Февраль 2014 г. *Том 184, № 2*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ И.Я. ПОМЕРАНЧУКА

Гравитационное четырёхфермионное взаимодействие в ранней Вселенной

А.С. Руденко, И.Б. Хриплович

Если кручение существует, то оно порождает гравитационное четырёхфермионное взаимодействие (ГЧФВ), проявляющееся на планковском масштабе. Исследуется влияние этого взаимодействия на космологию Фридмана – Леметра – Робертсона – Уокера. Получено явное аналитическое решение задачи, в которой учитываются как тензор энергии-импульса, генерируемый ГЧФВ, так и обычный ультрарелятивистский тензор энергии-импульса. Показано, что гравитационное четырёхфермионное взаимодействие не приводит к Большому отскоку.

PACS numbers: **04.20.–q**, **04.62.+v**, **98.80.–k** DOI: 10.3367/UFNr.0184.201402f.0177

Содержание

1. Введение

Согласно общепринятым представлениям, нынешнее расширение Вселенной — это результат Большого взрыва. Достаточно популярна идея, по которой этому расширению предшествовало сжатие с последующим Большим отскоком. Мы исследуем предположение о том, что Большой отскок возникает благодаря гравитационному четырёхфермионному взаимодействию.

Наблюдение, согласно которому взаимодействие фермионов с гравитацией приводит в присутствии кручения (нераспространяющегося) к гравитационному четырёхфермионному взаимодействию аксиальных токов, восходит, по крайней мере, к [1, 2].

Наиболее общая форма гравитационного четырёхфермионного взаимодействия такова:

$$S_{\mathrm{ff}} = \frac{3\pi G\gamma^2}{2(\gamma^2+1)} \int \mathrm{d}^4 x \sqrt{-g}\,\eta_{IJ}\left[\left(1-\beta^2+\frac{2\beta}{\gamma}\right) A^I A^J - \right.$$
$$\left. - 2\alpha\left(\beta-\frac{1}{\gamma}\right) V^I A^J - \alpha^2 V^I V^J\right]. \qquad (1)$$

А.С. Руденко, И.Б. Хриплович. Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН,
просп. Академика Лаврентьева 11, 630090 Новосибирск, Российская Федерация;
Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Российская Федерация
E-mail: a.s.rudenko@inp.nsk.su, khriplovich@inp.nsk.su

Статья поступила 23 ноября 2013 г.

Здесь и ниже G — ньютоновская гравитационная постоянная, g — детерминант метрического тензора, A^I и V^I — полные аксиальный и векторный нейтральные токи соответственно,

$$A^I = \sum_a A_a^I = \sum_a \bar{\psi}_a \gamma^5 \gamma^I \psi_a\,,$$
$$V^I = \sum_a V_a^I = \sum_a \bar{\psi}_a \gamma^I \psi_a\,, \qquad (2)$$

сумма по a в (2) распространяется на все возможные виды элементарных фермионов со спином 1/2; α, β, γ — параметры задачи. Численные значения α, β неизвестны. Что касается так называемого параметра Барберо – Иммирци γ, мы принимаем для него значение $\gamma = 0{,}274$ [3]. Однако точные численные значения этих параметров не очень существенны для нашей задачи.

Вклад AA в выражение (1) соответствует (с точностью до множителя) действию, полученному давно в работах [1, 2]. Затем этот вклад был найден в пределе $\beta \to 0$, $\gamma \to \infty$ в [4]. Нынешняя форма AA-взаимодействия, приведённая в (1), была получена в [5, 6]. Слагаемые VV и VA в (1) были найдены в [7] и [6, 7] соответственно.

Простые размерностные соображения показывают, что взаимодействие (1), пропорциональное ньютоновской постоянной G и квадрату плотности числа частиц n^2, могло бы быть существенным и сравнимым с обычными взаимодействиями только при самых высоких плотностях, т.е. на планковском масштабе.

Достаточно подробные обзоры работ, в которых обсуждается гравитационное четырёхфермионное взаимодействие в связи с космологией, можно найти в [6, 8, 9].

