

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Разрывные течения плазмы в магнитной гидродинамике и физике магнитного пересоединения

Л.С. Леденцов, Б.В. Сомов

Представлен обзор современного состояния теории магнитогидродинамических (МГД) разрывных течений и её приложений к физике магнитного пересоединения в астрофизической плазме, лабораторном и численном моделировании. Акцент сделан на изучении непрерывных переходов между разрывами различных типов при постепенном (непрерывном) изменении параметров течения плазмы. Описаны свойства пересоединяющего токового слоя Сыроватского и показана возможность распада токового слоя на систему МГД-разрывов. В рамках упрощённой аналитической модели магнитного пересоединения проведён анализ системы ударных волн, связанных с токовым слоем. На примере этой системы обсуждаются некоторые следствия из условий непрерывных переходов и возможность дополнительного нагрева плазмы на ударных волнах.

Ключевые слова: магнитное пересоединение, плазма, МГД-разрывы

PACS numbers: 52.35. – g, 94.30.cq, 94.30.ct

DOI: 10.3367/UFNr.0185.201502a.0113

Содержание

1. Введение (113).
2. Изменение магнитного поля на магнитогидродинамическом разрыве (116).
2.1. Граничные условия на разрыве. 2.2. Наклон линий магнитного поля. 2.3. Классификация разрывов по потоку вещества.
3. Непрерывные переходы между магнитогидродинамическими разрывами (121).
3.1. Условия для переходов. 3.2. Переходы при изменении потока вещества. 3.3. Переходы при нулевых параметрах течения. 3.4. Схема непрерывных переходов.
4. Нагрев плазмы на магнитогидродинамических разрывах (127).
4.1. Скачок внутренней энергии. 4.2. Зависимость нагрева от типа разрыва.
5. Свойства пересоединяющего токового слоя (129).
5.1. Классические модели пересоединения. 5.2. Понятие эволюционности. 5.3. Магнитное поле и потоки плазмы около токового слоя. 5.4. Необходимые предположения.
6. Эволюционность пересоединяющего токового слоя (133).
6.1. Возмущения, нормальные к токовому слою. 6.2. Наклонное распространение возмущений. 6.3. Возмущения внутри токового слоя. 6.4. Одномерные граничные условия. 6.5. Эволюционность и распад.

7. Проблемы интерпретации численных моделей (137).

- 7.1. Разрывы вблизи области магнитного пересоединения.
- 7.2. Переходы между разрывами в модели пересоединения.
- 7.3. Нагрев плазмы вне области пересоединения.

8. Заключение (140).

Список литературы (140).

1. Введение

Магнитная гидродинамика (МГД) описывает поведение движущейся сплошной проводящей среды (жидкой или газообразной) при её взаимодействии с электромагнитным полем. Теоретической основой МГД служат уравнения электромагнитного поля и гидродинамические уравнения сплошной среды. Бурное развитие МГД пришлось на середину XX в. и было связано (помимо многочисленных технических приложений) с новыми задачами физики Солнца, геофизики и астрофизики. Этому способствовали следующие особенности изучаемых объектов: во-первых, высокая ионизация межзвёздного газа, звёздных атмосфер и внутризвёздного вещества, что делает эти среды отличными проводниками; во-вторых, магнитные поля, по плотности энергии сопоставимые с давлением окружающего вещества, т.е. способные управлять потоками замороженной плазмы; и в-третьих, большая протяжённость космических сред, позволяющая успешно применять к ним гидродинамическое описание.

Основные положения МГД были сформулированы в 1940-х гг. шведским физиком Х. Альвеном, предложившим эту теорию для объяснения ряда явлений в космической плазме [1]. Альвен описал новый тип волнового

Л.С. Леденцов, Б.В. Сомов. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Университетский просп. 13, 119991 Москва, Российская Федерация
E-mail: koob@mail.ru, somov@sai.msu.ru

Статья поступила 1 июня 2014 г., после доработки 15 июля 2014 г.

движения проводящей среды в магнитном поле — магнитогидродинамические волны, названные в его честь волнами Альвена. В дальнейшем было выделено ещё несколько характерных для замагниченной среды волн малой амплитуды, как то: быстрые и медленные магнитозвуковые волны.

В отличие от альвеновских и магнитозвуковых волн, описываемых малыми возмущениями в уравнениях проводящей среды, разрывные течения представляют собой области сшивки решений системы нелинейных уравнений для двух непрерывных сред, разделённых поверхностью разрыва. Сложное взаимодействие магнитного поля с веществом в МГД (особенно когда речь идёт о высокотемпературной плазме в сильном магнитном поле) порождает множество различных по своим свойствам разрывных решений [2].

Напомним, что при переходе через поверхность разрыва происходит резкое изменение, скачок параметров вещества. Как известно, уравнения обычной гидродинамики имеют разрывные решения лишь двух типов: тангенциальный разрыв и ударная волна [3]. Первый из них представляет собой границу раздела двух сред, движущихся друг относительно друга. Перетекание вещества через разрыв из одной среды в другую при этом отсутствует. На ударной волне, напротив, вещество втекает в разрыв со сверхзвуковой скоростью и вытекает с дозвуковой. Это свойство ударной волны добавляет ей механическую устойчивость. Малые возмущения распространяются лишь со скоростью звука и не способны опередить ударный фронт, что содействует сохранению его резкой формы. На рисунке 1 условно представлены оба гидродинамических разрыва в системе координат, которая движется вместе с разрывом вдоль оси x , направленной по нормали к его поверхности.

В магнитной гидродинамике наличие магнитного поля в плазме приводит к существованию быстрых и медленных ударных волн, альвеновских течений и других разрывов [4–6]. Тип разрывного МГД-решения, т.е. его характер, определяется изменениями плотности плазмы, скорости её течения и вмороженного в неё магнитного поля. Более того, в отличие от гидродинамики, в МГД оказываются возможными непрерывные переходы между разрывными решениями различных типов при непрерывном изменении условий течения плазмы [7]. Происходит это через так называемые переходные решения, одновременно удовлетворяющие условиям разрывов двух типов. Кроме того, на поверхности разрыва происходит нагрев плазмы, величина которого, разумеется, тоже зависит от типа МГД-разрыва, хотя и не определяет его классификационные признаки: непрерывность или

скачок плотности, наличие или отсутствие перпендикулярных составляющих скорости $v_{\perp}$ и магнитного поля $B_{\perp}$.

Возможность переходов между разрывами того или иного типа удобно изображать в виде блок-схемы, в которой каждому блоку соответствует определённый класс МГД-течений. В разное время предлагалось несколько таких схем [7–9]. Каждая последующая схема содержала большее разнообразие существующих типов МГД-разрывов, чем предыдущая. Схемы, учитывающие все возможные типы разрывов и разрешённые непрерывные переходы между ними, необходимы, например, для интерпретации современных результатов численного моделирования процесса пересоединения линий магнитного поля — магнитного пересоединения.

Разрывные течения плазмы реализуются в очень широком классе физических условий. Как следствие, они присутствуют в различного рода технических установках и устройствах, имеющих практическое значение (см. [10–12]), в лабораторных и численных экспериментах (например, [13–15]), в космических условиях [16–18] — особенно в связи с эффектом магнитного пересоединения [19–23]. Последнее представляет собой перераспределение взаимодействующих магнитных потоков, изменяющее их топологическую связность. Характерно, что при взаимодействии магнитных потоков в плазме высокой проводимости, например, в солнечной короне, образуются электрические токи, точнее говоря, тонкие токовые поверхности или токовые слои, которые можно рассматривать как двумерные разрывные МГД-течения [24–26].

В плазме высокой проводимости токовые слои существенно замедляют процесс пересоединения по сравнению с тем, каким он был бы в вакууме. В магнитном поле токовых слоёв накапливается значительный избыток энергии, соответствующий энергии взаимодействия непересоединённых магнитных потоков и называемый свободной магнитной энергией. Для токового слоя в короне Солнца свободная энергия может достигать значений порядка 10^{32} эрг, т.е. значений энергии самых больших солнечных вспышек. Таким образом, теория токовых слоёв Сыроватского [27] ответила на ключевые вопросы физики солнечных вспышек: где, когда и в какой форме накапливается их энергия?

Второе важное свойство токового слоя Сыроватского — его метастабильность. Он устойчив лишь в определённом интервале физических параметров. В зависимости от их значений токовый слой либо устойчив и медленно меняется при их изменении, либо теряет устойчивость при достижении некоторых пороговых значений, что приводит к быстрой диссипации накопленной энергии, проявляющей себя в виде солнечной вспышки [28].

Отвлекаясь от существенных деталей и стадий в развитии вспышки, отметим лишь, что в ней так называемое быстрое магнитное пересоединение происходит в высокотемпературных турбулентных токовых слоях [29, 30]. Оно осуществляет быстрое преобразование энергии магнитного поля, накопленной перед вспышкой, в энергию частиц плазмы во время вспышки. При этом значительная часть энергии вспышки освобождается в виде высокоскоростных узконаправленных потоков плазмы из токового слоя — джетов. Последние порождают вне токового слоя сложную картину разрывных МГД-течений. Понимание этой картины необходимо, в частности,

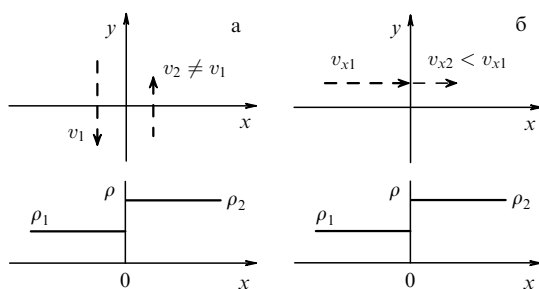


Рис. 1. Гидродинамические разрывные течения: (а) тангенциальный разрыв, (б) ударная волна.

для объяснения наблюдаемых свойств больших эруптивных вспышек, корональных выбросов массы и других геоэффективных явлений на Солнце [31–33].

Запуски космических рентгеновских обсерваторий, прежде всего международного спутника *Yohkoh* [34, 35], дали возможность наблюдать следствия магнитного пересоединения в солнечных вспышках. Наиболее яркие из них — так называемые вспышечные петли в мягком рентгеновском излучении [36, 37]. Движения оснований петель вдоль фотосферы, наблюдаемые в жёстком рентгеновском излучении [34, 36], однозначно свидетельствуют о пересоединении на сепараторах магнитного поля в короне. Другие проявления магнитного пересоединения — высокотемпературная плазма, поднимающаяся из хромосферы в корону вдоль пересоединённых линий магнитного поля [36], жёсткий рентгеновский источник в вершине петель [38, 39], горизонтальное движение вещества в область пересоединения [40], потоки [41] и целые "острова" плазмы, выбрасываемые с большой скоростью из солнечной короны в межпланетное пространство [42, 43].

В последнее десятилетие всё более детальные снимки с космических аппаратов *RHESSI* и *SDO* позволили различить двойную структуру источника жёсткого рентгеновского излучения над вершинами вспышечных петель [44, 45]. Корональный источник жёсткого рентгеновского излучения однозначно связан с разогретой и ускоренной плазмой на противоположных торцах токового слоя. Измеряемые спектры и профили температур этого излучения зависят от локальной конфигурации магнитного поля и плотности плазмы [46]. Наблюдения свидетельствуют в пользу того, что большую роль в ускорении частиц и нагреве плазмы до огромных температур играют области образования джетов и ударных волн [47]. Несмотря на все эти данные, до сих пор нет прямых наблюдений формирования и эволюции токового слоя во вспышке. Высокая электропроводность и почти бессиловое состояние магнитного поля ограничивают пересоединяющий токовый слой очень узкой областью в разрежённой короне, делая его трудно наблюдаемым — слишком мала его собственная мера эмиссии.

Современные численные эксперименты, моделирующие процесс магнитного пересоединения (как двумерный, так и трёхмерный) в приближении диссипативной МГД, демонстрируют несколько сглаженную картину разрывных течений в окрестности пересоединяющего токового слоя [48–52]. При интерпретации результатов таких расчётов, особенно трёхмерных, трудно идентифицировать однозначно тип того или иного разрыва по некоторому неполному набору признаков. Если эту трудность удастся преодолеть, то возникает вторая проблема, заключающаяся в необходимости объяснить одновременное присутствие разрывов разных типов, плавно переходящих друг в друга.

Задача интерпретации картины непрерывных переходов часто осложняется появлением в ней неэволюционных разрывов [53]. Малые возмущения, накладываемые на поверхность неэволюционного разрыва, мгновенно приводят к большим изменениям в разрывном течении. Этим свойство неэволюционности отличается от свойства неустойчивости: обычная неустойчивость связана с постепенным нарастанием малого возмущения, которое остаётся малым в течение некоторого конечного промежутка времени. Напротив, в неэволюционном разрыве

возмущения сразу же становятся большими. По этой причине обнаружение и анализ областей неэволюционности является важной задачей гидродинамики и МГД, особенно трудной при численном моделировании процесса магнитного пересоединения.

В работах [53, 54] рассматривается двумерная стационарная модель пересоединения в сильном магнитном поле, включающая в себя тонкий токовый слой типа токового слоя Сыроватского [26] и четыре присоединённые к его торцам разрывные МГД-течения конечной длины [56]. Решение задачи, найденное в аналитическом виде, позволяет строить картину линий магнитного поля в окрестности области пересоединения. Рассчитанная структура поля в общем случае довольно сложна. Формирование токового слоя сопровождается образованием на его торцах обратных токов, что делает эту структуру неэволюционной [57, 58]. Для объяснения структуры и сопоставления с результатами численного моделирования, например, в приближении диссипативной МГД [59–63], необходима простая удобная интерпретация изменений картины магнитного поля на поверхности разрыва в "лабораторной" системе координат, т.е. в системе координат, в которой не равно нулю электрическое поле, неизбежно связанное с процессом магнитного пересоединения.

Настоящая работа представляет обзор свойств разрывных течений в магнитной гидродинамике и физике магнитного пересоединения. В разделе 2 рассматриваются граничные условия для уравнений идеальной МГД на поверхности разрыва. Выводится уравнение, связывающее между собой углы наклона линий магнитного поля по разные стороны поверхности двумерного разрывного течения. С использованием характерного параметра, а именно величины потока массы, перетекающей через разрыв, демонстрируется связь этой зависимости со стандартной классификацией МГД-течений плазмы.

В разделе 3 описывается поиск переходных решений между всеми соседними парами МГД-разрывов как среди двумерных течений, так и среди трёхмерных течений. Строится общая схема непрерывных переходов между МГД-разрывами. Раздел 4 посвящён изучению граничного условия, эквивалентного закону сохранения энергии на поверхности разрыва. Соответствующее уравнение не отражает классификационных признаков разрыва, но содержит в себе информацию о внутренней энергии плазмы, а значит, и о способности МГД-течения нагревать плазму. Демонстрируется поиск уравнения, описывающего в явном виде изменение внутренней энергии плазмы при переходе через разрыв. Изучается его зависимость как от термодинамических параметров среды, так и от типа МГД-разрыва.

Основные свойства пересоединяющего токового слоя Сыроватского описаны в разделе 5, здесь же вводится понятие эволюционности. Рассматриваются характерные приближения, позволяющие ставить вопрос об эволюционности токового слоя как разрывного МГД-течения плазмы. Раздел 6 посвящён изучению эволюционности пересоединяющего токового слоя. Демонстрируется принципиальная возможность образования системы МГД-разрывов на концах токового слоя вследствие его распада.

Свойства разрывных течений в окрестности пересоединяющего токового слоя в сильном магнитном поле обсуждаются в разделе 7. Рассматривается самосогласо-

ванная аналитическая модель магнитного поля в приближении сильного поля и холодной плазмы. Проводится идентификация типов МГД-течений, образующихся вблизи торцов пересоединяющего токового слоя. Показано, что по мере удаления от токового слоя происходит изменение характерной конфигурации магнитного поля, а значит, и смена типа разрывного течения. Анализ соответствующих переходных решений подтверждает возможность дополнительного нагрева плазмы ударными волнами вне области магнитного пересоединения. Выводы сформулированы в разделе 8.

2. Изменение магнитного поля на магнитогидродинамическом разрыве

2.1. Граничные условия на разрыве

В окрестности МГД-разрыва плотность плазмы, её давление, скорость течения, направление и напряжённость магнитного поля могут изменяться скачком на расстоянии, сравнимом с длиной свободного пробега частиц. Физические процессы внутри такого скачка определяются кинетическими явлениями в плазме, как ламинарными, так и турбулентными [64]. В приближении диссипативной МГД внутренняя структура разрывного течения определяется диссипативными коэффициентами переноса (вязкостью и проводимостью), а также теплопроводностью [65, 66]. Однако в приближении идеальной МГД этот скачок имеет нулевую толщину, т.е. происходит на некоторой поверхности разрыва.

Будем рассматривать плоскую поверхность разрыва, что уместно для площадок достаточно малого размера по сравнению с радиусом кривизны поверхности. На рисунке 2 представлена система координат, в которой наблюдатель перемещается вместе с поверхностью разрыва, расположенной в плоскости (y, z) . Однородная плазма втекает с постоянной скоростью в разрыв слева и вытекает из него справа. Находясь в рамках идеальной МГД, мы пренебрегаем вязкостью, теплопроводностью и электрическим сопротивлением плазмы. Тогда граничные условия для уравнений МГД на разрыве могут быть записаны в виде следующих законов сохранения [4, 67, 68]:

$$\{B_x\} = 0, \quad (1)$$

$$\{\rho v_x\} = 0, \quad (2)$$

$$\{v_x B_y - v_y B_x\} = 0, \quad (3)$$

$$\{v_x B_z - v_z B_x\} = 0, \quad (4)$$

$$\left\{ \rho v_x v_y - \frac{1}{4\pi} B_x B_y \right\} = 0, \quad (5)$$

$$\left\{ \rho v_x v_z - \frac{1}{4\pi} B_x B_z \right\} = 0, \quad (6)$$

$$\left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0, \quad (7)$$

$$\left\{ \rho v_x \left(\frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right) + \frac{1}{4\pi} (B^2 v_x - (\mathbf{vB})B_x) \right\} = 0. \quad (8)$$

Будем использовать стандартные обозначения физических величин, кроме случаев, оговорённых отдельно. Фигурными скобками обозначена разность значений заключённой внутри скобок величины с обеих сторон

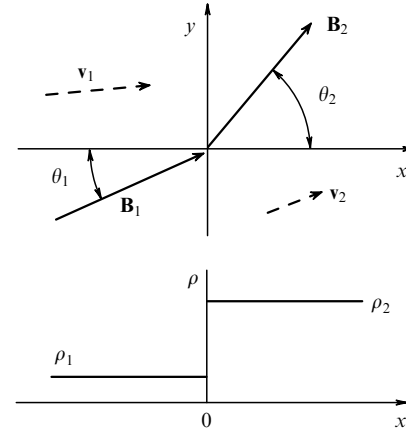


Рис. 2. Изменение магнитного поля $\mathbf{B}$, поля скоростей $\mathbf{v}$ и плотности ρ плазмы на фронте ударной волны $x = 0$.

плоскости разрыва. Например, первое уравнение означает непрерывность нормальной компоненты магнитного поля:

$$\{B_x\} = B_{x2} - B_{x1} = 0,$$

или, что то же самое, сохранение магнитного потока. Остальные семь уравнений также имеют простой физический смысл: уравнение (2) выражает непрерывность потока массы; (3), (4) — условия непрерывности тангенциальной составляющей электрического поля; уравнения (5)–(7) описывают непрерывность потока импульса в трёх компонентах; наконец, (8) — условие непрерывности потока энергии. Величины, отмеченные индексом "1", относятся к левой стороне на рис. 2, соответствующей набегающему потоку плазмы, а индексом "2" — к правой, соответствующей убегающему потоку плазмы. Разумеется, помимо приведённых восьми уравнений, подразумевается заданным уравнение состояния плазмы, например, в виде зависимости удельной (на единицу массы) тепловой функции w от плотности ρ и давления p .

Как известно, система граничных условий (1)–(8), в отличие от таковой в обычной гидродинамике, не распадается на набор взаимоисключающих групп уравнений, а значит, в принципе, допускает непрерывные переходы между различными типами разрывных решений при непрерывном изменении условий течения плазмы. Гидродинамические разрывные течения имеют только две разновидности (тангенциальный разрыв и ударная волна (см. рис. 1)) и две соответствующие им скорости распространения: нуль и скорость звука. Это свойство не позволяет проводить непрерывные переходы между гидродинамическими течениями. Переходы в МГД происходят через некоторые разрывы, которые одновременно удовлетворяют граничным уравнениям для двух смежных типов разрывных течений, т.е. могут быть отнесены как к одному типу, так и к другому [7]. О наличии таких переходов можно догадаться, если перейти от разрывных решений к пределу волн малой амплитуды и проследить за диаграммами их фазовых скоростей [29, 69]. Наклонным ударным волнам соответствуют в этом пределе быстрая и медленная магнитозвуковые волны, а вращательному разрыву — альвеновская волна.

При наличии переходных решений классификация разрывов в МГД может иметь лишь условный характер.

Действительно, разрыв данного типа может непрерывным образом перейти в разрыв другого типа при плавном изменении параметров набегающего потока плазмы и магнитного поля. Как будет показано в разделе 4, изменение типа разрыва может осуществляться при переходе от одной точки на поверхности разрыва к другой точке. В любом случае, в силу возможности плавного перехода между разрывами различных типов, за основу их классификации принимаются локальные *внешние признаки* течения вблизи плоскости разрыва: наличие или отсутствие перпендикулярных к плоскости (т.е. нормальных) составляющих скорости v_x и магнитного поля B_x , непрерывность или скачок плотности ρ . По отношению к этим признакам закон сохранения энергии (8) является дополнительным условием: при найденных значениях магнитного поля, поля скоростей и скачка плотности уравнение (8) определяет скачок внутренней энергии ϵ .

