

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Ондуляторы и вигглеры для генерации излучения
и других применений

Н.А. Винокуров, Е.Б. Левичев

Описываются периодические магнитные системы — ондуляторы и вигглеры, используемые в циклических ускорителях и лазерах на свободных электронах как для генерации синхротронного излучения, так и для управления параметрами пучка. Кратко рассматриваются особенности конструкции различных систем, характеристики излучения, а также способы влияния на пучок.

Ключевые слова: ондуляторы, синхротронное излучение, электронные накопители

PACS numbers: 03.50.De, 07.85.Qe, **41.60. – m**

DOI: 10.3367/UFNr.0185.201509b.0917

Содержание

1. Введение (917).
2. Излучение релятивистских заряженных частиц в вакууме (918).
2.1. Синхротронное излучение. 2.2. Излучение при движении заряда по синусоидальной траектории. 2.3. Движение заряженной частицы в магнитном поле.
3. Вигглеры и ондуляторы (922).
3.1. Спектр излучения вперёд. 3.2. Пространственное распределение ондуляторного излучения. 3.3. Ондуляторное излучение в сопутствующей системе отсчёта. 3.4. Комптоновское рассеяние. 3.5. Спиральные ондуляторы.
4. Магнитное поле ондулятора (926).
5. Эксперименты с ондуляторным излучением одного электрона (928).
6. Вигглеры и некоторые их применения в ускорительной технике (930).
6.1. Влияние вигглера на оптику и динамику пучка. 6.2. Вигглеры-затухатели. 6.3. Согласование вигглера с оптикой промежутка. 6.4. Модуляция периода вигглера.
7. Заключение (936).

8. Приложение. О движении электронов в циклических ускорителях (937).

Список литературы (938).

1. Введение

Магниты с пространственно периодическим поперечным полем широко применяются в накопителях заряженных частиц, коллайдерах, источниках синхротронного излучения (СИ) и лазерах на свободных электронах (ЛСЭ). Идея использовать периодическое поперечное движение релятивистских электронов для генерации коротковолнового излучения была предложена В.Л. Гинзбургом [1] в 1947 г. В 1951 г. Ханс Мотц (Hans Motz) из Стэнфордского университета рассмотрел излучение при движении релятивистских электронов в периодическом поперечном знакопеременном магнитном поле [2]. Мотц назвал магнитную систему, создающую такое поле, ондулятором (от франц. *onduler* — совершать волнообразное движение) и в 1952 г., установив его на линейный ускоритель, получил ондуляторное излучение в миллиметровой и видимой областях спектра [3]. Почти синонимом термина "ондулятор" является термин "вигглер" (от англ. *wiggle* — покачивать, извиваться, вилять). В оригинальной конструкции Мотца использовались постоянные магниты, создававшие в зазоре шириной 4 мм поле с амплитудой 5 кГс и периодом 40 мм.

В циклических ускорителях периодическая последовательность магнитов (с "градиентом"), предложенная К. Робинсоном (K.W. Robinson) [4] в 1958 г., впервые была реализована в 1966 г. на установке CEA (Cambridge Electron Accelerator), но не для вывода синхротронного излучения, а для перераспределения декрементов затухания бетатронных и синхротронных колебаний. Сегодня подобные устройства называются вигглером Робинсона.

С тех пор основными областями использования вигглеров и ондуляторов являются: 1) генерация СИ для проведения экспериментов, диагностики пучка электронов и других применений; 2) модификация таких

Н.А. Винокуров. Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, просп. Академика Лаврентьева 11, 630090 Новосибирск, Российская Федерация

E-mail: nikolay.vinokurov@gmail.com

Korea Atomic Energy Research Institute,

305-353 Daejeon, Republic of Korea;

Новосибирский государственный университет,

ул. Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Российская Федерация

E-mail: nikolay.vinokurov@gmail.com

Е.Б. Левичев. Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН,

просп. Академика Лаврентьева 11, 630090 Новосибирск,

Российская Федерация

E-mail: levichev@inp.nsk.su

Новосибирский государственный технический университет,

просп. К. Маркса 20, 630073 Новосибирск, Российская Федерация

Статья поступила 20 мая 2015 г.,

после доработки 29 июня 2015 г.

параметров циркулирующих пучков, как времена затухания колебаний, эмиттанс, скорость радиационной поляризации электронов и т.п. Начиная с источников СИ третьего поколения накопители частиц специально проектировались, чтобы использовать преимущественно излучение из вигглеров и ондуляторов, поскольку, подбирая параметры таких устройств, можно получить излучение с оптимальными для экспериментов характеристиками: спектром, потоком, яркостью, расходимостью и т.п. Как устройства, позволяющие управлять параметрами пучка, периодические магнитные системы находят применение в накопителях-охладителях, коллайдерах, а также источниках СИ. Так, например, в источнике СИ третьего поколения PETRA III (Positron-Electron Tandem Ring Accelerator III) вигглеры на постоянных магнитах общей длиной около 80 м позволили уменьшить горизонтальный эмиттанс в четыре раза — до рекордно малого для такой энергии (6 ГэВ) значения 1 нм рад [5]. Столь малый фазовый объём пучка позволяет эффективно использовать излучение из ондуляторов, установленных в прямолинейных промежутках PETRA III.

2. Излучение релятивистских заряженных частиц в вакууме

Напомним некоторые сведения, касающиеся излучения заряженных частиц. Определим радиус-вектор $\mathbf{R}_{12} = \mathbf{nR}_{12} = \mathbf{R} - \mathbf{r}$, направленный из точки $\mathbf{r}$, в которой находится точечный заряд e , движущийся со скоростью $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} = \beta c$ (c — скорость света в вакууме) в точку $\mathbf{R}$, в которой измеряется поле излучения. На больших расстояниях, $R \gg r$, от заряда можно считать, что $\mathbf{n} \approx \mathbf{R}/R$ и $R_{12} \approx R - \mathbf{n}\mathbf{r}$. Тогда электрическое поле излучения имеет вид [6]

$$\mathbf{E} = \frac{e}{cR} \frac{\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \beta) \times \dot{\mathbf{r}}]}{(1 - \mathbf{n}\beta)^3} = \frac{e}{cR} \frac{d}{dt} \frac{\mathbf{n} - \beta}{1 - \mathbf{n}\beta} = -\frac{e}{c} \frac{d^2}{dt^2} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{r})}{R}, \quad (1)$$

где все величины в правой части берутся в предшествующий момент времени $t' = t - R_{12}/c$. При выводе второго и третьего равенств в (1) использовано соотношение

$$\frac{dt'}{dt} = \frac{1}{1 - \mathbf{n}\beta}. \quad (2)$$

Последняя часть формулы (1) показывает, что поле излучения пропорционально угловому ускорению положения заряда, наблюдаемого из точки измерения поля [7].

2.1. Синхротронное излучение

Простейший пример синхротронного излучения¹ — это излучение заряда, равномерно вращающегося по часовой стрелке по окружности радиусом r с угловой частотой Ω . Найдём поле излучения в плоскости вращения, выбрав для определённости точку наблюдения на

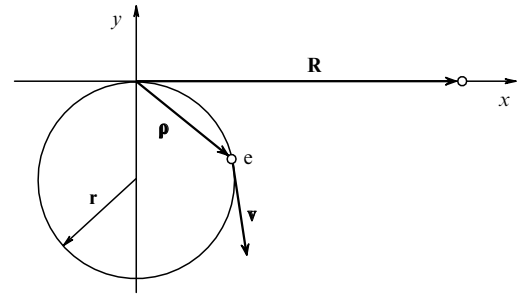


Рис. 1. Заряд, равномерно вращающийся по часовой стрелке по окружности радиусом r со скоростью v . Точка наблюдения находится на оси x .

оси x (рис. 1). В этом случае координаты заряда можно представить как

$$x(t') = r \sin(\Omega t'), \quad y(t') = r [\cos(\Omega t') - 1],$$

$$c(t - t') = \sqrt{y^2(t') + (R - x(t'))^2} \approx R - x(t'),$$

а из формулы (1) получаем единственную ненулевую компоненту поля:

$$E_y(R, 0, 0, t) = \frac{e\beta^2}{Rr} \frac{\cos(\Omega t') - \beta}{[1 - \beta \cos(\Omega t')]^3}. \quad (3)$$

При медленном ($v \ll c$) вращении запаздыванием за время излучения можно пренебречь, т.е. считать, что $t \approx t' + R/c$. Тогда из (3) получим обычную формулу дипольного излучения:

$$E_y(R, 0, 0, t) = \frac{e\Omega^2 r \cos[\Omega(t - R/c)]}{c^2 R}. \quad (4)$$

причём в правой части (4) в числителе стоит вторая производная проекции дипольного момента на ось y .

Производная (2), которая выражается как

$$\frac{dt'}{dt} = \frac{1}{1 - \mathbf{n}\beta} = \frac{1}{1 - dx(t')/dt'} = \frac{1}{1 - \beta \cos(\Omega t')}, \quad (5)$$

характеризует видимую неравномерность вращения. Причину такого видимого убыстрения движения объяснить просто. Рассмотрим прохождение зарядом малого участка верхней части окружности (рис. 2). Пусть в точках А и В, разделённых расстоянием ds , заряд испускает короткие сигналы. Испускание сигнала из В происходит на $dt' = ds/v$ позднее. Так как точка А находится от наблюдателя на ds дальше, чем В, задержка прихода сигнала из А относительно прихода сигнала из В равна $dt = dt' - ds/c = dt'(1 - \beta)$. Как известно, такое изменение задержки между сигналами, связанное с конечностью скорости распространения сигнала (волны), называется эффектом Доплера. При скоростях, близких к скорости света, поле (3) велико только при фазах, близких к $\Omega t' = 2\pi n$, когда знаменатель в правой части приближается к нулю, т.е. поле представляет собой последовательность коротких импульсов,

$$E_y(R, 0, 0, t) \approx \frac{e}{rR(1 - \beta)^2} \frac{1 - (1 - \beta)^{-1}(\Omega t')^2/2}{[1 + (1 - \beta)^{-1}(\Omega t')^2/2]^3}, \quad (6)$$

¹ Термин "синхротронное излучение" (которое называют также магнитотормозным излучением) связан с тем, что такое излучение наблюдается при движении электронов в синхротронах — циклических ускорителях заряженных частиц.

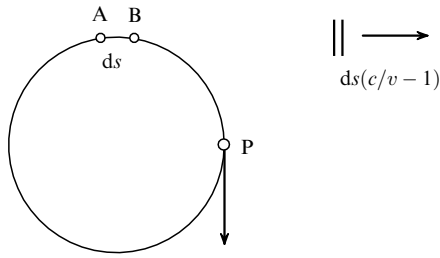


Рис. 2. "Моментальная фотография" испущенных зарядом при прохождении точек А и В сигналов, показанных в виде двух вертикальных отрезков в правой верхней части рисунка. Задержка между приходом сигналов меньше задержки между актами их испускания из-за разных расстояний от точки наблюдения до точек А и В испускания сигналов.

следующих с частотой $\Omega/(2\pi)$, где

$$\frac{\Omega t'}{\sqrt{2\sqrt{1-\beta}}} \approx \sqrt[3]{(1+\tau^2)^{1/2} + \tau} - \sqrt[3]{(1+\tau^2)^{1/2} - \tau}, \quad (7)$$

а

$$\tau = \frac{3}{2\sqrt{2}} \frac{\Omega(t - R/c)}{(1-\beta)^{3/2}} \quad (8)$$

находится из решения кубического уравнения $r(\Omega t')^3/6 + t'(c - \Omega r) + R - ct = 0$.

На рисунке 3 показана зависимость электрического поля излучения от времени при разных скоростях, рассчитанная по точной формуле (3). Видно, что при скорости заряда, близкой к скорости света, длительность импульсов излучения, согласно (6), становится очень малой, тогда как амплитуда электрического поля $E_{\max} \approx e/[rR(1-\beta)^2]$ сильно возрастает.

Из (6) видно, что поле излучения относительно велико только в те моменты времени, которые соответствуют нахождению заряда на отрезке дуги длиной (называемой длиной формирования синхротронного излучения)

$$l = r\Omega\Delta t' = r\sqrt{2}\sqrt{1-\beta} \approx \frac{r}{\gamma}, \quad (9)$$

где $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ — релятивистский множитель, вблизи верхней точки окружности (далее везде будем предполагать, что $\gamma \gg 1$). Тогда вследствие эффекта Доплера

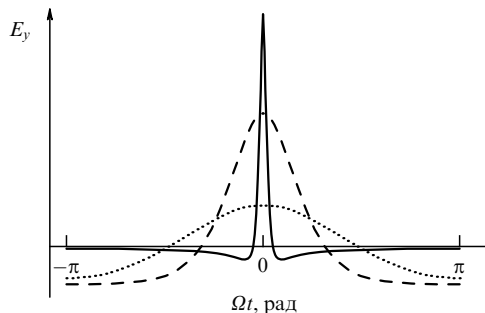


Рис. 3. Зависимость поля излучения от фазы Ωt , изменяющейся от $-\pi$ до π (т.е. от времени), при $\beta = 0,05$ (пунктирная кривая), $\beta = 0,3$ (штриховая кривая), $\beta = 0,8$ (сплошная кривая). В двух последних случаях амплитуда поля для наглядности уменьшена соответственно в 20 и 1000 раз.

длительность этих импульсов выражается как

$$\Delta t = \frac{dt}{dt'} \Delta t' = (1-\beta)^{3/2} \frac{\sqrt{2}}{\Omega} \approx \frac{1}{2\gamma^3\Omega}, \quad (10)$$

что явно следует и из формул (6)–(8). Разложив поле (3) в ряд Фурье, можно найти спектр излучения:

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} E_y \exp(in\Omega t) dt = \\ &= \frac{in\Omega^2 e}{2\pi c R} \int_0^{2\pi/\Omega} \frac{\beta_y}{1-\beta_x} \exp(in\Omega t) dt = \\ &= -\frac{in\Omega^2 \beta e}{2\pi c R} \exp\left(\frac{in\Omega R}{c}\right) \times \\ &\times \int_0^{2\pi/\Omega} \sin(\Omega t') \exp\{in[\Omega t' - \beta \sin(\Omega t')]\} dt' = \\ &= \frac{n\Omega \beta e}{c R} \exp\left(\frac{in\Omega R}{c}\right) J'_n(n\beta), \end{aligned} \quad (11)$$

где J'_n — производная функции Бесселя. При малых скоростях в излучении есть только первая гармоника (см. формулу (3) для дипольного излучения и пунктирную кривую на рис. 3). С возрастанием скорости появляются высшие гармоники. Так как интенсивность излучения пропорциональна квадрату поля, интенсивность каждой гармоники пропорциональна квадрату её амплитуды.

Спектры (интенсивности) излучения при разных скоростях заряда показаны на рис. 4, из которого видно, что чем ближе скорость заряда к скорости света, тем больше гармоник в спектре излучения. В ультрарелятивистском случае при $n \gg 1$

$$\begin{aligned} J'_n(n\beta) &\approx -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2}{n}\right)^{2/3} \Phi' \left[\frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{n}{2}\right)^{2/3} \right] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}\pi\gamma^2} K_{2/3} \left(\frac{n}{3\gamma^3} \right), \end{aligned}$$

где Φ' — производная функции Эйри, $K_{2/3}$ — функция Макдональда порядка $2/3$, и асимптотика гармоник поля (11) выражается как

$$E_n \approx \frac{ne}{\sqrt{3}\pi\gamma^2 R r} K_{2/3} \left(\frac{n}{3\gamma^3} \right) \exp\left(\frac{in\Omega R}{c}\right). \quad (12)$$

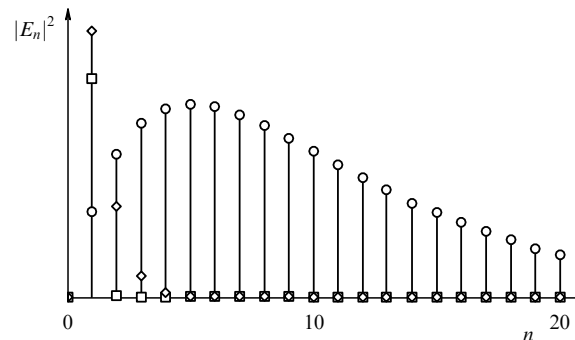


Рис. 4. Спектры излучения при $\beta = 0,05$ (квадраты), $\beta = 0,3$ (ромбы), $\beta = 0,8$ (кружки). Для наглядности спектральная интенсивность в последних двух случаях уменьшена соответственно в 1000 и в 100000 раз.

Амплитуда гармоник максимальна при $n = 0,834n_c$, где $n_c = (3/2)\gamma^3 = 3/(4\Omega\Delta t)$ — так называемый критический номер гармоник. Высокочастотная ($n \gg n_c$) часть спектра имеет вид $|E_n|^2 \approx e^2 n \exp(-n/n_c)/(2\pi\gamma r^2 R^2)$.

Во многих современных ускорителях электроны можно ускорить до относительных энергий порядка $\gamma = 10^4$. При этом в соответствии с (10) при радиусе поворота $r = 10$ м электрон будет излучать импульсы длиной порядка $r/\gamma^3 = 10^{-11}$ м. Максимум спектра излучения приходится на номера гармоник $n_c \sim 10^{12}$, т.е. в спектре присутствуют все длины волн от 20 пм (длина волны первой гармоники примерно равна периметру окружности, по которой вращается электрон) до 10^{-12} м — длины импульса излучения. Длина волны $\lambda_c = 2\pi r/n_c = (4\pi/3)r/\gamma^3$ называется критической длиной волны синхротронного излучения.

