

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

Скопления галактик, параметры подобия
и соотношения между их измеряемыми характеристиками

Г.С. Голицын

Исследования скоплений галактик, их кластеров, дают возможность проследить эволюцию Вселенной на разных стадиях её жизни. При наблюдениях кластеров измеряются светимость, размер, температура, масса. Кластеры связаны в единое целое тяготением с универсальной константой G . Все эти величины определяются тремя единицами измерений: массы, длины, времени. Поэтому в системе существуют два безразмерных параметра, обычно называемых параметрами подобия. Один из них — это вириальное соотношение между потенциальной и кинетической энергиями. Однако скорости кластеров галактик не измеряются. Светимость L и величина G позволяют ввести динамический масштаб скорости $U_x = (GL)^{1/5}$. Отношение этого масштаба к тепловой скорости газа даёт параметр подобия Π_1 , который с точностью порядка 10% постоянен для 30 рассматриваемых объектов. Это позволило численно определить вириальный параметр подобия Π_2 для 31 объекта. Для близких объектов с красным смещением $z \leq 0,2$ параметр Π_2 порядка 10, и он уменьшается с увеличением z , т.е. с уменьшением возраста объекта. Для проверки качества данных с помощью измеренных величин определено значение G , которое для близких объектов оказалось равным истинному значению G с точностью $\leq 6\%$, а для дальних — с точностью 28%. Предложено и проверено несколько других соотношений между измеряемыми характеристиками. Появляющиеся при этом численные коэффициенты оказываются постоянными в пределах 10–20%, причём в линейном масштабе. С возрастом кластеры в среднем увеличиваются по массе и размерам, что указывает на присоединение мелких кластеров к крупным. Полученные результаты можно считать верными для кластеров с температурой $T > 1$ кэВ, т.е. в рентгеновском диапазоне. Уменьшение масс кластеров с увеличением z , т.е. с уменьшением возраста объектов, в среднем прослеживается и в других диапазонах спектра. Показано, что по известным температуре и уровню принимаемого в рентгеновском диапазоне сигнала можно оценивать расстояние до скопления.

Ключевые слова: скопления галактик, параметры подобия, вириал и его численные оценки, проверка качества данных, расстояние до скоплений

PACS numbers: 98.65.–r, 98.65.Cw

DOI: 10.3367/UFNr.0185.201512c.1323

Содержание

1. Введение (1323).
 2. Параметры подобия (1325).
 3. Обзор данных и критерии подобия для кластеров (1326).
 4. Эволюция кластеров с их возрастом (1327).
 5. Проверка качества данных и соотношений между различными характеристиками кластеров. Связь между светимостью и температурой (1328).
 6. Энергия кластеров и энергетический параметр подобия (1329).
 7. Возможные соотношения между излучаемой мощностью и скоростями в релятивистских системах, связанных гравитацией (1330).
 8. Заключение и выводы (1330).
- Список литературы (1331).

Г.С. Голицын. Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер. 3, 119017 Москва, Российская Федерация
E-mail: gsg@ifaran.ru

Статья поступила 25 июня 2015 г.,
после доработки 10 августа 2015 г.

1. Введение

Изучение галактик и их скоплений — кластеров — одно из самых передовых направлений исследований в современной астрофизике. Галактические кластеры состоят из нескольких десятков, как наша локальная группа галактик, сотен или даже тысяч объектов. Обзор результатов в этом направлении содержится, в частности, в [1–4]. Галактические кластеры начали изучать в рентгеновском диапазоне [5, 6], а в последнее время — в миллиметровом диапазоне [4], и они наблюдаются при красных смещениях вплоть до $z \sim 1,5$, т.е. возраст далёких объектов всего лишь 1,5–2 млрд лет (при $z = 1,5$ возраст около 3,5 млрд лет), в то время как звездообразование началось спустя около 0,5 млрд лет после Большого взрыва (БВ), произошедшего 13,8 млрд лет тому назад, а галактики стали образовываться ещё через 1,5–2 млрд лет [7].

Современный инструментарий в рентгеновском диапазоне спектра излучения позволяет определять такие величины кластеров, как температура T_e , светимость L ,

масса M , красное смещение [5, 6]. Эти данные могут уточняться в результате новых измерений, например, в миллиметровом диапазоне [4] с использованием термического эффекта Сюняева–Зельдовича [8] по обратному комптоновскому рассеянию электронов на гало скоплений. Такой полный набор данных имеется лишь в рентгеновском диапазоне, т.е. при температурах $T_e > 1$ кэВ, что позволяет определить параметры подобию для кластеров и соотношения между измеряемыми величинами, присущие лишь этому высокоэнергетичному диапазону.

Если измеряются скорости U объектов, орбитальные, тепловые или турбулентные, то весьма популярным для анализа становится соотношение L со светимостью:

$$L = KU^n, \quad (1)$$

где K — определяемый по какой-либо совокупности данных множитель. Впервые такое соотношение было опубликовано Талли и Фишером (ТФ) [9] в 1977 г. Для ряда близких радиогалактик Талли и Фишер нашли, что $n = 2,5 \pm 0,3$, и определили величину размерного множителя K . В случае известных скоростей соотношение (1) было предложено использовать для оценок истинных величин светимостей и тем самым определять расстояние до объектов по измеренным значениям светимости и скорости. Позднее соотношение типа (1) стали использовать в видимом и ближнем инфракрасном (ИК) диапазонах. В последнем случае недавний обзор [10] даёт значение $n = 3,5 \pm 0,3$ для оценки связи между светимостью и шириной спектральных линий. Однако наиболее простой вид соотношение (1), физически обоснованный по крайней мере с точки зрения теории размерности, принимает при $n = 5$, когда размерность K равна обратной размерности гравитационной постоянной $G = 0,6672 \times 10^{-10} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$.

Чтобы обойти трудности, связанные с размерными множителями наподобие K в (1), рассматриваемые величины обычно соотносят с какой-либо хорошо известной величиной того же класса, т.е. вместо (1) используется отношение

$$\frac{L}{L_r} = \left(\frac{U}{U_r} \right)^m, \quad (1')$$

где индекс r относится к известной отсчётной величине. Соотношение (1') можно назвать автомодельным. Следует иметь в виду, что автомодельность может наблюдаться лишь в некоторой ограниченной области существования параметров подобию. Даже в таком классическом случае, как мелкомасштабная турбулентность Колмогорова–Обухова, имеются небольшие, но принципиальные уточнения, такие как зависимость предстепенного множителя от логарифма числа Рейнольдса [11].

Размеры скоплений порядка нескольких мегапарсеков ($1 \text{ Мпк} = 3,0856 \times 10^{22} \text{ м}$), светимости порядка 10^{37} Вт и более (светимость Солнца $4 \times 10^{26} \text{ Вт}$), массы порядка $10^{14} m_\odot$ (масса Солнца $m_\odot = 2 \times 10^{30} \text{ кг}$). Температуры кластеров [5] — от ~ 2 кэВ вплоть до ~ 14 кэВ, т.е. находятся в рентгеновском диапазоне. Это температуры межгалактического газа, состоящего из протонов, электронов и около 10 % атомов гелия. Поэтому молекулярный вес межгалактического газа $\mu = 0,6$, как у Солнца. Наблюдения ведутся с помощью специализированных спутников и больших высокогорных телескопов.