Перед тем как начинать поиск переходных решений, необходимо установить, при каких условиях образуются те или иные типы разрывов. Не ограничивая общности рассмотрения, повернём систему координат относительно оси x так, чтобы компонента скорости равнялась нулю, $v_{z1} = 0$. Тогда, подставляя (1) в (6) и используя (2), получим уравнение

$$\frac{B_x}{4\pi} \{B_z\} = \rho v_x v_{z2}. \quad (9)$$

Рассмотрим некоторые простые частные решения этого уравнения (рис. 3):

1. Если $B_x = 0$ и $v_x = 0$, т.е. магнитное поле не проникает через разрыв, и перетекание плазмы также отсутствует, то из уравнения (9) следует, что величины $\{B_z\}$ и v_{z2} являются произвольными. Соотношения (3) и (5) также

говорят о произвольности $\{v_y\}$ и $\{B_y\}$. А из уравнения (7) следует, что давление и напряжённость магнитного поля связаны условием непрерывности полного давления:

$$\left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0.$$

Это решение соответствует классическому тангенциальному разрыву (рис. 3а).

2. Если $B_x = 0$, но $v_x \neq 0$ (тогда из (9) имеем $v_z = 0$), то магнитное поле параллельно поверхности разрыва и, как видно из (2)–(4), меняется по величине за счёт перетекания плазмы и её сжатия в силу условия вмороженности:

$$\left\{ \frac{\mathbf{B}}{\rho} \right\} = 0.$$

Разрыв такого типа — перпендикулярная ударная волна (рис. 3б), тоже хорошо известная в МГД. Она представляет собой обычную гидродинамическую волну сжатия, распространяющуюся перпендикулярно направлению магнитного поля и сжимающую плазму вместе с вмороженным в неё магнитным полем.

3. Пусть $B_x \neq 0$ и $v_x = 0$ (а значит, в соответствии с (9) $\{B_z\} = 0$), тогда из (3)–(5) имеем непрерывность компонент v_y , v_z и B_y . Направление магнитного поля при прохождении разрыва не меняется, однако может измениться величина плотности. Это — контактный разрыв (рис. 3в).

4. Если же и $B_x \neq 0$, и $v_x \neq 0$, то подстановка значения $v_z = 0$ в (9) даёт $\{B_z\} = 0$. В результате уравнение (4) преобразуется к виду

$$B_z \{v_x\} = 0.$$

Оно, естественно, допускает два различных решения.

(а) Рассмотрим сначала решение $\{v_x\} = 0$. Подстановка этого условия в (2) даёт новое условие $\{\rho\} = 0$, которое при наличии перетекания плазмы (поскольку $v_x \neq 0$), соответствует альвеновской ударной волне. Используя соотношение $\{B_z\} = 0$ и предполагая $\{p\} = 0$ вследствие равенства нулю всех других термодинамических величин, перепишем уравнение (7) в виде $\{B_y^2\} = 0$. Если $\{B_y\} = 0$, то в среде не происходит никаких изменений и разрыв отсутствует. Поэтому $B_{y2} = -B_{y1}$ (рис. 3г).

(б) Решение $B_z = 0$ приводит нас к двумерной картине разрыва: векторы скорости и магнитного поля лежат в одной плоскости, ортогональной плоскости разрыва (см. рис. 2).

Таким образом, отсутствие или наличие перетекания плазмы и проникания магнитного поля через поверхность разрыва позволяет определить перечисленные типы разрывов (подробнее об их свойствах см., например, в [7, 69]). Описание многих разрывных течений значительно упрощается при переходе в систему координат, часто называемую системой де Хофмана – Теллера. Такая система координат движется вдоль плоскости разрыва со скоростью

$$\mathbf{u}_{\text{HT}} = \mathbf{v} - \frac{v_x}{B_x} \mathbf{B},$$

вследствие чего векторы $\mathbf{v}$ и $\mathbf{B}$ становятся параллельны друг другу. В частности, альвеновский разрыв при этом

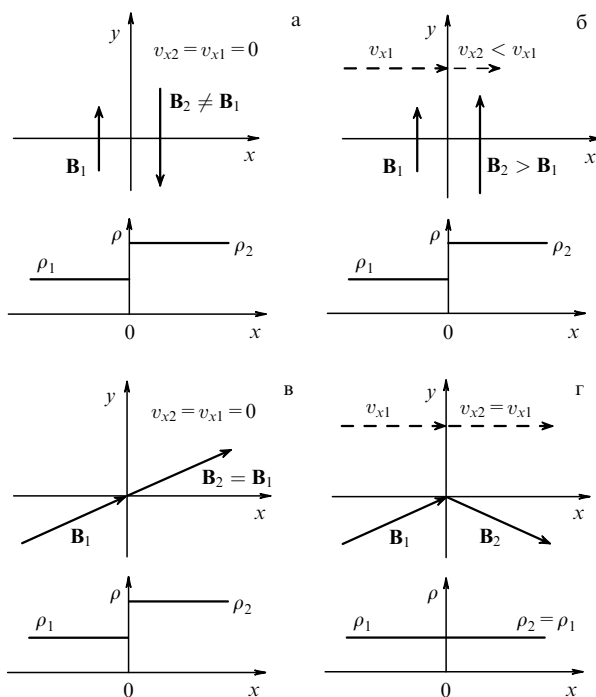


Рис. 3. Схематические изображения разрывов в проекции на плоскость (x, y) : (а) тангенциальный разрыв, (б) перпендикулярная ударная волна, (в) контактный разрыв, (г) альвеновская ударная волна.

описывается как поворот вектора напряжённости магнитного поля на некоторый угол вокруг оси x с сохранением его модуля, а все наклонные разрывные течения (с магнитным полем, расположенным под углом к плоскости разрыва) оказываются двумерными. Из-за ограничения $B_x \neq 0$ система де Хофмана – Теллера неприменима на тангенциальном разрыве и перпендикулярной ударной волне, поэтому не будет нами рассматриваться.

Однако зная, что все разрывные течения, кроме тангенциального и альвеновского разрывов и перпендикулярной ударной волны, могут быть приведены к двумерному виду, начнём рассмотрение системы граничных условий с двумерного случая. Далее в разделе 2.2, задавшись целью найти характерный параметр, который позволил бы выделить отдельные виды плоских разрывных течений, рассмотрим подробнее случай, обозначенный выше как 4 (б).

Сначала (до раздела 4) будем исследовать только классификационные признаки разрывных течений. Поэтому уравнение (8) пока не потребуется. В рамках такого подхода двумерные разрывные течения, для которых $v_z = 0$ и $B_z = 0$, будут описываться пятью граничными условиями:

$$\begin{aligned} \{B_x\} = 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \quad \left\{ \rho v_x v_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right\} &= 0, \\ \{v_x B_y - v_y B_x\} = 0, \quad \left\{ \rho v_x^2 + p + \frac{B_y^2}{8\pi} \right\} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Исходя из этих уравнений, в разделе 2.2 будем изучать изменение магнитного поля на разрыве.

2.2. Наклон линий магнитного поля

Классификация двумерных разрывных течений проводится по поведению поля скоростей и магнитного поля вблизи поверхности разрыва в том или ином предположении относительно скачка плотности. Поскольку в идеальной МГД скорость течения плазмы связана с магнитным полем условием вмороженности, за основу классификации может быть взят характер изменения магнитного поля при пересечении поверхности разрыва. Такое изменение можно описать углами между линией магнитного поля (точнее говоря, касательной, проведённой к этой линии в точке пересечения разрыва, если магнитное поле имеет некоторую кривизну) и нормалью, опущенной на разрыв слева (вверх по течению) и справа (вниз по течению) (см. рис. 2). Будем называть эти углы углами наклона магнитного поля. По разные стороны разрыва углы наклона в общем случае будут иметь различные величины. Чтобы найти удобный параметр, характеризующий тип разрывного течения, сначала установим вид зависимости между этими углами. Для этого необходимо из граничных условий (10) получить связь между тангенциальными компонентами магнитного поля, а затем, пользуясь условием (1), перейти к тангенсам углов наклона.

Следуя [70], введём новые переменные $r = 1/\rho$ и $m = \rho v_x$. Затем придадим системе уравнений (10) линейный вид относительно скачков $\{v_x\}$, $\{v_y\}$, $\{r\}$ и $\{B_y\}$. Для этого подставим первое уравнение системы (10) в третье и четвёртое, а также вынесем за фигурные скобки сохраняющиеся при переходе через разрыв величины. Полу-

чим

$$\begin{aligned} \{v_x\} - m\{r\} &= 0, \quad m\{v_y\} - \frac{B_x}{4\pi} \{B_y\} = 0, \\ \tilde{B}_y \{v_x\} - B_x \{v_y\} + m\tilde{r} \{B_y\} &= 0, \\ m\{v_x\} + \{p\} + \frac{\tilde{B}_y}{4\pi} \{B_y\} &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь и везде далее тильдой помечены средние значения величин, в частности, $\tilde{r} = (r_1 + r_2)/2$.

Для существования нетривиальных решений линейной системы уравнений (11) необходимо, чтобы детерминант, составленный из её коэффициентов, равнялся нулю:

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & m & 0 \\ 0 & m & 0 & -\frac{B_x}{4\pi} \\ \tilde{B}_y & -B_x & 0 & m\tilde{r} \\ m & 0 & \frac{\{p\}}{\{r\}} & \frac{\tilde{B}_y}{4\pi} \end{vmatrix} = 0.$$

Раскроем детерминант:

$$\frac{\{p\}}{\{r\}} \left(\frac{B_x^2}{4\pi} - m^2 r \right) + m^2 \left(\frac{B_x^2}{4\pi} + \frac{\tilde{B}_y^2}{4\pi} - m^2 r \right) = 0.$$

Поскольку величина m^2 не может быть отрицательной, последнее уравнение налагает ограничения на допустимые значения потока массы m :

$$m^2 = -\frac{\{p\}}{\{r\}} \frac{m^2 - B_x^2/4\pi\tilde{r}}{m^2 - (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}}. \quad (12)$$

Ввиду того что в силу теоремы Цемплена в МГД (см., например, [66])

$$\{r\} = \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \rho_2} < 0,$$

а также что давление p возрастает с увеличением плотности ρ для большинства реальных веществ, должно выполняться одно из неравенств:

$$m^2 < \frac{B_x^2}{4\pi\tilde{r}} \quad (13)$$

или

$$m^2 > \frac{B_x^2 + \tilde{B}_y^2}{4\pi\tilde{r}}. \quad (14)$$

Найдём фундаментальную систему решений линейных уравнений (11). Базисный минор

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & m \\ 0 & m & 0 \\ \tilde{B}_y & -B_x & 0 \end{vmatrix} \neq 0$$

определяет три линейно независимых уравнения:

$$\begin{aligned} mC_3 &= C_1, \quad mC_2 = \frac{B_x}{4\pi} C_4, \\ \tilde{B}_y C_1 - B_x C_2 &= -m\tilde{r} C_4. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{\tilde{B}_y} \left(\frac{B_x^2}{4\pi m} - m\tilde{r} \right) C_4, \\ C_2 &= \frac{B_x}{4\pi m} C_4, \\ C_3 &= \frac{1}{m\tilde{B}_y} \left(\frac{B_x^2}{4\pi m} - m\tilde{r} \right) C_4. \end{aligned}$$

Таким образом, решение системы уравнений (11) имеет вид

$$\begin{aligned} \{v_x\} &= C_4 \frac{1}{\tilde{B}_y} \left(\frac{B_x^2}{4\pi m} - m\tilde{r} \right), \\ \{v_y\} &= C_4 \frac{B_x}{4\pi m}, \\ \{r\} &= C_4 \frac{1}{m\tilde{B}_y} \left(\frac{B_x^2}{4\pi m} - m\tilde{r} \right), \quad \{B_y\} = C_4. \end{aligned}$$

Окончательно имеем

$$\begin{aligned} \{v_x\} &= Cm \left(\frac{B_x^2}{4\pi} - m^2 \tilde{r} \right), \\ \{v_y\} &= Cm \frac{B_x \tilde{B}_y}{4\pi}, \\ \{r\} &= C \left(\frac{B_x^2}{4\pi} - m^2 \tilde{r} \right), \\ \{B_y\} &= Cm^2 \tilde{B}_y. \end{aligned} \quad (15)$$

Постоянную C найдём, подставив в уравнение для x -компоненты потока импульса из системы (11) полученные выражения для $\{v_x\}$ и $\{B_y\}$:

$$C = -\frac{\{p\}}{m^2} \left(\frac{B_x^2 + \tilde{B}_y^2}{4\pi} - m^2 \tilde{r} \right)^{-1}.$$

Рассмотрим два последних уравнения системы (15). Исключив из них константу C , найдём зависимость между тангенциальными составляющими магнитного поля:

$$\{B_y\} = \frac{m^2 \{r\}}{B_x^2/4\pi - m^2 \tilde{r}} \tilde{B}_y.$$

Затем, раскрыв соотношения

$$\begin{aligned} \{B_y\} &= B_{y2} - B_{y1}, \\ \tilde{B}_y &= \frac{1}{2} (B_{y2} + B_{y1}), \end{aligned}$$

имеем

$$B_{y2} = \frac{2(B_x^2/4\pi - m^2 \tilde{r}) + m^2 \{r\}}{2(B_x^2/4\pi - m^2 \tilde{r}) - m^2 \{r\}} B_{y1}. \quad (16)$$

Разделим обе части (16) на B_x , чтобы получить искомое соотношение между углами наклона магнитного поля по разные стороны от поверхности разрыва:

$$\tan \theta_2 = \frac{2(B_x^2/4\pi - m^2 \tilde{r}) + m^2 \{r\}}{2(B_x^2/4\pi - m^2 \tilde{r}) - m^2 \{r\}} \tan \theta_1. \quad (17)$$

Теперь перепишем это уравнение, также раскрыв скачки $\{r\}$ и средние значения $\tilde{r}$:

$$\tan \theta_2 = \frac{m^2 4\pi r_1/B_x^2 - 1}{m^2 4\pi r_2/B_x^2 - 1} \tan \theta_1.$$

Введём обозначения

$$m_{\text{off}}^2 = \frac{B_x^2}{4\pi r_1}, \quad m_{\text{on}}^2 = \frac{B_x^2}{4\pi r_2}.$$

Далее будет показано, что m_{off} и m_{on} — величины потока массы через волну выключения и волну включения соответственно. Отметим, что $m_{\text{off}} \leq m_{\text{on}}$, так как по теореме Цемплена [66] на разрыве $r_2 \leq r_1$. Уравнение, связывающее углы наклона магнитного поля, принимает простой вид:

$$\tan \theta_2 = \frac{m^2/m_{\text{off}}^2 - 1}{m^2/m_{\text{on}}^2 - 1} \tan \theta_1. \quad (18)$$

Теперь введём обозначения

$$m_A^2 = \frac{B_x^2}{4\pi \tilde{r}}, \quad m_{\perp}^2 = \frac{\tilde{B}_y^2}{4\pi \tilde{r}},$$

чтобы упростить запись условий (14) и (13):

$$m^2 < m_A^2, \quad (19)$$

$$m^2 > m_A^2 + m_{\perp}^2. \quad (20)$$

Величины m_{off} , m_A и m_{on} похожи на поток плазмы, движущийся с альвеновской скоростью $V_A = B_x/\sqrt{4\pi\rho}$, и становятся таковыми, если $\rho_1 = \rho_2$. При $m \rightarrow m_A$ происходит изменение знака (обращение) тангенциальной компоненты магнитного поля. Такую же конфигурацию линии магнитного поля принимают на плоском (двумерном) альвеновском разрыве, если вектор магнитного поля за плоскостью разрыва поворачивается вокруг оси x на угол π . При $m \rightarrow m_A$ создаются условия для перехода к альвеновскому разрыву. Так как $r_2 \leq \tilde{r} \leq r_1$, то

$$m_{\text{off}} \leq m_A \leq m_{\text{on}}. \quad (21)$$

Отметим, что величины m_{off} , m_A и m_{on} не являются независимыми, а связаны соотношением

$$m_A^2 = \frac{2m_{\text{on}}^2 m_{\text{off}}^2}{m_{\text{on}}^2 + m_{\text{off}}^2}. \quad (22)$$

Чтобы в этом убедиться, раскроем среднее значение $\tilde{r}$ в выражении для m_A^2 :

$$m_A^2 = \frac{B_x^2}{4\pi} \frac{1}{\tilde{r}} = \frac{B_x^2}{4\pi} \frac{2}{r_1 + r_2} = \frac{B_x^2}{4\pi} \frac{2(1/r_1)(1/r_2)}{1/r_1 + 1/r_2} = \frac{2m_{\text{on}}^2 m_{\text{off}}^2}{m_{\text{on}}^2 + m_{\text{off}}^2}.$$

Домножим и разделим выражение для $m_{\perp}$ на B_x^2 , в результате получим

$$m_{\perp}^2 = \frac{B_x^2}{4\pi \tilde{r}} \left(\frac{\tilde{B}_y}{B_x} \right)^2.$$

Правая часть этого уравнения содержит в себе величину m_A и тангенсы углов наклона магнитного поля:

$$m_{\perp}^2 = \frac{m_A^2}{4} (\tan \theta_2 + \tan \theta_1)^2. \quad (23)$$

Следовательно, в отличие от m_{off} , m_A и m_{on} , параметр $m_{\perp}$ зависит не только от соотношения плотностей на разрыве, но и от конфигурации магнитного поля.

В разделе 3.3 будет показано, что $m_{\perp}$ — минимальный поток плазмы, при котором возможен переход к перпендикулярной ударной волне.

2.3. Классификация разрывов по потоку вещества

Формула (18) демонстрирует, что подходящим параметром для идентификации различных типов разрывных МГД-течений служит величина потока массы m через поверхность разрыва, точнее говоря, её квадрат m^2 . (Кроме того, поток массы пропорционален скорости магнитного пересоединения, что существенно, например, для астрофизических приложений.) Эта величина неотрицательна. Область её значений (при прочих равных условиях и наличии на разрыве скачка плотности) делится на несколько отрезков в соответствии с неравенствами (21). На каждом отрезке реализуется своя характерная конфигурация магнитного поля.

Исходя из сказанного и формулы (18), рассмотрим функцию $\theta_2 = \arctan(a \tan \theta_1)$ при различных допустимых значениях коэффициента

$$a = \frac{m^2/m_{\text{off}}^2 - 1}{m^2/m_{\text{on}}^2 - 1},$$

показывающего, как изменяется тангенциальная составляющая магнитного поля при переходе через поверхность разрыва [9]. Воспользуемся тем, что при наличии на разрыве скачка плотности выполняются неравенства (21). Рассмотрим поведение функции в нуле, в точках m_{off} , m_A , m_{on} и на лежащих между ними отрезках потока массы.

Как следует из (18), при $m = 0$ коэффициент $a = 1$. Сохраняется угол наклона линий магнитного поля ($\theta_1 = \theta_2$). Следовательно, сохраняется и величина тангенциальной компоненты поля: $\{B_y\} = 0$. При этом, как видно из системы (11), на разрыве также отсутствуют скачки $\{v_x\}$, $\{v_y\}$ и $\{p\}$. Однако при переходе через разрыв температура и плотность плазмы могут измениться. Это двумерный вариант контактного разрыва, рассмотренного в разделе 2.1 (рис.3в).

На отрезке $0 < m < m_{\text{off}}$ выполняются неравенства $0 < a < 1$. Следовательно, $0 < \theta_2 < \theta_1$. Это значит, что напряжённость магнитного поля при пересечении поверхности разрыва становится меньше. Так ведёт себя магнитное поле на медленной ударной волне (рис. 4а).

Подстановка в формулу (18) $m = m_{\text{off}}$ даёт $a = 0$. Тангенциальная компонента магнитного поля при переходе через разрыв становится равной нулю, как и должно быть на волне выключения (рис. 4б).

На отрезке $m_{\text{off}} < m < m_A$ верны неравенства $-1 < a < 0$. Медленная ударная волна меняет направление тангенциальной составляющей магнитного поля, как показано на рис. 4в.

При $m = m_A$ коэффициент $a = -1$. Чтобы в этом убедиться, нужно воспользоваться формулой (22), подставив её в формулу для a . Имеет место обращение тангенциальной компоненты магнитного поля, причём абсолютная её величина сохраняется. Такую же картину поля может давать частный случай плоской альвеновской ударной волны, если выполнено условие $\{\rho\} = 0$. Схематическое изображение такой волны дано в разделе 2.1 на рис. 3г.

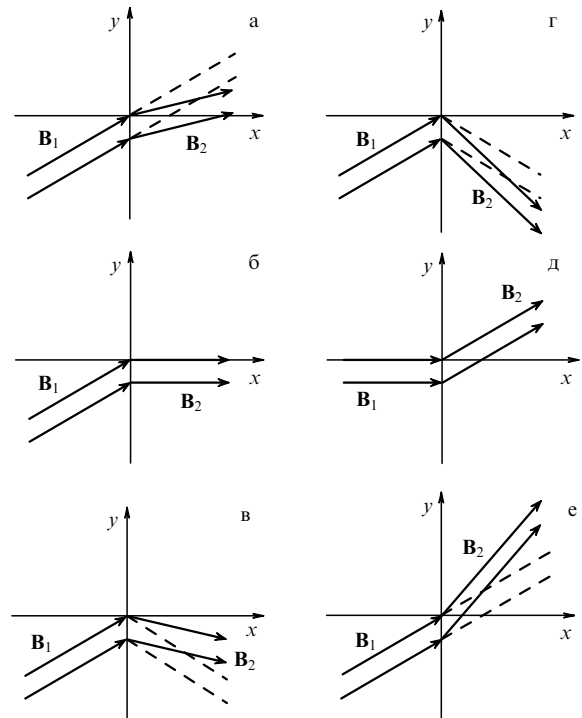


Рис. 4. Наклонные ударные МГД-волны: (а) медленная ударная волна, (б) волна выключения, (в) медленная волна, обращающая тангенциальную компоненту магнитного поля, (г) трансальвеновская ударная волна, (д) волна включения, (е) быстрая ударная волна.

Подстановка в формулу (18) любого значения величины m из отрезка $m_A < m < m_{\text{on}}$ даёт соотношение $a < -1$. Напряжённость поля по модулю возрастает, но тангенциальная составляющая меняет знак. Так ведёт себя трансальвеновский разрыв (рис. 4г).

При значении $m = m_{\text{on}}$ величина $a \rightarrow \pm \infty$. Другими словами, допускается возможность появления тангенциальной компоненты поля за разрывом при её отсутствии перед разрывом. Это — волна включения (рис. 4д).

