

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Удивительный рост граней кристалла гелия

В.Л. Цымбаленко

Приведена систематизация экспериментальных данных, полученных при изучении двух необычных явлений: сверхмедленного роста совершенной грани кристалла, не имеющей ростовых дефектов, и скачкообразного перехода граней кристалла в аномальное состояние со скоростями роста, превышающими нормальные скорости роста граней на два-три порядка (эффект взрывоподобного роста).

Ключевые слова: квантовые кристаллы, кинетика роста кристаллов, физика низких температур

PACS numbers: 67.80. – s, 81.10. – h

DOI: 10.3367/UFNr.0185.201511b.1163

Содержание

1. Введение (1163).
 2. Экспериментальная методика (1164).
 - 2.1. Специфика фазовой диаграммы кристаллического гелия.
 - 2.2. Измерение скорости роста поверхности кристалла.
 - 2.3. Создание высоких степеней отклонения от равновесия.
 - 2.4. Определение движущей силы роста и кинетического коэффициента роста в квазистационарном случае.
 - 2.5. Методика измерения кинетики роста граней кристалла гелия в осциллирующем режиме.
 3. Нормальный рост граней кристалла гелия (1167).
 4. Аномальный рост кристаллов гелия (1167).
 - 4.1. Первые наблюдения перехода кристалла в аномальное состояние.
 - 4.2. Кристалл перед переходом в аномальное состояние.
 - 4.3. Образование аномального состояния.
 - 4.4. Кинетика роста граней после перехода в аномальное состояние.
 - 4.5. Возврат к нормальной кинетике роста.
 - 4.6. Влияние изотопических примесей на эффект взрывоподобного роста.
 - 4.7. Объёмные характеристики перехода.
 - 4.8. Попытка создания стационарного аномального состояния.
 5. Основные качественные черты эффектов и попытки их объяснения (1175).
 - 5.1. Сверхмедленный рост грани.
 - 5.2. Качественные черты взрывоподобного роста.
 - 5.3. Механизмы, дающие ускорение роста атомно-гладкой поверхности.
 - 5.4. Поверхность или объём?
 - 5.5. Перспективы дальнейших исследований.
 6. Заключение (1177).
- Список литературы (1177).

1. Введение

Большое разнообразие форм роста кристаллов хорошо объясняется основанной на наглядных энергетических и

геометрических соображениях теорией послойного роста поверхности. Например, присоединение одиночного атома к плоской поверхности кристалла энергетически невыгодно из-за преимущественного увеличения площади поверхности грани, имеющей положительную энергию. По этой причине происходит совместное "прилипание" компактного объединения атомов — двумерного зародыша атомной высоты. Выигрыш в энергии, пропорциональный объёму объекта — площади зародыша, превышает в этом случае положительный вклад, пропорциональный периметру — длине границы. Такая картина даёт качественное понимание механизма роста идеальной грани кристалла: его кинетика определяется флуктуационным преодолением энергетического барьера для образования зародыша нового слоя. Характерными чертами кинетики будут экспоненциальная зависимость от термодинамической силы — разности химических потенциалов фаз $\delta\mu$ — и резкое падение скорости роста с понижением температуры в том случае, если преодоление барьера происходит в результате тепловых флуктуаций.

Несовершенство грани, имеющей ступеньки с перегибами, открывает другой, более эффективный, механизм роста. Присоединение атома к перегибу не изменяет площадь поверхности грани, т.е. энергию, и процесс происходит безбарьерно. Скорость роста грани теперь будет лимитироваться наличием ступеней с перегибами. Ступень, проходящая под углом к плотноупакованному направлению, имеет необходимые перегибы, как следует из геометрии. Топологически неуничтожаемые источники ступеней порождаются выходами на поверхность грани винтовых дислокаций. Ступень от одиночной дислокации в процессе роста закручивается и образует спираль. Скорость роста грани за счёт этого механизма пропорциональна квадрату термодинамической силы. Выходы пары винтовых дислокаций образуют источник Франка–Рида, начинающий функционировать при превышении порога, определяемого линейной энергией ступени и расстоянием между выходами дислокаций. Обзор теоретических подходов и сводка экспериментальных данных, подтверждающих механизм слоистого роста

В.Л. Цымбаленко. Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", пл. Академика Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация
E-mail: VLT49@yandex.ru

Статья поступила 22 апреля 2015 г., после доработки 31 августа 2015 г.

для широкого круга материалов, приведены в работе [1].

До сих пор рассматривалось состояние грани, в котором дефекты поверхности — ступени — имеют положительную линейную энергию. С повышением температуры до некоторой критической величины может произойти уменьшение свободной энергии ступени до нуля, так что при превышении этой критической температуры — температуры фазового перехода огранения T_R — ступени рождаются безбарьерно, что, в соответствии с изложенными выше соображениями, качественно из меняет кинетику роста поверхности кристалла. При $T < T_R$ кристалл имеет плоские участки (атомно-гладкая поверхность), а при $T > T_R$ поверхность округлённая (атомно-шероховатая поверхность). Соответственно, в первом случае скорость роста поверхности определяется двумерным зародышеобразованием и источниками ступеней, а во втором — поверхность растёт равномерно со скоростью, пропорциональной приложенному пересыщению. Температура перехода огранения T_R определяется параметрами поверхности, такими как поверхностная энергия, межплоскостное расстояние и т.д.

Экспериментальное исследование механизмов кинетики роста граней в обычных материалах затрудняется тем обстоятельством, что опытно измеряемая скорость роста определяется как кинетикой присоединения атомов к поверхности, так и транспортными потоками в объёме, контролируемые теплопроводностью, обеспечивающей отвод теплоты кристаллизации, и вязкостью, влияющей на подток массы. С учётом этих обстоятельств предпочтительно проводить исследования на объекте, имеющем высокую теплопроводность и минимальную вязкость жидкости. По этим параметрам оптимален процесс кристаллизации гелия при температурах ниже точки сверхтекучего перехода. В таких условиях теплопроводность жидкого гелия исключительно велика, а вязкость мала и стремится к нулю с понижением температуры. Дополнительное преимущество состоит в том, что при понижении температуры теплота кристаллизации становится исчезающе малой. Квантовая природа кристалла гелия проявляется в размытости границы жидкость–кристалл и делокализации перегибов на ступенях [2]. Подвижность таких перегибов, которая определяется рассеянием на квазичастицах жидкости и кристалла — фононах и ротонах, с понижением температуры возрастает, что в свою очередь проявляется в наблюдаемом увеличении кинетического коэффициента роста атомно-шероховатой поверхности. Экспериментальные исследования кинетики роста граней кристаллов гелия при небольших отклонениях от равновесия показали качественное и количественное согласие с моделью слоистого роста, основные черты которой изложены выше [3].

Однако с увеличением степени неравновесности экспериментально наблюдается неожиданное резкое изменение кинетики роста граней кристалла гелия. Скорость их роста скачком увеличивается на два-три порядка — происходит так называемый взрывоподобный (burst-like) рост. Такой эффект не может быть объяснён в рамках приведённых выше представлений. За два десятилетия, прошедших со времени обнаружения этого явления, так и не удалось выяснить природу загадочного перехода в состояние быстрого роста. Другое удивительное явление состоит в сверхмедленном росте грани кристалла, не

имеющей источников роста, таких как выходы на поверхность винтовых дислокаций. В данном обзоре представлены экспериментальные результаты исследования указанных явлений.

2. Экспериментальная методика

2.1. Специфика фазовой диаграммы кристаллического гелия

В отличие от фазовой диаграммы классических материалов, фазовая ($T-p$) диаграмма изотопов гелия не имеет тройной точки, и при давлении насыщенных паров гелий остаётся жидким при понижении температуры вплоть до абсолютного нуля (см. фазовую диаграмму ^4He на рис. 1). Твёрдая фаза образуется при давлении выше 25 атм. В интересующем нас температурном интервале фазовая кривая почти горизонтальна. Небольшой минимум при температуре 0,78 К соответствует давлению, на 7,5 мбар меньшему, чем давление затвердевания при абсолютном нуле [4]. При температурах, меньших $\approx 1,45$ К, гелий кристаллизуется в гексагональную плотноупакованную структуру с отношением рёбер элементарной ячейки c/a , близким к значению для упаковки твёрдых шаров.

С понижением температуры визуально наблюдается появление граней для трёх кристаллографических ориентаций. Первой ограняется базисная плоскость (0001) при температуре $T_{R1} \approx 1,25$ К (c -грани). При дальнейшем понижении температуры до $T_{R2} \approx 0,9$ К возникает огранка плоскостей (10 $\bar{1}$ 0) (a -грани). При $T < T_{R2}$ свободно растущий кристалл приобретает форму гексагональной призмы, рёбра которой остаются в атомно-шероховатом состоянии. Третий переход огранения происходит на плоскостях (10 $\bar{1}$ 1) при температуре $T_{R3} \approx 0,35$ К (s -грани).

На рисунке 1 показана форма роста свободно растущего кристалла в трёх температурных диапазонах: выше первого перехода огранения, между первым и вторым переходами и между вторым и третьим.

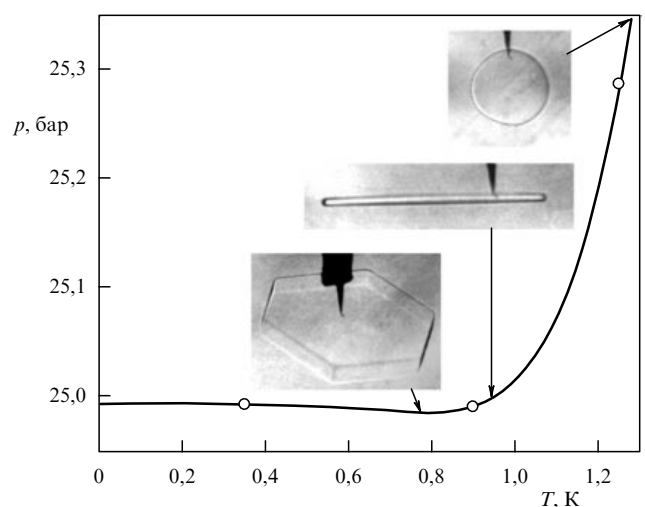


Рис. 1. Фазовая $T-p$ -диаграмма ^4He . Светлыми кружками показаны температуры огранения s -, a - и c -граней (см. текст). На вставках — формы роста кристалла в указанных температурных интервалах.

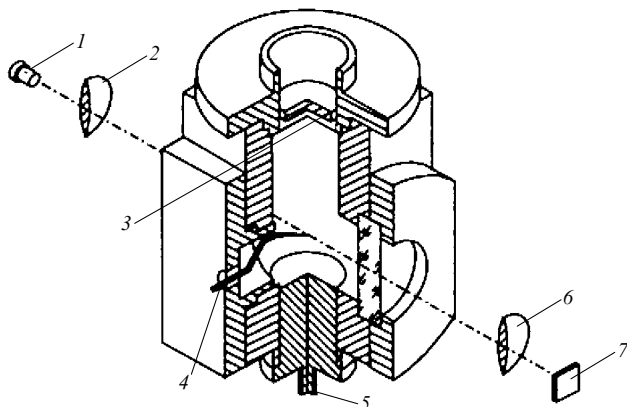


Рис. 2. Оптический контейнер для свободного роста кристалла гелия. 1 — импульсный инфракрасный светодиод, 2 — коллиматор, 3 — мембрана ёмкостного датчика, 4 — вольфрамовая игла, на которой инициировался рост кристалла, 5 — медный холодопровод, 6 — объектив, 7 — ПЗС-камера (ПЗС — прибор с зарядовой связью).

2.2. Измерение скорости роста поверхности кристалла

Прямое измерение скорости роста поверхности кристалла проводится оптическими методами. Один из способов — киносъёмка процесса роста — определяет позицию поверхности с точностью $\approx 0,03$ мм. Эта методика применялась при наблюдении формы кристалла в криостате с горизонтальным освещением (рис. 2) [5, 6]. Поскольку в видимом диапазоне гелий прозрачен и имеет мало отличающийся от единицы коэффициент преломления $n = 1,0252$, на просвет хорошо видны только контур кристалла и его рёбра. Если углы между гранями известны, то по двумерной проекции однозначно восстанавливается вся форма кристалла. Эта методика позволяет одновременно измерять скорости роста всех граней.

