

## К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Я.Б. ЗЕЛЬДОВИЧА

# Геометродинамика: нелинейная динамика искривлённого пространства-времени

М.А. Шил, К.С. Торн

*Обзор посвящён открытиям в нелинейной динамике искривлённого пространства-времени, которые стали возможными главным образом благодаря численным решениям уравнений Эйнштейна. Обсуждаются критические явления и автомодельность гравитационного коллапса, поведение пространства-времени вблизи сингулярностей, неустойчивость чёрных дыр в пятимерном пространстве-времени и столкновения четырёхмерных чёрных дыр. Также рассматриваются перспективы новых открытий в геометродинамике в свете будущих наблюдений гравитационных волн.*

PACS numbers: 04.20.-q, 04.25.dg, 04.25.dc, 04.50.Gh

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201404b.0367

## Содержание

1. Введение (367).
  2. Гравитационный коллапс: фазовый переход и критическое поведение (368).
  3. Пространственно-временные сингулярности общего вида (368).  
3.1. Сингулярность БЛХ. 3.2. Сингулярности внутри чёрной дыры.
  4. Чёрные струны в пятимерном пространстве-времени (371).
  5. Столкновения чёрных дыр (371).  
5.1. Техника вихреков и тендексов. 5.2. Столкновения чёрных дыр.
  6. Наблюдения гравитационных волн (376).
  7. Заключение (377).
- Список литературы (377).

## 1. Введение

В 1950–1960-х годах Джон Арчибалд Уилер [1] выдвинул гипотезу, что искривлённое пустое пространство может обладать богатой нелинейной динамикой, которую он назвал *геометродинамикой*, аналогичной динамике бурлящей поверхности штормящего океана. Уилер призывал своих студентов и коллег изучать геометродинамику, решая уравнения общей теории относительности (ОТО) Эйнштейна.

В 1965 г. Яков Борисович Зельдович со своими учениками Андреем Дорошкевичем и Игорем Новиковым [2] убедительно показал, что при коллапсе сильно деформированной звезды с образованием того, что впоследствии стали называть чёрной дырой, искривлённое пространство-время вокруг образующейся чёрной дыры

вследствие нелинейной динамики процесса тем или иным образом "стряхнёт" все деформации, и в результате сформируется полностью гладкая, аксиально-симметричная чёрная дыра.

Исследования геометродинамики вообще и чёрных дыр в частности, начатые Уилером – Зельдовичем аналитическими методами, столкнулись с большими трудностями. В 1980–1990-х годах аналитические сложности побудили авторов настоящей статьи и их коллег сформулировать план наступления на геометродинамику по двум направлениям: путём *численного решения уравнений Эйнштейна* с целью получения предсказаний ОТО и путём *наблюдения гравитационных волн* от образующихся чёрных дыр и столкновений чёрных дыр с целью проверки этих предсказаний. К настоящему времени численные расчёты в ОТО начали приносить свои плоды, и того же мы в ближайшем будущем ожидаем от наблюдений гравитационных волн.

В этой статье, посвящённой памяти Зельдовича и Уилера (которые глубоко уважали друг друга, несмотря на барьеры времён холодной войны, и которые были главными учителями одного из авторов, Кипа Торна), мы представим обзор некоторых наиболее интересных открытий, полученных с помощью численного моделирования геометродинамических процессов, а также дадим обзор ожидаемых результатов гравитационно-волновых наблюдений.

Более конкретно, мы опишем геометродинамические открытия, сделанные в четырёх областях: *гравитационное сжатие* (имплозия), в котором возникает фазовый переход, дискретная автомодельность и критическое поведение (раздел 2); динамика пространства-времени вблизи *сингулярностей*, где наблюдались разнообразные хаотические явления (раздел 3); неустойчивая эволюция *чёрных струн* в пятимерном пространстве-времени, в которой возникает динамическая последовательность струн, связывающих чёрные дыры (раздел 4); *столкновение чёрных дыр* в четырёхмерном пространстве-времени,

М.А. Шил, К.С. Торн. Theoretical Astrophysics 350-17, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91125, USA  
E-mail: kip@caltech.edu

Статья поступила 9 января 2014 г.

где происходят динамические взаимодействия приливных тендексов (tidal tendexes) и увлекающих системы отсчёта вихревых (frame-drag vortexes) (раздел 5). Затем мы кратко обсудим перспективы наблюдения некоторых из этих явлений посредством *гравитационных волн* (раздел 6).

## 2. Гравитационный коллапс: фазовый переход и критическое поведение

Первые численные расчёты, в которых проявились богатые свойства геометродинамики, были проведены в 1993 г. Мэтью Чоптуиком [3], который в то время был постдоком в Техасском университете. Чоптуик моделировал сферическую имплозию (рис. 1) линейного безмассового скалярного поля (удовлетворяющего уравнению  $\square\Psi = 0$ ). Энергия, импульс и натяжение поля (квадратичные по полю) порождали кривизну пространства-времени, с которой поле взаимодействовало через влияние кривизны на волновой оператор  $\square$ . Это взаимодействие привело к удивительной нелинейной динамике.

Если амплитуда волны  $p$  при некоторой выбранной форме входящей волны превосходила определённую критическую величину  $p_*$ , то имплозия приводила к образованию чёрной дыры. Если амплитуда  $p$  была меньше, чем  $p_*$ , схлопывающиеся волны проходили сквозь друг друга, после чего двигались наружу и распадались. При  $p = p_*$  схлопывающиеся волны взаимодействовали друг с другом нелинейно (через создаваемую ими кривизну пространства-времени), что приводило к последовательному удвоению частоты и укорочению вдвое длины волны с удивительной дискретно-автомодельной структурой, не зависящей от начальной формы входящей волны. Волны с постоянно уменьшающейся длиной волны возникали из "нелинейно кипящего" поля, унося его энергию, и в конце концов оставалась некоторая структура, похожая на бесконечно малую голую сингулярность (область пространства-времени с бесконечной пространственной кривизной, не окружённая горизонтом чёрной дыры). Через год после расчётов Чоптуика математик Деметриос Кристодулу [4] строго доказал, что конечным результатом этого процесса при  $p = p_*$  действительно является голая сингулярность.

В терминах конечного продукта имплозии переход от чёрной дыры при  $p > p_*$  к голой сингулярности при  $p = p_*$  и далее к дисперсии волн при  $p < p_*$  представлял собой фазовый переход, аналогичный фазовым переходам в физике твёрдого тела. Как и в физике твёрдого тела, этот фазовый переход демонстрировал свойства скейлинга: при амплитуде  $p$ , немного превышающей  $p_*$ ,

масса образующейся чёрной дыры имеет зависимость  $M_{\text{ВН}} \propto (p - p_*)^\beta$ . Для  $p$ , немного меньшей, чем  $p_*$ , радиус кривизны пространства-времени в центре "кипящей области" достигает минимального значения до наступления полевой дисперсии и подчиняется зависимости  $\mathcal{R}_{\text{min}} \equiv (R^{\mu\nu\sigma\rho} R_{\mu\nu\sigma\rho})_{\text{max}}^{-1/4} \propto (p_* - p)^\beta$  с тем же численно определённым показателем  $\beta = 0,374$ . Здесь  $R_{\mu\nu\sigma\rho}$  — тензор кривизны Римана.

Открытие Чоптуика инициировало многочисленные последующие расчёты. Наиболее интересными для нас являются результаты Эндрю Абрахамса и Чарльза Эванса [5], позднее повторённые с более высоким разрешением Евгением Соркиным [6]. В этих расчётах схлопывающееся сферически-симметричное скалярное поле было заменено на схлопывающуюся аксиально-симметричную квадрупольную гравитационную волну, так что рассматривалось чистое вакуумное пространство-время, о котором говорил Уилер. И в этом случае оказалось, что имеется критическая амплитуда волны  $p_*$ ; при  $p$  вблизи  $p_*$  поведение напоминало, с точностью до ошибок численного счёта, случай скалярной волны: при  $p = p_*$  имелись весомые свидетельства в пользу дискретной автомодельной эволюции, заканчивающейся образованием бесконечно малой сингулярности; при  $p > p_*$  возникала чёрная дыра с той же зависимостью массы  $M_{\text{ВН}} \propto (p - p_*)^\beta$ ; при  $p < p_*$  наблюдалось то же поведение кривизны  $\mathcal{R} \propto (p_* - p)^\beta$ . При этом с точностью до численных ошибок показатель степени для гравитационной волны  $\beta = 0,38$  совпадал со случаем для сферического скалярного поля  $\beta = 0,374$ . Это напоминает, конечно, универсальность, хорошо известную в твердотельных фазовых переходах.

Более подробный обзор этих и многих других результатов изучения критической гравитационной имплозии содержится в статье Карстена Гандлаха [7].

## 3. Пространственно-временные сингулярности общего вида

### 3.1. Сингулярность БЛХ

Сингулярная точка в конце эволюции описанной выше гравитационной имплозии *не является случаем общего вида* в том смысле, что при бесконечно малом отличии  $p$  от  $p_*$  никакой сингулярности не образуется.

