

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Эффект Саньяка в кольцевых лазерах и кольцевых резонаторах. Влияние показателя преломления оптической среды на чувствительность к вращению

Г.Б. Малыкин

Эффект Саньяка в кольцевых лазерах (КЛ) приводит к возникновению пропорциональной угловой скорости вращения КЛ разности частот генерации встречных волн в КЛ. Рассмотрен вопрос о влиянии оптической среды, заполняющей весь резонатор КЛ или некоторую его часть, на разность частот встречных волн. В литературе имеется большое число различных выражений для разности частот встречных волн во вращающемся КЛ, причём согласно одним из этих выражений оптическая среда уменьшает разность частот, согласно другим — увеличивает, а согласно третьим — вообще не влияет на разность частот. Результаты известных экспериментов также не дают однозначного ответа на данный вопрос, так как противоречат друг другу. Поскольку эффект Саньяка является эффектом специальной теории относительности, проведён расчёт разности частот встречных волн в КЛ на основе релятивистского закона сложения скоростей. Показано, что, когда весь периметр резонатора вращающегося КЛ заполнен однородной оптической средой, разность частот встречных волн в КЛ обратно пропорциональна величине показателя преломления среды. Полученные результаты позволяют также вычислять разность резонансных частот встречных волн во вращающихся кольцевых резонаторах при наличии оптической среды.

PACS numbers: 03.30. + p, 07.60. – j, 42.60.Da

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201407g.0775

Содержание

1. Введение (775).
 2. Обзор литературы. Различные выражения, описывающие влияние показателя преломления оптической среды на чувствительность к вращению кольцевых лазеров и резонаторов (776).
 3. Разность частот резонансов встречных волн в кольцевом резонаторе и частот генерации в кольцевом лазере в лабораторной инерциальной системе отсчёта (777).
 4. Разность частот резонансов встречных волн в кольцевом резонаторе и частот генерации в кольцевом лазере в сопровождающей вращение системе отсчёта (779).
 5. Анализ экспериментальных результатов (779).
 6. Заключение (780).
- Список литературы (780).

1. Введение

В 1913 г. Ж.М. Саньяк обнаружил новый оптический эффект [1, 2] (см. также [3–5]), который заключается в том, что во вращающемся кольцевом интерферометре (КИ) одна встречная волна приобретает временную задержку (фазовый сдвиг) относительно другой встреч-

ной волны. Этот фазовый сдвиг прямо пропорционален угловой скорости вращения, площади, охватываемой интерферометром, и частоте волн.

Как показано в наших работах [4, 5], эффект Саньяка, рассматриваемый в неподвижной (лабораторной) инерциальной системе отсчёта (ИСО), является следствием релятивистского закона сложения скоростей: скорости распространения встречных световых волн (в самом общем случае — волн произвольной природы) и линейной скорости вращения. Как показано в [4, 6], в сопровождающей вращение неинерциальной системе отсчёта эффект Саньяка может рассматриваться как следствие различия замедления времени для встречных волн нерелятивистским (ньютоновским) скалярным потенциалом гравитационного поля, описывающим центробежное ускорение и ускорение Кориолиса. Отметим, что на релятивистскую природу эффекта Саньяка, рассматриваемого в ИСО, указывалось ещё в [7–9] (см. также [3]).

Эффект Саньяка нашёл практическое применение в оптических датчиках вращения: кольцевых интерферометрах, в том числе широко известных волоконных кольцевых интерферометрах (ВКИ), а также в кольцевых лазерах (КЛ) и кольцевых резонаторах (КР) [10]. В настоящей статье показано, что проявление эффекта Саньяка в КЛ и КР несколько отличается от его проявления в КИ.

Кольцевая лазерная гироскопия представляет собой одно из основных направлений современной оптической гироскопии на основе эффекта Саньяка [10]. Кольцевые

Г.Б. Малыкин. Институт прикладной физики РАН,
ул. Ульянова 46, 603950 Нижний Новгород, Российская Федерация
E-mail: malykin@ufr.appl.sci-nnov.ru

Статья поступила 23 мая 2013 г.

лазеры, помимо их использования для решения задач гироскопии и навигации, находят применение для регистрации ряда фундаментальных эффектов общей теории относительности и некоторых геодезических явлений [11–14]. КЛ имеют и ряд других практических приложений.

Первый кольцевой газовый лазер (КГЛ), предложенный в 1962 г. А. Розенталем [15], был создан в 1963 г. В. Мачеком и Д. Дэвисом [16]. Однако, несмотря на то что с момента создания КГЛ прошло уже более 50 лет, имеется одна нерешённая проблема, а именно: до сих пор строго не определено влияние показателя (коэффициента) преломления $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ (где ϵ — диэлектрическая проницаемость, μ — магнитная проницаемость) оптической среды, заполняющей резонатор (или его некоторую часть) КЛ, на чувствительность КЛ к вращению.

Как показано в разделе 2, в литературе приводится около десяти коренным образом различающихся между собой выражений, причём согласно одним из них наличие оптической среды уменьшает чувствительность КЛ к вращению, согласно другим — увеличивает, согласно третьим — вообще не влияет на его чувствительность к вращению. Следовательно, неясно, выгодно или невыгодно заполнять свободную часть резонатора (если таковая имеется) кольцевого лазера оптической средой.