Для ультрарелятивистских ($\gamma \gg 1$) электронов вклад в формирование короткого импульса излучения даёт только окрестность наивысшей точки траектории ($y = r$, $x = 0$). Согласно формуле (6) длина этого участка, т.е. длина формирования (9), составляет лишь малую часть траектории электрона. Можно сказать, что излучение, распространяющееся параллельно оси x , испускается из точки траектории, в которой вектор скорости параллелен оси x . С другой стороны, так как в поле излучения вносят вклад все точки участка длиной r/γ , можно сказать, что из каждой точки траектории испускается излучение в направлениях, близких к касательной (направлению скорости частицы), с малой угловой расходимостью $1/\gamma$. Так как в знаменателе выражения (1) для поля излучения стоит доплеровский множитель $(1 - \mathbf{n}\beta)$, в точках наблюдения, отстоящих от плоскости xy на расстояние, большее чем R/γ , поле относительно мало. Следовательно, вертикальная угловая расходимость тоже имеет порядок $1/\gamma$. Таким образом, быстрые частицы излучают в основном в направлении касательной к их траектории.

В приведённом выше численном примере длина формирования составляет всего 1 мм. Рассматривая быстрый электрон, движущийся по произвольной траектории, у которой радиус кривизны и направление бинормали мало изменяются на длине формирования, мы можем применять для описания излучения электрона все формулы для синхротронного излучения. Практически важным примером являются магнитные системы циклических ускорителей электронов, состоящие из отдельных магнитов (в которых частицы движутся по дугам окружностей) длиной несколько метров, что обычно намного превышает длину формирования.

В ультрарелятивистском случае, благодаря тому что в данную точку наблюдения приходит излучение из одной точки окружности-траектории, можно изобразить простую, но поучительную картину — "мгновенную фотографию" геометрического места точек, в котором поле излучения не мало (рис. 5).

Глядя на рис. 5, представим, что рисунок вращается по часовой стрелке вокруг центра окружности с такой угловой скоростью Ω , при которой точки окружности движутся со скоростью света (или почти со скоростью света). Кривая, на которой находится излучение, характеризуется следующим свойством. Если из любой точки окружности провести касательный луч в направлении по часовой стрелке, то этот луч пересечётся с кривой излучения по нормали. Такая кривая называется эвольвентой (развёрткой) окружности. При вращении рисунка

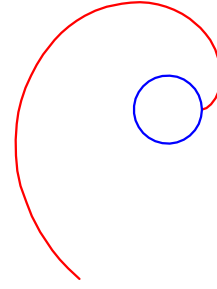


Рис. 5. Область, в которой находится поле излучения, лежит вблизи плоскости вращения электрона и имеет вид спирали (эвольвенты окружности).

точка пересечения этой кривой с определённым выше неподвижным касательным лучом движется со скоростью света.

Итак, для синхротронного излучения картина излучения очень наглядна — поле, оторвавшееся от заряда из-за конечности скорости распространения, "отлетает" в направлении скорости электрона, т.е. "движется по инерции".

Следует отметить, что формула (1) описывает поле излучения, определяемое как поле на расстояниях R от источника, значительно превышающих размеры последнего. Поэтому с самого начала предполагалось, что $R \gg r$. С другой стороны, как показано выше, для ультрарелятивистских частиц (далее мы будем рассматривать только их) источником является не вся траектория, а только длина формирования, т.е. малая дуга длиной $l = r/\gamma$. Поэтому вышеизложенные результаты справедливы и для $R \gg l$, т.е. для гораздо меньших расстояний. Правда, это не в полной мере касается низкочастотной части излучения с $\lambda \gg \lambda_c$. Из разложения $n(1 - \beta)\Omega t' + n\beta(\Omega t')^3/6$ фазы экспоненты в выражении для амплитуды фурье-гармоники (11) видно, что при $n \ll n_c$ первым членом разложения можно пренебречь и вклад в амплитуду даёт лишь дуга $\Omega t' \sim n^{-1/3}$. Поэтому для гармоник с $n \ll n_c$ длина формирования $l_n = rn^{-1/3}$ больше $l = r/\gamma$, а условие того, что точка наблюдения находится в дальней зоне, принимает вид $R \gg l_n$. Соответственно, как и для любого протяжённого когерентного источника, минимальная угловая расходимость излучения имеет порядок не $1/\gamma$, а $\sqrt{\lambda/l_n} \sim n^{-1/3}$.

Вообще, интересной особенностью низкочастотной ($n \ll n_c$) части спектра синхротронного излучения является его независимость от энергии частиц. Действительно, полагая в (11) $\beta = 1$ (т.е. $n_c \rightarrow \infty$), получим

$$E_n \approx \sqrt[6]{\frac{3}{4}} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \frac{e}{\pi r R} \sqrt[3]{n} \exp\left(\frac{i n \Omega R}{c}\right), \quad (13)$$

где Γ — гамма-функция Эйлера.

Амплитуда "всплеска" синхротронного излучения может быть довольно велика. Например, полагая $R \approx r/(2\gamma)$, получим $E_{\max} \approx 8\gamma^5 e/r^2$. Интересно, что в системе отсчёта, движущейся вдоль оси x , это поле равно электростатическому полю заряда на расстоянии $r(1 - \beta)$ от электрона до цилиндра, точки которого при вращении (в лабораторной системе) с частотой Ω движутся со скоростью света (т.е. до горизонта событий в сопутствующей вращающейся системе отсчёта). Можно сказать, что на поверхности этого цилиндра поле "отрывается" от заряда.

2.2. Излучение при движении заряда по синусоидальной траектории

Как показано в разделе 2.1, при движении по окружности релятивистского электрона излучение приходит к наблюдателю только с длины формирования r/γ , которая составляет малую долю всей траектории. Если мы хотим использовать это излучение, то желательно увеличить его интенсивность. Этого можно добиться, собирая излучение из нескольких точек траектории электрона. Так как высокочастотная часть СИ излучается в основном в направлении движения электрона, оптимальная траектория должна слабо отклоняться от направления, в котором мы хотим повысить интенсивность. Простейшей и наиболее распространённой в практических применениях является косинусоидальная траектория с периодом $\lambda_w = 2\pi/k_w$, задаваемая уравнениями

$$x = \frac{1}{k_w^2 r} \cos(k_w z), \quad y = 0. \quad (14)$$

При такой траектории излучение в направлении оси z исходит из окрестностей точек $z = n\pi/k_w$ (n — целое число), в которых скорость направлена вдоль оси z . В этих точках кривизна траектории равна $d^2x/dz^2 = (-1)^{n+1}/r$. Так как релятивистские частицы довольно трудно (да и не нужно, так как, согласно (9), угол формирования излучения $1/\gamma$ мал) сильно отклонить от прямолинейной траектории, далее везде предполагается, что минимальный радиус кривизны траектории r значительно больше периода, т.е. $k_w r \gg 1$. При этом амплитуда колебаний угла $(dx/dz)_{\max} = 1/(k_w r)$ мала.

Для излучения, распространяющегося в направлении оси z ,

$$\frac{dt'}{dt} = \frac{1}{1 - \beta_z} \approx \frac{2\gamma^2}{1 + K_0^2 \sin^2(k_w z)}, \quad (15)$$

где введено обозначение

$$K_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{k_w r \sqrt{1 - \beta}} \approx \frac{\gamma}{k_w r}, \quad (16)$$

а поле имеет единственную компоненту

$$E_x(0, 0, R, t) = \frac{e}{Rr(1 - \beta)^2} \frac{1 - K_0^2 \sin^2(k_w z)}{[1 + K_0^2 \sin^2(k_w z)]^3} \cos(k_w z). \quad (17)$$

Так как $c(t - t') = R - z$, величина z связана с t соотношением

$$k_w z \left(1 + \frac{K_0^2}{2}\right) - \frac{K_0^2}{4} \sin(2k_w z) = 2\gamma^2 k_w (ct - R). \quad (18)$$

Из (17) видно, что максимумы поля соответствуют максимумам ускорения, находящимся в максимумах отклонения траектории $z = n\lambda_w/2$, и имеют ту же величину, что и для синхротронного излучения (6) заряда, движущегося по окружности радиусом r . Введённый в (16) параметр K_0 представляет собой отношение периода траектории, делённого на 2π , к длине формирования излучения. Как уже отмечалось, раствор конуса, в который излучается большая часть энергии, равен $1/\gamma$. Учитывая, что $1/(k_w r)$ — это амплитуда колебаний угла между скоростью и осью z , видим, что K_0 также имеет смысл отношения максимального угла отклонения траектории к характерной угловой расходимости излучения (рис. 6).

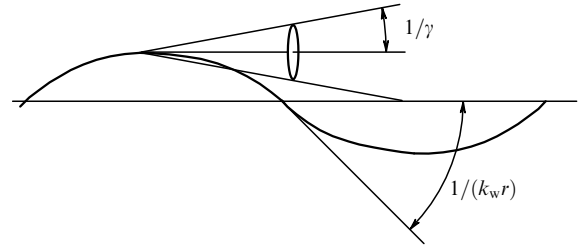


Рис. 6. Два характерных угла в задаче об излучении частицы, движущейся по синусоидальной траектории, — раствор $1/\gamma$ конуса излучения и амплитуда $1/(k_w r)$ колебаний угла.

Зависимость поля излучения от времени даётся формулой (17), в которую надо подставить $z(t)$, найденное из уравнения (18). Это легко сделать численно, но для понимания полезно иметь аналитические выражения. Поле (17) имеет период 2π по "фазе" $k_w z$, поэтому из (18) находится временной период

$$T = \frac{\lambda_w}{c} (1 - \beta) \left(1 + \frac{K_0^2}{2}\right) \approx \frac{\lambda_w}{2\gamma^2 c} \left(1 + \frac{K_0^2}{2}\right). \quad (19)$$

При $K_0 \gg 1$ радиус кривизны мало изменяется на длине формирования r/γ и справедливы рассуждения и формулы из раздела 2.1. В этом легко убедиться непосредственно, разлагая (18) по $k_w z$ до кубического члена, а числитель и знаменатель дроби в (17) — до квадратичного. При этом снова получаются формулы СИ (6), (7). Следовательно, из всех чётных точек излучения (максимумов косинусоиды) исходят импульсы синхротронного излучения, показанные на рис. 4, а из нечётных (минимумов косинусоиды) — импульсы противоположного знака (т.е. "перевернутые"). Такая временная зависимость поля излучения схематически изображена на рис. 7.

Временной интервал T между соседними положительными импульсами, т.е. период нашего сигнала, поучительно найти ещё одним способом, аналогично тому, как было найдено доплеровское сокращение в $(1 - \beta)$ раз задержки между приходом сигналов по сравнению с задержкой между актами их испускания (см. рис. 2). Однако теперь надо учесть и непрямолинейность траектории, т.е. то, что искривлённая траектория электрона длиннее отрезка прямой, вдоль которого распространяется свет. Действительно,

$$T = \int_0^{\lambda_w} \frac{dz}{v_z} - \frac{\lambda_w}{c} \approx \frac{\lambda_w}{c} \left(1 - \beta + \frac{1}{4k_w^2 r^2}\right) \approx \approx \frac{\lambda_w}{2\gamma^2 c} \left(1 + \frac{K_0^2}{2}\right). \quad (20)$$

Формула (20) показывает, что временной интервал между приходом импульсов из двух соседних максиму-

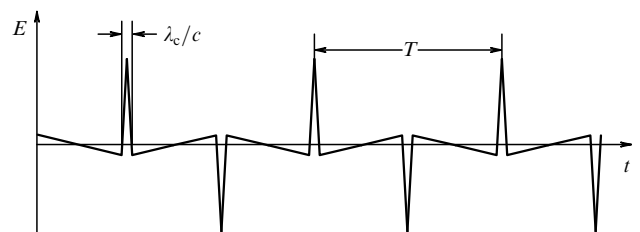


Рис. 7. Временная зависимость поля излучения из вигглера, $T/2 \gg \lambda_c/c$.

мов отклонения косинусоидальной траектории электрона меньше разности соответствующих времён излучения в $1/(1 - \langle \beta_z \rangle)$ раз, где $\langle \beta_z \rangle = \beta - 1/(4k_w^2 r^2)$ — средняя скорость движения вдоль оси z . Иногда используют релятивистский множитель $\gamma_{\parallel} = 1/(1 - \langle \beta_z \rangle^2)^{1/2} \approx \gamma/(1 + K_0^2/2)^{1/2}$, соответствующий системе отсчёта, в которой средняя скорость электрона равна нулю, а сам электрон совершает периодическое движение по траектории, напоминающей восьмёрку. Тогда (19) принимает вид $cT = \lambda_w/(2\gamma_{\parallel}^2)$.

Сравнивая длительности импульсов синхротронного излучения (10) с задержкой $T/2$ между соседними импульсами, видим, что при $K_0 \gg 1$ эти импульсы не перекрываются. Тогда спектр сигнала, изображённого на рис. 7, похож на спектр синхротронного излучения, но в нём отсутствуют чётные гармоники основной частоты $2\pi/T$, а нечётные имеют в четыре раза большую интенсивность. Кроме того, синусоидальный участок траектории электрона в реальном вигглере всегда имеет конечную длину L , на которой укладывается $N = L/\lambda_w$ периодов. Столько же периодов будет и в импульсе излучения, изображённом на рис. 7. Такой сигнал не является периодическим, и его спектр непрерывен. Спектр будет похож на дискретный спектр сигнала с бесконечным числом периодов. При этом каждой гармонике дискретного спектра будет соответствовать спектральная линия шириной $\Delta\omega \sim 2\pi/\delta t$, где $\delta t = NT$ — полная длительность сигнала.

2.3. Движение заряженной частицы в магнитном поле

Следуя электродинамике, которая позволяет найти поле по заданному движению заряда, выше мы не интересовались, какими силами вызвано ускорение заряженной частицы. Например, равномерное вращение заряда можно обеспечить, закрепив заряженный предмет на нити. Для отклонения заряженных частиц можно использовать электромагнитное поле. В полное выражение для силы Лоренца

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}) \quad (21)$$

входят электрическое $\mathbf{E}$ и магнитное $\mathbf{B}$ поля. Оказывается, что для статических (постоянных во времени) полей второй член в правой части (21), пропорциональный магнитному полю, может быть гораздо больше первого. Действительно, максимальная достижимая величина электростатического поля связана с пробоем на поверхности твёрдого тела, ограничивающего область, занятую полем. Порядок этой величины — 10^7 В м⁻¹ ≈ 300 Гс (0,03 Тл). Магнитное поле большой величины создаётся постоянными магнитами, электромагнитами с железными сердечниками, а также сверхпроводящими и импульсными электромагнитами. В первых двух случаях поле, которое ограничено предельной намагниченностью (дипольным магнитным моментом единицы объёма) вещества, достигает величин порядка 1 Тл. В двух последних случаях поле ограничено прочностью токоведущих обмоток, на которые давит магнитное поле. При этом максимальная величина поля имеет порядок² соответственно 10 и 100 Тл. Поэтому траекто-

риями релятивистских частиц обычно управляют с помощью магнитоэстатического поля. Из формулы (21) для силы Лоренца видно, что магнитная часть силы перпендикулярна скорости и, следовательно, не изменяет энергии частиц и абсолютной величины вектора скорости. Частица с массой m и импульсом $p = \gamma mv$ движется в магнитном поле по траектории с радиусом кривизны $r = pc/(eB_{\perp})$, где $B_{\perp}$ — составляющая магнитного поля, перпендикулярная скорости.

Для получения косинусоидальной траектории (14) достаточно поместить частицу в магнитное поле, которое в плоскости xz имеет лишь вертикальную компоненту

$$B_y = B_0 \cos(k_w z). \quad (22)$$

Тогда $r = pc/(eB_0)$, а

$$K_0 = \frac{eB_0}{k_w mc^2} \sqrt{\frac{1 + \beta}{2\beta^2}}.$$

Для ультрарелятивистских частиц квадратный корень в последней формуле очень близок к единице, поэтому во всех расчётах вместо K_0 используют параметр $K = eB_0/(k_w mc^2)$, который зависит только от амплитуды и периода магнитного поля.

Так как поле (22) можно описать векторным потенциалом $A_x = (B_0/k_w) \sin(k_w z)$, параметр K иногда называют безразмерным векторным потенциалом.

Заметим также, что для генерации излучения применяются самые лёгкие заряженные частицы — электроны. Поэтому далее везде мы будем предполагать, что e и m — это заряд и масса электрона, тогда $K \approx B_0 \lambda_w / (10,7 \text{ кГс см}) \approx 0,934 B_0 [\text{Тл}] \lambda_w [\text{см}]$. Можно, кроме того, отметить, что K — это отношение циклотронной частоты $eB_0/(mc)$ к частоте $2\pi c/\lambda_w$, соответствующей периоду ондулятора.

3. Вигглеры и ондуляторы

Как было сказано во введении, магнитную систему, создающую знакопеременное периодическое магнитное поле (22), называют ондулятором или, точнее, плоским ондулятором, так как траектория заряженной частицы в нём может лежать в плоскости xz . Часто вместо "ондулятор" используют другой термин — "вигглер". Последний обычно применяется для ондуляторов с небольшим числом периодов. Кроме того, обычно считается, что параметр K (называемый также параметром ондуляторности) у вигглеров значительно больше единицы. Последнее связано с тем, что, как показано в разделе 2, спектр излучения из вигглера при $K \gg 1$ похож на спектр синхротронного излучения. Ввиду сходства этих спектров иногда говорят, что поля излучения из разных точек излучения в вигглере не интерферируют. Последнее, конечно, неточно. Интерференция есть всегда, и спектр излучения из многополосного вигглера, как уже отмечалось, отличается от спектра синхротронного излучения, имеющего один максимум магнитного поля (в спектре вигглера имеются линии, отстоящие друг от друга на $2\pi/T$, причём в излучении точно вдоль оси z чётные гармоники исчезают). С другой стороны, при $K \gg 1$ этот частотный период довольно мал, а спектральные линии уширены вследствие разброса по скоростям в электронном пучке и из-за того, что излучение обычно

² Так как давление магнитного поля в вакууме — это просто плотность его энергии $\mathbf{B}^2/(8\pi)$, легко подсчитать, что полю величиной 100 Тл (10^6 Гс) соответствует давление 4 кН мм⁻². Последнюю величину поучительно сравнить с пределом текучести меди, из которой сделана обмотка электромагнита, — 0,4 кН мм⁻².