Однако имеются другие ситуации, приводящие к сингулярностям *общего вида*<sup>1</sup>. Это было продемонстрировано аналитически в 1960-х годах в работах Роджера Пенроуза, Стивена Хокинга и других методами дифференциальной топологии [10]. В 1969–1970 годах Владимир Белинский, Евгений Лифшиц и Исаак Халатников [11] использовали приближённые методы дифференци-

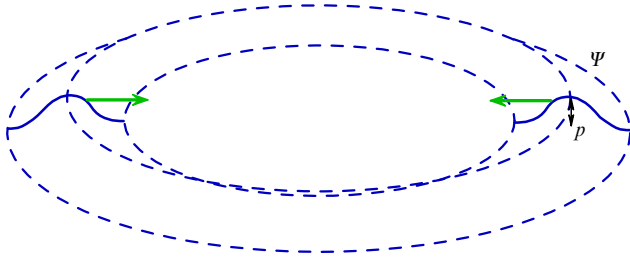


Рис. 1. Имплозия скалярной волны  $\Psi$  с амплитудой  $p$  и специальной формой.

<sup>1</sup> Вероятно, наиболее важная сингулярность общего вида в астрофизике возникает при наличии вещества с ничтожно малым давлением. В 1967 г. Леонид Петрович Гришук [8] показал, что общая гравитирующая материя приводит к коллапсу с образованием двумерных структур — "блинов" — с бесконечной плотностью и кривизной; в 1970 г. Зельдович [9] показал, что в астрофизической ситуации давление останавливает коллапс до образования сингулярности, однако уже после того, как образуются чётко выраженные двумерные структуры (блины). Через несколько лет Зельдович понял, что такие блины, видимые с ребра, объясняют наблюдаемое астрономами крупномасштабное ячеечное распределение галактик на небе.

льной геометрии для выяснения геометродинамического поведения пространства-времени при приближении к одной из сингулярностей общего вида, называемой теперь *БЛХ-сингулярностью*.

В 1970-х, 1980-х и 1990-х годах в Великобритании и США наблюдался значительный скептицизм относительно анализа БЛХ, поскольку степень его строгости была существенно ниже, чем в строгих теоремах о сингулярностях Пенроуза – Хокинга. (Такой менее строгий характер рассмотрения был неизбежен, поскольку геометродинамический подход к образованию сингулярности чрезвычайно сложен (см. ниже), и выяснение его особенностей является гораздо более трудной задачей, чем просто доказательство возникновения сингулярности). В результате геометродинамика БЛХ получила на Западе название *гипотезы БЛХ*.

Надежды доказать или опровергнуть эту "гипотезу" аналитическими методами было мало, поэтому для её проверки скептики обратились к численным методам. В 2003 г., после десятилетнего развития компьютерного кода, Дэвид Гарфинкл [12] провёл вычисления, которые подтвердили правильность расчётов Белинского, Лифшица и Халатникова. Геометродинамическая эволюция при приближении к БЛХ-сингулярности оказалась в согласии с аналитическими предсказаниями, за исключением одной незамеченной особенности: появления множества нелокальных *тикков* в пространственно-временной кривизне [13].

Геометродинамику БЛХ можно описывать в терминах приливо-гравитационных измерений, выполняемых наблюдателями, свободно падающими в БЛХ-сингулярность по времениподобным геодезическим (рис. 2). По мере того как наблюдатели А и В приближаются к сингулярности, они теряют причинный контакт в том смысле, что после пересечения горизонта событий наблюдателя А (в точке Р диаграммы) наблюдатель В больше не оказывает влияния на А. Это причинное разъединение является настолько сильным в пространстве-времени БЛХ, что пространственные производные перестают оказывать существенное влияние на геометродинамику по мере приближения к сингулярности — возникает *пространственное разъединение*, и в результате оказывается, что вблизи сингулярности исчезают корреляции между соседними наблюдениями.

Измерения каждого из наблюдателей, приближающихся к сингулярности, можно описать с помощью действующего на него приливного гравитационного поля  $\mathcal{E}_{jk}$ . В локально лоренцевой системе отсчёта наблю-

дателя компоненты этого поля равны пространственно-временной части тензора кривизны Римана:

$$\mathcal{E}_{jk} = R_{j0k0}. \tag{1}$$

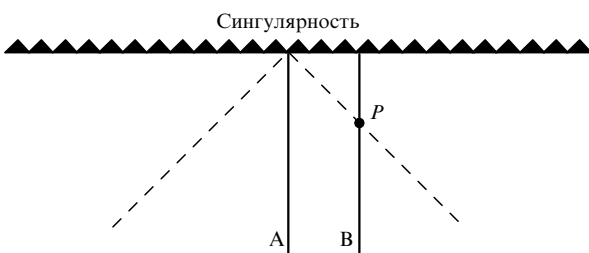
Приливное поле физически проявляется в виде относительного гравитационного ускорения

$$\Delta a_j = -\mathcal{E}_{jk} \Delta x_k \tag{2}$$

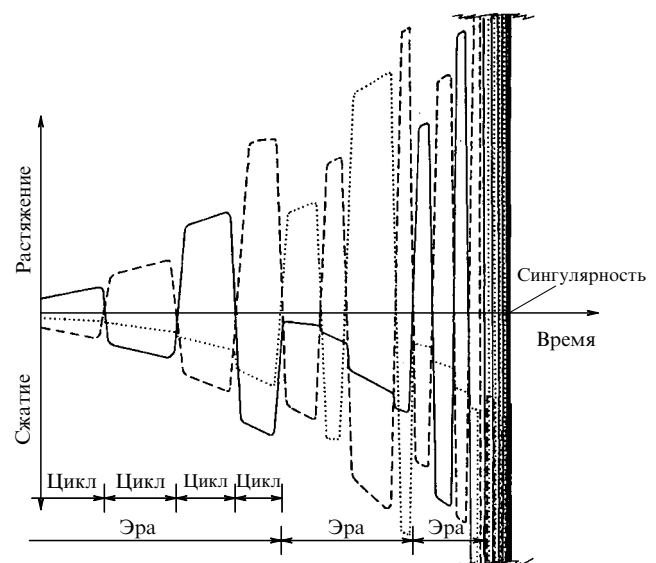
частиц, расстояние между которыми выражается вектором  $\Delta x_k$ . (Термин "приливное поле" употребляется по аналогии с приливами в земных океанах, которые возникают из-за гравитационного взаимодействия Земли с Луной и Солнцем. В ньютоновском пределе приливное поле выражается как  $\mathcal{E}_{jk} = \partial^2 \Phi / \partial x_j \partial x_k$ , где  $\Phi$  — ньютоновский гравитационный потенциал.)

Приливное поле является симметричным тензором, и его можно описать тремя ортогональными главными осями (с единичными векторами  $e_1, e_2, e_3$ ), с собственными значениями  $\mathcal{E}_{jj} \equiv e_j \mathcal{E} e_j$ . Если  $\mathcal{E}_{11} < 0$ , то объект вытягивается приливными силами вдоль главной оси  $e_1$ , и аналогично для других главных осей. Если  $\mathcal{E}_{11} > 0$ , то объект сжимается приливными силами вдоль оси  $e_1$ . Приливное поле в вакууме является бесследовым, т.е. сумма его собственных значений должна равняться нулю. Это означает, что имеется сжатие по крайней мере вдоль одной из главных осей и растяжение также по крайней мере вдоль одной из главных осей.

На рисунке 3 показана картина сжатий и растяжений, испытываемых наблюдателем, падающим в БЛХ-сингулярность. Временная структура этой картины разделена на *циклы* и *эры*. В течение одного цикла происходит растяжение вдоль одной оси и сжатие вдоль двух других. Между циклами растяжение вдоль оси сменяется сжатием, а сжатие вдоль наиболее "сжатой" оси — растяжением. В конце каждой эры оси поворачиваются по определённому закону относительно локальной ло-



**Рис. 2.** Мировые линии двух наблюдателей А и В, падающих в БЛХ-сингулярность (сплошные линии), и *горизонт частиц* наблюдателя А (штриховые линии; световой конус прошлого). События за горизонтом частиц никогда не могут повлиять на наблюдателя А.



**Рис. 3.** Качественная картина приливных сжатий и растяжений, которые измеряет наблюдатель, падающий в БЛХ-сингулярность. По вертикальной оси как функции времени отложены три собственных значения приливного поля, показанные сплошной, штриховой и пунктирной кривыми. (Рисунок из работы [14].)

ренцевой системы отсчёта наблюдателя, и картина повторяется. Число циклов в каждой эре и подробности их динамики определяются отображением, задаваемым в виде непрерывной дроби; это отображение является хаотическим в смысле формального определения хаоса (чрезвычайно чувствительным к начальным условиям). Это хаотическое поведение играет ключевую роль в подавлении корреляций между соседними наблюдателями по мере их приближения к сингулярности.

Подробности этого процесса, изученного Белинским, Лифшицем и Халатниковым [11], иногда нарушаются (как показывают численные расчёты): какой-то цикл может быть пропущен, и во время этого пропуска возникает экстремально сильный выброс в величине приливного поля, который оказывается гораздо более чувствительным к пространственным производным, чем ожидалось, и детали которого ещё до конца не выяснены. (См. [13] и приведённую там библиографию.)

### 3.2. Сингулярности внутри чёрной дыры

Возможно, подобная БЛХ-динамика может иметь место вблизи центра молодой чёрной дыры. Но для подтверждения или опровержения этой гипотезы необходимы численные расчёты.

Можно думать, что по мере увеличения возраста чёрной дыры её центральная сингулярность разделяется на три: одна — типа БЛХ, и две другие — существенно менее резкие, чем БЛХ. Основание для подобных ожиданий состоит в том, что геометрия пространства-времени во внешности чёрной дыры стремится к "успокоившемуся" аксиально-симметричному состоянию, описываемому метрикой Керра, и аналогично внутренность чёрной дыры стремится к состоянию, описываемому метрикой Керра, за исключением двух специальных областей, называемых *горизонтами Коши*, где метрика Керра динамически неустойчива. Считается, что нелинейная геометродинамика превращает эти горизонты Коши в *нулевые сингулярности общего вида* (рис. 4).

