

## О суперпозиции, перепутанности и о том, как вырастить кота Шрёдингера

Д.Дж. Вайнленд

(Нобелевская лекция. Стокгольм, 8 декабря 2012 г.)

PACS numbers: 03.67.Bg, 03.67.Lx, 37.10. – x

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201410f.1089

### Содержание

1. Введение (1089).
  2. Первые шаги к квантовому контролю (1090).
  3. Управление квантовыми уровнями отдельных ионов в ловушках (1091).
  4. Управление движением иона на квантовом уровне (1093).
  5. Кот Шрёдингера (1095).
  6. Связь с квантовой информацией (1095).
    - 6.1. Квантовое моделирование. 6.2. Спектроскопия и квантовая метрология.
  7. Заключение (1098).
- Список литературы (1098).

### 1. Введение

Управлять квантовыми системами пытались во многих лабораториях начиная со времени открытия квантовой механики. В первой половине XX века хорошей базой для проверки постулатов квантовой механики была атомная физика, позволявшая измерять разности энергий внутренних состояний атомов и изучать взаимодействие атомов с излучением. Появление спектрально чистых перестраиваемых источников света, таких как мазеры и лазеры, значительно повысило уровень этих исследований, позволив когерентно управлять внутренними состояниями атомов и приготавливать атомы в заданной суперпозиции состояний, как, например, в методе Рамзея [1]. В последнее время научились управлять и внешними состояниями (состояниями движения) атомов. Лазерное охлаждение и другие методы охлаждения позволили приготовить начальные состояния атомов для многих интересных экспериментов, как, например, бозе-эйнштейновская конденсация. Похожими методами во многих лабораториях мира управляют квантовыми состояниями квазиатомов в конденсированных средах. Дать достойное описание всем этим работам представляется слишком сложной задачей, поэтому в своём рассказе я ограничусь описанием экспериментов по

управлению внутренними и внешними квантовыми состояниями ионов в ловушках.

Для точного контроля любой системы необходимы приборы управления с низким уровнем шума, а также изоляция системы от окружающей среды. Поскольку приборы можно рассматривать как часть окружающей среды, предполагается, что система должна быть изолирована от её неконтролируемых или шумных частей. Простой пример управления квантовой системой относится к ядерному магнитному резонансу, где спины макроскопического ансамбля протонов в состоянии  $|\downarrow\rangle$  (спин противоположен приложенному магнитному полю) могут быть переведены в заданную суперпозицию состояний  $\alpha|\downarrow\rangle + \beta|\uparrow\rangle$  ( $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ) с помощью приложения резонансного радиочастотного поля в течение определённого промежутка времени. Несмотря на то что ансамбль является макроскопическим, в данном случае каждый спин независим от других и ведёт себя как отдельная квантовая система.

Но ещё в 1935 г. Эрвин Шрёдингер (Erwin Schrödinger) [2] понял, что в общем случае при описании макроскопической системы квантовая механика должна применяться более сложным образом, и это может привести к очень необычным последствиям. В его конкретном примере система состоит из одиночной радиоактивной частицы и кота, помещённых в механизм, в котором при распаде частицы выделяется смертельный для кота яд. Следуя квантовой механике, мы представляем квантовые состояния нераспавшейся и распавшейся радиоактивных частиц соответственно как  $|\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\rangle$ , а состояния живого и мёртвого кота — как  $|L\rangle$  и  $|D\rangle$ . Если система изначально находится в состоянии с волновой функцией  $|\uparrow\rangle|L\rangle$ , то по истечении времени, равного периоду полураспада частицы, согласно квантовой механике система эволюционирует в состояние, в котором кот одновременно жив и мёртв, что выражается суперпозицией волновых функций:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\rangle|L\rangle + |\downarrow\rangle|D\rangle]. \quad (1)$$

Шрёдингер назвал это состояние перепутанным, поскольку состояние частицы коррелирует с состоянием кота. Поэтому, если частица не распалась, то можно с уверенностью сказать, что кот жив, и наоборот. Но до

