\sigma^{-1} + \frac{3}{2} \frac{T}{V} \text{tr} \ln D_\pi^{-1}. \quad (63)$$

Логарифм пропагатора удобно выразить через спектральную функцию $A_M^g(\omega, \mathbf{q})$ [94]:

$$\begin{aligned} \ln D_M^{-1} &= - \int_0^{G_s} dg \frac{1}{2g^2} \frac{1}{1/(2g) - \Pi_M(q_0, \mathbf{q})} = \\ &= - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{q_0 - \omega} \int_0^{G_s} \frac{dg}{2g^2} A_M^g(\omega, \mathbf{q}), \end{aligned} \quad (64)$$

здесь g — некий, имеющий смысл константы связи, параметр, по которому проводится интегрирование. Далее проводится аналитическое продолжение пропагатора на комплексную плоскость через небольшой сдвиг $\omega \pm i\eta$ от действительной оси:

$$\begin{aligned} \int_0^{G_s} \frac{dg}{2g^2} A_M^g(\omega, \mathbf{q}) &= \\ &= -i \int_0^{G_s} \frac{dg}{2g^2} (S_M^g(\omega + i\eta, \mathbf{q}) - S_M^g(\omega - i\eta, \mathbf{q})) = \\ &= -i \ln \left(\frac{1 - 2G_s \Pi_M(\omega - i\eta, \mathbf{q})}{1 - 2G_s \Pi_M(\omega + i\eta, \mathbf{q})} \right) = -i \ln \mathcal{S}_M = 2\Phi_M, \end{aligned} \quad (65)$$

где $\Phi_M(\omega, q)$ — сдвиг фаз, а $\mathcal{S}_M(\omega, \mathbf{q})$ определяет матрицу рассеяния [95]. Отсюда получим

$$\int_0^{G_s} \frac{dq}{2g^2} A_M^g(\omega, \mathbf{q}) = -i \ln \mathcal{S}_M(\omega, \mathbf{q}) = 2\Phi_M(\omega, \mathbf{q}). \quad (66)$$

И после подстановки (66) в выражения (63) и (64), вычисления следа и применения правила интегрирования по частям приходим к результату

$$\begin{aligned} \Omega_M^{(2)}(T, \mu) = & -\frac{N_M}{2} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \int_0^{+\infty} \frac{d\omega}{\pi} \frac{d}{d\omega} \times \\ & \times \left(-\omega + T \ln \{1 - \exp [\beta(\omega - \mu)]\} \right) + \\ & + T \ln \{1 - \exp [\beta(\omega + \mu)]\} \Big) \Phi(\omega, \mathbf{q}) = \\ = & -\frac{N_M}{2} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \int_0^{+\infty} \frac{d\omega}{\pi} \times \\ & \times \left(-\omega + T \ln \{1 - \exp [\beta(\omega - \mu)]\} \right) + \\ & + T \ln \{1 - \exp [\beta(\omega + \mu)]\} \Big) \frac{d\Phi_M(\omega, \mathbf{q})}{d\omega}, \end{aligned} \quad (67)$$

где $\Phi_M(-\omega, \mathbf{q}) = -\Phi_M(\omega, \mathbf{q})$ — фаза рассеяния.

Дальнейшая оценка давления заключается в физической интерпретации и аналитическом описании свойств пропагатора $1 - 2G_s \Pi_M(\omega, \mathbf{q})$. Проиллюстрировать это можно с точки зрения простейшего предположения, что пропагатор имеет полносное приближение:

$$1 - 2G_s \Pi_M(\omega, \mathbf{q}) = (\omega^2 - E_M^2) g_{Mqq}^2, \quad (68)$$

где $E_M^2 = \mathbf{q}^2 + m_M^2$ — энергия мезона, m_M — масса мезона. Тогда

$$\frac{d}{d\omega} \ln \frac{1 - 2G_s \Pi_M(\omega - i\eta, \mathbf{q})}{1 - 2G_s \Pi_M(\omega + i\eta, \mathbf{q})} = -2\pi i \delta(\omega - E_M), \quad (69)$$

а термодинамический потенциал

$$\begin{aligned} \Omega_M = & \frac{N_M}{2} \int \frac{d^3 q}{q} \left(E_M + T \ln \{1 - \exp [-\beta(E_M - \mu)]\} \right) + \\ & + T \ln \{1 - \exp [-\beta(E_M + \mu)]\}. \end{aligned} \quad (70)$$

Такой потенциал соответствует системе невзаимодействующих мезонов [96].