2. Тензор энергии-импульса

Тензор энергии-импульса (ТЭИ) $T^{\mathrm{ff}}_{\mu\nu}$, генерируемый действием (1), таков:

$$
T^{\mathrm{ff}}_{\mu\nu} = -\frac{3\pi}{2}\, G\, \frac{\gamma^2}{\gamma^2+1}\, g_{\mu\nu}\eta_{IJ}\left[\left(1-\beta^2+\frac{2\beta}{\gamma}\right) A^I A^J - 2\alpha\left(\beta-\frac{1}{\gamma}\right) V^I A^J - \alpha^2 V^I V^J\right]. \tag{3}
$$

Неисчезающие компоненты выражения (3), записанного в локально-инерциальной системе, — это плотность энергии $T^{\mathrm{ff}}_{00} = \rho_{\mathrm{ff}}$ и давление $T^{\mathrm{ff}}_{11} = T^{\mathrm{ff}}_{22} = T^{\mathrm{ff}}_{33} = p_{\mathrm{ff}}$ (они снабжены здесь и ниже индексом ff, указывающим на их происхождение от четырёхфермионного взаимодействия; относительно соответствия между ρ, p и компонентами тензора энергии-импульса см. [10, § 35]).

Проанализируем выражения для ρ_{ff} и p_{ff} в случае взаимодействия двух ультрарелятивистских фермионов (с индексами a и b) в локально-инерциальной системе их центра масс (мы следуем здесь работе [11]). Аксиальный и векторный токи фермиона a таковы:

$$
A^I_a = \frac{1}{4E^2}\,\phi^{\dagger}_a\big\{E\,\boldsymbol{\sigma}_a(\mathbf{p}'+\mathbf{p}),\ \ (E^2-\mathbf{p}'\mathbf{p})\,\boldsymbol{\sigma}_a + \mathbf{p}'(\boldsymbol{\sigma}_a\mathbf{p}) + \mathbf{p}(\boldsymbol{\sigma}_a\mathbf{p}') - \mathrm{i}\mathbf{p}'\times\mathbf{p}\big\}\,\phi_a = \frac{1}{4}\,\phi^{\dagger}_a\big\{\boldsymbol{\sigma}_a(\mathbf{n}'+\mathbf{n})\,,\ (1-\mathbf{n}'\mathbf{n})\times \boldsymbol{\sigma}_a + \mathbf{n}'(\boldsymbol{\sigma}_a\,\mathbf{n}) + \mathbf{n}\,(\boldsymbol{\sigma}_a\mathbf{n}') - \mathrm{i}\mathbf{n}'\times\mathbf{n}\big\}\,\phi_a\,, \tag{4}
$$

$$
V^I_a = \frac{1}{4E^2}\,\phi^{\dagger}_a\big\{E^2 + \mathbf{p}'\mathbf{p} + \mathrm{i}\boldsymbol{\sigma}_a[\mathbf{p}'\times\mathbf{p}]\,,\ E\left(\mathbf{p}'+\mathbf{p} - \mathrm{i}\boldsymbol{\sigma}_a\times (\mathbf{p}'-\mathbf{p})\right)\big\}\,\phi_a = \frac{1}{4}\,\phi^{\dagger}_a\big\{1+\mathbf{n}'\mathbf{n} + \mathrm{i}\boldsymbol{\sigma}_a[\mathbf{n}'\times\mathbf{n}]\,,\ \mathbf{n}'+\mathbf{n} - \mathrm{i}\boldsymbol{\sigma}_a\times(\mathbf{n}'-\mathbf{n})\big\}\,\phi_a\,. \tag{5}
$$

Здесь E — энергия фермиона a, ϕ_a — двухкомпонентный спинор, $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$ — орты начального и конечного импульсов $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}'$ соответственно; в обсуждаемых экстремальных условиях массами всех фермионов можно пренебречь. В системе центра масс аксиальный и векторный токи фермиона b получаются из этих выражений заменой знаков: $\mathbf{n} \to -\mathbf{n}$, $\mathbf{n}' \to -\mathbf{n}'$. Затем после усреднения по направлениям $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$ мы приходим к следующим квазиклассическим выражениям для неисчезающих компонент тензора энергии-импульса, т.е. для плотности энергии ρ_{ff} и давления p_{ff}:

