

К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Е.М. ЛИФШИЦА

КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

Сверхтекучие жидкости во вращении. Вихревые листы Ландау – Лифшица и вихри Онзагера – Фейнмана

Г.Е. Воловик

Статья Ландау и Лифшица о вихревых листах во вращающейся сверхтекучей жидкости появилась в 1955 г., почти в то же время, когда Фейнман опубликовал свою работу о квантованных вихрях в сверхтекучем ^4He . Статья Ландау и Лифшица долгое время считалась ошибочной. Однако спустя 40 лет вихревые листы были обнаружены в киральном сверхтекучем $^3\text{He-A}$, помещённом во вращающийся криостат, который был сконструирован в Лаборатории низких температур Олли Лоунасмаа (Отаниеми, Финляндия) (O.V. Lounasmaa Low Temperature Laboratory, Otaniemi, Finland). Выведенное Ландау и Лифшицем уравнение, связывающее расстояние между вихревыми листами с угловой скоростью вращения, получило экспериментальное подтверждение, что стало триумфом теории. Обсуждаются различные конфигурации вихревых листов, которые наблюдаются или могут наблюдаться в сверхтекучем ^3He .

Ключевые слова: вращающаяся сверхтекучая жидкость, квантованные вихри, вихревой лист

PACS numbers: 11.27.+d, 67.25.dk, 67.30.he

DOI: 10.3367/UFNr.0185.201509h.0970

Содержание

1. Введение. Квантованные вихри и вихревые листы (970).
 2. Неустойчивость вихревых листов в сверхтекучем ^4He (971).
 3. Непрерывные вихревые структуры в киральном сверхтекучем $^3\text{He-A}$. Скирмионы и мероны (971).
 4. Солитоны и мероны (972).
 5. Вихревой лист как цепочка меронов (972).
 6. Рост и сворачивание вихревого листа. Теория (972).
 7. Плоский вихревой лист (974).
 8. Идентификация вихревого листа в ЯМР-измерениях (974).
 9. Брэгговский пик как проявление слоистой структуры вихревого листа (975).
 10. Формирование вихревого листа. Эксперимент (975).
 11. Топологическая устойчивость вихревого листа (976).
 12. Цилиндрические вихревые листы как многоквантовые вихри (976).
 13. Множественные листы (977).
 14. Вихревой лист на границе фаз А – В (977).
 15. От вихревого листа к квантовой турбулентности (977).
 16. Заключение (978).
- Список литературы (979).

Г.Е. Воловик. Low Temperature Laboratory, Aalto University, P.O. Box 15100, FI-00076 Aalto, Finland
E-mail: volovik@booim.hut.fi;
Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН,
ул. Косыгина 2, 117334 Москва, Российская Федерация

Статья поступила 2 апреля 2015 г.

1. Введение.

Квантованные вихри и вихревые листы

Ранее считалось, что для сверхтекучих жидкостей характерно безвихревое (потенциальное) течение, $\mathbf{V} \times \mathbf{v}_s = 0$. Однако эксперименты Андроникашвили и Осборна продемонстрировали образование мениска во вращающемся сверхтекучем ^4He . Это означало, что данная сверхтекучая жидкость вращается как нормальная жидкость, т.е. принимает участие в "твердотельном" вращении, $\mathbf{v}_s = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$, и, следовательно, $\mathbf{V} \times \mathbf{v}_s = 2\boldsymbol{\Omega}$. Чтобы устранить это противоречие, в 1955 г. Фейнманом [1] и Ландау и Лифшицем [2] было предложено два различных сценария. В подходе Фейнмана твердотельное вращение в макроскопическом масштабе имитируется набором квантованных вихрей (см. ниже правую часть рис. 2а).

Ландау и Лифшиц выдвинули другую идею. Они предположили, что безвихревое круговое течение сосредоточено между цилиндрическими вихревыми листами — поверхностями тангенциального разрыва скорости (рис. 1а). Ранее завихренность, сконцентрированная на листах, была предложена Онзагером [3] и Лондоном [4] (см. также рис. 5 в работе [5], где воспроизведено изображение вихревого листа из рукописных заметок Онзагера 1945 года). При такой конфигурации движение сверхтекучей компоненты в макроскопическом масштабе также соответствует твердотельному вращению (рис. 1б). Минимизируя энергию вращающейся жидкости $F = 1/2\rho_s(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n)^2 V + \sigma A$ (где ρ_s — плотность сверх-

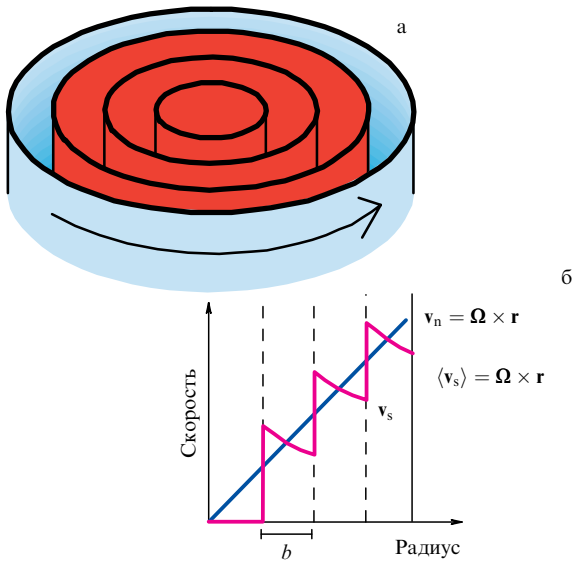


Рис. 1. Сценарий вихревых листов Ландау–Лифшица (1955). Благодаря наличию цилиндрических вихревых листов (а) потенциальное течение сверхтекучей компоненты между листами имитирует в среднем твердотельное вращение жидкости (б). Расстояние b между листами как функция угловой скорости вращения Ω определяется посредством минимизации энергии вращающейся жидкости.

текучей компоненты, $v_s - v_n$ — скорость сверхтекучей компоненты относительно нормальной, V — объём ячейки, σ — коэффициент поверхностного натяжения, A — площадь вихревого листа), Ландау и Лифшиц определили расстояние b между соседними вихревыми листами:

$$b = \left(\frac{3\sigma}{\rho_s \Omega^2} \right)^{1/3}, \tag{1}$$

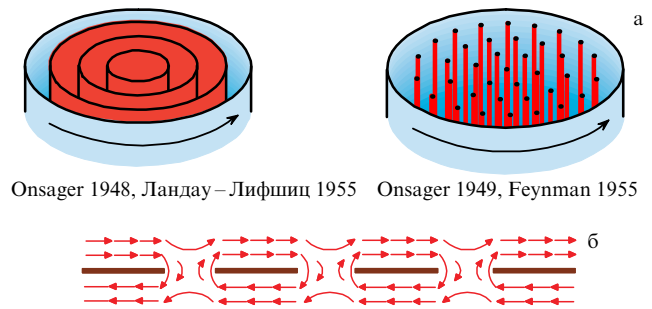
Ω — угловая скорость вращения.

Оценка поверхностного натяжения тангенциального разрыва скорости в сверхтекучем ^4He была дана Гинзбургом [6], а эффективная плотность части сверхтекучей жидкости, которая вовлечена во вращение вместе с вихревыми листами, вычислена И.М. Лифшицем и М.И. Кагановым [7].

2. Неустойчивость вихревых листов в сверхтекучем ^4He

Оказалось, однако, что по ряду причин сценарий вихревых листов в сверхтекучем ^4He не реализуется. Прежде всего, тангенциальный разрыв нестабилен относительно распада листа на отдельные сегменты (рис. 2б), которые растягиваются и в итоге трансформируются в квантованные вихревые линии (изображённые в правой части рис. 2а).