Тяготение привело к кластеризации галактик, к сжатию газа и возрастанию его температуры до несколь-

ких миллиардов градусов. Одновременное действие сил тяготения, термодинамических и физических процессов обуславливает их взаимосвязь и соответствие величин измеряемых характеристик. Коэффициент K в правой части (1) при $n = 5$ имеет размерность, обратную размерности универсальной гравитационной постоянной, т.е. эмпирическое соотношение (1) можно записать как

$$GL = U^5. \quad (2)$$

Размерные соотношения имеют численный коэффициент, который, согласно Альберту Эйнштейну [12], в правильных формулах не должен сильно отличаться от единицы, хотя, строго говоря, это ниоткуда не следует. В первой книге по анализу размерностей [13] описывается эта работа Эйнштейна [12], где для сжимаемости твёрдого тела предлагается формула из соображений размерности, численный коэффициент в которой оказался равным 0,14.

В разделе 3 будет показано, что наблюдательные данные [5, 6] по кластерам позволяют определить численный коэффициент в соотношении (2), и он оказывается равным единице с погрешностью не более 30 %. В разделе 7 показано, что излучаемая мощность гравитационных волн при сближении чёрных дыр и обращении их вокруг друг друга оценивается сверху формулой (2) при замене U скоростью света c . Такая же формула справедлива и на планковских масштабах, образуемых постоянной Планка, гравитационной постоянной и скоростью света.

Уравнение (2) позволяет ввести масштаб скорости

$$U = (LG)^{1/5}. \quad (3)$$

В используемых здесь единицах для светимости $L = 10^{37} \text{ Вт}$ (этот масштаб порядка светимости нашей Галактики в оптическом диапазоне),

$$U = 232L^{1/5} [\text{км с}^{-1}]. \quad (4)$$

Для справки: орбитальная скорость Солнца на расстоянии 8,5 кпк от галактического центра в настоящее время оценивается разными методами и разными авторами [14] величиной $230 \pm 30 \text{ км с}^{-1}$. Для отдельных галактик значения светимости вместе со средними скоростями в книге [14] приводятся лишь для Млечного Пути и Андромеды (М31): $(230 \pm 10) \text{ км с}^{-1}$ и 260 км с^{-1} соответственно при $L = 0,80 \times 10^{37}$ и $0,94 \times 10^{37} \text{ Вт}$. Это даёт величины скоростей 222 и 229 км с^{-1} , т.е. лишь примерно на 10 % меньшие наблюдаемых. Хорошее согласие наблюдается и для конвективных скоростей для Солнца. Это позволяет назвать масштаб (3) динамической скоростью U_d .

В настоящей статье к четырём перечисленным выше измеряемым величинам: температуре T_e , светимости L , массе M и размеру R — добавляется постоянная тяготения $G = 6,672 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$, поскольку тяготение связывает все эти величины в самосогласованный для кластера комплекс. Кроме того, мы добавим ещё два соотношения, широко употребляемые в астрофизике, которые понадобятся нам в дальнейшем. Это временной масштаб образования галактик или их кластеров [7] при заданной массе:

$$t_d = (G\rho)^{-1/2} = R^{3/2}(GM)^{-1/2}, \quad (5)$$

где ρ — плотность вещества объекта, и тепловая скорость

$$U_T [\text{км с}^{-1}] = \left(\frac{3kT}{\mu m_p} \right)^{1/2} = 693 T_e^{1/2}, \quad (6)$$

где T_e — температура в кэВ ($1 \text{ кэВ} = 1,161 \times 10^7 \text{ К}$), $\mu = 0,6$ — молекулярный вес газовой смеси, $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ кг}$ — масса протона. Для одноатомного газа тепловые скорости примерно на 30 % больше скорости звука c_s .

2. Параметры подобия

Все пять перечисленных в разделе 1 характеристик определяются тремя единицами измерений: массы M , длины L и времени T . Следовательно [13, 15, 16], должны существовать два параметра подобия, и можно устанавливать разнообразные соотношения между измеряемыми величинами.

Имея два масштаба скорости, можно предложить первый параметр подобия:

$$P_1 = \frac{U_d}{U_T} = \frac{(LG)^{1/5}}{(3kT/\mu m_p)^{1/2}} = 0,334 L^{1/5} T^{-1/2}, \quad (7)$$

где светимость выражается в единицах 10^{37} Вт , а T — в кэВ. Величину P_1 можно выразить через число Маха:

$$\text{Ma} = \frac{U_d}{c_s} = \frac{U_d}{0,7 U_T} \approx 1,3 P_1, \quad (8)$$

где численные коэффициенты, определяемые с использованием показателя адиабаты, даны для одноатомного газа.

Второй критерий подобия, употребляемый в астрофизике, — это вириальное соотношение $P_2 = MG/U^2 R$. С помощью (7) и (8) представим параметр P_2 как

$$P_2 = \frac{MG}{U^2 R} = \frac{MG}{P_1^2 U_T^2 R}, \quad (9)$$

что мы можем рассчитать для всех кластеров, описанных в [5, 6]. Оба критерия подобия приводятся в табл. 1 и 2. Другими словами, численная величина вириала P_2 показывает относительную глубину потенциального колодца [1, 2], т.е. то, насколько потенциальная энергия больше кинетической. Отметим, что в литературе, относящейся к скоплениям галактик, численные значения вириала не приводятся. Их нет и для отдельных галактик [14]. При этом близкие скопления заранее считаются уже достигшими релаксации, а дальние — не совсем. В

Таблица 1. Параметры* дальних кластеров из работы [5] с параметрами подобия P_1 и P_2 в зависимости от возраста объектов