Комбинируя вклад от связанных состояний, описываемых дельта-функцией, и вклад от состояний рассеяния ($d\Phi_M/d\omega$), можно получить обобщённое уравнение Бета — Уленбека. Массы связанных состояний и сдвиг фазы рассеяния в соответствующем канале зависят от среды рассеяния. Так, восстановление киральной симметрии приводит к тому, что масса кварка в области фазового перехода резко убывает и приближается к токовой. При этом пионы становятся резонансными состояниями, которые можно описать комплексным полюсом $q_0 = m_M - i\Gamma_M/2$, где Γ_M — ширина резонансного состояния. Пренебрегая влиянием среды, можно вычислить величину эффекта расширения мезонных резонансных состояний. Для этого вводится спектраль-

ная функция Брейта — Вигнера (БВ):

$$\frac{d\Phi_R(\omega, T)}{ds} = A_R(\omega, T) = a_R \frac{m_M \Gamma_M}{(\omega - m_M)^2 + (m_M \Gamma_M)^2}, \quad (71)$$

где a_R — нормировочный множитель, который определяется из стандартного условия нормировки:

$$\int_{-q^2}^{+\infty} d\omega A_R = a_R \int_{-q^2}^{+\infty} d\omega \frac{m_M \Gamma_M}{(\omega - m_M)^2 + (m_M \Gamma_M)^2} = 1, \quad (72)$$

откуда находим

$$a_R = \frac{\pi}{\pi/2 + \arctan [(\mathbf{q}^2 + m_M^2)/(m_M \Gamma_M)]}. \quad (73)$$

Ширина мезонов при температуре ниже температуры Мотта T_{Mott} практически равна нулю, а при $T > T_{\text{Mott}}$ становится конечной и описывает спектральное расширение резонансных состояний. Для определения величины Γ_M исходят из того, что поляризационную функцию можно аналитически продолжить в комплексную плоскость (аналогично тому, как это сделано в (65)): $m_M \pm ie$. Далее исходя из (25) и (26) получаем систему уравнений:

$$\text{Re } P_M = -\frac{1/(4G_s N_c N_f) - 2I_1}{|I_2(m_M + ie)|^2} \text{Re } I_2(m_M + ie), \quad (74)$$

$$\text{Im } P_M = -\frac{1/(4G_s N_c N_f) - 2I_1}{|I_2(m_M + ie)|^2} \text{Im } I_2(m_M + ie), \quad (75)$$

где $\text{Re } P_M = m_\pi^2 - \Gamma_\pi^2/4$ для пиона и $\text{Re } P_M = m_\sigma^2 - 4m^2 - \Gamma_\sigma^2/4$ для σ -мезона, а $\text{Im } P_M = m_M \Gamma_M$ для обоих мезонов.

Температурное поведение масс мезонов и их ширины показаны на рис. 17. Из рисунка видно, что σ -мезон имеет ненулевую ширину даже при температурах ниже T_{Mott} , но, поскольку это значение близко к нулю, σ -мезон рассматривают как связанное состояние. При $T > T_{\text{Mott}}$ массы мезонов, а также их ширины быстро становятся одинаковыми. Это подтверждает восстановление киральной симметрии — σ -мезон и пион становятся киральными партнёрами.

Если известны все необходимые величины, то, представив их в (67), можно вычислить давление. На рисунке 18б представлены как давление мезонов для невзаимодействующего пионного газа, так и давление с учётом спектрального расширения. Хорошо видно, что при температуре $T \geq T_{\text{Mott}}$ давление мезонов убывает, что связано с плавлением связанных состояний. Сравнение давления мезонов и давления夸克, рассчитанного в приближении среднего поля, проведено на рис. 18а.