Эти сингулярности являются нулевыми (светоподобными) в том смысле, что падающие или исходящие фотоны могли в принципе скользить вдоль них, оставаясь незахваченными. Сингулярность, связанная с падающими фотонами (называемая *масс-инфляционной сингулярностью*), порождается, согласно приближённым аналитическим исследованиям [16, 17], излучением и веществом, которые падают в чёрную дыру, скапливаются вдоль горизонта Коши и создают там интенсивное гравитационное поле. Сингулярность, связанная с исходящими фотонами (называемая *ударно-волновой сингулярностью* [15]), порождается входящим под горизонт событий излучением, которое рассеивается обратно на кривизне пространства-времени чёрной дыры и выходит наружу, скапливаясь вдоль исходящего горизонта Коши и создавая там интенсивное гравитационное поле. В обоих случаях накапливаться там могут гравитационные волны, а не обычное вещество или негравитационное излучение, и в таком случае мы имеем дело с чисто вакуумным пространством-временем, т.е. с чистой геометродинамикой.

Ни одна из этих нулевых сингулярностей не осциллирует, но на каждой из них кривизна пространства-времени стремится к бесконечности (радиус кривизны пространства-времени  $\mathcal{R}$  стремится к нулю). На ударно-волновой сингулярности кривизна расходитесь столь

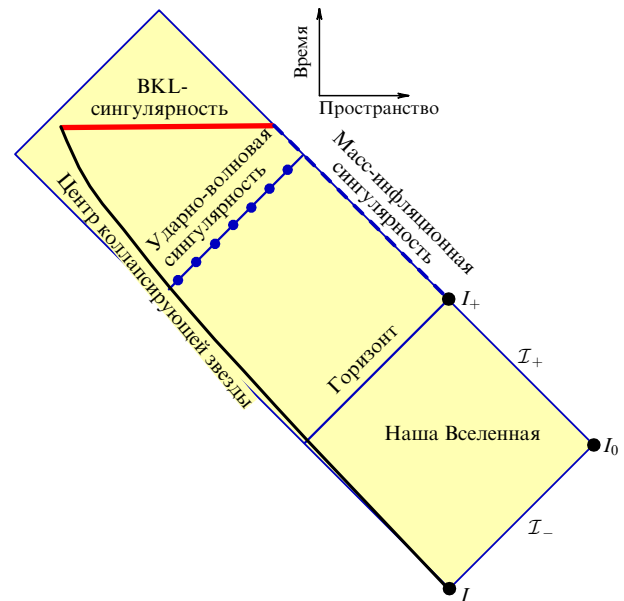


Рис. 4. (В цвете онлайн.) Диаграмма Пенроуза, описывающая причинную структуру вне и внутри старой чёрной дыры, как мы её понимаем на сегодняшний день. Входящие и выходящие нулевые геодезические (траектории гипотетических фотонов) идут под углом  $45^\circ$ , а с помощью конформного преобразования на этой диаграмме вся наша Вселенная сжата в ромб конечных размеров. Пространство-время Керра затемнено. Истинное пространство-время связано с пространством-временем Керра; эта область ограничена центром коллапсирующей звезды (тонкая сплошная левая кривая), БЛХ-сингулярностью (жирная горизонтальная линия), масс-инфляционной сингулярностью (пунктирная линия) и бесконечностями в нашей Вселенной: времениподобной бесконечностью будущего  $I_+$ , нулевой бесконечностью будущего  $\mathcal{I}_+$ , пространственноподобной бесконечностью  $J_0$ , нулевой бесконечностью прошлого  $\mathcal{I}_-$  и времениподобной бесконечностью прошлого  $I_-$ . Вполне возможно, что истинное пространство-время заканчивается на ударно-волновой сингулярности, а БЛХ-сингулярность за ней отсутствует [15].

быстро, что объекты в принципе *могли бы* пройти сквозь неё, хотя и испытывая при этом разрушающее сжатие вдоль двух осей и растяжение вдоль третьей оси. В таком случае объекты, по-видимому, будут разрушены БЛХ-сингулярностью.

Ожидается, что на масс-инфляционной сингулярности возникают только конечные, а не бесконечные сжатия и растяжения падающих сквозь неё объектов. Однако, если что-либо при этом и уцелеет, его дальнейшая судьба совершенно не ясна.

Эти гипотетические рассуждения (которые, тем не менее, о многом говорят) опираются на многочисленные приближённые аналитические исследования, главным образом, в рамках теории возмущений. В ближайшие несколько лет они будут проверены с помощью численного моделирования. Подобно тому как в гипотезе БЛХ оказалось неучтённым важное явление (появление пиков кривизны), данные рассуждения относительно геометродинамики внутренних областей чёрных дыр могут оказаться неверными в некоторых деталях или даже в чём-то существенном.

Более подробно с тем, что нам известно сегодня, и с современными гипотезами о внутреннем устройстве чёрных дыр можно ознакомиться по работе [15] и по приведённой там библиографии.

#### 4. Чёрные струны в пятимерном пространстве-времени

Замечательный пример геометродинамики был обнаружен Льюисом Ленером и Франсом Преториусом [18] в численных расчётах в пятимерном пространстве-времени. Их отправной точкой была пятимерная *чёрная струна* в равновесном состоянии. Чёрная струна представляет собой вакуумное решение пятимерных уравнений Эйнштейна с метрикой

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{1 - 2M/r} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + dz^2. \quad (3)$$

Это в точности четырёхмерное решение Шварцшильда для чёрной дыры, транслированное вдоль оси  $z$  в пятом (пространственном) измерении. Горизонт событий находится на  $r = 2M$ ; в фиксированный момент времени  $t$  он представляет собой цилиндр со сферическим сечением, т.е.  $R \times S^2$ .

В 1993 г. Рут Грегори и Рэймонд ЛаФлам аналитически доказали [19] неустойчивость таких чёрных струн относительно линейных аксиально симметричных возмущений с длиной волны, превосходящей окружность струны более чем примерно в 1,2 раза. Однако мало определённого было известно про нелинейную геометродинамическую эволюцию этой неустойчивости до появления численных расчётов Ленера и Преториуса в 2010 г. [18]. Они обнаружили, что горизонт струны эволюционирует так, как показано на рис. 5.

В струне развивается неустойчивость в виде сигары, аналогичная неустойчивости в плазме, удерживаемой в магнитном поле, относительно  $Z$ -пинча и неустойчивости Рэля–Плато для жидкости, которую поверхностное натяжение удерживает в цилиндре, однако с той особенностью, что исходящие гравитационные волны уносят энергию. Эта неустойчивость приводит к появлению цепочки пятимерных чёрных дыр, связанных сегментами сжатых чёрных струн — сегментами, длина окружности которых много меньше, чем у изначальной чёрной струны. Эта неустойчивость затем повторяется на каждой сжатой струне, приводя к образованию цепочки

более мелких чёрных дыр, связанных ещё более сжатой струной. Каждый последовательный эпизод такой сигарной неустойчивости приводит к образованию всё более мелких чёрных дыр на временном масштабе, пропорциональном длине окружности струны. Эта последовательность всё более коротких временных шкал сходится: бесконечная последовательность неустойчивостей за конечное время предположительно приводит к образованию голой сингулярности.

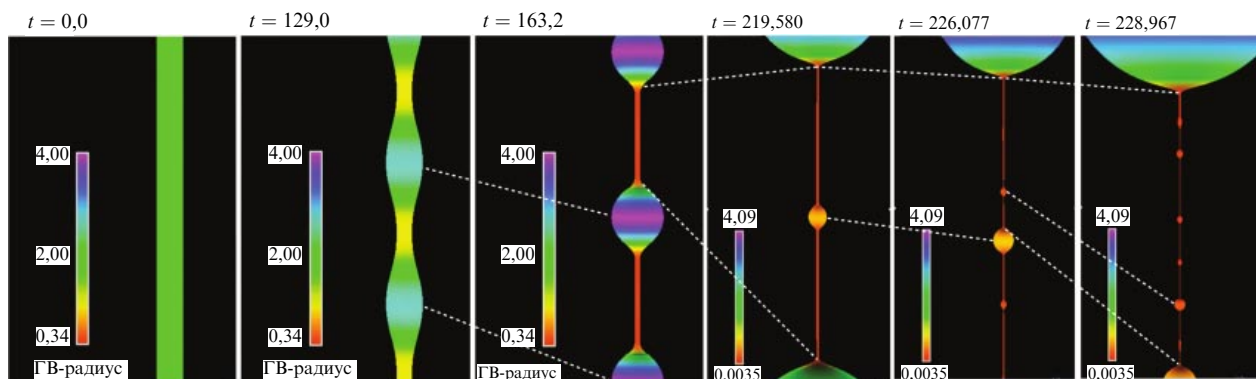
Поскольку в этих расчётах исходно предполагалась двумерная сферическая симметрия, нельзя быть уверенными, что эти предсказания описывают реальную геометродинамическую эволюцию чёрной струны. Для выяснения истинной эволюции требуются расчёты, не предполагающие наличия никакой начальной симметрии. Такие расчёты выходят за рамки современных возможностей, но, вероятно, их удастся провести лет через десять. Пока же можно предполагать, что истинная эволюция — это эволюция Ленера–Преториуса (см. рис. 5), поскольку чёрные струны оказались устойчивы относительно всех *линейных* несферических возмущений.