№	z	T_e , кэВ	L , 10^{37} Вт	M_{200} , $10^{14} M_\odot$	R , Мпк	P_1	P_2	t_a , 10^9 год	t_d , 10^9 год	t_a/t_d
1	0,394	4,8	9,2	1,24	0,5	0,238	7,0	8,12	0,48	16,9
2	0,400	3,7	8,9	1,42	0,7	0,269	7,4	8,09	0,49	16,8
3	0,424	3,6	10,6	1,07	0,5	0,282	8,1	7,92	0,61	13,0
4	0,426	7,6	27,0	2,89	0,9	0,234	5,3	7,91	0,50	15,8
5	0,451	14,1	260,4	8,77	0,9	0,270	9,4	7,75	0,43	18,0
6	0,453	5,8	15,9	1,81	0,7	0,241	6,0	7,73	0,65	11,9
7	0,460	5,3	16,3	1,57	0,5	0,254	8,0	7,68	0,55	14,0
8	0,516	5,1	15,7	1,67	0,6	0,252	7,4	7,34	0,54	13,6
9	0,537	8,1	91,7	3,68	1,0	0,290	6,2	7,21	0,78	9,2
10	0,541	9,9	113,3	6,43	1,0	0,274	8,8	7,19	0,59	12,2
11	0,562	4,8	12,5	1,19	0,5	0,253	6,7	7,07	0,49	14,4
12	0,574	2,7	38,8	0,36	0,5	0,265	3,6	7,00	0,88	8,0
13	0,583	5,2	10,8	0,95	0,5	0,236	5,0	6,95	0,54	12,9
14	0,700	7,2	28,7	2,01	0,7	0,244	5,4	6,36	0,62	10,2
15	0,782	6,3	32,4	1,41	0,7	0,266	4,3	5,99	0,74	8,1
16	0,805	2,2	2,0	0,21	0,5	0,258	2,6	5,89	1,16	5,1
17	0,805	4,3	13,2	1,04	0,8	0,269	4,1	5,89	1,05	5,6
18	0,813	6,6	28,8	1,25	0,7	0,255	3,7	5,86	0,79	7,4
19	0,823	7,8	70,9	2,58	1,0	0,280	4,5	5,81	0,93	6,2
20	1,100	3,5	5,9	0,26	0,5	0,255	2,0	4,82	1,04	4,6
21	1,261	4,7	6,0	0,20	0,5	0,220	1,2	4,36	1,19	3,7

* M_{200} — полная масса в объёме, на внешней границе которого значение плотности в 200 больше критической, при которой метрика Вселенной остаётся плоской в современную эпоху.

Таблица 2. Параметры для близких кластеров из работы [6]

№	z	R_{500} , Мпк	T , кэВ	M_{500} , $10^{14} M_{\odot}$	Π_2	t_a , 10^9 год	t_d , 10^9 год	t_a/t_d
22	0,0569	1,007	4,14	3,17	10,3	11,3	0,844	13,4
23	0,0162	0,650	2,08	1,0	10,0	11,8	0,791	14,9
24	0,1883	0,944	4,81	3,06	9,1	9,8	0,781	12,5
25	0,0881	1,337	7,94	7,68	9,8	10,9	0,831	13,1
26	0,1603	1,096	5,96	4,56	9,5	10,1	0,799	12,6
27	0,1429	1,299	7,38	7,57	10,7	10,3	0,800	12,5
28	0,0622	1,235	6,12	6,03	10,8	11,2	0,813	13,8
29	0,0592	1,362	8,47	8,01	9,4	11,2	0,835	13,4
30	0,2302	1,416	8,89	10,74	11,5	9,4	0,765	12,3
31	0,0199	0,634	1,64	0,77	10,0	11,7	0,855	13,7

разделе 6 этим понятиям применительно к конкретным объектам будут приписаны количественные значения.

Обратим внимание на то, что в системе с четырьмя измеряемыми характеристиками и константой G мы можем по правилам действия с размерными величинами установить связь одной из них с любой другой, используя две оставшиеся, одной из которых может быть G . Из сравнения с данными измерений в такой связи возникают безразмерные численные коэффициенты, которые также могут служить критериями подобия. Но эти коэффициенты должны быть функциями уже определённых выше критериев Π_1 и Π_2 , что будет показано на приведённых в разделах 4–6 примерах.

3. Обзор данных и критерии подобия для кластеров

Приступим к обзору имеющихся у нас данных, полученных в основном А.А. Вихлининым [5] для 21 дальнего кластера с $z \geq 0,4$ и для 10 близких кластеров [6] с $z \leq 0,23$ (в работе [6] для трёх кластеров не хватает данных для полного использования развиваемых здесь представлений). Эти данные, которые получены с помощью как специализированных спутников, так и больших наземных телескопов, содержат наиболее полные комплексы одновременно измеряемых величин, что делает их удобными для разностороннего анализа. Качество этих измерений будет проверено в разделах 4–6 посредством определения на их основе константы G : точность совпадения определённого таким образом значения G с универсальным значением этой константы может служить мерой точности данных первичных измерений.

В таблице 1 представлены данные [5] по красным смещениям z , температурам, светимостям, массам и размерам, а также вычисленные на их основе параметры подобия Π_1 и Π_2 , определяемые формулами (7) и (9). В таблице 2 приведены данные для тех же величин, что и в табл. 1, за исключением данных по светимости, для 10 близких кластеров. Возраст кластеров t_a определён как $t_a = [t_0(1+z)^{-1} - 1,8]$ в миллиардах лет, $t_0 = 13,8$ млрд лет — момент Большого взрыва, 1,8 млрд лет — условное время начала образования кластеров [7], t_d — длительность времени процесса образования кластеров согласно (5). Отношение t_a/t_d характеризует относитель-

ное время существования уже более или менее сформировавшихся кластеров. В обзорах [1, 2] рассматриваются уже отрелаксировавшие кластеры, в том смысле, что кинетические энергии кластеров заметно меньше их потенциальных энергий. В наших терминах величина вириала, т.е. параметр подобия Π_1 , уже слабо изменяется.

На рисунке 1 для дальних кластеров [5] с известными светимостями приведены рассчитанные величины критерия подобия Π_1 с максимальным значением 0,29 для кластера № 9 и минимальным значением 0,22 для самого дальнего объекта с $z = 1,26$. С вероятностью около 80 % статистически среднее значение равняется $0,26 \pm 0,02$, как это видно из рис. 1. К сожалению, несмотря на то что нам известно множество деталей, касающихся нашей Галактики, мы не можем определить среднюю температуру межгалактического газа и не можем уверенно оценить светимость Галактики. Это слишком усреднённые величины, для установления которых нужны измерения извне с достаточной большой расстройкой. Но мы можем оценить параметр подобия Π_1 для Солнца с температурой излучения $T = 5750$ К и светимостью $L = 4 \times 10^{26}$ Вт. Тогда динамический масштаб скорости $U_d = 2$ км с⁻¹, что является масштабом для конвективных движений, и, следовательно, $\Pi_1 = 0,125$. Эта величина лишь вдвое меньше, чем соответствующие параметры подобия для кластеров с параметрами, на 10–12 порядков большими. С учётом разумных оценок чисел Маха для дальних кластеров, с разбросом порядка 10 %, мы предположим, что величина $\Pi_1 = 0,26$ остаётся такой же и для

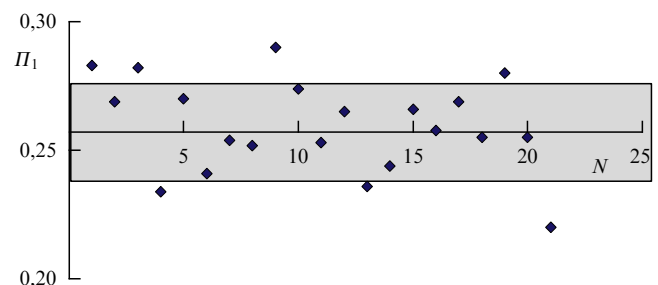


Рис. 1. Значения критерия подобия Π_1 для 21 объекта из табл. 1. По оси абсцисс N — номер кластера. В затемнённой полосе находится 2/3 объектов.