$$
\rho_{\mathrm{ff}} = T_{00} = -\frac{\pi}{48}\, G\,\frac{\gamma^2}{\gamma^2+1}\sum_{a,\,b} n_a n_b\left[\left(1-\beta^2+\frac{2\beta}{\gamma}\right)\times\left(3-11\langle\boldsymbol{\sigma}_a\boldsymbol{\sigma}_b\rangle\right) - \alpha^2\left(60-28\langle\boldsymbol{\sigma}_a\boldsymbol{\sigma}_b\rangle\right)\right] = -\frac{\pi}{48}\, G\,\frac{\gamma^2}{\gamma^2+1}\, n^2\left[\left(1-\beta^2+\frac{2\beta}{\gamma}\right)\times(3-11\zeta) - \alpha^2(60-28\zeta)\right], \tag{6}
$$

$$
p_{\mathrm{ff}} = T_{11} = T_{22} = T_{33} = \frac{\pi}{48}\, G\,\frac{\gamma^2}{\gamma^2+1}\sum_{a,\,b} n_a\, n_b \times\left[\left(1-\beta^2+\frac{2\beta}{\gamma}\right)\left(3-11\langle\boldsymbol{\sigma}_a\boldsymbol{\sigma}_b\rangle\right) - \alpha^2\left(60-28\langle\boldsymbol{\sigma}_a\boldsymbol{\sigma}_b\rangle\right)\right] = \frac{\pi}{48}\, G\frac{\gamma^2}{\gamma^2+1}\, n^2\left[\left(1-\beta^2+\frac{2\beta}{\gamma}\right)\times(3-11\zeta) - \alpha^2(60-28\zeta)\right]. \tag{7}
$$

Здесь и ниже n_a и n_b — плотности числа частиц для соответствующих сортов фермионов и антифермионов, $n = \sum_a n_a$ — полная суммарная плотность фермионов и антифермионов, суммирование $\sum_{a,b}$ распространяется на все сорта фермионов и антифермионов; $\zeta = \langle\boldsymbol{\sigma}_a\boldsymbol{\sigma}_b\rangle$ — среднее значение произведения соответствующих $\boldsymbol{\sigma}$-матриц, предположительно универсальное для любых $a \neq b$. Поскольку число сортов фермионов и антифермионов велико, здесь можно пренебречь по численным причинам вкладом обменных и аннигиляционных диаграмм, а также воспользоваться тем обстоятельством, что если $\boldsymbol{\sigma}_a$ и $\boldsymbol{\sigma}_b$ относятся к одной и той же частице, то $\langle\boldsymbol{\sigma}_a\boldsymbol{\sigma}_b\rangle = 3$. Вполне естественно, что после усреднения по ориентациям всех импульсов P-нечётные вклады VA в ρ_{ff} и p_{ff} обращаются в нуль.

Возникающее в результате уравнение состояния таково:

$$
\rho_{\mathrm{ff}} = -p_{\mathrm{ff}} = -\frac{\pi}{48}\, G\,\frac{\gamma^2}{\gamma^2+1}\, n^2 \times\left[\left(1-\beta^2+\frac{2\beta}{\gamma}\right)(3-11\zeta) - \alpha^2(60-28\zeta)\right]. \tag{8}
$$

Четырёхфермионную плотность энергии (8) удобно представить в виде

$$
\rho_{\mathrm{ff}} = \varepsilon G n^2,\quad \varepsilon = -\frac{\pi}{48}\,\frac{\gamma^2}{\gamma^2+1}\times\left[\left(1-\beta^2+\frac{2\beta}{\gamma}\right)(3-11\zeta) - \alpha^2(60-28\zeta)\right]. \tag{9}
$$

Параметр $\zeta = \langle\boldsymbol{\sigma}_a\boldsymbol{\sigma}_b\rangle$ для $a \neq b$, просто по своему физическому смыслу, может в принципе изменяться в интервале от 0 (что соответствует полной температурной некогерентности или антиферромагнитному упорядочению) до 1 (что соответствует полному ферромагнитному упорядочению). Соответственно, ε изменяется от

$$
\varepsilon = -\frac{\pi}{16}\,\frac{\gamma^2}{\gamma^2+1}\left(1-\beta^2+\frac{2\beta}{\gamma}-20\alpha^2\right)\ \text{при}\ \zeta = 0 \tag{10}
$$

до

$$
\varepsilon = \frac{\pi}{6}\,\frac{\gamma^2}{\gamma^2+1}\left(1-\beta^2+\frac{2\beta}{\gamma}+4\alpha^2\right)\ \text{при}\ \zeta = 1\,. \tag{11}
$$

Для последующего анализа абсолютное численное значение параметра ε несущественно. Однако его знак, который важен для физических выводов, зависит от α, β и ζ. Впрочем, что касается ζ, то в обсуждаемых экстремальных условиях высоких плотностей и высоких температур, это среднее значение, по всей вероятности, пренебрежимо мало.