#### 5. Столкновения чёрных дыр

Последние успехи в численном моделировании позволили изучать геометродинамику при столкновениях двух чёрных дыр, сопровождающихся излучением гравитационных волн, а также релаксацию образующейся при столкновении конфигурации к равновесной осесимметричной вращающейся чёрной дыре (как и предсказывалось Зельдовичем, Дорошкевичем и Новиковым [2]). Мы с коллегами разработали специальную технику *вортексов и тендексов* (vortex/tendex tools) для визуализации геометродинамики чёрных дыр [20]. Сначала мы познакомим читателя с нашим подходом, а затем используем эту технику для визуализации геометродинамики столкновения чёрных дыр.

##### 5.1. Техника вортексов и тендексов

Гравитационное поле, ощущаемое локальным наблюдателем, описывается тензором кривизны Римана  $R_{\mu\nu\sigma\rho}$ . Любой наблюдатель, свободно падающий или ускоряющийся, может разложить тензор Римана на "электрическую" часть  $\mathcal{E}_{jk}$ , определяемую уравнением (1), и "маг-



**Рис. 5.** Последовательность снимков эволюции чёрной струны в пятимерном пространстве-времени, полученная в численном моделировании Ленера и Преториуса [18]. Каждый снимок представляет собой диаграмму вложения для горизонта событий чёрной струны: собственная геометрия горизонта является такой же, как геометрия показанной поверхности в плоской пространстве. Цвета (онлайн) или оттенки серого, помеченные как "ГВ-радиус", обозначают положение эквивалентного радиуса горизонта видимости, определяемого как  $\sqrt{A(z)}/4\pi$ , где  $A(z)$  — площадь поверхности горизонта при фиксированном значении  $z$ .



нитную" часть  $\mathcal{B}_{jk}$ , определяемую как

$$\mathcal{B}_{jk} = \epsilon_{jprq} R_{pqk0}. \quad (4)$$

Здесь индексы относятся к локальному ортонормальному базису наблюдателя, индекс 0 обозначает временную компоненту (т.е. компоненту вдоль мировой линии наблюдателя), латинские индексы обозначают три пространственные компоненты наблюдателя, а  $\epsilon_{jprq}$  — пространственный тензор Леви-Чивиты. Как  $\mathcal{E}_{jk}$ , так и  $\mathcal{B}_{jk}$  симметричны и бесследовы в вакууме (т.е. в случае, который нас интересует).

Как обсуждалось в разделе 3.1,  $\mathcal{E}_{jk}$  называется *приливным полем* и описывает приливные сжатия и растяжения объектов в локальной системе отсчёта наблюдателя согласно уравнению (2). "Магнитная" часть  $\mathcal{B}_{jk}$  называется *вихревым полем* (*увлечение системы отсчёта*) (frame-drag field). Это поле физически проявляется как относительная прецессия или увлечение инерциальных систем отсчёта: два гироскопа, расстояние между которыми задаётся вектором  $\Delta x_k$ , будут прецессировать относительно друг друга с угловой скоростью

$$\Delta \Omega_j = \mathcal{B}_{jk} \Delta x_k. \quad (5)$$

Это дифференциальное увлечение систем отсчёта является эффектом ОТО, который не имеет аналога в ньютоновской гравитации. Глобальный (не дифференциальный) аналог этого эффекта был недавно измерен в эксперименте Gravity Probe B [21].

Заметим, что разложение тензора Римана на  $\mathcal{E}_{jk}$  и  $\mathcal{B}_{jk}$  зависит от системы отсчёта наблюдателя. Различные наблюдатели в одной и той же точке пространства, но движущиеся с относительной скоростью, будут измерять различные приливные и вихревые поля. Та же самая ситуация имеет место в электродинамике, где электромагнитный тензор  $F_{\mu\nu}$  можно разложить на хорошо знакомые электрическое и магнитное векторные поля  $E_j = F_{j0}$  и  $B_j = \epsilon_{jprq} F_{pq}$ , а результат разложения зависит от системы отсчёта наблюдателя. Из-за этого соответствия между гравитацией и электромагнетизмом мы и называем компоненты  $\mathcal{E}_{jk}$  и  $\mathcal{B}_{jk}$  "электрическими" и "магнитными".

Поле увлечения системы отсчёта  $\mathcal{B}_{jk}$  и приливное поле  $\mathcal{E}_{jk}$  полезны для описания геометродинамики на поверхности чёрной дыры (на её горизонте событий). Обозначая через  $\mathbf{n}$  единичный вектор нормали к горизонту событий чёрной дыры с пространственными компонентами  $n^i$ , введём понятие *натяжённости горизонта*  $\mathcal{E}_{nn} \equiv n^j n^k \mathcal{E}_{jk}$  как нормально-нормальную компоненту приливного поля. При положительной натяжённости горизонта объект приливо сжат вдоль нормали к горизонту, а при отрицательной натяжённости горизонта — растянут вдоль нормали к горизонту. Это проиллюстрировано на рис. 6а. Будем называть область горизонта с большой натяжённостью *тендексом горизонта*.

Аналогично мы можем ввести понятие *завихренности горизонта*  $\mathcal{B}_{nn} \equiv n^j n^k \mathcal{B}_{jk}$  как нормально-нормальную компоненту поля увлечённой системы отсчёта на поверхности чёрной дыры. При положительной завихренности горизонта он закручен по часовой стрелке, при отрицательной — против часовой стрелки. Будем называть области горизонта с большой завихренностью *вortexом горизонта*. Завихренность горизонта вращающейся чёрной дыры проиллюстрирована на рис. 6б.

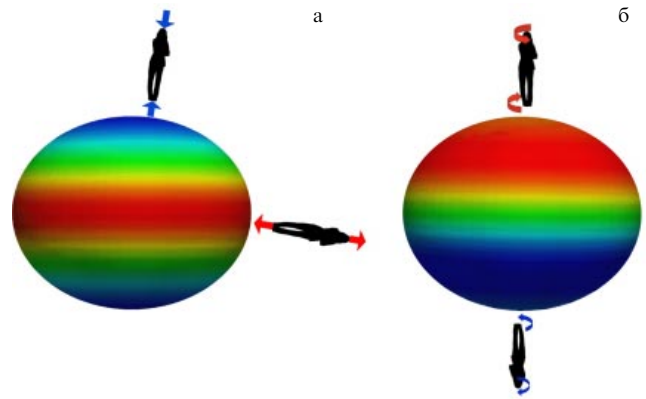
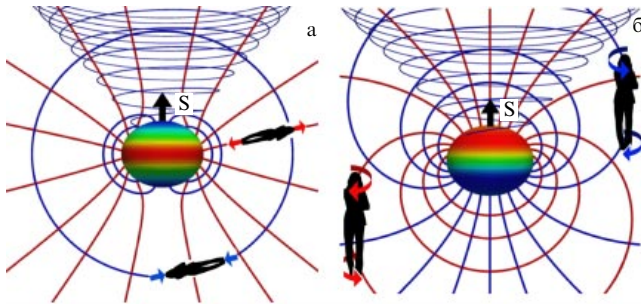


Рис. 6. (В цвете онлайн.) Вращающаяся чёрная дыра. (а) Цвета (оттенки серого) означают натяжённость горизонта  $\mathcal{E}_{nn}$ . На каждом из полюсов есть положительный (синий или светло-серый) тендекс, а на экваторе — отрицательный (красный или тёмно-серый) тендекс. Зелёные (светлые) области имеют малую натяжённость. (б) Цветом (оттенки серого) обозначена завихренность горизонта  $\mathcal{B}_{nn}$ . На северном полюсе вихревое отрицательное (красная или тёмно-серая область), а на южном — положительное (синяя или светло-серая область). Зелёным цветом (светлый тон) окрашены области с малой завихренностью. Вектор спина направлен наружу от северного полюса.

Обратимся к технике вихревых/тендексов для описания областей вдали от горизонта. В разделе 3.1 мы обсуждали, каким образом в каждой точке пространства приливное поле  $\mathcal{E}_{jk}$  может быть описано с помощью трёх ортогональных собственных векторов (единичных векторов  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ ) и трёх собственных значений  $\mathcal{E}_{jj} \equiv \mathbf{e}_j \mathcal{E}_{jk} \mathbf{e}_j$ . Будем называть собственное значение  $\mathcal{E}_{jj}$  *натяжённостью*, связанной с соответствующим собственным вектором  $\mathbf{e}_j$ ; эта натяжённость является мерой приливного растяжения или сжатия объекта вдоль соответствующего собственного вектора. По аналогии с силовыми линиями электрического поля определим *линии тендексов* как интегральные кривые, касательные к каждому из трёх собственных векторов  $\mathbf{e}_j$ . В то время как в электромагнетизме через каждую точку может проходить только одна силовая линия, в геометродинамике в каждой точке существуют, вообще говоря, три линии тендексов, соответствующие трём собственным векторам приливного поля  $\mathcal{E}_{jk}$ . Поскольку (в вакууме) поле  $\mathcal{E}_{jk}$  бесследовое, сумма собственных значений равна нулю, и, следовательно, через каждую точку должны, вообще говоря, проходить линии как положительных, так и отрицательных тендексов.