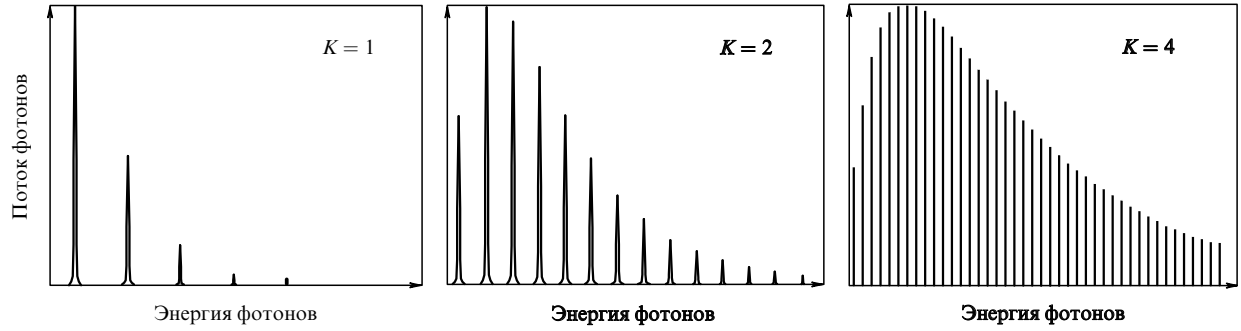


Рис. 8. Характерный вид спектров излучения из длинного вигглера при разных значениях параметра ондуляторности K .

собирается с некоторого не малого по сравнению с λ/L телесного угла вокруг направления вдоль оси z , где период поля излучения больше (см. раздел 3.2). В этом случае спектр излучения совпадает со спектром СИ из одного максимума поля, а спектральная интенсивность излучения пропорциональна числу периодов вигглера N . Это и даёт повод говорить об отсутствии интерференции для суммарного излучения всех электронов пучка, собранного с конечной апертуры.

3.1. Спектр излучения вперёд

Как видно из рис. 6, вклад в поле излучения из вигглера даёт только малая часть траектории. Для того чтобы получить максимальное число источников излучения на заданной длине вигглера, можно при том же радиусе кривизны r (т.е. при том же максимальном магнитном поле B_0) уменьшать период вигглера λ_w до тех пор, пока пики синхротронного излучения, показанные на рис. 7, не начнут перекрываться, что уменьшит амплитуду поля излучения. Как следует из (10) и (19), это произойдёт при $r/\gamma \approx \lambda_w/(2\pi)$, т.е. при $K \approx 1$. Во многих случаях период ондулятора не удаётся уменьшить до оптимального значения $2\pi r/\gamma$, так как при этом уменьшается величина магнитного поля, что в свою очередь приводит к возрастанию длительности всплесков СИ и соответствующему увеличению критической длины волны излучения $\lambda_c = (4\pi/3) r/\gamma^3 = 4\pi mc^2/(3eB_0\gamma^2)$.

Таким образом, практический интерес представляет случай $K \sim 1$, в котором "всплески" излучения из разных максимумов магнитного поля начинают перекрываться. При этом число гармоник основной частоты $2\pi/T$ в спектре излучения уменьшается. Если период поля излучения (19) известен, то, используя формулу (17), легко найти гармоники поля (нечётные):

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{2\pi i n e}{c T^2 k_w r R} \int_0^T \frac{\beta_z \sin(k_w z)}{1 - \beta_z} \exp\left(\frac{i 2\pi n t}{T}\right) dt = \\ &= -\frac{2\pi i n e}{c^2 T^2 k_w r R} \int_0^{\lambda_w} \sin(k_w z) \exp\left(\frac{i 2\pi n t}{T}\right) dz = \\ &= -\frac{2\pi i n e}{c^2 T^2 k_w^2 r R} \exp\left(\frac{i 2\pi n R}{c T}\right) \int_0^{2\pi} \sin \varphi \times \\ &\times \exp\left\{i n \left[\varphi - \frac{K^2}{4 + 2K^2} \sin(2\varphi)\right]\right\} d\varphi = \\ &= \frac{2\gamma^4 n e}{(1 + K^2/2)^2 r R} \left[J_{(n-1)/2} \left(\frac{n K^2}{4 + 2K^2} \right) - \right. \\ &\left. - J_{(n+1)/2} \left(\frac{n K^2}{4 + 2K^2} \right) \right] \exp\left(\frac{i 2\pi n R}{c T}\right). \end{aligned} \quad (23)$$

Из формулы (23) видно, что при $K \ll 1$ гармоники быстро убывают с возрастанием номера n и фактически остаётся только первая. Кроме того, (18) и (23) показывают, что появление в спектре излучения высших гармоник при возрастании K связано с модуляцией продольной скорости, пропорциональной K^2 . При $K > 1$ длина волны первой гармоники увеличивается, как и число гармоник, формирующих спектр, и при $K \gg 1$ гармоники излучения располагаются настолько близко друг к другу, что их огибающая приближается к непрерывному спектру СИ, создаваемому поворотным магнитом (рис. 8). Именно в таком случае периодический магнит называют вигглером.

Из проведённого выше рассмотрения спектра излучения, формируемого вигглером, следует простой способ приближённой оптимизации последнего. Предположим, нам надо получить максимальную спектральную интенсивность излучения с единицы длины вигглера на длине волны λ . Рассмотрим сначала вигглер с периодом, значительно превышающим $2\gamma_{\parallel}^2 \lambda$. Тогда в соответствии с (19) и (23) номер cT/λ интересующей нас гармоники излучения велик, и для того чтобы получить не малую интенсивность, надо использовать $K > 1$. В этом случае применимы формулы синхротронного излучения. Так как коротковолновая часть (12) спектра СИ спадает экспоненциально, приравняв интересующую нас длину волны λ к критической $\lambda_c = (4\pi/3) r/\gamma^3 \approx 4\pi mc^2/(3eB_0\gamma^2)$, найдём минимальное необходимое магнитное поле:

$$B_0 = \frac{4\pi mc^2}{3e\lambda\gamma^2} \approx \frac{7 \text{ кГс см}}{\lambda\gamma^2}. \quad (24)$$

Соотношение (24) можно использовать и для определения минимальной энергии электронов:

$$\gamma_{\min} = \sqrt{\frac{4\pi mc^2}{3eB_0\lambda}} \approx \sqrt{\frac{7 \text{ кГс см}}{B_0\lambda}}, \quad (25)$$

необходимой для получения излучения в заданном магнитном поле. Теперь остаётся спроектировать вигглер с таким полем и минимальным периодом, чтобы число источников СИ на единицу длины было максимальным.

3.2. Пространственное распределение ондуляторного излучения

Излучение ондулятора вне оси z тоже легко находится. Вместо (18) имеем

$$c(t - t') \approx R - \frac{n_x}{k_w^2 r} \cos(k_w z) - z n_z. \quad (26)$$

Тогда

$$\frac{dt}{dt'} = 1 - \beta_z n_z + \frac{\beta_z n_x}{k_w r} \sin(k_w z) \quad (27)$$

и пространственный период (длина волны первой гармоники) поля излучения получается интегрированием (27) по периоду ондулятора:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= cT = \int_0^{\lambda_w} \frac{dt}{dt'} \frac{dz}{\beta_z} = \int_0^{\lambda_w} \frac{dz}{\beta_z} - \lambda_w n_z \approx \\ &\approx \lambda_w \left(1 - \cos \theta + \frac{1}{2\gamma_{\parallel}^2} \right), \end{aligned} \quad (28)$$

где проекция единичного вектора $n_z = \cos \theta$ выражена через угол θ между направлением излучения и осью z . Это выражение обобщает формулу (19) для длины волны первой гармоники ондуляторного излучения.

Угловая зависимость длины волны ондуляторного излучения допускает простое геометрическое объяснение. Рассмотрим волновые фронты (поверхности постоянной фазы), соответствующие, например, максимумам ускорения (максимумам поля ондулятора). Проходя последовательно через разные максимумы поля, частица излучает сферические волны³. Центр каждой сферы находится в своём источнике, как это показано на рис. 9.

Тогда длина волны первой гармоники, т.е. расстояние между соседними волновыми фронтами, выражается в виде

$$\lambda_1 = cT = \lambda_w \left(\frac{1}{\langle \beta_z \rangle} - \cos \theta \right) \approx \lambda_w \left(1 - \cos \theta + \frac{1}{2\gamma_{\parallel}^2} \right). \quad (29)$$

При замене $1/\langle \beta_z \rangle \rightarrow \cos \theta_i$ формула (29) переходит в условие отражения волны, падающей под углом θ_i на дифракционную решётку с периодом λ_w , что неудивительно, так как (29) тоже является условием простран-

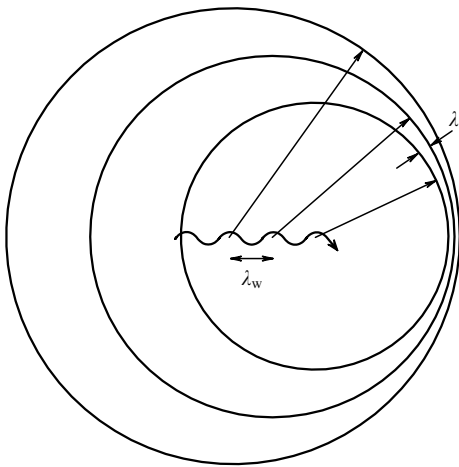


Рис. 9. Волновые фронты, испущенные из разных максимумов поля. Длина волны излучения вперёд минимальна.

³ Это рассуждение напоминает принцип Гюйгенса, только источником сферической волны является не каждая точка волнового фронта, а каждая точка траектории электрона.

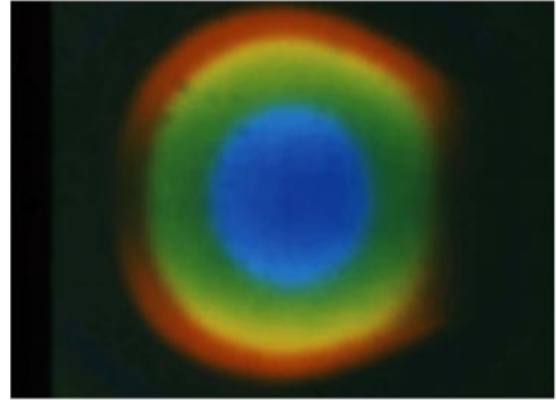


Рис. 10. (В цвете онлайн.) Спонтанное ондуляторное излучение. Размер пятна на фотоснимке ограничен тем, что используемая фотоплёнка (как и глаз) чувствительна только к видимому свету (0,4–0,8 мкм). На область снаружи красной каёмки падает невидимое инфракрасное излучение. Длина волны первой гармоники излучения вперёд $\lambda_1(\theta = 0) \approx 0,4$ мкм.

венного синхронизма

$$k_z = \frac{2\pi}{T \langle v_z \rangle} - k_w \quad (30)$$

трёх волн: 1) излучаемой волны с продольной компонентой волнового вектора $k_z = (2\pi/\lambda_1) \cos \theta$; 2) фурье-гармоники пространственного заряда с волновым вектором $2\pi/(\langle v_z \rangle T)$ (первый член в правой части (30)); 3) статической периодической структуры — ондулятора с волновым вектором k_w (второй член в правой части (30)).

Из (28) видно, что длина волны излучения возрастает при удалении от оси z , вдоль которой движется электрон. Если вдали от излучателя на оси z поставить фотоплёнку, то можно получить картину, показанную на рис. 10.

3.3. Ондуляторное излучение в сопутствующей системе отсчёта

Почувствительно рассмотреть ондуляторное излучение с точки зрения наблюдателя, движущегося вдоль оси z с той же средней скоростью $\langle v_z \rangle$, что и электрон (рис. 11).

Размах поперечных колебаний электрона $x_{\max} = 1/(k_w^2 r)$ будет таким же, как и в лабораторной системе, а период $2\pi/\omega_c = \lambda_w/(\gamma_{\parallel} \langle v_z \rangle)$, как и период поля вигглера, сожмётся в $\gamma_{\parallel}$ раз. Заметим, что частота колебаний электрона ω_c в $\gamma_{\parallel}$ раз выше, чем в лабораторной системе отсчёта. Поле вигглера возрастает в $\gamma_{\parallel}$ раз, и появляется горизонтальное поперечное электрическое поле $E_x = \gamma_{\parallel} B_0 \cos[\gamma_{\parallel} k_w(z + \langle v_z \rangle t)]$, которое и вызывает попереч-

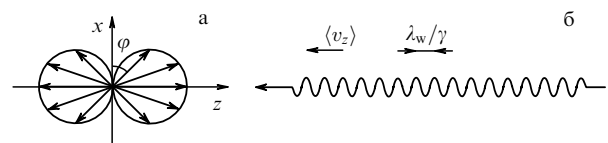


Рис. 11. Ондуляторное излучение в сопутствующей системе отсчёта. (а) Диаграмма направленности дипольного излучения (точнее, её сечение плоскостью xz). Длины стрелок, концы которых лежат на окружностях, пропорциональны амплитуде поля излучения в соответствующем направлении. (б) Поле ондулятора, набегающее на электрон со скоростью $\langle v_z \rangle$.

ное движение электрона. Так как $\langle v_z \rangle \approx c$, поле вигглера становится похожим на плоскую монохроматическую волну с линейной поляризацией. Горизонтальная компонента v_x скорости электрона колеблется с амплитудой $cK/(1+K^2)^{1/2}$. Для малых K эта амплитуда много меньше скорости света. Это означает, что в таком случае излучение будет дипольным и картина излучения в сопутствующей системе отсчёта очень проста. Величина электрического поля выражается в виде

$$E(R, \varphi, t) = \frac{e\omega_c^2 x_{\max}}{c^2 R} \sin \varphi \cos \left[\omega_c \left(t - \frac{R}{c} \right) \right], \quad (31)$$

где φ — угол между направлением от начала координат, вблизи которого находится заряд, к точке наблюдения и осью x , вдоль которой колеблется заряд. Излучение во всех направлениях имеет одну и ту же частоту — частоту колебаний заряда ω_c . Амплитуда поля, а значит, и интенсивность излучения обращаются в нуль вблизи оси x . При переходе из сопутствующей системы отсчёта в лабораторную излучение в направлении оси x переходит в излучение, распространяющееся под углом $1/\gamma_{||}$ к оси z . Поэтому на рис. 10 слева и справа от центра интенсивность ослаблена (не до нуля, так как в этом эксперименте K было не мало и в излучении присутствовали высшие гармоники). Преобразования Лоренца при переходе из сопутствующей системы в лабораторную дают частоту, соответствующую длине волны (29).

3.4. Комптоновское рассеяние

Как уже отмечалось, поле излучения зависит только от движения заряда, но не от сил, вызвавших это движение. Рассмотренные выше колебания заряда вдоль оси x могут быть вызваны полем плоской монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся, например, вдоль оси z в отрицательном направлении, $E_x = E_0 \cos(kcz + \omega_c t)$. В сопутствующей системе отсчёта ситуация очень похожа на показанную на рис. 11, только волна бежит не со скоростью $\langle v_z \rangle$, а со скоростью c и длина волны равна $2\pi c/\omega_c$. Тогда говорят, что волна рассеивается на заряде. При этом имеется в виду, что энергия волны, которая подходит к заряду вдоль оси z , затем расходится во все стороны от заряда в соответствии с формулой (31). Рассеяние электромагнитной волны на заряде называется томсоновским или комптоновским⁴ рассеянием. Количественной мерой рассеяния является отношение рассеянной мощности к интенсивности падающей на электрон плоской волны, т.е. томсоновское сечение рассеяния. В лабораторной системе отсчёта частота падающей плоской волны в $2\gamma_{||}$ раз меньше, чем в сопутствующей, поэтому частота излучения, рассеянного назад, в $4\gamma_{||}^2$ раз выше частоты рассеиваемой волны.

Если, например, лазер с длиной волны 1 мкм излучает навстречу электронному пучку с энергией 1 ГэВ ($\gamma \approx 2000$), то энергия фотонов, рассеянных назад, составит около 20 МэВ. Такие фотоны используются в экспериментах по ядерной физике [8, 9]. Можно сказать, что в описанном способе получения гамма-квантов мы

заменяли ондулятор с магнитостатическим полем бегущей волной лазерного излучения. Отметим, что безразмерный векторный потенциал электромагнитной волны с амплитудой поля E

$$K = \frac{eE}{k_0 mc^2} \approx \sqrt{\frac{I \lambda_0^2}{(14 \text{ ГВт})}},$$

где I — интенсивность, λ_0 — длина волны (вместо λ_w у ондулятора), обычно мал. Заметим также, что вследствие дифракционных ограничений размеров светового пучка величина $I \lambda_0^2$ имеет порядок минимальной мощности, которая при правильной фокусировке может обеспечить интенсивность I . Поэтому для создания волнового пучка с $K > 1$ на длине хотя бы в несколько длин волн требуется мощность более 100 ГВт. Появление лазеров с высокой пиковой мощностью позволило получать волны с $K > 1$, что открыло новые области применения лазеров, в частности, лазерное ускорение (см., например, [10, 11]).