В работах [62, 95] показано, что для модели НИЛ и НИЛП для пионов выполняется теорема Левинсона, описывающая связь сдвига фаз рассеяния с числом связанных состояний в системе. В интегральной форме эта связь может быть выражена как

$$\int_{4m^2}^{+\infty} d\omega \frac{d\Phi_M}{d\omega} = n\pi, \quad (76)$$

где n — число связанных состояний в системе. В работе [62] показано, что для удовлетворения теореме Левин-

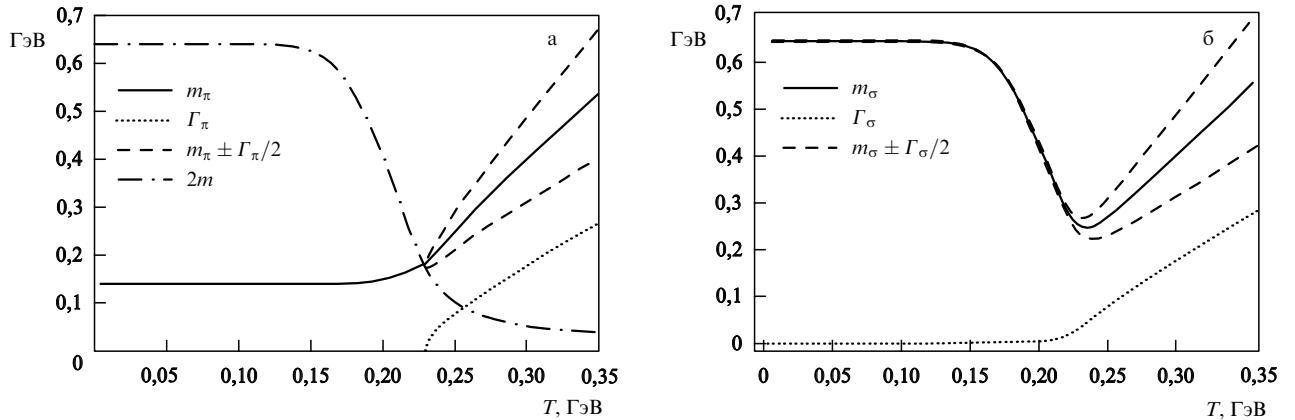


Рис. 17. Масса, ширина и удвоенная масса кварка ($2m$) для (а) π -мезона и (б) σ -мезона как функции температуры в модели НИЛП при $\mu = 0$.

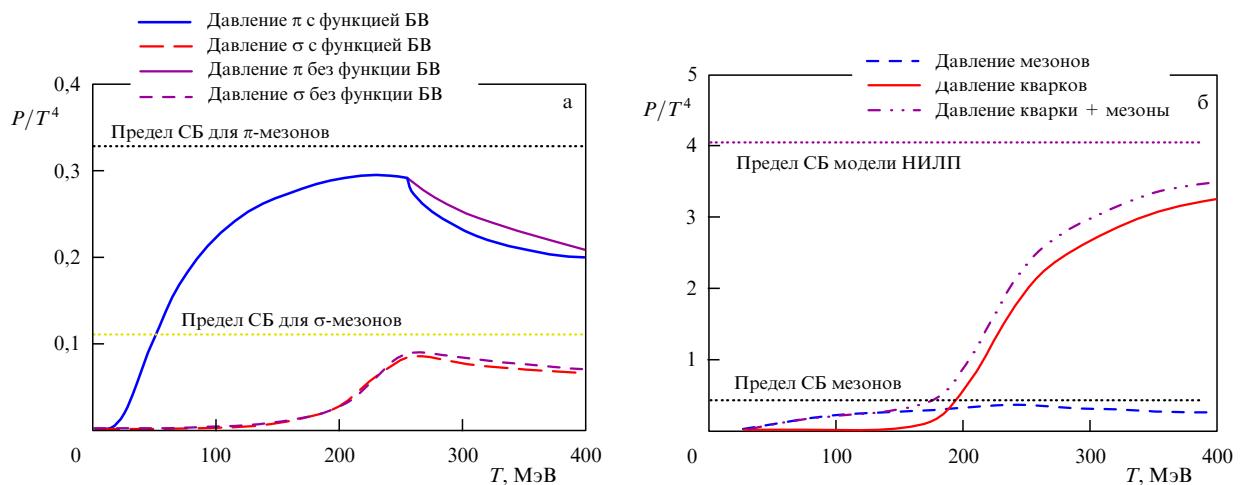


Рис. 18. Давление мезонов с учётом и без учёта спектрального расширения и рассеяния (а) и сравнение давления мезонов и системы кварков в приближении среднего поля (б) в модели НИЛП при $\mu = 0$. Горизонтальными пунктирными прямыми показаны пределы Стефана – Больцмана (СБ).