ближних 10 кластеров. Данные для ближайших кластеров представлены в табл. 2, которая отличается от табл. 1 тем, что в ней нет светимостей кластеров. Обратим внимание на то, что величина вириала близка к 10, а именно среднее значение $P_2 = 10,1 \pm 0,6$.

4. Эволюция кластеров с их возрастом

Теперь мы можем на основе табл. 1 и 2 проследить эволюцию кластеров с их возрастом. Она проявляется прежде всего в изменении вириального параметра подобия P_2 с изменением относительного возраста кластера. Скорости кластеров непосредственно не измеряются, однако это затруднение мы можем обойти, используя приблизительное постоянство критерия подобия P_1 или числа Маха. Тогда

$$P_2 = \frac{MG}{P_1^2 a T R}, \tag{10}$$

где $a = 3kA/(\mu m_p) = 4,8 \times 10^{11}$ в стандартной системе единиц: килограмм, метр, секунда. В наших специальных единицах измерений

$$P_2 = 3,3 \frac{M}{T_e R}, \tag{10'}$$

что и было использовано для расчёта вириала P_2 в табл. 1, 2 (заметим, что в литературе, цитируемой в настоящей статье, не приводится численных значений вириала). Значения P_2 в зависимости от величины относительного возраста t_a/t_d представлены на рис. 2. Для 10 ближних кластеров из табл. 2 (им соответствуют светлые кружки), хорошо отрелаксировавших в вириальном смысле, как сказано в [2, 6], параметр $P_2 \approx 10$. К этому значению в табл. 1 близка только величина $P_2 = 9,4$ для гигантского кластера № 5 со светимостью и массой, на порядок превосходящими светимости и массы остальных объектов. Общая тенденция для параметра P_2 — его уменьшение с убыванием относительного возраста t_a/t_d . В целом, массы дальних кластеров, $z \geq 0,4$, заметно меньше, чем в табл. 2, где средний возраст $t_a/t_d \approx 13,2 \pm 0,6$, хотя массы различаются более чем на порядок. Однако величина P_2 при этом остаётся порядка 10. При небольшом различии относительных возрастов величина вириала порядка 10, вероятно, может указывать на достаточно полную релаксацию объекта. Меньшие массы в табл. 1 и их

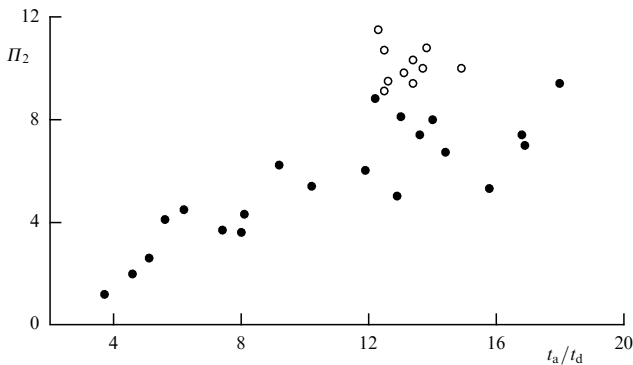


Рис. 2. Значения критерия подобия P_2 в зависимости от относительного возраста кластера. Тёмные кружки соответствуют объектам из табл. 1, светлые — из табл. 2.

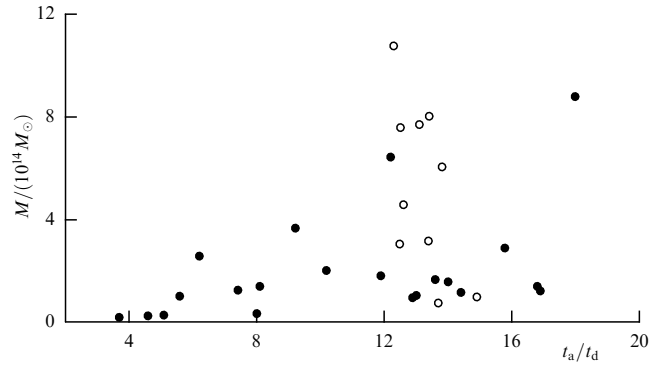


Рис. 3. Массы кластеров в зависимости от их возрастов: тёмные кружки соответствуют кластерам с $z \geq 0,4$, светлые — с $z \leq 0,23$.

возрастание в среднем с увеличением относительного возраста t_a/t_d указывают на то, что в процессе эволюции большие скопления кластеров нередко поглощают меньшие соседние.

На рисунке 3 представлена зависимость масс кластеров от их относительного возраста. Видна общая тенденция увеличения массы кластера с его возрастом. Из таблиц 1 и 2 видно, что при $0,57 \leq z \leq 1,26$ среднее значение масс $M = 1,03 \pm 0,63$, в то время как для 11 кластеров с $0,4 \leq z \leq 0,56$ масса $\bar{M} = 2,9 \pm 1,7$, а для 10 ближних кластеров из табл. 2 — $\bar{M} = 5,3 \pm 2,3$, т.е., переходя от дальних объектов к ближним, мы видим в среднем пятикратное возрастание массы. В меньшей степени, но значимо возрастают их средние размеры \bar{R} с увеличением возраста: для 10 дальних объектов $\bar{R} = 0,67 \pm 0,14$, для 11 первых объектов из табл. 1 — $\bar{R} = 0,71 \pm 0,17$, а для 10 ближних из табл. 2 — $\bar{R} = 1,03 \pm 0,26$. При этом отношение M/\bar{R} возрастает приблизительно втрое. Все эти эффекты объясняются поглощением соседей.

Заметим, что динамический возраст t_d оценивается по наблюдаемым сейчас массам и размерам, которые относятся к далёкому прошлому. При поглощении меньшего кластера большим повышается общая плотность результирующего кластера, и тогда, согласно (5), уменьшается время t_d , т.е. относительный возраст t_a/t_d должен увеличиться с поглощением соседей. Ближние кластеры (светлые кружки на рис. 3) группируются, очевидно, в пределах относительных возрастов 10–14, как и на рис. 2 для вириальных коэффициентов подобия. Хотя разброс в массах для ближних кластеров существенно больше, чем в их значениях P_2 , это лишь подтверждает, что они хорошо отрелаксированы в смысле вириального равновесия. Особняком стоит кластер № 5 с очень большой массой, огромной светимостью и относительно небольшим размером, из-за чего велик его относительный возраст. По критерию подобия P_2 этот кластер также приближается к уже хорошо отрелаксировавшим кластерам из табл. 2. Конечно, ансамбль из 31 кластера слишком мал, и он требует расширения, но для этого нужны комплексные измерения параметров кластеров, как в [5], которых не было проведено в [6].

Очевидным образом относительный возраст тесно связан с величиной красного смещения z . В обзоре [2] имеется замечательный рис. 6, на котором представлены массы кластеров в зависимости от z , и там чётко видно возрастание в среднем масс с убыванием z , т.е. с увеличением относительного возраста. Оценка масс в [4]

проводится по термическому эффекту Сюняева – Зельдовича (СЗ) [8], связанному с обратным комптоновским рассеянием электронов на гало скоплений. Эти измерения проводились на 10-метровом телескопе, установленном на Южном полюсе Земли в 2008 г. Около 800 кластеров, измеренных по эффекту СЗ, и более 1000 объектов, измеренных в других диапазонах: инфракрасном, видимом и рентгеновском, — все указывают на статистическое возрастание масс объектов с увеличением их возраста.