Наконец, если $m > m_{\text{on}}$, то $a > 1$. Следовательно, $\theta_2 > \theta_1 > 0$. При пересечении разрыва возрастает напряжённость магнитного поля, как и должно быть в быстрой ударной волне (рис. 4е).

Перечисленные варианты поведения магнитного поля показаны в виде графиков функции $\theta_2 = \arctan(a \tan \theta_1)$ на рис. 5 для углов $\theta_1 \in [0; \pi/2]$. Случай $\theta_1 \in [-\pi/2; 0]$ можно получить поворотом системы координат вокруг оси x на угол π .

Теперь рассмотрим предельные значения угла θ_1 .

1. Магнитное поле перпендикулярно поверхности разрыва, т.е. $\theta_1 \rightarrow 0$. Угол θ_2 может принимать значения $[0; \pi/2)$. Нулевое значение угол θ_2 принимает в любом режиме при $\theta_1 \rightarrow 0$. Образуется параллельная ударная волна. Она представляет собой гидродинамическую ударную волну (рис. 1б), распространяющуюся вдоль линий магнитного поля. Что касается значений $\theta_2 \in (0; \pi/2)$, то они соответствуют волне включения при определённых значениях ρ_1 и ρ_2 .

2. Магнитное поле параллельно поверхности разрыва, т.е. $\theta_1 \rightarrow \pi/2$. Угол θ_2 принимает значения $\theta_2 = \pm \pi/2$. Векторы напряжённости магнитного поля параллельны плоскости разрыва и, более того, имеют одинаковое направление, находясь по разные стороны разрыва.

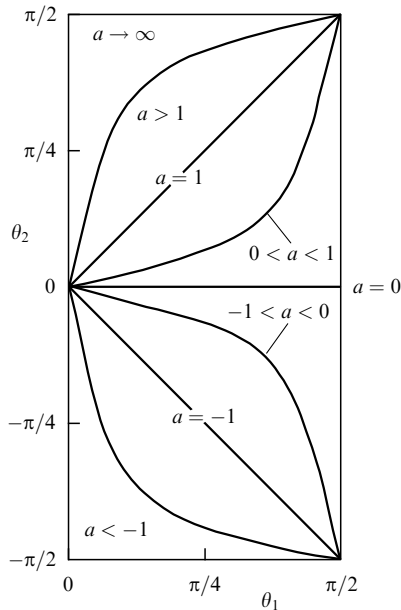


Рис. 5. Возможные соотношения между углами θ_1 и θ_2 для различных типов разрывных МГД-течений.

Данными свойствами обладают двумерный тангенциальный разрыв и перпендикулярная ударная волна.

Может возникнуть вопрос: раз классификация разрывов имеет столь условный характер, зависящий от геометрического соотношения между углами наклона линий магнитного поля, не может ли измениться тип наблюдаемого разрывного течения при смене одной используемой системы координат на другую? Пусть штрихованная система координат движется относительно лабораторной (нештрихованной) с постоянной скоростью $\mathbf{u}$ вдоль плоскости разрыва, так что направления осей в обеих системах совпадают. Обозначим компоненту поля $\mathbf{B}$, параллельную вектору относительной скорости $\mathbf{u}$, через $B_{\parallel}$, а перпендикулярную — через $B_{\perp}$. Тогда можно записать формулы преобразования Лоренца для магнитного поля следующим образом:

$$\mathbf{B}_{\parallel} = \mathbf{B}'_{\parallel},$$

$$\mathbf{B}_{\perp} = \left(\mathbf{B}'_{\perp} + \frac{1}{c} [\mathbf{u} \times \mathbf{E}'] \right) \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right)^{-1/2}.$$

Пусть движущаяся (штрихованная) система координат есть система де Хофмана–Теллера, т.е. система координат, в которой $\mathbf{E}' = 0$. Тогда, взяв отношение параллельной компоненты поля к перпендикулярной, получим преобразование углов в движущейся (штрихованной) и лабораторной (нештрихованной) системах координат в виде

$$\tan \theta' = \tan \theta \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}.$$

Преобразование углов имеет одинаковый вид по обе стороны от поверхности разрыва, а значит, не может изменить качественное соотношение между углами θ_1 и θ_2 . Равные углы остаются равными, больший угол остаётся большим. Более того, в нерелятивистском пределе углы просто сохраняются.

Для того чтобы сравнить две системы, движущиеся друг относительно друга с некоторой скоростью, при которой величина электрического поля не равна нулю, достаточно перейти от обеих систем к системе де Хофмана–Теллера, а затем сравнить результаты:

$$\tan \theta' \sqrt{1 - \frac{(u_{\text{HT}} - u)^2}{c^2}} = \tan \theta \sqrt{1 - \frac{u_{\text{HT}}^2}{c^2}}.$$

Здесь u и u_{HT} — значения скоростей движения новой системы отсчёта и системы де Хофмана–Теллера относительно "лабораторной" системы. Опять приходим к тому же выводу, что качественные соотношения между углами θ_1 и θ_2 не меняются. Таким образом, полученное выше графическое представление допустимых соотношений между углами на поверхности разрыва (см. рис. 5) может быть применено непосредственно в "лабораторной" системе координат. Воспользуемся этим в разделе 3 при рассмотрении задачи о магнитном пересоединении.

3. Непрерывные переходы между магнитогидродинамическими разрывами

3.1. Условия для переходов

В разделе 1 установлено, что каждому типу двумерных разрывных течений соответствует определённая область на оси потоков массы m , точнее говоря, m^2 . Следовательно, непрерывные переходы возможны только между разрывами, расположенными в непосредственной близости друг от друга на этой оси. В противном случае для перехода было бы необходимо скачкообразное изменение величины потока вещества. Вид зависимости $\theta_2(m^2, \theta_1)$ удобно задавать двумя параметрами m_{off} и m_{on} , хотя можно это сделать иначе, задав, например, величины ρ_1 и ρ_2 . Чтобы найти значения магнитного поля из распределения углов, кроме того, понадобится знание величины B_x .

Нас интересуют классификационные признаки разрывных течений, т.е. качественные изменения соотношения между углами θ_1 и θ_2 при варьировании m^2 . Поэтому будем рассматривать формулу (18) пока без каких-либо конкретных приложений к определённым физическим условиям в плазме. Значения параметров уравнения (18) выберем из соображений наглядности и простоты. Величины m_A и $m_{\perp}$ определяются из формул (22) и (23). Пусть значения ρ_1 и ρ_2 соотносятся как 1:2. Тогда значения m_{off}^2 , m_A^2 и m_{on}^2 будут соотноситься как 3:4:6. Исходя из этого, квадрат потока массы будем измерять в единицах $m_A^2/4$.

На рисунке 6 показаны графики зависимости $\theta_2(m^2)$ для трёх значений угла падения магнитного поля на разрыв: $\theta_1 = 5^\circ, 25^\circ, 45^\circ$ [71]. Видим, что кривые $\theta_2(m^2)$ ведут себя одинаковым образом. Во-первых, все они пересекаются в одной точке при $m^2 = m_{\text{off}}^2 = 3$. Во-вторых, для каждой кривой $\theta_2 \rightarrow -\theta_1$ при $m^2 \rightarrow m_A^2 = 4$. В-третьих, на всех кривых имеется область, не удовлетворяющая условиям (19), (20). Располагается эта область в окрестности точки $m^2 = m_{\text{on}}^2 = 6$.

Выделим на рис. 6 четыре области, для каждой из которых характерно своё поведение зависимости $\theta_2(m^2)$. В области I ($0 < m^2 < 3$) с увеличением m^2 происходит уменьшение составляющей B_{y2} вектора $\mathbf{B}_2$ магнитного поля. При этом $0 < \theta_2 < \theta_1$, т.е. при переходе через поверхность разрыва тангенциальная составляющая

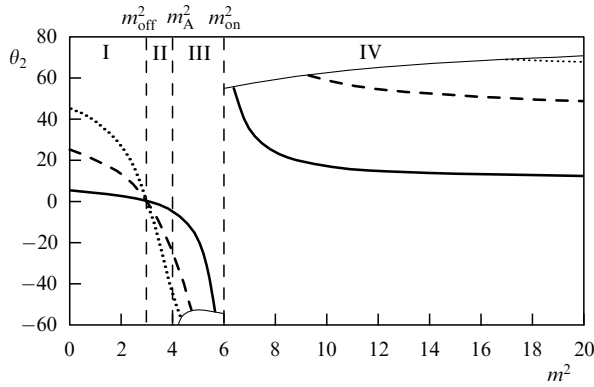


Рис. 6. Зависимость угла наклона магнитного поля θ_2 за плоскостью разрыва от квадрата потока массы m^2 при различных значениях угла θ_1 . Случай $\theta_1 = 5^\circ$ обозначен сплошной линией, $\theta_1 = 25^\circ$ — штриховой, $\theta_1 = 45^\circ$ — пунктирной. Все графики $\theta_2(m^2)$ для разных θ_1 оканчиваются на кривой, нанесённой тонкой линией.

магнитного поля уменьшается. В точке $m^2 = 3$ при пересечении плоскости разрыва тангенциальная компонента B_{y2} становится равной нулю.

В области II ($3 < m^2 < 4$) компонента B_{y2} отрицательна и увеличивается по модулю, но теперь $-\theta_1 < \theta_2 < 0$. В области III ($4 < m^2 < 6$), как и в области II, при пересечении плоскости разрыва тангенциальная компонента B_y меняет знак. Однако теперь B_y увеличивается по модулю ($\theta_2 < -\theta_1$). Наконец, в области IV ($m^2 > 6$) происходит усиление магнитного поля ($\theta_2 > \theta_1$) с сохранением знака.

На границе областей II и III $m^2 = m_A^2$. Область определения функции $\theta_2(m^2, \theta_1)$ слева от величины m_A^2 задаётся условием (19), а справа — условием (20). Поскольку при $m^2 \rightarrow m_A^2$ величина $\tilde{B}_y^2 \rightarrow 0$, условие (20) преобразуется к виду $m^2 > m_A^2$. Поэтому функция $\theta_2(m^2, \theta_1)$ как в области II, так и в области III определена вблизи значения m_A^2 (см. рис. 6). Однако при увеличении m^2 возрастает и правая часть неравенства (20). При некотором значении m^2 в области III эти величины становятся равными. Имеет место максимально сильная (в наибольшей степени увеличивающая энергию магнитного поля) трансальвеновская ударная волна. При дальнейшем увеличении потока массы значение m^2 не может удовлетворить условиям (19), (20) до тех пор, пока m^2 вновь не сравняется с $m_A^2 + m_\perp^2$. Происходит это в области IV, где наблюдается наиболее сильная быстрая ударная волна.

Получим уравнение кривой, на которой лежат свободные концы графиков, а значит, и наиболее сильные для данного соотношения между плотностями плазмы ρ_1 и ρ_2 быстрые и трансальвеновские ударные волны. Приравняем m^2 к правой части условия (14):

$$m^2 = \frac{B_x^2 + \tilde{B}_y^2}{4\pi\tilde{r}}.$$

Отсюда найдём величину

$$B_{y1} = \pm 2 \sqrt{4\pi\tilde{r}m^2 - B_x^2} - B_{y2},$$

где знак "—" соответствует области III ($m_A < m < m_{on}$), а знак "+" — области IV ($m > m_{on}$). Разделим левую и

правую части полученного уравнения на B_x . Имеем

$$\tan \theta_1 = \pm 2 \sqrt{\frac{m^2}{m_A^2} - 1} - \tan \theta_2. \quad (24)$$

Подставив выражение (24) в (18), получим уравнение искомой кривой:

$$\tan \theta_2 = \pm 2 \frac{m^2/m_{off}^2 - 1}{m^2/m_{off}^2 + m^2/m_{on}^2 - 2} \sqrt{\frac{m^2}{m_A^2} - 1}.$$

Упростим последнее уравнение, воспользовавшись соотношением (22). Имеем

$$\tan \theta_2 = \pm \frac{m^2/m_{off}^2 - 1}{\sqrt{m^2/m_A^2 - 1}}. \quad (25)$$

График кривой (25) показан на рис. 6 тонкой линией.

При дальнейшем увеличении потока массы тангенс угла наклона магнитного поля за плоскостью разрыва асимптотически стремится сверху к значению

$$\tan \theta_2 = \frac{m_{on}^2}{m_{off}^2} \tan \theta_1,$$

или, если раскрыть величины m_{off} и m_{on} ,

$$\tan \theta_2 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \tan \theta_1. \quad (26)$$

Домножим обе части уравнения (26) на B_x , получим

$$B_{y2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} B_{y1}. \quad (27)$$

Подобный вид зависимости между значениями напряжённости магнитного поля по разные стороны поверхности разрыва имеет перпендикулярная ударная волна. Это связано с возможностью непрерывного перехода между быстрой и перпендикулярной ударными волнами, который будет рассмотрен в разделе 3.3. В следующем разделе приступим к изучению переходов, осуществляющихся при изменении величины потока массы.

3.2. Переходы при изменении потока вещества

Рисунок 6 демонстрирует, как при постепенном увеличении потока плазмы меняется характер соотношения между углами наклона магнитного поля, а следовательно, и тип разрывного МГД-течения. При $m^2 = 0$ расположен контактный разрыв (C). Области I и II отвечают медленным ударным МГД-волнам, соответственно не обращаемым ($S_-^\perp$) и обращаемым ($S_+^\perp$) тангенциальную компоненту магнитного поля. Разделяет их волна выключения (S_{off}). На границе областей II и III выполняются условия для формирования альвеновского разрыва (A). Область III занимают трансальвеновские ударные волны (Tr), а область IV — быстрые ударные волны (S_+). Волна включения (S_{on}) может образоваться на границе областей III и IV.

В любом из перечисленных вариантов переходные решения для разрывных течений, соответствующих соседним областям, реализуются при значении квадрата потока массы, разграничивающем на координатной плоскости (см. рис. 6) эти две области. Будем рассматривать последовательно все граничащие пары разрывов

различных типов и искать для каждой из этих пар переходное решение. Начнём поиск с величины потока массы, равной нулю, а затем будем следовать за её увеличением.

При нулевом потоке массы реализуется контактный разрыв. К нему примыкает область I, занимаемая медленными ударными волнами. Поэтому переход от контактного разрыва при непрерывном изменении потока массы возможен только к медленной ударной волне из всего набора двумерных разрывных течений, описанных выше. Убедимся в этом.

Полная система граничных условий на медленной ударной волне совпадает с общими уравнениями наклонных волн, которые следуют из полной системы уравнений (1)–(8) при $v_z = 0$ и $B_z = 0$:

$$\begin{aligned} B_z &= 0, \quad v_z = 0, \\ \{B_x\} &= 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \\ \left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right\} &= 0, \\ \left\{ \rho v_x \left(\frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right) + \frac{B_y}{4\pi} (v_x B_y - v_y B_x) \right\} &= 0, \\ \{v_x B_y - v_y B_x\} &= 0, \quad \left\{ \rho v_x v_y - \frac{1}{4\pi} B_x B_y \right\} = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Представленное на рис. 6 решение этих уравнений в области I действительно соответствует медленной ударной волне ($S_1^\perp$), которая не меняет знак тангенциальной составляющей магнитного поля. В этом легко убедиться при малых m^2 . Например, из формулы (18), которая применима в условиях двумерных разрывных течений типа (28), следует, что

$$\tan \theta_2 \approx \left(1 - \frac{m^2}{m_{\text{off}}^2} + \frac{m^2}{m_{\text{on}}^2} \right) \tan \theta_1,$$

т.е. благодаря неравенствам (21) $0 < \theta_2 < \theta_1$, как и должно быть в медленной ударной волне. Более того, при $m^2 \rightarrow 0$, т.е. $v_x \rightarrow 0$, имеем $\theta_2 \rightarrow \theta_1$, что является естественным предельным случаем для слабой медленной ударной волны.

Покажем, что при $m = 0$, т.е. когда $v_x = 0$, граничные условия (28) удовлетворяют и контактному разрыву. Действительно, подстановка $v_x = 0$ в систему (28) даёт

$$\begin{aligned} B_z &= 0, \quad v_z = 0, \quad v_x = 0, \\ \{B_x\} &= 0, \quad \{v_y\} = 0, \\ \{B_y\} &= 0, \quad \{p\} = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Из граничных условий (29) следует, что напряжённость магнитного поля непрерывна, $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2$, а скачок плотности $\{\rho\}$ не равен нулю, как и должно быть на контактном разрыве. Таким образом, система уравнений (29) описывает одновременно и медленную ударную волну в пределе $v_x \rightarrow 0$, и контактный разрыв, т.е. является переходным решением.

Вернемся к рис. 6. Область II, так же как и область I, соответствует медленным ударным волнам, однако в области II при пересечении поверхности разрыва происходит изменение знака тангенциальной составляющей магнитного поля. На границе этих областей $m = m_{\text{off}}$. При такой величине потока массы в соответствии с

формулой (18) за разрывом магнитное поле перпендикулярно к плоскости разрыва. При прочих равных условиях это справедливо для любого начального угла θ_1 , что соответствует пересечению кривых на рис. 6. Такие признаки определяют ударную волну выключения. Следовательно, переход между медленной ударной волной, не обращающей тангенциальную компоненту поля (область I на рис. 6), и волной, обращающей (область II) осуществляется через волну выключения. Чтобы найти граничные условия этого перехода, подставим полученное из (18) при $m = m_{\text{off}}$ условие $B_{y2} = 0$ в систему уравнений наклонных волн (28). Получим

$$\begin{aligned} B_z &= 0, \quad v_z = 0, \quad B_{y2} = 0, \\ \{B_x\} &= 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \\ \{p + \rho v_x^2\} &= \frac{B_{y1}^2}{8\pi}, \\ \left\{ \frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right\} &= \{v_y\} v_{y2}, \\ B_x \{v_y\} &= -v_{x1} B_{y1}, \quad \rho v_x \{v_y\} = -\frac{1}{4\pi} B_x B_{y1}. \end{aligned} \quad (30)$$

Следующее переходное решение будем искать на правой границе области II при $m = m_A$. Соответствующий переход будет осуществляться между медленной ударной волной, обращающей тангенциальную компоненту магнитного поля ($S_1^\perp$), и течением, тип которого необходимо установить. Уравнение (12) для $m = m_A$ может быть удовлетворено, только если $\{r\} = 0$, т.е. когда $\{\rho\} = 0$. Подставим последнее условие в (28), тогда получим

$$\begin{aligned} B_z &= 0, \quad v_z = 0, \\ \{\rho\} &= 0, \quad \{B_x\} = 0, \quad \{v_x\} = 0, \\ \left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} &= 0, \quad \{\epsilon\} = 0, \\ B_x \{v_y\} &= v_x \{B_y\}, \quad \rho v_x \{v_y\} = \frac{1}{4\pi} B_x \{B_y\}. \end{aligned} \quad (31)$$

В случае $\{B_y\} = 0$ все величины непрерывны и разрыв отсутствует. Поэтому рассмотрим случай $\{B_y\} \neq 0$. Подставим величину m_A в уравнение (18). Используя соотношение (22), найдём, что $B_{y2} = -B_{y1}$. Тогда решение (31) будет описывать частный двумерный случай альвеновского разрыва. Чтобы в этом убедиться, подставим $\{\rho\} = 0$ в систему уравнений (1)–(8). В результате найдём граничные условия альвеновского разрывного течения:

$$\begin{aligned} \{\rho\} &= 0, \quad \{B_x\} = 0, \quad \{v_x\} = 0, \\ \left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} &= 0, \quad \{\epsilon\} = 0, \\ B_x \{v_y\} &= v_x \{B_y\}, \quad \rho v_x \{v_y\} = \frac{1}{4\pi} B_x \{B_y\}, \\ B_x \{v_z\} &= v_x \{B_z\}, \quad \rho v_x \{v_z\} = \frac{1}{4\pi} B_x \{B_z\}. \end{aligned} \quad (32)$$

Как видно из сравнения (31) и (32), граничные условия (31) описывают двумерный случай альвеновского разрыва, при котором векторы скорости и магнитного

поля лежат в плоскости (x, y) . Следовательно, система (31) является переходным решением между медленной ударной волной, обращающей тангенциальную компоненту магнитного поля, в пределе $\{\rho\} \rightarrow 0$ и альвеновским разрывным течением при $v_z = 0$, $B_z = 0$.

Исключая отношение $\{B_y\}/\{v_y\}$ из последних двух уравнений системы (31), получим значение квадрата потока массы, соответствующее альвеновской скорости, $m^2 = \rho B_x^2/4\pi$. Подчеркнём, что величина ρ в этом выражении является плотностью плазмы на альвеновском разрыве, к которому производится переход от двумерного разрывного течения. Скачок плотности на альвеновском разрыве отсутствует и плотность ρ , вообще говоря, не совпадает с величинами ρ_1 или ρ_2 , имевшими место при рассмотрении двумерных разрывных течений. Она может быть найдена из сопоставления альвеновского потока массы и величины, ранее обозначенной как m_A (см. неравенства (13) и (19)): $\rho = 1/\tilde{r}$.

Справа к величине $m = m_A$ на рис. 6 примыкает область III. Её занимают трансальвеновские разрывы, переворачивающие и увеличивающие тангенциальную составляющую магнитного поля. Трансальвеновские разрывные течения (Tr) удовлетворяют неравенству (14). При стремлении квадрата потока массы к величине $m^2 = (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}$ скачок $\{B_y\}$ стремится к нулю. Таким образом осуществляется плавное изменение потока массы до значения m_A . Условия перехода между трансальвеновскими ударными волнами и альвеновским разрывом идентичны условиям для предыдущего случая перехода от медленной ударной волны с той разницей, что переход от медленных ударных волн осуществляется при максимальном из возможных для них потоке массы, а от трансальвеновских — при минимальном. Переходное решение описывается системой (31).

На некотором отрезке потоков массы вблизи границы областей III и IV разрывное течение не может быть реализовано, из-за чего невозможно непрерывное изменение величины потока массы от области трансальвеновских ударных волн к области быстрых ударных волн. Величина этого отрезка уменьшается с уменьшением начального угла наклона магнитного поля вплоть до полного исчезновения при $\theta_1 = 0$ (см. рис. 6). Возможные потоки массы быстрых ударных волн ограничены тем же неравенством (14), что и трансальвеновские ударные волны. Самая сильная быстрая ударная волна (в наибольшей степени увеличивающая энергию магнитного поля) реализуется при минимальном из возможных значений квадрата потока массы, а именно, при $m^2 = (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}$. Только теперь, в отличие от трансальвеновского случая, величина скачка $\{B_y\}$ не стремится к нулю, а конечна и может быть найдена из решения уравнения (17). Этим и объясняется различие возможных потоков массы для трансальвеновских и быстрых ударных волн.