Более точное измерение положения и скорости роста базисной c -грани выполнялось интерферометрическим способом (рис. 3) [7, 8]. Вертикально направленный луч лазера отражался от поверхности кристалла и полупрозрачного зеркала и создавал интерференционную картину, регистрируемую охлаждаемой ПЗС-камерой. Разрешение по вертикальному смещению поверхности достигало 3 нм. Измерение скорости роста a -граней, параллельных световому лучу, в этих экспериментах проводилось по смещению изображения грани с точностью позиционирования 0,025 мм [8].

Параметром, отражающим скорость роста кристалла, является изменение давления внутри контейнера. Требование малости теплового подтока по капилляру, соединяющему внешнюю систему давления с контейнером, находящимся при температурах, близких к абсолютному нулю, определяет высокий гидродинамический импеданс капилляра и, как следствие, большие времена установления равновесного с внешней системой давления. В обсуждаемых экспериментах необычный рост кристалла продолжается недолго по сравнению с этими временами, так что с хорошей точностью ($\sim 10^{-4}$) можно полагать, что процесс протекает при постоянной массе гелия в контейнере. Давление $p(t)$ в контейнере в процессе роста начинает уменьшаться вследствие разности плотностей жидкой и твёрдой фаз, достигая по окончании роста давления фазового равновесия p_{phase} . Из закона сохранения массы определяется объём растущей кри-

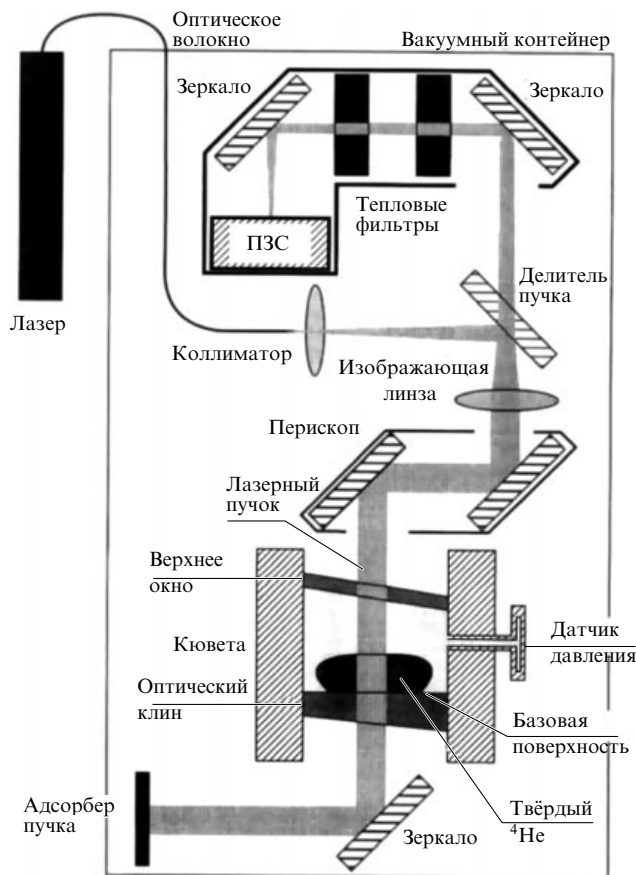


Рис. 3. Интерферометр и криогенная часть рефрижератора растворения для исследования кинетики роста c -грани в милликельвиновой области температур.

сталлической фазы:

$$V_{\text{cryst}}(t) = V_0 \frac{\rho_1}{\Delta\rho} k_1 (p_0 - p(t)). \quad (1)$$

Здесь V_0 — внутренний объём контейнера, k_1 — сжимаемость, p_0 — стартовое давление, ρ — плотность, $\Delta\rho = \rho_s - \rho_l$. Индексы s и l относятся к твёрдой и жидкой фазам соответственно. При свободном росте кристалла увеличение объёма происходит вследствие роста всех граней, что даёт скорость роста, усреднённую по всем кристаллографическим направлениям. При росте индивидуальной грани, как в интерферометрических измерениях, такое измерение даёт скорость базисной грани.

2.3. Создание высоких степеней отклонения от равновесия

С появлением предсказания [2] и наблюдения [9] квантовой кинетики атомно-шероховатых поверхностей основное внимание исследователей было приковано к этим объектам. Кинетика граней изучалась попутно, результаты измерений не показывали каких-либо особенностей и хорошо объяснялись теорией послойного роста кристаллов.

В первых экспериментах пересыщение создавалось градиентом гидростатического давления, что ограничивало его величину высотой столба жидкости в контейнере, в связи с чем давление пересыщения не превышало ≈ 100 мкбар [10].

Бóльшие значения пересыщения, до ≈ 1 мбар, были получены в экспериментах, в которых посредством внешней системы регулирования давления жидкость инжестировалась в контейнер [11]. Мотивация этих опытов состояла в следующем: поскольку при небольших пересыщениях скорость роста определяется дефектами поверхности со степенной зависимостью от пересыщения, режим роста за счёт двумерного зародышеобразования с его экспоненциальной зависимостью от $\delta\mu$ будет превалировать при больших отклонениях от равновесия. Предполагалось достичь области температур, в которой двумерные зародыши на гранях появляются квантовым образом, как предсказывал Андреев [12] (см. также [13]).

Значительное увеличение пересыщения (до 3–50 мбар) достигнуто с помощью методики (см. рис. 2), в которой кристалл зарождался в метастабильной жидкости [14]. Величина максимального пересыщения в этом случае ограничивалась спонтанным зарождением кристалла на стенке контейнера. Для зарождения кристалла при промежуточных пересыщениях использовалось дополнительное электростатическое давление, создаваемое подачей импульса высокого напряжения длительностью ≈ 30 мкс на вольфрамовое остриё. В экспериментах в милликельвиновой области температур (см. рис. 3) рост кристалла инициировался подтоком жидкости в контейнер [8]. Получаемое пересыщение, которое, как и в методике [11], определялось балансом между скоростью подтока жидкости и скоростью роста грани, не превышало 2 мбар.

2.4. Определение движущей силы роста и кинетического коэффициента роста в квазистационарном случае

Рост поверхности кристалла вызывается пересыщением — разностью химических потенциалов фаз $\delta\mu$. Пересыщение создаётся либо переохлаждением системы, либо повышением давления относительно давления фазового равновесия. В рассматриваемом интервале температур пересыщение, ввиду почти горизонтальной кривой $p_{\text{phas}}(T)$ (см. рис. 1), создавалось вторым способом. Поскольку рост кристалла происходит за времена, малые по сравнению с характерными временами тепло- и массообмена, т.е. при почти постоянных энтропии и массе, разность химических потенциалов $\delta\mu$, отнесённых к единице массы, определяется выражением [14]

$$\begin{aligned} \delta\mu &= -(S_l - S_s)\Delta T + \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_s}\right)\Delta p, \\ \Delta T &= \Delta p \frac{\beta_l - k_1 dp/dT}{C_p/T - \beta_l dp/dT}, \\ \delta\mu &= \alpha(T) \frac{\Delta p}{\rho_l \rho_s} \Delta p. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь S — энтропия единицы массы, C_p — теплоёмкость жидкости при постоянном давлении, β — коэффициент теплового расширения, dp/dT — наклон кривой фазового равновесия. Коэффициент $\alpha(T)$ при температурах ниже 1 К отличается от единицы не более чем на 2%, и $\alpha(T) \rightarrow 1$ при $T \rightarrow 0$, так что степень неравновесности фаз с хорошей точностью определяется превышением давления над давлением фазового равновесия.

Давление в контейнере в обеих рассматриваемых методиках измерялось ёмкостным датчиком. В экспери-

ментах в контейнере, изображённом на рис. 2, мембрана являлась частью стенки контейнера с собственной частотой колебания ≈ 28 кГц, что позволяло измерять давление с шагом по времени 50 мкс. В методике, представленной на рис. 3, датчик располагался рядом с контейнером и соединялся с ним капилляром, что увеличило временной шаг измерения давления до $\approx 0,5$ с.

2.5. Методика измерения кинетики роста граней кристалла гелия в осциллирующем режиме

Измерение скорости роста граней с одновременной регистрацией давления даёт искомую зависимость $V(\delta\mu)$ с одной существенной оговоркой: в обеих методиках измеряется не пересыщение на поверхности, а давление на некотором отдалении от растущего кристалла. Это обстоятельство несущественно при невысоких скоростях роста, когда градиенты давления невелики, однако с увеличением скорости роста показания датчика начинают существенно отличаться от значений на границе кристалл–жидкость. Пример записи вариаций давления в этом режиме показан в разделе 4 на рис. 12. Давление на стенке не совпадает с давлением на поверхности кристалла, имеет колебательный характер и может принимать значения, меньшие давления фазового равновесия. Осцилляции отражают возбуждение собственных акустических колебаний жидкости в объёме контейнера, частота и затухание которых определяются геометрией эксперимента: внутренней конфигурацией контейнера, формой кристалла и кинетикой его поверхности.

Для количественной оценки скорости роста кристалла использовалась упрощённая модель: полагалось, что кристалл и внутренняя поверхность контейнера имеют вид сфер, а кинетический коэффициент роста — изотропный. В данной постановке задачи такие детали процесса, как неоднородность акустического поля на границе кристалла, приводящая к разной скорости роста граней, анизотропия кинетического коэффициента роста, его возможная нелинейная зависимость от приложенного пересыщения, разная для различных граней, остаются вне рассмотрения. Определяется только кинетический коэффициент роста, усреднённый по всей поверхности кристалла за время первого полупериода колебаний.

Уравнения роста кристалла радиусом r_0 в контейнере радиусом R ($r_0 \ll R$) в идеальной жидкости имеют вид [15]

$$\Delta\phi - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0, \quad \mathbf{v} = \nabla\phi, \quad p = -\rho_l \frac{\partial\phi}{\partial t}, \quad (3)$$

где c_1 — скорость звука, с граничными условиями

$$v_r(R) = 0, \quad v_r(r_0) = -K \left(\frac{\Delta p}{\rho_l}\right)^2 \frac{1}{\rho_s} p, \quad (4)$$

$$V = K \frac{\Delta p}{\rho_l \rho_s} p. \quad (5)$$

Здесь V — скорость роста границы, p — давление, отсчитанное от давления фазового равновесия, K — кинетический коэффициент роста. Предельный случай $K = 0$ даёт моды колебания жидкости в жёстком контейнере с минимальной частотой $\omega_0 \approx 4,5c/R \sim 25$ кГц для $R \sim 1$ см. В случае быстрой кинетики, $cK \gg 1$, появляется мягкая мода с зависящей от размера кри-

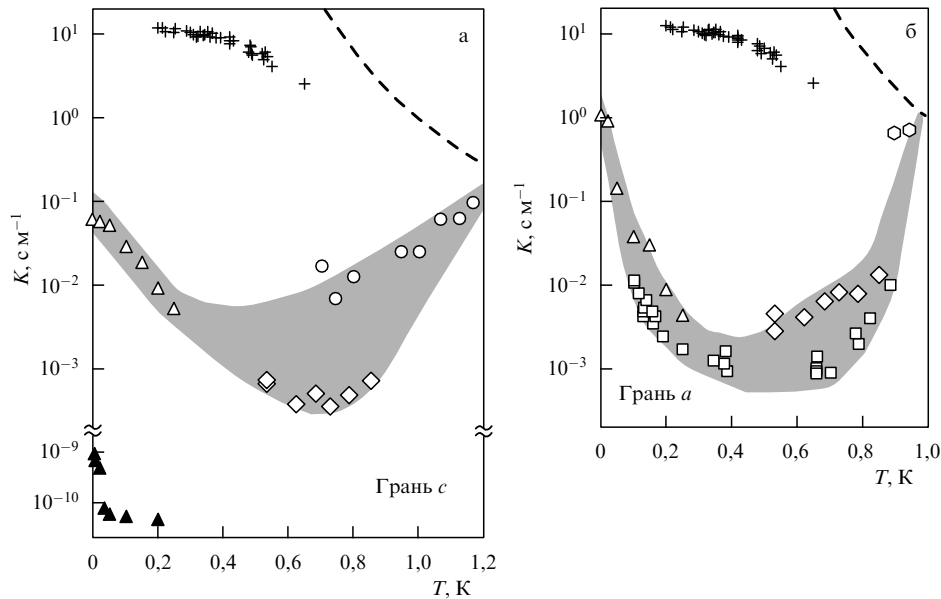


Рис. 4. Температурные зависимости коэффициента роста c -граней (а) и a -граней (б). Светлые символы относятся к кристаллам, кинетика граней которых контролируется ростовыми источниками: треугольники — [8], квадраты — [10], ромбы — [11], кружки и шестиугольники — [17]. Тёмные треугольники — сверхмедленный рост совершенной грани [7, 8]. Кресты — кинетика граней в режиме взрывоподобного роста [18].