5. Проверка качества данных и соотношений между различными характеристиками кластеров. Связь между светимостью и температурой

Теперь представим несколько примеров проверки справедливости формул, полученных в результате анализа размерностей, и оценок разброса с реальными данными наших таблиц. Начнём с соотношения типа ТФ, уравнения (2), которое пока не предлагалось для кластеров. Оценим численный коэффициент в наших единицах:

$$c_g = LGU_d^{-5} = LG(\Pi_1 U_T)^{-5} = 2,94 LT_c^{-5/2}. \quad (11)$$

По набору из 20 кластеров табл. 1, исключая объект № 12 ввиду вопиющего несоответствия его массы со светимостью, получаем $c_g = 1,00 \pm 0,28$. Этот разброс находится в пределах 67% при минимальной величине 0,47 для самого удалённого объекта № 21 и максимальной величине 1,82 для объекта № 9, также выпадающего из ансамбля по ряду свойств. Близость к единице численного коэффициента c_g в соотношении (11) по экспериментальным данным говорит о глубокой природе этой связи, а разброс порядка 30% свидетельствует о хорошем качестве данных, т.е. о взаимной согласованности данных измерений светимости и температуры.

Данные табл. 2 по близким кластерам представляются имеющими большую точность, чем данные в

табл. 1. Это можно показать, вычисляя по ним гравитационную постоянную G_d из формул типа (10) или (10'). Следует учесть, что в табл. 2 массы даны в виде M_{500} , т.е. оцениваются по плотностям, в 500 раз бóльшим, чем плотность в плоской модели Вселенной. В то же время в табл. 1 приведены массы M_{200} , т.е. массы в объёме, на поверхности которого плотность лишь в 200 раз больше критической. Согласно [6] $M_{500} \approx 0,7 M_{200}$. Далее используем формулу для размера объекта, получаемую из соображений размерности, $R = MG/aT$, откуда

$$G = \frac{aTR}{M} = \frac{5,184 RT}{M} \equiv G_d, \quad (12)$$

где коэффициент a определён сразу после формулы (10).

Согласно данным табл. 2, определённая таким образом величина $G_d = (6,99 \pm 0,39) \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$. Её отношение к универсальной постоянной тяготения равно $1,048 \pm 0,053$. Совпадение в пределах 5% следует считать хорошо характеризующим совокупную точность измерений для близких объектов. Заметим, что G_d имеет наибольшее значение, $G_d = 7,69 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$, для объекта № 25, а наименьшее, $G_d = 6,10 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$, для объекта № 31. Следует также отметить, что в табл. 2 мы привели центральные значения измеренных величин из работы [6], имеющих разброс 4%–6%.

Популярной темой исследований является анализ зависимости светимости объекта от его температуры (см., например, [6]). Экспериментальные данные приведены на рис. 4, взятом из обзора [2]. В обзоре [1] имеется весьма информативный рис. 14, на котором приведены данные многих десятков наблюдений и моделирования. При $T > 1,5$ кэВ наблюдается чёткая зависимость светимости $L \propto T^{5/2}$, а при меньших температурах разброс данных увеличивается и показатель степени явно возрастает. Зависимость $L \sim T^{5/2}$ подтверждает разумность введённого в настоящей статье динамического масштаба скорости $U_d = (GL)^{1/5}$ (см. (11)) и хорошую степень постоянства первого критерия подобия $\Pi_1 = U_d/U_T$. Зависимость $L \sim T^4$ более или менее соответствует

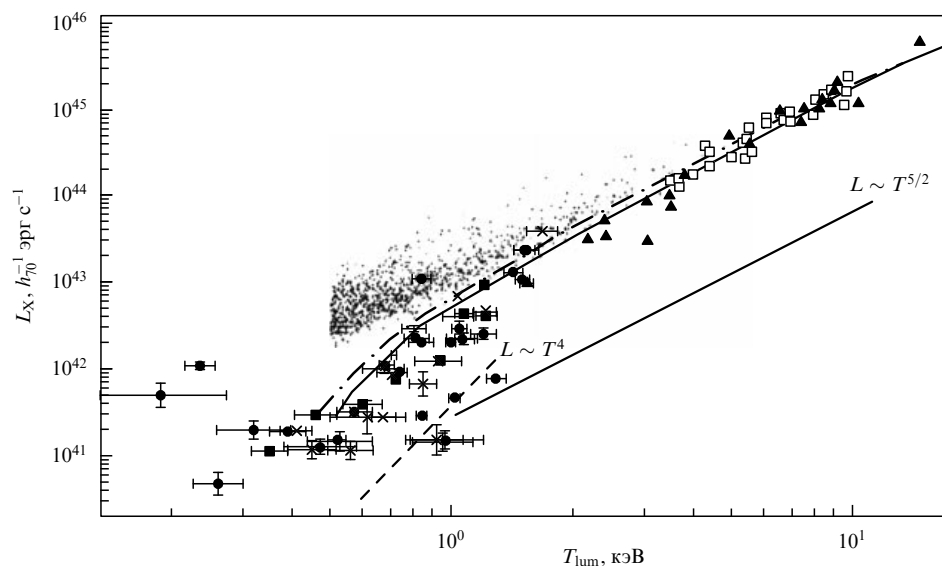


Рис. 4. Светимость кластеров в зависимости от их температуры (адаптированный рисунок из обзора [2]). "Точечное облако" в центре рисунка соответствует результатам численного моделирования (h_{70} — нормированная постоянная Хаббла). Разными символами показаны результаты различных экспериментов (см. подробности в [2]). Дополнительно нанесены штриховая линия $L \sim T^4$ и сплошная линия $L \sim T^{5/2}$.

наблюдательным данным при $T \leq 1$ кэВ и, вероятно, относится к оптическим плотностям материала скопления $\tau \geq 1$, когда можно ожидать появления термодинамического равновесия между излучением и веществом. Из найденного приблизительного постоянства числа Маха, т.е. параметра P_1 , и формулы (2) можно получить, что

$$L \approx G^{-1} P_1^5 a^{5/2} T^{5/2} = 0,286 T_e^{5/2} \quad (13)$$

в используемой здесь системе единиц. Та же зависимость получается и в результате непосредственного расчёта по данным табл. 1 с численным коэффициентом $0,29 \pm 0,08$. Это выполняется при $T_e \geq 2$ кэВ. При меньших температурах зависимость $L(T)$ становится явно более крутой и имеет больший разброс, приближаясь к $L \sim T^4$, что свидетельствует о более плотных средах с излучением, близким к таковому чёрного тела. При этом излучение начинает находиться в термодинамическом равновесии со средой, оптическая плотность которой для рентгеновского излучения должна приближаться к единице и в конце концов превзойти её. Появление оптической толщины, новой безразмерной величины, нарушает применимость простых размерных соотношений для $T_e \leq 2$ кэВ. Здесь нужен численный расчёт по богатым физической моделям. По-видимому, вся теория, изложенная здесь с постоянными предельными численными множителями, применима к объектам с температурами $T_e > 1$ кэВ, т.е. более 10^7 К.