сона сдвиг фаз Φ_M , выбранный в форме (71), необходимо разбить на составляющие: сдвиг фаз, отвечающий рассеянию кварков на кварках и антикварках (фоновый сдвиг фаз ϕ_{sc}) и сдвиг фаз, вызванный корреляциями мезонов (ϕ_R). Результаты вычислений сдвига фаз (Φ_M) и характер выполнения данной теоремы в модели НИЛП для пинонов ($n = 1$) представлены на рис. 19. На рисунке 19а, б показаны сдвиг фаз, связанный с рассеянием кварков на кварках (ϕ_{sc}), и сдвиг фаз для мезонных корреляций (ϕ_R). Из рисунка 19а видно, что при $T < T_{Mott}$ пинон является связанным состоянием, поэтому сдвиг фаз имеет скачок от 0 до π . При $T > T_{Mott}$ пинон становится резонансным состоянием и сдвиг фаз в области энергий от 0 до $\sqrt{s} = m_\pi$ плавно возрастает от 0 до π . При ещё больших температурах сдвиг фаз перестаёт достигать значения π , что говорит об отсутствии в системе связанных состояний. Фоновый сдвиг фаз (ϕ_{sc}), показанный на рис. 19б, связан с рассеянием кварков на кварках с промежуточным образованием π - и σ -мезонов, и при низких температурах он имеет порог $s = 2m$. Видно, что с возрастанием температуры фоновый сдвиг фаз перестаёт изменяться. На рисунке 19в представлен суммарный сдвиг фаз.

4. Заключение

Модель НИЛ с петлёй Полякова возникла в результате попытки объединить свойства киральных моделей со свойствами конфайнмента. Модель НИЛП является одной из немногих моделей, позволяющих описать свойства как кирального фазового перехода, так и фазового перехода конфайнмент – деконфайнмент.

Конфайнмент в модели НИЛ с петлёй Полякова определяется поведением эффективного потенциала, который в свою очередь находится из аппроксимации данных, полученных в КХД на решётке в отсутствие динамических кварков. В связи с этим модель НИЛ с петлёй Полякова показывает хорошее соответствие своих результатов данным, полученным в решёточной КХД при конечной температуре. Для изучения свойств возбуждённой ядерной материи при конечном химическом потенциале в решёточной КХД всё чаще используют вычисления при мнимом химическом потенциале, результаты которых затем можно экстраполировать в область конечного действительного химического потенциала. Но, как оказалось, такая непосредственная экстраполяция в область действительного химического потенциала даёт хорошие результаты только при невы-

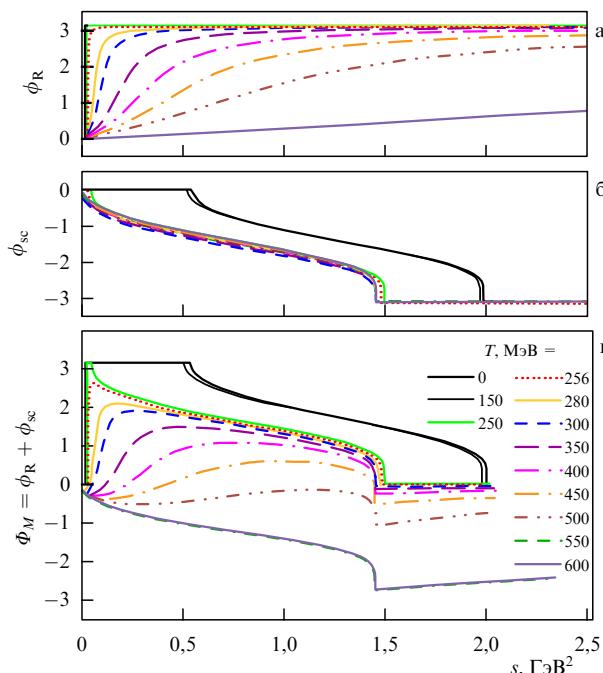


Рис. 19. Сдвиг фаз.