На рисунке 7а показаны линии тендексов в окрестности быстровращающейся чёрной дыры. Совокупность линий тендексов с особенно большой натяжённостью будем называть просто *тендексом*. Вращающаяся чёрная дыра имеет веерообразный растягивающий (красный или тёмно-серый) тендекс, выходящий из экваториального тендекса горизонта, и полоидальный сжимающий (синий или светло-серый) тендекс, который выходит из северного полярного тендекса горизонта, огибает чёрную дыру и входит в южный полярный тендекс горизонта.

Как и приливное поле  $\mathcal{E}_{jk}$ , поле увлечённой системы отсчёта  $\mathcal{B}_{jk}$  можно описать тремя ортогональными собственными векторами с соответствующими собственными значениями. Интегральная кривая одного из этих собственных векторов называется *линией вихревых*, а



**Рис. 7.** (В цвете онлайн.) Линии тендексов (а) и вортексов (б) вблизи вращающейся чёрной дыры. Линии с положительными собственными значениями (приливное сжатие или закручивание по часовой стрелке) показаны синим (светло-серым) цветом, а линии с отрицательными собственными значениями (приливное растяжение или закручивание против часовой стрелки) показаны красным (тёмно-серым) цветом. В каждой точке пространства пересекаются три линии тендексов и три линии вортексов.

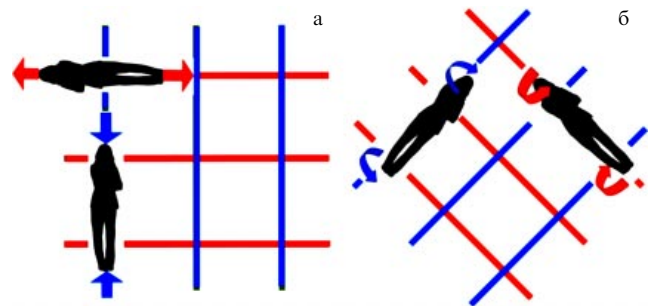
соответствующее собственное значение — *завихренность* (vorticity), связанной с данной линией вортексов. Завихренность линии вортексов описывает закручивание (twist), или дифференциальное увлечение системы отсчёта объекта, ориентированного вдоль этой линии вортексов: положительная завихренность соответствует увлечению системы отсчёта по часовой стрелке, а отрицательная — против часовой стрелки.

Линии вортексов вокруг вращающейся чёрной дыры показаны на рис. 7б. Направленный против часовой стрелки (красный или тёмно-серый) *вортекс* (совокупность линий вортексов с большой отрицательной завихренностью) исходит из вортекса у северного полюса горизонта, входит в область вблизи южного полюса горизонта и возвращается обратно в северный полярный вортекс. Аналогично, закрученный по часовой стрелке (синий или светло-серый) вортекс исходит из вортекса на южном полюсе горизонта, доходит до северной полярной области и возвращается обратно в южный полярный вортекс.

Чёрные дыры, показанные на рис. 6 и 7, имеют стационарную (не зависящую от времени) структуру вортексов и тендексов. Линии вортексов и тендексов и связанные с ними вортексы и тендексы могут также динамически изменяться. Уравнения движения для полей  $\mathcal{E}_{jk}$  и  $\mathcal{B}_{jk}$  похожи на уравнения Максвелла. Как и последние, они допускают волновые решения — гравитационные волны, в которых энергия переходит от поля  $\mathcal{E}_{jk}$  к  $\mathcal{B}_{jk}$  и обратно. На рисунке 8 показаны линии вортексов и тендексов в плоской гравитационной волне вдали от источников. Когда волна проходит мимо наблюдателя, натяжённость и завихренность в ней осциллируют со сменой знака с частотой гравитационной волны, что приводит к переменному растяжению и сжатию в горизонтальном и вертикальном направлениях и к осциллирующему закручиванию в диагональных направлениях в противофазе относительно растяжения и сжатия.

## 5.2. Столкновения чёрных дыр

Проиллюстрируем разнообразие геометродинамического поведения пространства-времени при столкновениях чёрных дыр, используя технику вортексов и тендексов для описания результатов численного моделирова-



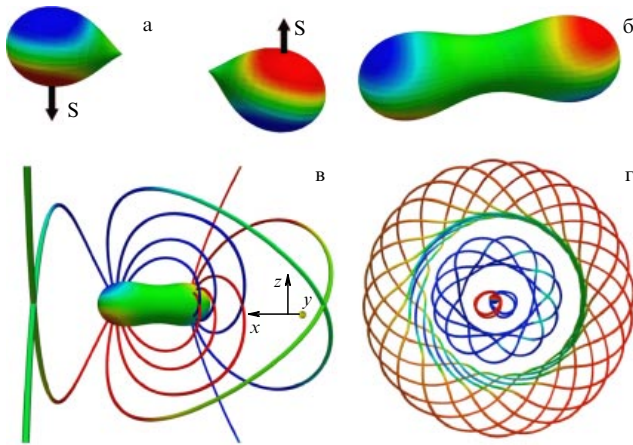
**Рис. 8.** (В цвете онлайн.) Вид линий вортексов и тендексов в плоской гравитационной волне, распространяющейся вглубь, перпендикулярно плоскости рисунка. Ортогональное множество линий тендексов (а) повёрнуто на  $45^\circ$  относительно ортогонального множества линий вортексов (б). Третье множество линий вортексов (и тендексов) перпендикулярно к плоскости рисунка и имеет нулевую завихренность (натяжённость).

ния. Все расчёты были проведены членами коллаборации по моделированию экстремальных свойств пространства-времени (SXS, "Simulating eXtreme Spacetimes" Collaboration), в которую тогда входили группы из Калтеха, Корнелльского университета, Канадского института теоретической астрофизики (СИТА) и Университета штата Вашингтон, а сейчас вошли новые группы. Авторы являются членами этой коллаборации, и один из нас (Шил) сыграл значительную роль в большинстве из проведённых расчётов.

**5.2.1. Лобовое столкновение двух чёрных дыр с противоположно направленными спинами.** Сначала рассмотрим результаты расчётов лобового столкновения двух чёрных дыр с противоположными спинами [22], проиллюстрированные на рис. 9.

При слиянии чёрных дыр вортексы сохраняют свою индивидуальность. Когда четыре вортекса (по паре для каждой чёрной дыры) оказываются на одном общем горизонте, они начинают взаимодействовать: каждый из них старается превратить соседние вортексы в реплику самого себя. В результате они обмениваются завихренностью; каждый осциллирует то по часовой стрелке, то против часовой стрелки. В момент, когда все вортексы меняют направление закрутки, так что завихренность горизонта на мгновение обнуляется, линии вортексов выталкиваются из горизонта и соединяются друг с другом, образуя тороидальную структуру наподобие кольца дыма, которая начинает уходить от горизонта. Одновременно с этим большая часть прилегающей к горизонту энергии колебаний сосредоточена в тендексах, которые затем снова порождают вортексы горизонта, но с противоположной закруткой. По мере того как тороидальный пучок линий вортексов уходит наружу, его движение порождает пучок тороидальных линий тендексов, перемежаемых с линиями вортексов. При этом возникает локальная пространственно-временная структура гравитационной волны, приведённая на рис. 8.

Этот процесс повторяется снова и снова, при этом последовательные тороидальные структуры тендексов и вортексов периодически выходят наружу в виде гравитационных волн. Гравитационные волны уносят энергию осцилляций, причём часть этой энергии попадает



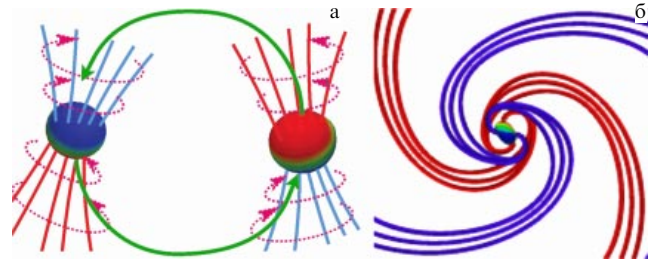
**Рис. 9.** (В цвете онлайн.) Горизонт событий и линии вихревых вращающихся чёрных дыр с противоположно направленными спинами, испытывающих лобовое столкновение (по результатам расчётов [22]). (а) Вихревые горизонты и направление спинов непосредственно перед столкновением. (б) Вихревые горизонты сразу после слияния сохраняют свою индивидуальность. (в) Линии вихревых, соединяющие вихревые горизонты одной полярности (красные к красным (онлайн) или тёмно-серые к тёмно-серым; синие к синим (онлайн) или светло-серые к светло-серым). Линии и цвет меняют градиацию в соответствии со значением завихренности на различных расстояниях от горизонта. (г) Колебания вихревых в ближней зоне образуют тороидальные петли вихревых (на рисунке показаны две из них), состоящие из ортогональных линий вихревых, которые распространяются наружу в виде гравитационных волн; эти тороидальные петли вихревых перемежаются с линиями тендексов (не показаны на рисунке). В центре виден горизонт образовавшейся чёрной дыры, из которого выходят линии вихревых. Рисунок из работы [20]. Анимацию поведения вихревых горизонта в этом моделировании см. в [23].

обратно в чёрную дыру, так что осцилляции затухают экспоненциально за характерное время порядка одного периода осцилляций.