Перейдём теперь к вкладу обычного вещества в плотность энергии и давление. Для экстремальных плотностей, при которых гравитационное четырёхфермионное взаимодействие становится существенным, это обычное вещество заведомо ультрарелятивистское, так что его вклад в плотность энергии можно записать просто по соображениям размерности в виде

$$
\rho = \nu n^{4/3}\,, \tag{12}
$$

где ν — численный множитель. Одна степень, $n^{1/3}$, в правой части (12) — оценка средней энергии частицы. Другой множитель n в правой части (12) — полная плотность ультрарелятивистских частиц и античастиц, фермионов и бозонов. Поскольку бозоны также дают вклад в полную плотность энергии, этот множитель должен превышать плотность фермионов n, входящую в прежние четырёхфермионные выражения. Эта разность, однако, учтена в (12) множителем ν. Так же как и в случае с $\rho_{\rm ff}$, естественно предположить, что ρ не зависит от спиновых корреляций.

Обратимся теперь к тензору энергии-импульса обычного ультрарелятивистского вещества. Поскольку наша задача изотропна, смешанные компоненты ТЭИ должны обращаться в нуль:

$$T_{0m} = T_{m0} = 0\,, \quad m = 1, 2, 3\,.$$

Далее, пространственные компоненты ТЭИ можно диагонализовать, так что вследствие всё той же изотропии мы приходим к

$$T_{11} = T_{22} = T_{33}\,.$$

Наконец, след ТЭИ ультрарелятивистского вещества должен обратиться в нуль, $T_\mu^\mu = 0$. Таким образом, обсуждаемый ТЭИ записывается в виде

$$T_\nu^\mu = \rho\,\mathrm{diag}\left(1, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right),$$
$$\text{или} \quad T_{\mu\nu} = \rho\,\mathrm{diag}\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right). \tag{13}$$

Здесь и ниже ρ — плотность энергии обычного ультрарелятивистского вещества; давление p этого вещества равно $\rho/3$.

При $\rho_{\rm ff} \sim Gn^2$, т.е. на масштабе, близком к планковскому, гравитационное четырёхфермионное взаимодействие становится сравнимым с $\rho \sim n^{4/3}$, так что на этом масштабе оба вклада должны учитываться совместно. К сожалению, в наших прежних работах на эту тему вклад обычного ультрарелятивистского вещества не рассматривался.

3. Уравнения Фридмана – Леметра – Робертсона – Уокера

Мы предполагаем, что даже на масштабах, близких к планковскому, Вселенная остаётся однородной и изотропной, так что её можно описывать метрикой Фридмана – Леметра – Робертсона – Уокера (ФЛРУ)

$$\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}t^2 - a^2(t)\left[\mathrm{d}r^2 + f(r)\,(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi^2)\right], \tag{14}$$

где $f(r)$ зависит от топологии Вселенной в целом,

$$f(r) = r^2, \quad \sin^2 r\,, \quad \sinh^2 r$$

для пространственно плоской, замкнутой и открытой Вселенной соответственно.

Полная плотность энергии и полное давление таковы:

$$\rho_{\rm tot} = \rho_{\rm ff} + \rho\,, \quad p_{\rm tot} = -\rho_{\rm ff} + \frac{1}{3}\,\rho\,.$$

Заметим, что $\rho_{\rm ff}$ и ρ входят в выражение для полного давления с противоположными знаками. Этот факт обусловлен различной алгебраической структурой тензоров $T^{\rm ff}$ и T. В смешанных компонентах первый из них пропорционален $\delta_\nu^\mu = \mathrm{diag}\,(1,1,1,1)$, а второй пропорционален $\mathrm{diag}\,(1\,, -1/3, -1/3\,, -1/3)$.