Аналогичная ситуация имеет место и для пассивных кольцевых резонаторов, в которых вращение приводит к различию резонансных частот для встречных волн. Существуют также так называемые рециркуляционные КР (РКР), фактически представляющие собой КЛ, находящиеся в состоянии несколько ниже порога генерации, когда усиление не полностью компенсирует потери. Это позволяет достичь весьма высоких значений добротности оптических резонансов и, следовательно, высокой чувствительности их к вращению. Между тем в литературе вопрос о влиянии показателя преломления n оптической среды, заполняющей КР и РКР, на их чувствительность к вращению рассмотрен недостаточно полно.

Такая ситуация сложилась исторически. Первыми КЛ являлись кольцевые газовые лазеры, в которых лишь весьма незначительная часть периметра оптического резонатора была заполнена оптической средой, — газоразрядные трубки КГЛ имели оптические (так называемые брюстеровские) окна толщиной не более 1–2 мм. Поэтому вопрос о влиянии величины n на чувствительность КГЛ к вращению представлял тогда чисто академический интерес. Более того, уже во второй половине 1960-х годов были созданы так называемые кольцевые лазерные моноблоки, в которых отражающими элементами служили призмы полного внутреннего отражения. В резонаторе моноблока находилась усиливающая газовая смесь гелия и неона с низким давлением (≈ 1 мм ртутного столба), для которой $n - 1 \ll 1$, и, кроме того, весьма незначительная часть периметра оптического резонатора была заполнена стеклом призм полного внутреннего отражения.

Первые твердотельные кольцевые лазеры (ТКЛ) были созданы практически одновременно с КГЛ, но в то время лишь весьма незначительная часть резонаторов ТКЛ была заполнена оптической средой. ТКЛ получили широкое применение за последние 15–20 лет [17]. Пятнадцать лет назад были созданы также полупроводниковые кольцевые лазеры (ПКЛ). В современных так называемых монолитных ТКЛ [17] весь периметр резонатора

заполнен оптической средой с $n \approx 1,8$. Для активного элемента ПКЛ $n \approx 3,5-4,0$, но относительные размеры активного элемента в резонаторе ПКЛ весьма невелики — около 1,5–2,0 мм, а большая часть периметра резонатора, как правило, заполнена одномодовым волоконным световодом (ОВС) ($n \approx 1,45$). В последнее время также активно исследуются кольцевые микрорезонаторы (КМР) и кольцевые микролазеры (КМЛ) [17], резонаторы которых также заполнены оптической средой.

Особенно остро вопрос о влиянии показателя преломления n на чувствительность к вращению стоит по отношению к рассматриваемым в последнее время кольцевым датчикам вращения сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона (длина волны $\lambda \approx 2$ см), которые являются аналогами КЛ и КР [18]. Если для оптического и ближнего инфракрасного (ИК) диапазонов электромагнитных волн $n \approx 1,5-2,0$, то для СВЧ-диапазона кольцевой резонатор может быть заполнен ферритом с $\mu \approx 100$ или диэлектриком с $\epsilon \approx 1000$, что соответствует $n \approx 10-30$.

Цель настоящей статьи — дать точный вывод выражений для обусловленных эффектом Саньяка разности частот генерации встречных волн в КЛ и разности частот резонансов в КР в зависимости от показателя преломления n оптической среды, заполняющей резонатор КЛ и КР. Мы проведём рассмотрение данного вопроса как в неподвижной (лабораторной) инерциальной системе отсчёта, так и в системе отсчёта, сопровождающей вращение КЛ или КР. При этом влияние дисперсии, в том числе нелинейной дисперсии, обусловленной насыщением оптической среды, на сдвиг и "затягивание" частот генерации [19] в КЛ рассматриваться не будет. Мы также не будем рассматривать явление взаимного захвата частот встречных волн в КЛ. Для этого вывода мы будем использовать результаты [4, 6].

2. Обзор литературы. Различные выражения, описывающие влияние показателя преломления оптической среды на чувствительность к вращению кольцевых лазеров и резонаторов

В случае, когда резонатор КЛ или КР не заполнен оптической средой, разность резонансных частот ν^+ и ν^- встречных волн, $\Delta\nu = \nu^- - \nu^+$, имеет вид [20]

$$\Delta\nu = \frac{4S\Omega}{\bar{\lambda}_0 L}, \quad (1)$$

где Ω — угловая частота вращения, $\bar{\lambda}_0 = (\lambda_0^+ + \lambda_0^-)/2$ — средняя длина волны света встречных волн (вопрос о значении $\bar{\lambda}_0$ рассмотрен в разделе 3), $\lambda_0^\pm$ — длины встречных волн резонансных частот КР в вакууме, S — площадь, охватываемая КР (точнее говоря, проекция площади на плоскость, ортогональную вектору угловой скорости Ω), L — периметр КР.

Несмотря на то что в реальном КЛ всегда имеется оптическая среда, выражение (1) приближённо применимо и для разности частот генерируемых КЛ встречных волн в случае, если для этой среды выполняется условие $n - 1 \ll 1$ (что имеет место в КГЛ) и (или) эта среда занимает пренебрежимо малую часть периметра резонатора КЛ (оптические окна газоразрядных трубок или призмы полного внутреннего отражения).

В литературе приводятся различные выражения для резонансных частот встречных волн КР и разности частот генерируемых КЛ встречных волн для случаев, когда весь резонатор или его некоторая часть заполнены оптической средой. Для удобства сравнения мы приведём все выражения к виду, соответствующему случаю, в котором весь резонатор заполнен оптической средой с показателем преломления n . Как отмечалось в разделе 1, мы не будем рассматривать влияние дисперсии показателя преломления $dn/d\lambda$.