Далее, существует проблема формирования вихревого состояния. Согласно Ландау и Лифшицу, при достаточно высокой скорости вращения Ω должна существовать система эквидистантных слоёв. Как они могут образовываться, если мы начинаем вращение с нуля? Сначала в центре сосуда должен возникнуть малый цилиндрический вихревой лист. Как теперь известно, образование таких объектов в объёме жидкости затруднено: они появляются на границе и затем распространяются в толщу жидкости. Это означает, что при



Onsager 1948, Ландау – Лифшиц 1955 Onsager 1949, Feynman 1955

Рис. 2. Неустойчивость вихревого листа в сверхтекучем ^4He относительно образования вихревых линий. Тангенциальный разрыв нестабилен относительно распада листа на отдельные части (б), из которых формируются вихревые линии, изображённые в правой части рис. а.

возрастании угловой скорости всё новые элементарные вихревые листы будут проникать внутрь вращающегося сосуда. Однако элементарные листы не будут сливаться друг с другом, образуя большие цилиндры, им это просто не выгодно энергетически. При высокой скорости вращения решётка малых вихревых листов имеет меньшую энергию, чем система коаксиальных слоёв. Всё это противоречит сценарию Ландау – Лифшица.

Тем не менее, хотя идея Ландау – Лифшица оказалась неприменимой к обычной сверхтекучести в жидком ^4He , она попала в самую точку в случае киральной сверхтекучести в $^3\text{He-A}$.

Во-первых, вихревой лист в $^3\text{He-A}$ локально устойчив по отношению к распаду на сегменты, так как его основой служит топологический солитон. Во-вторых, формирование листа начинается с поверхности сосуда. И наконец, системы малых цилиндров, или квантованных вихрей, несмотря на то что они энергетически более выгодны, не могут родиться при адиабатическом процессе развития вихревого листа.

Уравнение Ландау – Лифшица (1), выражающее зависимость расстояния между вихревыми листами от угловой скорости Ω , было подтверждено в измерениях методом ядерного магнитного резонанса (ЯМР), что стало триумфом теории. Было также обнаружено брэгговское отражение от локально эквидистантных плоскостей листа [8].

3. Непрерывные вихревые структуры в киральном сверхтекучем $^3\text{He-A}$. Скирмионы и мероны

Киральный сверхтекучий $^3\text{He-A}$ представляет собой орбитальный ферромагнетик, намагниченность которого направлена вдоль орбитального углового момента \hat{I} куперовской пары [9]. В то же время $^3\text{He-A}$ является спиновым антиферромагнетиком (спиновым нематиком) с осью анизотропии \hat{d} , что позволяет исследовать свойства $^3\text{He-A}$ с помощью ЯМР.

Типичные вихри, возникающие при вращении в киральном сверхтекучем $^3\text{He-A}$, представляют собой непрерывные вихри — несингулярные текстуры в поле параметра порядка (рис. 3а). Структура поля \hat{I} в непрерывном вихре подобна структуре скирмионов в квантовой теории поля — топологически нетривиальных конфигураций непрерывного поля [10]. Топологический

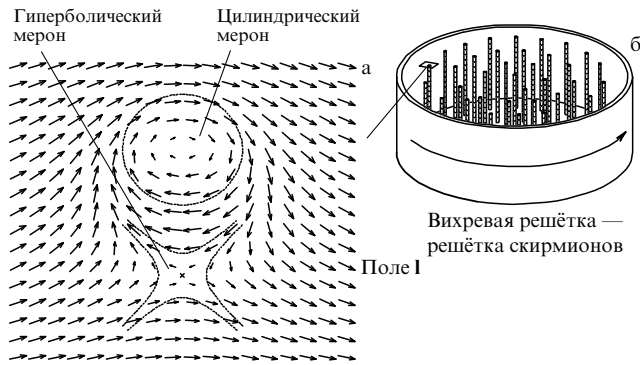


Рис. 3. Сверхтекучий ${}^3\text{He-A}$ представляет собой орбитальный ферромагнетик с намагниченностью вдоль орбитального углового момента $\hat{\mathbf{l}}$ куперовской пары и одновременно спиновый антиферромагнетик (спиновый нематик) с осью анизотропии $\hat{\mathbf{d}}$. Типичный вихрь, возникающий в ${}^3\text{He-A}$ при вращении, — это непрерывный вихрь, при обходе вокруг которого фаза конденсата изменяется на 4π (два кванта циркуляции). Завихренность порождается текстурой в ферромагнитном поле $\hat{\mathbf{l}}$, называемой скирмионом. Скирмион можно представить как связанное состояние двух меронов: циркулярного и гиперболического. В киральной сверхтекучей жидкости каждый мерон является вихрем с одним квантом циркуляции (так называемый вихрь Мермина – Хо [11]). В центре циркулярного вихря-мерона $\hat{\mathbf{l}} \parallel \boldsymbol{\Omega}$, а в центре гиперболического — $\hat{\mathbf{l}} \perp \boldsymbol{\Omega}$.

инвариант, характеризующий скирмион, определяет также квантование циркуляции сверхтекучей скорости вокруг скирмиона [11]. Скирмион представляет собой вихрь с двумя квантами циркуляции ($N = 2$), т.е. при обходе вокруг него фаза параметра порядка изменяется на 4π . Вихри-скирмионы были идентифицированы в ЯМР-экспериментах на ${}^3\text{He-A}$ [12]. Впоследствии решётка скирмионов была обнаружена также в магнитных материалах [13].

Скирмион можно представить как молекулу, которая состоит из двух радикалов, называемых меронами. Каждый из меронов имеет квантовое число $N = 1$ (2π -вихри). По топологическим причинам в условиях ЯМР-эксперимента, который требует достаточно большого магнитного поля, изолированный мерон не может существовать в объёме жидкости. Поэтому пары меронов объединяются в скирмионы.

4. Солитоны и мероны

Есть и другая возможность существования меронов — они могут находиться внутри кора топологического солитона. Топологический $\hat{\mathbf{l}}$ -солитон в сверхтекучем ${}^3\text{He-A}$ (рис. 4а) похож на доменную стенку Блоха или Нееля в ферромагнетиках, но солитон, в отличие от доменной стенки, можно проткнуть насквозь, образовав колечко полуквантового вихря (см. рис. 11 в разделе 10). Мерон представляет собой кинк в $\hat{\mathbf{l}}$ -солитоне (рис. 4б), который разделяет две части солитона с противоположной закруткой. Мерон подобен линии Блоха на блоховской стенке в ферромагнетиках [16], и он не может существовать вне солитона, так же как и линия Блоха не существует вне доменной стенки.

Здесь для нас важно, что мероны переносят квант завихренности, $N = 1$, и, следовательно, служат "строительным материалом" для создания вихревых листов, которые исследовались экспериментально в сверхтекучем ${}^3\text{He-A}$ [8, 17, 18].

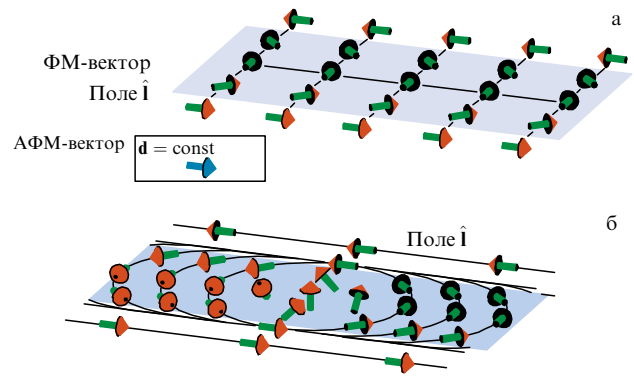


Рис. 4. (В цвете онлайн.) (а) Топологический $\hat{\mathbf{l}}$ -солитон в сверхтекучем ${}^3\text{He-A}$, похожий на стенку Блоха или Нееля в ферромагнетиках. Направление ферромагнитного (ФМ) вектора $\hat{\mathbf{l}}$ сменяется противоположным, тогда как антиферромагнитный вектор (АФМ) $\hat{\mathbf{d}}$ остаётся постоянным. $\hat{\mathbf{l}}$ -солитон характеризуется нетривиальным элементом относительной гомотопической группы Z_2 . Солитон, в отличие от доменной стенки, может оканчиваться на сингулярном топологическом дефекте — вихре с половинным квантовым числом ($N = 1/2$). При обходе вокруг такого вихря фаза конденсата изменяется на π [14, 15] (см. раздел 11, рис. 11). (б) Мерон, похожий на линию Блоха на блоховской стенке. В киральной сверхтекучей жидкости мерон является 2π -вихрем ($N = 1$).