Соотношение (13) проверялось сопоставлением его с данными табл. 1 с точки зрения устойчивости численного коэффициента 0,286. За исключением скопления № 12 ввиду явного несоответствия его светимости и температуры, 20 оставшихся кластеров дали для этого коэффициента значение $0,286 \pm 0,08$, т.е. с ошибкой в пределах 28 %. С увеличением расстояния r от объекта плотность потока излучения убывает как $L/(4\pi r^2) = q_0$ — измеряемый на Земле уровень светимости. Отсюда и из соотношения (13), связывающего светимость и температуру, находим оценку дальности объекта в виде

$$r = 0,73 q_0^{-1/2} T^{5/4}, \quad (14)$$

где, напомним, расстояние r выражено в Мпк, температура измеряется в кэВ. Ошибка в определении величины r составит уже около 14 %. Это соотношение в рентгеновском диапазоне $T > 1$ кэВ может играть ту же роль, что и соотношение Талли–Фишера [9] в гораздо более длинноволновых диапазонах спектра, при определении расстояний до объекта.

Основной баланс факторов, определяющих размер кластеров, состоит в том, что давление частиц $p = nkT$ не должно превосходить тяготение. Уменьшение температуры при этом балансе означает возрастание концентрации частиц, что увеличивает оптическую плотность. Этот эффект может объяснить разброс в значениях показателей степени m в зависимостях $L \sim T^m$, если в рассмотрение включаются температуры, заметно меньшие 2 кэВ. Интервал анализируемых температур обычно не более одного порядка, в то время как светимости могут различаться на несколько порядков. Например, если мы рассчитаем непосредственно корреляцию $L(T)$ для всех кластеров табл. 1, то мы получим с 99%-ной вероятностью $m = 2,4 \pm 0,3$ при коэффициенте детерми-

нации $R^2 = 0,74$, что хорошо покрывает значение $m = 2,5$, найденное из анализа размерностей, и следует из формул (2)–(4).

Другая популярная при исследовании кластеров зависимость — это зависимость массы от температуры $M(T_e)$. Например, при предположении изотермии газа и гидростатического равновесия получается [2, 16–18] соотношение $M \sim T^{1.5}$. Целым рядом авторов получены значения показателя степени в интервале 1,45–1,85, в зависимости от используемых интервалов масс и температур [2, 6], причём включение в рассмотрение низких температур повышает этот показатель. Анализ размерностей показывает, что для определения массы надо использовать, кроме температуры и постоянной тяготения, ещё какой-нибудь измеряемый параметр, например светимость или размер. Мы проверяли размерную зависимость $M_d = RT_e G^{-1}$, что в наших единицах выражается как $M_d = 1,11 a_m R T_e$. Численный коэффициент a_m появляется при сравнении этой величины с данными наблюдений. Такое сравнение с данными первых 11 объектов табл. 1, предположительно более или менее отрелаксировавших, согласно рис. 2, даёт значение $a_m = 0,49 \pm 0,06$. Десять хорошо отрелаксировавших объектов табл. 2 дают $a_m = 0,67 \pm 0,04$, что отражает большую величину вириала для них, чем для далёких объектов табл. 1.

С большим разбросом массу можно определить, используя вместо температуры светимость. Из анализа размерностей тогда следует $M = a'_m R L^{2/5} G^{-3/5}$. Первые 11 объектов табл. 1 дают $a'_m = 7,46 \pm 0,93$.

Ещё одна проверяющаяся зависимость — это

$$L = a_e \left(\frac{M}{R} \right)^{5/2} G^{3/2}, \quad (15)$$

где численный коэффициент a_e , полученный из сравнения с данными табл. 1, оказывается равным $1,00 \pm 0,28$ (в сравнение не был включён аномальный по светимости и массе кластер № 12). Формула (15) показывает высокую светимость для массивных компактных объектов, например квазаров.

Хорошим примером являются формулы для определения размеров кластеров по их другим характеристикам, тем более что сами размеры определяются с невысокой точностью. В системе СИ и наших единицах измерения

$$R_1 = \frac{MG}{U_T^2} = \frac{MG}{aT}, \quad a = \frac{3kA}{\mu m_p} = 4,81 \times 10^{11}. \quad (16)$$

Сравнение R_1 с данными наблюдений табл. 2 даёт значение численного коэффициента $c_1 = R_{\text{obs}}/R_1 = 1,49 \pm 0,08$ с коэффициентом детерминации $R^2 = 0,89$ (рис. 5). Заметим, что все эти численные оценки получены в линейных, а не в логарифмических координатах, тогда как, согласно обычной практике, в астрофизике связи ищутся между логарифмами исследуемых величин.

6. Энергия кластеров и энергетический параметр подобия

Интересно размерное выражение для полной энергии скопления

$$E_d = M^2 G R^{-1}. \quad (17)$$

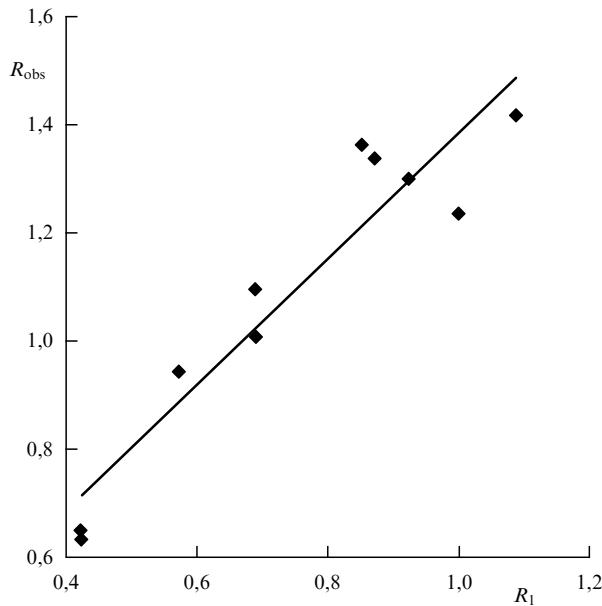


Рис. 5. Разброс наблюдаемых размеров кластеров в зависимости от их значений, полученных в результате анализа размерностей, согласно (16), по данным табл. 2, $R^2 = 0,89$.

С помощью выражений (7)–(10) соотношение (17) трансформируется в следующее:

$$E_d = a_T \Pi_1^2 \Pi_2 M c_p T, \quad (17')$$

где $c_p = 3k/\mu$ — удельная теплоёмкость при постоянном давлении. Мы увидим, что полная энергия кластера пропорциональна его теплосодержанию (энтальпии) и наши данные дают возможность её оценить с определением численного коэффициента a_T . Для первых 11 кластеров табл. 1 мы получаем $a_T = 2,25 \pm 0,29$, а для 10 близких кластеров табл. 2 — $a_T = 1,80 \pm 0,10$. Очевидно, что различие обусловлено разной степенью вириализации отдалённых и близких объектов из-за разницы их относительных возрастов.