Казалось бы, теперь можно заменить ондуляторы лазерами и использовать на несколько порядков более дешёвые ускорители (включая лазерные) с более низкой энергией $\gamma = \sqrt{\lambda_0/\lambda_1}/2$ электронов. Пока это не совсем так ввиду малой длительности лазерного импульса. Действительно, в соответствии с формулами (17) и (23) поле излучения при заданной длине волны λ_1 и $K \sim 1$ пропорционально энергии электронов, т.е. $\sqrt{\lambda_0}$, а так как угловая расходимость равна $1/\gamma$, полная мощность излучения не зависит от длины волны "ондулятора". Поскольку длительность импульсов излучения мощных лазеров обычно не превышает 0,1 нс, а типичное время L/c пролёта через ондулятор составляет 10 нс, лазерный источник, имея ту же пиковую мощность (при равных токах электронов), проигрывает два порядка в излучённой энергии. Ещё значительнее проигрыш в средней мощности. Современные электронные накопители обеспечивают электронные пучки со средним током до нескольких ампер, состоящие из сгустков с частотой следования порядка 100 МГц. Магнитостатические ондуляторы, установленные на накопителях, позволяют получать излучение со средней мощностью до 100 кВт в жёстком рентгеновском диапазоне и мощностью до 1 кВт в вакуумном ультрафиолетовом диапазоне.

Таким образом, несмотря на прогресс лазерной техники, "лазерные ондуляторы" в ближайшие годы вряд ли смогут успешно конкурировать с магнитостатическими в области генерации излучения с высокой средней мощностью.

3.5. Спиральные ондуляторы

Если на оси z создать суперпозицию полей двух плоских ондуляторов,

$$B_x = B_0 \sin(k_w z), \quad B_y = B_0 \cos(k_w z), \quad (32)$$

т.е. поперечное поле, вектор которого поворачивается при смещении вдоль оси z , то при подходящих начальных условиях электрон тоже будет двигаться по спиральной траектории

$$x = \frac{1}{k_w^2 r} \cos(k_w z), \quad y = -\frac{1}{k_w^2 r} \sin(k_w z). \quad (33)$$

⁴ А. Комптон показал теоретически и экспериментально, что при высоких частотах частота света, рассеянного первоначально покоящимся электроном, меньше частоты падающей волны. Это смещение частоты, называемое эффектом Комптона, явилось одним из первых экспериментальных подтверждений квантовой теории.

Так как продольная скорость $\beta_z = 1 - (1 + K^2)/(2\gamma^2)$ постоянна, в излучении в направлении оси z будет присутствовать только первая гармоника с длиной волны

$$\lambda_1 = cT = \frac{\lambda_w}{2\gamma^2} (1 + K^2) \quad (34)$$

и амплитудой с компонентами

$$\begin{aligned} E_{x1} &= -\frac{2\pi i e}{cT^2 k_w r R} \int_0^T \frac{\beta_z \sin(k_w z)}{1 - \beta_z} \exp\left(\frac{i2\pi t}{T}\right) dt = \\ &= \frac{2\gamma^4 e}{(1 + K^2)^2 r R} \exp\left(\frac{i2\pi R}{cT}\right), \\ E_{y1} &= -\frac{2\pi i e}{cT^2 k_w r R} \int_0^T \frac{\beta_z \cos(k_w z)}{1 - \beta_z} \exp\left(\frac{i2\pi t}{T}\right) dt = \\ &= \frac{2i\gamma^4 e}{(1 + K^2)^2 r R} \exp\left(\frac{i2\pi R}{cT}\right). \end{aligned} \quad (35)$$

Таким образом, излучение имеет круговую поляризацию, что очевидно, так как поле излучения, согласно (1), пропорционально поперечному ускорению.

Заряженная частица может двигаться по спиральной траектории (33) не только в поперечном магнитном поле (32). В однородном продольном магнитном поле $B_z \approx \gamma k_w m c^2 / e$ такую траекторию можно обеспечить при начальных условиях $x(0) = 1/(k_w^2 r)$, $x'(0) = y(0) = 0$, $y'(0) = -1/(k_w r)$. В этом смысле можно считать соленоид, создающий такое продольное поле, ондулятором. Следует, однако, отметить некоторые отличия такого "ондулятора" от ондулятора с поперечным полем.

Во-первых, при высоких энергиях электронов период траектории при реально достижимых полях сильно возрастает, что не позволяет применять соленоиды для генерации излучения с длинами волн менее 0,1 мм. При этом мощность спонтанного излучения мала. Соответствующий электронный прибор, использующий вынужденное излучение, называется релятивистским мазером на циклотронном резонансе. Во-вторых, параметры спиральной траектории в продольном поле сильно зависят от начальных условий. В частности, угловой разброс в электронном пучке приводит к значительному разбросу продольных скоростей и соответствующему уширению спектра излучения. В длинноволновых лазерах на свободных электронах, или убитронах, иногда используется комбинация соленоида и ондулятора с поперечным полем.

Полезные и интересные сведения о синхротронном и ондуляторном излучении содержатся в [12–18]. Применение ондуляторов для получения вынужденного ондуляторного излучения (т.е. лазеры на свободных электронах) выходит за рамки настоящего обзора. Относительно простое введение в физику лазеров на свободных электронах можно найти в обзоре [19].

4. Магнитное поле ондулятора

Для создания магнитного поля в вигглерах и ондуляторах используются как электромагниты, так и постоянные магниты. Сравнение различных технологий можно найти в [18, 20]. Как правило, постоянные магниты преобладают в конструкции ондуляторов с малым периодом, как для циклических источников СИ, так и

для ЛСЭ. Поскольку поле постоянного магнита пропорционально магнитному моменту единицы объема материала, масштабирование размеров устройства не влияет на величину поля. Этот факт позволяет создавать уменьшенные (недорогие и простые в изготовлении) модели ондуляторов на постоянных магнитах для изучения их характеристик. Для электромагнитов в соответствии с уравнением $\text{rot } \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j}/c$ уменьшение размеров (при постоянной плотности тока $\mathbf{j}$) приводит к такому же уменьшению поля. Поэтому электромагнитные ондуляторы с разумной амплитудой поля имеют достаточно большой период, а уменьшение периода приводит к уменьшению величины поля в зазоре. Значения амплитуды поля более чем 1 Тл при длине периода 3–10 см могут быть надёжно получены только при использовании постоянных магнитов. Для сверхпроводящих магнитов ситуация такая же, как и для электромагнитов, но, поскольку достижимые плотности тока в 100 раз выше, амплитуда поля может быть существенно больше.

На рисунке 12 представлена модель нижней половины (один период) плоского ондулятора на постоянных магнитах. Здесь применена так называемая гибридная технология [21, 22], в соответствии с которой магнитные блоки чередуются с полюсами из магнитомягкого материала, замыкающего магнитный поток.

На рисунке 13 показаны электромагнитный ондулятор и его сечение в плоскости yz . Ондулятор состоит из магнитопровода с полюсами (выполненными из магнитомягких материалов — низкоуглеродистой электротехнической стали или Co-Fe-сплавов с высокой индукцией насыщения); между полюсами расположены обмотки возбуждения. Поскольку в рабочем зазоре ондулятора

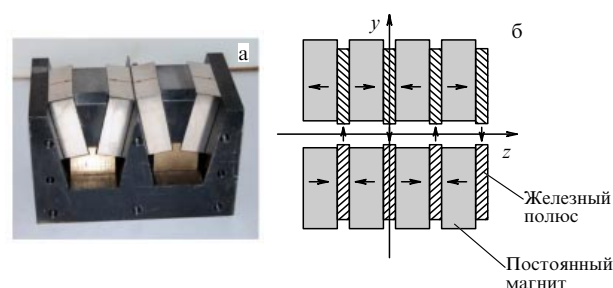


Рис. 12. (а) Модель ондулятора на постоянных магнитах (нижняя половина ондулятора) без боковых стенок. Клиновидная форма железных полюсов позволяет сконцентрировать магнитный поток и увеличить амплитуду поля в зазоре. (б) Схема гибридного ондулятора.

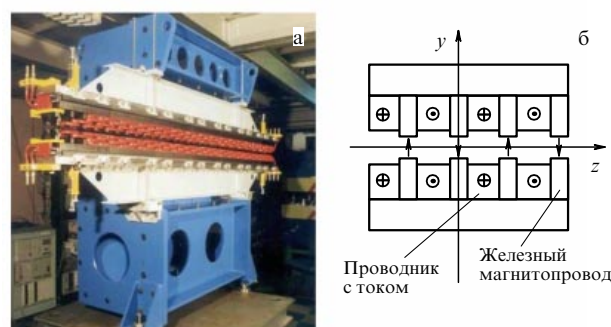


Рис. 13. (В цвете онлайн.) (а) Электромагнитный ондулятор (обмотки красного цвета). (б) Схема сечения электромагнитного ондулятора.

нет токов, поле здесь может быть определено с помощью периодического скалярного магнитного потенциала $\psi(x, y, z) = \psi(x, y, z + \lambda_w)$,

$$\mathbf{B} = \text{grad } \psi, \quad \Delta\psi = 0, \quad (36)$$

причём для устройств, показанных на рис. 12 и 13, потенциал удовлетворяет следующим условиям симметрии:

$$\begin{aligned} \psi(x, y, z) &= -\psi\left(x, y, z + \frac{\lambda_w}{2}\right) = \psi(x, y, -z) = \\ &= -\psi(x, -y, z) = \psi(-x, y, z). \end{aligned} \quad (37)$$

Как правило, полюсы ондуляторов и вигглеров делают достаточно широкими в горизонтальном направлении, так что в рабочей области потенциал не зависит от x . Тогда периодическое решение уравнения Лапласа (36), удовлетворяющее условиям симметрии (37), принимает простой вид:

$$\psi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n}{(2n+1)k_w} \cos[(2n+1)k_w z] \sinh[(2n+1)k_w y]. \quad (38)$$

Заметим, что вследствие условий симметрии (37) магнитное поле в зазоре ондулятора содержит только нечётные гармоники. Для того чтобы вычислить амплитуду гармоники B_n , необходимо задать потенциал на границе вертикальной апертуры ондулятора при $y = \pm g/2$. Характерный вид потенциала $\psi(g/2, z)$ приведён на рис. 14.

Полюсам ондулятора на рис. 14 соответствуют плоские участки, так как ненасыщенные железные детали с хорошей точностью эквипотенциальны (напряжённость магнитного поля в них мала по сравнению с напряжённостью снаружи). Для гибридного ондулятора потенциал полюса $\psi_0 = Ht/2$, где H — напряжённость магнитного поля в постоянном магните, t — толщина магнита в направлении намагничивания, т.е. вдоль оси z . Для электромагнита потенциал на полюсе $\psi_0 = 2\pi I/c$, где I — суммарный ток в зазоре между двумя соседними полюсами.

Скалярный потенциал на границе может быть представлен в виде ряда Фурье:

$$\psi\left(\frac{g}{2}, z\right) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos[(2n+1)k_w z], \quad (39)$$

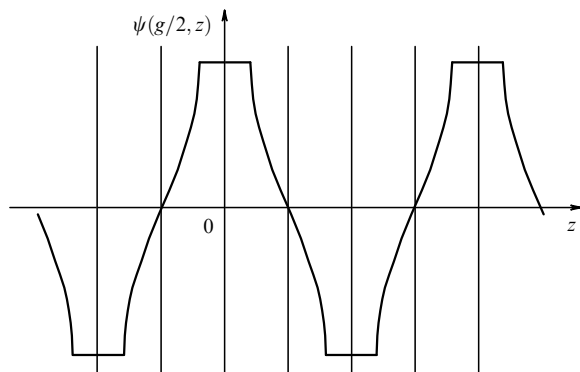


Рис. 14. Граничное значение скалярного потенциала $\psi(g/2, z)$.

что позволяет, используя (38), найти амплитуды гармоник поля на оси:

$$B_n = \frac{(2n+1)k_w a_n}{\sinh[(2n+1)k_w g/2]}. \quad (40)$$

Из выражения (40) видно, что для ондулятора с коротким периодом ($k_w g > 1$) амплитуда гармоник быстро убывает с возрастанием n . Если аппроксимировать зависимость (см. рис. 14) граничного потенциала между соседними полюсами прямой, то величина основной гармоники может быть оценена как

$$B_0 \approx \frac{H}{\sinh(\pi g/\lambda_w)} \frac{4}{\pi} \sin \frac{\pi t}{\lambda_w}. \quad (41)$$

Напряжённость поля в постоянном магните H даже при большой высоте магнитов несколько меньше, чем коэрцитивная сила H_c . У современных магнитожёстких материалов (например, Nd-Fe-B) намагниченность M почти не зависит от поля и $H_c \approx B_r \approx 14$ кГс, где $B_r = 4\pi M$ — остаточная индукция⁵. Максимальная толщина постоянного магнита равна половине периода ондулятора, но магнитомягкие полюсы тоже не могут быть слишком тонкими из-за насыщения. Поэтому для постоянных магнитов ондулятора хорошим приближением является $t/\lambda_w \approx 0,3$ и $H/B_r \approx 0,8$. Тогда (41) даёт

$$B_0 \approx 0,8 \frac{B_r}{\sinh(k_w g/2)}. \quad (42)$$

Формула (42), несмотря на свою простоту, даёт достаточно хорошую оценку поля гибридных ондуляторов с коротким периодом.

Использование полюсов клиновидной формы [23] (рис. 12а) даёт возможность уменьшить толщину полюсов вдали от рабочего зазора, где поле в них меньше. Благодаря этому уменьшаются ненужные потоки с боковых поверхностей полюса, что позволяет сконцентрировать магнитный поток в рабочем зазоре и увеличить поле ондулятора на 10 % – 20 %.

Внутренним ограничением как для гибридных, так и для электромагнитных ондуляторов является насыщение магнитомягкого полюса, вследствие чего для электромагнитного устройства поле на оси обычно ограничено величиной около 2 Тл (причём при достаточно длинном периоде, так что имеет смысл говорить не об ондуляторе, а о вигглере). Попытка увеличить поле сталкивается с проблемой охлаждения обмотки с большой плотностью тока. В случае вигглеров на постоянных магнитах или сверхпроводящих устройствах амплитуды поля могут быть существенно больше. Так, в асимметричном вигглере ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) [24] при апертуре 6 мм было получено поле 3,57 Тл. В Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН (ИЯФ СО РАН) было разработано и изготовлено несколько сверхпроводящих вигглеров с полем до 10 Тл [25].

Ещё проще конструкция ондуляторов на постоянных магнитах без магнитомягких материалов. Пример такой структуры плоского ондулятора приведён на рис. 15.

⁵ Напомним, что у магнитожёстких материалов в рабочей области векторы индукции $\mathbf{B}$ и напряжённости $\mathbf{H}$ магнитного поля направлены в противоположные стороны.

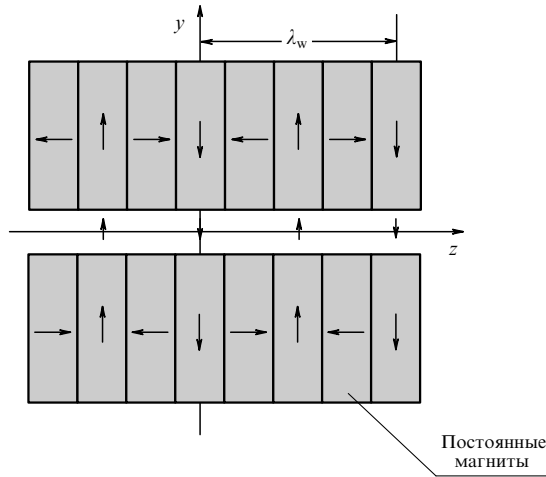


Рис. 15. Плоский ондулятор с постоянными магнитами.

Поле на оси для такого ондулятора вычисляется суммированием полей всех блоков магнитожёсткого материала при предположении независимости намагниченности $B_r/(4\pi)$ от поля [26]:

$$B_0 = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} B_r \exp\left(-k_w \frac{g}{2}\right) [1 - \exp(-k_w h)], \quad (43)$$

где h — высота магнитного блока. Сравнивая (43) с (41) и (42), видим, что при относительно малых ($\pi g/\lambda_w > 1$) периодах поля примерно одинаковы, но при больших периодах гибридные конструкции дают большее поле. Это связано с тем, что индукция насыщения B_s материала (железа или пермендюра) полюсов, которая составляет около 2 Тл, несколько превышает B_r современных магнитожёстких материалов, а соответствующие намагниченности $B_s/(4\pi)$ и $B_r/(4\pi)$ соотносятся так же.

При условии $\pi g/\lambda_w > 1$ скалярный потенциал (38) может быть приближённо представлен как

$$\psi \approx \frac{B_0}{k_w} \cos(k_w z) \sinh(k_w y). \quad (44)$$

Если приближение бесконечно широкого полюса для плоского ондулятора оказывается недостаточным, то в (44) вводится зависимость от горизонтальной координаты x :

$$\psi \approx \frac{B_0}{k_y} \cos(k_w z) \sinh(k_y y) \cosh(k_x x), \quad (45)$$

где $k_x^2 + k_y^2 = k_w^2$. Параметр k_x характеризует поперечную зависимость магнитного поля (так, $k_x = 0$ для бесконечно широкого полюса и k_x принимает мнимое значение для узкого полюса и действительное для "вогнутого" полюса, когда в поперечном направлении межполюсной зазор максимален при $x = 0$).

Следует отметить, что аналитические выражения для магнитного поля вигглера или ондулятора разумно использовать только для оценки. Для реального проектирования необходимо применять программы трёхмерного моделирования магнитного поля.

Как видно из формул (41)–(43), при малых периодах ондулятора поле в зазоре экспоненциально убывает. Поэтому почти бессмысленно делать ондулятор с перио-

дом, меньшим зазора. Минимальная величина зазора обычно ограничена эффектами, возникающими при прохождении через него электронного пучка — потерями периферийных частиц, токами, наведёнными в стенках вакуумной камеры, нагревом вакуумной камеры ондуляторным излучением и др. Обычно порядок величины минимального зазора 1 см. Ондуляторы на постоянных магнитах относительно просты и недороги. По сравнению с несверхпроводящими электромагнитными ондуляторами они обеспечивают более короткий период при более высокой амплитуде поля. Получить большие поля можно, используя сверхпроводящие технологии [27–31]. Однако сверхпроводящие магниты достаточно сложны и дороги как в реализации, так и в обслуживании, что препятствует их широкому применению.