3.3. Переходы при нулевых параметрах течения

Как было показано в разделе 2.3, некоторые разрывные течения реализуются при предельных значениях параметров течения. Варьирование величин ρ_1 , $\{\rho\}$ и B_x приводит к сжатию или растяжению графиков, представленных на рис. 6, вдоль координатных осей с сохранением их общей структуры. Для нулевых значений θ_1 , B_x и $\{\rho\}$ поведение зависимости $\theta_2(m^2)$ представлено в схематическом виде на рис. 7.

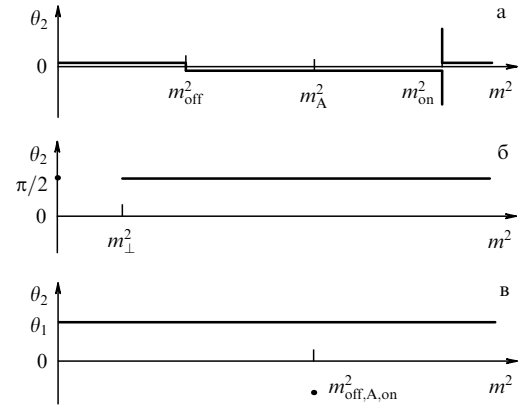


Рис. 7. Схематическое поведение зависимости $\theta_2(m^2)$ при $\theta_1 = 0$ (а), $B_x = 0$ (б), $\{\rho\} = 0$ (в).

С уменьшением угла θ_1 также уменьшается разрыв между допустимыми значениями потока массы для быстрых и трансальвеновских ударных волн (см. рис. 6). В условиях рис. 7а при $\theta_1 = 0$ между ними становится возможным переход. Граничные условия (28) при этом принимают вид

$$\begin{aligned} B_z &= 0, \quad v_z = 0, \quad B_{y1} = 0, \\ \{B_x\} &= 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \\ \{p + \rho v_x^2\} &= -\frac{B_{y2}^2}{8\pi}, \\ \left\{ \frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right\} &= \{v_y\}v_{y2}, \\ B_x\{v_y\} &= v_{x2}B_{y2}, \quad \rho v_x\{v_y\} = \frac{1}{4\pi} B_x B_{y2}. \end{aligned} \quad (33)$$

Из совместного решения двух последних уравнений системы (33) имеем

$$m^2 = \frac{\rho_2 B_x^2}{4\pi} = m_{\text{on}}^2.$$

Таким образом, непрерывный переход действительно осуществляется на границе областей III и IV, где расположены трансальвеновские и быстрые ударные волны. Для $m = m_{\text{on}}$ уравнение (18) не может быть однозначно решено. Нулевому значению θ_1 может соответствовать ненулевое значение θ_2 . За фронтом ударной волны появляется тангенциальная компонента магнитного поля. Такая ударная волна называется волной включения (S_{on}). Она может выполнять роль переходного решения для трансальвеновской и быстрой ударных волн в пределе $\theta_1 \rightarrow 0$, но для перехода необходимо, чтобы поток массы стремился к величине m_{on} .

Для любых других значений $m \neq m_{\text{on}}$ из уравнения (18) следует, что при стремлении к нулю угла θ_1 угол θ_2 тоже стремится к нулю. Другими словами, если $B_{y1} = 0$, то и $B_{y2} = 0$ (рис. 7а). При этом граничные условия для двумерных разрывных течений (28) записываются в виде

$$\begin{aligned} B_z &= 0, \quad v_z = 0, \quad B_y = 0, \\ \{B_x\} &= 0, \quad \{\rho v_x\} = 0, \\ \{p + \rho v_x^2\} &= 0, \quad \left\{ \frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right\} = 0, \quad \{v_y\} = 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Система (34) содержит в себе граничные условия для обычной гидродинамической ударной волны. Однако распространяется такая волна в соответствии с условиями $B_{y1} = 0$ и $B_{y2} = 0$ вдоль линий магнитного поля. Это параллельная ударная волна ($S_{||}$). Система (34) представляет собой переходное решение между наклонными ударными волнами в пределе $\theta_1 \rightarrow 0$ и параллельной ударной волной.

Чтобы установить вид переходного решения между параллельной ударной волной и контактным разрывом, положим в системе (34) $v_x = 0$:

$$\begin{aligned} B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad B_{y1} = 0, \\ \{B_x\} = 0, \quad \{p\} = 0, \quad \{v_y\} = 0. \end{aligned} \quad (35)$$

Эта система уравнений соответствует контактному разрыву (29), ортогональному линиям магнитного поля. А значит, она описывает переходное решение между параллельной ударной волной в пределе $v_x \rightarrow 0$ и контактным разрывом.

При обращении в нуль магнитного потока ($B_x = 0$) величина m_{on} , разграничивающая области III и IV на рис. 6, формально становится равной нулю. Таким образом, все ненулевые потоки массы оказываются в области IV (рис. 7б). Следовательно, переход в этом случае будет осуществляться от быстрых ударных волн. Чтобы определить тип получаемого при переходе разрывного течения, найдём граничные условия переходного решения, подставив $B_x = 0$ в (28). Получим

$$\begin{aligned} B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad B_x = 0, \\ \{\rho v_x\} = 0, \quad \left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0, \\ \left\{ \rho v_x \left(\frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right) + v_x \frac{B^2}{4\pi} \right\} = 0, \\ \{v_x B_y\} = 0, \quad \{v_y\} = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

Эти условия представляют собой ударную волну сжатия, распространяющуюся перпендикулярно магнитному полю, т.е. перпендикулярную ударную волну ($S_{\perp}$). Линии магнитного поля параллельны оси y . Естественно, в общем случае направление поля может не совпадать с направлением выбранных осей координат. Подставив $B_x = 0$ в равенства (1)–(8), найдём граничные условия для перпендикулярной ударной волны:

$$\begin{aligned} B_x = 0, \\ \{\rho v_x\} = 0, \quad \left\{ p + \rho v_x^2 + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0, \\ \left\{ \rho v_x \left(\frac{v^2}{2} + \epsilon + \frac{p}{\rho} \right) + v_x \frac{B^2}{4\pi} \right\} = 0, \\ \{v_x B_y\} = 0, \quad \{v_y\} = 0, \\ \{v_x B_z\} = 0, \quad \{v_z\} = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

Действительно, уравнения системы (36) представляют собой граничные условия переходного разрыва между быстрой ударной волной в пределе $B_x \rightarrow 0$ и перпендикулярной ударной волной с магнитным полем, направленным параллельно оси y . Отметим, что этот переход может быть осуществлён только при потоках массы,

удовлетворяющих неравенству (20), которое при $B_x = 0$ примет вид $m^2 > m_{\perp}^2$. Соотношение (27), найденное в разделе 3.1 для быстрых ударных волн в пределе больших потоков массы, также справедливо и для систем (36), (37).

Теперь определим граничные условия разрыва, реализуемого при $m^2 = 0$ на рис. 7б. Подставим $B_x = 0$ и $v_x = 0$ в систему (1)–(8). В этом случае магнитное поле и поле скоростей параллельны поверхности разрыва и могут претерпевать произвольные скачки по величине и по направлению:

$$\begin{aligned} B_x = 0, \quad v_x = 0, \\ \left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Этот разрыв является тангенциальным разрывом (Т). В пределе $B_x \rightarrow 0$ к нему могут перейти и контактный разрыв, и медленная ударная волна, и альвеновский разрыв. Получим соответствующие переходные решения.

Подстановка $B_x = 0$ в граничные условия контактного разрыва (29) даёт следующее переходное решение:

$$\begin{aligned} B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad B_x = 0, \quad v_x = 0, \\ \{B_y\} = 0, \quad \{v_y\} = 0, \quad \{p\} = 0. \end{aligned} \quad (39)$$

Система уравнений (39) описывает тангенциальный разрыв (38) при нулевой компоненте поля B_z и отсутствии скачков $\{v_y\}$ и $\{B_y\}$.

Граничные условия наклонных ударных волн (28) при $B_x = 0$ и $v_x = 0$ преобразуются к виду

$$\begin{aligned} B_z = 0, \quad v_z = 0, \quad B_x = 0, \quad v_x = 0, \\ \left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Переходное решение (40) соответствует плоскому тангенциальному разрыву (38) при $B_z = 0$.

Переходное решение от альвеновского разрыва найдём, подставив в систему (32) $B_x = 0$:

$$\begin{aligned} B_x = 0, \\ \{\rho\} = 0, \quad \left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (41)$$

Граничные условия (41) описывают тангенциальный разрыв (38), не имеющий скачка плотности ρ .

Трансальвеновские ударные волны, занимающие на рис. 6 область III, при уменьшении магнитного потока через поверхность разрыва вырождаются в частный случай альвеновского разрыва. Это можно наблюдать на рис. 6 в виде постепенного уменьшения интервала потоков массы, на которых реализуются трансальвеновские разрывы, при постепенном увеличении угла падения магнитного поля θ_1 .

Разумеется, для любого типа течения также можно приравнять к нулю скачок плотности. В таком случае все параметры m_{on}^2 , m_A^2 и m_{on}^2 будут равны потоку (22), при котором реализуется альвеновский разрыв (34). На рисунке 7в ему соответствует точка $m_{off, A, on}^2$. При других потоках массы различия в характеристиках плазмы по разные стороны поверхности разрыва исчезнут. Плоскость разрыва будет соответствовать произвольным об-

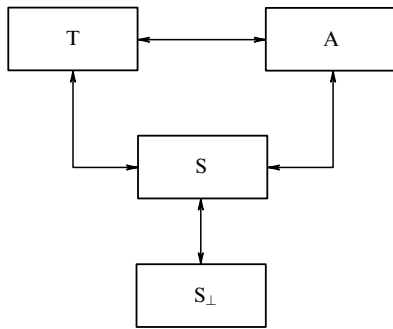


Рис. 8. Схема непрерывных переходов между МГД-разрывами [7].

разом проведённой плоскости в однородной среде. Разрыв как таковой будет отсутствовать.

3.4. Схема непрерывных переходов

Найденные переходные решения позволяют составить наглядную схему возможных непрерывных переходов между разрывными МГД-течениями [9]. Первая схема, основанная на известных тогда переходных решениях, была предложена С.И. Сыроватским [7]. Она содержала переходы между разрывными течениями лишь четырёх типов: тангенциальными разрывами (T) и альвееновскими (A), наклонными (S) и перпендикулярными ($S_{\perp}$) ударными волнами (рис. 8).

Очевидно, показанная здесь схема является неполной. Во-первых, в ней отсутствуют некоторые разрывные решения МГД, в частности параллельная ударная волна ($S_{\parallel}$) и контактный разрыв (C). Во-вторых, под понятием "наклонная ударная волна" (S) объединено множество различных разрывных течений: быстрые (S_{+}) и медленные (S_{-}) ударные волны, волны включения (S_{on}) и выключения (S_{off}), трансальвееновские ударные волны (Tr).

Позже картина переходов между разрывными течениями дополнялась [72] на основе соответствия между ударными волнами и волнами малой амплитуды в МГД [8]. Схема переходов, построенная на основе диаграммы фазовых скоростей волн малой амплитуды, представлена на рис. 9. Хотя такой подход позволяет правильно указать возможные непрерывные переходы между разрывными течениями и даже условия таких переходов, он не даёт описания конкретного вида переходных решений между рассматриваемыми разрывами.

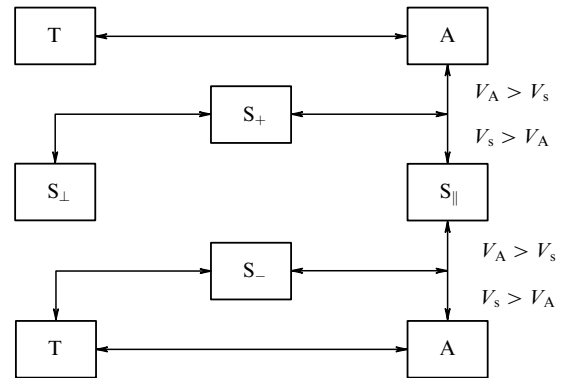


Рис. 9. Схема непрерывных переходов между МГД-разрывами [72].

Также в этой схеме всё ещё не хватает многих типов разрывов.

Результаты, полученные в разделах 3.1 и 3.2, позволяют составить общую схему возможных непрерывных переходов между разрывными течениями в МГД (рис. 10). В верхнем ряду схемы находятся трёхмерные разрывные течения. В среднем ряду расположены двумерные разрывные течения, причём в порядке увеличения допустимых значений потока массы через поверхность разрыва. Нижний ряд занимает одномерная параллельная ударная волна ($S_{\parallel}$). Группировка отдельных элементов проведена для удобства сопоставления нашей схемы переходов со схемами, предлагавшимися ранее.

Схема Сыроватского на рис. 8 [7] согласуется со схемой рис. 10, если элементы $S_{\perp}^{\perp}$, S_{off} , $S_{\perp}^{\perp}$, Tr , S_{on} и S_{+} объединить в один блок "наклонные ударные волны" (S), опустив при этом вопрос о возможности переходов внутри блока, и если не рассматривать контактный разрыв (C) и параллельную ударную волну ($S_{\parallel}$).

Схема на рис. 9, предложенная Сомовым ([8], см. также [69, 72]), включает в себя параллельную ударную волну ($S_{\parallel}$) и разделение наклонных ударных волн на блок "медленных" разрывных течений (S_{-}), соответствующих условию (13), и блок "быстрых" (S_{+}), соответствующих условию (14). Символами V_A и V_s на рис. 9 обозначены альвееновская скорость и скорость звука. Такие условия для переходов получены из сравнения свойств разрывов и волн малой амплитуды. Проверим выполнение этих же условий для ударных волн.

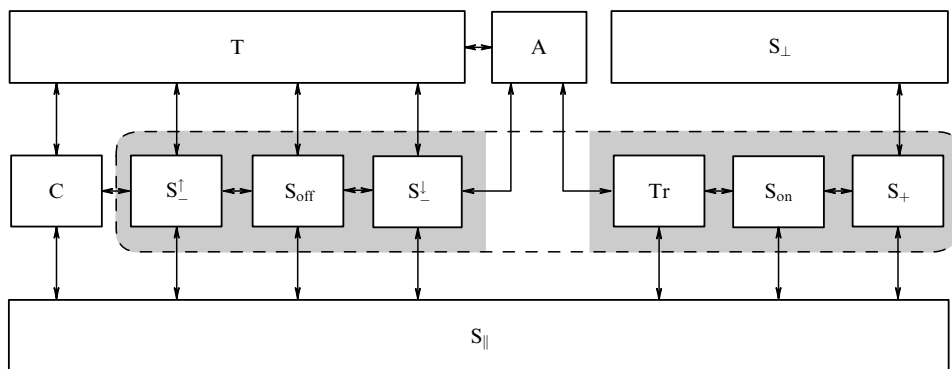


Рис. 10. Обобщённая схема непрерывных переходов между МГД-разрывами. Для сравнения пунктирной линией обведён набор разрывов, соответствующий блоку наклонных ударных волн из [7]. Заливкой внутри контура выделены "медленный" (слева) и "быстрый" (справа) блоки из [72].

Сначала рассмотрим переход от наклонных ударных волн к альвеновскому разрыву. Заметим, что в уравнении (12) выражение $-\{p\}/\{r\}$ пропорционально потоку масс, движущемуся со скоростью звука. Действительно,

$$-\frac{\{p\}}{\{r\}} = \rho_1 \rho_2 \frac{\{p\}}{\{r\}} \propto \rho^2 \frac{\partial p}{\partial \rho} = (\rho V_s)^2. \quad (42)$$

Переход наклонных ударных волн к альвеновскому разрыву, в соответствии с новой обобщённой схемой переходов, происходит при $m^2 \rightarrow m_A^2$; причём вблизи значения m_A^2

$$\frac{m^2 - B_x^2/4\pi\tilde{r}}{m^2 - (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}} < 1$$

для случая (13) и

$$\frac{m^2 - B_x^2/4\pi\tilde{r}}{m^2 - (B_x^2 + \tilde{B}_y^2)/4\pi\tilde{r}} > 1$$

для случая (14). Тогда, используя уравнения (12) и (42), получаем, что как и на рис. 9, переход к альвеновскому разрыву осуществляется при $V_s > V_A$ для "медленного" блока (14) и при $V_A > V_s$ для "быстрого" блока (13).

Теперь рассмотрим переход от наклонных ударных волн к параллельной ударной волне. При $m^2 \rightarrow 0$ и $m^2 \rightarrow \infty$ получаем соответственно $V_s \rightarrow 0$ и $V_s \rightarrow \infty$. Таким образом, при переходе от наклонных волн к параллельной волне, действительно, $V_A > V_s$ для (14) и $V_s > V_A$ для (13), что и требовалось доказать.

На рисунке 9 также присутствует переход между параллельной ударной волной и альвеновским разрывом. Подставив условие альвеновского разрыва $\{p\} = 0$ в граничные условия параллельной ударной волны (34), имеем равенство нулю всех скачков. Таким образом, смена параллельной волны на альвеновскую осуществляется лишь при устранении разрыва и не может быть трактована как непрерывный переход между разрывными течениями.

Отметим также невозможность непрерывного перехода попарно между медленной, быстрой ударными волнами и альвеновским разрывом, на что обращалось внимание в работе [5]. Переход возможен только от плоского альвеновского разрыва к неэволюционным трансальвеновской и медленной, обращающей тангенциальную компоненту поля, ударным волнам. И лишь затем существует переход к быстрой и медленной ударным волнам через волны включения и выключения соответственно.

Объединяя сказанное выше, видим, что предлагаемая схема непрерывных переходов между разрывными решениями уравнений идеальной МГД является корректным обобщением и дополнением двух более ранних неполных схем.

Подчеркнём, что обобщённая схема содержит в себе разрывы, неэволюционные не только в идеальной МГД (трансальвеновская ударная волна) [73–75], но и в диссипативной МГД (например, альвеновский разрыв и волна включения). В современных численных МГД-расчётах зачастую наблюдаются (без учёта их специфики) области неэволюционности. В связи с этим появляется необходимость аккуратного рассмотрения условий возникновения подобных разрывных течений, в том

числе и возможность перехода эволюционного разрыва к неэволюционному при непрерывном изменении параметров течения. Обобщённая схема позволяет устанавливать возможность подобных переходов при тех или иных условиях в плазме с магнитным полем. Такой переход, в частности, наблюдается в аналитической модели магнитного пересоединения [54, 55]. К его анализу мы вернёмся в разделе 7.2. Однако сначала рассмотрим вопрос о нагреве плазмы на разрывных МГД-течениях.

4. Нагрев плазмы на магнитогидродинамических разрывах

4.1. Скачок внутренней энергии

Многие явления в космической и лабораторной плазме связаны с процессами быстрого изменения конфигурации магнитного поля. Они могут сопровождаться формированием целого набора разрывных МГД-течений различных типов, существующих одновременно и изменяющихся с течением времени. Ярким примером служит эффект магнитного пересоединения в сильном магнитном поле. В этом процессе за счёт энергии магнитного поля происходит ускорение направленных потоков плазмы (джетов), ускорение заряженных частиц до высоких энергий, нагрев плазмы в области пересоединения и вне её. Важным оказывается вопрос о влиянии образующихся разрывных течений на распределение тепловой энергии плазмы.