сталла частотой,

$$\omega_{\text{soft}} = \frac{c}{R - r_0} \sqrt{\frac{3r_0}{R - r_0}} \approx \frac{c\sqrt{3}}{R^{3/2}} r_0^{1/2} \approx 0,39\omega_0 \sqrt{\frac{r_0}{R}}, \quad (6)$$

которая при стартовых пересыщениях 1–20 мбар лежит в интервале $\approx 2 - 5$ кГц.

Кинетический коэффициент роста граней в аномальном состоянии определялся численной обработкой первого полупериода колебаний посредством решения системы (3), (4) с учётом того обстоятельства, что размер кристалла изменяется от нулевого до максимального [16]. На этом временном интервале именно самые медленно растущие участки кристаллической поверхности — грани — определяют скорость роста кристалла. После вычисления усреднённого кинетического коэффициента роста K по анизотропии, измеренной на кадрах видеосъёмки, находятся кинетические коэффициенты роста a - и c -граней. В дальнейших осцилляциях принимают участие атомно-шероховатые участки поверхности, вклад которых трудно учесть. По этой причине такие участки записи не обрабатывались.

3. Нормальный рост граней кристалла гелия

Основные черты нормального роста граней кристалла гелия таковы: рост граней зависит от предыстории кристалла, например от механического воздействия на него; эквивалентные a -грани растут с различными скоростями; скорость роста нелинейно зависит от пересыщения; наблюдается порог — пересыщение, при превышении которого начинается рост грани. Сводка экспериментальных результатов приведена на рис. 4 [8, 10, 11, 17], где представлены зависимости "кинетического коэффициента роста K " a - и c -граней от температуры. Штриховой линией показан температурный ход кинетического коэффициента роста атомно-шероховатой поверхности [19, 20]. Кинетические коэффициенты роста, приведённые на рисунке, получены приближением нелинейных зависи-

моостей $V(p)$ линейной функцией согласно определению (5). Это даёт грубую оценку подвижности граней по порядку величины. Несмотря на значительный разброс данных, полученных при различных пересыщениях, просматривается общая зависимость кинетики граней от температуры. При температурах, близких к температуре перехода огранения, скорости роста граней и атомно-шероховатых поверхностей близки между собой. С понижением температуры наблюдается уменьшение подвижности граней, но начиная с температур 0,4–0,6 К кинетический коэффициент роста увеличивается, т.е. скорости роста граней возрастают. Объяснение этой зависимости, основанное на модели спирального роста, предложено Балибаром с соавторами [10]. Скорость спирального роста v_d прямо пропорциональна подвижности ступеней k_{step} и обратно пропорциональна линейной энергии ступени β , $v_d \sim K \sim k_{\text{step}}/\beta$. С понижением температуры подвижность ступеней возрастает монотонно, тогда как энергия β , возрастая, выходит на константу. Конкуренцией этих двух процессов авторы [10] объяснили немонотонный ход подвижности граней.

Таким образом, при малых пересыщениях кинетика роста граней кристалла гелия вполне объясняется известными механизмами послынного роста кристалла за счёт спирального роста и источников Франка–Рида. Особенностью описания роста при температурах ниже 100 мК является необходимость учёта инерции ступеней и "релятивистских" эффектов, связанных с разгоном ступеней почти до скорости звука уже при небольших пересыщениях, что было сделано Хаконеном с соавторами [8].

4. Аномальный рост кристаллов гелия

4.1. Первые наблюдения перехода кристалла в аномальное состояние

Явление аномально быстрого роста кристалла гелия было обнаружено в 1996 г. одновременно и независимо в экспериментах, проведённых отечественной и россий-

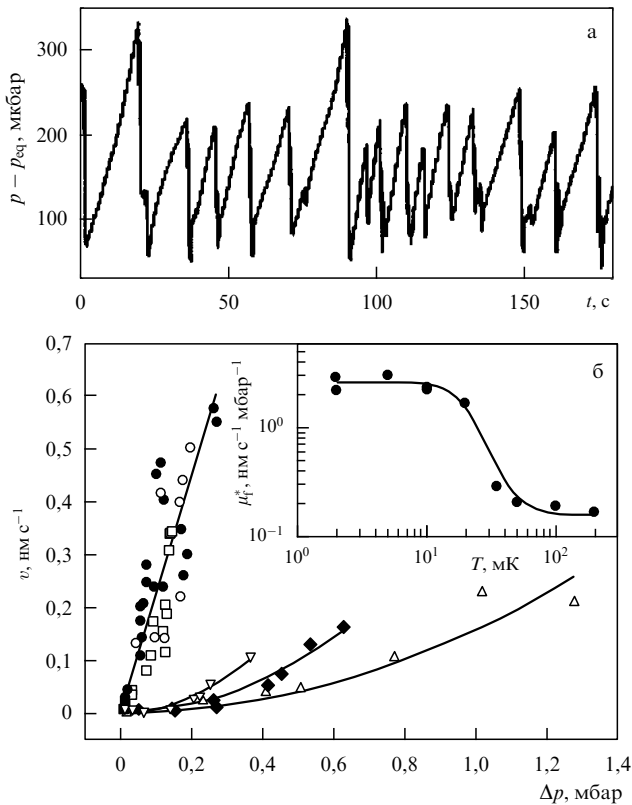


Рис. 5. (а) "Пила" на записи давления при постоянной инъекции жидкости в контейнер, на дне которого расположен кристалл с совершенной c -гранью [7]. (б) Скорости роста такой грани при температуре 2 мК (светлые кружки), 10 мК (квадраты), 20 мК (тёмные кружки), 50 мК (треугольники вершиной вниз), 100 мК (ромбы) и 200 мК (треугольники вершиной вверх). На вставке — температурная зависимость подвижности c -грани.

ско-финской группами, по скачку давления [21, 22]. В интерференционных измерениях, выполненных в оптическом криостате растворения, при постоянной инъекции жидкости в контейнер монотонное возрастание давления завершалось его резким падением, скачком, означавшим быстрое подрастание c -грани (рис. 5а). Затем грань возвращалась в первоначальное состояние и процесс повторялся. Малое время падения давления свидетельствовало о качественном изменении кинетики — аномально быстром росте совершенной грани [21].

В экспериментах с зарождением твёрдой фазы в метастабильной жидкости, выполненных без визуального контроля [22, 23] (рис. 6), скачок давления вначале однозначно не интерпретировался. Априори нельзя было исключить множественного образования зародышей, что существенно увеличивает общую площадь поверхности зародышей и при сохранении её медленной кинетики приводит к возрастанию общей скорости кристаллизации и резкому падению давления.

Дальнейшее проведение экспериментов в оптическом криостате ³He показало, что скачок давления вызван именно резким изменением кинетики роста граней единственного кристалла. Вариация стартового пересыщения с помощью приложения дополнительного электростатического давления к острию, где зарождался кристалл, позволила построить первую диаграмму области пересыщений, в которой происходил переход кристалла в состояние взрывоподобного (burst-like) роста [24].

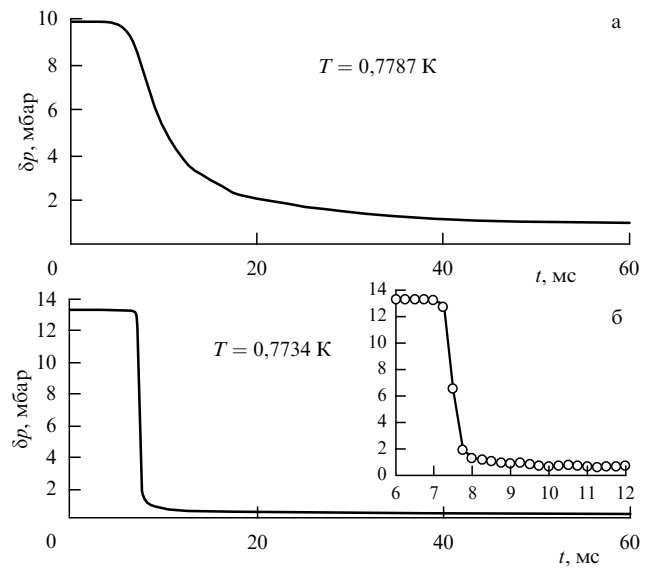


Рис. 6. Резкое изменение скорости роста кристалла, проявляющееся на временной записи давления, при уменьшении температуры на 5,3 мК [23]. (а) Падение давления в контейнере при нормальном росте кристалла. (б) Скачок давления в режиме взрывоподобного роста кристалла. На вставке — запись скачка с более высоким разрешением по времени.

В работе [24] было также высказано предположение об одинаковом характере метаморфозы кристаллов гелия, наблюдаемых с помощью обеих методик, по схожести температурного хода границы, разделяющей области нормального и аномального роста, и наличии задержки между воздействием пересыщения и переходом в состояние быстрого роста.

По результатам первых работ стало ясно, что явление последовательно проходит три фазы: 1) формирование нового состояния кристалла под воздействием пересыщения; 2) скачкообразное ускорение кинетики, приводящее к быстрому росту кристалла с падением давления до давления фазового равновесия; 3) возврат кинетики граней к нормальной, медленной. Эти этапы явились предметом дальнейших исследований.

4.2. Кристалл перед переходом в аномальное состояние

4.2.1. Медленный рост совершенного кристалла. В экспериментах по исследованию роста бездислокационной c -грани пересыщение устанавливалось на постоянном уровне и по смещению интерференционной картины определялось изменение положения поверхности. Оказалось, что в отсутствие источников роста грань, тем не менее, росла, но очень медленно [21].

На рисунке 5б приведены скорости роста c -грани в температурном диапазоне 2–250 мК. На вставке показана зависимость подвижности поверхности μ_f^* от температуры, $\mu_f^* = v/\Delta p$. Эти же данные, пересчитанные по соотношению (5), приведены на рис. 4, из которого видно, насколько скорость роста совершенной грани кристалла меньше скоростей роста граней, имеющих источники роста, — на семь-восемь порядков.

4.2.2. Кинетика роста дефектного кристалла. Кристалл, рождённый на игле в метастабильной жидкости, имеет дефекты, приводящие к росту граней за счёт неуниточ-

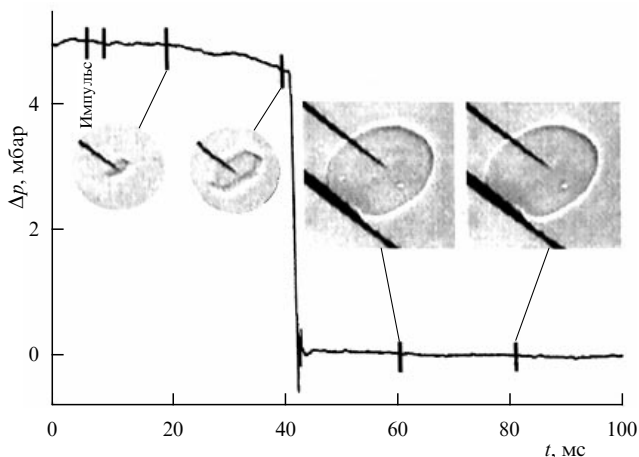


Рис. 7. Рост кристалла при $T = 0,639$ К, демонстрирующий первые две фазы процесса. От момента воздействия импульса, порождающего кристалл, до момента скачка давления происходит нормальный рост с невысокой анизотропией. Приблизительно через 38 мс наблюдается скачок давления вследствие резкого увеличения скорости роста граней [16].

жаемых источников ступеней (спиральный рост и источники Франка–Рида) (рис. 7). Кристалл имеет форму гексагональной призмы, причём, как видно из рис. 7, эквивалентные a -границы растут с различными скоростями, что типично для роста граней, определяемого ростовыми дефектами [11]. Средние значения скорости роста граней, рассчитанные по соотношению (5) для кристалла, не претерпевающего перехода в состояние быстрого роста, и кристаллов, испытывающих такой переход, приведены на рис. 8; записи изменения давления, сопровождающие рост этих кристаллов, показаны на рис. 9. Скорости и анизотропия роста граней перед переходом в состояние взрывоподобного роста существенно не отличаются от соответствующих величин для нормального роста кристалла. На фоне роста граней со скоростями $0,01$ – $0,5$ см s^{-1} процесс, описанный в разделе 4.2.1, даже если он и имеет место, ненаблюдаем. По пороговому пересыщению, с которого начинается функционирование источников Франка–Рида, можно оценить концентрацию дислокаций: $\sim 10^5$ – 10^6 см $^{-2}$ [11].