5. Вихревой лист как цепочка меронов

Когда топологически устойчивый солитон аккумулирует завихренность в виде меронов с одним и тем же квантом циркуляции $N = 1$, он образует вихревой лист (рис. 5в). Вихревой лист характеризуется иерархией масштабов длины [19, 20]. В макроскопическом масштабе плоскости вихревых листов имеют локальный порядок смектических жидких кристаллов (рис. 5а). Соседние плоскости вихревых листов разделены слоями безвихревого сверхтекучего движения (рис. 5б).

Согласно теории Ландау – Лифшица вихревые листы позволяют сверхтекучей жидкости вращаться в макроскопическом масштабе как твёрдое тело, т.е. поле средних скоростей вращения описывается уравнением $\langle \mathbf{v}_s \rangle = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$ и, следовательно, $\langle \nabla \times \mathbf{v}_s \rangle = 2\boldsymbol{\Omega}$.

6. Рост и сворачивание вихревого листа. Теория

Численное моделирование роста вихревого листа [19] проиллюстрировано на рис. 6. Из экспериментальных наблюдений следует, что если в сосуде возник солитон, то критическая скорость входа одноквантовых вихрей-меронов в солитон будет значительно меньше (примерно в 6–7 раз), чем критическая скорость рождения двухквантовых вихрей-скирмионов. Критическая скорость рождения меронов мала, потому что солитон всегда находится в тесном контакте с боковой стенкой. Новые мероны возникают на границе солитона со стенкой и затем легко входят в солитон. Поэтому дальнейшее увеличение угловой скорости приводит к росту и развитию солитона, а не к созданию новых скирмионов. В процессе такого адиабатического роста скирмионы отсутствуют и в результате формируется многократно свёрнутый вихревой лист, который локально имитирует коаксиальные слои Ландау – Лифшица (рис. 6д). Отметим, что максимальное число

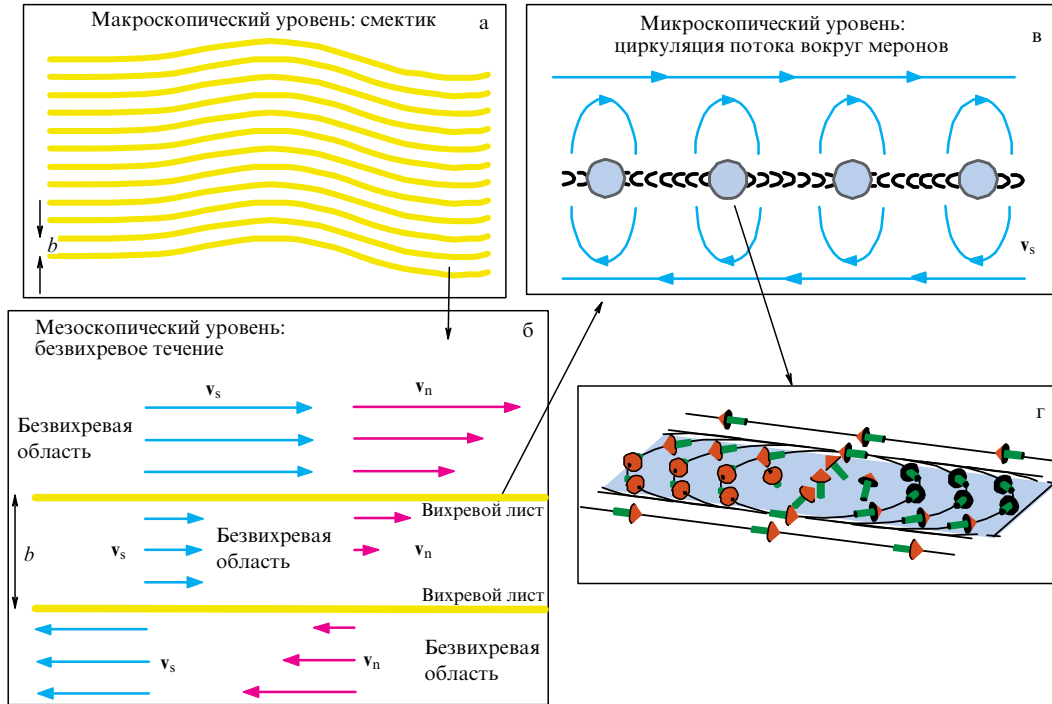


Рис. 5. (В цвете онлайн.) Структура вихревого листа. (а) Плоскости вихревых листов в макроскопическом масштабе, имеющие локальный порядок смектического жидкого кристалла. (б) Поля скоростей сверхтекучей и нормальной компонент между плоскостями листов. Сверхтекучий поток между плоскостями листов является безвихревым (сверхтекучая скорость постоянна), в то время как скорость нормальной компоненты $v_n = 2\Omega y \hat{x}$ (где y соответствует оси координат, перпендикулярной плоскости листа, \hat{x} — единичный вектор вдоль оси x , лежащей в плоскости листа) и $\nabla \times v_n = 2\Omega$. (в) Поле скоростей потока сверхтекучей компоненты вокруг меронов (вихрей Мермина – Хо с $N = 1$). (г) Структура одиночного циркулярного мерона.

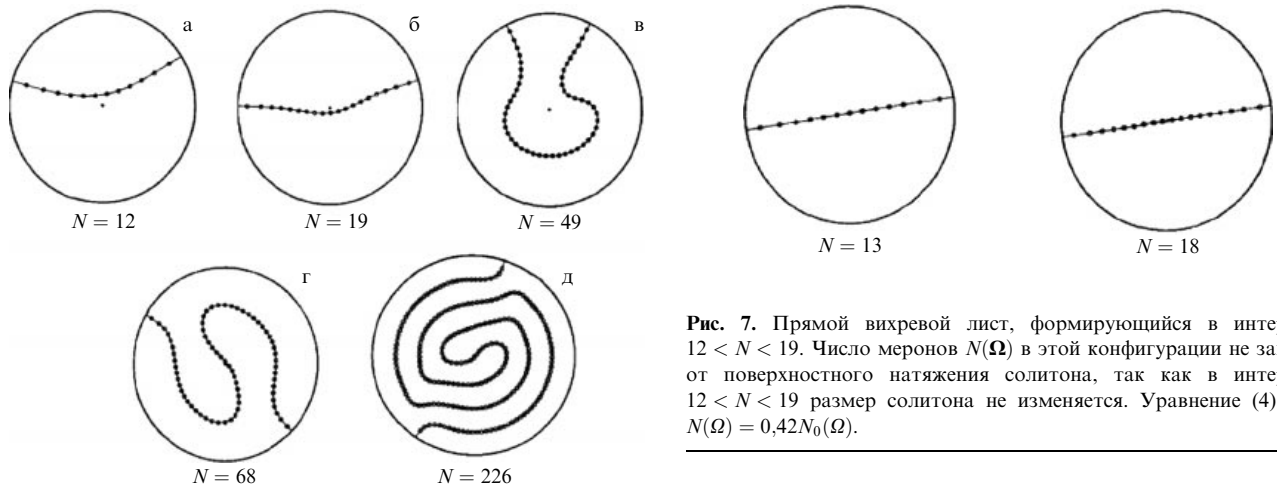


Рис. 6. Вихревой лист, формирующийся при вращении криостата, если в экспериментальной ячейке по каким-либо причинам присутствует топологический солитон. При возрастании Ω мероны входят в солитон с боковой стенки и образуется свёрнутый вихревой лист. Показан результат численного моделирования роста вихревого листа с адиабатически возрастающей угловой скоростью вращения Ω . N — количество меронов в листе. В интервале $12 < N < 19$ вихревой лист имеет форму плоскости, расположенной по диаметру цилиндра (рис. 7). При больших Ω конфигурация листа имитирует систему цилиндрических вихревых листов Ландау–Лифшица, но листы соединены между собой. В этом пределе зависимость числа вихрей-меронов $N(\Omega)$ от угловой скорости приближается к функции $N_0(\Omega) = (2m/\hbar)\Omega R^2$, которая не зависит от поверхностного натяжения солитона и отвечает равновесному числу изолированных вихрей во вращающемся контейнере.