В работах [21–26] приводится следующее выражение для $\Delta\nu$:

$$\Delta\nu = \frac{4S\Omega}{n^2\bar{\lambda}_0 L}, \quad (2)$$

а в работе [27] $\Delta\nu$ представляется в виде

$$\Delta\nu = \frac{4S\Omega}{\mu\epsilon\bar{\lambda}_0 L}. \quad (3)$$

Поскольку $n = \sqrt{\mu\epsilon}$, выражение (3) сводится к выражению (2).

В работах [4, 18, 28–53] дано выражение

$$\Delta\nu = \frac{4S\Omega}{n\bar{\lambda}_0 L}. \quad (4)$$

В работах [54, 55] $\Delta\nu$ выражается в виде

$$\Delta\nu = \frac{4S\sqrt{\mu/\epsilon}\Omega}{\bar{\lambda}_0 L}. \quad (5)$$

В большинстве оптических материалов $\mu = 1$, и в этом случае (5) сводится к выражению (4).

Из результатов работ [17, 56–75] следует, что чувствительность КЛ и КР к вращению вообще не зависит от n . Иными словами, при наличии оптической среды в резонаторе КР или КЛ выражения для разности резонансных частот встречных волн КР и разности частот генерируемых КЛ встречных волн $\Delta\nu$ совпадают с (1).

В работах [76–80] $\Delta\nu$ выражается как

$$\Delta\nu = \frac{4Sn\Omega}{\bar{\lambda}_0 L}. \quad (6)$$

Из результатов [81] следует, что чувствительность к вращению микрорезонатора пропорциональна величине

$$\frac{4Sn^2}{\bar{\lambda}_0 L}(1 - n^2)\Omega. \quad (7)$$

Таким образом, из результатов [21–27] следует, что чувствительность КЛ и КР к вращению обратно пропорциональна n^2 ; из результатов [4, 18, 28–53] следует, что чувствительность обратно пропорциональна n ; согласно результатам [54, 55] чувствительность пропорциональна $\sqrt{\mu/\epsilon}$; согласно результатам [17, 56–75] чувствительность вообще не зависит от величины n ; из результатов [76–80] следует, что чувствительность пропорциональна n ; из результатов [81] вытекает, что чувствительность пропорциональна $n^2(1 - n^2)$. Очевидно, что выражение (7) является ошибочным, поскольку из него следует, что при $n \rightarrow 1$ чувствительность КР и КЛ к вращению стремится к нулю, что не соответствует действительности.

Отметим, что для многовиткового КР или КЛ, созданного на основе ОВС, S равна сумме площадей всех витков, а L — суммарной длине всех витков. Очевидно, что $\Delta\nu$ при заданном радиусе витка не зависит от числа витков, так как в выражениях (1)–(7) S и L пропорциональны числу витков. Однако увеличение числа витков в КР приводит к возрастанию добротности его резонансов. Отметим также, что при заданном радиусе витка чувствительность ВКИ к вращению прямо пропорциональна числу витков [10].

Итак, мы рассмотрели 63 работы, опубликованные в период 1964–2012 гг., в которых предложено семь различных выражений, (1)–(7), для разности частот резонансов встречных волн во вращающемся кольцевом резонаторе (и, соответственно, частот генерации встречных волн во вращающемся кольцевом лазере) при наличии оптической среды. На самом деле этих выражений больше: как отмечено выше, для простоты мы рассмотрели различные выражения в случае, когда резонатор КР или КЛ целиком заполнен оптической средой. В действительности в различных работах приводятся разные варианты одного и того же выражения в случаях, когда только определённая часть резонатора КР или КЛ заполнена оптической средой. Так, например, в [33, 34, 37, 41] обсуждаются варианты выражений (4) и (6) для случая частичного заполнения резонатора несколькими оптическими средами с различными n , представленные в [28–30].

Отметим, что наиболее серьёзные ошибки содержатся в [77]. Из приведённых там весьма громоздких выражений следует, что $\Delta\nu$ зависит не только от показателя преломления оптической среды на пути встречных волн, но и от показателя преломления оптической среды, заполняющей всю площадь S , заключённую внутри периметра резонатора КЛ, или часть её. Таким образом, согласно результатам [77] на $\Delta\nu$ влияет оптическая среда, находящаяся вдали от траекторий лучей встречных волн в КЛ. Это противоречит здравому смыслу. В связи с этим мы не приводим выражения из [77].

Удивительно, что в течение нескольких десятилетий почти никто из исследователей не обратил внимания на существенное различие выражений (1)–(7). Только авторы [33, 34, 36, 37, 41] указали на различие выражений (4) и (6). Более того, иногда в работах одного и того же автора приводятся различные выражения для разности частот резонансов встречных волн в КЛ или КР при наличии оптической среды. Так, К.В. Хир в работе [65] приводит выражение (1), в [27] — выражение (3), а в [28] — выражение (4). С. Сунада и Т. Хараяма в работах [22, 23] приводят выражение (2), а в [48] — выражение (4). В.П. Дураев в [49] приводит выражение (4), а в [73] — (1). Я. Шойер (с соавторами) в [53] приводит выражение (4), в [24] — выражение (2), а в [81] — (7).

3. Разность частот резонансов встречных волн в кольцевом резонаторе и частот генерации в кольцевом лазере в лабораторной инерциальной системе отсчёта

Для того чтобы вычислить зависимость разности частот резонансов встречных волн вращающегося КР и частот генерации встречных волн КЛ от коэффициента преломления n заполняющей его оптической среды, необходимо найти собственные частоты кольцевого резона-

тора. Этот подход заведомо справедлив для КР, а для КЛ справедлив в отсутствие линейной или нелинейной дисперсии n и, следовательно, в отсутствие затягивания и захвата частот встречных волн. В этом случае частоты генерации КЛ в точности совпадают с частотами резонансов КР.