5. Эксперименты с ондуляторным излучением одного электрона

Благодаря высокой яркости излучения из длинного ондулятора на электронном накопителе ВЭПП-3⁶ удалось провести цикл уникальных экспериментов по изучению влияния квантовых флуктуаций синхротронного излучения на движение одного электрона, циркулирующего в накопителе. Напомним (см. книги [32–34]), что электроны в накопителе движутся вблизи замкнутой равновесной орбиты. Потери энергии на излучение компенсируются при прохождении электронов через зазор с продольным электрическим полем. Последнее изменяется во времени по гармоническому закону. При этом можно представить себе частицу, которая всегда пролетает через ускоряющий зазор в такой момент времени, в который приращение энергии на зазоре в точности равно потерям энергии за один оборот. Энергия этой частицы, называемой опорной, определяется из условия кратности периода её обращения периоду напряжения на зазоре, поскольку период обращения частицы в накопителе зависит от её энергии. Если в некоторый начальный момент времени энергия или время пролёта электрона немного отличаются от соответствующих параметров опорной частицы, то отклонения времени пролёта зазора и энергии электрона от опорных величин будут совершать колебания (это называется принципом автофазировки). При этом задержка играет роль координаты, а отклонение энергии — роль импульса. Вследствие радиационного трения эти колебания затухают. Однако из-за того что потери энергии на излучение происходят мгновенно в виде энергий $\hbar\omega$ отдельных фотонов, происходит раскачка колебаний [35, 36]. В результате раскачки (так называемых квантовых флуктуаций излучения) и затухания устанавливается гауссово распределение электронов по задержке и отклонению энергии. Длительность электронного сгустка и энергетический разброс, которые многократно измерялись на многих электронных накопителях, согласуются с их расчётными значениями.

Следует отметить, что при расчётах использовалась вышеописанная квазиклассическая картина излучения. Излучение представляется как последовательность мгновенных актов испускания фотонов с определённой энергией в определённые моменты времени. Это не согла-

⁶ ВЭПП — аббр. от "встречные электрон-позитронные пучки".

суется с соотношением неопределённостей. Как известно, в квантовой (как и в классической) электродинамике взаимодействие электрона с электромагнитным полем является непрерывным и описывается непрерывными уравнениями, не содержащими "скачков". Обычный в квантовой теории способ рассуждений о редукции волнового пакета при измерении неприменим к данной задаче. Конечно, данная система (электрон в накопителе) является открытой, и уходящее излучение содержит некоторую информацию о состоянии электрона. Поэтому ситуация похожа на случай непрерывных нечётких измерений. С другой стороны, никакого макроскопического измерительного прибора нет. Кроме того, волновые пакеты, описывающие электроны, должны за длительное время существования частиц в накопителе расплываться. Если взаимодействие с полем препятствует расплыванию, то возникает вопрос о том, какова длина локализации матрицы плотности.

Для того чтобы разобраться с подобными вопросами, были поставлены эксперименты с одним электроном в накопителе ВЭПП-3 ИЯФ СО РАН [37–40]. Схема эксперимента показана на рис. 16а. Электрон двигался в

накопителе, а в один из прямолинейных промежутков был установлен ондулятор длиной 7 м. Ондуляторное излучение попадало на фотоумножитель с длительностью импульсов в несколько наносекунд. Задающий генератор высокочастотной ускоряющей системы генерировал опорные импульсы с частотой обращения (4 МГц). Импульс каждого фотоотсчёта (срабатывания фотоумножителя) запускал измеритель временных интервалов, который останавливался первым последующим опорным импульсом.

Временная зависимость измеренных времён фотоотсчётов показана на рис. 16б. Видно, что большинство фотоотсчётов (точки) расположено на синусоиде. При аппроксимации синусоидой применялся метод наименьших квадратов с отбрасыванием точек, отстоящих более чем на три стандартных отклонения (нелинейная фильтрация). Эти точки соответствовали суммарным собственным шумам фотоумножителя (т.е. сигналу в отсутствие электрона в накопителе). Частота синусоиды совпала с расчётной (около 1 кГц) частотой синхротронных колебаний.

Обычно каждая серия измерений, которая записывалась в течение нескольких секунд, содержала несколько десятков тысяч фотоотсчётов. Время затухания синхротронных колебаний составляло около 0,1 с. Полученная длинная последовательность измеренных времён фотоотсчётов разбивалась на участки длительностью в несколько периодов синхротронных колебаний. На каждом участке методом наименьших квадратов определялись амплитуда и фаза синусоиды (т.е. амплитуда и фаза синхротронных колебаний электрона). Затем находилась средняя частота синхротронных колебаний $\langle \Omega \rangle$ и из определённых фаз вычиталась регулярная часть $\langle \Omega \rangle t$. Получившаяся последовательность амплитуд и медленных фаз, построенная в полярных координатах, показана на рис. 17. Эти точки образуют траектории на фазовой плоскости продольного движения электрона.

Эти результаты доказывают хаотичность движения электрона, которую можно объяснить действием флуктуирующей потерей энергии, т.е. "случайной" составляющей силы радиационного трения. Аналогичные измерения были сделаны для двух электронов в накопителе. Показано, что силы, действующие на разные электроны, практически некоррелированы. Это означает, что вклад "технических" шумов (в высокочастотной и магнитной системах накопителя) в наблюдаемые случайные силы пренебрежимо мал.

Близкие по времени точки, образующие фазовые траектории на рис. 17, лежат недалеко друг от друга. Это демонстрирует как высокое разрешение измерений, так и сильную (по сравнению со средней амплитудой колебаний) локализацию электрона. Как уже отмечалось, последнее обстоятельство неочевидно. Синхротронные колебания в накопителе нелинейны, и их частота зависит от амплитуды. Поэтому при больших и малых амплитудах на рис. 17а видно вращение (в разные стороны, так как вычиталось вращение со средней по времени частотой). Для квантового нелинейного маятника (в соответствии с соотношением неопределённостей) всегда есть некоторый разброс амплитуд. Поэтому если начальный разброс по фазам мал, то он возрастает со временем линейно. Это возрастание аналогично расплыванию волнового пакета в свободном пространстве. Электрон может находиться в накопителе не-

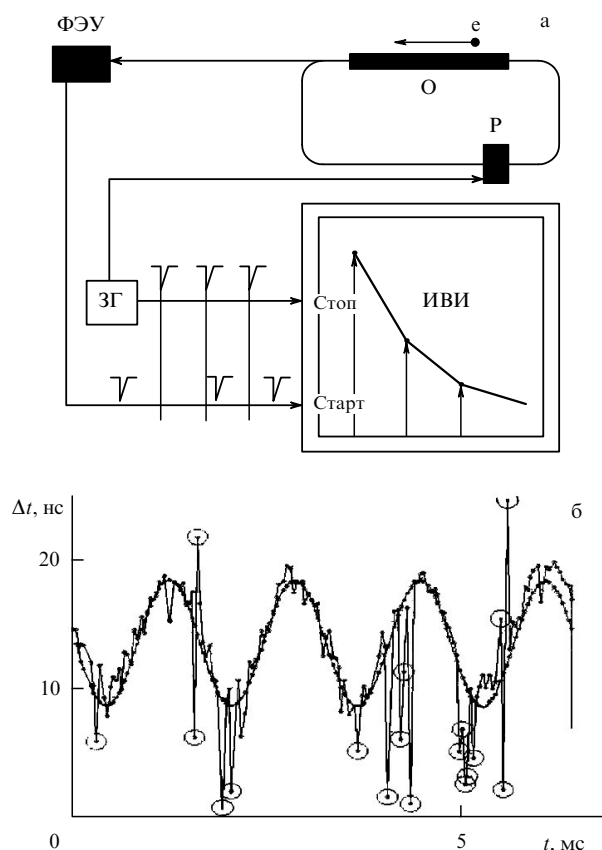


Рис. 16. (а) Схема эксперимента по измерению времён фотоотсчётов ондуляторного излучения одного электрона в накопителе. О — ондулятор, Р — ускоряющий высокочастотный резонатор, ЗГ — задающий генератор ускоряющей системы, ФЭУ — фотоумножитель, работающий в счётном режиме, ИВИ — измеритель временных интервалов, запускаемый импульсом ФЭУ и останавливаемый импульсом ЗГ. (б) Зависимость временных интервалов Δt (точки, соединённые отрезками прямых) между фотоотсчётом и ближайшим последующим опорным импульсом от времени. Показаны аппроксимирующая синусоида, найденная методом наименьших квадратов, и исключённые точки (выделены кружками).

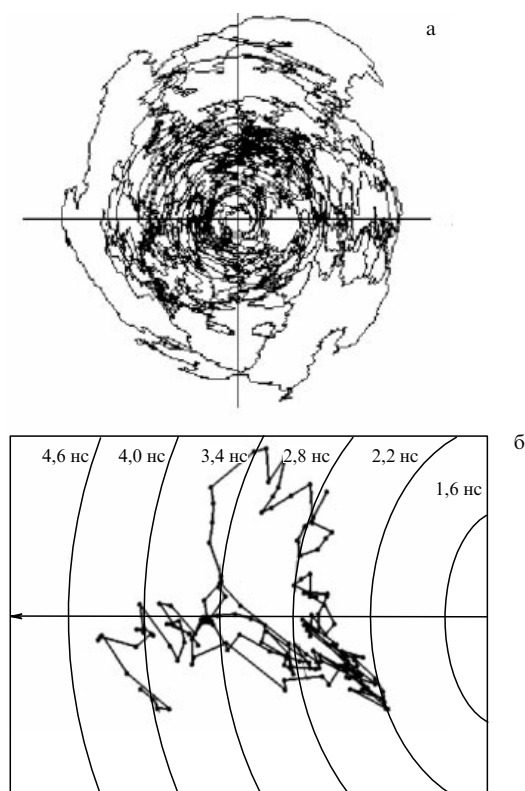


Рис. 17. (а) Траектория электрона на фазовой плоскости продольного движения. (б) Увеличенный фрагмент фазовой траектории, показанной на рис. а.

сколько часов, и если бы он не взаимодействовал с полем излучения, то его волновая функция (или матрица плотности) была бы довольно равномерно распределена по фазам синхротронных колебаний.

Описанный эксперимент показывает, что электрон хорошо локализован по фазе, которая медленно изменяется в результате взаимодействия с полем излучения. Локализацию показали и измерения автокорреляции интенсивности с помощью модификации интерферометра Брауна–Твисса. В этом эксперименте полупрозрачное зеркало распределяло ондуляторное излучение одного электрона на два фотоумножителя и измерялась задержка между их срабатываниями. Если бы электрон не был локализован, то были бы возможны события с задержкой. Такие события наблюдались только на уровне фона, а основной пик распределения задержек фотоотсчётов находился при нулевой задержке и имел ширину, равную временному разрешению фотоумножителя (порядка 1 нс). По-видимому, к локализации приводит процесс излучения. К сожалению, квантово-электродинамические вычисления матрицы плотности (включая недиагональные элементы) электрона в накопителе отсутствуют (оценка длины локализации проведена в [41, 42]). Это не случайно, так как речь идёт о стационарном состоянии (потери энергии на излучение постоянно возмещаются электрическим полем в ускоряющем зазоре), и, по-видимому, задача не решается в рамках теории возмущений.

Другой интересной особенностью движения электрона в накопителе является его "истинная случайность". Движение электрона (рис. 17б) таково, как если бы он подвергался воздействию случайной силы, описываемой

квазиклассической теорией квантовых флуктуаций синхротронного излучения. Траектория, показанная на рис. 17б, похожа на траекторию малой частицы в жидкости (броуновское движение). Однако природа этих случайных движений различна. Траектория броуновского движения не является "истинно случайной", так как в принципе, если известны начальные скорости молекул жидкости, можно рассчитать как движение этих молекул, так и движение частицы под их ударами. "Случайность" броуновского движения связана с отсутствием сведений о микроскопических начальных условиях (микроскопических параметрах системы). Между тем в случае движения электрона все начальные условия (микроскопические параметры) известны (все осцилляторы электромагнитного поля находятся в основном состоянии), но движение электрона принципиально непредсказуемо.

Таким образом, проведённые эксперименты дают один из немногих примеров истинно случайного процесса. Эти экспериментальные результаты, в частности, доказывают принципиальную непредсказуемость будущего (несостоятельность лапласовского детерминизма), демонстрируя, что "Бог играет в кости".

6. Вигглеры и некоторые их применения в ускорительной технике

При большом ондуляторном параметре, $K \gg 1$, спектр излучения вигглера практически не отличается от спектра поворотного магнита с критической энергией

$$\varepsilon_c [\text{кэВ}] = 0,665 B [\text{Тл}] E^2 [\text{ГэВ}^2]. \quad (46)$$

Отсутствие сильной конструктивной интерференции излучения из разных точек орбиты приводит к тому, что интенсивность СИ из N -периодного вигглера просто увеличивается в $2N$ раз по сравнению с таковой в случае магнита с полем B . Большой горизонтальный угол отклонения орбиты пучка в вигглере, $\pm\theta_m = \pm K/\gamma$, позволяет разделить излучение на ряд каналов вывода, чтобы его могли использовать несколько экспериментальных станций. При этом критическая энергия СИ, излучённого под углом θ к оси вигглера, определяется следующим выражением:

$$\varepsilon_c(\theta) = \varepsilon_c(0) \sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{K}\right)^2}. \quad (47)$$

Практика показывает, что с течением времени возрастает востребованность вигглеров с большим числом полюсов (с малым периодом поля), обеспечивающих большой поток и большую яркость излучения. Поскольку эксперименты, тем не менее, требуют достаточно жёстких квантов (50–100 кэВ), всё большее распространение приобретают сверхпроводящие магниты. Хотя, как и для ондуляторов, используются и постоянные магниты, и обычные электромагниты.

На рисунке 18а показан фрагмент магнитопровода многополюсного сверхпроводящего вигглера для Канадского источника СИ (Canadian Light Source, CLS) с малым периодом $\lambda_w = 34$ мм и амплитудой поля $B_0 = 2$ Тл [43], а на рис. 18б — вигглер в криостате для источника СИ "Сибирь-2" Национального исследовательского центра (НИЦ) "Курчатовский институт" ($\lambda_w = 200$ мм, $B_0 = 7,5$ Тл).

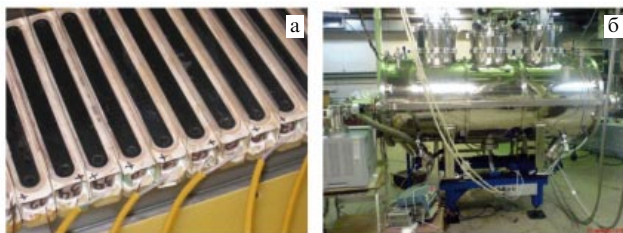


Рис. 18. Сверхпроводящие вигглеры, изготовленные в ИЯФ СО РАН. (а) Фрагмент магнитопровода многополюсного вигглера Канадского источника СИ (CLS) с малым периодом. (б) Вигглер в криостате для источника СИ "Сибирь-2" (НИЦ "Курчатовский институт") с большой амплитудой поля.

Уменьшение периода поля вигглеров приводит к тому, что в излучении, особенно при больших длинах волн, начинают проявляться интерференционные эффекты. Из рассчитанного спектра излучения (рис. 19) вигглера для Канадского источника СИ видно, что при энергии фотонов выше $\approx 3-4$ кэВ характеристики СИ близки к таковым в случае обычного магнита, в то время как длинноволновое излучение демонстрирует наличие характерных для ондулятора отдельных гармоник.

Согласно опыту по созданию сверхпроводящих многополюсных вигглеров, накопленному в ИЯФ СО РАН [44], амплитуда магнитного поля может быть выражена как функция межполюсного зазора g и периода вигглера λ_w [45]:

$$B_0 \approx 12 \exp \left[-\pi \frac{g}{\lambda_w} - 2,2 \left(\frac{g}{\lambda_w} \right)^2 \right] \text{ [Тл]}. \quad (48)$$

Эта эмпирическая формула верна при $g \approx 8-40$ мм и $\lambda_w \approx 10-100$ мм.

Вигглеры, в отличие от ондуляторов, применяются не только как источники СИ для проведения экспериментов, но и для изменения свойств пучка электронов. Сильное пространственно неоднородное поле может существенно влиять на динамику пучка (например, смещать частоту бетатронных колебаний) или на его радиационные параметры.

Одно из наиболее популярных направлений при этом — уменьшение времени затухания пучка (что важно для накопителей-охладителей) или эмиттанса (что важно для источников СИ). В качестве примера приведём систему вигглеров-затухателей на постоянных магнитах общей длиной 80 м, которую ИЯФ СО РАН разработал и изготовил для источника СИ с энергией пучка 6 ГэВ PETRA III (Научный центр "Немецкий электронный синхротрон" (DESY)) [5]. Двадцать вигглеров с параметрами $\lambda_w = 0,2$ м, $B_0 = 1,5$ Тл и мощностью излучения 400 кВт (при токе 100 мА) позволили уменьшить горизонтальный эмиттанс в четыре раза — до значения $\varepsilon_x = 1$ нм, что является рекордно малой величиной для таких энергий электронов. Последовательность вигглеров-затухателей в прямолинейном промежутке PETRA III показана на рис. 20.