Д.Дж. Вайнленд (D.J. Wineland). National Institute of Standards and Technology, Boulder, CO, USA;  
University of Colorado, Boulder, CO, USA

измерения частица и кот находятся одновременно в обоих состояниях. Шрёдингер (и многие другие) был озадачен данной экстраполяцией квантовой механики отдельных квантовых систем на макроскопический мир. Рассматривая один из способов разрешить этот парадокс, в 1952 г. Шрёдингер [3, 4] писал:

"... мы никогда не экспериментируем с одним-единственным атомом, электроном или (малой) молекулой. В мысленных опытах мы иногда предполагаем, что экспериментируем с одной частицей, но это, несомненно, приводит к нелепейшим последствиям..."

Сейчас, конечно же, это утверждение несправедливо, и мы на самом деле можем проводить эксперименты с отдельными квантовыми системами или с их малым числом, приготавливая их в заданной суперпозиции состояний или в перепутанных состояниях. Наше управление системой является наиболее точным, когда мы работаем с очень малым числом частиц. Это позволяет реализовать множество мысленных экспериментов, которые послужили отправной точкой в дискуссиях между Шрёдингером и другими основателями квантовой механики. Мы также умеем приготавливать малые модели кота Шрёдингера, которые, хотя и совсем не являются макроскопическими, но обладают теми же базовыми атрибутами. Сейчас представляется, что наша неспособность создать макроскопических "котов" обусловлена чисто техническими, а не фундаментальными ограничениями. Стоит отметить, что эти технические ограничения считаются труднопреодолимыми, но можно быть оптимистом и надеяться, что с развитием технологий размер этих "котов" увеличится.

Данная статья основана на лекции, которую я прочитал на церемонии вручения Нобелевской премии в 2012 г. В основном это история нашей группы в Национальном институте стандартов и технологий (NIST) в Боулдере, Колорадо, работа которой внесла вклад в развитие управления квантовыми состояниями ионов в ловушках. Это будет похоже на персональную экскурсию, показывающую мой личный взгляд на развитие данной области и отмечающую важные вклады других учёных. Для меня история началась, когда я был студентом.

## 2. Первые шаги к квантовому контролю

С 1965 по 1970 гг. я был аспирантом в группе Нормана Рамзея (Norman Ramsey) в Гарвардском университете. Незадолго до этого Норман, его близкий коллега Дэн Клеппнер (Dan Kleppner) и студент Марк Голденберг (Mark Goldenberg) изобрели и продемонстрировали работу первых водородных мазеров [5, 6]. В продолжение тех исследований Норман хотел провести точные измерения сверхтонкого расщепления всех трёх изотопов водорода, и я решил работать с дейтерием. Эксперимент был сравнительно простым, но единственное осложнение было связано с довольно большой длиной волны ( $\lambda = 92$  см) сверхтонкого перехода дейтерия по сравнению со сверхтонким переходом водорода ( $\lambda = 21$  см) [7]. Важно, что этот эксперимент научил меня замечать и контролировать как можно точнее все эффекты, связанные с влиянием окружающей среды, которые могли бы смещать измеряемое значение частоты перехода относительно значения для изолированного атома. С удовольствием работая над этой

задачей, я был поражён величиной времени когерентности суперпозиционных состояний ( $\sim 1$  с в мазерах) и значением их роли в атомных часах. В 1989 г. Норман получил Нобелевскую премию по физике за изобретение метода разнесённых осциллирующих полей в спектроскопии и создание водородного мазера [1].