соких значениях μ/T [43–45]. Этую проблему можно решить, если найти эффективную модель, способную дать адекватную оценку статистической суммы в области как действительного, так и мнимого химического потенциала, т.е. способную воспроизвести данные решёткой КХД в области мнимого химического потенциала [58]. Такой моделью может служить модель Намбу–Иона–Лазинио с петлёй Полякова. В работах [58, 97, 98] показано, что модель НИЛП удовлетворяет также требованиям расширенной Z_3 -симметрии ($\Omega(\Theta) = \Omega(\Theta + 2\pi k/N)$ для $Z(N)$ -симметрии) [76], если ввести модифицированную функцию поля петли Полякова: $\Psi = \exp(i\Theta)\Phi$, $\bar{\Psi} = \exp(-i\Theta)\bar{\Phi}$. Такое предположение дало новый импульс работам, связанным с поиском критической конечной точки [99–103].

Модель НИЛ с петлёй Полякова, как и модель НИЛ, ограничена в своих возможностях из-за необходимости её регуляризации. Введение параметра обрезания по трёхмерному импульсу ограничивает область применимости модели $|\mathbf{p}| < \Lambda$, что не позволяет, например, изучать явления пертурбативной КХД. Этих недостатков можно избежать в нелокальной модели НИЛ с петлёй Полякова. Нелокальность четырёхкваркового взаимодействия генерирует импульсную зависимость динамической массы кварка. Использование зависящей от импульса динамической массы кварка позволяет непосредственно сравнивать результаты модели с результатами расчётов КХД на решётке [104] и уменьшать критические температуры и плотности для критической конечной точки на фазовой диаграмме. В работах [36, 38] показано, что положение СЕР зависит от выбора параметров модели. Например, в работе [61] показано, что положение СЕР на фазовой диаграмме также сильно изменяется при изменении параметров формфакторов нелокального взаимодействия и учёте векторного взаимодействия. При некоторых модельных параметрах критическая конечная точка на фазовой диаграмме вообще отсутствует.

Таким образом, модель НИЛ с петлёй Полякова позволяет решить широкий спектр задач, касающихся термодинамических свойств плотной горячей ядерной материи в условиях столкновения тяжёлых ионов и условиях, возникающих в ядрах нейтронных звёзд. Модель НИЛП используется также для расчётов, связанных с изучением проблемы нарушения СР-инвариантности в сильных взаимодействиях как следствия влияния киральной аномалии на топологическую структуру КХД-вакуума при сильных магнитных полях, возникающих в процессе столкновения тяжёлых ионов [105, 106]. Но пока результаты, полученные в моделях НИЛ и НИЛП, не дают хорошего согласия с результатами решёточной КХД [107].

Кроме того, модель НИЛП позволяет исследовать процессы рассеяния кварков на кварках и лёгких мезонах [108, 109], а также процессы распада и рассеяния лёгких мезонов при конечных температурах [110–112].

Благодарности. Авторы выражают благодарность Д. Блашке за сотрудничество и неоценимый вклад в данную работу. Работа Ю.Л.К. поддержана грантом 13-01-00060а Российского фонда фундаментальных исследований.