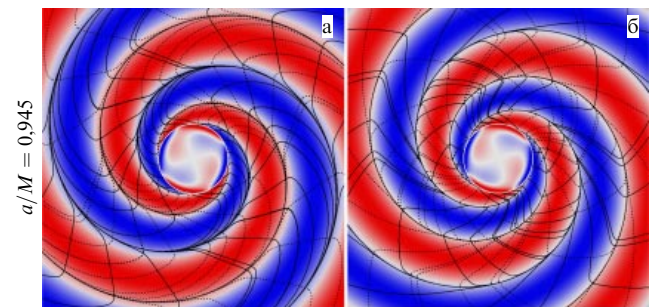
**5.2.2. Столкновение идентичных вращающихся чёрных дыр на круговой орбите.** При нелобовых столкновениях чёрных дыр, двигающихся по круговой орбите, линии вихревых и тендексов аналогичным образом распространяются в волновую зону и превращаются в гравитационные волны.

На рисунке 10а схематически показана диаграмма вихревых горизонтов и линий вихревых при столкновении двух движущихся по орбите вращающихся чёрных дыр непосредственно перед столкновением. Сразу после столкновения вихревые горизонты сохраняют индивидуальность и движутся по горизонту чёрной дыры, возникшей в результате слияния, подобно воде из вращающегося расплытителя (схематическое изображение показано на рис. 10б). В волновой зоне линии вихревых порождают линии тендексов и превращаются в гравитационные волны.

Аналогичным образом, линии тендексов, связанные в ближней зоне с тендексами горизонта образующейся чёрной дыры, движутся вперёд и назад в спиральном узоре вместе с линиями вихревых и превращаются в гравитационные волны. Гравитационные волны, порождаемые тендексами горизонта, имеют противоположную чётность по сравнению с гравитационными волнами, порождаемыми вихревыми горизонтами. При этом возникает замечательная дуальность между этими двумя типами гравитационных волн [24].



**Рис. 10.** (В цвете онлайн.) (а) Схема линий вихревых и вихревых горизонтов для двух вращающихся чёрных дыр, двигающихся по круговой орбите перед слиянием. (б) Схема линий вихревых образовавшейся чёрной дыры сразу после слияния, показывающая линии вихревых на больших расстояниях; вся картина вращается как целое против часовой стрелки.



**Рис. 11.** (В цвете онлайн.) Структуры вихревых и тендексов при отклонениях от конечного состояния керовской чёрной дыры в поздние моменты времени после слияния двойной системы из двух чёрных дыр. Показана структура в экваториальной плоскости слившейся чёрной дыры с безразмерным спином  $S/M^2 = a/M = 0,945$ . (а) Возмущения, генерируемые вихревыми горизонтами — линии вихревых (сплошные чёрные линии для закрученности по часовой стрелке, пунктирные — против часовой стрелки) и завихренность доминантного вихревого в каждой точке (показана синим цветом или светло-серым оттенком для закрученности по часовой стрелке и красным (тёмно-серым) — против часовой стрелки). (б) Возмущения, генерируемые тендексами горизонта — линии тендексов (сплошные чёрные для сжатий, пунктирные — для растяжений) и натяжённость доминантного тендекса (синий цвет или светло-серый оттенок для сжатий и красный (тёмно-серый) — для растяжений). Адаптация рис. 12 из работы [24].

Рисунок 10 схематичен. Для более точного описания процессов рассмотрим возникшую чёрную дыру в более поздний период времени, когда она является слабо возмущённой относительно своего конечного состояния, описываемого метрикой Керра, а её возмущения представляются преимущественно квазинормальными модами с  $\ell = 2$ ,  $m = 2$  [24]. Тогда возмущения поля увлечённых систем отсчёта  $\delta B_{ij}$ , порождаемые вихревыми горизонтами, будут иметь линии вихревых и завихренность, показанные на рис. 11а. Возмущения приливного поля  $\delta \mathcal{E}_{ij}$ , генерируемые тендексами горизонта, имеют линии тендексов и натяжённости, показанные на рис. 11б. Заметим, что обе части рисунка практически идентичны, если не считать знака (замену красного на синий (онлайн) или тёмно-серого на светло-серый оттенок). Это является следствием (приближённой) дуальности двух видов возмущений.

**5.2.3. Столкновения чёрных дыр с экстремальным импульсом отдачи.** Интересным геометродинамическим примером, иллюстрирующим взаимодействие вихре-

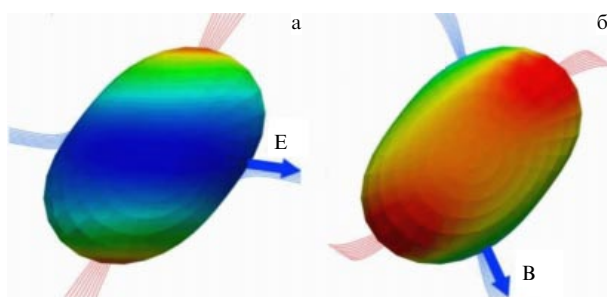


сов и тендексов, является столкновение чёрных дыр с "экстремальным импульсом отдачи" (extreme-kick black-hole collision), которое впервые было смоделировано не участниками коллаборации SXS, а в работах Кампанелли с соавторами [25] и других [26, 27]. Наша коллаборация повторила эти расчёты с целью выявить структуры вихреков и тендексов.

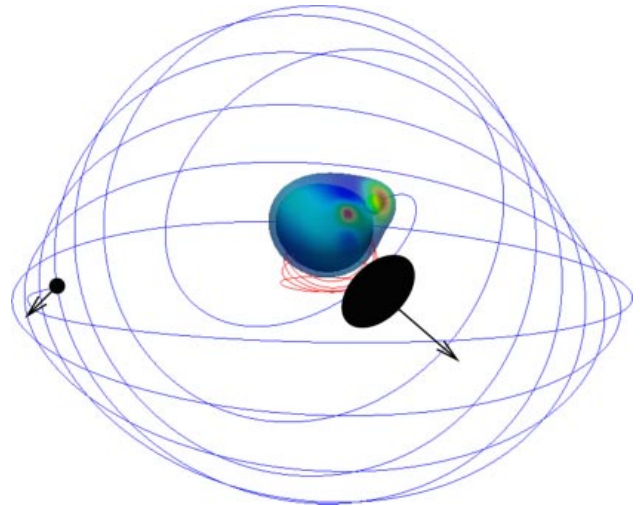
В этих расчётах две идентичные чёрные дыры сливаются на изначально круговой орбите, имея противоположно направленные спины, лежащие в орбитальной плоскости  $(x, y)$ . Термин "экстремальный импульс отдачи" возникает потому, что гравитационные волны, порождаемые при слиянии такой системы, уносят линейный импульс преимущественно в направлении  $+z$  или  $-z$ , что приводит к гравитационной отдаче образующейся чёрной дыры со скоростями до тысяч км  $s^{-1}$ . Величина и направление импульса отдачи зависят от угла между осью идентичных спинов чёрных дыр и расстоянием между чёрными дырами в момент слияния. Этот угол можно специально подогнать (например, так, чтобы получить максимальную скорость отдачи в направлении  $+z$ ), варьируя начальные условия модели.

Чтобы понять механизм возникновения импульса отдачи, рассмотрим образовавшуюся чёрную дыру сразу после слияния. На рисунке 12а показана натяжённость горизонта и линии тендексов, выходящих из горизонта чёрной дыры, в некоторый момент времени. Структура тендексов вращается против часовой стрелки вокруг горизонта чёрной дыры. Вращающиеся линии тендексов сопровождаются линиями вихреков в волновой зоне, как это показано на рис. 11б, и превращаются в гравитационные волны. При слиянии вихреки горизонта (рис. 12б) имеют такую же угловую скорость вращения, что и тендексы горизонта, и порождают гравитационные волны аналогичным образом, подобно тому как это показано на рис. 11а.

Гравитационные волны, порождаемые в ближней зоне вращающимися тендексами и вихреками, складываются когерентно, и результирующая структура излучения зависит от угла между тендексом горизонта, обозначенным "E", и вихреком горизонта, обозначен-



**Рис. 12.** (В цвете онлайн.) Горизонт слившейся чёрной дыры в плоскости  $xu$  сразу после слияния в расчётах со сверхотдачей, подогнанной для получения максимального импульса отдачи в направлении  $+z$ ; по результатам моделирования из работы [20]. Чёрная дыра и структуры вихреков и тендексов вращаются против часовой стрелки. (а) Цветами (оттенками серого) показана натяжённость горизонта; линии тендексов выходят из областей с максимальным тендексом горизонта. (б) Цветами (оттенками серого) показана завихренность горизонта; линии вихреков выходят из областей с максимальным вихреком горизонта. (Рисунок из работы [20].) Анимацию поведения вихреков и тендексов в этих расчётах можно посмотреть в [28, 29].

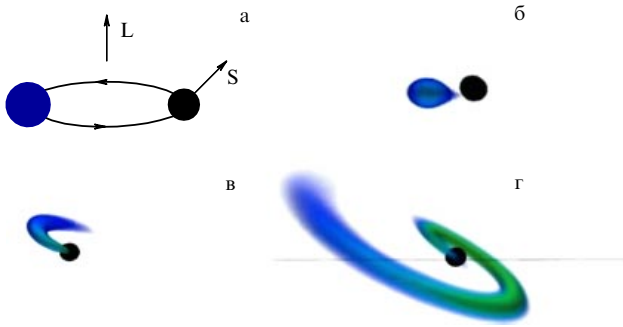


**Рис. 13.** (В цвете онлайн.) Две тонкие кривые представляют собой траектории центров двух чёрных дыр на произвольной орбите (по расчётам [30]). Отношение масс чёрных дыр 6:1, а безразмерные спины большей и меньшей чёрной дыры равны  $S/M^2 = 0,91$  и  $0,3$  соответственно (ср. с максимально возможным спином  $S/M^2 = 1$ ). Начальные положения чёрных дыр показаны чёрным цветом, а их спины — стрелками. Начальные спины ориентированы в произвольных направлениях, так что орбитальная плоскость двойной системы прецессирует. Также показаны горизонты видимости обеих чёрных дыр и общий горизонт видимости в момент его формирования при слиянии. Горизонты окрашены (оттенки серого в чёрно-белом варианте) в соответствии со значением скаляра кривизны Риччи, который численно приблизительно равен значению натяжённости горизонта, умноженной на  $-2$ . Анимация этих расчётов представлена в работе [31].