Рис. 7. Прямой вихревой лист, формирующийся в интервале $12 < N < 19$. Число меронов $N(\Omega)$ в этой конфигурации не зависит от поверхностного натяжения солитона, так как в интервале $12 < N < 19$ размер солитона не изменяется. Уравнение (4) даёт $N(\Omega) = 0,42N_0(\Omega)$.

меронов на рис. 6 $N = 226$. В экспериментах N достигает 10^3 , при этом коаксиальная цилиндрическая структура свёрнутого вихревого листа становится ярко выраженной. Недавно подобная структура была предложена для вихревого листа в многокомпонентном бозе-конденсате [21].

Количество меронов в вихревом листе зависит от угловой скорости Ω вращающегося сосуда. При больших Ω число вихрей-меронов $N(\Omega)$ в ячейке приближается к величине $N_0(\Omega) = (2m/\hbar)\Omega R^2$, где m — масса атома ^3He . Функция $N_0(\Omega)$ не зависит от поверхностного натяжения солитона и соответствует твердотельному в среднем вращению сверхтекучей компоненты, $\langle \nabla \times v_s \rangle = 2\Omega$.

7. Плоский вихревой лист

При малых Ω действует размерный эффект: поверхностное натяжение солитона становится существенным и в результате число меронов оказывается меньше величины, отвечающей макроскопическому твердотельному вращению жидкости, $N(\Omega) < N_0(\Omega)$. Отметим, что сам вихревой лист совершает твердотельное вращение вместе с сосудом, но течение всей жидкости не следует вращению твёрдого тела. Подобный дефицит эффективной плотности жидкости, вовлечённой во вращение, был рассмотрен И.М. Лифшицем и М.И. Кагановым [7] для концентрических листов Ландау – Лифшица.

Существует интервал скоростей, в котором равновесная конфигурация вихревого листа представляет собой прямой солитон, расположенный вдоль диаметра цилиндра (плоскость, содержащая ось цилиндра). На рисунке 6 это интервал $12 < N < 19$. В случае прямого солитона функция $N(\Omega)$ может быть найдена аналитически.

Пусть x — координата вдоль прямого солитона, причём $x = 0$ на оси контейнера, а $n(x)$ — плотность вихрей-меронов (2π -вихрей) на солитоне. При пренебрежении граничными эффектами уравнение для $n(x)$ имеет вид

$$\frac{\hbar}{2m} \int_{-R}^R dy \frac{n(y)}{x-y} = \Omega x. \tag{2}$$

Это соответствует твердотельному вращению солитона (солитон неподвижен во вращающейся системе координат, если скорость сверхтекучего движения, производимого другими вихрями в месте расположения данного мерона, равна твердотельной скорости $v_y = \Omega x$). Поверхностное натяжение сюда не входит, поскольку длина солитона одна и та же, $L = 2R$. Уравнение (2) имеет

решение

$$\frac{\hbar}{2m} n(x) = \frac{\Omega}{\pi} \sqrt{R^2 - x^2}. \tag{3}$$

Полное число меронов $N = \int dx n(x) = N_0/2$. Влияние границы учитывается добавлением вспомогательных вихрей — изображений исходных. С учётом изображений уравнение (2) приводится к виду

$$\frac{\hbar}{2m} \int_{-R}^R dy n(y) \left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x-R^2/y} \right) = \Omega x, \tag{4}$$

что даёт $N \approx 0,42N_0$.

8. Идентификация вихревого листа в ЯМР-измерениях

Свойства различных текстур в $^3\text{He-A}$ (солитоны, вихри и вихревые листы) исследовались с помощью ЯМР (см., например, обзоры [20, 22]). Коры этих топологических объектов создают потенциальные ямы для спиновых волн (магнонов) (рис. 8а). Возбуждение магнонов в связанном состоянии даёт спутанный пик в спектре поглощения ЯМР на частоте, меньшей частоты основного пика. Положение спутанного пика указывает на тип объекта, а его интенсивность предоставляет информацию о размере объекта или о количестве идентичных объектов.

Если вращательное состояние представляет собой набор вихрей-скирмионов, то интенсивность пика пропорциональна количеству вихрей и, следовательно, линейна по Ω (рис. 8в). Во вращательном состоянии с вихревым листом зависимость ЯМР-поглощения от Ω близка к $\Omega^{2/3}$ (рис. 8в). Это согласуется с уравнением

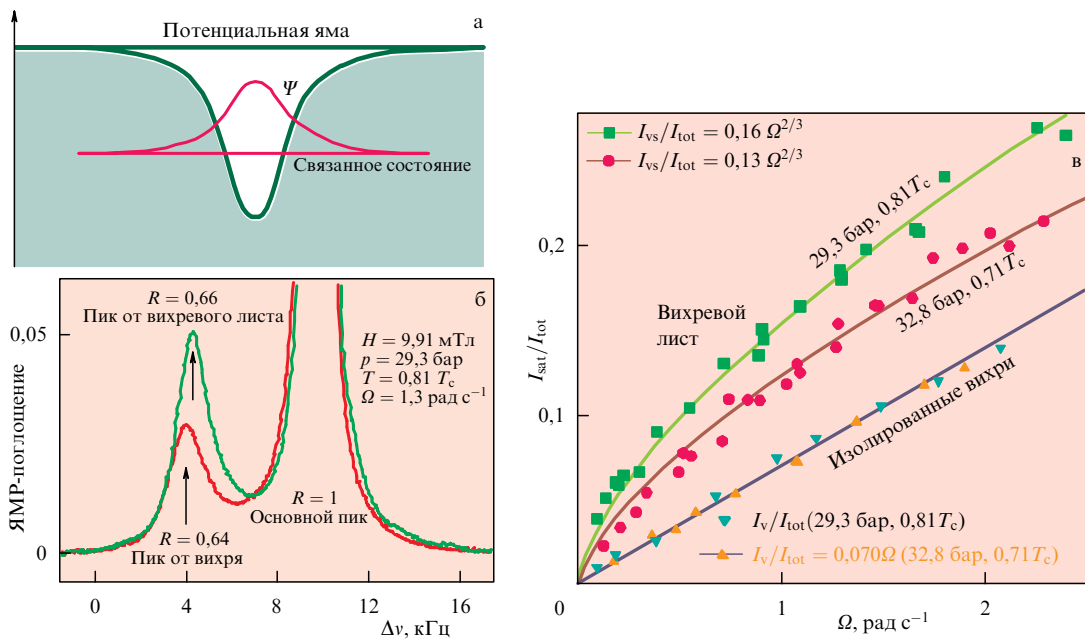


Рис. 8. (В цвете онлайн.) ЯМР-поглощение на скирмионах и на вихревом листе. (а) Кор скирмиона и солитон представляют соответственно двумерную и одномерную потенциальные ямы для спиновых волн — магнонов. В ЯМР-экспериментах в этих потенциалах возбуждаются связанные состояния магнонов. Это отвечает спутанностям в спектре ЯМР (б) с низкочастотной стороны основного пика. Состояние с вихревым листом имеет большее поглощение, чем решётка изолированных скирмионов, поскольку площадь солитона больше площади коров вихрей. (в) Интенсивность спутанности как функция угловой скорости вращения Ω . В состоянии вихревой решётки интенсивность пропорциональна количеству вихрей, $N_0(\Omega) = (2m/\hbar) \Omega R^2$, т.е. линейна по Ω . В состоянии с вихревым листом интенсивность пропорциональна площади солитона и, следовательно, $\propto \Omega^{2/3}$, что согласуется с уравнением Ландау – Лифшица.