4.3. Образование аномального состояния

На рисунках 5 и 9 видна первая качественная черта явления: пересыщение воздействует на кристалл в течение продолжительного времени, прежде чем грани перейдут в состояние быстрого роста. Вторая качественная черта эффекта — вероятностный характер события возникновения состояния взрывоподобного роста. На рисунке 10а показаны кумулятивные распределения вероятности пересыщения, с которого начинается быстрый рост c -границы [8], а на рис. 10б — времена задержки между зарождением кристалла и скачком давления [17]. Оба типа измерений дают одну и ту же информацию о вероятности образования аномального состояния $W(\Delta p)$ в единицу времени: увеличение W сдвигает кумулятивное распределение в сторону меньших пересыщений и уменьшает интервал времени от рождения кристалла до скачка давления. Графики демонстрируют две качественные черты процесса: а) экспоненциально быстрое возрастание

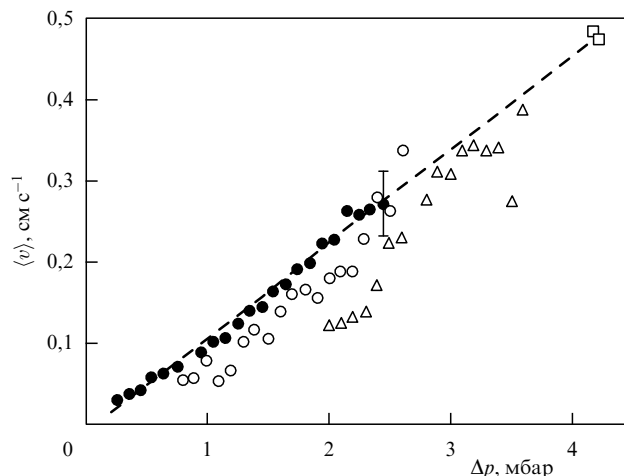


Рис. 8. Средние скорости нормального роста кристалла при температуре $T = 0,639$ К (светлые символы), определённые до начала скачка давления по записям, приведённым на рис. 9. Зависимость скорости роста кристалла, не претерпевающего перехода в аномальное состояние, изображена тёмными кружками [16].

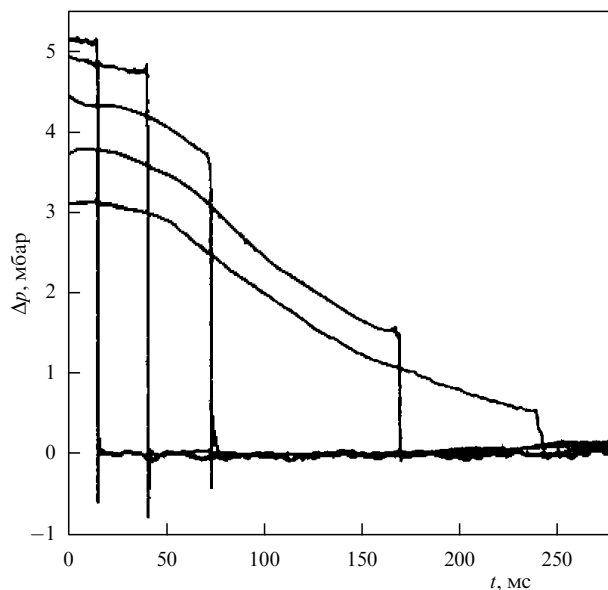


Рис. 9. Записи падения давления Δp в контейнере во время роста кристалла при $T = 0,639$ К с различными начальными пересыщениями [16].

ние W с увеличением пересыщения и б) влияние температуры — при больших температурах медиана распределения сдвигается в область высоких пересыщений и увеличивается время задержки, т.е. вероятность W возникновения состояния взрывоподобного роста при фиксированном пересыщении уменьшается с возрастанием температуры.

На рисунке 11 в координатах T – Δp сплошными кривыми показаны границы, разделяющие области нормального и аномального роста в чистом гелии. Граница раздела для экспериментов при температурах до 250 мК [8] проведена по медиане распределения, приведённого на рис. 10а. Кривая для температур выше 0,4 К отделяет область, в которой на свободно растущем на игле кристалле за время роста происходило скачкообразное воз-

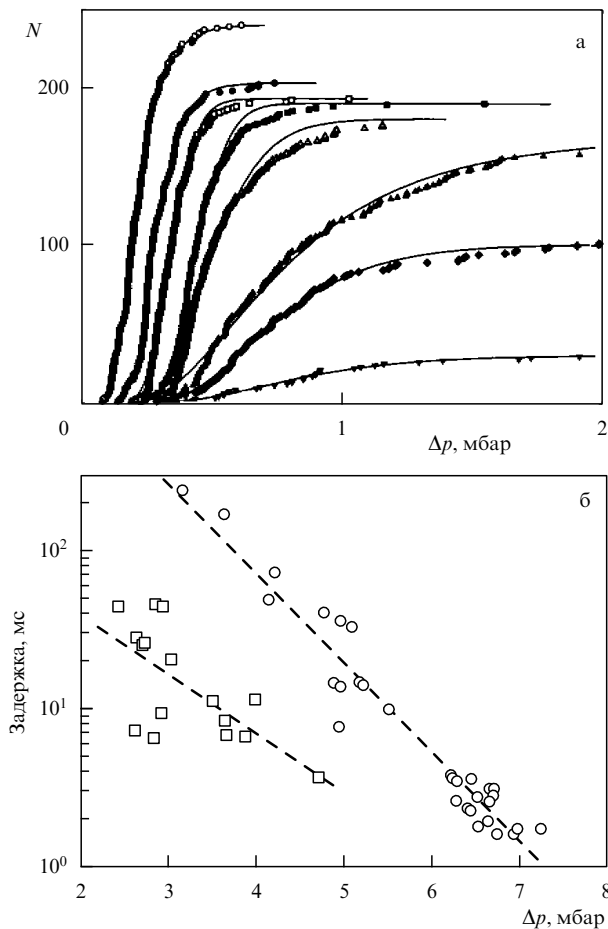


Рис. 10. (а) Кумулятивное распределение пересыщения, при котором наблюдается начало скачка (см. рис. 5), кривые (слева направо) соответствуют температурам 2, 50, 100, 150, 180, 200, 210 и 250 мК. Распределения аппроксимированы зависимостью $\exp(-\text{const}/\delta\mu^2)$, описывающей квантовое образование двумерных зародышей [8]. (б) Зависимость от падения давления Δp интервала времени от зарождения кристалла на игле до начала быстрого роста (см. рис. 9) [16] при $T = 0,639$ К (кружки) и $T = 0,48$ К (квадраты).

растание кинетики, от области, в которой такого явления не наблюдалось. Отметим, что такие границы из-за вероятностного характера процесса условны, так как относятся к различным временам воздействия пересыщения. В экспериментах с бездислокационной гранью, как видно из рис. 5, эти времена составляли несколько десятков секунд. Для свободно растущих кристаллов время действия пересыщения ограничивалось длительностью роста кристалла, не превышающей 1 с (см. рис. 9). Этот фактор незначительно влияет на фазовую диаграмму, показанную на рис. 11, поскольку из-за экспоненциальной зависимости W от Δp изменение времени воздействия пересыщения сдвигает границу незначительно (см. рис. 10). С учётом последнего замечания наблюдается неплохое согласие величин граничных пересыщений обеих серий экспериментов.

В экспериментальных данных, представленных на рис. 11, существует разрыв между результатами, полученными в милликельвиновой области температур [21], и измерениями на свободно растущих кристаллах гелия [17, 25]. В первой группе опытов по неизвестным причинам не удавалось сохранить грань без ростовых дефектов после нагрева до температур выше 250 мК.

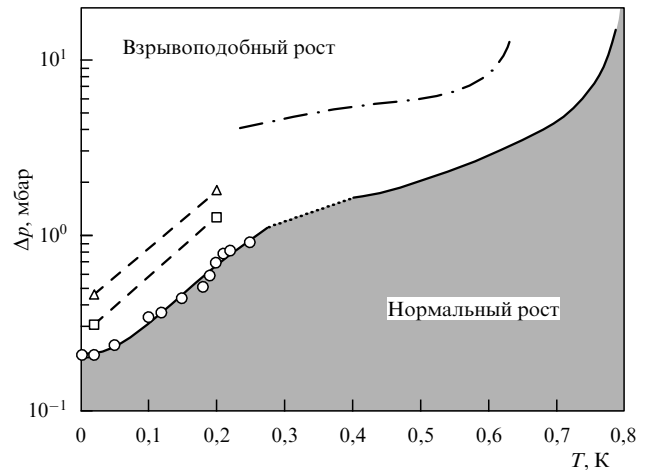


Рис. 11. Фазовая диаграмма области образования состояния взрывоподобного роста. Сплошные линии относятся к кристаллам, выращенным из гелия с содержанием примеси ^3He менее чем 0,1 ppm. Штриховые линии разделяют области нормального и аномального роста при росте кристалла в растворе с концентрацией примеси 10 ppm (квадраты) и 50 ppm (треугольники) [8]. Штрихпунктирная кривая демонстрирует сдвиг границы, разделяющей области нормального и аномального роста, в сторону высоких пересыщений в растворе с концентрацией ^3He , равной 180 ppm [33].

Минимальная температура второй серии ограничивалась возможностями криостата ^3He . Добавив ступень адиабатического размагничивания парамагнитной соли, удалось понизить температуру до 180 мК и объединить обе части фазовой диаграммы [26]. Оказалось, что разграничивающая области нормального и аномального роста линия, определённая на свободно растущих кристаллах с изрядной концентрацией ростовых дефектов, согласуется с данными, полученными на грани, не содержащей таковых.

Второй важный результат касается влияния перехода ограничения на явление взрывоподобного роста. Диапазоны температур экспериментов в обеих сериях [17, 21] находились между температурами переходов ограничения, и вопрос о влиянии перехода ограничения на эффект взрывоподобного роста, в частности влияния близости температуры к T_R , оставался открытым. Измерения в диапазоне температур 0,18–0,4 К, т.е. выше и ниже температуры перехода s -границы в атомно-гладкое состояние $T_{R3} \approx 0,35$ К, не выявили влияния перехода ограничения ни на фазовую диаграмму, ни на кинетику роста кристалла в аномальном состоянии. Таким образом, s -границы также ускоряют свою кинетику одновременно и пропорционально с a - и c -гранями (см. рис. 4, а также рис. 13 в разделе 4.4).

4.4. Кинетика роста граней после перехода в аномальное состояние

В экспериментах со взрывоподобным ростом c -границы [21] инерция датчика давления ($\approx 0,5$ с) и продолжительные времена регистрации интерференционной картины не позволяли определить скорость быстрого роста. В опытах по свободному росту кристалла в центре контейнера постоянная времени измерения давления составляла ≈ 50 мкс, так что удалось зарегистрировать изменение давления в процессе роста (рис. 12) и по методике, описанной в разделе 2.5, определить средний кинетический коэффициент роста [16, 27]. Одновременно

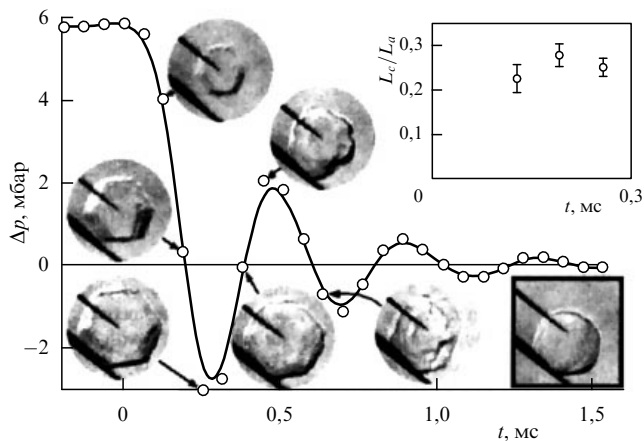


Рис. 12. Осциллирующий рост кристалла при температуре 0,484 К и начальном пересыщении 5,8 мбар. В течение первого полупериода колебаний кристалл растёт от нулевого размера до максимального, имея кинетическую огранку в виде гексагональной призмы. Скорость роста кристалла лимитируется кинетикой грани. Анизотропия роста a - и c -граней невелика. В нижней правой части рисунка в рамке показана форма кристалла по завершении роста через 13,6 мс [27]. На вставке приведено изменение отношения размера проекций a - и c -граней для первых трёх кадров.