ным "B" на рис. 12. В представленном случае этот угол равен  $45^\circ$ , причём произведение  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  направлено вдоль  $-z$  (в глубь страницы). Такая же структура отвечает гравитационной волне, распространяющейся в направлении  $-z$  (см. рис. 8). Поэтому гравитационные волны, порождённые вихреками и тендексами, интерферируют конструктивно в направлении  $-z$  и деструктивно в направлении  $+z$ , в результате чего максимальный поток импульса уносится гравитационными волнами вдоль  $-z$ , а максимальный импульс отдачи возникшей чёрной дыры — в направлении  $+z$ .

**5.2.4. Столкновения чёрных дыр в общем случае.** В настоящее время геометродинамическое поведение более общих столкновений чёрных дыр исследуется численно. Например, на рис. 13 показаны траектории чёрных дыр на полностью произвольной орбите. Вихреки большей, быстровращающейся чёрной дыры вовлекают орбиту меньшей чёрной дыры в сложное прецессирующее движение. Направления спинов обеих чёрных дыр также прецессируют в ходе слияния. В конце концов вокруг индивидуальных горизонтов видимости чёрных дыр образуется общий горизонт видимости<sup>2</sup>, и

<sup>2</sup> Горизонт видимости (apparent horizon) обладает тем свойством, что площадь поверхности, образуемой пучком светоподобных нормалей, исходящих из каждой его точки, не меняется по мере удаления от него; он располагается внутри или на горизонте событий. Горизонты видимости являются локальными величинами, которые гораздо легче найти при численных расчётах, чем горизонты событий, потому что положение горизонта событий зависит от всей будущей эволюции пространства-времени.



**Рис. 14.** (В цвете онлайн.) Четыре последовательных снимка процесса столкновения чёрной дыры (чёрная фигура) и нейтронной звезды (синяя или серая фигура), видимого с ребра в первоначальной орбитальной плоскости (по расчётам [33]). (а) Начальный спин чёрной дыры  $S$  наклонён по отношению к начальному орбитальному моменту импульса  $L$ . (б) Тендексы чёрной дыры начинают разрывать нейтронную звезду. (в) Часть остатков нейтронной звезды падает в чёрную дыру, а часть остаётся за горизонтом. (г) Вortexы чёрной дыры затягивают оставшееся вещество в экваториальную плоскость чёрной дыры, формируя диск и приливный хвост. (Рисунок из работы [33].) Анимацию расчётов см. в [34].

две чёрные дыры сливаются в одну. Скаляр Риччи (численно приблизительно равный натяжённости горизонта, умноженной на  $-2$ ) показан оттенками серого на обоих индивидуальных горизонтах и на общем горизонте в момент его формирования.

**5.2.5. Приливное разрушение нейтронной звезды вращающейся чёрной дырой.** Наш последний пример иллюстрирует взаимодействие геометродинамики с веществом. На рисунке 14 представлены результаты моделирования

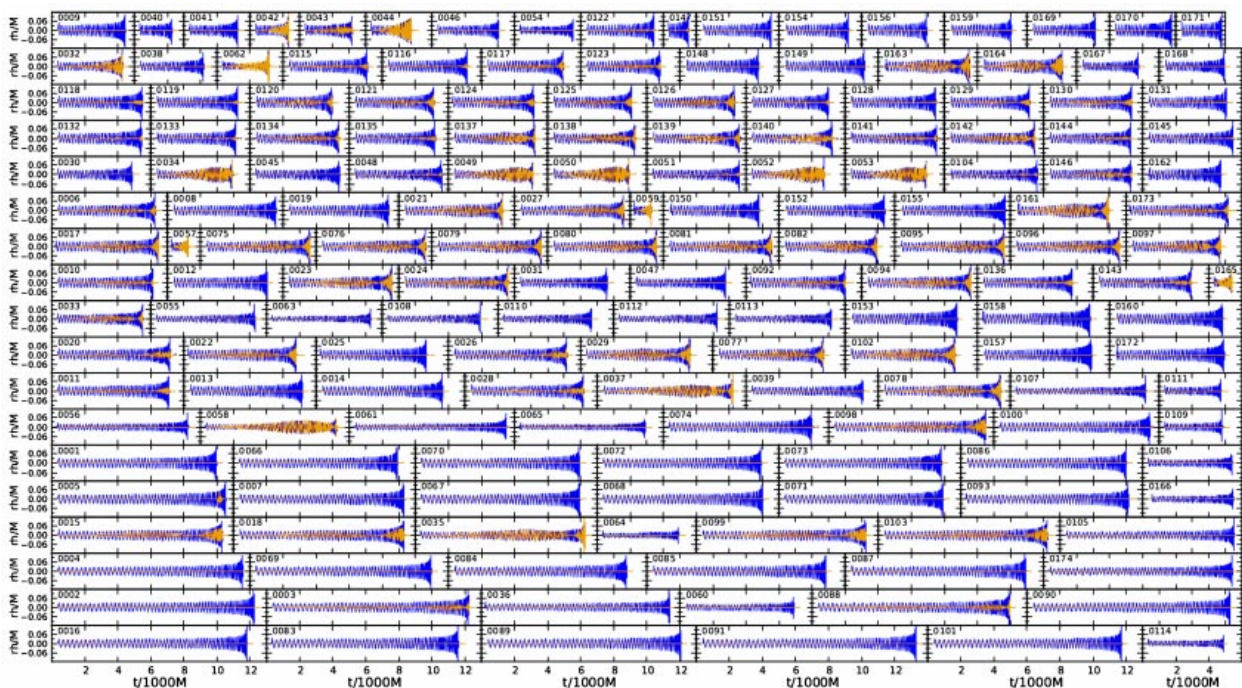
слияния двойной системы из нейтронной звезды и чёрной дыры; такие системы важны для детекторов гравитационных волн и, возможно, являются источниками мощных явлений в астрофизике высоких энергий, таких как гамма-всплески. В данном примере масса чёрной дыры втрое больше массы нейтронной звезды, а её безразмерный спин  $S/M^2 = 0,5$  наклонён под углом примерно  $45^\circ$  к орбитальному моменту импульса. Когда из-за потерь на излучение гравитационных волн радиус орбиты в достаточной степени уменьшается, приливные тендексы чёрной дыры разрывают нейтронную звезду, а вortexы увлечения системы отсчёта стаскивают остатки нейтронной звезды с первоначальной орбиты и направляют их в экваториальную плоскость чёрной дыры. Если спин чёрной дыры достаточно мал или её масса достаточно велика, нейтронная звезда не разрывается приливными силами, а поглощается целиком чёрной дырой [32].

## 6. Наблюдения гравитационных волн

Геометродинамика естественным образом производит гравитационные волны. Мы вступаем в эру, когда эти волны, порождаемые источниками в далёкой вселенной, будут регистрироваться наземными детекторами.

Первое поколение гравитационно-волновых интерферометров работало на уровне чувствительности, при котором регистрация гравитационных волн была бы большой удачей. Однако нам не повезло [35, 36].

Второе поколение гравитационно-волновых детекторов с гораздо более сложной и усовершенствованной конструкцией находится в стадии изготовления. Первые два таких детектора (усовершенствованные интерферометры LIGO в США) вступят в строй в 2015 г. и должны



**Рис. 15.** (В цвете онлайн.) Недавний каталог расчётов гравитационно-волновых сигналов от сливающихся двойных чёрных дыр [30]. Показаны 174 волновые формы, каждая с двумя поляризациями (показаны цветом или градиациями серого), в направлении, параллельном начальной плоскости орбиты. Время показано в единицах  $0,1$  для двойной системы с полной массой 20 масс Солнца.

выйти на расчётный уровень чувствительности к 2019 г., а возможно и раньше [37]. Несколько позже к ним присоединятся усовершенствованная установка VIRGO в Европе и KAGRA в Японии, а также модифицированная установка LIGO в Индии [38]. Эти детекторы второго поколения смогут принимать сигналы из объёма пространства, в 1000 раз большего, чем был доступен для первых детекторов, при этом ожидаемый темп регистрации слияний двойных нейтронных звёзд и чёрных дыр оценивается от нескольких событий в год до нескольких событий в неделю [39–41]. Есть планы по дальнейшему увеличению чувствительности гравитационно-волновых детекторов без существенного изменения их конструкции, при которой темп регистрации слияний двойных нейтронных звёзд и чёрных дыр увеличится ещё на порядок.

Нам представляется, что наиболее интересными источниками гравитационных волн для таких детекторов являются динамически эволюционирующие вихревые и тендексы, связанные с обсуждавшимися выше геометрическими явлениями — сливающимися чёрными дырами и чёрными дырами, которые приливно разрывают соседнюю нейтронную звезду.

Учёные, занимающиеся численными расчётами в рамках ОТО, составляют каталог численных моделей двойных систем и излучаемых при этом форм гравитационно-волнового сигнала, чтобы затем искать их на усовершенствованных детекторах. Уже построены модели двойных чёрных дыр с несколькими сотнями начальных параметров (отношения масс и начальные положения спинов) [30, 42–46], и ещё больше моделей разрабатываются и рассчитываются или готовятся к расчётам. Примеры гравитационно-волновых форм, рассчитанных нашей коллаборацией SXS, показаны на рис. 15.