В студенческие годы я был заинтригован экспериментами Ханса Демельта (Hans Dehmelt) и его коллег Норвала Фортсона (Norval Fortson), Фуада Мейджора (Fouad Major) и Ханса Шюсслера (Hans Schuessler) в Университете Вашингтона. Ловушки для ионов с высоким вакуумом имели несколько важных для точной спектроскопии преимуществ, включая отсутствие доплеровских сдвигов первого порядка и сильное подавление столкновительных сдвигов. Используя ионную радиочастотную ловушку (Пауля), эта группа из Вашингтона провела высокоточные измерения частоты сверхтонкого перехода иона  $^3\text{He}^+$ , который имеет внутреннюю структуру, схожую с водородом. Одна из проблем заключалась в том, что нельзя было осуществить (как и в настоящее время) детектирование оптической накачкой, поскольку для этого необходимы короткие длины волн. Поэтому для детектирования пришлось провести героическую серию экспериментов, где состояние приготавливалось за счёт обмена зарядом с поляризованным пучком атомов Cs, который проходил через ионы. Детектирование заключалось в осуществлении процесса переноса заряда ( $^3\text{He}^+ + \text{Cs} \rightarrow ^3\text{He} + \text{Cs}^+$ ), который зависел от внутреннего состояния  $^3\text{He}^+$ , и дальнейшем определении числа убывших ионов  $^3\text{He}^+$  путём измерения тока, индуцированного ионами в электродах ловушки [8, 9].

Именно эти эксперименты впервые привлекли моё внимание к области ионных ловушек. Несмотря на это, моя кандидатская работа с Демельтом, начатая осенью 1970 г., заключалась в экспериментах другого типа: несколько электронов находились в ловушке Пеннинга и нужно было выполнить точное измерение магнитного момента электрона или его  $g$ -фактора. Эти эксперименты были начаты студентом Демельта, Фредом Уоллсом (Fred Walls), который впоследствии стал моим коллегой в Национальном бюро стандартов (NBS). Через некоторое время стало ясно, что систематические эффекты в эксперименте было бы легче контролировать, если бы эксперимент проводился с отдельными электронами. Поэтому первая задача заключалась в том, чтобы изолировать одиночный электрон в ловушке. Это было достигнуто следующим образом: в ловушку помещалось малое число электронов, которым сообщалось движение, близкое к гармоническому ( $\sim 60$  МГц), вдоль направления магнитного поля. Это движение можно было детектировать, измеряя токи, индуцированные в электродах (пропорциональные числу электронов). При увеличении силы воздействия до критического значения один из электронов приобретёт достаточно энергии, чтобы удариться об электрод ловушки и выйти из неё. Скачки в индуцированном токе дают информацию о том, когда в ловушке останется один электрон [10]. Последовательные эксперименты на одиночных электронах, проведённые Робертом Ван Диком (Robert Van Dyck), Полом Швинбергом (Paul Schwinberg) и Демельтом, позволили точно измерить  $g$ -фактор электрона [11, 12]. За эти измерения, а также за разработку ионных ловушек, Демельт, Вольфганг Пауль (Wolfgang Paul) и Рамзей получили в 1989 г. Нобелевскую премию.

Среди различных мод движения одиночной заряженной частицы в ловушке Пеннинга есть одна симметричная относительно оси ловушки циркулярная мода, которую называют магнетронной модой. В экспериментах по измерению  $g$ -фактора электрона необходимо было локализовать электрон как можно ближе к оси ловушки, уменьшая амплитуду этой моды. Можно было использовать один из видов охлаждения методом боковой полосы (sideband cooling) [13, 14], как было показано в работе [15]. В это время я также был вдохновлён статьями Артура Ашкина (Arthur Ashkin) [16, 17] о возможности лазерного управления движением атомов за счёт светового давления. Основываясь на охлаждении электронов методом боковой полосы, Демельт и я придумали схему для охлаждения движения ионов в ловушках при помощи лазерных пучков [18] (см. ниже). Охлаждение можно было также объяснить, используя зависимость светового давления от скорости, как это было сделано одновременно с нами Тэдом Хеншем (Ted Hänsch) и Артом Шавлоу (Art Schawlow) [19]. В то время мы не могли предвидеть все возможные применения лазерного охлаждения, но было ясно, что оно будет важно для спектроскопии ионов в ловушках высокого разрешения. К примеру, наибольшая систематическая погрешность в экспериментах с  ${}^3\text{He}^+$  [9] была связана с неопределённостью релятивистской поправки, которую можно уменьшить при охлаждении.