Для простоты будем полагать, что резонатор имеет форму круга радиусом R и вращается с угловой частотой Ω , причём центр круга совпадает с центром вращения. Такое предположение позволит нам в дальнейшем не прибегать к интегрированию по линейной скорости вращения $R\Omega$, которая при $R \neq \text{const}$ различна для разных участков резонатора. Как показал ещё А.А. Майкельсон [82], величина эффекта Саньяка практически не зависит от формы замкнутого оптического пути и его расположения относительно центра вращения. Результаты [82] справедливы при $R\Omega \ll c$ [4, 30]. Для упрощения рассуждений рассмотрим только одну продольную плоскую моду в КР и положим, что в КЛ для встречных направлений генерируется всего одна продольная мода. Будем также считать, что угловая скорость вращения постоянна, т.е. $\Omega = \text{const}$.

На длине КР, вне зависимости от того, вращается он или нет, должно уложиться целое число длин волн света. Собственные длины волн, соответствующие резонансам пустого невращающегося кольцевого резонатора, определяются условием

$$\frac{L}{\lambda_0} = N, \quad (8)$$

где $L = 2\pi R$ — периметр кольцевого резонатора, λ_0 — длина N -й волны света в вакууме, N — целое число (номер продольной моды). Тогда $\nu = c/\lambda_0$ — частота N -й продольной моды, где c — скорость света в вакууме. Для невращающегося КР величины N и λ_0 для обеих встречных волн совпадают. Как следует из (8), при достаточно незначительном изменении периметра КР L длина волны света λ_0 изменяется так, что N сохраняется, $N = \text{const}$. Такое изменение L может быть вызвано механическим или тепловым воздействием на резонатор, а в рассматриваемом нами случае речь идёт об эффективном изменении длины оптических путей встречных волн, связанном с вращением, т.е. с эффектом Саньяка. Если изменение L несколько больше, то длина волны N -й продольной моды выйдет из той области линии усиления активного элемента, в которой усиление превышает потери. Тогда генерация N -й продольной моды прекратится, но возникнет генерация $(N+1)$ -й или $(N-1)$ -й продольных мод. Для такого изменения номера моды изменение частоты генерации ν должно быть порядка межмодового расстояния кольцевого резонатора c/L . Однако при реальных угловых частотах вращения изменение частоты генерации, связанное с эффектом Саньяка, на много порядков меньше c/L , и далее мы будем полагать, что при вращении N сохраняется для обеих встречных волн.

Собственные длины волн, соответствующие резонансам заполненного оптической средой невращающегося КР, определяются условием

$$\frac{L}{\lambda} = N = \text{const}, \quad (9)$$

где $\lambda = \lambda_0/n$ — длина волны света в оптической среде, заполняющей резонатор.

При наличии вращения длины встречных волн различаются. Исходя из условия (9) можно записать выражение для собственных длин волн света вращающегося КР [4]:

$$\lambda_0^\pm = \frac{L^\pm n_{\text{eff}}^\pm}{N} = \frac{L^\pm n_{\text{eff}}^\pm}{Ln} \lambda_0, \quad (10)$$

где $L^\pm$ и $n_{\text{eff}}^\pm$ — соответственно эффективные длины резонатора и эффективные значения показателя преломления для встречных волн при наличии вращения, знак плюс в верхнем индексе соответствует волне, направление которой совпадает с направлением вращения, а знак минус — противоположно направленной волне.

Запишем выражения для длин $L^\pm$ в лабораторной (неподвижной) ИСО, где специальная теория относительности заведомо справедлива [4]:

$$L^\pm = 2\pi R \pm R\Omega t^\pm, \quad (11)$$

где $t^\pm$ — времена, затрачиваемые встречными волнами на прохождение вращающегося кольцевого резонатора [4],

$$t^\pm = \frac{2\pi R(1 \pm (c/n)R\Omega/c^2)}{(c/n)(1 - R^2\Omega^2/c^2)}. \quad (12)$$

Определим эффективные значения показателей преломления для встречных волн $n_{\text{eff}}^\pm$ как отношение скорости света в вакууме c к фазовой скорости встречных волн $v^\pm$: $n_{\text{eff}}^\pm = c/v^\pm$. В свою очередь фазовые скорости встречных волн $v^\pm$ равны отношению эффективных длин резонатора для встречных волн $L^\pm$ к временам распространения встречных волн при наличии вращения $t^\pm$, $v^\pm = L^\pm/t^\pm$. Тогда, используя (10)–(12), можно записать

$$\lambda_0^\pm = \frac{ct^\pm}{Ln} \lambda_0. \quad (13)$$

Таким образом, мы избавились от необходимости вычислять $L^\pm$ и $n_{\text{eff}}^\pm$, а времена $t^\pm$ были рассчитаны нами ранее в [4]. Разность длин встречных волн ($L = 2\pi R$) выражается в виде

$$\Delta\lambda_0 = \lambda_0^+ - \lambda_0^- = \frac{4\pi R^2\Omega}{Lnc} \lambda_0 = \frac{2R\Omega}{nc} \lambda_0. \quad (14)$$