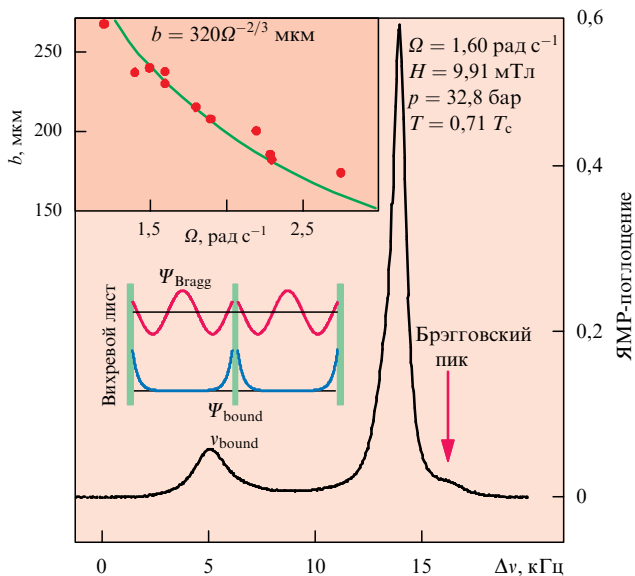


Рис. 9. Брэгговский пик в спектре ЯМР. Брэгговский пик сдвинут в сторону высоких частот от основного пика. Он соответствует стоячим спиновым волнам между соседними листами, что позволяет найти расстояние между листами $b(\Omega)$. На вставке в верхней части рисунка приведена экспериментальная зависимость расстояния между листами $b(\Omega)$, которая согласуется с уравнением Ландау–Лифшица (1) с 10%-ной точностью.

Ландау–Лифшица (1): поскольку интенсивность пика пропорциональна площади солитона $A = V/b$, где V — объём ячейки, из уравнения (1) получаем $A \propto \Omega^{2/3}$.

В состоянии с вихревым листом измеряемое поглощение в 1,5–3 раза больше, чем в состоянии с решёткой вихрей-скирмионов (рис. 8б). Вихревой лист создаёт потенциальную яму для магнов, площадь которой в расчёте на один квант циркуляции больше площади кора скирмиона.

9. Брэгговский пик как проявление слоистой структуры вихревого листа

Локально свёрнутый вихревой лист представляет собой эквидистантные слои и, таким образом, обладает локальным порядком смектического жидкого кристалла (рис. 5а). В ЯМР-экспериментах такая периодическая структура проявляется в виде брэгговского пика (рис. 9). Измеряемое расстояние b между листами (см. вставку на рис. 9) находится в хорошем согласии с уравнением Ландау–Лифшица (1), в котором используются известные значения сверхтекучей плотности и натяжения солитона.

10. Формирование вихревого листа. Эксперимент

В экспериментах вихревой лист создаётся посредством синусоидальной модуляции скорости $\Omega = \Omega_0 \sin(\omega t)$ (кривая в нижней части рис. 10). Период модуляции обычно составляет $T = 2\pi/\omega \approx 10$ с. Вихревой лист возникает, когда амплитуда модуляции Ω_0 становится больше некоторой критической скорости, которая ненамного превышает критическую скорость рождения скирмионов. Это означает, что формирование вихревого листа связано с наличием скирмионов в ячейке. Во время

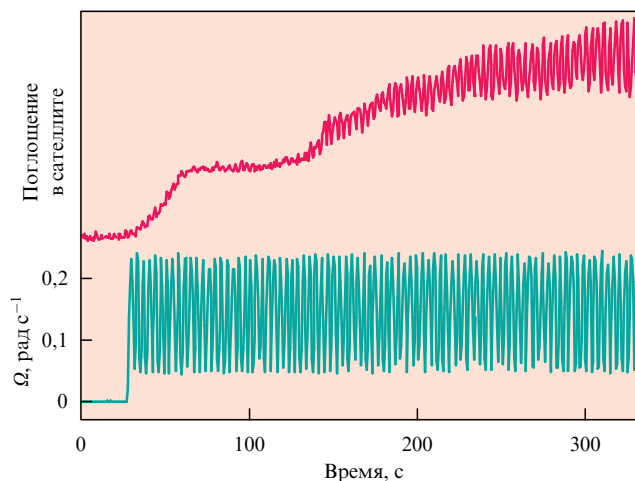


Рис. 10. Модуляция угловой скорости Ω (нижняя кривая). Прямой солитон образуется благодаря периодическим осцилляциям контейнера. На формирование прямого солитона указывает плато в спектре поглощения (верхняя кривая), поскольку площадь такого солитона не зависит от числа меонов. Когда прямой солитон сформировался, свёрнутый вихревой лист создаётся в результате адиабатического роста солитона при постепенном повышении скорости вращения.

многократного быстрого изменения угловой скорости вращения сосуда скирмионы не могут сохранять равновесную конфигурацию, отвечающую мгновенной угловой скорости. Скирмионы прижимаются к боковой стенке сосуда, где их совместный коллапс приводит к возникновению малого зародыша солитона, прикреплённого к поверхности контейнера.

В любом случае, какова бы ни была динамическая причина возникновения солитона, дальнейший процесс предопределён. Критическая скорость входа новых вихрей — меонов — в солитон с поверхности существенно меньше критической скорости рождения изолированных вихрей-скирмионов. Солитон растёт за счёт новых меонов, входящих в него с границы, и образует свёрнутый вихревой лист, связанный с боковой стенкой.

Кривая в верхней части рис. 10 иллюстрирует поглощение в сателлите в зависимости от времени. В начале модуляции увеличение поглощения мало — оно соответствует зарождению нескольких отдельных вихрей-скирмионов. Через 2,5 мин образуется зародыш солитона, который в течение ≈ 20 с растёт и достигает такого состояния, в котором синусоидальная структура поглощения отсутствует. Это отвечает формированию прямого вихревого листа на рис. 7: поглощение остаётся постоянным, так как площадь прямого солитона не изменяется под действием периодического возбуждения. Интенсивность сателлита также соответствует прямому солитону. Результаты численного моделирования [19] показывают, что прямая форма вихревого листа является устойчивой конфигурацией в определённом интервале значений числа N меонов на солитоне: $12 < N < 19$ (см. рис. 7).

Когда Ω возрастёт до некоторой критической величины, прямой вихревой лист становится нестабильным относительно изгиба. При больших N и Ω длина солитона возрастает. В конце концов свёрнутый вихревой лист заматывает всю ячейку и порождает однородное распределение меонов, которое имитирует (в среднем) твердотельное вращение сверхтекучей жидкости,

$\langle \mathbf{v}_s \rangle = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$. В отличие от обычного набора вихрей, характеризующегося одним масштабом — межвихревым расстоянием, вихревой лист характеризуется двумя масштабами: межвихревым расстоянием внутри листа и средним расстоянием b между соседними частями изогнутого солитона.

11. Топологическая устойчивость вихревого листа

Топологическая устойчивость как солитона, так и кинков (меронов) внутри солитона предотвращает распад вихревого листа на отдельные вихри, благодаря чему лист распространяется от одной границы сосуда до другой. Вихревой лист может оканчиваться и в объёме жидкости, но при этом линия окончания представляет собой вихрь с половинным квантом циркуляции, $N = 1/2$ [14]. Этот объект, имеющий сингулярный кор с размером, равным длине когерентности (жёсткий кор), подобен "струне Алисы" в физике высоких энергий или объекту с половинным квантом магнитного потока, наблюдаемому в высокотемпературных сверхпроводниках [15].