Чтобы установить способность разрыва к нагреву плазмы, следуя [9], обратимся к граничному условию (8), представляющему собой закон сохранения энергии. Используя уравнение (2), найдём из (8) скачок внутренней энергии:

$$\{e\} = -\left\{\frac{v^2}{2}\right\} - \frac{1}{m}\{v_x p\} - \frac{1}{4\pi m}\{B^2 v_x - (\mathbf{vB}) B_x\}. \quad (43)$$

Правая часть уравнения (43) состоит из трёх слагаемых. Используя средние величины скоростей $\tilde{v}_x$, $\tilde{v}_y$ и $\tilde{v}_z$, представим первое слагаемое в виде

$$-\left\{\frac{v^2}{2}\right\} = -\tilde{v}_x\{v_x\} - \tilde{v}_y\{v_y\} - \tilde{v}_z\{v_z\}.$$

Скачки тангенциальных компонент скорости выразим через скачки тангенциальных компонент магнитного поля при помощи уравнений (5) и (6) с условиями (1), (2). Получим

$$\{v_y\} = \frac{B_x}{4\pi m}\{B_y\}, \quad \{v_z\} = \frac{B_x}{4\pi m}\{B_z\}.$$

Теперь первое слагаемое в правой части уравнения (43) выглядит следующим образом:

$$-\left\{\frac{v^2}{2}\right\} = -\tilde{v}_x\{v_x\} - \frac{\tilde{v}_y B_x}{4\pi m}\{B_y\} - \frac{\tilde{v}_z B_x}{4\pi m}\{B_z\}. \quad (44)$$

Во второе слагаемое в правой части (43), записанное в виде

$$-\frac{1}{m}\{v_x p\} = -\frac{\tilde{p}}{m}\{v_x\} - \frac{\tilde{v}_x}{m}\{p\},$$

подставим скачок давления из уравнения (7), а именно

$$\{p\} = -m\{v_x\} - \frac{\tilde{B}_y}{4\pi}\{B_y\} - \frac{\tilde{B}_z}{4\pi}\{B_z\}.$$

Здесь, как и в (43), использовано условие (2). Второе слагаемое в правой части уравнения (43) в итоге принимает вид

$$-\frac{1}{m}\{v_x p\} = -\frac{\tilde{p}}{m}\{v_x\} + \tilde{v}_x\{v_x\} + \frac{\tilde{v}_x\tilde{B}_y}{4\pi m}\{B_y\} + \frac{\tilde{v}_x\tilde{B}_z}{4\pi m}\{B_z\}. \quad (45)$$

В третьем слагаемом в правой части (43) раскроем скалярное произведение $\mathbf{vB}$:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4\pi m}\{B^2 v_x - (\mathbf{vB})B_x\} = \\ = -\frac{1}{4\pi m}\{(v_x B_y - v_y B_x)B_y + (v_x B_z - v_z B_x)B_z\}. \end{aligned}$$

Затем применим к полученному равенству условия (3) и (4):

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4\pi m}\{B^2 v_x - (\mathbf{vB})B_x\} = \\ = -\frac{v_x B_y - v_y B_x}{4\pi m}\{B_y\} - \frac{v_x B_z - v_z B_x}{4\pi m}\{B_z\}. \end{aligned} \quad (46)$$

Таким образом, каждое из трёх слагаемых в правой части уравнения (43) выражается через отдельные скачки нормальной компоненты скорости и тангенциальных компонент магнитного поля. Подставим (44)–(46) в (43), имеем

$$\begin{aligned} \{\epsilon\} = -\frac{\tilde{p}}{m}\{v_x\} + \frac{\tilde{v}_x\tilde{B}_y - \tilde{v}_y B_x}{4\pi m}\{B_y\} - \frac{v_x B_y - v_y B_x}{4\pi m}\{B_y\} + \\ + \frac{\tilde{v}_x\tilde{B}_z - \tilde{v}_z B_x}{4\pi m}\{B_z\} - \frac{v_x B_z - v_z B_x}{4\pi m}\{B_z\}. \end{aligned}$$

Последнее уравнение значительно упрощается, если раскрыть входящие в него средние величины скоростей и магнитного поля:

$$\{\epsilon\} = -\frac{\tilde{p}}{m}\{v_x\} - \frac{\{v_x\}\{B_y\}}{16\pi m}\{B_y\} - \frac{\{v_x\}\{B_z\}}{16\pi m}\{B_z\}.$$

Вынося $-\{v_x\}/m = -\{r\}$ за скобки, находим окончательное уравнение, выражающее скачок внутренней энергии на разрыве через скачки обратной плотности и тангенциальных компонент магнитного поля:

$$\{\epsilon\} = -\{r\}\left(\tilde{p} + \frac{\{B_y\}^2 + \{B_z\}^2}{16\pi}\right). \quad (47)$$

Для двумерных разрывных течений уравнение (47) принимает совсем простой вид:

$$\{\epsilon\} = -\{r\}\left(\tilde{p} + \frac{\{B_y\}^2}{16\pi}\right). \quad (48)$$

Очевидно, что нагрев, производимый параллельной ударной волной, не будет зависеть от магнитного поля, так как в формулу (48) входят только тангенциальные компоненты поля, а они в параллельной ударной волне (34) отсутствуют. Альвеновский разрыв (32), в свою очередь, и вовсе оставит величину внутренней энергии плазмы неизменной, так как на нём $\{\rho\} = 0$. Для опреде-

ления эффективности нагрева плазмы, осуществляемого разрывными течениями других типов, понадобится информация о конфигурации магнитного поля.

4.2. Зависимость нагрева от типа разрыва

Уравнение (47) позволяет сделать определённые общие выводы относительно изменения внутренней энергии плазмы при пересечении поверхности разрыва. Во-первых, внутренняя энергия плазмы возрастает, так как $-\{r\} > 0$ по теореме Цемплена, а $\tilde{p}$ и $\{B_y\}^2$ являются положительными величинами. Во-вторых, изменение внутренней энергии складывается из двух частей: термодинамической, зависящей от давления плазмы, и магнитной, связанной с изменением структуры магнитного поля вблизи поверхности разрыва.

Рассмотрим адиабатическое приближение $p \sim \rho^\gamma$, где γ — показатель адиабаты. Термодинамическая часть скачка внутренней энергии увеличивается с ростом скачка плотности на разрыве:

$$\{\epsilon\} = -\{r\}\tilde{p} \sim \{\rho\}^\gamma.$$

Характер зависимости от ρ_1 определяется величиной показателя γ , а именно

$$\{\epsilon\} = -\{r\}\tilde{p} \sim \rho_1^{\gamma-2}.$$

Для идеального газа $\gamma = (i+2)/i$, где i — число степеней свободы частиц плазмы (см. [76]). Скачок внутренней энергии увеличивается с ростом ρ_1 при $\gamma > 2$ ($i < 2$) и уменьшается при $\gamma < 2$ ($i > 2$). Число степеней свободы, таким образом, влияет на характер нагрева вещества.

Магнитная часть скачка внутренней энергии зависит от конфигурации магнитного поля, а значит, и от типа разрыва. Для того чтобы использовать полученные ранее зависимости между углами наклона магнитного поля (см. рис. 6), преобразуем уравнение (48):

$$\begin{aligned} \{\epsilon\} = -\{r\}\tilde{p} - \{r\}\frac{\{B_y\}^2}{16\pi} = -\{r\}\tilde{p} - \{r\}\frac{B_x^2}{16\pi}\frac{\{B_y\}^2}{B_x^2} = \\ = -\{r\}\tilde{p} - \{r\}\frac{B_x^2}{16\pi}(\tan\theta_2 - \tan\theta_1)^2. \end{aligned}$$

Термодинамическую часть нагрева, не зависящую от типа разрыва, примем за нулевой отсчёт, а сам скачок внутренней энергии будем измерять в единицах $-\{r\}B_x^2/16\pi$. Чтобы этого достичь, проведём замену

$$\{\epsilon\}' = -\frac{16\pi}{\{r\}B_x^2}(\{\epsilon\} + \{r\}\tilde{p}).$$

Получим уравнение

$$\{\epsilon\}' = (\tan\theta_2 - \tan\theta_1)^2. \quad (49)$$

Построим графики уравнения (49) для ранее полученных распределений углов θ (рис. 11).

Аналогично тому, как это было сделано в разделе 3.1, найдём уравнение кривой, на которой лежат наиболее сильные трансальвеновские и быстрые ударные волны. Для этого сначала выразим из уравнения (18) $\tan\theta_1$ и подставим его в уравнение (49):

$$\{\epsilon\}' = \left(\frac{m^2/m_{\text{off}}^2 - m^2/m_{\text{on}}^2}{m^2/m_{\text{off}}^2 - 1} \tan\theta_2\right)^2. \quad (50)$$

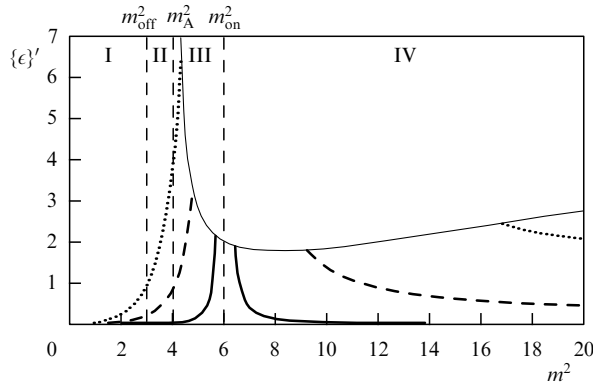


Рис. 11. Зависимости скачка внутренней энергии $\{\epsilon\}'$ от потока массы вещества через поверхность разрыва при различных значениях угла $\theta_1 = 5^\circ$ (сплошная линия), 25° (штриховая), 45° (пунктирная).

Затем в полученное уравнение подставим выражение (25):

$$\{\epsilon\}' = \frac{(m^2/m_{\text{off}}^2 - m^2/m_{\text{on}}^2)^2}{m^2/m_A^2 - 1}. \quad (51)$$

На рисунке 11 график искомой кривой (51) нанесён тонкой линией.

Из рисунка 11 видно, что максимальный скачок внутренней энергии при заданных параметрах плазмы осуществляется наиболее сильной трансальвеновской ударной волной, причём его величина быстро растёт с увеличением угла падения магнитного поля θ_1 . Соотношения между эффективностями нагрева плазмы другими типами наклонных ударных волн зависят от конкретных условий течения. Так, нагрев медленными ударными волнами может быть как слабее нагрева быстрыми ударными волнами, так и сильнее. Для того чтобы сравнить нагрев перпендикулярной ударной волной с нагревом волн, показанных на рис. 11, в формуле (50) в качестве B_x примем величину нормальной компоненты магнитного поля на наклонных волнах, а компоненту B_{y1} перпендикулярной ударной волны найдём из соотношения $B_{y1} = B_x \tan \theta_1$. Компонента B_{y2} определяется из формулы (27). Величины нагрева перпендикулярными ударными волнами будут соответствовать асимптотам, к которым стремятся графики на рис. 11 при $m \rightarrow \infty$. Скачок внутренней энергии на параллельной ударной волне, как было показано в разделе 4.1, не имеет магнитной составляющей, а на альвеновской и вовсе отсутствует. Через контактный и тангенциальный разрывы не происходит перетекания плазмы, а значит, отсутствует и процесс её нагрева.

В любом случае величина нагрева естественным образом зависит от силы ударной волны. Чем больше изменение плотности магнитной энергии на разрыве, тем до более высоких температур нагреется плазма.

5. Свойства пересоединяющего токового слоя

5.1. Классические модели пересоединения

Одним из важнейших процессов в космической плазме, порождающих разрывные течения, является магнитное пересоединение. Оно служит ключевым механизмом многих астрофизических процессов вспышечного типа:

вспышек в коронах аккреционных дисков релятивистских компактных звёзд (см. раздел 10.3 в [30]), солнечных вспышек [16, 24, 29, 77] и магнитосферных бурь [17]. Применительно к этим явлениям обычный сценарий таков. Сначала энергия вспышки накапливается в виде избытка энергии непотенциального магнитного поля по сравнению с потенциальным полем. Затем в процессе пересоединения избыток магнитной энергии, т.е. "свободная магнитная энергия", высвобождается в виде тепловой и кинетической энергии плазмы и ускоренных частиц.

Первое теоретическое описание механизма магнитного пересоединения было предложено Свитом и Паркером [19, 20] для случая несжимаемой плазмы в рамках стационарной двумерной МГД-задачи, решение которой заменяется анализом размерных соотношений по порядку величины. Казалось бы, такой подход не заслуживает серьёзного отношения. Однако он весьма поучителен, и имеет смысл кратко резюмировать его ниже (подробности см. в [13, 78]).

В модели Свита–Паркера пересоединение происходит между однородными параллельными магнитными полями, противоположно направленными друг относительно друга. При этом в тонком слое плазмы, разделяющем эти поля, возникает плоский токовый слой, толщина которого меньше ширины. Ширина слоя характеризует размер области взаимодействующих магнитных потоков и, следовательно, энергию взаимодействия. Толщина слоя определяется величиной проводимости плазмы в нём и скоростью её втекания в слой. Последняя связана со скоростью вытекания через торцы токового слоя законом сохранения массы. Таким образом, токовый слой осуществляет пересоединение линий магнитного поля. Однако оценки скорости пересоединения (см., например, [78]) оказались на несколько порядков величины меньшими, чем наблюдаемая скорость пересоединения и соответствующая ей мощность энерговыделения в солнечных вспышках. С чем это связано?

Плазма поступает в токовый слой по всей его ширине. Чтобы накопить достаточное количество свободной магнитной энергии, скорость втекания плазмы (скорость пересоединения) должна быть тем выше, чем меньше ширина токового слоя. Для быстрого пересоединения Петчек предложил модель с существенно уменьшенной областью взаимодействия полей [21]. Модель описывает пересоединение однородных (на больших расстояниях по оси y на рис. 12а) магнитных полей, которое происходит в небольшой (по оси x) диффузионной области D. Основное преобразование магнитной энергии в тепловую и кинетическую энергию плазмы происходит вне этой области, а именно, на четырёх присоединённых к ней медленных ударных волнах $S_{\pm}$ бесконечной длины.

Если бы ударных волн не было, диффузионная область D, т.е. область взаимодействия и аннигиляции однородных противоположно направленных магнитных полей, имела бы бесконечную ширину. Иными словами, она представляла бы собой плоский токовый слой, фигурирующий в модели Свита–Паркера. Ударные волны в модели Петчека делают ширину диффузионной области конечной. В приближении идеальной МГД ударные волны имеют нулевую толщину, т.е. заменяются разрывами. Магнитное поле вне разрывов и области D предполагается потенциальным.

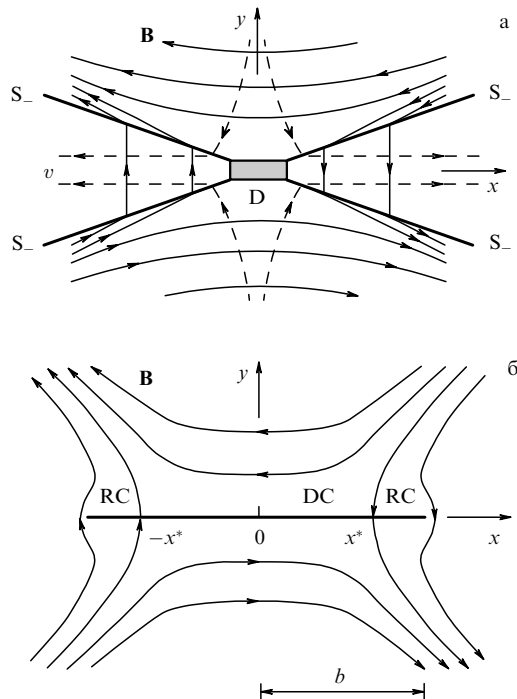


Рис. 12. Две классические двумерные модели магнитного пересоединения. (а) Течение Петчека состоит из маленькой диффузионной области D и четырёх присоединённых медленных ударных волн S. (б) Токовый слой Сыроватского содержит область прямого тока (DC) и две области обратных токов (RC), $2b$ — ширина токового слоя.

Введение в модель ударных волн позволило Петчеку на пару порядков величины поднять ожидаемую скорость пересоединения. Тем не менее она осталась ниже наблюдаемых скоростей пересоединения в солнечных вспышках [40] и не объясняла необходимую для вспышек мощность энерговыделения. С другой стороны, численные эксперименты [60] показали качественное согласие с предсказаниями модели Свита–Паркера. Позже Кулсруд [79] продемонстрировал, что в приближении однородной проводимости (в котором были получены описанные выше результаты) диффузионная область течения Петчека должна иметь те же размеры, что и токовый слой Свита–Паркера, а следовательно, должна иметь тот же темп пересоединения. Он же отметил, что использование неоднородной проводимости способно ускорить пересоединение в обеих моделях до скоростей, наблюдаемых в астрофизических условиях [80]. К сожалению, модель Петчека содержит некоторые внутренние противоречия, которые проявляются в наиболее интересном с астрофизической точки зрения режиме пересоединения в плазме высокой проводимости (см. раздел 6.2 в [13]). Вместе с тем, теория магнитного пересоединения постоянно обогащается учётом существенных физических факторов, таких как потери энергии на излучение [81, 82], вязкий нагрев, теплопроводное перераспределение энергии, МГД-турбулентность [30, 83, 84]. Обсуждение этих факторов, однако, выходит за рамки данного обзора.

В настоящем обзоре мы будем рассматривать преимущественно другую классическую модель магнитного пересоединения — пересоединение в тонком токовом слое Сыроватского. В отличие от моделей Петчека,

Свита–Паркера и их модификаций, такой слой формируется в окрестности нулевой точки магнитного поля гиперболического типа. Эта ситуация точнее описывает, например, предвспышечную конфигурацию магнитных полей в солнечной короне. Сыроватским была построена аналитическая модель пересоединяющего токового слоя в приближении сильного поля и холодной плазмы [26].

Токовый слой в модели Сыроватского представляет собой плоскую поверхность конечной ширины, разделяющую противоположно направленные магнитные поля, как показано на рис. 12б. Внутренняя структура этого разрыва предполагает двумерное пересоединение в нейтральном слое [25], т.е. в слое, в котором нормальная (поперечная) компонента магнитного поля отсутствует. Переход к токовому слою нулевой толщины возможен в силу того факта, что в плазме с высокой проводимостью толщина слоя $2a$ много меньше его ширины $2b$. Точки x^* и $-x^*$ отделяют область прямого тока (DC, от англ. direct current) от областей обратного тока (RC, от англ. reverse current).

Заметим, что нейтральный токовый слой Сыроватского принципиально отличается от диффузионной области в модели течения Петчека [27]. Во-первых, плотность тока в центре диффузионной области минимальна, но она максимальна в центре токового слоя. Это обстоятельство существенно с точки зрения устойчивости токового слоя и возможности его разрыва. Во-вторых, с увеличением проводимости плазмы ширина диффузионной области уменьшается, а ширина токового слоя, напротив, возрастает. Это позволяет накопить свободную магнитную энергию, т.е. энергию взаимодействия пересоединяемых магнитных потоков (она же — энергия магнитного поля токового слоя) перед вспышкой. Вследствие этих двух отличительных черт токовый слой Сыроватского предпочтителен с точки зрения пересоединительной теории вспышек в плазме высокой проводимости по сравнению с течением Петчека.

Для случая возникновения токового слоя из нулевой точки низкого порядка аналитическое решение было получено методом конформного отображения [26]. Пусть h_0 — градиент магнитного поля в окрестности нулевой точки в плоскости (x, y) , рассматриваемой как комплексная плоскость $z = x + iy$. Тогда решение для потенциального магнитного поля вне токового слоя выражается в терминах комплексного потенциала:

$$F(z, t) = A(x, y, t) + iA^+(x, y, t) = \frac{h_0}{2} z \sqrt{z^2 - b^2} - \frac{2I}{c} \ln \frac{z + \sqrt{z^2 - b^2}}{b} + A_0(t). \quad (52)$$

Вектор магнитного поля имеет вид

$$\mathbf{B} = B_x + iB_y = -i \left(\frac{dF}{dz} \right)^*, \quad (53)$$

где звёздочка обозначает комплексное сопряжение.

На комплексной плоскости z потенциал имеет особенность в виде разреза с концами в точках $x = b$ и $x = -b$. В этом разрезе поверхностная плотность электрического тока

$$j(x) = \frac{ch_0}{2\pi} (b^2 - x^2)^{1/2},$$

если предположить квазиустойчивый, полностью равновесный режим пересоединения без обратных токов в

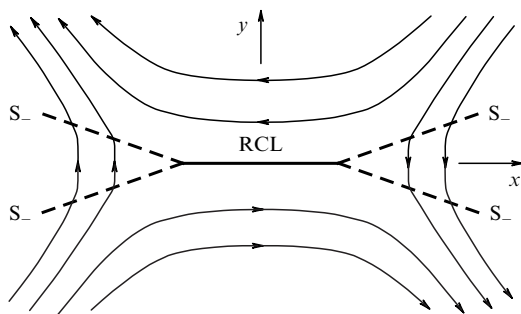


Рис. 13. Расщеплённый токовый слой с четырьмя присоединёнными МГД-разрывами — медленными ударными волнами (S_-).

токовом слое. Плотность тока $j(x) = 0$, когда $x = b$ и $x = -b$. В этом частном случае полный ток в слое

$$I = \frac{1}{4} ch_0 b^2. \quad (54)$$

Функция $A_0(t)$ соответствует магнитному потоку, диссипирующему в токовом слое за время t .

Общее решение (52) с произвольным значением полного тока I в пересоединяющем токовом слое приводит к бесконечным значениям магнитного поля на торцах слоя. Поле скоростей и плотность плазмы в непосредственной близости от токового слоя были найдены в приближении сильного поля и холодной плазмы [85]. Особенности течения плазмы и поведения плотности вблизи пересоединяющего токового слоя объясняют происхождение обратных токов. Кроме того, они играют важную роль в стабильности токового слоя. При заданном суммарном токе скорость электронов возрастает по мере уменьшения плотности плазмы внутри слоя. Так возникают различные неустойчивости.

В численных экспериментах наблюдается расщепление пересоединяющего токового слоя (RCL, от англ. reconnecting current layer) на различные МГД-разрывы [56, 59, 60, 86, 87]. При этом система присоединённых разрывов часто оказывается намного более сложной, чем система разрывов в модели Петчека. К концам токового слоя могут быть присоединены как медленные [59, 60], так и, например, быстрые [86] ударные волны (рис. 13). В то же время быстрые и медленные ударные волны рассматриваются как возможный результат расщепления токового слоя в теоретических интерпретациях численного моделирования [88]. Кроме того, формально не запрещены и другие виды МГД-разрывов.

Процесс расщепления токового слоя означает изменение режима магнитного пересоединения, так как распределение электрического тока становится двумерным. Причиной может служить неэволюционность пересоединяющего токового слоя как МГД-разрыва или его структурная неустойчивость. Рассмотрим условия, при которых происходит расщепление.

5.2. Понятие эволюционности

Устойчивый разрыв может существовать в реальной плазме, только если он устойчив по отношению к распаду на другие разрывы или переходу к некоторому нестационарному течению. Пусть МГД-величины подвержены бесконечно малым возмущениям в начальный момент времени. Тогда образуются линейные волны, уходящие от разрыва. Если амплитуды этих волн и

смещение разрыва однозначно определяются из линейризованных граничных условий, то задача эволюции начального возмущения со временем имеет единственное решение. Если эта задача не имеет единственного решения, то предположение о малости начального возмущения неверно. В этом случае бесконечно малые возмущения мгновенно (в приближении идеальной среды) приводят к большим нелинейным изменениям исходного разрывного течения. Такой разрыв неэволюционен. Обратим внимание на то, что, в отличие от неэволюционного разрыва, возмущение в неустойчивом эволюционном разрыве за небольшой отрезок времени остаётся малым.

Критерий эволюционности является результатом сравнения двух чисел. Первое из них, N_w — число независимых неизвестных параметров (амплитуды уходящих, т.е. отражённых и преломлённых волн, и смещение разрыва в процессе возмущения), описывающих бесконечно малое возмущение. Напомним, что в каждой волне изменения всех величин связаны между собой определёнными соотношениями. Поэтому каждая волна определяется одним параметром — амплитудой какой-либо одной величины. Второе число, N_e — число независимых граничных условий (т.е. число уравнений), выражающих неизвестные параметры через амплитуды падающих волн. Если эти числа равны, то разрыв удовлетворяет требованию эволюционности. В противном случае задача временной эволюции первоначального бесконечно малого возмущения не имеет решения или имеет бесконечное количество решений. Такой разрыв не может существовать в реальной среде и называется неэволюционным.