Разность частот резонансов встречных волн вращающегося КР и, соответственно, частот генерации встречных волн КЛ имеет вид

$$\Delta\nu = \frac{4S\Omega}{Ln\lambda_0}. \quad (15)$$

Нам остаётся только найти связь между длиной волны света в вакууме при отсутствии вращения λ_0 и средней длиной волны света встречных волн в вакууме при наличии вращения $\bar{\lambda}_0$, которая фигурирует в выражениях (1)–(7),

$$\bar{\lambda}_0 = \frac{\lambda_0^+ + \lambda_0^-}{2} = \lambda_0 \left(1 + \frac{R\Omega n}{c} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R\Omega n}{c} \right) \equiv \lambda_0. \quad (16)$$

Таким образом, мы показали, что корректным является выражение (4) и, следовательно, разность частот

резонансов встречных волн целиком заполненного оптической средой вращающегося КР и, соответственно, разность частот генерации встречных волн КЛ обратно пропорциональны показателю преломления n оптической среды. Поскольку площадь резонатора кольцевой формы $S = \pi R^2$, а его периметр $L = 2\pi R$, можно записать

$$\Delta\nu = \frac{2R\Omega}{n\lambda_0}. \quad (17)$$

Если оптической средой заполнена только часть периметра кольцевого резонатора l (т.е. участок $L - l$ не заполнен средой), то, используя предложенный нами метод и учитывая, что $\Delta t = t^+ - t^-$ не зависит от наличия в резонаторе оптической среды, после несложных вычислений получим

$$\Delta\nu = \frac{4S\Omega}{[ln + (L - l)]\lambda_0}. \quad (18)$$

При $l = L$ выражение (18) совпадает с (15).

4. Разность частот резонансов встречных волн в кольцевом резонаторе и частот генерации в кольцевом лазере в сопровождающей вращение системе отсчёта

Поскольку наблюдатель, измеряющий угловую скорость вращения, совершает вращение вместе с КР или КЛ, представляет интерес рассмотреть данный вопрос в сопровождающей вращение системе отсчёта. Как показано в [4, 6], время распространения точек фиксированной фазы встречных волн в ИСО K'_{in} , совпадающей с эквивалентной ей неинерциальной вращающейся системой отсчёта, при дополнительном учёте нерелятивистского (ньютоновского) скалярного потенциала гравитационного поля, описывающего центробежное ускорение и ускорение Кориолиса, выражается как

$$t_{K'_{in}}^{\pm} = t \sqrt{1 - \frac{\Omega^2 R^2}{2c^2} \mp \frac{2\Omega Rv}{c^2}}, \quad (19)$$

где $t = 4\pi R/(v^+ + v^-)$ — время прохождения кольца встречными волнами от делительного зеркала до точки их встречи в лабораторной (неподвижной) системе отсчёта, $v^{\pm} = (v \pm R\Omega)/(1 \pm vR\Omega/c^2)$ [4], $v = c/n$. Как нетрудно показать, $t \approx 2\pi Rn/c$.

Разлагая $t_{K'_{in}}^{\pm}$ по малому параметру $2\Omega Rv/(c^2) \ll 1$ и пренебрегая влиянием гравитационного потенциала, соответствующего центробежному ускорению

$$\frac{\Omega^2 R^2}{2c^2} \ll \frac{2\Omega Rv}{c^2},$$

получим приближённое выражение для времён прохождения точками фиксированной фазы встречных волн, или показаний часов, скорость которых совпадает со скоростью этих точек:

$$t_{K'_{in}}^{\pm} \simeq t \left(1 \mp \frac{\Omega R}{cn} \right). \quad (20)$$

Из (20) следует, что для волны со знаком плюс время замедляется, следовательно, её частота уменьшается, а длина волны света увеличивается в $[1 + R\Omega/(cn)]$ раз. Для

волны со знаком минус время ускоряется, а значит, её частота увеличивается, а длина волны света уменьшается. Тогда

$$\lambda_0^{\pm} = \left(1 \pm \frac{R\Omega}{cn} \right) \lambda_0. \quad (21)$$

Из (21) следует, что

$$\Delta\lambda_0 = \lambda_0^+ - \lambda_0^- = \frac{2R\Omega}{nc} \lambda_0. \quad (22)$$

Выражение (22) совпадает с (14). Таким образом, мы получили один и тот же результат для лабораторной ИСО и сопровождающей вращение системы отсчёта.

5. Анализ экспериментальных результатов

Рассмотрим теперь, соответствует ли выражение (4) результатам экспериментов. Насколько нам известно, единственные целенаправленные экспериментальные исследования по данному вопросу проводились около 40 лет назад В.Е. Приваловым и Ю.В. Филатовым [33]. В резонатор КГЛ с периметром $L = 0,85$ м вводились две кварцевые пластины толщиной 4 мм каждая, ориентированные под углом Брюстера к лучу. В [33] измерялась разность частот встречных волн $\Delta\nu$ во вращающемся КГЛ как при отсутствии, так и при наличии кварцевых пластин в резонаторе с учётом изменения площади и периметра резонатора вследствие преломления света в пластинах. Авторы [33] с высокой точностью показали, что корректным является выражение (4).

В дальнейшем эксперименты подобного рода не проводились. В настоящее время известны результаты измерений разности частот встречных волн во вращающемся ПКЛ с резонатором из ОВС. Недостаток этих измерений заключается в том, что резонатор ПКЛ, в отличие от КГЛ, не допускает удаления оптической среды для контрольных измерений. В работах [48, 51, 68–70] проводились измерения $\Delta\nu$ при известных значениях Ω , R , λ_0 , n и определялось, какое из выражений наилучшим образом соответствует экспериментальным данным.