Список литературы

- Greiner W, Schäfer A *Quantum Chromodynamics* (Berlin: Springer-Verlag, 1994)
- Ejiri S *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **94** 19 (2001)
- Bazavov A et al. *Phys. Rev. D* **85** 054503 (2012); arXiv:1111.1710
- Wu L-K, Luo X-Q, Chen H-S *Phys. Rev. D* **76** 034505 (2007)
- Nambu Y, Jona-Lasinio G *Phys. Rev.* **122** 345 (1961)
- Nambu Y, Jona-Lasinio G *Phys. Rev.* **124** 246 (1961)
- Gell-Mann M, Lévy M *Nuovo Cimento* **16** 705 (1960)
- Eguchi T *Phys. Rev. D* **14** 2755 (1976)
- Kikkawa K *Prog. Theor. Phys.* **56** 947 (1976)
- Волков М К, Эберт Д *ЯФ* **36** 1265 (1982); Volkov M K, Ebert D *Sov. J. Nucl. Phys.* **36** 736 (1982)
- Ebert D, Volkov M K *Z. Phys. C* **16** 205 (1983)
- Volkov M K *Ann. Physics* **157** 282 (1984)
- Волков М К *ЭЧАЯ* **17** 433 (1986); Volkov M K *Sov. J. Part. Nucl.* **17** 186 (1986)
- Hatsuda T, Kunihiro T *Phys. Rev. Lett.* **55** 158 (1985)
- Hatsuda T, Kunihiro T *Phys. Lett. B* **185** 304 (1987)
- Kunihiro T *Phys. Lett. B* **219** 363 (1989)
- Klevansky S P *Rev. Mod. Phys.* **64** 649 (1992)
- Bernard V, Meissner U-G, Zahed I *Phys. Rev. D* **36** 819 (1987)
- Bernard V, Meissner U-G, Zahed I *Phys. Rev. Lett.* **59** 966 (1987)
- Christov C V, Ruiz-Arriola E, Goeke K *Acta Phys. Polon. B* **22** 187 (1991)
- Hüfner J, Klevansky S P, Zhuang P *Acta Phys. Polon. B* **25** 85 (1994)
- Калиновский Ю Л, Фризен А В *Письма в ЭЧАЯ* **12** 1143 (2015); Kalinovsky Yu L, Friesen A V *Phys. Part. Nucl. Lett.* **12** 737 (2015)
- Ефимов Г В, Иванов М А *ЭЧАЯ* **20** 1129 (1989); Efimov G V, Ivanov M A *Sov. J. Part. Nucl.* **20** 479 (1989)
- Andrianov A A, Espriu D, Tarrach R *Nucl. Phys. B* **533** 429 (1998)
- Celenza L S et al. *Phys. Rev. C* **60** 025202 (1999); *Phys. Rev. C* **60** 039901 (1999) Erratum
- Dyakonov D I, Petrov V Yu *Nucl. Phys. B* **272** 457 (1986)
- Buballa M, Krewald S *Phys. Lett. B* **294** 19 (1992)
- Аникин И В, Дорохов А Е, Томио Л *ЭЧАЯ* **31** 1023 (2000); Anikin I V, Dorokhov A E, Tomio L *Phys. Part. Nucl.* **31** 509 (2000)
- Polyakov A M *Phys. Lett. B* **72** 477 (1978)
- Meisinger P N, Ogilvie M C *Phys. Lett. B* **379** 163 (1996)
- Meisinger P N, Miller T R, Ogilvie M C *Phys. Rev. D* **65** 034009 (2002)
- Mócsy A, Sannino F, Tuominen K *Phys. Rev. Lett.* **92** 182302 (2004)
- Fukushima K *Phys. Lett. B* **591** 277 (2004)
- Ratti C, Thaler M A, Weise W *Phys. Rev. D* **73** 014019 (2006)