6.1. Влияние вигглера на оптику и динамику пучка

В простом случае плоского вигглера с синусоидальным полем (см. раздел 2.3) можно выбрать начальные скорости и координаты электрона так, чтобы он двигался по синусоидальной траектории (14). При других начальных условиях траектория усложнится. Для её нахождения запишем продольный импульс в параксиальном прибли-

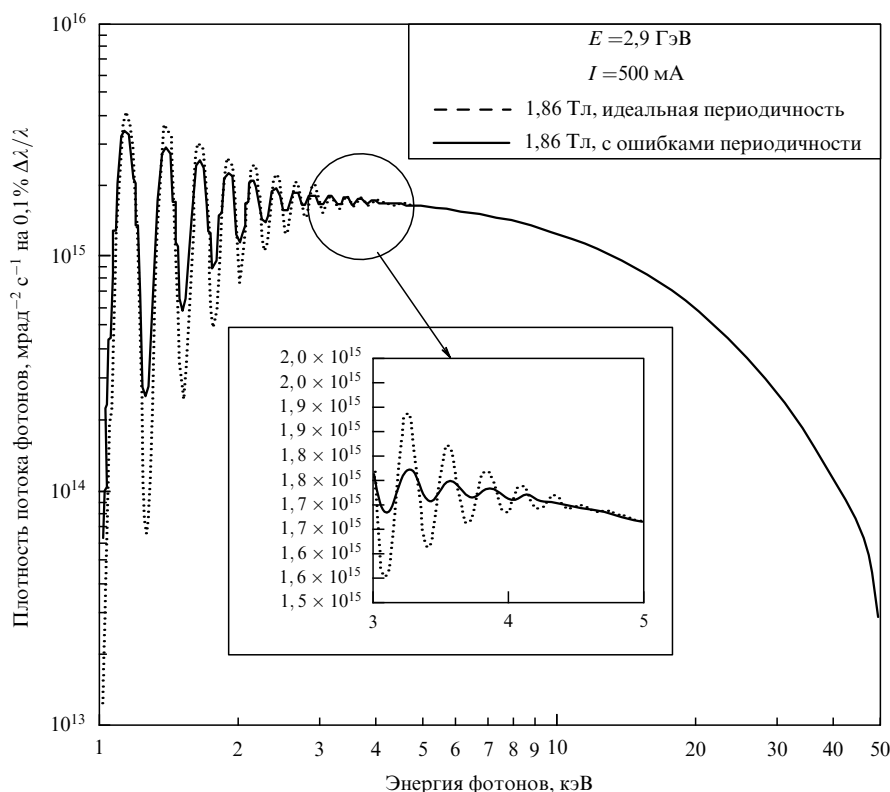


Рис. 19. Спектр излучения из многополюсного вигглера с малым периодом поля.



Рис. 20. Вигглеры-затухатели, установленные на источнике СИ PETRA III.

жении:

$$p_z = \sqrt{p^2 - \left(P_x - \frac{e}{c} A_x\right)^2 - \left(P_y - \frac{e}{c} A_y\right)^2} \approx p - \frac{(P_x - eA_x/c)^2 + (P_y - eA_y/c)^2}{2p}, \quad (49)$$

где $A_x = \int B_y dz$, $A_y = -\int B_x dz$ — отличные от нуля компоненты векторного потенциала, P_x и P_y — обобщенные импульсы. Полагая продольную координату z независимой переменной, используем $-p_z$ из (49) в качестве гамильтониана. Считая поле вигглера быстроосциллирующим и проводя усреднение по быстрым колебаниям, получим эффективный гамильтониан

$$H = p - p_z = \frac{P_x^2 + P_y^2}{2p} + \frac{\langle (eA_x/c)^2 + (eA_y/c)^2 \rangle}{2p}, \quad (50)$$

где угловыми скобками обозначено усреднение по периоду вигглера. Смысл гамильтониана (50) прост. Движение электрона состоит из медленного движения, описываемого усредненными поперечными импульсами P_x и P_y , и быстроосциллирующего движения, представленного добавками, пропорциональными векторному потенциалу. Тогда средняя кинетическая энергия быстрых колебаний является потенциальной энергией для усредненного движения. Последнее утверждение является обобщением для многомерного случая метода П.Л. Капицы рассмотрения движения в быстроосциллирующем поле [46]⁷. В нашем случае это утверждение весьма наглядно, так как сумма кинетических энергий быстрого и медленного движений в среднем равна полной энергии, которая постоянна.

Переходя к средним углам $p_x = P_x/p$ и $p_y = P_y/p$, подставляя явные выражения векторного потенциала, найденные из скалярного потенциала (45), и разлагая по отклонениям от оси z до четвертого порядка включи-

тельно, получим гамильтониан [47]

$$H_w = \frac{1}{2} (p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{4} \theta_m^2 (k_x^2 x^2 + k_y^2 y^2) + \frac{1}{12} \theta_m^2 (k_x^4 x^4 + 3k_x^2 k_w^2 x^2 y^2 + k_y^4 y^4). \quad (51)$$

Напомним, что k_x определяет характер и величину зависимости поля от горизонтальной поперечной координаты x (если такой зависимости нет, то $k_x = 0$) и $k_w^2 = k_x^2 + k_y^2$. Из (51) следуют уравнения траектории:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dz^2} + \frac{\theta_m^2 k_x^2}{2} x + \frac{\theta_m^2}{6} (2k_x^4 x^3 + 3k_x^2 k_w^2 x y^2) &= 0, \\ \frac{d^2 y}{dz^2} + \frac{\theta_m^2 k_y^2}{2} y + \frac{\theta_m^2}{6} (2k_y^4 y^3 + 3k_x^2 k_w^2 x^2 y) &= 0. \end{aligned} \quad (52)$$

Как следует из (52), квадратичные по координатам слагаемые во второй скобке в правой части (51) описывают фокусирующие свойства поля вигглера, а слагаемые четвертой степени (в третьей скобке (51)) — нелинейность этой фокусировки. Наличие малого коэффициента, $\theta_m^2 \ll 1$, показывает, что в большинстве случаев влияние вигглера или ондулятора на динамику пучка относительно мало и оно может рассматриваться как поправка к невозмущенным бетатронным колебаниям в электронном накопителе. Используя слабость возвращающей силы в (52), можно, интегрируя (52) при пренебрежении изменением координаты при пролёте вигглера электроном, оценить оптические силы (обратные фокусные расстояния) вигглера:

$$\begin{aligned} \frac{1}{F_x} &\equiv -\frac{\Delta(dx/dz)}{x} = \frac{\theta_m^2 k_x^2}{2} L, \\ \frac{1}{F_y} &\equiv -\frac{\Delta(dy/dz)}{y} = \frac{\theta_m^2 k_y^2}{2} L. \end{aligned} \quad (53)$$

Нелинейные члены в уравнениях (52) описывают абберации этой астигматической линзы.

Малая дополнительная фокусировка в электронном накопителе изменяет бетатронные частоты на величину $\Delta\nu_{x,y} = \bar{\beta}_{x,y}/(4\pi F_{x,y})$, где $\beta_{x,y}$ — функции продольной координаты вдоль замкнутой орбиты электронного накопителя, характеризующие поперечную фокусировку электронов основной магнитной системой накопителя (так называемые бетатронные функции, или бета-функции) (см. приложение и приведённые там ссылки), а черта сверху означает усреднение по продольной координате на длине вигглера. Для бесконечно широких полюсов $k_x = 0$ и сдвиг горизонтальной частоты исчезает, так же как это происходит в поворотном магните с параллельными краями: фокусировка однородным полем и дефокусировка краем магнита полностью компенсируют друг друга. При этом сдвиг вертикальной частоты не зависит от периода вигглера и выражается как

$$\Delta\nu_y \approx \frac{L \bar{\beta}_y}{8\pi r^2}. \quad (54)$$

Если поле и/или длина вигглера достаточно велики, а энергия пучка мала, то частота бетатронных колебаний может существенно изменяться ($\Delta\nu_y \sim 0,1-0,5$) и вносить искажение в поведение бетатронных функций. Для компенсации этого эффекта стараются уменьшить β_y и

⁷ Соответствующее многомерное обобщение, приведённое в учебнике [46], неверно.

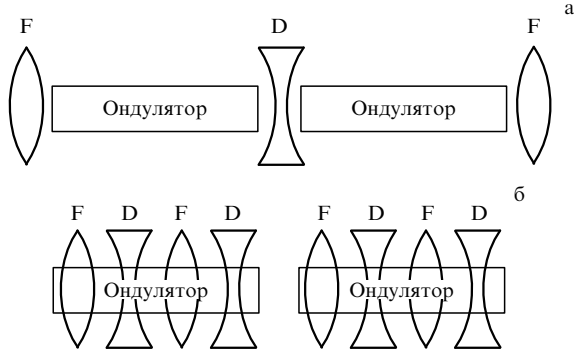


Рис. 21. FODO-ячейка для размещения вигглеров и ондуляторов с разделёнными (а) и совмещёнными (б) функциями.

корректируют сдвиг частоты и искажение оптических функций с помощью квадрупольных линз.

Самая простая фокусирующая система для длинного вигглера состоит из квадрупольных линз, расположенных между секциями вигглера. Последовательность линз с чередующимся знаком $\partial B_y / \partial x$ (так называемая структура FODO⁸) — простейшая ячейка для размещения вигглеров или ондуляторов (рис. 21а) — применена, например, в стометровом ондуляторе рентгеновского лазера на свободных электронах LCLS (Linac Coherent Light Source) [48]. Если ондулятор достаточно длинный, то иногда можно вводить дополнительную фокусировку внутри него (рис. 21б). Подобные структуры успешно использовались и ранее [49, 50]. Недостатком встроенных квадрупольных линз является очевидная сложность конструкции.

Кроме FODO могут использоваться другие, более сложные, ячейки с дублетом или триплетом линз между вигглерами [51], которые позволяют получать минимальное значение бетатронных функций в центре устройства и малый размер пучка, однако требуют более длинных промежутков для размещения дополнительных линз.

Вклад поля вигглера в зависимость частот бетатронных колебаний от амплитуд бетатронных колебаний тоже может быть получен с помощью гамильтониана (51). Для этого в третьей скобке (51) перейдём к переменным действие–фаза, $(x, y) \rightarrow (J_x, \phi_x, J_y, \phi_y)$, стандартным образом:

$$u = \sqrt{2J_u \beta_u} \cos(\phi_u + \phi_0), \quad u = x, y,$$

и найдём поправку к частоте:

$$\Delta v_u(J_x, J_y) = \left\langle \frac{\partial H}{\partial J_u} \right\rangle_{\phi_u},$$

⁸ Аббревиатура FODO обозначает периодическую систему для фокусировки заряженных частиц, летящих вблизи некоторой прямой, выбираемой за ось z . Каждый период системы состоит из магнитной квадрупольной линзы F, пустого промежутка O, магнитной квадрупольной линзы D и второго пустого промежутка O. Обычно квадрупольные линзы F и D геометрически одинаковы, но магнитное поле, создаваемое ими в соответствующих точках, имеет противоположное направление. Линза F фокусирует (возвращает к оси z) частицы, траектории которых лежат в горизонтальной плоскости xz , и дефокусирует частицы, траектории которых лежат в вертикальной плоскости yz . Линза D дефокусирует частицы, траектории которых лежат в горизонтальной плоскости xz , и фокусирует частицы, траектории которых лежат в вертикальной плоскости yz .

где угловые скобки означают усреднение по соответствующей фазовой переменной. Результатом являются следующие выражения:

$$\begin{aligned} \Delta v_x &= \alpha_{xx} J_x + \alpha_{xy} J_y, \quad \Delta v_y = \alpha_{xy} J_x + \alpha_{yy} J_y, \\ \alpha_{xx} &= \frac{L_w}{8\pi} k_x^4 \theta_m^2 \bar{\beta}_x^2, \quad \alpha_{xy} = \frac{L_w}{4\pi} k_w^2 k_x^2 \theta_m^2 \bar{\beta}_x \bar{\beta}_y, \\ \alpha_{yy} &= \frac{L_w}{8\pi} k_y^4 \theta_m^2 \bar{\beta}_y^2. \end{aligned} \quad (55)$$

Как и для сдвига частоты бетатронных колебаний (54), в случае бесконечно широких полюсов вигглера ($k_x = 0$) только вертикальная частота зависит от амплитуды. Особенно просто вклад кубической нелинейности в этом случае можно записать в пересчёте на один период вигглера:

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2} k_w \left(\frac{\bar{\beta}_y}{r} \right)^2.$$

6.2. Вигглеры-затухатели

Дополнительное излучение из вигглеров увеличивает силу радиационного трения и при определённых условиях, накладываемых на параметры змейки (как иногда называют вигглеры) и оптические функции в месте её размещения, может приводить к уменьшению эмиттанса пучка.

Пользуясь формализмом структурных (радиационных) интегралов, введённых в [52], эмиттанс релятивистского пучка электронов, определяемый синхротронным излучением, можно представить как

$$\varepsilon_x = \frac{55\hbar}{32\sqrt{3}mc} \frac{\gamma^2}{J_x} \frac{I_5}{I_2} = \frac{55\hbar}{32\sqrt{3}mc} \frac{\gamma^2}{J_x} \oint ds H(s) / |r|^3, \quad (56)$$

где $\hbar$ — постоянная Планка, J_x — безразмерный декремент затухания горизонтальных бетатронных колебаний (далее считается, что $J_x = 1$), r — радиус кривизны орбиты, а функция $H(s)$ определяется поведением оптических ($\alpha_x, \beta_x, \gamma_x$ — параметры Твисса) и дисперсионной η_x функций в поворотных магнитах:

$$H = \gamma_x \eta_x^2 + 2\alpha_x \eta_x \eta'_x + \beta_x \eta_x'^2, \quad (57)$$

где штрих обозначает производную по продольной координате s . Интегрировать в (56) можно отдельно по магнитам кольца и по вигглерам: $I_n = I_{n0} + I_{nw}$. Тогда относительный вклад вигглеров в полный эмиттанс выразится как

$$r_\varepsilon = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_{x0}} = \frac{1 + I_{5w}/I_{50}}{1 + I_{2w}/I_{20}}. \quad (58)$$

Как будет показано ниже, для эффективного уменьшения эмиттанса нужны устройства с большой амплитудой поля и малым периодом. Кроме того, будем считать, что в поперечном направлении полюсы вигглера достаточно широкие, так что зависимость поля от координаты x можно пренебречь. Для таких устройств вертикальное поле вдоль оси может быть представлено в виде $B_y = B_0 \cosh(k_w y) \cos(k_w z)$. Далее, пренебрегая вкладом крайних полюсов вигглера, мы будем рассматривать только периодическую часть. В этом случае дисперсион-

ная функция и её производная, генерируемая периодическим полем вигглера, принимают вид

$$\eta_w(z) = \frac{1 - \cos(k_w z)}{k_w^2 r} = \eta_{w0} - \frac{\theta_m \cos(k_w z)}{k_w},$$

$$\eta'_w(z) = \frac{\sin(k_w z)}{k_w r} = \theta_m \sin(k_w z). \quad (59)$$

В слагаемое η_{w0} в (59) может быть включена как собственная постоянная часть дисперсионной функции вигглера, так и среднее значение остаточной дисперсии в прямолинейном промежутке кольца.

Подставим в (57) среднее по длине вигглера значение функции $\beta_x(z) = \bar{\beta}_x$. Тогда для синусоидальной модели вигглера можно найти радиационные интегралы

$$I_{5w} \approx \frac{8}{15} N \theta_m h_w^2 \left(\frac{5\eta_{w0}^2}{\bar{\beta}_x} + \bar{\beta}_x \theta_m^2 \right), \quad I_{2w} = \frac{L h_w^2}{2}, \quad (60)$$

где $h_w = 1/r$ — максимальная кривизна траектории в вигглере. В выражении для I_{5w} приведены только основные по углу поворота $\theta_m \ll 1$ члены (остальными членами пренебрегается ввиду их малости). Значение пятого интеграла (I_{5w}) в (60) достигает минимума при $\eta_{w0} = 0$, однако, поскольку точно обнулить дисперсионную функцию в прямолинейном промежутке невозможно, целесообразно установить практическое ограничение, при котором влияние остаточной дисперсии на результирующий эмиттанс мало:

$$\eta_{w0} \ll \frac{\bar{\beta}_x \theta_m}{\sqrt{5}}.$$

С учётом этого условия пятый радиационный интеграл вигглера принимает следующий вид:

$$I_{5w} \approx \frac{8}{15} N \theta_m^3 h_w^2 \bar{\beta}_x = \frac{1}{15\pi^3} \lambda_w^3 h_w^5 L \bar{\beta}_x.$$

Подставляя I_{5w} и I_{2w} в (58), получаем хорошо известное выражение (см., например, [34]):

$$r_e = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_{x0}} \approx \frac{1 + h_w^5 N \lambda_w^3 \bar{\beta}_x / (15\pi^3 I_{50})}{1 + h_w^2 N \lambda_w / (2I_{20})}. \quad (61)$$

На рисунке 22 показано типичное поведение функции r_e (58) в зависимости от амплитуды поля вигглера $B_0 \sim h_w$. При фиксированном периоде поля эмиттанс $r_e(B_0)$ имеет характерный минимум при некотором B_{opt} .

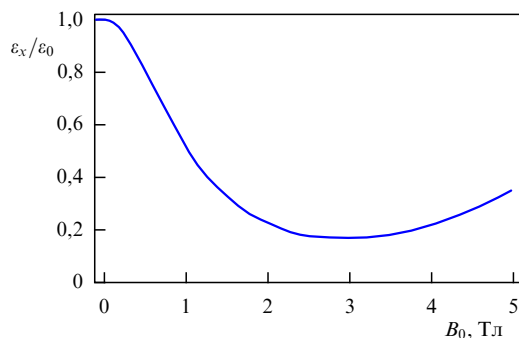


Рис. 22. Относительное изменение эмиттанса пучка, обусловленное влиянием вигглера.