Из результатов [48, 51], так же как и из результатов [33], следует, что корректным является выражение (4). Согласно результатам [68–70] корректным является выражение (1). Кроме того, в [69] показано, что $\Delta\nu$ не зависит от числа витков световода в резонаторе ПКЛ. Следует отметить, что в ПКЛ [68–70] кольцевой волоконный резонатор был сложным, состоял из основного волоконного кольца и другого, связанного с ним, дополнительного волоконного кольца с неизвестными параметрами. Это вспомогательное кольцо, в зависимости от его радиуса и величины связи с основным, может изменять эффективную площадь основного кольца.

Результаты экспериментов [33, 48, 51] и [68–70] противоречат друг другу. Представляется целесообразным провести измерения с КГЛ, подобные [33], но в случае, когда в зеркальный резонатор лазера вставляются не две оптические пластины, а два длинных стеклянных или кварцевых бруска, которые занимали бы не менее половины его периметра и, следовательно, могли бы существенно влиять на разность частот генерации встречных волн $\Delta\nu$. Именно так в своё время поступил Б. Погани, когда он проверял независимость

разности фаз встречных волн на выходе КИ от наличия в нём оптической среды [83]. Поскольку в КГЛ невозможно заполнить весь периметр резонатора оптической средой, при обработке результатов измерения следует использовать выражение (18).

6. Заключение

За прошедшие более чем 50 лет со времени создания первого кольцевого газового лазера было опубликовано несколько тысяч работ, посвящённых работе КЛ и КР (последние пока не нашли широкого практического применения). Однако вопрос о влиянии показателя преломления n оптической среды на чувствительность КЛ и КР к вращению рассматривался только в нескольких десятках работ, причём было представлено большое число ошибочных решений. Корректные результаты получены в ряде работ [4, 18, 28–53], опубликованных в 1964–2012 гг., однако они остались практически незамеченными на фоне множества публикаций с ошибочными результатами.

Рассмотрение каждой конкретной ошибки привело бы к неприемлемому увеличению объёма данной статьи. Укажем здесь только на то, что ряд некорректных результатов носит концептуальный характер и причина их ошибочности заключается в том, что в них нередко предлагаются некорректные варианты уравнений Максвелла во вращающейся системе отсчёта при наличии оптической среды. Часть некорректных результатов является следствием грубых счётных ошибок, а иногда некорректные выражения приводятся вообще без вывода или со ссылкой на другую содержащую ошибки работу.

В заключение сформулируем основные результаты настоящей статьи.

1. При наличии вращения разность частот резонансов встречных волн в КР и разность частот генерации встречных волн в КЛ обратно пропорциональна показателю преломления n оптической среды, заполняющей резонатор, но только тогда, когда он целиком заполнен оптической средой. В случае частичного заполнения резонатора имеет место более сложная зависимость. Если в резонаторе КР или КЛ имеется свободное место, то нецелесообразно заполнять его оптической средой. Напротив, как показано в [4], в КИ, и в частности в ВКИ, при наличии вращения разность фаз встречных волн на выходе интерферометра не зависит от n .

2. При наличии вращения разность частот резонансов встречных волн в КР и разность частот генерации встречных волн в КЛ прямо пропорциональны отношению площади резонатора к его периметру, а разность фаз встречных волн в КИ, в том числе в ВКИ, является пропорциональной площади интерферометра и не зависит от длины его периметра. В частности, в ПКЛ с многовитковым оптоволоконным контуром при фиксированном радиусе витка разность частот встречных волн не зависит от числа витков. Напротив, в ВКИ разность фаз встречных волн прямо пропорциональна числу витков контура.

Интересно отметить, что в конце XIX в. был создан двухзеркальный оптический резонатор Фабри–Перо [84], разрешающая способность которого достигала $\Delta\lambda/\lambda \sim 10^{-6}$. В начале XX в. точность измерения интерференционной картины составляла около 0,01 полосы, т.е. была на четыре порядка хуже. Если бы Ж.М. Саньяк

провёл эксперименты [1, 2] не с КИ, а с трёх- или четырёхзеркальным кольцевым резонатором, то он смог бы значительно увеличить точность измерения угловой скорости вращения.

Когда настоящая статья уже была принята к печати, была опубликована экспериментальная работа [85], результаты которой подтверждают корректное выражение (4).

Автор выражает благодарность Е.А. Бондаренко, Л.В. Лубяко, П.К. Плотникову и П.А. Хандохиной за полезные обсуждения, В.М. Геликонову и Е.А. Хазанову за полезные замечания, В.И. Поздняковой за помощь в работе. Работа частично поддержана грантами совета при Президенте РФ по поддержке ведущих научных школ НШ-5430.2012.2 и НШ-2001.2014.2.2.