В результате уравнения Эйнштейна для ФЛРУ-метрики (14) приобретают вид

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\,\rho_{\rm tot} = \frac{8\pi G}{3}\,(\rho_{\rm ff} + \rho)\,, \tag{15}$$

$$\frac{\ddot a}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\,(\rho_{\rm tot} + 3p_{\rm tot}) = \frac{8\pi G}{3}\,(\rho_{\rm ff} - \rho)\,. \tag{16}$$

Параметр k в уравнении (15) равен 0, 1 и -1 для пространственно плоской, замкнутой и открытой Вселенной соответственно. Эти уравнения приводят к следующему закону сохранения:

$$\dot\rho_{\rm tot} + 3\,\frac{\dot a}{a}\,(\rho_{\rm tot} + p_{\rm tot}) = \dot\rho_{\rm ff} + \dot\rho + 4\,\frac{\dot a}{a}\,\rho = 0\,. \tag{17}$$

Конечно, в отсутствие четырёхфермионного взаимодействия, т.е. при $\rho_{\rm ff} = 0$, уравнение (17) сводится к хорошо известному закону для обычного ультрарелятивистского вещества: $\dot\rho + 4(\dot a/a)\,\rho = 0$.

С другой стороны, в отсутствие обычного вещества, т.е. при $\rho = 0$, уравнение (17) вырождается в $\dot\rho_{\rm ff} = 0$. Это вполне естественно, поскольку тензор энергии-импульса (3), порождаемый четырёхфермионным взаимодействием, может сохраняться сам по себе только при условии $\rho_{\rm ff} = \mathrm{const}$ [12].

На самом деле наблюдательные данные свидетельствуют о том, что наша Вселенная плоская, т.е. $k = 0$. Тогда уравнение (15) упрощается до

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\,(\rho_{\rm ff} + \rho)\,. \tag{18}$$

Естественно полагать, что если гравитационное четырёхфермионное взаимодействие существует, то уравнения (15)–(18) так же справедливы, как и обычные уравнения ФЛРУ в отсутствие гравитационного четырёхфермионного взаимодействия.

4. Решения и выводы

Перейдём теперь к решению ФЛРУ-уравнений. При подстановке

$$a(t) = a_0 \exp f(t) \tag{19}$$

(16) и (18) преобразуются в уравнения

$$\frac{8\pi G}{3}\,(\rho_{\rm ff} + \rho) = \dot f^2\,, \tag{20}$$

$$\frac{8\pi G}{3}\,\rho = -\frac{1}{2}\,\ddot f. \tag{21}$$

Теперь, дифференцируя уравнение (20) по t и комбинируя результат с (21), приходим к следующему решению:

$$f = -\frac{3}{4\nu}\,\varepsilon G n^{2/3} - \frac{1}{3}\ln n\,, \tag{22}$$

численный множитель ν был введён в соотношении (12). Стоит сделать следующее замечание, касающееся отно-

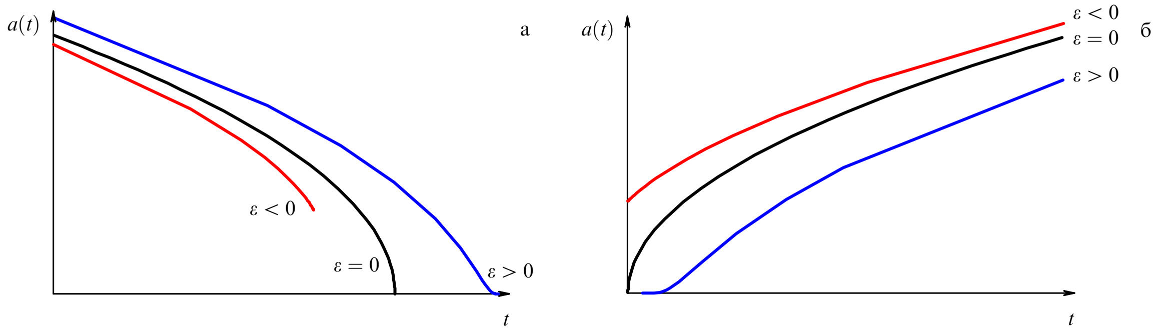

Рисунок. Зависимость масштабного фактора от времени при сжатии (а) и расширении (б).