Если внутри солитона создать петлю вихря с половинным квантом (рис. 11) и радиусом, превышающим критическую величину порядка толщины солитона (~ 10 мкм), то это вихревое кольцо будет расти и, наконец, разрушит весь вихревой лист. Однако для рождения такого кольца требуется преодолеть большой потенциальный барьер. В сверхтекучем $^3\text{He-B}$ вихревые кольца подобного размера можно создавать нейтронным облучением [23]. Поэтому мы попытались проделать отверстие в вихревом листе аналогичным образом. Однако облучение вихревого листа нейтронами и γ -квантами в течение нескольких часов не привело к его разрушению.

12. Цилиндрические вихревые листы как многоквантовые вихри

Существует много возможных равновесных конфигураций вращающегося кирального сверхтекучего $^3\text{He-A}$, в которых жидкость в макроскопическом масштабе вращается как твёрдое тело. Практически все они (включая систему вихрей-скирмионов) метастабильны. Но если такие конфигурации каким-то образом возникли, то они

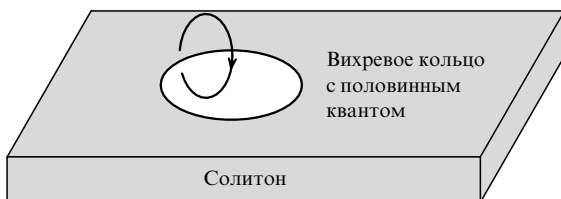


Рис. 11. Устойчивость вихревого листа. Основой вихревого листа служит топологический солитон. В солитоне можно проделать отверстие (чего нельзя сделать в ферромагнитных доменных стенках). Это отверстие ограничено топологическим линейным дефектом — струнной петлёй, струна которой представляет собой вихрь с половинным квантом ($N = 1/2$). Если возникла вихревая петля с радиусом, превышающим критическое значение порядка толщины солитонной стенки (~ 10 мкм), то она, возрастая, разрушит весь вихревой лист. При облучении нейтронами возникают горячие пятна ("микро-Большой взрыв" [23]) подходящего размера, однако все попытки разрушить вихревой лист нейтронным облучением не увенчались успехом.

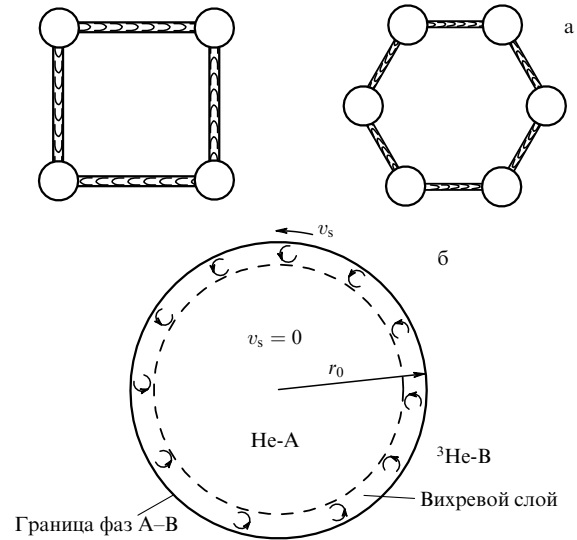


Рис. 12. Множественные вихри. Замкнутые вихревые листы представляют собой N -квантовые вихри. (а) Листы с $N = 4$ и $N = 6$ меронами в $^3\text{He-A}$. Радиус N -квантового вихря определяется балансом сил: отталкивательное взаимодействие между вихрями-меронами компенсируется притяжением, обусловленным поверхностным натяжением солитона (см. уравнение (7)). (б) Многоквантовые вихри в $^3\text{He-B}$. Завихренность в виде вихревого листа может концентрироваться на границе между $^3\text{He-B}$ и цилиндрическим доменом $^3\text{He-A}$ [25]. Такие вихри, по-видимому, образуются при развитии неустойчивости А–В-границы (см. раздел 14, рис. 14г).

живут практически вечно. Основная проблема заключается в том, чтобы найти подходящий способ изготовления конкретной конфигурации. Многие возможные топологические объекты, в частности вихрь с половинным квантом и многоквантовые вихри [24], пока не наблюдались, поскольку неизвестны сценарии их создания.

Вихревой лист в принципе позволяет построить многоквантовые вихри [24]. Замкнутый вихревой лист, содержащий N меронов, представляет собой N -квантовый вихрь. Поскольку вихрь с $N = 2$ — это вихрь-скирмион, а нечётное число меронов в замкнутом вихревом листе топологически запрещено, многоквантовые вихри начинаются с $N = 4$ (рис. 12).

Для больших N ($N \gg 1$) многоквантовый вихрь представляет собой цилиндрический вихревой лист. Радиус r_N этого цилиндра можно найти, минимизируя энергию сверхтекучего движения вне вихря и энергию солитона:

$$E_N = \pi \rho_s \frac{\hbar^2}{4m^2} N^2 \ln \frac{R}{r_N} + 2\pi \sigma r_N, \tag{5}$$

где R — радиус ячейки. В результате минимизации получим

$$r_N = N^2 \frac{\hbar^2 \rho_s}{8m^2 \sigma}. \tag{6}$$

Для малых N (но более чем 3) цилиндр должен быть заменён многогранником — N -угольной призмой (см. рис. 12). Радиус призмы определяется балансом сил: отталкивательное взаимодействие между соседними вихрями должно компенсироваться притяжением вихрей, обусловленным натяжением солитона между вих-

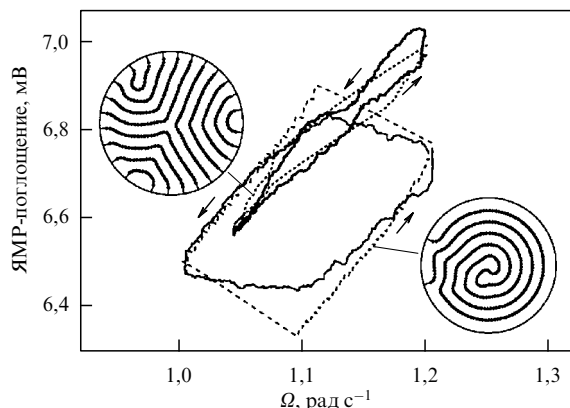


Рис. 13. Селекция вращающихся состояний быстрой динамикой. Петля гистерезиса в состоянии с множественными листами (жирная сплошная кривая) намного уже петли гистерезиса в состоянии с одним свёрнутым листом (тонкая сплошная кривая), т.е. множественные листы характеризуются гораздо более быстрой динамикой, чем свёрнутый лист. Именно поэтому множественные листы обладают лучшей способностью к вращению, если оно сопровождается быстрыми осцилляциями. Пунктирными кривыми показаны результаты численного моделирования для конфигурации с множественными листами, представленной на левой вставке, и для конфигурации с адиабатически выращенным свёрнутым листом, изображённой на правой вставке.

рями:

$$r_N = \frac{\pi(N-1)}{\sin(\pi/N)} \frac{\hbar^2 \rho_s}{8m^2 \sigma}. \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) дают также оценку размера кора скирмиона на рис. 3, состоящего из $N = 2$ меронов.

13. Множественные листы

Несмотря на то что система малых цилиндрических листов энергетически более выгодна, чем свёрнутый вихревой лист, нам пока не удалось стабилизировать такую систему. Для этого необходимо построить такое возмущение на стенке контейнера, которое бы обеспечило преимущественное образование малых цилиндрических листов, а не скирмионов или вихревых листов, соединённых со стенкой.

В качестве альтернативы этому был найден способ разделения свёрнутого вихревого листа на несколько частей, связанных с боковой стенкой контейнера. Разделение происходит, когда первоначальный единичный свёрнутый лист подвергается высокочастотной модуляции с большой амплитудой [26] (рис. 13). Полученная структура определяется динамикой меронов. Узкая петля гистерезиса на рис. 13 отвечает множественным листам, которые образуются благодаря модуляции $\Omega(t) = 1,2 + 0,4 \sin(\omega t)$, где $2\pi/\omega = 10$ с. Короткие листы быстрее реагируют на модуляцию, чем свёрнутый лист, так как при радиальном расположении листов меронам проще как войти в солитон, так и покинуть его во время быстрой модуляции угловой скорости.