Список литературы

1. Sagnac M G C.R. Acad. Sci. **157** 708 (1913)
2. Sagnac M G C.R. Acad. Sci. **157** 1410 (1913)
3. Малыкин Г Б УФН **167** 337 (1997); Malykin G B Phys. Usp. **40** 317 (1997)
4. Малыкин Г Б УФН **170** 1325 (2000); Malykin G B Phys. Usp. **43** 1229 (2000)
5. Вугальтер Г А, Малыкин Г Б Изв. вузов. Радиофизика **42** 373 (1999); Vugal'ter G A, Malykin G B Radiophys. Quantum Electron. **42** 333 (1999)
6. Малыкин Г Б УФН **172** 969 (2002); Malykin G B Phys. Usp. **45** 907 (2002)
7. Witte H Verh. Deutsch. Phys. Gesell. **16** 142 (1914)
8. Langevin P C.R. Acad. Sci. **173** 831 (1921)
9. Логунов А А, Чугреев Ю В УФН **156** 137 (1988); Logunov A A, Chugreev Yu V Sov. Phys. Usp. **31** 861 (1988)
10. Андропова И А, Малыкин Г Б УФН **172** 849 (2002); Andronova I A, Malykin G B Phys. Usp. **45** 793 (2002)
11. Stedman G E, Schreiber K U, Bilger H R Class. Quantum Grav. **20** 2527 (2003)
12. Stedman G E, Hurst R B, Schreiber K U Opt. Commun. **279** 124 (2007)
13. Schreiber K U et al. Phys. Rev. Lett. **107** 173904 (2011)
14. Bosi F et al. Phys. Rev. D **84** 122002 (2011)
15. Rosenthal A H J. Opt. Soc. Am. **52** 1143 (1962)
16. Macek W M, Davis D T M (Jr.) Appl. Phys. Lett. **2** 67 (1963)
17. Кравцов Н В, Ларионцев Е Г Квантовая электроника **36** 192 (2006); Kravtsov N V, Lariontsev E G Quantum Electron. **36** 192 (2006)
18. Melnikov L A, Plotnikov P K, in Inertial Sensors and Systems. Symp. Gyro Technology 2011, Karlsruhe, Germany, September 20–21, 2011 (Ed. G F Trommer) p. 6
19. Летохов В С, Чеботаев В П Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения (М.: Наука, 1990)
20. Кравцов Н В, Шелаев А Н "Лазерный гироскоп", в кн. Физическая энциклопедия Т. 2 (М.: Сов. энциклопедия, 1990) с. 558
21. Wilkinson J R Prog. Quantum Electron. **11** 1 (1987)
22. Sunada S, Harayama T Phys. Rev. A **74** 021801(R) (2006)
23. Harayama T, Sunada S, Miyasaka T Phys. Rev. E **76** 016212 (2007)
24. Scheuer J Opt. Express **15** 15053 (2007)
25. Sunada S, Harayama T Opt. Express **15** 16245 (2007)
26. Sarma R, Noh H, Cao H J. Opt. Soc. Am. B **29** 1648 (2012)
27. Cheo P K, Heer C V Appl. Opt. **3** 788 (1964)
28. Heer C V Phys. Rev. **134** A799 (1964)
29. Хромых А М ЖЭТФ **50** 281 (1966); Khromykh A M Sov. Phys. JETP **23** 185 (1966)
30. Post E J Rev. Mod. Phys. **39** 475 (1967)
31. Привалов В Е, Фридрихов С А УФН **97** 377 (1969); Privalov V E, Fridrikhov S A Sov. Phys. Usp. **12** 153 (1969)
32. Lianis G, Whicker D Arch. Ration. Mech. Anal. **57** 325 (1975)
33. Привалов В Е, Филатов Ю В Квантовая электроника **4** 1418 (1977); Privalov V E, Filatov Yu V Sov. J. Quantum Electron. **7** 802 (1977)