шения $\varepsilon G/v$ в этом выражении. Легко показать, что в отсутствие четырёхфермионного взаимодействия именно соотношение $f = -(1/3)\ln n$ приводит к закону $a(t) = \sqrt{t}$. Тогда становится вполне естественным, что относительный вклад четырёхфермионного взаимодействия входит в формулу (22) через отношение $\varepsilon G/v$.

Таким образом, получаем

$$a(t) = a_0 \exp f(t) \sim n^{-1/3} \exp\left(-\frac{3}{4v}\,\varepsilon G n^{2/3}\right). \tag{23}$$

Введём безразмерное отношение $\xi(t)$ четырёхфермионной плотности энергии $\rho_{\rm ff}$ к плотности энергии ρ ультрарелятивистского вещества:

$$\xi(t) = \frac{\rho_{\rm ff}}{\rho} = \frac{\varepsilon G}{v}\,n^{2/3}\,. \tag{24}$$

Тогда

$$a(t) \sim \frac{1}{\sqrt{\xi(t)}} \exp\left(-\frac{3}{4}\,\xi(t)\right). \tag{25}$$

Используя уравнения (20) и (22), мы приходим к

$$\dot\xi = \mp\frac{4}{3}\sqrt{\frac{8\pi G}{3}}\,\frac{v^{3/2}}{\varepsilon G}\,\xi^2\,\frac{\sqrt{\xi+1}}{\xi+2/3}\,, \tag{26}$$

что в свою очередь приводит к следующим соотношениям между ξ и t:

$$\ln\left(\frac{\sqrt{\xi(t)}}{1+\sqrt{1+\xi(t)}}\right) - \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{1+\xi(t)}}{\xi(t)} = \mp\sqrt{\frac{8\pi G}{3}}\,\frac{v^{3/2}}{\varepsilon G}\,t + \mathrm{const} \quad \text{при} \quad \varepsilon > 0\,, \tag{27}$$

$$-\ln\left(\frac{\sqrt{|\xi(t)|}}{1+\sqrt{1-|\xi(t)|}}\right) - \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{1-|\xi(t)|}}{|\xi(t)|} = \mp\sqrt{\frac{8\pi G}{3}}\,\frac{v^{3/2}}{|\varepsilon|\,G}\,t + \mathrm{const} \quad \text{при} \quad \varepsilon < 0\,. \tag{28}$$

Константы в правых частях уравнений (27) и (28) определяются начальными условиями. Знаки $-$ и $+$ в формулах (26)–(28) относятся к расширению и сжатию соответственно.

Физические следствия формулы (23) для положительных и отрицательных значений параметра ε совершенно различны.

Для положительных ε оба множителя в (23), $n^{-1/3}$ и $\exp[-3/(4v)\,\varepsilon G n^{2/3}]$, так же как и их произведение $a(t)$, стремятся к нулю вместе с возрастающей плотностью n. Чтобы проанализировать это сжатие, перепишем уравнения (16), (18) следующим образом:

$$\dot a = -\sqrt{\frac{8\pi G}{3}}\,a\sqrt{\rho_{\rm ff}+\rho}\,, \tag{29}$$

$$\ddot a = \frac{8\pi G}{3}\,a(\rho_{\rm ff}-\rho)\,. \tag{30}$$

В начальный момент, когда $\rho_{\rm ff} \ll \rho$, обе производные, $\dot a$ и $\ddot a$, отрицательны, так что Вселенная сжимается с ускорением. Затем при $\rho_{\rm ff} = \rho$ ускорение $\ddot a$ меняет знак, однако $\dot a$ остаётся отрицательным, так что сжатие Вселенной замедляется. В силу соотношений (23) и (27) a сжимается до нуля за конечное время. Благодаря экспоненциальному множителю в (23) $\dot a$ и $\ddot a$ также обращаются в нуль в этот момент (кривая $\varepsilon > 0$ на рис. а). Таким образом, отталкивающее гравитационное четырёхфермионное взаимодействие не останавливает коллапс, а только замедляет его скорость. Асимптотическое поведение $a(t)$ таково:

$$a(t) \sim (t_1 - t)\,\exp\left(-\frac{9\varepsilon^2 G}{128\pi v^3}\,\frac{1}{(t_1-t)^2}\right), \tag{31}$$

здесь t_1 — момент коллапса при $\varepsilon > 0$.