проводимая съёмка показала, что и на этом этапе кристалл имеет форму гексагональной призмы, причём отношение скоростей роста c - и a -граней 1:(2–3).

Небольшая анизотропия роста (см. вставку на рис. 12) свидетельствует о двух существенных фактах: во-первых, скорости роста граней разных ориентаций возрастают примерно пропорционально. Во-вторых, времена задержки от рождения кристалла до перехода в быстрорастущее состояние для разных кристаллических граней различаются незначительно и они много меньше длительности первого полупериода колебаний давления, составляющего ≈ 200 мкс, — времени роста кристалла с убыванием пересыщения до нуля. Оценка этой разницы по анизотропии формы даёт верхнюю границу < 40 мкс, и с такой точностью грани одновременно ускоряют свой рост.

Зависимости средней скорости роста граней кристалла от начального пересыщения показаны на рис. 13 [18]. С приближением к границе области возникновения аномального состояния скорости стремятся к нулю. Значения и температурные зависимости усреднённого кинетического коэффициента роста, полученные из таких зависимостей по соотношению (5), приведены на рис. 4, из которого видно, что скорости роста граней после перехода в режим взрывоподобного роста увеличиваются на два-три порядка, в зависимости от температуры.

4.5. Возврат к нормальной кинетике роста

Изучение заключительного этапа процесса — возврата граней кристалла к нормальной медленной кинетике роста — выполнялось на кристаллах, свободно выросших на игле [18]. До начала роста кристалла в метастабильной жидкости давление в контейнере и внешней системе является одинаковым и превышает давление фазового равновесия. По окончании этапа быстрого роста кристалла давление в контейнере становится меньше давления фазового равновесия, что приводит к

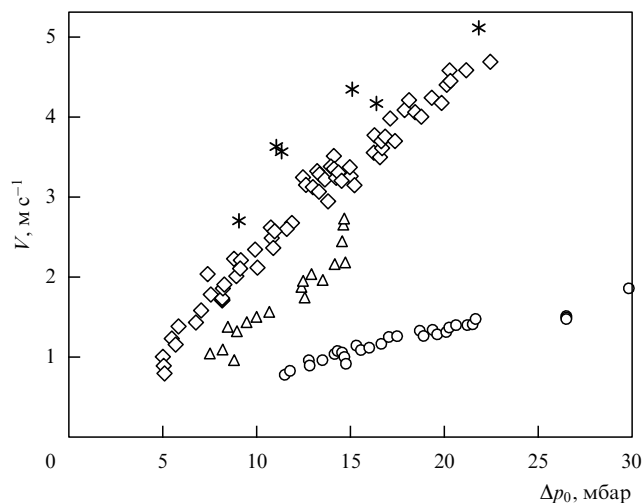


Рис. 13. Средняя скорость роста кристаллов, выращенных на игле, в режиме взрывоподобного роста в зависимости от начального пересыщения при температурах 0,653 К (кружки), 0,533 К (квадраты), 0,421 К (ромбы) и 0,206 К (звёздочки) [18].

его медленному возрастанию за счёт подтока гелия из внешней системы с постоянной времени несколько секунд. На этом этапе давление в контейнере определяется скоростью подтока и кинетикой роста граней. Если параметры системы известны, то, непосредственно регистрируя изменение размеров кристалла, можно определить кинетический коэффициент роста K [18].

На рисунке 14 показаны записи давления во время этого процесса и рассчитанное изменение средней подвижности граней для кристаллов, выращенных с различным стартовым пересыщением.

Отметим существенные черты процесса возврата к нормальной кинетике: во-первых, восстановление нормальной кинетики происходит не скачком, а непрерывно в течение нескольких десятых долей секунды. Во-вторых, кристаллы, выращенные вдали от границы, разделяющей области нормального и аномального роста, медленнее восстанавливают обычную скорость роста. Кинетики роста граней перед скачком давления и по завершении релаксации близки. Осталась неисследованной область между окончанием роста кристалла и началом заметного подъёма давления, в которой происходит основное замедление кинетики, так как измерения [18] дают представление о завершающем этапе релаксации кинетического коэффициента, во время которой его величина изменяется примерно на порядок.

4.6. Влияние изотопических примесей на эффект взрывоподобного роста

Замедление начала перехода в аномальное состояние (рис. 10б), или возрастание величины граничного пересыщения на фазовой диаграмме рис. 11 с увеличением температуры, наводило на мысль, что это возрастание связано с увеличением диссипации в жидкости. Изменить последний параметр можно только одним способом: добавить в сверхтекучий гелий его изотопическую примесь — ^3He , увеличивающую концентрацию нормальной компоненты. Для исследованных концентраций 10, 50 и 180 миллионных долей (parts per million — ppm) в экспериментах [8] плотность нормальной компоненты сверхтекучего гелия сравнивалась с концентрацией при-

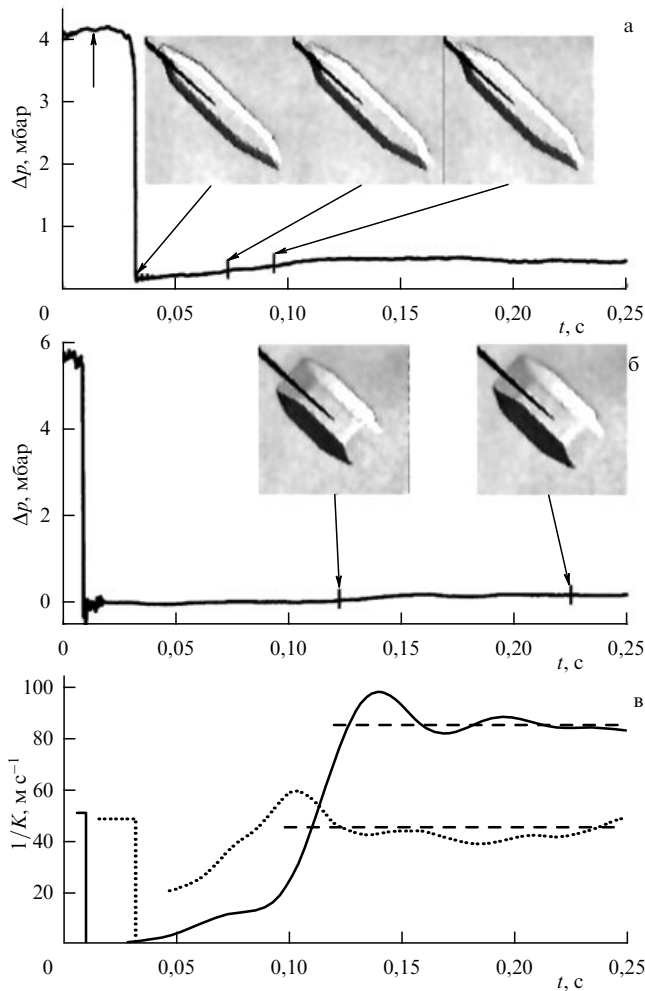


Рис. 14. Восстановление медленной кинетики роста граней по завершении этапа быстрого роста (а), $T = 0,69$ К. При большом начальном пересыщении (б) время нормального роста кристалла до скачка давления невелико и возврат кинетики роста к обычной, медленной, происходит позднее. После релаксации средний кинетический коэффициент роста (в) отличается от измеренного на временном интервале от рождения кристалла до начала быстрого роста не более чем в два раза [18].

меси при температурах $\approx 0,12, 0,18$ и $0,25$ К соответственно. В экспериментах, о которых шла речь ранее, гелий очищался от примеси посредством термомеханического эффекта, так что остаточная концентрация ^3He не составляла менее $0,1$ ppm.

Добавление примеси не только увеличивает объёмную диссипацию в жидкости, но и усложняет картину роста кристалла. Согласно фазовой диаграмме раствора, при малых концентрациях примеси часть атомов ^3He проникает в кристаллическую фазу [28]. При температурах выше $\approx 0,6$ К равновесная концентрация примеси меньше в жидкости, а при $T \lesssim 0,6$ К — в твёрдой фазе. В этой области примесь практически не проникает в кристалл и при росте поверхность "сгребает" примеси, увеличивая диссипацию процесса за счёт диффузионных потоков [29].

Другое явление связано с наличием для примесей потенциальной ямы глубиной $E_{\text{ad}} \sim 4$ К на границе жидкость–кристалл [30–32]. Это приводит к образованию адсорбционного слоя, уменьшающего, например, поверхностную энергию границы раздела фаз. Заполне-

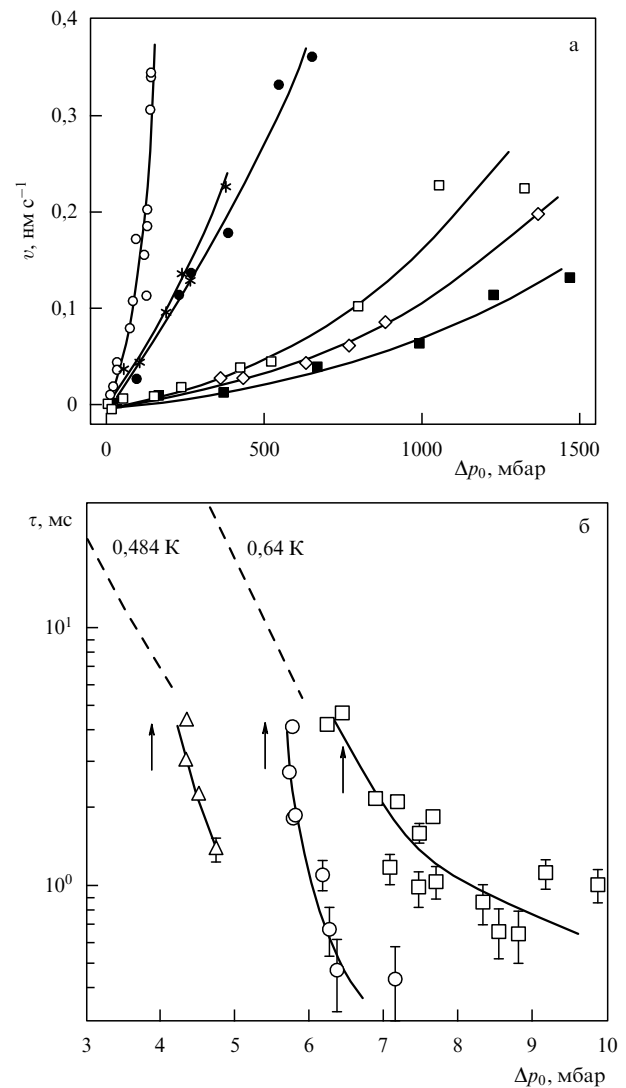


Рис. 15. Влияние примеси ^3He . (а) Скорость сверхмедленного роста c -границы при двух температурах и трёх концентрациях примеси [8]. $T = 20$ мК: светлые кружки — $0,1$ ppm, звёздочки — 10 ppm, тёмные кружки — 50 ppm; $T = 200$ мК: светлые квадраты — $0,1$ ppm, ромбы — 10 ppm, тёмные квадраты — 50 ppm. (б) Время образования аномального состояния для кристалла, свободно выросшего на игле при концентрации примеси 180 ppm и температуре $0,24$ К (треугольники), $0,42$ К (кружки), $0,545$ К (квадраты) [33]. Штриховыми кривыми показаны зависимости, измеренные в чистом гелии (рис. 10б).

ние адсорбционного слоя происходит при температуре $T_{\text{ad}} \sim E_{\text{ad}} / \ln(1/x)$, где x — концентрация примеси в объёме. Для исследованных концентраций $10, 50$ и 180 ppm соответственно $T_{\text{ad}} \approx 0,35, 0,40$ и $0,46$ К.