35. Hansen H et al. *Phys. Rev. D* **75** 065004 (2007)
36. Rößner S, Ratti C, Weise W *Phys. Rev. D* **75** 034007 (2007)
37. Costa P et al. *Phys. Rev. D* **81** 016007 (2010)
38. Fukushima K *Phys. Rev. D* **77** 114028 (2008)
39. Lugones G et al. *Phys. Rev. D* **81** 085012 (2010)
40. Lenzi C H et al. *Phys. Rev. C* **82** 015809 (2010)
41. Dexheimer V et al. *Phys. Rev. C* **87** 015804 (2013)
42. Borsányi S et al. *JHEP* (09) 073 (2010)
43. de Forcrand P, Philipsen O *Nucl. Phys. B* **642** 290 (2002)
44. D'Elia M, Lombardo M-P *Phys. Rev. D* **67** 014505 (2003)
45. D'Elia M, Di Renzo F, Lombardo M-P *Phys. Rev. D* **76** 114509 (2007)
46. Kogut J B, Sinclair D K *Phys. Rev. D* **70** 094501 (2004)
47. Cea P et al. *Phys. Rev. D* **80** 034501 (2009)
48. Sakai Y et al. *Phys. Rev. D* **82** 076003 (2010)
49. Sakai Y et al. *J. Phys. G* **39** 035004 (2012); arXiv:1104.2394
50. Ruivo M C, Costa P, de Sousa C A *Phys. Rev. D* **86** 116007 (2012)
51. Sugano J et al. *Phys. Rev. D* **90** 037901 (2014)
52. Friesen A V, Kalinovsky Yu L, Toneev V D *Int. J. Mod. Phys. A* **30** 1550089 (2015)
53. Vogl U, Weise W *Prog. Part. Nucl. Phys.* **27** 195 (1991)
54. Buballa M *Phys. Rep.* **407** 205 (2005)
55. Lourenco O *Phys. Rev. D* **85** 097504 (2012)
56. Dutra M et al. *Phys. Rev. D* **88** 114013 (2013)
57. Fukushima K *Phys. Rev. D* **78** 114019 (2008)
58. Sakai Y et al. *Phys. Rev. D* **78** 076007 (2008)
59. Carignano S, Nickel D, Buballa M *Phys. Rev. D* **82** 054009 (2010)
60. Steinheimer J, Schramm S *Phys. Lett. B* **696** 257 (2011)
61. Contrera G A, Grunfeld A G, Blaschke D В *Письма в ЭЧАЯ* **11** 544 (2014); *Phys. Part. Nucl. Lett.* **11** 342 (2014)
62. Wergieluk A et al. *Письма в ЭЧАЯ* **10** 1084 (2013); *Phys. Part. Nucl. Lett.* **10** 660 (2013)
63. Симонов Ю А *УФН* **166** 337 (1996); Simonov Yu A *Phys. Usp.* **39** 313 (1996)
64. Pisarski R D, in *QCD Perspectives on Hot and Dense Matter, Proc. of the Cargese Summer School, 6–18 August 2001, Cargese, France* (NATO Science Series, II, Vol. 87, Eds J P Blaizot, E Iancu) (Dordrecht: Kluwer, 2002) p. 353; hep-ph/0203271
65. Pisarski R D *Phys. Rev. D* **62** 111501(R) (2000)
66. Boyd G et al. *Nucl. Phys. B* **469** 419 (1996)
67. Rößner S et al. *Nucl. Phys. A* **814** 118 (2008)
68. Dexheimer V A, Schramm S *Nucl. Phys. A* **827** 579c (2009)
69. Dexheimer V A, Schramm S *Phys. Rev. C* **81** 045201 (2010)
70. Panero M *Phys. Rev. Lett.* **103** 232001 (2009)
71. Meisinger P N, Ogilvie M C, Miller T R *Phys. Lett. B* **585** 149 (2004)
72. Karsch F, Laermann E, Peikert A *Phys. Lett. B* **478** 447 (2000)
73. Karsch F *Nucl. Phys. A* **698** 199 (2002)
74. Ratti C, Rößner S, Weise W *Phys. Lett. B* **649** 57 (2007); hep-ph/0701091
75. Kondo K-I *Phys. Rev. D* **82** 065024 (2010)
76. Roberge A, Weiss N *Nucl. Phys. B* **275** 734 (1986)
77. Dutra M et al. *Phys. Rev. D* **88** 114013 (2013)
78. Sugano J et al. *Phys. Rev. D* **90** 037901 (2014)
79. Endrődi G et al. *JHEP* **2011** (4) 1 (2011)
80. Kaczmarek O et al. *Phys. Rev. D* **83** 014504 (2011)
81. Bonati C et al. *Phys. Rev. D* **90** 114025 (2014); arXiv:1410.5758
82. Брагута В В и др. *Письма в ЖЭТФ* **101** 827 (2015); Braguta V V et al. *JETP Lett.* **101** 732 (2015)
83. Cea P, Cosmai L, Papa A *Phys. Rev. D* **89** 074512 (2014)
84. Masayuki A, Koichi Y *Nucl. Phys. A* **504** 668 (1989)
85. Scavenius O et al. *Phys. Rev. C* **64** 045202 (2001); nucl-th/0007030
86. Ejiri S et al. *Theor. Phys. Suppl.* **153** 118 (2003)
87. Gavai R V, Gupta S *Phys. Rev. D* **71** 114014 (2005)
88. Fodor Z, Katz S D *JHEP* (03) 014 (2002)
89. Fodor Z, Katz S D *JHEP* (04) 050 (2004)
90. Ali Khan A et al. (CP-PACS Collab.) *Phys. Rev. D* **64** 074510 (2001)
91. Friesen A V, Kalinovsky Yu L, Toneev V D *Int. J. Mod. Phys. A* **27** 1250013 (2012)
92. Uhlenbeck G E, Beth E *Physica* **3** 729 (1936)
93. Beth E, Uhlenbeck G E *Physica* **4** 915 (1937)
94. Abuki H *Nucl. Phys. A* **791** 117 (2007)
95. Hufner J et al. *Ann. Physics* **234** 225 (1994)
96. Kapusta J I *Finite-Temperature Field Theory* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989)
97. Sakai Y et al. *Phys. Rev. D* **77** 051901 (2008)
98. Sakai Y et al. *Phys. Rev. D* **78** 036001 (2008)
99. Pagura V, Gómez Dumm D, Scoccola N N *Phys. Lett. B* **707** 76 (2012); arXiv:1105.1739
100. Kouno H et al. *Phys. Rev. D* **83** 076009 (2011)
101. Kashiwa K et al. *Phys. Rev. D* **79** 076008 (2009)
102. Scheffler D, Buballa M, Wambach J (Presented at the HIC for FAIR Workshop and XXVIII Max Born Symposium "Three Days on Quarkyonic Island", Wrocław, Poland, May 19–21, 2011); arXiv:1111.3839
103. Morita K et al., in *Three Days on Quarkyonic Island, HIC for FAIR Workshop and XXVIII Max Born Symp. Satellite Meeting for Quark Matter 2011, Wrocław, Poland, 19–21 May 2011*; arXiv:1111.3446
104. Hell T et al. *Phys. Rev. D* **79** 014022 (2009)
105. Chatterjee B, Mishra H, Mishra A *Phys. Rev. D* **91** 034031 (2015)
106. Fukushima K, Ruggieri M, Gatto R *Phys. Rev. D* **81** 114031 (2010)
107. Braguta V V et al. *JHEP* **2015** (6) 094 (2015)
108. Rehberg P, Klevansky S P, Hufner J *Phys. Rev. C* **53** 410 (1996)
109. Friesen A V, Kalinovsky Yu L, Toneev V D *Nucl. Phys. A* **923** 1 (2014)
110. Friesen A V, Kalinovsky Yu L, Toneev V D *Письма в ЭЧАЯ* **9** 8 (2012); *Phys. Part. Nucl. Lett.* **9** 1 (2012)
111. Zhuang P-F, Yang Z-W *Chinese Phys. Lett.* **18** 344 (2001); nucl-th/0008041
112. Fu W, Liu Y *Phys. Rev. D* **79** 074011 (2009)