С увеличением амплитуды поля эмиттанс начинает возрастать. Значение h_{wopt} можно найти при предположении, что радиационное затухание в основном определяется вигглерами: $I_{2w} \gg I_{20}$, и тогда можно пренебречь единицей в знаменателе (58):

$$h_{wopt} = \left(\frac{10\pi^3 I_{50}}{\lambda_w^2 L \bar{\beta}_x} \right)^{1/5} \approx \pi \left(\frac{I_{50}}{\lambda_w^2 L \bar{\beta}_x} \right)^{1/5}.$$

При этом минимальный эмиттанс зависит только от одного параметра — периода λ_w :

$$r_{emin} \approx \frac{8}{3} \frac{I_{20}}{\pi^2 L^{3/5}} \left(\frac{\bar{\beta}_x \lambda_w^2}{I_{50}} \right)^{2/5}.$$

Из (61) следует, что для эффективного уменьшения эмиттанса вигглер должен существенно увеличивать затухание (интеграл I_{2w}). При фиксированной полной длине вигглеров, заданной габаритами установки, увеличить I_{2w} в (60) можно, только увеличивая амплитуду магнитного поля h_w . С другой стороны, для уменьшения эмиттанса должно выполняться условие $I_{5w} < I_{50}$, для чего, как можно увидеть из числителя (61), надо уменьшать λ_w . Эти два требования противоречивы, поскольку амплитуда и период поля связаны соотношением $B_0 \sim \exp(-\pi g / \lambda_w)$.

В программах, моделирующих движение частиц в циклическом ускорителе, магниты, как правило, аппроксимируются кусочно-постоянными функциями. Для справки приведём второй и пятый интегралы в случае, когда магниты вигглера задаются именно кусочно-постоянной (piecewise) функцией:

$$I_{2w}^{pw} = L h_w^2, \quad I_{5w}^{pw} \approx \frac{1}{48} \lambda_w^2 h_w^5 L \bar{\beta}_x.$$

Второй радиационный интеграл в кусочно-постоянном приближении в два раза больше, чем в синусоидальной модели поля вигглера, но и пятый интеграл в $15\pi^3/48 \approx 10$ раз больше, и это необходимо учитывать при расчёте влияния вигглера на радиационные параметры пучка.

6.3. Согласование вигглера с оптикой промежутка

Поскольку величина интеграла I_{5w} (60) во многом определяется средним значением горизонтальной бетатронной функции β_x в промежутке вигглера, поведение этой функции можно оптимизировать так, чтобы её среднее значение на длине было минимальным. Тогда I_{5w} (60) достигнет минимального значения.

Такая процедура аналогична оптимизации оптических функций в поворотных магнитах источника СИ с целью получения малого эмиттанса. Мы приведём результаты оптимизации для двух распространённых случаев размещения вигглеров [53]:

- ячейка для постановки вигглера имеет уже упоминавшуюся простейшую структуру типа FODO;
- поведение оптических функций зеркально-симметрично относительно середины вигглера.

В FODO вигглер устанавливается между двумя — фокусирующей и дефокусирующей — линзами. Такая ячейка наиболее компактна, и если общая длина вигглеров исчисляется несколькими десятками или сотнями метров, то использование структуры FODO может быть существенным для уменьшения размеров всей установки. На рисунке 23 показана ячейка FODO, вмещающая в себя два вигглера.

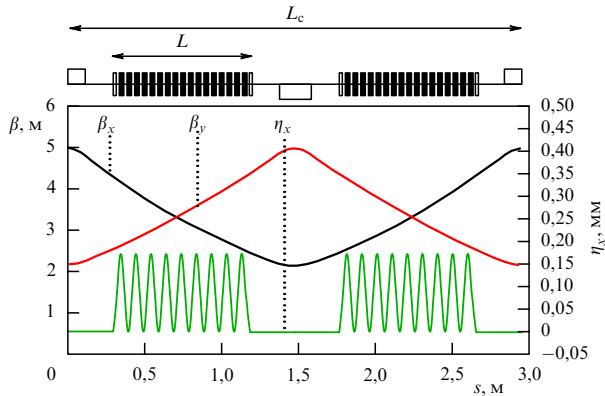


Рис. 23. Два вигглера длиной L , установленные в оптическую ячейку FODO длиной L_c . Показаны бетатронные функции и дисперсионная функция η_x , рассчитанные с помощью программы MAD8 (<http://mad8.web.cern.ch/mad8/>).

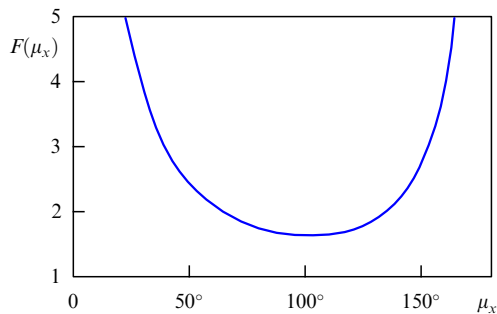


Рис. 24. Зависимость $F(\mu_x)$ (63) от набега бетатронной фазы на ячейке FODO.

Для оценки мы предполагаем, что квадрупольные линзы тонкие, с одинаковой по модулю оптической силой, а весь промежуток между ними занят вигглером так, что длина ячейки FODO $L_c \approx 2L$. Поведение бетатронных функций в такой структуре хорошо известно, и можно получить следующее выражение для пятого интеграла:

$$I_{5w}^{\text{FODO}} \approx \frac{8}{15} N \theta_m^3 h_w^2 L F(\mu_x), \quad (62)$$

где функция $F(\mu_x)$ описывает зависимость пятого интеграла от набега горизонтальной бетатронной фазы (рис. 24):

$$F(\mu_x) = \frac{2}{3} \operatorname{cosec} \mu_x \left[2 + \cos^2 \left(\frac{\mu_x}{2} \right) \right]. \quad (63)$$

Эта функция достигает минимума при

$$\sin \left(\frac{\mu_{x \text{opt}}}{2} \right) = \sqrt{\frac{3}{5}}, \quad \mu_{x \text{opt}} \approx 101,5^\circ, \quad F_{\text{opt}} = \frac{4}{\sqrt{6}} \approx 1,63.$$

По известному оптимальному набегу бетатронной фазы легко найти максимальное значение горизонтальной бетатронной функции β_x в фокусирующей линзе и среднее значение $\bar{\beta}_x$ на длине линзы:

$$\hat{\beta}_x = \frac{5}{\sqrt{6}} \left(1 + \sqrt{\frac{3}{5}} \right) L \approx 3,62L, \quad \bar{\beta}_x = 2\sqrt{\frac{2}{3}} L \approx 1,63L. \quad (64)$$

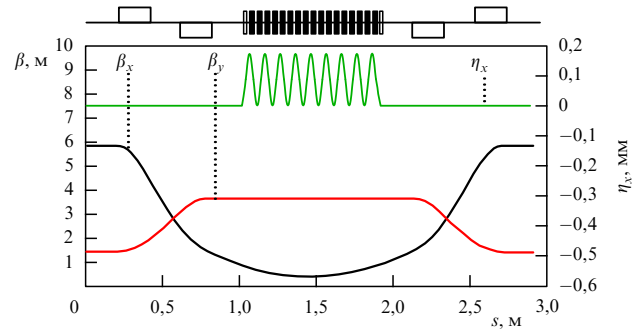


Рис. 25. Вигглер, установленный в ячейку типа TME (в верхней части рисунка). Бетатронные функции и дисперсионная функция η_x , рассчитанные с помощью программы MAD8.

Выражения (64) определяют условия согласования длины вигглера L с горизонтальной бетатронной функцией ячейки FODO для наиболее эффективного подавления вклада поля вигглера в радиационное возбуждение эмиттанса. Тогда пятый интеграл достигает минимума:

$$I_{5w \text{min}}^{\text{FODO}} = \frac{16\sqrt{2}}{15\sqrt{3}} N h_w^2 \theta_m^3 L. \quad (65)$$

Интересно отметить, что зависимость (65) пятого интеграла, создаваемого вигглером, похожа на зависимость пятого интеграла, создаваемого поворотным магнитом в ячейке FODO. Однако в последнем случае зависимость достигает минимума при $\mu_{x \text{opt}} \approx 137^\circ$ (задача о минимизации натурального эмиттанса в структуре FODO была рассмотрена, например, в [54]).

Известно, что структура FODO не является оптимальной для минимизации эмиттанса в источниках СИ. Минимальный эмиттанс получается в структуре типа TME (Theoretical Minimum Emittance), в которой оптические функции зеркально-симметричны относительно центра магнита, а $\beta_x(s)$ и $\eta_x(s)$ в этой точке имеют минимум (рис. 25).

Пусть в центральной точке змейки $\beta_x(L/2) = \beta_{x0}$, $\alpha_x(L/2) = 0$. Пренебрегая фокусировкой вигглера, можно после соответствующего интегрирования получить пятый интеграл в виде

$$I_{5w}^{\text{TME}} \approx \frac{8}{15} N \theta_m^3 h_w^2 \left(\beta_{x0} + \frac{L^2}{12\beta_{x0}} \right).$$

Минимизируя последнее выражение, находим

$$I_{5w \text{min}}^{\text{TME}} \approx \frac{8}{15} N \theta_m^3 h_w^2 \frac{L}{\sqrt{3}} \quad \text{при} \quad \beta_{x0 \text{opt}} = \frac{L}{2\sqrt{3}}. \quad (66)$$

Сравнивая это выражение с соответствующим выражением (65) для FODO-структуры:

$$I_{5w \text{min}} \approx N \theta_m^3 h_w^2 L \begin{cases} \frac{8}{15} \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, & \text{FODO,} \\ \frac{8}{15} \frac{1}{\sqrt{3}}, & \text{TME,} \end{cases}$$

видим, что в структуре типа TME при одинаковой длине вигглера можно получить в $2\sqrt{2}$ раза меньший минимум пятого интеграла. Однако следует помнить, что в случае FODO число квадрупольных линз в ячейке меньше, чем в случае TME, т.е. в случае FODO расстояния между

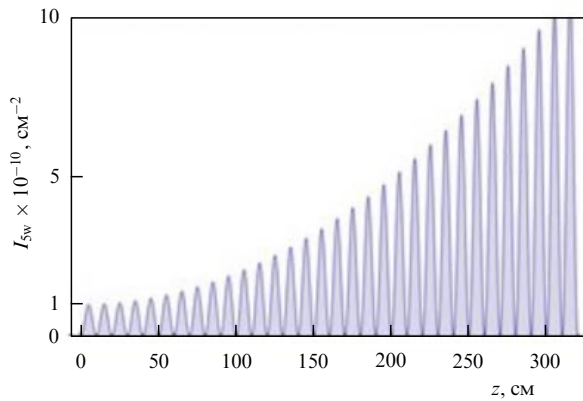


Рис. 26. Подынтегральная функция в (67). Начало координат соответствует центру змейки.

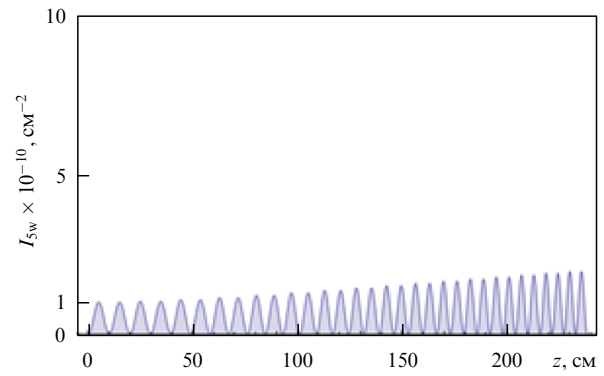


Рис. 28. Подынтегральная функция в (67) с учётом уменьшения длины периода змейки в соответствии с (68).

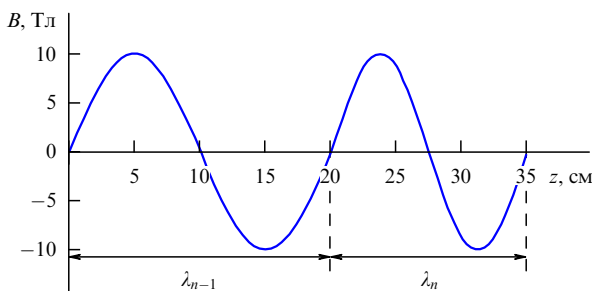


Рис. 27. Уменьшение периода вигглера.

змейками оказываются больше, а следовательно, их "погонная плотность" меньше.

6.4. Модуляция периода вигглера

Пятый радиационный интеграл по длине вигглера может быть представлен в виде

$$I_{5w} = \int_0^L H(z) |h(z)|^3 dz.$$

Можно показать, что для вигглера максимальный вклад в функцию $H(z)$ даёт член $H(z) \approx \beta_x(z) \eta_z^2(z)$. Взяв для простоты и наглядности случай размещения вигглера в ячейке типа ТМЕ, получим

$$I_{5w} \approx 2 \int_0^{L/2} \left(\beta_{x0} + \frac{z^2}{\beta_{x0}} \right) \left| \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_w} z \right) \right|^5 h_w^5 \frac{\lambda_w^4}{(2\pi)^4} dz. \quad (67)$$

Подынтегральную функцию в (67) можно разделить на две части: периодическую по z , связанную с полем змейки, и возрастающую как $\sim z^2$, связанную с бетатронной функцией. Характерный вид подынтегральной функции в (67) показан на рис. 26.

Компенсировать возрастание $\beta_x(z)$ с увеличением z можно, уменьшая длину периода вигглера $\lambda_w = \lambda_w(z)$, как это показано на рис. 27.

Предлагаемый способ восходит к идее А. Рюлиха (A. Wrulich), которую он высказал в 1992 г. (см., например, [55–57]). Согласно этой идее возрастание функции $H(s)$ в поворотном магните можно компенсировать уменьшением магнитного поля; позднее такие магниты получили название "магнит с продольным градиентом

поля". В нашем случае уменьшать амплитуду поля нежелательно, поскольку при этом будет уменьшаться второй интеграл I_{2w} в знаменателе выражения для эмиттанта (56). Тогда, несмотря на уменьшение I_{5w} , эмиттанс может возрасти. Но поскольку I_{2w} не зависит от периода вигглера, период можно уменьшать по крайней мере до таких значений, которые не сказываются существенно на амплитуде поля в зазоре периодического магнита.

В работе [53] при разумном допущении $\lambda_w \ll \bar{\beta}_x$ получено рекуррентное выражение, которое определяет n -й период вигглера исходя из длины $(n-1)$ -го периода,

$$\lambda_n \approx \lambda_{n-1} \left(1 + \frac{2 \alpha_{x,n-1} d_{n-1}}{3 - 10 \alpha_{x,n-1} d_{n-1}} \right), \quad (68)$$

где $d_{n-1} = \lambda_{n-1} / \beta_{x,n-1}(0)$, а $\alpha_{x,n-1}(0)$ и $\beta_{x,n-1}(0)$ — начальные значения параметров Твисса на входе в очередной период, легко рассчитываемые для прямолинейного промежутка (слабой фокусировкой вигглера здесь пренебрегается).

Изменение периода в случае примера, представленного на рис. 26, вызывает существенное уменьшение dI_{5w}/dz (рис. 28), при этом значение самого радиационного интеграла уменьшается в четыре раза.

Небольшое возрастание подынтегральной функции на рис. 28 к концу змейки объясняется тем, что формула (68) всё-таки является приближённой.

7. Заключение

В настоящем обзоре мы попытались осветить вопросы, связанные с вигглерами и ондуляторами, которые не были затронуты в предыдущих обзорах на эту тему. Как и для любой экспериментальной работы, имеющей физические, технические и прикладные аспекты, представленный материал довольно разнороден. Поэтому мы надеемся, что читатели с различными научными интересами найдут в нём что-то интересное для себя.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 14-50-00080). Авторы благодарят Е.А. Переведенцева за указание на пионерские работы В.П. Ермакова (ссылки на которые даны в приложении).

8. Приложение. О движении электронов в циклических ускорителях

В настоящем обзоре используются результаты теории циклических ускорителей (см., например, книги [32–34]). Кратко напомним некоторые из них.

Рассмотрим магнитную систему циклического ускорителя со скалярным магнитным потенциалом, антисимметричным относительно некоторой плоскости. Такая плоскость называется медианной. При некоторых условиях, на которых мы не будем останавливаться, в медианной плоскости существуют замкнутые траектории (орбиты) частиц с определённой заданной энергией. Удобно выбрать частицу, движущуюся вдоль замкнутой орбиты, как "опорную" и описывать движение частиц с другими начальными условиями в терминах отклонений координат и импульсов от соответствующих величин опорной частицы. Для работы циклического ускорителя требуется существование устойчивой замкнутой орбиты. Если орбита устойчива, то частицы с малыми отклонениями начальных условий от опорных будут оставаться вблизи этой орбиты "неограниченно долго". При этом малые отклонения их траекторий от медианной плоскости y (вертикальное отклонение) и вдоль главной нормали к орбите $-x$ (горизонтальное отклонение) описываются линеаризованными уравнениями траекторий

$$\begin{aligned} x'' + K_x(s)x &= 0, \\ y'' + K_y(s)y &= 0, \end{aligned} \quad (\text{П1})$$

где жёсткости задаются формулами $K_x = 1/r^2 + (e/pv) \partial B_y / \partial x$, $K_y = -(e/pv) \partial B_y / \partial x$, $1/r = eB_y / pc$, s — натуральный параметр орбиты (длина вдоль неё), а дифференцирование по s обозначено штрихом. Член $1/r^2$ появляется в жёсткости K_x вследствие того, что наша система координат криволинейна (локально она является цилиндрической с координатами $R = r + x$, $\alpha = s/r$ и $z = y$), а координатный трёхгранник поворачивается при изменении s . Если длина (периметр) орбиты равна Π , то обе жёсткости являются периодическими функциями с этим периодом. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами вида (П1) называются уравнениями Хилла. Их решения можно записать в виде [58, 59]

$$x = Aw_x(s) \cos \left(\int_0^s \frac{ds_1}{w_x^2} + \varphi_0 \right), \quad (\text{П2})$$

где A и φ_0 — произвольные постоянные, зависящие от начальных условий, а w_x — периодическая функция, удовлетворяющая уравнению

$$w_x'' + K_x(s)w_x - \frac{1}{w_x^3} = 0. \quad (\text{П3})$$

Функция w_x , которая не зависит от начальных условий, характеризует фокусирующую систему (поворотные магниты и квадрупольные линзы) данного циклического ускорителя. Поэтому замечательным свойством решения уравнения Хилла вида (П2) является его простая зависимость от начальных условий, выраженная через начальную амплитуду A и фазу φ_0 .