После того как гравитационные волны будут обнаружены, сравнение наблюдаемых форм волн с полученными численно будет играть ключевую роль в понимании природы их источников. Такое сравнение позволит сделать выводы о геометродинамике источников и проверке предсказаний ОТО.

## 7. Заключение

Физики только начали изучать геометродинамику. По мере дальнейшего совершенствования численного моделирования и исследований более сложных и общих ситуаций мы надеемся узнать больше о геометродинамике критических процессов, сингулярностей, динамических чёрных дыр и других явлениях. Мы с нетерпением ожидаем наблюдений гравитационных волн от астрофизических источников с экстремально сильной гравитацией, что позволит впервые экспериментально проверить геометродинамические предсказания уравнений Эйнштейна.

**Благодарности.** Мы глубоко благодарны Леониду Петровичу Грищуку — дорогому покойному другу одного из авторов (К.С. Торна) за многочисленные стимулирующие дискуссии и за исходное настойчивое предложение написать обзор. Мы признательны участникам коллаборации SXS и группе по изучению вихревых и тендексов из Калтеха и Корнелльского университета за предоставленные результаты расчётов, использованные при

построении рисунков в разделе 5, а также за огромную работу, благодаря которой стало возможным написание большей части этого раздела. Мы благодарим за поддержку фонды Sherman Fairchild Foundation, Brinson Foundation и гранты NSF PHY-106881 и AST-1333520.

## Список литературы

1. Wheeler J A *Geometrodynamics* (New York: Academic Press, 1962)
2. Дорошкевич А Г, Зельдович Я Б, Новиков И Д *ЖЭТФ* **49** 170 (1965) [Doroshkevich A G, Zel'dovich Ya B, Novikov I D *Sov. Phys. JETP* **22** 122 (1966)]
3. Choptuik M W *Phys. Rev. Lett.* **70** 9 (1993)
4. Christodoulou D *Ann. Math.* **140** 607 (1994)
5. Abrahams A M, Evans C R *Phys. Rev. Lett.* **70** 2980 (1993)
6. Sorkin E *Class. Quantum Grav.* **28** 025011 (2011)
7. Gundlach C *Living Rev. Rel.* **2** 4 (1999); <http://www.livingreviews.org/lrr-1999-4>
8. Грищук Л П *ЖЭТФ* **53** 1699 (1967) [Grishchuk L P *Sov. Phys. JETP* **26** 974 (1968)]
9. Zel'dovich Ya B *Astron. Astrophys.* **5** 84 (1970)
10. Hawking S W, Penrose R *Proc. R. Soc. London A* **314** 529 (1970)
11. Белинский В А, Лифшиц Е М, Халатников И М *УФН* **102** 463 (1970) [Belinskii V A, Lifshitz E M, Khalatnikov I M *Sov. Phys. Usp.* **13** 745 (1971)]; Халатников И М, Каменщик А Ю *УФН* **178** 639 (2008) [Khalatnikov I M, Kamenshchik A Yu *Phys. Usp.* **51** 609 (2008)]
12. Garfinkle D *Phys. Rev. Lett.* **93** 161101 (2004)
13. Lim W C, Andersson L, Garfinkle D, Pretorius F *Phys. Rev. D* **79** 123526 (2009)
14. Thorne K S *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy* (New York: W.W. Norton & Co., 1994) [Торн К С *Чёрные дыры и складки времени: Дерзкое наследие Эйнштейна* (М.: Изд-во физико-математической литературы, 2007)]
15. Marolf D, Ori A *Phys. Rev. D* **86** 124026 (2012)
16. Poisson E, Israel W *Phys. Rev. D* **41** 1796 (1990)
17. Ori A *Phys. Rev. D* **61** 024001 (2000)
18. Lehner L, Pretorius F *Phys. Rev. Lett.* **105** 101102 (2010)
19. Gregory R, Laflamme R *Phys. Rev. Lett.* **70** 2837 (1993)
20. Owen R, Brink J, Chen Y, Kaplan J D, Lovelace G, Matthews K D, Nichols D A, Scheel M A, Zhang F, Zimmerman A, Thorne K S *Phys. Rev. Lett.* **106** 151101 (2011)
21. Everitt C W F et al. *Phys. Rev. Lett.* **106** 221101 (2011)
22. Lovelace G, Chen Y, Cohen M, Kaplan J D, Keppel D, Matthews K D, Nichols D A, Scheel M A, Spherhake U *Phys. Rev. D* **82** 064031 (2010); [arXiv:0907.0869](http://arxiv.org/abs/0907.0869)
23. Head-on collision of spinning black holes, <http://www.youtube.com/watch?v=4nM6kf2OAFw>
24. Nichols D A, Zimmerman A, Chen Y, Lovelace G, Matthews K D, Owen R, Zhang F, Thorne K S *Phys. Rev. D* **86** 104028 (2012); [arXiv:1208.3038](http://arxiv.org/abs/1208.3038)
25. Campanelli M, Lousto C O, Zlochower Y, Merritt D *Phys. Rev. Lett.* **98** 231102 (2007); [gr-qc/0702133](http://arxiv.org/abs/gr-qc/0702133)
26. González J A, Hannam M, Spherhake U, Brüggmann B, Husa S *Phys. Rev. Lett.* **98** 231101 (2007); [gr-qc/0702052](http://arxiv.org/abs/gr-qc/0702052)
27. Lousto C O, Zlochower Y *Phys. Rev. D* **83** 024003 (2011); [arXiv:1011.0593](http://arxiv.org/abs/1011.0593)
28. Super-kick black hole merger: Horizon vorticity, <http://www.youtube.com/watch?v=5xJ5MP6-DKQ>
29. Super-kick black hole merger: Horizon tendicity, <http://www.youtube.com/watch?v=43Gs75GNC9Y>
30. Mroué A H, Scheel M A, Szilágyi B et al. *Phys. Rev. Lett.* **111** 241104 (2013); [arXiv:1304.6077](http://arxiv.org/abs/1304.6077)
31. Highly precessing binary black hole run, <http://www.youtube.com/watch?v=grA5KfDIsAY>
32. Foucart F *Phys. Rev. D* **86** 124007 (2012); [arXiv:1207.6304](http://arxiv.org/abs/1207.6304)
33. Foucart F, Duez M D, Kidder L E, Teukolsky S A *Phys. Rev. D* **83** 024005 (2011); [arXiv:1007.4203](http://arxiv.org/abs/1007.4203)
34. Precessing black hole-neutron star merger, <http://www.youtube.com/watch?v=6g807FFZYqM>



35. Abadie J et al. (LIGO Scientific Collab., Virgo Collab.) *Phys. Rev. D* **85** 082002 (2012); arXiv:1111.7314
36. Aasi J et al. (LIGO Scientific Collab., Virgo Collab.) *Phys. Rev. D* **87** 022002 (2013); arXiv:1209.6533
37. Aasi J et al. (LIGO Scientific Collab., Virgo Collab.), LIGO Document P1200087-v18 (2013); <https://dcc.ligo.org/LIGO-P1200087-v18/public>; arXiv:1304.0670
38. Fairhurst S, in *Proc. of the Intern. Conf. on Gravitational and Cosmology (ICGC2011), 14–19 December 2011, Goa, India*; arXiv:1205.6611
39. Deller A T, Bailes M, Tingay S J *Science* **323** 1327 (2009); arXiv:0902.0996
40. O’Shaughnessy R, Kim C, Kalogera V, Belczynski K *Astrophys. J.* **672** 479 (2008); astro-ph/0610076
41. Abadie J et al. (LIGO Scientific Collab., Virgo Collab.) *Class. Quantum Grav.* **27** 173001 (2010); arXiv:1003.2480
42. Pekowsky L, O’Shaughnessy R, Healy J, Shoemaker D *Phys. Rev. D* **88** 024040 (2013); arXiv:1304.3176
43. Ajith P et al. *Class. Quantum Grav.* **29** 124001 (2012)
44. Ajith P et al. *Class. Quantum Grav.* **30** 199401 (2013)
45. Aasi J et al. (LIGO Scientific Collab., Virgo Collab., NINJA-2 Collab.), arXiv:1401.0939
46. Hinder I et al. (The NRAR Collab., Perimeter Institute for Theoretical Physics) *Class. Quantum Grav.* **31** 025012 (2014); arXiv:1307.5307

### Geometrodynamics: the nonlinear dynamics of curved spacetime

**M.A. Scheel, K.S. Thorne**

*Theoretical Astrophysics 350-17, California Institute of Technology,  
Pasadena, CA 91125, USA  
E-mail: kip@caltech.edu*

We review discoveries in the nonlinear dynamics of curved spacetime, largely made possible by numerical solutions of Einstein’s equations. We discuss critical phenomena and self-similarity in gravitational collapse, the behavior of spacetime curvature near singularities, the instability of black strings in 5 spacetime dimensions, and the collision of four-dimensional black holes. We also discuss the prospects for further discoveries in geometrodynamics via observation of gravitational waves.

PACS numbers: **04.20.−q**, 04.25.dg, 04.25.dc, 04.50.Gh

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201404b.0367

Bibliography — 46 references

*Received 9 January 2014*

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **184** (4) 367–378 (2014)

*Physics–Uspekhi* **57** (4) (2014)