Поскольку направление распространения волны зависит от соотношения между её групповой скоростью и скоростью течения, требование эволюционности даёт ограничение на невозмущённые МГД-величины по обе стороны разрыва. В частности, ударные волны оказываются эволюционными, когда скорости течения до разрыва и после разрыва либо больше альвеновской скорости (быстрые ударные волны), либо меньше её (медленные ударные волны).

Пересоединяющий токовый слой не может быть сведён к одномерному течению, поскольку неоднородность скорости в нём двумерна, и характеризуется двумя пространственными параметрами. Толщина слоя, т.е. расстояние $2a$ между пересоединяющимися магнитными потоками (рис. 14), определяет скорость диссипации магнитного поля, а ширина $2b$ характеризует запас маг-

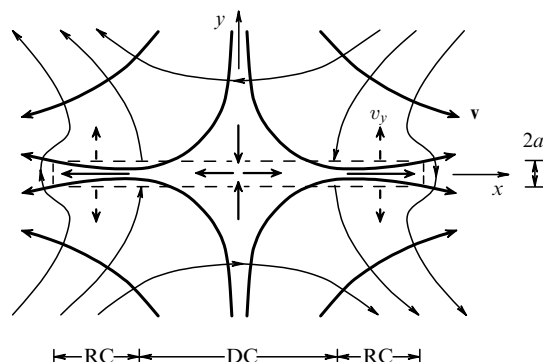


Рис. 14. Потоки плазмы внутри токового слоя и в его окрестностях.

нитной энергии в области взаимодействия потоков. Задача об эволюционности пересоединяющего токового слоя может быть решена только в отношении возмущений, взаимодействующих с токовым слоем как с разрывом.

5.3. Магнитное поле и потоки плазмы около токового слоя

Рассмотрим тонкий токовый слой, возникающий в непосредственной близости от нулевой линии магнитного поля гиперболического типа:

$$\mathbf{B}_0 = (h_0 y, h_0 x, 0).$$

Токовый слой формируется под действием электрического поля

$$\mathbf{E} = (0, 0, E),$$

которое отлично от нуля и параллельно нулевой линии магнитного поля, совпадающей с осью z декартовой системы координат. Линии магнитного поля, вмороженные в плазму, втекают вместе с ней вдоль оси y в слой. Здесь вмороженность нарушается, линии поля пересоединяются в токовом слое и вытекают из него вдоль оси x . В работе [26] представлена простая аналитическая формула для распределения магнитного поля $\mathbf{B}$ по координатам вне слоя в комплексной форме для предельного случая, когда полутолщина токового слоя a (размер вдоль оси y) равна нулю (рис. 126):

$$B_y + iB_x = h_0(\zeta^2 - (x^*)^2)(\zeta^2 - b^2)^{-1/2} \quad (55)$$

(см. также [85]). Здесь комплексная переменная $\zeta = x + iy$, b — полуширина слоя (размер вдоль оси x). Величина I (полный ток в слое) изменяется в диапазоне $0 \leq I \leq ch_0 b^2/4$, где c — скорость света. В точках

$$x^* = \pm \sqrt{\frac{1}{2} b^2 + \frac{2I}{ch_0}} \quad (56)$$

магнитное поле меняет знак (см. формулу (55) и рис. 126). Приближение тонкого слоя означает, что $a \ll b$.

В области $|x| < |x^*|$ направление электрического тока $\mathbf{j}$ в слое совпадает с направлением электрического поля. Это прямой ток DC, показанный на рис. 126. Однако в областях $|x^*| < |x| < b$ ток имеет противоположное направление, см. обратный ток RC на том же рис. 126. Если $x \sim b$ и $b - |x^*| \sim b$, то обратный ток сравним по величине с прямым током. Предположим, что реализуется именно такая конфигурация. При этом все МГД-величины снаружи пересоединяющего токового слоя могут рассматриваться как квазиоднородные везде, кроме некоторых окрестностей точек $x = x^*$ и $x = \pm b$, которые исключены из дальнейшего рассмотрения без потери общности выводов.

В предположении бесконечной проводимости плазмы σ величина b неограниченно возрастает со временем. Если σ велика, но ограничена, то конечная ширина слоя $2b$ устанавливается за конечное время [27] и $a/b \neq 0$, хотя $a \ll b$. В этом случае, в отличие от случая (55), поперечная компонента магнитного поля $B_y \neq 0$ на поверхности и внутри токового слоя. Однако, когда проводимость σ достаточно велика, $B_x \gg B_y$ за пределами некоторых

окрестностей точек (56). Далее, компонента B_y на поверхности и внутри слоя предполагается равной нулю, что соответствует приближению нейтрального токового слоя. Более общая постановка самосогласованной МГД-задачи о структуре и форме пересоединяющего тонкого токового слоя, не являющегося магнитно-нейтральным, даётся в [29], раздел 3.4. Ниже мы ограничимся некоторыми качественными соображениями.

Пусть поток плазмы удовлетворяет МГД-приближению. Если $a \ll b$, то все величины, кроме скорости $\mathbf{v}$, являются квазиоднородными по оси x внутри слоя. Что касается неоднородности скорости, то она двумерна, так как из закона сохранения массы в точке $x = 0$, $y = 0$ следует

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = -\frac{\partial v_y}{\partial y}$$

в силу симметрии потока. Поэтому пересоединяющий токовый слой не может быть сведён к одномерному течению. Это очевидно, поскольку пересоединяющиеся магнитные потоки движутся навстречу друг другу, и течение плазмы внутри токового слоя также должно быть двумерным. При бесконечной проводимости токовый слой становится тангенциальным разрывом в процессе установления, формально в пределе $t \rightarrow \infty$. Здесь t — время, прошедшее с момента включения электрического поля $\mathbf{E}$ в окрестности гиперболического магнитного поля $\mathbf{B}_0$.

Рассмотрим установившийся токовый слой. Электрическое поле $\mathbf{E}$ не зависит от времени. Тогда отношение a/b оценивается из стационарного закона Ома [27] как

$$\frac{a}{b} \sim \frac{v_m h_0}{cE}, \quad (57)$$

где v_m — магнитная вязкость. Кроме того, в стационарной модели электрическое поле не зависит от координат. Следовательно, в области прямого тока плазма втекает в слой, а в областях обратных токов — вытекает из него.

Такой характер течения показан схематически на рис. 14. Составляющая скорости v_y меняет знак, когда плазма перетекает из области прямого тока в две области обратных токов (те же области, что и на рис. 126). Это важно для подсчёта числа уходящих волн малой амплитуды N_w .

5.4. Необходимые предположения

Предположим, что все диссипативные факторы, кроме магнитной вязкости v_m , равны нулю, а v_m настолько мала, что

$$\frac{cE}{h_0 b} \ll \frac{h_0 b}{\sqrt{4\pi\rho}}. \quad (58)$$

Левая часть этого неравенства представляет собой характерное значение скорости дрейфа, направленной к токовому слою v_y , правая часть совпадает со значением альвеновской скорости V_A .

Предположим также, что

$$\rho^{\text{in}} \sim \rho^{\text{ex}}. \quad (59)$$

Здесь индексы "in" и "ex" обозначают величины внутри и снаружи слоя. Такое соотношение плотностей плазмы имеет место, например, в численном эксперименте [59].

При бесконечной проводимости плазмы σ магнитное поле на поверхности токового слоя неограниченно воз-

растает со временем, а скорость дрейфа вблизи слоя стремится к нулю. Это соответствует отсутствию пересоединения в идеально проводящей плазме. В то же время давление p за пределами пересоединяющего токового слоя близко к его значению при $\zeta = \infty$ и не равно нулю или бесконечности для любой σ . На основании этого можно сделать вывод, что при достаточно высокой проводимости вне окрестности точки (56) скорость звука V_s удовлетворяет условию

$$v_y^{\text{ex}} \ll V_s^{\text{ex}} \ll V_A^{\text{ex}}. \quad (60)$$

Неравенства (60) хорошо согласуются с магнитостатическим приближением.

Принимая характерные значения этих величин для активной области в солнечной короне:

$$v_y \sim 10 \text{ км с}^{-1}, \quad V_s \sim 100 \text{ км с}^{-1}, \quad V_A \sim 1000 \text{ км с}^{-1},$$

мы видим, что приближение (60) в ней хорошо выполняется.

Что касается компоненты скорости v_x внутри токового слоя, то её модуль увеличивается от нуля при $x = 0$ до

$$|v_x^{\text{in}}| \sim \frac{h_0 b}{\sqrt{4\pi\rho}} \quad (61)$$

при $x = x^*$ [26], а затем уменьшается до нуля к $|x| = b$. Вне токового слоя компонента v_x также не превышает характерной альвеновской скорости.

Предположим, что набор МГД-величин Q подвергается бесконечно малому возмущению δQ . Для простоты положим, что

$$\delta v_z \equiv 0, \quad \delta B_z \equiv 0$$

и вне токового слоя возмущение удовлетворяет ВКБ-приближению [68]. Для взаимодействия таких возмущений с токовым слоем, как с разрывом, должны быть выполнены по крайней мере два условия. Во-первых, длина волн возмущения должна быть много больше толщины токового слоя, т.е. волновой вектор должен удовлетворять неравенству $k_y \ll a^{-1}$. Если верно обратное неравенство, то на неоднородностях масштаба a будет происходить дифракция, а не отражение и преломление волн. Однако важно также второе условие. Возмущения внутри слоя должны быть описаны обыкновенными дифференциальными уравнениями по y . В противном случае возмущение будет зависеть от двух переменных и не будут выполнены одномерные граничные условия на поверхности токового слоя. Следовательно, должен быть ещё один малый параметр, а именно $1/kb$. Выбираем этот параметр главным и единственным, поскольку $b \gg a$. При этом ситуация заметно упрощается (см. [57]).

В нулевом порядке по малому параметру $1/kb$ волновой вектор $\mathbf{k}$ определяется из дисперсионного уравнения

$$\omega_0 [ik^2 V_s^2 (\mathbf{kV}_A)^2 - V_s^2 k^2 \omega_0 (i\omega_0 - v_m k^2) - ik^2 V_A^2 \omega_0^2 + \omega_0^3 (i\omega_0 - v_m k^2)] = 0, \quad (62)$$

где $\omega_0 = \omega - \mathbf{kV}$ — частота в системе координат, связанной с плазмой.

Дополнительно к сделанным предположениям наложим следующие ограничения на частоту ω в "лабораторной" системе координат, в которой токовый слой

покоится:

$$\frac{v_y}{a} \ll \omega_{\parallel} \ll \frac{V_s}{a}, \quad (63)$$

где

$$\omega_{\parallel} = \omega - k_x v_x. \quad (64)$$

Правое неравенство в (63) означает, что магнитозвуковые волны малой амплитуды удовлетворяют условию $k_y \ll a^{-1}$. Левое неравенство позволяет свести уравнения для возмущений внутри слоя к обыкновенным дифференциальным уравнениям по y .

Рассмотрим в качестве примера линеаризованное уравнение сохранения массы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + \delta \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho \frac{\partial \delta v_x}{\partial x} + \delta v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_x \frac{\partial \delta \rho}{\partial x} + \\ + v_y \frac{\partial \delta \rho}{\partial y} + \delta \rho \frac{\partial v_y}{\partial y} + \delta v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \frac{\partial \delta v_y}{\partial y} = 0. \end{aligned} \quad (65)$$

Если $a \ll b$, производной $\partial \rho / \partial x$ внутри токового слоя можно пренебречь. Исходя из двумерности течения плазмы и неоднородности скорости внутри пересоединяющего токового слоя, вместе со слагаемыми, пропорциональными $\partial v_x / \partial x$, мы должны пренебречь и слагаемыми с $\partial v_y / \partial y$.

Таким образом, с учётом (60) задача содержит следующие малые параметры:

$$\varepsilon_0 = \frac{v_y^{\text{ex}}}{a \omega_{\parallel}^{\text{ex}}}, \quad \varepsilon_1 = \frac{a \omega_{\parallel}^{\text{ex}}}{V_s^{\text{ex}}}, \quad \varepsilon_2 = \frac{v_y^{\text{ex}}}{V_s^{\text{ex}}}, \quad \varepsilon_3 = \left(\frac{V_s^{\text{ex}}}{V_A^{\text{ex}}} \right)^2. \quad (66)$$

Кроме того, для простоты положим

$$v_y \sim \frac{V_s^3}{V_A^2}. \quad (67)$$

Именно эта компонента скорости фигурирует в критерии эволюционности токового слоя.

Рассмотрим теперь бесконечно малые возмущения пересоединяющего токового слоя, используя описанные свойства течения плазмы.

6. Эволюционность пересоединяющего токового слоя

6.1. Возмущения, нормальные к токовому слою

Сначала рассмотрим случай распространения нормальных к токовому слою возмущений, т.е. возмущений с $k_x = 0$. В нулевом порядке по малым параметрам, заданным неравенствами (63), решения уравнения (62) принимают вид

$$k_y^{\text{d}} = -i \frac{v_y}{v_m} \frac{V_A^2}{V_s^2}, \quad (68)$$

$$k_y^0 = \frac{\omega}{v_y}, \quad (69)$$

$$k_y^- = \frac{\omega}{v_y}, \quad (70)$$

$$k_y^+ = \pm \frac{\omega}{V_A}. \quad (71)$$

Здесь корень (71) двузначен.

Возмущения удовлетворяют приближению ВКБ (см. [68]), если

$$\frac{1}{k_y^+ b} \ll 1.$$

Здесь $|k_y^+|$ — наименьшее волновое число. Это условие эквивалентно следующему условию для частоты ω :

$$\omega \gg \frac{h_0}{\sqrt{4\pi\rho}}. \quad (72)$$

При выполнении условия (72) производными от невозмущённых величин по координатам в линейных МГД-уравнениях можно пренебречь, и оказывается справедливым дисперсионное уравнение (62).

Чтобы получить критерий эволюционности, надо разделить возмущения на приходящие к токовому слою и уходящие от него. Как правило, такое разделение должно быть проведено по знаку суммы проекций скорости $\mathbf{v}$ течения и групповой скорости на нормаль к токовому слою. Однако в случае нормального распространения достаточно определить знак фазовой скорости, так как в отсутствие частотной дисперсии последняя совпадает с проекцией групповой скорости на направление вектора $\mathbf{k}$ в системе координат, где плазма покоится [89].

Возмущение с волновым вектором k_y^0 из уравнения (69) соответствует энтропийной волне, а k_y^- из решения (70) соответствует медленной магнитозвуковой волне, распространяющейся перпендикулярно магнитному полю. В системе координат, где движущаяся плазма находится в покое, их фазовые скорости равны нулю, но в лабораторной системе они совпадают со скоростью плазмы $\mathbf{v}$. Если это так, оба возмущения движутся к токовому слою, когда плазма в него втекает, и уходят от слоя, когда плазма вытекает из слоя. Кроме того, в силу левой части неравенства (69) имеем

$$k_y^0 \gg \frac{1}{a}, \quad k_y^- \gg \frac{1}{a}.$$

Следовательно, пересоединяющий токовый слой не является разрывом для возмущений (69) и (70).

Возмущение с волновым вектором k_y^+ из решения (71) представляет быстрые магнитозвуковые волны. Их фазовые скорости ω/k_y^+ удовлетворяют условию $V_{ph}^+ \gg v_y$ (см. (60) и (71)) и направлены по нормали к токовому слою или от него. Тогда одна из волн всегда входит в слой, а другая уходит от него, независимо от знака v_y . В отличие от k_y^0 и k_y^- , величина $k_y^+ \ll 1/a$, и волны (71) взаимодействуют с пересоединяющим токовым слоем, как с разрывом.

Возмущение k_y^d из решения (68) является диссипативной волной. Оно затухает на расстояниях, много меньших, чем полутолщина токового слоя a . Следовательно, как было отмечено в [75], амплитуда этого возмущения не появляется в граничных условиях на поверхности разрыва. Диссипативные эффекты вне токового слоя незначительны.

Таким образом, в случае нормального распространения существуют по одной уходящей волне от каждой стороны токового слоя там, где плазма в него втекает (в области прямого тока), и четыре таких волны, где плазма вытекает (в областях обратных токов).

6.2. Наклонное распространение возмущений

Обратимся теперь к наклонному распространению волн. Чтобы решить проблему эволюционности пересоединяющего токового слоя как разрыва, необходимо получить решение уравнения (62) для произвольных ω и k_x . В работе [89] показано, что для заданного течения число волн, идущих к оси x и от неё с произвольными ω и k_x , не зависит от k_x , т.е. от угла распространения [90]. Таким образом, достаточно определить количество таких волн для $k_x = 0$. Из раздела 5.3 следует, что, когда плазма течёт в слой (область прямого тока на рис. 126), с каждой стороны от него существует по одной уходящей волне. Однако, когда плазма вытекает из слоя, существуют четыре таких волны.

Для пересоединяющего токового слоя при условии (63) число возмущений с $k_y \ll 1/a$ зависит от k_x . Если $k_x = 0$, то возможны два таких возмущения, определяемые волновым вектором k_y^+ из (71). Как будет показано ниже, при наклонном распространении существуют три уходящих возмущения. Этот факт важен для дальнейших рассуждений.

Волновой вектор медленной магнитозвуковой волны даётся формулой

$$|\mathbf{k}^-| = \frac{\omega}{v_y \sin \theta + v_x \cos \theta \pm |V_{ph}^-|}, \quad (73)$$

где V_{ph}^- — фазовая скорость, θ — угол между волновым вектором $\mathbf{k}^-$ и осью x . Здесь скалярное произведение $\mathbf{k}\mathbf{v}$ представлено в виде

$$\mathbf{k}\mathbf{v} = |\mathbf{k}^-|(v_y \sin \theta + v_x \cos \theta).$$

При $V_s \ll V_A$ справедливо следующее выражение для $|V_{ph}^-|$:

$$|V_{ph}^-| = \frac{V_A V_s}{V_\perp} \left| \cos \theta \right| \left[1 + \frac{1}{2} \frac{V_A^2 V_s^2}{V_\perp^4} \cos^2 \theta + o\left(\frac{V_A^2 V_s^2}{V_\perp^4}\right) \right], \quad (74)$$

где $V_\perp^2 = V_A^2 + V_s^2$.

Выберем угол θ_0 таким образом, чтобы $|V_{ph}^-| \sim V_s$, т.е. величина $|\cos \theta_0|$ была не мала, и найдём решения уравнения (62) для фиксированных ω и

$$k_x = |\mathbf{k}^-| \cos \theta_0. \quad (75)$$

Для этого выделим неизвестную переменную k_y :

$$\begin{aligned} (\omega_\parallel - k_y v_y) \left[(v_m v_y V_s^2) k_y^5 + (i v_y^2 V_\perp^2 - v_m \omega_\parallel V_s^2) k_y^4 - \right. \\ \left. - (2i \omega_\parallel v_y V_\perp^2) k_y^3 + i (\omega_\parallel^2 V_\perp^2 - k_x^2 V_A^2 V_s^2) k_y^2 - \right. \\ \left. - [2i \omega_\parallel v_y (V_\perp^2 k_x^2 - 2\omega_\parallel^2)] k_y + \right. \\ \left. + i k_x^2 (\omega_\parallel^2 V_\perp^2 - k_x^2 V_A^2 V_s^2) - i \omega_\parallel^4 \right] = 0. \end{aligned} \quad (76)$$

Здесь использовано условие (63).

В нулевом порядке по малым параметрам, заданным неравенством (63), это уравнение имеет следующие решения: диссипативная волна (68) и

$$k_y^0 = \frac{\omega_\parallel}{v_y}, \quad (77)$$

$$k_y^{1-} = \frac{2\omega_\parallel}{v_y}, \quad (78)$$

$$k_y^{2-} = k_x \tan \theta_0, \quad (79)$$

$$k_y^s = \frac{1}{2} \left[\frac{\omega_{\parallel} V_s^2 \cos^2 \theta_0}{2v_y V_A^2} \pm \left(-\frac{4\omega_{\parallel}^2}{V_s^2} + \frac{\omega_{\parallel}^2 V_s^4 \cos^4 \theta_0}{4v_y^2 V_A^4} \pm \right. \right. \\ \left. \left. \pm 2 \sin \theta_0 |\cos \theta_0| \frac{\omega_{\parallel}^2 V_s}{v_y V_A^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (80)$$

Знак внутри круглых скобок в (80) совпадает со знаком перед $|V_{ph}|$ в формуле (73), а знак перед круглыми скобками определяет два разных решения уравнения (76). Из неравенства (63) следует, что для возмущений (77) и (78) $k_y \gg 1/a$, но для (79) и (80), напротив, $k_y \ll 1/a$.

Волны k_y^{1-} и k_y^{2-} — медленные магнитозвуковые, здесь угол между волновым вектором $\mathbf{k}^{2-}$ и осью x равен θ_0 из выражения (75) для k_x . Что касается волн k_y^s , они могут быть либо медленными магнитозвуковыми, либо поверхностными в зависимости от соотношения $v_y V_A^2/V_s^3$.

Если выражение в круглых скобках в формуле (80) является отрицательным, то k_y^s имеет мнимую часть. Соответствующие возмущения экспоненциально возрастают или затухают на характерном расстоянии, значительно меньшем, чем a .

Анализ полинома второй степени по v_y в круглых скобках в формуле (80) показывает, что он равен нулю в точках

$$v_y = \frac{V_s^3}{4V_A^2} |\cos \theta_0| (\pm \sin \theta_0 \pm 1). \quad (81)$$

Здесь знак перед $\sin \theta_0$ задаётся знаком в формуле (73). Два знака перед единицей определяют два значения на оси v_y , между которыми возмущения (80) являются медленными магнитозвуковыми волнами. Вне этой области они становятся поверхностными волнами. Возмущение, возрастающее при распространении от поверхности токового слоя, должно быть исключено из рассмотрения, поскольку оно не удовлетворяет граничному условию на бесконечности. Как показано в [89], затухающие возмущения являются уходящими от поверхности разрыва.

Ниже мы будем использовать тот факт, что при достаточно больших скоростях v_y волны (80) являются поверхностными независимо от значений θ_0 . Можно показать, что функция $v_y(\theta_0)$, определяемая формулой (80), ограничена по модулю сверху величиной

$$v_y^{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{16} \frac{V_s^3}{V_A^2}. \quad (82)$$

Максимальное значение (82) достигается при $\theta_0 = \pi/6$. Если

$$|v_y| > v_y^{\max}, \quad (83)$$

то волны (80) являются поверхностными для всех θ_0 .