Если известна полная энтальпия кластеров, то мы можем оценить их ожидаемое время жизни как $t = E_d/L$ при современных значениях массы, температуры, светимости и постоянной тяготения. Используя (17') при $a_T \approx 2$, получаем для времени жизни t (в миллиардах лет) соотношение

$$t = \frac{548 M^2}{RL}, \quad (18)$$

которое с учётом (3) для масштаба времени образования объекта и формулы (12) для светимости можно преобразовать в выражение для безразмерного времени: $\tau = t/t_b$. С учётом (5)–(8) последняя формула может быть представлена в виде

$$\tau \approx 2\Pi_2^{3/2}. \quad (19)$$

Это более чёткая характеристика кластера, чем само значение вириала Π_2 . Например, малый по массе, но большой по светимости кластер № 12 имеет относительное время жизни, на два порядка меньшее, чем более близкие кластеры табл. 1. Для последних, согласно (18),

при данной светимости в рентгеновском диапазоне относительное время τ составляет многие сотни миллиардов лет. Нам неизвестна эволюция кластеров и самой материи на таких временах, и оценка (18) будет иметь чисто формальный характер. Однако она чётко выявляет особый характер кластера № 12. Не исключено, что в значения его параметров вкралась какая-то ошибка.

Весьма удобным может оказаться критерий подобия

$$\Pi_3 = \frac{MG}{Rc_p T}, \quad (20)$$

который представляет собой отношение потенциальной энергии кластера к его энтальпии. В критерий (20) не входят ни светимость, ни какая-либо скорость, часто отсутствующие в конкретных работах. Физический смысл критерия (20) прост: если потенциальная энергия заметно больше термической, то тепловая диссипация газа мала. Масса газа в кластерах, которая составляет лишь небольшую часть f их полной массы (галактики, тёмная материя), порядка 0,1, но эта величина является достаточно неопределённой [2, 6]. Теплоёмкость при постоянном давлении для газа с $\mu = 0,6$ составляет $c_p = 48 \times 10^3$ Дж кг K^{-1} . Тогда в используемых здесь единицах измерений формула (20) даёт

$$f\Pi_3 \approx \frac{0,9M}{RT}.$$

Последняя величина может быть рассчитана для всех объектов из табл. 1 и 2. Для первых 11 кластеров табл. 1 максимальная величина $f\Pi_3$ равна 0,62 (для объекта № 5) и минимальная величина — 0,38 (объект № 4). Для остальных, более далёких, 10 кластеров табл. 1 соответствующие величины равны 0,36 и 0,08. Для кластеров табл. 2 значение Π_3 находится в пределах 0,77 и 0,61 со средним значением $0,67 \pm 0,04$. Если $f = 0,1$, то Π_3 порядка единицы для большинства наших объектов. Можно показать, что этот новый параметр связан с параметрами подобия Π_1 и Π_2 соотношением

$$\Pi_3 \approx \Pi_2 \Pi_1^2. \quad (22)$$

7. Возможные соотношения между излучаемой мощностью и скоростями в релятивистских системах, связанных гравитацией

Рассмотрим планковские масштабы, определяемые квантовой постоянной h , скоростью света c и гравитационной постоянной G . Анализ размерностей даёт для мощности, как и следовало ожидать,

$$L = c^5 G^{-1}, \quad (23)$$

что в системе СИ равно 4×10^{52} Вт. Такой гигантской величине не следует удивляться, поскольку планковский масштаб времени в данном случае составляет 5×10^{-44} с. Перемножая эти два значения, получим планковский масштаб энергии 2×10^{-7} Дж $\approx 10^3$ ГэВ.

Другой пример — это излучение гравитационных волн системой двух вращающихся вокруг общего центра тяжести чёрных дыр. Эта задача рассмотрена в книге [19], где показано, что такое излучение носит квадратур-

польный характер и определяется как

$$\frac{dE_g}{dt} = \frac{c^5}{G} \left(\frac{r_s}{R} \right)^5, \quad r_s = \frac{GM}{c^2}, \quad (24)$$

где r_s — гравитационный радиус Шварцшильда, размер чёрной дыры с массой M , R — размер системы. Поскольку R всегда больше r_s , соотношение (23) является оценкой сверху мощности излучаемых гравитационных волн.

8. Заключение и выводы

Проведён анализ измеренных характеристик для 31 кластера галактик, излучающих в рентгеновском диапазоне, в достаточно широком интервале возрастов жизни: красные смещения кластеров z находятся в пределах от 0,02 до 1,26. Четыре измеряемые величины: масса, светимость, температура и размер, связанные гравитацией и термодинамикой, определены тремя единицами измерений. Это позволяет ввести две безразмерных величины, называемые параметрами подобия. Один из них хорошо известен в механике — это вириальное соотношение между потенциальной и кинетической энергиями. В настоящей статье это параметр Π_2 , но, чтобы оценить его с помощью использованных здесь величин для конкретных объектов, необходимо было ввести масштаб скорости.

Основные результаты следующие.

1. Из соображений размерности вводится масштаб скорости $U_d = (GL)^{1/5}$, который представляется разумным не только для орбитальных скоростей нашей Галактики и Андромеды, но и для Солнца, для которого U_d представляет собой масштаб для конвективных скоростей в фотосфере. Если известна температура, то можно ввести тепловую скорость U_T , которая немного больше скорости звука в газе.

2. Введён новый параметр подобия $\Pi_1 = U_d/U_T$. Анализ дальних объектов, для которых приведена светимость, показывает, что для них параметр $\Pi_1 = 0,26 \pm 0,02$, т.е. постоянен в пределах 10% (см. рис. 1). Это позволяет интерпретировать критерий подобия как число Маха, поскольку для одноатомного межгалактического газа $Ma \approx 1,3 \Pi_1$.

3. Второй параметр подобия, Π_2 , известен, это вириальное отношение, но в настоящей статье Π_2 впервые предложен в виде, который позволяет характеризовать его численно с помощью Π_1 . Параметр Π_2 увеличивается с возрастом объекта, приближаясь к насыщению при значении $\Pi_2 \approx 10$, как видно из рис. 2 и табл. 1, 2.

4. Предлагаемые размерные соотношения для выражения одних величин через другие согласуются в линейных, а не в логарифмических масштабах с погрешностью не более 30% с соотношениями для реально измеренных величин для ансамбля из 30 объектов по данным [5, 6]. Такая массовая проверка качества данных посредством использования соотношений размерности в астрофизике является методически новой. Это даёт возможность оценивать одни величины через другие.

5. Специальный тест качества рассматриваемых данных состоит в том, что по трём любым измеренным параметрам можно оценить величину универсальной гравитационной постоянной G . Отношение определённого таким образом значения G_{exp} к константе $G = 6,672 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$ оказалось равным $1,00 \pm 0,28$

по одному набору данных и $1,05 \pm 0,05$ по близким объектам табл. 2.