Пусть мы измеряем координату x и угол x' частицы, когда она проходит через перпендикулярную к орбите

плоскость, пересекающую орбиту при некотором s . После каждого прохождения частицей периметра накопителя (оборота) фаза в (П2) увеличивается на величину

$$\mu_x = 2\pi v_x = \int_0^\Pi \frac{ds}{w_x^2}, \quad (\text{П4})$$

которая называется набегом бетатронной фазы. Параметр v_x называется бетатронной частотой. Из (П2) следует, что точки, изображающие координату $x_n = Aw_x \cos(n\mu_x + \varphi_1)$ и угол (он же безразмерный поперечный импульс) $x'_n = Aw'_x \cos(n\mu_x + \varphi_1) - A \sin(n\mu_x + \varphi_1)/w_x$ частицы на фазовой плоскости xx' при последовательных прохождениях частицы, заполняют эллипс

$$\beta_x x'^2 + 2\alpha_x x x' + \gamma_x x^2 = A^2. \quad (\text{П5})$$

Параметры

$$\begin{aligned} \beta_x &= \frac{2\langle x^2 \rangle}{A^2} = \frac{x_{\max}^2}{A^2} = w_x^2, \quad \alpha_x = -\frac{2\langle x x' \rangle}{A^2} = -w_x w'_x, \\ \gamma_x &= \frac{2\langle x'^2 \rangle}{A^2} = \frac{x_{\max}'^2}{A^2} = w_x'^2 + \frac{1}{w_x^2} \end{aligned}$$

называются параметрами Твисса (угловыми скобками обозначено усреднение по времени, т.е. по n). Так как амплитуда колебаний $x_{\max}(s) = Aw_x(s)$ является также огибающей полной траектории (П2), w_x называют нормированной огибающей.

Для восполнения потерь энергии на излучение в электронных накопителях имеется зазор с переменным продольным электрическим полем. Последнее изменяется во времени по гармоническому закону. При этом в качестве опорной можно выбрать частицу, которая всегда пролетает через ускоряющий зазор в такой момент времени, в который приращение энергии на зазоре в точности равно потерям энергии за один оборот. Траектория опорной частицы может быть замкнутой, только если энергия опорной частицы будет одинаковой после каждого прохода через ускоряющий зазор. Для этого необходимо, чтобы период обращения опорной частицы Π/v был кратен периоду ускоряющего поля. Так как период обращения частицы в накопителе зависит от её энергии, энергия опорной частицы определяется из условия кратности периода обращения периоду напряжения на зазоре. Если в некоторый начальный момент энергия или время пролёта электрона немного отличаются от соответствующих параметров опорной частицы, то отклонения момента пролёта зазора и энергии электрона от опорных величин будут совершать колебания. Эти колебания называются синхротронными, а тот факт, что колебания устойчивы, называется принципом автофазировки. При этом задержка играет роль координаты, а отклонение энергии — роль импульса. Отклонение $x = \eta(s) \Delta p/p$ замкнутой орбиты с отклонением энергии $\Delta E/E \approx \Delta p/p$ от опорной замкнутой орбиты характеризуется периодической функцией η , которая находится из уравнения

$$\eta'' + K_x(s)\eta = \frac{1}{r(s)}. \quad (\text{П6})$$

Вследствие радиационного трения бетатронные и синхротронные колебания затухают. Проще всего опи-

сать затухание вертикальных бетатронных колебаний. Так как сила радиационного трения направлена вдоль скорости, её вертикальная проекция $F_y = y'P/v = y'2e^2\beta^3\gamma^4/(3r^2)$ выражается через мощность излучения P . Тогда во втором уравнении (П1) для вертикального отклонения траектории появляется "трение",

$$y'' + \frac{2r_e\gamma^3}{3r^2}y' + K_y y = 0, \quad (\text{П7})$$

где $r_e = e^2/(mc^2)$ — классический радиус электрона. Так как сила трения, добавленная в уравнение (П1), мала, уравнение (П7) можно решить методом вариации произвольных постоянных в решении (П2). В результате получим, что за один период обращения амплитуда бетатронных колебаний убывает в $\exp(r_e\gamma^3 I_2/3)$ раз, где $I_2 = \int_0^H ds/r^2(s)$. Затухание горизонтальных бетатронных колебаний и синхротронных колебаний рассчитывается аналогично. Однако, так как ввиду поперечной зависимости магнитного поля $\partial B_y/\partial x$ мощность излучения P может зависеть от полного горизонтального смещения траектории

$$x = Aw_x(s) \cos\left(\int_0^s \frac{ds_1}{w_x^2} + \varphi_0\right) + \eta(s) \frac{\Delta E}{E}, \quad (\text{П8})$$

эти две степени свободы связаны и декременты затухания могут перераспределяться между ними. Такое перераспределение и используется в упомянутом во введении вигглере Робинсона.

Вследствие того что потеря энергии на излучение происходит мгновенно в виде энергии $\hbar\omega$ отдельных фотонов, происходит раскачка колебаний. Так как средняя энергия фотонов относительно мала, в результате таких малых толчков происходит диффузия по скоростям. Для горизонтального поперечного движения основной механизм раскачки бетатронных колебаний состоит в следующем. Электрон с энергией E , первоначально двигавшийся точно по замкнутой орбите (т.е. с нулевой амплитудой бетатронных колебаний), из-за мгновенной потери энергии $\hbar\omega$ оказывается "не сходя с места" на расстоянии $x = \eta(s)\hbar\omega/E$ и с угловым отклонением $x' = \eta'(s)\hbar\omega/E$ от его новой замкнутой орбиты с энергией $E - \hbar\omega$. После этого электрон начинает совершать бетатронные колебания около новой орбиты. Согласно (П5) квадрат амплитуды этих колебаний

$$A^2 = (\beta_x \eta'^2 + 2\alpha_x \eta \eta' + \gamma_x \eta^2) \left(\frac{\hbar\omega}{E} \right)^2.$$

Усреднённый по периоду обращения коэффициент горизонтальной диффузии (т.е. скорость возрастания среднего квадрата амплитуды колебаний) пропорционален

$$I_5 = \int_0^H \frac{\beta_x \eta'^2 + 2\alpha_x \eta \eta' + \gamma_x \eta^2}{r^3} ds. \quad (\text{П9})$$

Средняя энергия фотонов синхротронного излучения пропорциональна полю, т.е. $1/r$, а мощность излучения $\sim 1/r^2$. Поэтому в (П9) появился знаменатель r^3 . В результате раскачки (так называемых квантовых флуктуаций излучения) и затухания устанавливается гауссово распределение электронов по всем трём степеням свободы.

Так как размеры электронного сгустка, циркулирующего в накопителе, зависят от продольной координаты s на орбите, удобно характеризовать сгусток с помощью инвариантных (т.е. не зависящих от s) комбинаций вторых моментов распределения частиц. Например, величина

$$\varepsilon_y = \sqrt{\langle y^2 \rangle \langle y'^2 \rangle - \langle yy' \rangle^2}, \quad (\text{П10})$$

где угловые скобки означают усреднение по всем частицам сгустка, называется вертикальным эмиттансом (грубо говоря, это просто произведение размера на угловой разброс). Тогда среднеквадратичный вертикальный размер сгустка на плоскости, перпендикулярной орбите и пересекающей её в точке с координатой s , даётся выражением $\sqrt{\langle y^2 \rangle} = \sqrt{\varepsilon_y} w_y(s)$. Так как замкнутая орбита частиц с отклонением энергии ΔE смещена относительно опорной орбиты, в определение горизонтального эмиттанса входит отклонение частицы от орбиты со своей энергией:

$$\varepsilon_x = \left[\left\langle \left(x - \eta(s) \frac{\Delta E}{E} \right)^2 \right\rangle \left\langle \left(x' - \eta'(s) \frac{\Delta E}{E} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \left(x - \eta(s) \frac{\Delta E}{E} \right) \left(x' - \eta'(s) \frac{\Delta E}{E} \right) \right\rangle^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{П11})$$

Чем меньше поперечные эмиттансы, тем меньше поперечные размеры и угловая расходимость электронного пучка. Радиационное трение позволяет минимизировать поперечные эмиттансы. Это требуется во многих случаях. В электрон-позитронных коллайдерах можно повысить светимость, а в источниках рентгеновского излучения — яркость. Позитроны получают при рассеянии электронов с энергией порядка 100 МэВ на мишени из тяжёлого металла. При этом энергетический разброс, угловая расходимость и поперечные размеры позитронного пучка (а следовательно, и оба эмиттанса) довольно велики. Их можно уменьшить, если запустить позитроны в циклический ускоритель (либо в так называемый накопитель, отличающийся тем, что его магнитное поле постоянно), подождать, пока эмиттансы уменьшатся, и направить "охлаждённые" позитроны в электронно-оптический канал для последующего использования (например, в линейном или циклическом коллайдерах). Специализированные накопители, предназначенные для уменьшения эмиттансов и энергетического разброса частиц, называются накопителями-охлаждающими.

Список литературы

1. Гинзбург В Л *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **11** (2) 165 (1947)
2. Motz H J. *Appl. Phys.* **22** 527 (1951)
3. Motz H, Thon W, Whitehurst R N J. *Appl. Phys.* **24** 826 (1953)
4. Robinson K W. *Phys. Rev.* **111** 373 (1958)
5. Tischer M et al., in *Proc. of the 2005 IEEE Particle Accelerator Conf., PAC'05, 16–20 May 2005, Knoxville, Tennessee. 21st IEEE Particle Accelerator Conf.* (Piscataway, NJ: IEEE, 2005) p. 2446
6. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1973)
7. Feynman R, Leighton R, Sands M *The Feynman Lectures on Physics* Vol. 2 (Reading, Mass.: Addison-Wesley Publ. Co., 1964); Фейнман Р, Лейтон Р, Сэндс М *Фейнмановские лекции по физике* Вып. 2 (М.: Мир, 1965)
8. Litvinenko V N et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 4569 (1997)

9. Недорезов В Г, Туринге А А, Шатунов Ю М *УФН* **174** 353 (2004); Nedorezov V G, Turinge A A, Shatunov Yu M *Phys. Usp.* **47** 341 (2004)
10. Быченков В Ю и др. *УФН* **185** 77 (2015); Bychenkov V Yu et al. *Phys. Usp.* **58** 71 (2015)
11. Костюков И Ю, Пухов А М *УФН* **185** 89 (2015); Kostyukov I Yu, Pukhov A M *Phys. Usp.* **58** 81 (2015)
12. Кулипанов Г Н, Скринский А Н *УФН* **122** 369 (1977); Kulipanov G N, Skriskii A N *Sov. Phys. Usp.* **20** 559 (1977)
13. Тернов И М *УФН* **165** 429 (1995); Ternov I M *Phys. Usp.* **38** 409 (1995)
14. Кулипанов Г Н *УФН* **177** 384 (2007); Kulipanov G N *Phys. Usp.* **50** 368 (2007)
15. Бессонов Е Г, Виноградов А В *УФН* **159** 143 (1989); Bessonov E G, Vinogradov A V *Sov. Phys. Usp.* **32** 806 (1989)
16. Алферов Д Ф, Башмаков Ю А, Черенков П А *УФН* **157** 389 (1989); Alferov D F, Bashmakov Yu A, Cherenkov P A *Sov. Phys. Usp.* **32** 200 (1989)
17. Jackson J D *Classical Electrodynamics* 3rd ed. (New York: Wiley, 1999)
18. Clarke J A *The Science and Technology of Undulators and Wigglers* (Oxford: Oxford Univ. Press, 2004)
19. Vinokurov N *Rev. Accel. Sci. Technol.* **3** 77 (2010)
20. Levichev E, Vinokurov N *Rev. Accel. Sci. Technol.* **3** 203 (2010)
21. Hoyer E et al. (representing the Beam Line VI Design Group) *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res.* **208** 117 (1983)
22. Korniyukhin G A et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res.* **208** 189 (1983)
23. Korniyukhin G A et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **237** 281 (1985)
24. Chavanne J, Van Vaerenbergh P, Elleaume P *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **421** 352 (1999)
25. Fedurin M G et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **470** 34 (2001)
26. Halbach K *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res.* **187** 109 (1981)
27. Elias L R et al. *Opt. Commun.* **18** 129 (1976)
28. Elias L R, Madey J M *Rev. Sci. Instrum.* **50** 1335 (1979)
29. Artamonov A S et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res.* **177** 239 (1980)
30. Ingold G et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **375** 451 (1996)
31. Rossmann R et al., in *Proc. of the 2003 IEEE Particle Accelerator Conf., PAC'03, 12–16 May 2003, Portland, Oregon, 20th IEEE Particle Accelerator Conf.* (Piscataway, NJ: IEEE, 2003) p. 899
32. Коломенский А А, Лебедев А Н *Теория циклических ускорителей* (М.: Физматгиз, 1962); Kolomensky A A, Lebedev A N *Theory of Cyclic Accelerators* (Amsterdam: North-Holland, 1966)
33. Лебедев А Н, Шальнов А В *Основы физики и техники ускорителей* (М.: Энергоатомиздат, 1991)
34. Chao A W, Tigner M *Handbook of Accelerator Physics and Engineering* (Singapore: World Scientific, 1999)
35. Sands M *Phys. Rev.* **97** 470 (1955)
36. Коломенский А А, Лебедев А Н *ЖЭТФ* **30** 207 (1956); Kolomenskii A A, Lebedev A N *Sov. Phys. JETP* **3** 132 (1956)
37. Pinayev I V et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **341** 17 (1994)
38. Aleshaev A N et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **359** 80 (1995)
39. Pinayev I V et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **375** 71 (1996)
40. Шафтан Т В, Дисс. ... канд. физ.-мат. наук (Новосибирск: Ин-т ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, 1997)
41. Фалеев С В *ЖЭТФ* **111** 1563 (1997); Faleev S V *JETP* **84** 856 (1997)
42. Faleev S V, hep-ph/9706372
43. Bekhtenev E A et al. *Письма в ЭЧАЯ* **3** 33 (2006); *Phys. Part. Nucl. Lett.* **3** S16 (2006)
44. Mezentsev N, in *Proc. of the 24th Russian Particle Accelerator Conf., RuPAC'2014, October 6–10, 2014, Obninsk, Russia* (Moscow: State Scientific Center of the Russian Federation, 2014) p. 296
45. Мезенцев Н А, частное сообщение (2014)
46. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Механика* (М.: Наука, 1988); Landau L D, Lifshitz E M *Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1976)
47. Smith L, LBL Report LBL-21391 (Berkeley, CA: Lawrence Berkeley Laboratory, Univ. of California, 1986)
48. Gluskin E S et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **475** 323 (2001)
49. Nikitina Yu M, Pflüger J *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **375** 325 (1996)
50. Rakowski J et al., in *Proc. of the 1999 Particle Accelerator Conf., PEP'99, April 2, 1999, New York, USA* (Piscataway, NJ: IEEE, 1999) p. 2698
51. Brinkmann R et al. (Eds) "Conceptual Design of a 500 GeV e⁺e⁻ Linear Collider with Integrated X-ray Laser Facility", DESY 1997-048, ECFA 1997-182, Vol. 2 (Hamburg: DESY, 1997)
52. Helm R H et al. *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **20** 900 (1973)
53. Bogomyakov A, Karyukina K, Levichev E, in *Proc. of the 5th Intern. Particle Accelerator Conf., IPAC'14, Dresden, Germany, June 15–20, 2014*, p. 2038–2040
54. Helm R, Wiedemann H, Technical Report PEP-Note 303 (Menlo Park, CA: Stanford Linear Accelerator Center, 1979)
55. Wrulich A, частное сообщение (1992)
56. Guo J, Raubenheimer T, in *Proc. of the 8th European Particle Accelerator Conf., June 3–7 2002, Paris, France* (Geneva: European Physical Society Interdivisional Group on Accelerators, CERN, 2002) p. 1136
57. Nagaoka R, Wrulich A F *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **575** 292 (2007)
58. Ермаков В П *Университетские известия Университета св. Владимира, Киев, отд. III* (9) 1 (1880); пер. на англ. яз.: Ермаков В П *Appl. Anal. Discrete Math.* **2** (2) 123 (2008)
59. Ермаков В П *Интегрирование дифференциальных уравнений* (Киев: Литография Л. Г. Даниловой, 1886)

Undulators and wigglers for production of radiation and other applications

N.A. Vinokurov

G.I. Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
prosp. Akademika Lavrent'eva 11, 630090 Novosibirsk, Russian Federation
E-mail: nikolay.vinokurov@gmail.com

Korea Atomic Energy Research Institute, 305-353 Daejeon, Republic of Korea;
Novosibirsk State University,
ul. Pirogova 2, 630090 Novosibirsk, Russian Federation

E.B. Levichev

G.I. Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
prosp. Akademika Lavrent'eva 11, 630090 Novosibirsk, Russian Federation;
Novosibirsk State Technical University,
prosp. K. Marksа 20, 630073 Novosibirsk, Russian Federation

This paper describes periodic magnetic systems known as undulators and wigglers that are used in storage rings and free electron lasers both to generate radiation and to control the beam parameters. The design details and radiation characteristics of such systems are discussed together with their influence on electron motion.

Keywords: undulators, synchrotron radiation, electron storage rings

PACS numbers: 03.50.De, 07.85.Qe, **41.60.** – m

Bibliography — 59 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **185** (9) 917–939 (2015)

DOI: 10.3367/UFNr.0185.201509b.0917

Received 20 May 2015, revised 29 June 2015

Physics – Uspekhi **58** (9) (2015)