Поверхностное возмущение, затухающее с удалением от оси x , не переносит энергию от поверхности токового слоя, потому что его амплитуда равна нулю при $y = \infty$. Однако эта поверхностная волна входит в общее возмущение пересоединяющего токового слоя и её амплитуда должна определяться из граничных условий. На основе этого поверхностная волна классифицируется как уходящая волна.

Что касается возрастающих возмущений, то формально это набегающие волны, но они должны быть отброшены, так как их амплитуды стремятся к бесконечности при $y \rightarrow \infty$. Обратим внимание, что по этой причине в области оттока плазмы из слоя там, где возможна только одна набегающая волна, входящие волны отсутствуют для заданного θ_0 , когда $|v_y| > v_y^{\max}$.

Заметим, что $v_y^{\max}$ совпадает с максимальным значением проекции групповой скорости медленной магнитозвуковой волны на ось y , которая в приближении $V_s \ll V_A$ имеет вид

$$(V_{gr}^-)_y = \frac{V_s^3}{V_A^2} \sin \theta \cos^3 \theta. \quad (84)$$

Кроме того, это значение также достигается при угле $\theta = \pi/6$. Так, неравенство (83) означает, что все медленные магнитозвуковые волны являются либо входящими, либо уходящими в зависимости от направления течения плазмы — к токовому слою или от него.

Чтобы решить задачу об эволюционности пересоединяющего токового слоя, необходимо вывести соответствующие граничные условия. Они связывают амплитуды возмущений, для которых $k_y \ll 1/a$ (т.е. возмущений, взаимодействующих со слоем, как с разрывом), по разные стороны от поверхности токового слоя. Однако эта задача непростая. В отличие от одномерного разрыва, волны с $k_y \ll 1/a$ вне токового слоя могут привести к возмущениям, для которых выполняется обратное неравенство внутри слоя. Кроме того, поскольку внутри токового слоя важны диссипативные эффекты, волновые числа этих возмущений имеют мнимые части, которые стремятся к бесконечности в пределе $a/b \rightarrow 0$. Это означает, что амплитуда возмущения возрастает неограниченно. Поэтому линеаризованные одномерные граничные условия в целом не выполняются на пересоединяющем токовом слое [58]. Этот факт будет пояснён в следующем разделе при анализе возмущений внутри токового слоя.

6.3. Возмущения внутри токового слоя

В нулевом порядке по малым параметрам ε_i решения уравнения (76) принимают вид (77) и

$$k_y^d = \frac{\omega_{\parallel}}{v_y}, \quad (85)$$

$$k_y^- = \pm \sqrt{\frac{iA}{V_s^2 v_m \omega_{\parallel}}}, \quad (86)$$

$$k_y^* = \frac{1}{A} \left[\omega_{\parallel} v_y F \pm \sqrt{\omega_{\parallel}^2 v_y^2 F^2 - A(k_x^2 A - \omega_{\parallel}^4)} \right], \quad (87)$$

где

$$F = V_{\perp}^2 k_x^2 - 2\omega_{\parallel}^2,$$

$$A = \omega_{\parallel}^2 V_{\perp}^2 - k_x^2 V_A^2 V_s^2.$$

Из основного неравенства (63) следует, что волновые векторы (77), (85) и (86) удовлетворяют ВКБ-приближению внутри пересоединяющего токового слоя. Дисперсионное уравнение справедливо для них, пока в пределе $k_y \gg 1/a$ слагаемые с производными невозмущённых величин в уравнениях МГД (см. [68], гл. VIII) пренебрежимо малы.

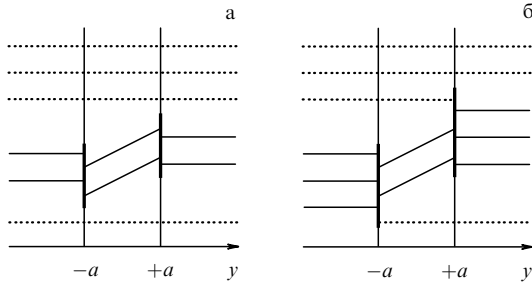


Рис. 15. Схематическое представление решения линеаризованных уравнений МГД в случае нормального (а) и наклонного (б) распространения.

Выражения (85) и (86) дают четыре решения системы уравнений МГД в рамках ВКБ-приближения. В противоположность этому, возмущения (87) не удовлетворяют ВКБ-приближению, поскольку для них $1/k_y a \rightarrow 0$. В этом случае нельзя пренебрегать производными невозмущённых величин в системе уравнений МГД и использовать уравнение (76).

Таким образом, мы приходим к выводу, что внутри пересоединяющего токового слоя существуют четыре возмущения, удовлетворяющие ВКБ-приближению независимо от величины k_x . Напомним, что за пределами токового слоя существуют четыре таких возмущения в случае нормального распространения и три — в случае наклонного распространения. Поэтому в последнем случае возмущения с $k_y \ll 1/a$ и $k_y \gg 1/a$ превращаются друг в друга.

6.4. Одномерные граничные условия

Для определённого, но достаточно общего распределения невозмущённых МГД-параметров внутри пересоединяющего токового слоя выражения, описывающие возмущение (и, следовательно, переход между возмущениями с $k_y \ll 1/a$ и $k_y \gg 1/a$), можно найти в аналитическом виде [58]. Эти решения представлены схематически на рис. 15.

Горизонтальные сплошные и пунктирные линии представляют собой решения с $k_y \ll 1/a$ и $k_y \gg 1/a$ соответственно. Наклонные линии представляют те решения, которые не удовлетворяют ВКБ-приближению. Суперпозиция возмущений с одной стороны от жирной вертикальной линии $y = \pm a$ (т.е. с одной стороны от токового слоя) переходит в суперпозицию возмущений на другой стороне.

В случае нормального распространения длинные волны, для которых $k_y \ll 1/a$, не переходят в короткие, для которых $k_y \gg 1/a$ (рис. 15а). В этом случае длинные волны взаимодействуют с пересоединяющим токовым слоем, как с тангенциальным разрывом, т.е. как если бы компонента скорости v_y была равна нулю. Амплитуды волн удовлетворяют линеаризованным граничным условиям для магнитозвуковых волн на тангенциальном разрыве с $v_{x1} = v_{x2}$:

$$\left\{ \delta p + \frac{B_x \delta B_x}{4\pi} \right\} = 0, \quad \{ \delta v_y \} = 0. \quad (88)$$

Таким образом, есть два граничных условия и две уходящие волны независимо от знака v_y . Кроме того, уравнения (88) всегда имеют единственное решение. Поэтому

пересоединяющий токовый слой эволюционен относительно нормально распространяющихся волн.

Другая ситуация возникает в случае наклонного распространения. В этом случае длинные волны вне слоя преобразуются внутри него в короткие волны. Это накладывает два дополнительных граничных условия на возмущения, которые взаимодействуют с пересоединяющим токовым слоем, как с разрывом. Дело в том, что для таких возмущений амплитуды коротких волн должны быть равны нулю. Как следствие, токовый слой ведёт себя как разрыв только в отношении специально подобранных возмущений.

Для таких возмущений может быть сформулирована задача об эволюционности. Однако выводы о неэволюционности различны для области прямого тока, где плазма втекает в пересоединяющий токовый слой, и для областей обратного тока, где плазма вытекает из слоя.

6.5. Эволюционность и распад

Итак, мы получили критерий эволюционности для пересоединяющего токового слоя, рассматриваемого как МГД-разрыв.

Если плазма втекает в слой (в области прямого тока на рис. 12б и 14) или если выполняется неравенство (83), то вывод о неэволюционности не может быть сделан. В этом случае либо токовый слой не ведёт себя как разрыв, либо, наоборот, задача о малых возмущениях имеет единственное решение. В последнем случае мы можем рассматривать обычную задачу о линейной устойчивости. Например, вопрос о линейной разрывной (tearing) неустойчивости [91, 92] всегда существует применительно к центральной части (области прямого тока) пересоединяющего токового слоя.

Пусть выполнено обратное к (83) соотношение

$$|v_y^{\text{ex}}| < \frac{3\sqrt{3}}{16} \frac{V_s^3}{V_A^2}. \quad (89)$$

Плазма вытекает из слоя (в областях обратного тока на рис. 12б и 14), причём скорость оттока меньше проекции групповой скорости медленной магнитозвуковой волны на нормаль к токовому слою (см. (89)). Тогда существует возмущение, для которого, во-первых, выполнены граничные условия на поверхности слоя, и во-вторых, амплитуды уходящих волн велики по сравнению с амплитудами падающих на слой волн в пределе $\varepsilon_i \rightarrow 0$, т.е. когда проводимость плазмы достаточно велика.

Такое возмущение внутри пересоединяющего токового слоя является решением системы линеаризованных МГД-уравнений и характеризуется за его пределами резонансным углом θ_0^* , определяемым из (81). Возмущение не описывается линейными уравнениями и задача его временной эволюции не имеет единого решения. Поэтому токовый слой не является эволюционным, а начальное возмущение МГД потока не мало. Возмущение может представлять собой расщепление пересоединяющего токового слоя на ударные волны, которые наблюдаются в численных экспериментах [56, 59, 60, 86].

Это позволяет объединить два режима магнитного пересоединения в токовых слоях: с присоединёнными к торцам слоя МГД-разрывами (см. раздел 7) и без них. Такая унифицированная модель может быть использована для описания нестационарных явлений в астрофизике.

зической плазме, связанных с эффектом пересоединения.

7. Проблемы интерпретации численных моделей

7.1. Разрывы вблизи области магнитного пересоединения

В работах [54–56] построена двумерная аналитическая модель стационарного пересоединения в плазме с сильным магнитным полем, включающая тонкий токовый слой (CL) и четыре присоединённые к его концам разрывные МГД-течения конечной длины R . На рисунке 16 показана правая половина токовой структуры, левая достраивается симметрично относительно оси y . Плазма втекает в пересоединяющий токовый слой сверху и снизу, а вытекает слева и справа. Конкретная геометрия токовой структуры задаётся её свободными параметрами в зависимости от астрофизических приложений.

На рисунке 17 показан частный случай магнитного пересоединения ($L = 1$, $R = 1$, угол наклона между плоскостью разрыва в первом квадранте и осью x равен 45°), который может быть взят за основу при сравнении со многими другими возможными режимами пересоединения. Рисунок 17 демонстрирует, что результатом решения задачи в главной (центральной) части области пересоединения является токовый слой (CL). Его "пересекают" две симметрично расположенные линии магнитного поля; "точки пересечения" (подробнее об их свойствах см. [93]) отделяют участки токового слоя, циркуляция поля относительно которых имеет противоположные знаки. Таким образом, в центральной части области пересоединения действительно находится токовый слой типа токового слоя Сыроватского, который состоит из прямого тока и двух присоединённых обратных токов.

В конкретных астрофизических приложениях, в частности, в солнечных вспышках, для определения физических параметров этой области следует воспользоваться моделью так называемого "сверхгорячего" турбулентного токового слоя [30]. Преимуществом аналитической

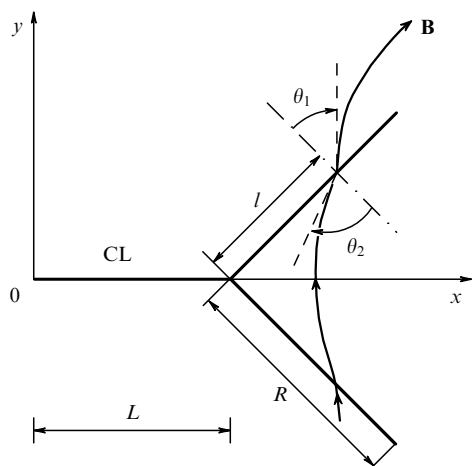


Рис. 16. Конфигурация электрических токов (жирные прямые отрезки) состоит из токового слоя (CL) и присоединённых к его торцам поверхностей разрыва конечной длины R ; L — полуширина пересоединяющего токового слоя. Электрические токи параллельны оси z декартовой системы координат.

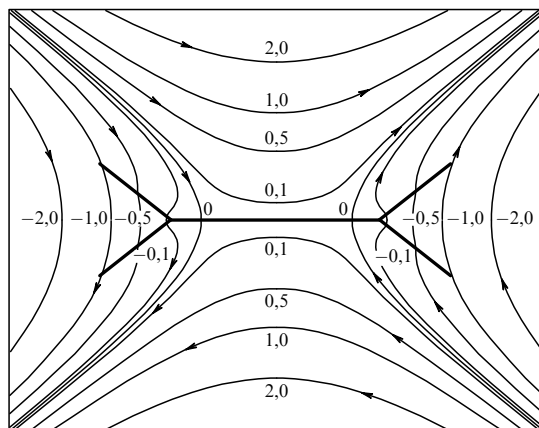


Рис. 17. Линии магнитного поля (тонкие кривые линии со стрелками) с указанием значений векторного потенциала. Видны области прямого и обратного тока внутри токового слоя (отрезок жирной горизонтальной прямой). На присоединённых поверхностях разрыва (наклонные отрезки жирной прямой) магнитное поле претерпевает скачок.

модели, однако, является возможность исследовать более общие закономерности, не зависящие от детальных предположений физической модели пересоединения. Рассмотрим некоторые общие свойства разрывных течений в окрестности токового слоя, предсказываемых аналитической моделью [54, 55]. Одним из результатов расчёта магнитного поля служат значения углов θ_1 и θ_2 наклона линий магнитного поля (см. рис. 16). При смещении по координате l вдоль поверхности разрыва от токового слоя к свободному краю ударной волны происходит изменение их величин, что приводит к смене типа МГД-разрыва.

В разделе 2.3 получено графическое представление возможных зависимостей между углами в виде рис. 5. Его можно использовать для идентификации типа разрывных МГД-течений по известной конфигурации магнитного поля в двумерном численном моделировании процесса магнитного пересоединения. Действительно, графики функции $\theta_2 = \arctan(a \tan \theta_1)$ при различных значениях коэффициента a не имеют точек пересечения внутри области $\theta_1 \in (0; \pi/2)$. По этой причине величина a (следовательно, и тип разрывного течения) однозначно определяется углами θ_1 и θ_2 . При $a > 1$ имеет место быстрая ударная волна. Значение $a = 1$ соответствует контактному разрыву. Если $-1 < a < 1$, то имеет место медленная ударная волна. Значение $a = -1$ отвечает альвеновской ударной волне. Наконец, $a < -1$ отвечает трансальвеновской ударной волне. Волны выключения и включения реализуются при $a = 0$ и $a \rightarrow \infty$ соответственно. Каждое значение коэффициента a определяется тремя физическими параметрами: ρ_1 , ρ_2 и m .

Характеристики перетекающей через разрыв плазмы меняются в зависимости от расстояния, отсчитываемого от точки присоединения к токовому слою вдоль поверхности разрыва. Различным режимам течения отвечают различные типы разрывных МГД-решений. На рисунке 18 показано постепенное изменение углов наклона магнитного поля при смещении вдоль присоединённой поверхности разрыва, начиная от точки $l = 0$ присоединения к токовому слою и заканчивая её "свободным краем" $l = R$, $R = 1$, где углы θ_1 и θ_2 равны между собой.

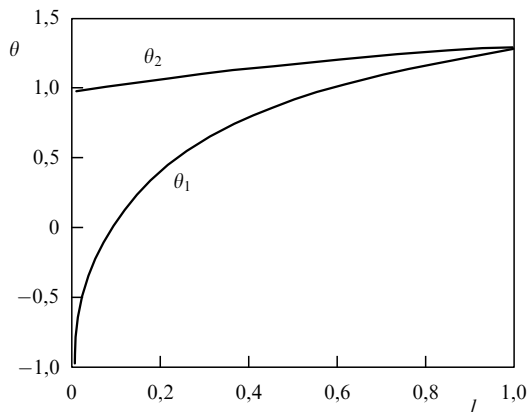


Рис. 18. Распределение углов θ_1 и θ_2 на присоединённой поверхности разрыва. Переменная l — расстояние, отсчитываемое от торца токового слоя вдоль поверхности разрыва. Медленная ударная волна в модели не реализуется.

В соответствии с графическим представлением, построенным в разделе 2.3, вблизи точки присоединения ударной волны к токовому слою ударная волна является трансальвеновской. Действительно, углы θ_1 и θ_2 не равны между собой и имеют противоположные знаки, причём $-\theta_2 > \theta_1$ (рис. 4г). Ситуация меняется, когда угол θ_1 обращается в нуль. В этой точке образуется волна включения ($\theta_2 \neq 0$). Далее, при больших значениях l разрывное течение переходит в режим быстрой ударной волны. Условия этого перехода детально рассмотрены в разделе 7.2.

В рамках той же аналитической модели пересоединения получено и иное распределение углов наклона магнитного поля [55], характерное для других значений параметров модели. На рисунке 19 представлен результат расчёта, в котором "внешние" (т.е. заканчивающиеся на свободных краях присоединённых разрывных течений) ударные волны являются медленными. Подробнее этот режим магнитного пересоединения будет рассмотрен в разделе 7.2. Отметим лишь, что наличие медленных ударных МГД-волн в окрестности компактной области пересоединения характерно для классического течения Петчека [21].

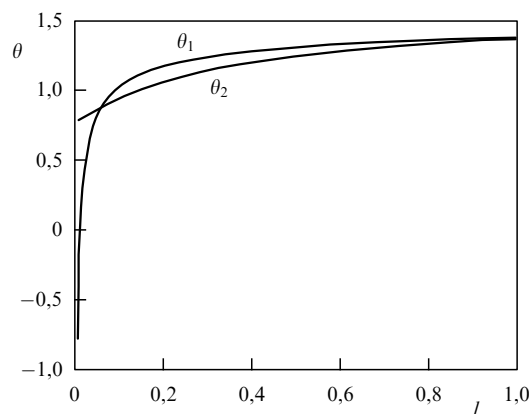


Рис. 19. Распределение углов θ_1 и θ_2 на присоединённой поверхности разрыва. Переменная l — расстояние, отсчитываемое от торца токового слоя вдоль поверхности разрыва. Медленная ударная волна реализуется в данной модели.

Однако напомним, что двумерное МГД-течение Петчека соответствует модельной постановке задачи о пересоединении противоположно направленных магнитных полей, которые однородны на больших расстояниях от области пересоединения, т.е. формально — на бесконечности. Между тем в рассматриваемой здесь аналитической модели асимптотика магнитных полей на больших расстояниях другая — поле становится гиперболическим. При этом режим пересоединения, по-видимому, является типичным для случая, когда область пересоединения (сепаратор магнитного поля в короне) расположена не очень высоко, на сравнительно небольшом расстоянии от "магнитного препятствия", т.е. аркады вспыхивающих петель в короне [30]. Аналогичная ситуация возникает в нестационарной МГД-модели, в которой точка быстрого пересоединения внутри бесконечного токового слоя расположена вблизи массивного медленно движущегося "магнитного острова" [63].

Как известно, трансальвеновские ударные волны являются незволучионными как в идеальной, так и в диссипативной МГД [75, 94, 95]. Более того, они, по-видимому, остаются незволучионными и в слабостолкновительной замагниченной плазме в окрестности сверхгорячих турбулентных токовых слоёв в солнечных вспышках. Исходя из этого, мы предполагаем, что вблизи торцов такого слоя структура разрывных течений становится более сложной. Возможно, она напоминает квазистационарную картину, устанавливающуюся в численных экспериментах в рамках диссипативной МГД (см., например, [51]). Однако возможна и существенно нестационарная картина разрывных течений, обусловленная так называемой осцилляторной дезинтеграцией трансальвеновских ударных волн [95].

7.2. Переходы между разрывами в модели пересоединения

Поверхность разрыва, поведение углов на которой показано на рис. 19, можно разделить на три области в соответствии с присутствующими на ней типами разрывных течений. Непосредственно к токовому слою примыкает трансальвеновская ударная волна. На рисунке 19 это область отрицательных значений угла θ_1 . При удалении от токового слоя имеет место быстрая ударная волна ($\theta_2 > \theta_1$) вплоть до точки пересечения кривых θ_1 и θ_2 . Оканчивается разрыв медленной ударной волной ($\theta_2 < \theta_1$), плавно переходящей в непрерывное течение ($\theta_2 = \theta_1$) на краю поверхности разрыва, т.е. при $l = 1$.

Смена типа ударной волны при постепенном изменении параметров течения плазмы должна происходить через переходные разрывы. В рассматриваемом здесь случае первый переход осуществляется между трансальвеновской и быстрой ударными волнами. В роли переходного разрыва, как было показано в разделе 3.3, выступает волна включения (33). Действительно, на рис. 19 видим, что в точке перехода между трансальвеновской и быстрой ударными волнами магнитное поле в набегающем потоке плазмы перпендикулярно к поверхности разрыва ($\theta_1 = 0$), а в убегающем — имеет тангенциальную составляющую ($\theta_2 > 0$).

Этот переход невозможно осуществить только лишь постепенным изменением потока массы через разрыв. Необходимо одновременно уменьшать угол падения магнитного поля, чтобы уменьшить разрыв между допустимыми значениями потока массы для быстрой и

трансальвеновской волн (см. рис. 6). Кроме того, и трансальвеновская, и быстрая ударные волны удовлетворяют неравенству (20). Значит, для плавного изменения параметров среды поток массы волны включения, через которую происходит переход, также должен удовлетворять этому неравенству:

$$m_{\text{off}}^2 > m_A^2 + m_{\perp}^2,$$

или

$$\frac{B_x^2}{4\pi r_2} > \frac{B_x^2 + \tilde{B}_y^2}{4\pi \tilde{r}}.$$

Упростив последнее соотношение, получим ограничение на возможное значение наклона магнитного поля за плоскостью разрыва:

$$\tan^2 \theta_2 < \frac{2\{\rho\}}{\rho_1}. \quad (90)$$

Для проиллюстрированной на рис. 19 смены быстрой ударной волны на медленную (точка пересечения графиков для θ_1 и θ_2) не существует переходного решения. Области допустимых потоков массы для этих двух типов разрывов не имеют смежных точек (см. рис. 6). Более того, пересечение кривых на рис. 19 говорит об отсутствии скачка магнитного поля в точке, разделяющей быструю и медленную ударные волны. Такую структуру поля имеет только контактный разрыв. Однако в быстрой ударной волне в соответствии с соотношением (26) $\tan \theta_2 \rightarrow \tan \theta_1$ лишь при $\{\rho\} \rightarrow 0$. Это же условие должно было бы налагаться на переходное решение, если бы таковое существовало. Между тем, подстановка $\{\rho\} = 0$ в граничные условия контактного разрыва (29) не оставляет никаких изменений в параметрах среды и магнитного поля. Скачки плотности, скорости, магнитного поля и давления в рассматриваемой точке равны нулю. Разрыв в точке соприкосновения быстрой и медленной ударных волн отсутствует.