6. Для $T > 1$ кэВ показано, что светимость пропорциональна $T^{5/2}$, что подтверждает хорошее постоянство параметра подобия Π_1 и тем самым зависимость $L \propto U^5$ и указывает на пределы её применимости.

7. Зависимость светимости в рентгеновском диапазоне от температуры позволяет определять расстояние до объекта в виде соотношения (14). Эта формула играет ту же роль, что и формула Талли–Фишера в более длинноволновых частях спектра.

8. В разделе 7 указано универсальное соотношение, $L = c^5/G$, где c — скорость света, как оценка (сверху) излучаемой мощности (светимости) гравитационных волн в орбитальной системе двух чёрных дыр [19]. Эта универсальная зависимость действительна и на планковских масштабах, хотя там, по всей видимости, она имеет чисто формальный смысл.

В заключение благодарю Р.А. Сюняева, введшего меня в проблему, и А.А. Вихлинина за предоставление материалов. Критические замечания рецензентов помогли существенно улучшить изложение материала, за что выражаю им особую благодарность.

Работа частично поддержана Программой фундаментальных исследований президиума РАН № 19.

Примечание при корректуре

После сдачи настоящей статьи в печать мною было получено соотношение (13) $L \propto T^{5/2}$ прямо из анализа размерностей массы скопления $M = N\mu m$, где N — полное число частиц в объекте, его тепловой энергии NkT_e и гравитационной постоянной G в виде

$$L = c_e \left(\frac{kT_e}{\mu m} \right)^{5/2} G^{-1},$$

где $c_e = 0,286$ — численный множитель с разбросом 28% по 20 объектам табл. 1. Собирая все константы и переводные множители из килоэлектронвольт в кельвины, получим рабочее соотношение:

$$L = \frac{T_e^{3/2}}{150},$$

где светимость выражается в единицах 10^{37} Вт, а T_e — в кэВ. Откуда и следует соотношение (14). Формулы такой простоты, подтверждённые численно и наблюдениями, прямо вызывают к подробному теоретическому выводу. Общепризнанное объяснение светимости кластеров как тормозного излучения нуждается в дальнейшем развитии. Конечно, весь этот материал требует лучшего статистического анализа, большего числа комплексных наблюдений.

Была также подсчитана удельная на единицу массы светимость объектов: величина размерностью $[\text{м}^2 \text{ с}^{-3}]$. По данным табл. 1 оказалось, что эта величина уменьшается в среднем в несколько раз с увеличением возраста кластера. Это можно объяснить тем, что возрастание массы объектов происходит в основном за счёт присоединения малосветящейся (тёмной?) материи.

Список литературы

1. Voit G *M Rev. Mod. Phys.* **77** 207 (2005)
2. Kraitsov A V, Borgani S *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **50** 353 (2012)

3. Вихлинин А А и др. *УФН* **184** 339 (2014); Vikhlinin A A et al. *Phys. Usp.* **57** 317 (2014)
4. Bleem L E et al. *Astrophys. J. Suppl.* **216** 27 (2015)
5. Вихлинин А А, Дисс. ... докт. физ. мат. наук (М.: ИКИ РАН, 2002)
6. Vikhlinin A et al. *Astrophys. J.* **640** 691 (2006)
7. Rees M *New Perspectives in Astrophysical Cosmology* 2nd ed. (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000)
8. Sunyaev R A, Zel'dovich Ya B *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **18** 537 (1980)
9. Tully R B, Fisher J R *Astron. Astrophys.* **54** 661 (1977)
10. Zaritsky D et al. *Astron. J.* **147** 134 (2014)
11. Баренблатт Г И, Корин А Дж, Простокишин В М *УФН* **184** 265 (2014); Barenblatt G I, Chorin A J, Prostokishin V M *Phys. Usp.* **57** 250 (2014)
12. Einstein A *Ann. Physik* **35** 679 (1911)
13. Bridgman P W *Dimensional Analysis* (New Haven: Yale Univ. Press, 1931); Бриджмен П У *Анализ размерностей* (М. – Ижевск: РХД, 2001)
14. Сурдин В Г (Ред.-сост.) *Галактики* (М.: Физматлит, 2013)
15. Седов Л И *Методы подобия и размерности в механике* (М.: Наука, 1972); Перевод на англ. яз.: Sedov L I *Similarity and Dimensional Methods in Mechanics* (Moscow: Mir Publ., 1982)
16. Varenblatt G I *Scaling* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003); Баренблатт Г И *Автомодельные явления — анализ размерностей и скейлинг* (Долгопрудный: Интеллект, 2009)
17. Дибай Э А, Каплан С А *Размерности и подобие астрофизических величин* (М.: Наука, 1976)
18. Kaizer N *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **222** 323 (1986)
19. Peacock J A *Cosmological Physics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1999)

Galaxy clusters, similarity parameters and ratios between measurable characteristics

G.S. Golitsyn

*A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences,
Pyzhevskii per. 3, 119017 Moscow, Russian Federation
E-mail: gsg@ifaran.ru*

The study of galaxy clusters provides insights into the different stages of the evolution of the Universe. Cluster observations measure luminosity, size, temperature and mass. What binds a cluster into a single entity is gravity, its force being proportional to the gravitational constant G . Because all these five quantities are measured in units of mass, length, and time, two nondimensional parameters, commonly known as similarity parameters, can be argued to characterize the system. One of these is the well known virial ratio of kinetic to potential energies. The velocities of galaxy clusters are not measured, however. The luminosity L and the constant G can be combined to introduce the dynamic velocity scale $U_x = (LG)^{1/5}$. The ratio of this scale to the particle thermal velocity gives the similarity parameter Π_1 , which is constant to within about 10% for all 30 objects studied, allowing the virial similarity parameter Π_2 to be estimated for 31 object. For nearby objects with a red shift of $z \leq 0.2$ the parameter Π_2 is of order 10 and decreases with increasing z , i.e. with decreasing age. To test the quality of the data the value of G was determined using other measured quantities and found to be equal to its true value to within $\leq 6\%$ and 28% for the close and distant objects, respectively. A number of other ratios between measured quantities are proposed and checked, showing a scatter of 10–20% from linearity in the numerical coefficients involved. Older clusters are, on average, larger in mass and size, implying that smaller clusters can be absorbed by large ones. The results obtained can be valid for clusters with a temperature of $T > 1$ keV, i.e. in the X-ray range of the spectrum. It is shown that knowing the temperature and the received X-ray intensity, it is possible to estimate the distance to the cluster.

Keywords: clusters of galaxies, similarity parameters, numerical estimates of virial, data quality test, distances to clusters

PACS numbers: **98.65** – r, 98.65.Cw

DOI: 10.3367/UFNr.0185.201512c.1323

Bibliography — 19 references

Received 25 June 2015, revised 10 August 2015

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **185** (12) 1323–1331 (2015)

Physics – Uspekhi **58** (12) (2015)