14. Вихревой лист на границе фаз А–В

Важным свойством сверхтекучих фаз ^3He является наличие нескольких масштабов длины. В частности,

размер кора скирмиона в $^3\text{He-A}$ в 10^3 раз больше, чем размер кора квантованных вихрей в $^3\text{He-B}$. Вихри с жёстким кором создать нелегко: критическая скорость зарождения вихрей при вращении обратно пропорциональна радиусу кора [27]. В результате во вращающемся криостате можно изготовить двухфазное состояние (рис. 14), в котором скирмионная решётка А-фазы имитирует макроскопическое твердотельное вращение сверхтекучей жидкости, в то время как В-фаза ещё находится в статическом безвихревом состоянии, называемом состоянием Ландау. Вихри-скирмионы А-фазы не могут проникать в В-фазу, поэтому они образуют поверхностный вихревой лист на фазовой границе А–В [28] (см. в верхней части рис. 14б). Подобные вихревые листы, возникающие в смеси нескольких сверхтекучих жидкостей, обсуждались в [25] (см. цилиндрический вихревой лист на рис. 12б) и в [29].

Вихревой лист (изображённый в верхней части рис. 14б) разделяет две сверхтекучие жидкости, движущиеся относительно друг друга. Вблизи границы контейнера скачок тангенциальной скорости достигает $|v_A - v_B| = \Omega R$. Благодаря такой конфигурации возникает ряд интересных физических следствий.

Если разность скоростей $|v_A - v_B|$ превышает критическую величину, то граница раздела фаз становится неустойчивой относительно рождения поверхностных волн — риплонов, известных в случае обычных жидкостей как капиллярно-гравитационные волны (рис. 14в). Эта разновидность неустойчивости Кельвина–Гельмгольца сопровождается появлением вихревых линий в $^3\text{He-B}$, которые детектируются в ЯМР-измерениях [30]. На нелинейной стадии неустойчивости формируется "капля" вихревого листа (рис. 12б и 14г). Эта "капля" распространяется в В-фазу, где цилиндрический вихревой лист распадается на одноквантовые вихри, образующие вихревой кластер (в нижней части рис. 14б). Формирование обусловленных неустойчивостью вихрей в В-фазе позволило нам измерить величину критической скорости в ЯМР-экспериментах и сравнить её с теоретическими результатами.

Оказалось, что измеренный порог неустойчивости является более низким, чем для классической неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, и отвечает критической скорости Ландау для испускания риплонов (см. подробнее в [31] и книге [15, гл. 27]). В пределе мелкой воды это соответствует эффекту Зельдовича–Старобинского — излучению электромагнитных волн вращающимися чёрными дырами [15, гл. 31].

15. От вихревого листа к квантовой турбулентности

Образование вихрей в В-фазе в результате развития неустойчивости поверхностного вихревого листа позволяет нам использовать это явление как рабочий инструмент для инъекции вихрей в безвихревую В-фазу с помощью вращения. Инъекция нескольких вихрей в сверхтекучую жидкость в метастабильном безвихревом состоянии Ландау позволила обнаружить новое явление в квантовой турбулентности [32]. ЯМР-измерения продемонстрировали наличие резкого перехода между ламинарным и турбулентным состояниями. При температуре выше $0,60T_c$ (где T_c — температура сверхтекучего перехода) сверхтекучая жидкость совершает регулярное

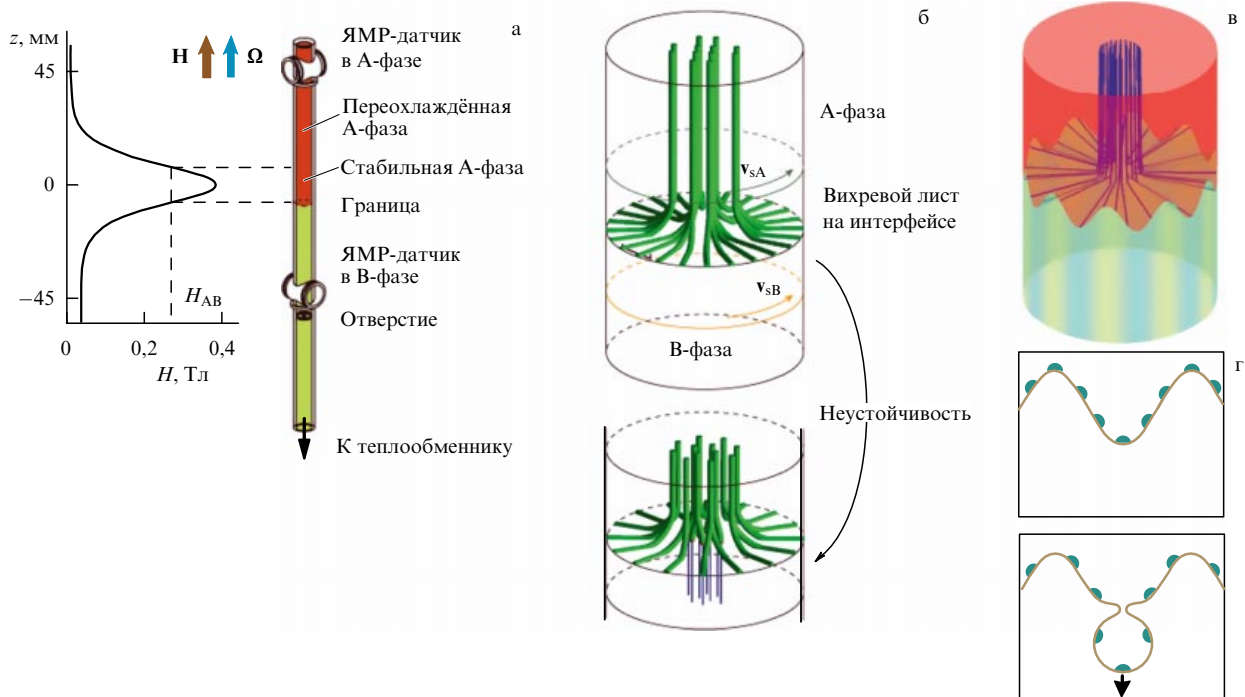


Рис. 14. Вихревой лист на интерфейсе между вращающимся $^3\text{He-A}$ и безвихревым $^3\text{He-B}$. (а) Экспериментальная ячейка. Увеличение магнитного поля при $z = 0$ запирает В-фазу в нижней части ячейки. (б) Заполненная вихрями А-фаза, отделённая от безвихревой В-фазы вихревым листом, который сосредоточен на А–В-интерфейсе (в верхней части рисунка), поэтому интерфейс является поверхностью разрыва тангенциальной скорости. (в) Образование небольших волн (подобных поверхностным волнам, вызванным ветром), когда скачок скорости на интерфейсе достигает критической величины. (г) Развитие неустойчивости, приводящее к формированию цилиндрического вихревого листа внутри В-фазы (показанного на рис. 12б), который распадается на одноквантовые вихри (нижняя часть рис. б).

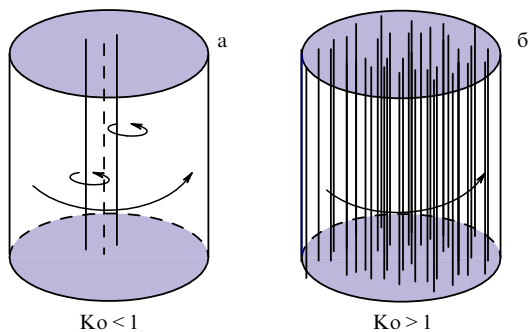


Рис. 15. Результаты инъекции нескольких вихрей в $^3\text{He-B}$ после развития неустойчивости вихревого листа на А–В-интерфейсе (рис. 14в, г). Конечное состояние $^3\text{He-B}$ при вращении зависит от значения числа Коппина $Ko(T)$, которое характеризует квантовую турбулентность (температурно-зависящий аналог числа Рейнольдса Re). В отличие от числа Рейнольдса в классической жидкости, число Коппина не зависит от скорости жидкости. При $Ko(T) < 1$ инжектированные вихри образуют малый кластер в центре контейнера (а), а при $Ko(T) > 1$ они размножаются, образуя хаотический вихревой поток, который заполняет всю ячейку (б). В результате турбулентная завихренность релаксирует к равновесной решётке прямолинейных вихрей, имитирующих твердотельное вращение В-фазы.