Таким образом, поверхность разрыва оказывается физически разделённой на две области: внутренняя часть состоит из трансальвеновской и быстрой ударных волн, а внешняя представляет собой медленную ударную волну. При изменении свободных параметров модели можно получить режим пересоединения, в котором разрыв оканчивается быстрой ударной волной, а внешняя часть разрыва отсутствует вообще. Это говорит о том, что внутренняя часть разрыва обусловлена самим процессом пересоединения и тесно связана с наличием обратных токов на торцах токового слоя, что хорошо продемонстрировано в работе [54]. В то же время внешняя часть разрыва сильно зависит от факторов, влияющих на общую топологию токовых слоев: наличия или отсутствия "магнитного препятствия", неоднородностей распределения плазмы вне области пересоединения.

Можно проследить некоторые аналогии приведённых выше выводов с результатами современного численного МГД-моделирования процесса быстрого пересоединения. Незволюционность присутствующих в аналитической модели [54, 55] трансальвеновских волн и волн включения указывает на область распада разрывного течения на совокупность взаимодействующих разрывов.

Расчёты численных моделей в этой области должны быть особенно аккуратны. От этого зависит возможность правильной интерпретации сложной системы ударных волн, наблюдаемых вблизи областей обратных токов [49, 51, 52]. В работе [55] характеристики внешней части поверхности разрыва, образованной медленными ударными волнами, зависят от геометрии аналитической модели, а значит, от условий протекания процесса пересоединения.

Численные эксперименты говорят также, что плазма, выбрасываемая из пересоединяющего токового слоя, собирается в сгустки — так называемые "плазмиды". Как правило, они отделены от окружающей плазмы системой медленных ударных волн. Структура и интенсивность последних зависят от размеров и плотности "плазмидов".

В целом взаимосвязь процессов магнитного пересоединения и формирования системы сопутствующих разрывных течений требует всестороннего дальнейшего исследования.

7.3. Нагрев плазмы вне области пересоединения

Наибольшего нагрева вещества на разрывах можно ожидать от плазмы, претерпевающей большой скачок плотности в магнитном поле с резко меняющейся геометрией (см. раздел 4.2). Именно такие условия выполняются в области магнитного пересоединения. При слиянии двух противоположно направленных магнитных потоков образуется токовый слой, который в условиях высокой проводимости плазмы замедляет процесс пересоединения и накапливает в своей окрестности свободную магнитную энергию. В дальнейшем эта энергия реализуется при разрыве токового слоя (см., например, [24, 30]. При этом магнитное пересоединение осуществляет быстрое преобразование свободной магнитной энергии в энергию частиц плазмы и сопровождается формированием сложной картины МГД-разрывов в областях с резкими изменениями магнитного поля и поля скоростей. Такие системы разрывов наблюдаются как в лабораторных, так и в численных экспериментах [13, 15].

В аналитической модели магнитного пересоединения [54, 55] эти разрывные структуры внесены в качестве самостоятельного элемента. Типы присутствующих в них разрывов и условия на переходах между разрывами различных типов были предметом изучения в разделах 7.1 и 7.2. Теперь коснёмся вопроса дополнительного нагрева плазмы вне области пересоединения, а именно на ударных волнах, присоединённых к пересоединяющему токовому слою. Прежде всего следует обратить внимание на следующие обстоятельства. Во-первых, вблизи торцов токового слоя, где образуются обратные токи, ударные волны являются трансальвеновскими. Во-вторых, скачок плотности велик вблизи токового слоя и уменьшается до нуля по мере приближения к свободному краю разрыва. В разделе 4.2 нами показано, что все эти факторы способствуют увеличению скачка внутренней энергии вещества на разрыве. Таким образом, наилучшие условия для нагрева плазмы в рассматриваемой модели пересоединения осуществляются вблизи области обратных токов. Этот вывод согласуется с представлениями о наличии "сверхгорячей" (с электронной температурой больше 10 кэВ) плазмы в солнечных вспышках [30].

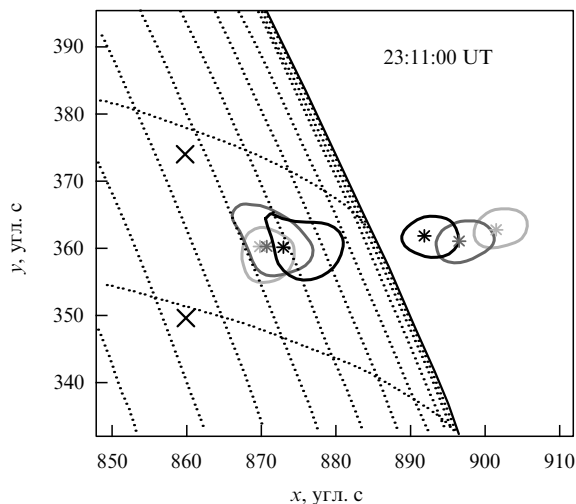


Рис. 20. Изображения солнечной вспышки, полученные на спутнике RHESSI, в нескольких энергетических диапазонах [45]. На замкнутых контурах оттенками серого отмечены диапазоны эффективной электронной температуры, измеренной в кэВ, от светлого к тёмному: 6–8, 10–12, 14–16 (на фоне диска Солнца) и 10–12, 12–14, 14–16 (за лимбом).

Наблюдения солнечных вспышек в рентгеновском диапазоне подтверждают наличие сверхвысоких температур плазмы. Рост температуры указывает на область основного энерговыделения (см. рис. 20 из [45]). Современные представления о структуре солнечной вспышки (см. [96]) однозначно ассоциируют эту область с процессом магнитного пересоединения. Жёсткое рентгеновское излучение на рис. 20 показывает положение "сверхгорячей" плазмы, прошедшей через турбулентный токовый слой. Наличие разрывных течений плазмы на границе областей повышенной температуры порождает дополнительный нагрев плазмы, поступающей через разрыв.

8. Заключение

Представлен обзор современного состояния теории разрывных МГД-течений и её приложений к физике магнитного пересоединения в астрофизической плазме, лабораторном и численном моделировании. Установлено соответствие между стандартной классификацией разрывных течений в МГД-среде [4] и характерным параметром течения плазмы — величиной потока массы через разрыв (18). Найден конкретный вид переходных решений для всех разрывов, между которыми разрешены переходы. На их основе построена обобщённая схема непрерывных переходов между разрывными течениями в МГД [9]. Она содержит разрывы, не представленные на более ранних схемах, такие как контактный разрыв, волны включения и выключения. Некоторые типы разрывных течений, например трансальвовенские ударные волны, являются неэволюционными. Они также включены в обобщённую схему переходов. При интерпретации результатов численного интегрирования уравнений МГД это позволяет видеть области, требующие более аккуратного расчёта и дополнительного исследования.

Описаны свойства пересоединяющего токового слоя Сыроватского и показана необходимость обобщения

модели [26]. В рамках упрощённой аналитической модели магнитного пересоединения [55] удалось отождествить различные участки присоединённых к токовому слою поверхностей разрывов с различными типами ударных МГД-волн. В частности, вблизи торцов токового слоя (при наличии в нём обратных токов) располагаются области трансальвовенских ударных волн и волн включения, которые, как известно, являются неэволюционными.

На основе анализа эволюционности показана возможность распада токового слоя на систему МГД-разрывов [57]. На примере ударных волн, присутствующих в аналитической модели пересоединения [55], показаны возможные ограничения, налагаемые на параметры течения условиями непрерывных переходов. Установлено разделение присоединённых к токовому слою поверхностей разрыва на две области, имеющие различные причины появления. Квазистационарная внутренняя область связана с обратными токами в токовом слое, а внешняя — обусловлена преимущественно граничными условиями, в которых реализуется процесс магнитного пересоединения, и его скоростью.

Найдена зависимость аналитического уравнения (47), описывающего изменение внутренней энергии плазмы при переходе через МГД-разрыв, как от термодинамических параметров плазмы, так и от типа МГД-разрыва. Нагрев тем сильнее, чем больше скачки плотности плазмы и плотности магнитной энергии на разрыве. Наибольший нагрев осуществляется трансальвовенским типом течения. Подобные условия реализуются вблизи области обратных токов в процессе магнитного пересоединения. Результат полезен для объяснения распределения температуры в плазме солнечных вспышек, наблюдаемых на современных космических рентгеновских обсерваториях [45].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ, гранты 11-02-00843-а и 14-02-31425-мола).

Список литературы

1. Alfvén H *Cosmic Electrodynamics* (Oxford: Clarendon Press, 1950)
2. De Hoffmann F, Teller E *Phys. Rev.* **80** 692 (1950)
3. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1986); Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1987)
4. Сыроватский С И *УФН* **62** 247 (1957)
5. Половин Р В *УФН* **72** 33 (1960); Polovin R V *Sov. Phys. Usp.* **3** 677 (1961)
6. Anderson J E *Magnetohydrodynamic Shock Waves* (Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1963)
7. Сыроватский С И *Труды ФИАН СССР* **8** 13 (1956)
8. Сомов Б В *Космическая электродинамика и физика Солнца* (М.: Изд-во Московского ун-та, 1993)
9. Леденцов Л С, Сомов Б В *ЖЭТФ* **144** 1319 (2013); Ledentsov L S, Somov B V *JETP* **117** 1164 (2013)
10. Sutton G W, Sherman A *Engineering Magnetohydrodynamics* (New York: McGraw-Hill, 1965)
11. Лукьянов С Ю *Горячая плазма и управляемый ядерный синтез* (М.: Наука, 1975)
12. Морозов А И *Введение в плазмодинамику* (М.: Физматлит, 2006)
13. Biskamp D *Nonlinear Magnetohydrodynamics* (Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1997)
14. Имшенник В С, Боброва Н А *Динамика столкновительной плазмы* (М.: Энергоатомиздат, 1997)

15. Büchner J, Dum C T, Scholer M (Eds) *Space Plasma Simulation* (Berlin: Springer, 2003)
16. Giovanelli R G *Nature* **158** 81 (1946)
17. Dungey J W *Cosmic Electrodynamics* (Cambridge: Univ. Press, 1958)
18. Orta J A, Huerta M A, Boynton G C *Astrophys. J.* **596** 646 (2003)
19. Sweet P A, in *Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics* (Proc. IAU Symp., No. 6, Ed. B Lehnert) (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1958) p. 123
20. Parker E N *Phys. Rev.* **107** 830 (1957)
21. Petschek H E, in *The Physics of Solar Flares, Proc. of the AAS-NASA Symp., 28–30 October, 1963, Greenbelt, MD* (Ed. W N Hess) (Washington, DC: National Aeronautics and Space Administration, Science and Technical Information Division, 1964) p. 425
22. Hones E W (Jr.) (Ed.) *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* (Washington, D.C.: American Geophys. Union, 1984)
23. Hoshino M, Stenzel R L, Shibata K (Eds) *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* (Tokyo: Terra Scientific Publ. Co., 2001)
24. Сыроватский С И *Астрон. журн.* **39** 987 (1962); Syrovatskii S I *Sov. Astron.* **6** 768 (1963)
25. Сыроватский С И *Астрон. журн.* **43** 340 (1966); Syrovatskii S I *Sov. Astron.* **10** 270 (1966)
26. Сыроватский С И *ЖЭТФ* **60** 1727 (1971); Syrovatskii S I *Sov. Phys. JETP* **33** 933 (1971)
27. Сыроватский С И *Труды ФИАН СССР* **74** 3 (1974); Syrovatskii S I *Proc. P.N. Lebedev Phys. Inst.* **74** 2 (1976)
28. Syrovatskii S I *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **19** 163 (1981)
29. Somov B V *Physical Processes in Solar Flares* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1992)
30. Somov B V *Plasma Astrophysics Pt. II Reconnection and Flares* 2nd ed. (New York: Springer, 2013)
31. Švestka Z, Jackson B V, Machado M E (Eds) *Eruptive Solar Flares, Proc. of Colloquium No. 133 of the Intern. Astronomical Union, Argentina, 2–6 August, 1991* (Berlin: Springer-Verlag, 1992)
32. Hanslmeier A, Veronig A, Messerotti M (Eds) *Solar Magnetic Phenomena, Proc. of the 3rd Summerschool and Workshop, Austria, August 25–September 5, 2003* (Dordrecht: Springer, 2005)
33. Hanslmeier A *The Sun and Space Weather* (Astrophysics and Space Science Library, Vol. 347) (Dordrecht: Springer, 2007)
34. Kosugi T et al. *Solar Phys.* **136** 17 (1991)
35. Ogawara Y et al. *Solar Phys.* **136** 1 (1991)
36. Tsuneta S et al. *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **44** L211 (1992)
37. Tsuneta S *Astrophys. J.* **456** 840 (1996)
38. Masuda S et al. *Nature* **371** 495 (1994)
39. Petrosian V, Donaghy T Q, McTiernan J M *Astrophys. J.* **569** 459 (2002)
40. Yokoyama T et al. *Astrophys. J.* **546** L69 (2001)
41. McKenzie D E, Hudson H S *Astrophys. J.* **519** L93 (1999)
42. Shibata K et al. *Astrophys. J.* **451** L83 (1995)
43. Ohya M, Shibata K *Astrophys. J.* **499** 934 (1998)
44. Sui L, Holman G D, Dennis B R *Astrophys. J.* **612** 546 (2004)
45. Sui L, Holman G D *Astrophys. J.* **596** L251 (2003)
46. Liu W et al. *Astrophys. J.* **676** 704 (2008)
47. Liu W, Chen Q, Petrosian V *Astrophys. J.* **767** 168 (2013)
48. Shimizu T, Ugai M *Phys. Plasmas* **10** 921 (2003)
49. Shimizu T, Kondoh K, Ugai M, in *Proc. of the Intern. Scientific Conf. on Chromospheric and Coronal Magnetic Fields* (ESA SP-596, Eds D E Innes, A Lagg, S K Solanki) (2005), CD-ROM, 25.1
50. Ugai M, Kondoh K, Shimizu T *Phys. Plasmas* **12** 042903 (2005)
51. Ugai M *Phys. Plasmas* **15** 082306 (2008)
52. Zenitani S, Miyoshi T *Phys. Plasmas* **18** 022105 (2011)
53. Lax P D *Commun. Pure Appl. Math.* **10** 537 (1957)
54. Безродных С И, Власов В И, Сомов Б В *Письма в Астрон. журн.* **33** 153 (2007); Bezrodnykh S I, Vlasov V I, Somov B V *Astron. Lett.* **33** 130 (2007)
55. Безродных С И, Власов В И, Сомов Б В *Письма в Астрон. журн.* **37** 133 (2011); Bezrodnykh S I, Vlasov V I, Somov B V *Astron. Lett.* **37** 113 (2011)
56. Марковский С А, Сомов Б В, в сб. *Физика солнечной плазмы* (Отв. ред. Б В Сомов, В В Фомичев) (М.: Наука, 1989) с. 45
57. Марковский С А, Сомов Б В *ЖЭТФ* **104** 2736 (1993); Markovskii S A, Somov B V *JETP* **77** 253 (1993)
58. Markovskii S A, Somov B V *J. Plasma Phys.* **55** 303 (1996)
59. Брушлинский К В, Заборов А М, Сыроватский С И *Физика плазмы* **6** 297 (1980); Brushlinskii K V, Zaborov A M, Syrovatskii S I *Sov. J. Plasma Phys.* **6** 165 (1980)
60. Biskamp D *Phys. Fluids* **29** 1520 (1986)
61. Yokoyama T, Shibata K *Astrophys. J.* **474** L61 (1997)
62. Chen P F et al. *Astrophys. J.* **513** 516 (1999)
63. Kondoh K, Ugai M, Shimizu T, in *Proc. of the Intern. Scientific Conf. on Chromospheric and Coronal Magnetic Fields* (ESA SP-596, Eds D E Innes, A Lagg, S K Solanki) (2005), CD-ROM, 72.1
64. Tidman D A, Krall N A *Shock Waves in Collisionless Plasmas* (New York: Wiley-Interscience, 1971)
65. Сиротина Е П, Сыроватский С И *ЖЭТФ* **39** 746 (1960); Sirotina E P, Syrovatskii S I *Sov. Phys. JETP* **12** 521 (1961)
66. Зельдович Я Б, Райзер Ю П *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений* (М.: Наука, 1966); Zel'dovich Ya B, Raizer Yu P *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena* (New York: Academic Press, 1966–1967)
67. Шерклиф Дж *Курс магнитной гидродинамики* (М.: Мир, 1967)
68. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982); Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)
69. Somov B V *Plasma Astrophysics Pt. I Fundamental and Practice* 2nd ed. (New York: Springer, 2013)
70. Леденцов Л С, Сомов Б В *Письма в Астрон. журн.* **37** 151 (2011); Ledentsov L S, Somov B V *Astron. Lett.* **37** 131 (2011)
71. Леденцов Л С, Сомов Б В *Письма в Астрон. журн.* **38** 831 (2012); Ledentsov L S, Somov B V *Astron. Lett.* **37** 744 (2012)
72. Somov B V *Fundamentals of Cosmic Electrodynamics* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1994)
73. Ахизер А И, Любарский Г Я, Половин Р В *ЖЭТФ* **35** 731 (1958); Akhiezer A I, Lyubarskii G Ya, Polovin R V *Sov. Phys. JETP* **8** 507 (1959)
74. Сыроватский С И *ЖЭТФ* **35** 1466 (1958); Syrovatskii S I *Sov. Phys. JETP* **8** 1024 (1959)
75. Ройхваргер З Б, Сыроватский С И *ЖЭТФ* **66** 1338 (1974); Roikhvarger Z B, Syrovatskii S I *Sov. Phys. JETP* **39** 654 (1974)
76. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика Т. 1* (М.: Наука, 1976); Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics Vol. 1* (Oxford: Pergamon Press, 1980)
77. Priest E R *Solar Magneto-hydrodynamics* (Dordrecht: D. Reidel Publ. Co., 1982)
78. Priest E, Forbes T *Magnetic Reconnection: MHD Theory and Applications* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000)
79. Kulsrud R M *Earth Planets Space* **53** 417 (2001)
80. Malyskikh L M, Linde T, Kulsrud R M *Phys. Plasmas* **12** 102902 (2005)
81. Somov B V, Syrovatskii S I *Solar Phys.* **75** 237 (1982)
82. Oreshina A V, Somov B V *Astron. Astrophys.* **331** 1078 (1998)
83. Lazarian A, Vishniac E T, in *Magnetic Fields in the Universe II: From Laboratory and Stars to the Primordial Universe* (Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica Ser. de Conferencias, Vol. 36, Eds A Esquivel et al.) (Mexico: Instituto de Astronomía, 2009) p. 81
84. Eyink G L, Lazarian A, Vishniac E T *Astrophys. J.* **743** 51 (2011)
85. Сомов Б В, Сыроватский С И *Труды ФИАН СССР* **74** 14 (1974); Somov B V, Syrovatskii S I *Proc. P.N. Lebedev Phys. Inst.* **74** 13 (1976)

86. Подгорный А И, Сыроватский С И *Физика плазмы* **7** 1055 (1981); Podgornyi A I, Syrovatskii S I *Sov. J. Plasma Phys.* **7** 580 (1981)
87. Karpen J T et al. *Astrophys. J.* **495** 491 (1998)
88. Priest E R, Lee L C J. *Plasma Phys.* **44** 337 (1990)
89. Конторович В М *ЖЭТФ* **35** 1216 (1958); Kontorovich V M *Sov. Phys. JETP* **8** 851 (1958)
90. Anderson J E *Magnetohydrodynamic Shock Waves* (Cambridge: M.I.T. Press, 1963)
91. Furth H P, Killeen J, Rosenbluth M N *Phys. Fluids* **6** 459 (1963)
92. Somov B V, Verneta A I *Space Sci. Rev.* **65** 253 (1993)
93. Сомов Б В, Сыроватский С И *ЖЭТФ* **61** 1864 (1971); Somov B V, Syrovatskii S I *Sov. Phys. JETP* **34** 992 (1972)
94. Todd L J. *Fluid Mech.* **21** 193 (1965)
95. Markovskii S A, Skorokhodov S L *J. Geophys. Res.* **105** (A6) 12705 (2000)
96. Shibata K *Astrophys. Space Sci.* **264** 129 (1998)

Discontinuous plasma flows in magnetohydrodynamics and in the physics of magnetic reconnection

L.S. Ledentsov, B.V. Somov

*Lomonosov Moscow State University, Sternberg Astronomical Institute,
Universitetskii prosp. 13, 119991 Moscow, Russian Federation
E-mail: koob@mail.ru, somov@sai.msu.ru*

This paper reviews the current status of the theory of discontinuous magnetohydrodynamic (MHD) flows and its application to the physics of magnetic reconnection in astrophysical plasmas and in laboratory and numerical simulation studies. The emphasis is on the study of continuous transitions occurring between different types of discontinuities as the plasma flow parameters are gradually and continuously varied. The properties of the Syrovatskii reconnecting current sheet are described and the possibility of the splitting of the current sheet into a system of MHD discontinuities is demonstrated. A simplified analytical model of magnetic reconnection is used to examine the system of shock waves associated with the current sheet. With this system as an example, some implications of the conditions of continuous transitions and the possibility of additional plasma heating by a shock wave are considered.

Keywords: magnetic reconnection, plasma, MHD discontinuous

PACS numbers: **52.35**, –g, 94.30.cq, 94.30.ct

DOI: 10.3367/UFNr.0185.201502a.0113

Bibliography — 96 references

Received 1 June 2014, revised 15 July 2014

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **185** (2) 113 – 142 (2015)

Physics – Uspekhi **58** (2) (2015)