Введение примеси с концентрацией 10 и 50 ppm в диапазоне температур 2 – 250 мК привело к двум эффектам: скорость сверхмедленного роста бездислокационной c -границы уменьшилась (рис. 15а), а пересыщения, при которых она начинала быстрый рост, увеличились (см. рис. 11) [8]. Сходная картина наблюдалась и при свободном росте кристалла в диапазоне температур $0,18$ – $0,75$ К [33]: граничное пересыщение также увеличилось и возросли задержки от момента образования кристалла в метастабильной жидкости до момента скачка давления, т.е. увеличились времена образования аномального состояния (рис. 15б). Таким образом, увеличение диссипа-

ции в жидкости затормозило и процесс образования аномального состояния, и кинетику сверхмедленного роста кристалла.

Относительно скорости роста граней после перехода в состояние взрывоподобного роста в работе [33] утверждение не сформулировано: наличие примеси добавляет в разность химических потенциалов фаз новый фактор — концентрацию примесей на границе кристалл–жидкость, не измеряемую в эксперименте непосредственно, что не позволяет определить термодинамическую силу, побуждающую рост кристалла. Записи падения давления приобретают более сложный характер, и они не могут быть обработаны в рамках методики, изложенной в разделе 2.4.

Специфических особенностей, связанных с точкой равных концентраций примеси в твёрдой и жидкой фазах при температуре около 0,6 К или с образованием адсорбционного слоя, не наблюдалось.

4.7. Объёмные характеристики перехода

Все описанные ранее эксперименты касались изменения кинетики поверхности кристалла. Были проведены две серии экспериментов для выяснения, происходит ли изменение объёмных свойств кристалла при ускорении роста его поверхности. В первой серии опытов была предпринята попытка наблюдения теплоты перехода в аномальное состояние. Поскольку приповерхностные атомы составляют малую часть от атомов всего кристалла, заметный калорический эффект мог дать фазовый переход именно объёма.

Вторая серия экспериментов связана с опосредованным наблюдением изменения свойств объёма. С 1970-х годов известно [34–36], что внутреннее трение в килогерцевом диапазоне частот в кристаллическом гелии аномально велико, так что декремент затухания достигает значения $\approx 0,5$. Возможное объяснение явления неклассического момента инерции твёрдого гелия [37, 38], предленное на основе аномалии внутреннего трения [39], активизировало исследование этого эффекта [40–44]. К настоящему времени аномально высокая диссипация при колебаниях кристаллического гелия интерпретируется в рамках теории осциллирующих сегментов дислокаций Гранато–Люкке [45]. Можно предположить, что изменение свойств объёма при возникновении состояния взрывоподобного роста воздействует на параметры, влияющие на осцилляцию дислокаций, например на фоновую вязкость, и проявится в величине внутреннего трения.

4.7.1. Тепловые эффекты, сопровождающие быстрый рост кристалла. Измерение температуры внутри контейнера во время роста кристалла проводилось с помощью малоинерционного сверхпроводящего болометра [46, 47]. Температурный отклик системы определяется теплотой перехода при образовании аномального состояния (если она существует), изменениями температуры вследствие адиабатических колебаний давления при росте кристалла согласно соотношению (2) и возрастанием температуры за счёт диссипативных процессов роста, характеризующихся кинетическим коэффициентом K .

Пример экспериментальной записи температуры болометра приведён на рис. 16. Отсутствие заметной аномалии, которую можно было бы связать с теплотой перехода, позволило оценить лишь её возможную верх-

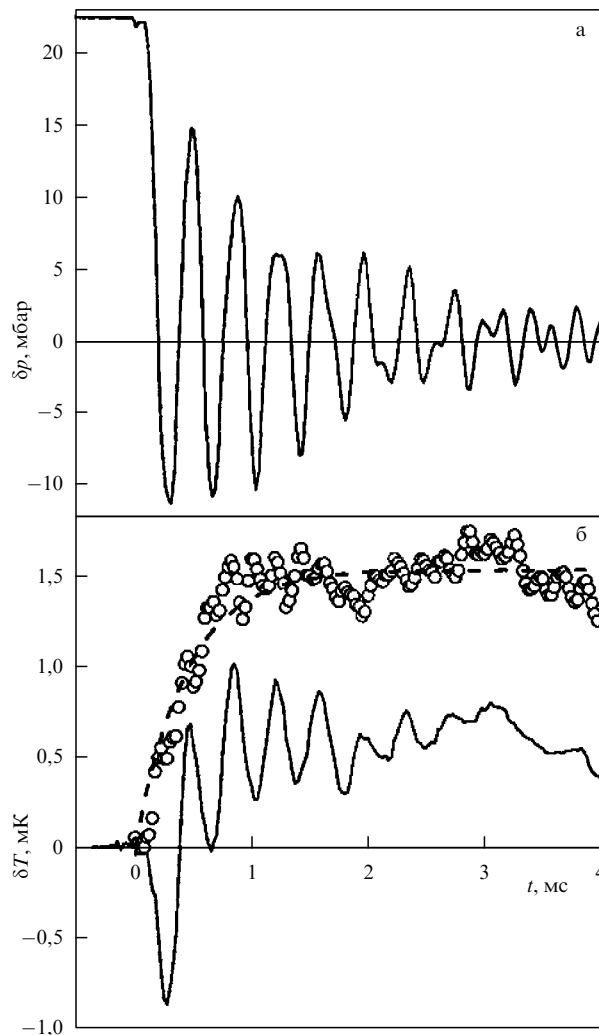


Рис. 16. Изменение температуры в контейнере во время взрывоподобного роста при $T = 0,40$ К [46]. (а) Запись осцилляций давления. (б) Колебания температуры; кружками показан результат вычитания из записи температуры осциллирующей части, вызванной адиабатическим изменением давления согласно формуле (2), т.е. диссипативная часть приращения температуры, обусловленная кинетическим коэффициентом роста K .

нюю границу — менее 1%–20% от избыточной энергии системы перед началом перехода в аномальное состояние.

4.7.2. Внутреннее трение кристаллов, испытавших переход в аномальное состояние. Измерение внутреннего трения в кристалле после завершения этапа быстрого роста выполнялось методом составного вибратора. Зародыш кристалла образовывался под воздействием импульса высокого напряжения на конце вольфрамового острья, расположенного в зазоре между основанием и свободно колеблющимся кристаллом кварца, совершающим торсионные колебания частотой ≈ 78 кГц (рис. 17) [48, 49]. По завершении роста измерялись частота и затухание совместных колебаний и вычислялся вклад собственно кристалла гелия.

Эти опыты имеют сравнительный характер, так как измерения на единственной частоте не дают однозначных значений дислокационных параметров, таких как концентрация дислокаций и величина фонового трения

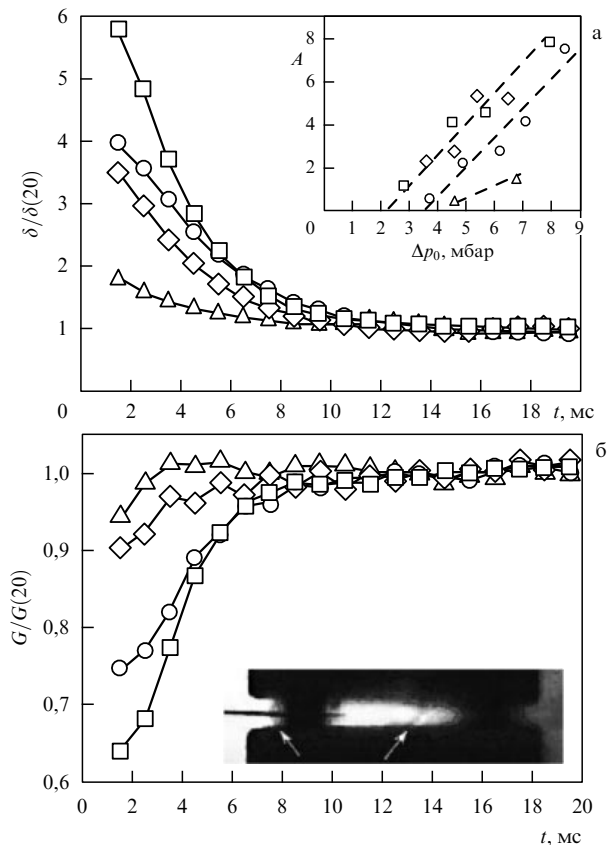


Рис. 17. Релаксация внутреннего трения в кристалле, выросшем в режиме взрывоподобного роста при $T = 0,49$ К [49]. (а) Изменение логарифмического декремента затухания, отнесённого к установившемуся значению в момент 20 мс. Начальные пересыщения: 2,8 мбар (треугольники), 4,5 мбар (ромбы), 5,7 мбар (кружки), 8 мбар (квадраты). На вставке — зависимость параметра A , полученного аппроксимацией зависимостей формулой (7), от начального пересыщения при четырёх температурах: квадраты — 0,49 К, ромбы — 0,59 К, кружки — 0,65 К, треугольники — 0,69 К. (б) Соответствующее изменение нормированного усреднённого модуля сдвига. На вставке — фотография кристалла гелия, выросшего в зазоре между кварцевым резонатором и основанием. Стрелки указывают границы кристалла.

дислокационных сегментов при их колебаниях. Сопоставлялись временной ход и численные характеристики затухания (упругий модуль и декремент) кристаллов, выращенных выше и ниже границы фазовой диаграммы (см. рис. 11). Кристаллы, выросшие нормальным образом, имели как во время роста, так и после него примерно постоянные в пределах $\approx 30\%$ значения модуля и декремента [49], согласующиеся со значениями, полученными на образцах, выращенных за продолжительное время и отождённых вблизи кривой плавления [36]. На кристаллах, выросших скачкообразно, наблюдалась релаксация декремента от максимального значения непосредственно по завершении роста к установившемуся значению примерно через 20 мс (см. рис. 17). Записи релаксации декремента, нормированные на это значение, хорошо приближались экспоненциальной зависимостью

$$\frac{\delta(t)}{\delta(20)} = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (7)$$

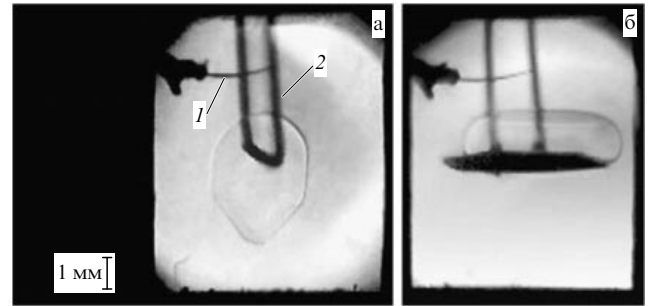


Рис. 18. Колебания кристалла гелия в сверхтекучей жидкости [50]. Рождённый на игле 1 кристалл затем переплавлялся так, чтобы П-образная сверхпроводящая петля 2 пронизывала его (а), либо размещался на площадке, соединённой с петлёй (б).

Добавка к декременту возрастает по мере увеличения начального пересыщения и стремится к нулю при приближении к границе, разделяющей нормальную и аномальную области (см. вставку на рис. 17). Характерное время релаксации $\tau \approx 3$ мс постоянно в интервале температур 0,5–0,7 К. Монотонное возрастание упругого модуля отслеживало изменение декремента. В рамках релаксационной модели возрастание модуля свидетельствует об увеличении времени релаксации диссипативного процесса, ответственного за затухание.

К сожалению, эти результаты не имеют однозначной интерпретации. Избыточное затухание может быть как следствием изменения внутреннего состояния кристалла, отражающегося на диссипативных процессах при осцилляции сегментов дислокаций, так и очевидным образом может объясняться отжигом неравновесной сетки дислокаций, порождённой быстрым ростом, подобно тому как это наблюдалось в предыдущих экспериментах [36].

4.8. Попытка создания стационарного аномального состояния

Малое время жизни аномального состояния накладывает ограничения на выбор методических подходов к его изучению. Попытка создать квазистационарное аномальное состояние была предпринята в работе [50]. Пересыщение, необходимое для его образования, создавалось гидродинамическим способом. Для этого кристалл помещался на П-образную сверхпроводящую петлю, находящуюся в магнитном поле (рис. 18). Переменный ток раскачивал кристалл, создавая на его частях, обращённых к набегающему потоку, избыточное давление. В данном эксперименте применялись осцилляторы с частотой ≈ 200 и ≈ 800 Гц, так что пересыщение создавалось в течение времени порядка 1 мс. Резкое изменение кинетики этого участка или, как можно ожидать из предыдущих экспериментов, всей поверхности кристалла изменит регистрируемую собственную частоту и добротность системы. Поскольку в течение ≈ 3 мс после перехода в аномальную фазу быстрая кинетика граней сохранялась (см. рис. 12), ожидалось, что аномальная фаза просуществует в течение полупериода колебаний до следующего максимума пересыщения и станет стационарной. Этим надеждам не суждено было сбыться из-за возникновения неустойчивости, приводящей к "сползанию" кристалла с перекладины осциллятора при достижении амплитуды скоростей ≈ 3 мс $^{-1}$ даже в ситуации, когда перекладина пронизывала кристалл (рис. 18а).