(ламинарное) движение: инжектированные вихри движутся к центру ячейки и образуют там малый кластер (см. нижнюю часть рис. 14б и рис. 15а). Однако при температуре $T < 0,60T_c$ наблюдается турбулентное поведение: инжектированные вихри размножаются в турбулентном режиме и в итоге заполняют весь объём В-фазы (рис. 15б).

Интересно, что наблюдаемый резкий переход к турбулентности нечувствителен к скорости течения. Это ярко контрастирует с классической турбулентностью, которая характеризуется числом Рейнольдса, пропорциональным скорости жидкости U , $Re = UR/\nu$. Квантовая сверхтекучая турбулентность управляется собственным параметром сверхтекучей жидкости: числом Коппина Ko — отношением реактивного и диссипативного параметров в уравнениях гидродинамики сверхтекучей жидкости, зависящим только от температуры.

В фермиевских сверхтекучих жидкостях, таких как ^3He или сверхпроводники, $Ko \sim \omega_0\tau$, где ω_0 — это миничель — расстояние между уровнями фермионов Андреева–Майорана в коре вихря, а τ — время их жизни. При $Ko(T) < 1$ эффект киральной аномалии (спектральный поток) обеспечивает обмен импульсами между вихрями и нормальной компонентой жидкости. В этом режиме доминирует диссипация и движение сверхтекучей компоненты ламинарно. При $Ko(T) > 1$ преобладает влияние инерциального члена и ламинарное течение становится неустойчивым относительно развития вихревой турбулентности.

16. Заключение

Структура вихревого листа во вращающейся сверхтекучей жидкости была рассчитана Ландау и Лифшицем в 1955 г. В 1995 году, т.е. спустя 40 лет, экспериментально было продемонстрировано, что для сложных сверхтекучих жидкостей с многокомпонентным параметром порядка эта концепция оказалась востребованной. Вихревой лист Ландау–Лифшица является важным физиче-

ским объектом с нетривиальной топологией и имеет целый ряд физических приложений.

Благодарности. Работа выполнена при частичной поддержке Академией Финляндии (проект № 250280) и Cryohall infrastructure при Университете Аалто.

Список литературы

1. Feynman R P "Application of quantum mechanics to liquid helium", in *Progress in Low Temperature Physics* Vol. 1 (Ed. C J Gorter) (Amsterdam: North-Holland, 1955) p. 17
2. Ландау Л Д, Лифшиц Е М "О вращении жидкого гелия" *ДАН СССР* **100** (4) 669 (1955)
3. Onsager L (unpublished); see: London F *Superfluids* Vol. 2 (New York: Wiley, 1954) p. 151
4. London H, in *Report of an Intern. Conf. on Fundamental Particles and Low Temperatures, Cambridge, England, 22–27 July 1946* Vol. 2 (London: The Physical Society, 1947) p. 48
5. Eyink G L, Sreenivasan K R *Rev. Mod. Phys.* **78** 87 (2006)
6. Гинзбург В Л "О поверхностной энергии, связанной тангенциальным разрывом скорости в гелии II" *ЖЭТФ* **29** 254 (1955); Ginzburg V L "The surface energy associated with a tangential velocity discontinuity in helium II" *Sov. Phys. JETP* **2** 170 (1956)
7. Лифшиц И М, Каганов М И *ЖЭТФ* **29** 257 (1955); Lifshits I M, Kaganov M I "The effective density of rotating liquid helium II" *Sov. Phys. JETP* **2** 172 (1956)
8. Parts Ü et al. *Письма в ЖЭТФ* **59** 816 (1994); *JETP Lett.* **59** 851 (1994)
9. Vollhardt D, Wölfle P *The Superfluid Phases of Helium-3* (London: Taylor and Francis, 1990)
10. Skyrme T H R *Nucl. Phys.* **31** 556 (1962)
11. Mermin N D, Ho T-L *Phys. Rev. Lett.* **36** 594 (1976)
12. Seppälä H K et al. *Phys. Rev. Lett.* **52** 1802 (1984)
13. Mühlbauer S et al. "Skyrmion lattice in a chiral magnet" *Science* **323** 915 (2009)
14. Воловик Г Е, Минеев В П *Письма в ЖЭТФ* **24** 605 (1976); Volovik G E, Mineev V P *JETP Lett.* **24** 561 (1976)
15. Volovik G E *The Universe in a Helium Droplet* (Oxford: Clarendon Press, 2003)
16. Дедух Л М, Никитенко В И, Сонин Э Б *УФН* **145** 158 (1985); Dedukh L M, Nikitenko V I, Sonin É B *Sov. Phys. Usp.* **28** 100 (1985)
17. Parts Ü et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 3839 (1994)
18. Eltsov V B et al. *Physica B* **284–288** 252 (2000)
19. Heinilä M T, Volovik G E *Physica B* **210** 300 (1995)
20. Thuneberg E V *Physica B* **210** 287 (1995)
21. Simula T P et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **80** 013001 (2011)
22. Salomaa M M, Volovik G E *Rev. Mod. Phys.* **59** 533 (1987)
23. Ruutu V M H et al. *Nature* **382** 334 (1996)
24. Воловик Г Е, Крусиус М *Природа* (4) 56 (1994)
25. Воловик Г Е, Мисирпашаев Т Ш *Письма в ЖЭТФ* **51** 475 (1990); Volovik G E, Misirpashaev T Sh *JETP Lett.* **51** 537 (1990)
26. Eltsov V B et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 065301 (2002)
27. Parts Ü et al. *Europhys. Lett.* **31** 449 (1995)
28. Hänninen R et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 225301 (2003)
29. Kasamatsu K, Tsubota M *Phys. Rev. A* **79** 023606 (2009)
30. Blaauwgeers R et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 155301 (2002)
31. Volovik G E *Письма в ЖЭТФ* **75** 491 (2002); *JETP Lett.* **75** 418 (2002)
32. Finne A P et al. *Nature* **424** 1022 (2003)

Superfluids in rotation: Landau – Lifshitz vortex sheets vs Onsager – Feynman vortices

G.E. Volovik

Low Temperature Laboratory, Aalto University,

P.O. Box 15100, FI-00076 AALTO, Finland

E-mail: volovik@boo.jm.hut.fi;

L.D. Landau Institute for Theoretical Physics, Russian Academy of Sciences,

ul. Kosygina 2, 117334 Moscow, Russian Federation

Landau and Lifshitz's 1955 paper on vortex sheets in a rotating superfluid came out almost simultaneously with Feynman's paper on quantized vortices in superfluid ^4He and was long considered incorrect. Forty years later, in what was a triumph for the former authors' theory, experiments at the Olli Lounasmaa Low Temperature Laboratory (Otaniemi, Finland) detected vortex sheets in chiral superfluid $^3\text{He-A}$ in a rotating cryostat, validating Landau and Lifshitz's equation relating the vortex sheet separation and the angular velocity of rotation. This paper discusses vortex sheet configurations that have been or can be observed in superfluid ^3He .

Keywords: rotating superfluid, quantized vortices, vortex sheet

PACS numbers: **11.27**, +**d**, 67.25.dk, 67.30.he

DOI: 10.3367/UFNr.0185.201509h.0970

Bibliography — 32 references

Received 2 April 2015

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **185** (9) 970–979 (2015)

Physics–Uspekhi **58** (9) (2015)