QCD phase diagram in the Polyakov loop SU(2) Nambu – Jona-Lasinio model

Yu.L. Kalinovsky, V.D. Toneev, A.V. Friesen

Joint Institute for Nuclear Research,
ul. Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow region, Russian Federation
E-mail: kalinov@nusun.jinr.ru, ayfriesen@theor.jinr.ru

The nature of phase transitions in hot and dense nuclear matter is discussed in the framework of the effective Polyakov loop SU(2) Nambu–Jona-Lasinio (PNJL) model with two quark flavors, one of a few models that describe the properties of chiral and confinement-deconfinement phase transitions. The paper considers the parameters of the model and examines additional interactions that influence the structure of the phase diagram and the positions of critical points in it. The effect of meson correlations on the thermodynamic properties of a quark-meson system is examined. The evolution of the model with changes in understanding the phase diagram structure is discussed.

Keywords: phase diagram, phase transition, spontaneous breakdown of chiral symmetry, confinement, critical end point, thermodynamics of quark matter, meson correlations

PACS numbers: 12.38.-t, 12.39.-x, 25.75.Nq

DOI: 10.3367/UFNr.0186.201604b.0387

Bibliography — 112 references

Received 13 July 2015, revised 1 December 2015

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **186** (4) 387–403 (2016)

Physics – Uspekhi **59** (4) (2016)