5. Основные качественные черты эффектов и попытки их объяснения

В результате изучения кинетики роста граней кристаллов гелия при больших отклонениях от равновесия было обнаружено два качественно новых эффекта, которые не вписываются в хорошо известную и опытно подтверждённую картину послойного роста поверхности кристаллов, в том числе кристаллов гелия, при небольших отклонениях от равновесия. Первый эффект — сверхмедленный рост совершенной *c*-границы, не содержащей ростовых дефектов. Второй — аномально быстрый рост граней, как имеющих источники роста, так и не имеющих таковых. Сейчас трудно судить, связаны ли оба эти явления общим механизмом, или они имеют разную физическую природу. Их роднит два экспериментальных факта: увеличение скорости роста с понижением температуры и одинаковое воздействие введения малой изотопической примеси.

5.1. Сверхмедленный рост грани

Основные качественные черты процесса сверхмедленного роста грани таковы:

- скорость роста постоянна при температурах до ≈ 10 мК, а затем она убывает на порядок при приближении температуры к величине ≈ 100 мК, т.е. возрастание температуры тормозит рост;
- введение в жидкость примеси ^3He начиная с концентрации 10 ppm уменьшает скорость роста примерно в три раза при всех изученных температурах.

Пока единственное теоретическое объяснение сверхмедленного роста кристалла гелия в отсутствие примесей предложено Андреевым и Мельниковским [51]. Согласно модели [51] на атомно-шероховатой границе кристалл–подложка генерируются вакансии. Затем вакансии диффундируют к границе кристалл–жидкость, на которой они аннигилируют, приводя таким образом к росту грани кристалла. Скорость роста V пропорциональна приложенному пересыщению $\delta\mu$, а подвижность грани $\mu_f = V/\delta\mu$ зависит от температуры:

$$\mu_f \sim \left[\frac{\text{const}}{\sqrt{T}} \exp\left(\frac{\varepsilon_0}{T}\right) + \text{const} \sqrt{T} \exp\left(\frac{-A_U}{T}\right) \right]^{-1}, \quad (8)$$

где ε_0 — дно зоны вакансионной, A_U — параметр, характеризующий процессы переброса. Численные оценки авторы [51] не привели. Ими предложены три возможности экспериментальной проверки этой модели: наблюдение зависимости скорости роста грани от толщины; наличие максимума скорости роста на температурной зависимости согласно формуле (8); смещение замороженного в кристалл объекта в процессе роста грани.

5.2. Качественные черты взрывоподобного роста

Предположение, что наблюдаемое ускорение роста совершенной *c*-границы в милликельвиновой области температур в кристаллах, свободно выращенных на игле с концентрацией дислокаций $\sim 10^5 \text{ см}^{-2}$, основывается на следующих общих качественных экспериментальных фактах:

- наблюдается резкий переход от медленной кинетики роста *c*-граней к быстрой;

- критические пересыщения, с которых начинается аномальный рост, близки между собой по величине и имеют одинаковый температурный ход;

- время образования аномального состояния уменьшается с возрастанием пересыщения;

- введение дополнительного канала диссипации — примеси — в жидкость одинаковым образом влияет как на значения критического пересыщения, так и на время образования аномального состояния.

Совокупный учёт перечисленных фактов позволяет сразу исключить из рассмотрения целый ряд возможных источников эффекта. Наблюдение взрывоподобного роста на бездефектных гранях отклоняет модели, в которых механизм связывается с динамикой дислокаций, например предложенное в работе [16] "накачивание" энергии дислокационной сетки спиральной ступенькой роста или рождение вихревого кольца источником Франка–Рида.

Объединение качественных черт обоих экспериментальных исследований даёт следующий список требований к будущей теории явления.

1. Переход инициируется избыточным давлением (пересыщением).

2. Требуется макроскопическое время, при определённых условиях до нескольких десятков секунд, для того чтобы началось ускорение роста.

3. Структура кристалла — наличие или отсутствие дефектов — не оказывает принципиального влияния на возникновение состояния взрывоподобного роста.

4. Наиболее яркая черта явления — одновременное ускорение на несколько порядков скорости роста граней всех кристаллографических ориентаций относительно скоростей, обеспечиваемых известными механизмами послойного роста за счёт ростовых дефектов (спиральный рост, источники Франка–Рида).

5. Критическое пересыщение, при котором возникает состояние быстрого роста, и время его образования подвержены влиянию диссипации в жидкости: как увеличение температуры, так и введение диффузионного канала диссипации на примесях ^3He увеличивает оба эти параметра.

6. По завершении роста при давлении фазового равновесия в кристалле происходит непрерывный возврат кинетики граней к нормальной, медленной, за макроскопические времена — до 1 с. При этом в кристалле не генерируются ростовые дефекты.

5.3. Механизмы, дающие ускорение роста атомно-гладкой поверхности

Рассмотрим известные процессы, ускоряющие рост грани, применительно к данному эффекту. Первый механизм, известный в модели послойного роста, существенно ускоряющий рост грани с повышением пересыщения, вызван переходом от роста за счёт дислокационных источников к активному двумерному зародышеобразованию с экспоненциальной зависимостью $V \sim \exp(-\text{const}/\delta\mu^n)$, где $n = 1-2$ [1, 12, 13]. Эта возможность представляется привлекательной, поскольку кумулятивные распределения вероятности начала быстрого роста на рис. 10а хорошо приближаются такой зависимостью. Качественные черты роста за счёт двумерных зародышей согласуются с пунктами 1–3, приведёнными в разделе 5.2. Однако остальные особенности эффекта данный механизм объяснить не может. Например, температурная зависимость критического пересыщения на

фазовой диаграмме рис. 11 противоположна ожидаемой для механизма зародышеобразования. Пересыщение, необходимое для возникновения трёхмерного зародыша в метастабильном сверхтекучем гелии, наоборот, повышается с уменьшением температуры до выхода на константу, когда превалирующим становится подбарьерное зародышеобразование [14, 52–54]. Величина барьера, преодолеваемого зародышами, определяется линейной энергией ступени β на поверхности, которая различна для граней с разной ориентацией. Величина β зависит от того, насколько температура близка к температуре перехода огранения данной грани [55]. Эти факторы привели бы к тому, что рост грани за счёт зародышей начинался бы с различных пересыщений для a -, c - и s -граней, что не согласуется с экспериментальными данными.

Второй механизм, ускоряющий скорость роста грани, связан с разрушением перехода огранения. Галле и Нозьер в рамках ренормгруппового формализма показали, что избыточное давление приводит к "расплаванию" перехода огранения и грань ниже точки перехода остаётся мобильной в отсутствие ростовых дефектов [56]. Этот эффект максимален при температурах, близких к T_R , и уменьшается по мере удаления от T_R [57]. "Расплавание" перехода огранения каждого семейства граней будет происходить при разных температурах, что не даст одновременного ускорения всех граней. Температурная зависимость скорости роста грани, предсказанная в работе [53], противоположна наблюдаемой в эффекте взрывоподобного роста.

В работе Н. Гова [58] в основном рассматривается рождение критического зародыша в метастабильной жидкости с образованием вихрей, но в одном из разделов статьи [58] этот же подход автор попытался применить и к объяснению взрывоподобного роста. Эта модель существенно использует два обстоятельства: близость к переходу огранения, описанному в формализме Костерлица – Таулеса, и наличие источников роста. Автор [58] отмечает, что предложенная им модель не объясняет существования временной задержки между возникновением кристалла и началом быстрого роста.

В работах [59, 60] предложена модель ускорения роста за счёт кинематического размножения ступенек на гранях кристалла. Число ступеней увеличивается как в результате их взаимных столкновений, так и благодаря спонтанному безбарьерному размножению изолированной ступени при превышении порогового пересыщения. Как следствие, рост концентрации ступеней увеличивает количество мест безбарьерного присоединения атомов жидкости к поверхности и ускоряет рост грани по механизму, описанному во введении. К сожалению, и этот подход не объясняет всех качественных черт явления взрывоподобного роста, как отмечают сами авторы [59, 60], и не подтверждается результатами численных расчётов. При температурах выше 0,15 К диссипация при движении ступеней не позволяет им разогнаться до скоростей, необходимых для начала процесса, и при пересыщениях, наблюдаемых в эксперименте, процессы кинематического размножения ступеней и ускорение роста грани не происходят.

5.4. Поверхность или объём?

Попытки объяснения эффекта взрывоподобного роста изменением кинетики только поверхности наталки-

ваются на серьёзное затруднение. Поскольку происходит одновременное и пропорциональное ускорение роста a -, c - и s -граней, имеющих различные параметры (межплоскостное расстояние, температуры перехода огранения, поверхностную энергию), предположение о чисто поверхностном механизме изменения кинетики должно объяснить его нечувствительность к этим параметрам.

Одновременный переход всех граней в быстрорастущее состояние легко объяснить, если происходит изменение объёмного состояния кристалла. Новое состояние, как можно предположить, имеет другие характеристики поверхности, что может привести к обратному переходу состояния граней из атомно-гладкого в атомно-шероховатое, обеспечивающее высокую скорость роста. Наблюдаемую огранку на этапе быстрого роста можно объяснить её кинетической природой, подобной наблюдаемой на кристаллах гелия при температурах, превышающих точку первого перехода огранения [17]. Косвенное подтверждение предположение об объёмном характере трансформации кристалла находит в наблюдении релаксации внутреннего трения (см. раздел 4.7.2). Однако гипотеза об объёмном характере эффекта взрывоподобного роста должна объяснить его следующую черту: каким образом дополнительная диссипация, обусловленная введением малой примеси ^3He в жидкость, существенно влияет на возникновение состояния взрывоподобного роста? То, что в милликельвиновой области температур примесь остаётся именно в жидкости, следует из фазовой диаграммы слабого раствора ^3He - ^4He .

Таким образом, относительно нового механизма быстрого роста можно высказать только общие положения, исходя из основных качественных черт явления. Заметная задержка начала взрывоподобного роста связана либо с накоплением некоего критического фактора, либо с флуктуационным характером образования этого состояния. Первое предположение лучше объясняет постепенный возврат к медленной кинетике в равновесном состоянии: распад накопленного фактора. К сожалению, эти общие рассуждения не дают ответа на вопрос: каковы природа этого фактора и источник его появления?

В качестве кандидатов, разрушающих огранку и возвращающих поверхность в атомно-шероховатое состояние, Андреевым были предложены своеобразные дислокационные дефекты — полукольца у поверхности кристалла. Им было показано, что учёт тепловых флуктуаций приводит к атомно-шероховатому состоянию поверхности кристалла при любой температуре [61]. Если эффект имеет объёмный характер, например накопление вакансий, то уменьшение средней плотности приводит к уменьшению энергий образования точечных дефектов, т.е. самих вакансий. Такая энергетическая перестройка по достижении критической концентрации, возможно, приведёт к фазовому переходу в новое состояние, может быть даже в состояние сверхтекучего твёрдого тела (supersolid), о котором в последнее десятилетие активно велись дискуссии в связи с обнаружением неклассического поведения момента инерции твёрдого гелия Кимом и Ченом [37, 38]. Однако численное моделирование кристалла гелия квантовым методом Монте-Карло, выполненное Полетом с соавторами [62], показало, что уменьшение энергии образования вакансий до нуля происходит при увеличении молярного объёма на

~ 13 %. Такого колоссального изменения плотности кристалла не наблюдалось.

5.5. Перспективы дальнейших исследований

Перечень экспериментальных методов, которые могут быть использованы для исследования эффекта, невелик. Очевидное продолжение — продвижение уже использованных методов в область сверхнизких температур, которое может дать качественно новые результаты. Для свободно растущих кристаллов это относится к калориметрическим измерениям процесса образования состояния (см. раздел 4.7.1): понижение температуры уменьшает тепловой отклик адиабатического колебания давления в контейнере пропорционально T^3 , а увеличение кинетического коэффициента роста граней приводит к убыванию диссипативного нагрева. Если состояние быстрого роста вызвано объёмным переходом, то можно надеяться, что с подавлением побочных тепловых вкладов удастся измерить теплоту этого перехода.