34. Привалов В Е *Газоразрядные лазеры в судовых измерительных комплексах* (Л.: Судостроение, 1977)
35. Коростелев А А, Фатеев В Ф *Оптика и спектроскопия* **45** 132 (1978); Korostelev A A, Fateev V F *Opt. Spectrosc.* **45** 73 (1978)
36. Шпак И В, Соломин А В *Оптика и спектроскопия* **46** 133 (1979); Shpak I V, Solomin A V *Opt. Spectrosc.* **46** 72 (1979)
37. Шпак И В и др. *ЖЭТФ* **79** 2057 (1980); Shpak I V et al. *Sov. Phys. JETP* **52** 1038 (1980)
38. Фатеев В Ф *Оптика и спектроскопия* **50** 30 (1981); Fateev V F *Opt. Spectrosc.* **50** 14 (1981)
39. Schröder W et al., in *Fiber Optics Gyro. 10th Anniversary Conf.*, 24–26 September 1986, Cambridge, Massachusetts, USA; *Proc. SPIE* **719** 162 (1986)
40. Carroll R et al., in *Fiber Optics Gyro. 10th Anniversary Conf.*, 24–26 September 1986, Cambridge, Massachusetts, USA; *Proc. SPIE* **719** 169 (1986)
41. Привалов В Е *Газоразрядные лазеры в измерительных комплексах* (Л.: Судостроение, 1989)
42. Liaw Ch-Y, Zhou Y, Lam Y-L *IEEE J. Quantum Electron.* **12** 1777 (1999)
43. Volk C H et al., RTO AGARDograph 339 (Eds D Loukianov et al.) (Neuilly-sur-Seine Cedex, France: North Atlantic Treaty Org., Research and Technology Org., 1999) p. 4-1; <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a363917.pdf>
44. Иванов В В, Новиков М А, Геликонов В М *Квантовая электроника* **30** 119 (2000); Ivanov V V, Novikov M A, Gelikonov V M *Quantum Electron.* **30** 119 (2000)
45. Елисеев П Г *Квантовая электроника* **36** 738 (2006); Eliseev P G *Quantum Electron.* **36** 738 (2006)
46. Steinberg B Z, Shamir A, Boag A *Phys. Rev. E* **74** 016608 (2006)
47. Schwartz S et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 093902 (2006)
48. Sunada S et al. *Phys. Rev. A* **78** 053822 (2008)
49. Сахаров В К, Дураев В П "Твердотельный лазерный гироскоп", Патент RU 2421689 C1. 12.11.2009
50. Прокофьева Л, Сахаров В, Щербаков В *Фотоника* (5) 12 (2010)
51. Акпаров В В и др. *Квантовая электроника* **40** 851 (2010); Akparov V V et al. *Quantum Electron.* **40** 851 (2010)
52. Сахаров В К *ЖТФ* **71** (8) 76 (2011); Sakharov V K *Tech. Phys.* **56** 1135 (2011)
53. Novitski R, Steinberg B Z, Scheuer J *Phys. Rev. A* **85** 023813 (2012)
54. Post E J, Yildiz A *Phys. Rev. Lett.* **15** 177 (1965)
55. Yildiz A, Tang C H *Phys. Rev.* **146** 947 (1966)
56. Гершт Е П *Квантово-генераторные (лазерные и ядерные) гироскопы* (Л.: Ленингр. воен. инж. краснознам. акад. им. А Ф Можайского, 1967)
57. Бакаляр А И, Лукьянов Д П *Основы теории лазерных гироскопов и их применение в навигационных комплексах* (Л.: Ленингр. воен. инж. краснознам. акад. им. А Ф Можайского, 1967)
58. Федоров Б Ф, Шереметьев А Г, Умников В Н *Оптический квантовый гироскоп* (М.: Машиностроение, 1973)
59. Бычков С И, Лукьянов Д П, Бакаляр А И *Лазерный гироскоп* (М.: Сов. радио, 1975)
60. Shupe D M *Appl. Opt.* **20** 286 (1981)
61. Sanders G A, Prentiss M G, Ezekiel S *Opt. Lett.* **6** 569 (1981)
62. Pavlath G A, Shaw H J, in *Fiber-Optic Rotation Sensors* (Eds S Ezekiel, H J Arditty) (Berlin: Springer-Verlag, 1982) p. 364
63. Meyer R E et al. *Opt. Lett.* **8** 644 (1983)
64. Zarinetchi F et al. *Proc. SPIE* **478** 122 (1984)
65. Heer C V *Proc. SPIE* **487** 2 (1984)
66. Chow W W et al. *Rev. Mod. Phys.* **57** 61 (1985)
67. Donati S, Giuliani G, Sorel M *Riv. Eletronica* **6** (9) 61 (1997)
68. Taguchi K et al. *Opt. Quantum Electron.* **31** 1219 (1999)
69. Taguchi K et al. *IEEE Trans. Instrum. Measur.* **48** 1314 (1999)
70. Taguchi K et al. *Electr. Engin. Jpn.* **132** (4) 73 (2000)
71. Филатов Ю В *Оптические гироскопы* (СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электронприбор", 2005)
72. Шварц С и др. "Твердотельный лазерный гироскоп с механически активируемой усиливающей средой", Патент RU 2437062 С2. 17.08.2007
73. Дмитриев В и др. *Фотоника* (4) 18 (2008)
74. Rabeendran A, Thesis of Master of Science (Christchurch, New Zealand: Univ. Canterbury, 2008)
75. Mignot A et al. *Opt. Lett.* **34** 97 (2009)
76. Anderson J L, Ryon J W *Phys. Rev.* **181** 1765 (1969)
77. Волков А М, Киселев В А *Оптика и спектроскопия* **29** 365 (1970)
78. Ohtsuka Y J. *Lightwave Tech.* **3** 378 (1985)
79. Сардыко В И *Оптика и спектроскопия* **82** 598 (1997); Sardyko V I *Opt. Spectrosc.* **82** 552 (1997)
80. Numai T J. *Appl. Phys* **89** 1537 (2001)
81. Scheuer J, Yariv A *Phys. Rev. Lett.* **96** 053901 (2006)
82. Michelson A A *Philos. Mag.* **6** 8 716 (1904)
83. Pogány B *Ann. Physik* **85** 244 (1928)
84. Fabry Ch, Pérot A G *C.R. Acad. Sci.* **126** 34 (1898)
85. Прокофьева Л П, Сахаров В К, Щербаков В В *Квантовая электроника* **44** 362 (2014); Prokofeva L P, Sakharov V K, Shcherbakov V V *Quantum. Electron.* **44** 362 (2014)

Sagnac effect in ring lasers and ring resonators.

How does the refraction index of the optical medium influence the sensitivity to rotation?

G.B. Malykin

*Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences,
ul. Ul'yanova 46, 603950 Nizhny Novgorod, Russian Federation
E-mail: malykin@ufl.appl.sci-nnov.ru*

The Sagnac effect in a ring laser (RL) results in that the generation differences of counterpropagating waves differ by an amount proportional to the RL's angular rotation rate. This paper addresses the question of how an optical medium filling the whole or part of the RL influences the frequency difference of the counterpropagating waves. While the formulas for this difference in a rotating RL abound in the literature, there is no agreement between them as to whether the medium increases, decreases or leaves unchanged this difference. Nor do the available (and often contradictory) experimental data fully clarify the situation. Because the Sagnac effect is a special relativity effect, the relativistic velocity addition law is here used to calculate the frequency difference of counterpropagating waves in an RL. When a homogeneous optical medium fills the entire perimeter of the resonator of the rotating RL, it is shown that the frequency difference of the counterpropagating waves is inversely proportional to the refraction index of the medium. Also, the results obtained can be used to calculate the difference of the resonant frequencies of counterpropagating waves in rotating ring resonators in the presence of an optical medium.

PACS numbers: **03.30.+p**, **07.60.-j**, 42.60.Da

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201407g.0775

Bibliography — 85 references

Received 23 May 2013

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **184** (7) 775–781 (2014)

Physics – Uspekhi **57** (7) (2014)