При отрицательном ε ситуация иная. В этом случае правая часть уравнения (25),

$$a(t) \sim \frac{1}{\sqrt{|\xi(t)|}}\exp\left(\frac{3}{4}|\xi(t)|\right),$$

достигает своего минимального значения при $|\xi_{\rm m}| = 2/3$, т.е. дальнейшее убывание $a(t)$ прекращается. Однако, как следует из (18), скорость сжатия $\dot a$ в этой точке не обращается в нуль, а остаётся конечной (кривая $\varepsilon < 0$ на рис. а). В некотором смысле ситуация здесь напоминает имеющую место в стандартной космологии с ультрарелятивистским веществом: в ней $a(t) \sim \sqrt{t_0 - t} \to 0$ при $t \to t_0$ (t_0 — момент коллапса в данном случае), хотя в этой точке $\dot a$ не обращается в нуль, а стремится к бесконечности (кривая $\varepsilon = 0$ на рис. а). В стандартной космологии мы не ожидаем, что это сжатие в точку сменится расширением. Поэтому и в нашем случае при $\varepsilon < 0$ вполне естественно принять, что сжатие не переходит в расширение.

Таким образом, вопреки возможным наивным ожиданиям [11], гравитационное четырёхфермионное взаимодействие не приводит к Большому отскоку.

В заключение заметим, что трудно представить себе реальную возможность обнаружить какой-либо эффект гравитационного четырёхфермионного взаимодействия.

Благодарности. Мы признательны В.В. Соколову за полезное обсуждение.

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 11-02-00792-а), Министерством образования и науки Российской Федерации и грантом Правительства Российской Федерации 11.G34.31.0047.

Список литературы

1. Kibble T W B *J. Math. Phys.* **2** 212 (1961)
2. Родичев В И *ЖЭТФ* **40** 1469 (1961) [Rodichev V I *Sov. Phys. JETP* **13** 1029 (1961)]
3. Коркин Р В, Хриплович И Б *ЖЭТФ* **122** 5 (2002) [Korkin R V, Khriplovich I B *JETP* **95** 1 (2002)]; gr-qc/0112074
4. Kerlick G D *Phys. Rev. D* **12** 3004 (1975)
5. Perez A, Rovelli C *Phys. Rev. D* **73** 044013 (2006); gr-qc/0505081
6. Magueijo J, Zlosnik T G, Kibble T W B *Phys. Rev. D* **87** 063504 (2013); arXiv:1212.0585
7. Freidel L, Minic D, Takeuchi T *Phys. Rev. D* **72** 104002 (2005); hep-th/0507253
8. Shapiro I L *Phys. Rep.* **357** 113 (2002); hep-th/0103093
9. de Berredo-Peixoto G et al. *JCAP* (06) 017 (2012); arXiv:1201.5423
10. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988) [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1980)]
11. Khriplovich I B, in *Low Dimensional Physics and Gauge Principles: Matinyan's Festschrift, World Scientific* (Eds V G Gurzadyan, A Klümper, A G Sedrakyan) (Singapore: World Scientific, 2012) p. 183; arXiv:1203.5875
12. Khriplovich I B, Rudenko A S *JCAP* (11) 040 (2012); arXiv:1210.7306

Gravitational four-fermion interaction in the early Universe

A.S. Rudenko, I.B. Khriplovich
G.I. Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences,
prosp. Akademika Lavrent'eva 11, 630090 Novosibirsk, Russian Federation;
Novosibirsk State University
ul. Pirogova 2, 630090 Novosibirsk, Russian Federation
E-mail: *a.s.rudenko@inp.nsk.su*, *khriplovich@inp.nsk.su*

If torsion exists, it generates gravitational four-fermion interaction (GFFI), essential on the Planck scale. We analyze the influence of this interaction on the Friedmann – Lemaitre – Robertson – Walker cosmology. Explicit analytical solution is derived for the problem where both the energy-momentum tensor generated by GFFI and the common ultrarelativistic energy-momentum tensor are included. We demonstrate that gravitational four-fermion interaction does not result in a Big Bounce.

PACS numbers: **04.20.–q**, **04.62.+v**, **98.80.–k** DOI: 10.3367/UFNr.0184.201402f.0177

Bibliography — 12 references *Received 23 November 2013*

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **184** (2) 177 – 181 (2014) *Physics – Uspekhi* **57** (2) (2014)