Значительно большее время подготовки кристалла гелия с идеальной c -гранью к переходу в состояние взрывоподобного роста позволило бы измерить теплопроводность в процессе медленного роста и влияние на неё потока вакансий, если действует механизм, предложенный в работе [51] (см. раздел 5.1). Не реализованы и предложения авторов этой работы. Осталась неизученной кинетика бездислокационной c -грани кристалла на этапе быстрого роста (см. раздел 4.2.1): инерционность датчика давления в экспериментах [7] была слишком велика. Сравнение кинетики быстрого роста дефектных граней и граней, не имеющих ростовых дефектов, в общей области температур 180–250 мК могло бы дать дополнительные аргументы в пользу одинаковости природы этих явлений или, наоборот, их различия.

До сих пор остаётся неисследованной внутренняя структура кристалла в аномальном состоянии. Результаты прямых измерений параметра решётки и фактора Дебая–Уоллера в случае их отличия от значений в равновесных кристаллах явились бы безусловным указанием на объёмный характер перехода. Подобные измерения можно провести с помощью короткого импульса рентгеновского излучения, синхронизованного с этапом быстрого роста. Наиболее просто такая методика может быть реализована при температурах, доступных рефрижератору ^3He . В качестве источника рентгеновского излучения, способного предоставить необходимую интенсивность, подходят источники синхротронного излучения.

6. Заключение

В данном обзоре не рассматривались прочие явления, например неустойчивость формы роста кристаллов, поскольку эти явления не причина, а следствие быстрого роста поверхности [63–65]. Основной целью настоящего обзора являлись систематизация и полное изложение экспериментальных фактов, относящихся к образованию аномального состояния с высокой скоростью роста граней. Явление резкого изменения кинетики роста граней кристалла гелия, несмотря на двадцатилетнюю историю его изучения, так и не нашло объяснения. Необходим физический механизм, одновременно ускоряющий рост граней кристалла всех ориентаций. Специфика такого механизма состоит в том, что требуется

длительное воздействие пересыщения — от нескольких миллисекунд до нескольких десятков секунд, для того чтобы сформировалось состояние быстрого роста. Образовавшаяся при высоком пересыщении быстрая кинетика граней сохраняется в течение продолжительного времени после окончания роста кристалла и достижения давления фазового равновесия, постепенно приходя либо к обычной медленной кинетике за счёт ростовых дефектов для кристаллов, выращенных на игле, либо к сверхмедленной, наблюдаемой на совершенной грани. Существующие теоретические работы относятся к отдельным сторонам эффекта, и они не могут описать все стороны явления. Даже такой, казалось бы, очевидный вопрос о том, в чём заключается причина эффекта: в изменении свойств объёма кристалла или его поверхности, до сих пор остаётся без определённого ответа.

Требуется качественно новый подход.

Благодарности. Автор благодарен сотрудникам Национального исследовательского центра "Курчатовский институт" Ю.М. Кагану, Л.А. Максимова, С.Н. Бурминову и Л.Б. Дубовскому за многочисленные полезные обсуждения проблемы в течение всего периода работы; В.С. Круглову и В.А. Шарыкину за поддержку экспериментального направления исследований. Неоценимыми были обсуждения всех аспектов эффекта с А.Я. Паршиным, к сожалению, ныне ушедшим от нас сотрудником Института физических проблем им. П.Л. Капицы РАН (ИФП РАН). Автор признателен А.Ф. Андрееву за предоставленную возможность продолжить эксперименты в ИФП РАН, а также В.В. Завьялову, без чьей помощи эта работа вряд ли там могла бы быть продолжена. Автор благодарен Российскому фонду фундаментальных исследований, поддерживавшему это направление в течение многих лет грантами 93-02-2587а, 96-02-1811а, 99-02-17289а, 02-02-16772а и 05-02-16806а.

Список литературы

1. Чернов А А и др. *Современная кристаллография* Т. 3 *Образование кристаллов* (Гл. ред. Б К Вайнштейн) (М.: Наука, 1980); Chernov A A *Modern Crystallography* Vol. 3 *Crystal Growth* (Berlin: Springer-Verlag, 1984)
2. Андреев А Ф, Паршин А Я *ЖЭТФ* **75** 1511 (1978); Andreev A F, Parshin A Ya *Sov. Phys. JETP* **48** 763 (1978)
3. Balibar S, Alles H, Parshin A Ya *Rev. Mod. Phys.* **77** 317 (2005)
4. Straty G C, Adams E D *Phys. Rev. Lett.* **17** 290 (1966)
5. Цымбаленко В Л *ИТЭ* (4) 161 (1997); Tsymbalenko V L *Instrum. Exp. Tech.* **40** 585 (1997)
6. Tsymbalenko V L *Cryogenics* **36** 65 (1996)
7. Hakonen P J et al. *J. Low Temp. Phys.* **101** 41 (1995)
8. Ruutu J P et al. *J. Low Temp. Phys.* **112** 117 (1998)
9. Кешисhev К О, Паршин А Я, Бабкин А В *Письма в ЖЭТФ* **30** 63 (1979); Keshishev K O, Parshin A Ya, Babkin A V *JETP Lett.* **30** 56 (1979)
10. Wolf P E et al. *J. Physique* **46** 1987 (1985)
11. Цымбаленко В Л *ФНТ* **21** 162 (1995); Tsymbalenko V L *Low Temp. Phys.* **21** 120 (1995)
12. Andreev A F, in *Quantum Theory in Solids* (Ed. I M Lifshits) (Moscow: Mir Publ., 1982) p. 11
13. Uwaha M *J. Low Temp. Phys.* **52** 15 (1983)
14. Tsymbalenko V L *J. Low Temp. Phys.* **88** 55 (1992)
15. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1986); Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1987)
16. Цымбаленко В Л *ЖЭТФ* **119** 1182 (2001); Tsymbalenko V L *JETP* **92** 1024 (2001)
17. Tsymbalenko V L *J. Low Temp. Phys.* **121** 53 (2000)

18. Цымбаленко В Л *ЖЭТФ* **126** 1391 (2004); Tsymbalenko V L *JETP* **99** 1214 (2004)
19. Castaing B, Balibar S, Laroche C *J. Physique* **41** 897 (1980)
20. Bodensohn J, Nicolai K, Leiderer P *Z. Phys. B* **64** 55 (1986)
21. Ruutu J P et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 4187 (1996)
22. Tsymbalenko V L *Phys. Lett. A* **211** 177 (1996)
23. Tsymbalenko V L *Phys. Lett. A* **248** 267 (1998)
24. Tsymbalenko V L *Phys. Lett. A* **257** 209 (1999)
25. Tsymbalenko V L *J. Low Temp. Phys.* **138** 795 (2005)
26. Цымбаленко В Л *Письма в ЖЭТФ* **77** 288 (2003); Tsymbalenko V L *JETP Lett.* **77** 243 (2003)
27. Tsymbalenko V L *Phys. Lett. A* **274** 223 (2000)
28. Есельсон Б Н и др. *Растворы квантовых жидкостей He³-He⁴* (М.: Наука, 1973)
29. Burmistrov S N, Dubovskii L B *Europhys. Lett.* **24** 749 (1993)
30. Castaing B, Greenberg A S, Papoular M *J. Low Temp. Phys.* **47** 191 (1982)
31. Treiner J *J. Low Temp. Phys.* **92** 1 (1993)
32. Цымбаленко В Л *ЖЭТФ* **108** 686 (1995); Tsymbalenko V L *JETP* **81** 373 (1995)
33. Цымбаленко В Л *Письма в ЖЭТФ* **78** 965 (2003); Tsymbalenko V L *JETP Lett.* **78** 493 (2003)
34. Цымбаленко В Л *ЖЭТФ* **74** 1507 (1978); Tsymbalenko V L *Sov. Phys. JETP* **47** 787 (1978)
35. Paalanen M A, Bishop D J, Dail H W *Phys. Rev. Lett.* **46** 664 (1981)
36. Цымбаленко В Л *ЖЭТФ* **87** 943 (1984); Tsymbalenko V L *Sov. Phys. JETP* **60** 537 (1984)
37. Kim E, Chan M H W *Nature* **427** 225 (2004)
38. Kim E, Chan M H W *Science* **305** 1941 (2004)
39. Day J, Beamish J *Nature* **450** 853 (2007)
40. Day J, Syshchenko O, Beamish J *Phys. Rev. B* **79** 214524 (2009)
41. Syshchenko O, Day J, Beamish J *Phys. Rev. Lett.* **104** 195301 (2010)
42. Haziot A et al. *Phys. Rev. B* **88** 014106 (2013)
43. Haziot A et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 035301 (2013)
44. Fefferman A D et al. *Phys. Rev. B* **89** 014105 (2014)
45. Mason W P (Ed.) *Physical Acoustics* Vol. 4 Pt. A *Applications to Quantum and Solid State Physics* (Amsterdam: Elsevier, 1966); Мак-Фи Дж, Такер Э, Болеф Д *Физическая акустика* (Под ред. У Мэзона) Т. 4 Ч. А *Применение физической акустики в квантовой физике и физике твердого тела* (М.: Мир, 1969)
46. Tsymbalenko V L *Phys. Lett. A* **353** 87 (2006)
47. Цымбаленко В Л *ЖЭТФ* **130** 1006 (2006); Tsymbalenko V L *JETP* **103** 869 (2006)
48. Tsymbalenko V L *Phys. Lett. A* **378** 2325 (2014)
49. Цымбаленко В Л *ЖЭТФ* **146** 794 (2014); Tsymbalenko V L *JETP* **119** 700 (2014)
50. Tsymbalenko V L *J. Low Temp. Phys.* **171** 21 (2013)
51. Andreev A F, Melnikovskiy L A *ЖЭТФ* **120** 1457 (2001); *JETP* **93** 1261 (2001)
52. Лифшиц И М, Каган Ю М *ЖЭТФ* **62** 385 (1972); Lifshitz I M, Kagan Yu *Sov. Phys. JETP* **35** 206 (1972)
53. Ruutu J P et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 2514 (1996)
54. Sasaki Y, Mizusaki T *J. Low Temp. Phys.* **110** 491 (1998)
55. Кешисhev К О, Марченко В И, Шемятихин Д Б *ЖЭТФ* **143** 674 (2013); Keshishev K O, Marchenko V I, Shemyatikhin D B *JETP* **116** 587 (2013)
56. Nozieres P, Gallet F *J. Physique* **48** 353 (1987)
57. Wolf P E et al. *J. Physique* **46** 1987 (1985)
58. Gov N *J. Low Temp. Phys.* **129** 25 (2002)
59. Паршин А Я, Цымбаленко В Л *Письма в ЖЭТФ* **77** 372 (2003); Parshin A Ya, Tsymbalenko V L *JETP Lett.* **77** 321 (2003)
60. Паршин А Я, Цымбаленко В Л *ЖЭТФ* **130** 319 (2006); Parshin A Ya, Tsymbalenko V L *JETP* **103** 278 (2006)
61. Андреев А Ф *Письма в ЖЭТФ* **52** 1204 (1990); Andreev A F *JETP Lett.* **52** 619 (1990)
62. Pollet L et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 097202 (2008)
63. Burmistrov S N, Dubovskii L B, Tsymbalenko V L *Phys. Rev. E* **79** 051606 (2009)
64. Dubovskii L B, Burmistrov S N, Tsymbalenko V L *J. Low Temp. Phys.* **162** 391 (2011)
65. Dubovskii L B, Burmistrov S N, Tsymbalenko V L *J. Low Temp. Phys.* **162** 383 (2011)

Amazing growth of helium crystal facets

V.L. Tsymbalenko

National Research Centre "Kurchatov Institute",
pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation
E-mail: VLT49@yandex.ru

This review systematizes the experimental data from the study of two unusual phenomena: the super-slow growth of a perfect, growth-defect-free crystal facet, and the abrupt transition of a crystal facet to an abnormal state at a growth rate two to three orders of magnitude greater than the normal value (the effect of "burst-like growth").

Keywords: quantum crystals, the kinetics of crystal growth, low temperature physics

PACS numbers: **67.80.-s**, **81.10.-h**

DOI: 10.3367/UFNr.0185.201511b.1163

Bibliography — 65 references

Received 22 April 2015, revised 31 August 2015

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **185** (11) 1163–1178 (2015)

Physics – Uspekhi **58** (11) (2015)