Летом 1975 г. я занял позицию в Отделении времени и частоты NIST (тогда NBS). В качестве первого задания я должен был помочь провести измерения эталона секунды — частоты сверхтонкого расщепления цезия. Измерительный прибор NBS-6 был собран Дэвидом Глэйзом (David Glaze). Это был обычный прибор с атомным пучком, но с большим расстоянием между зонами Рамзея, равным 3,75 м. При помощи него мы достигли относительной точности  $0,9 \times 10^{-13}$  [20]. Тогда отделение больше занималось прикладными задачами, почти не проводя фундаментальных исследований. К счастью, глава моей группы Хелмут Хелвиг (Helmut Hellwig) имел прогрессивный взгляд на будущее отделения и смог получить поддержку NBS, чтобы начать эксперименты по лазерному охлаждению. Благодаря этой поддержке, а также гранту Фонда военно-морских исследований (Office of Naval Research, ONR) осенью 1977 г. мы смогли начать проект по лазерному охлаждению. Вместе с Робертом Друллингером (Robert Drullinger), местным экспертом по лазерам, и Фредом Уоллсом (Fred Walls) мы решили использовать  ${}^{24}\text{Mg}^+$  из-за его простой электронной структуры и ловушки Пеннинга, так как мы уже имели опыт работы с ними. Это было восхитительное время — работа над проектом, который сами выбрали. К весне 1978 г. мы получили первые результаты по охлаждению [21]. В экспериментах мы измеряли токи, индуцированные в электродах ловушки тепловым движением ионов, таким образом проводя прямое измерение температуры ионов. Тем временем группа Петера Тошека (Peter Toschek) в Гейдельберге (к которой присоединился Демельт, находившийся в то время в творческом отпуске) пыталась достичь той же цели, используя ионы  $\text{Ba}^+$ , помещённые в ловушку Пауля. Вместе с коллегами Вернером Нойхаузером (Werner Neuhauser) и Мартином Хохенштаттом (Martin Hohenstatt) они одновременно с нами наблюдали охлаждение [22], детектируя увеличение времени жизни ионов в

ловушке. Хотя между группами не было никакой связи, рукописи были получены журналом *Physical Review Letters* почти одновременно, с разницей в один день (группа Петера Тошека обогнала нас на один день!). Охлаждение, которое наблюдалось в обоих экспериментах, принято называть доплеровским, в этом случае частота колебаний ионов меньше, чем ширина линии охлаждающего перехода. У теоретических групп начал появляться интерес к охлаждению, некоторые ранние работы обсуждаются в [23–25].

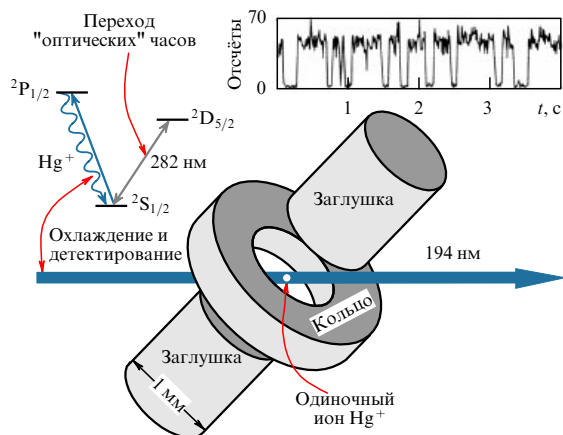
Охлаждение, конечно же, позволило начать создание более точных часов, и в 1985 г. результатом работы с Джоном Боллингером (John Bollinger), Джоном Престажем (John Prestage) и Вейном Итано (Wayne Itano) была демонстрация работы первых часов, в которых использовалось лазерное охлаждение [26]. Однако для нас как физиков процесс охлаждения был сам по себе захватывающим. Помимо применения в часах, охлаждение в конечном счёте могло бы привести к способности достигать нижних квантовых состояний движения частицы в ловушке и управлять ими (см. ниже).

### 3. Управление квантовыми уровнями отдельных ионов в ловушках

Следующим очевидным шагом было изолировать одиночный ион. Помимо эстетической привлекательности подобного эксперимента, как и эксперимента с одиночными электронами, в данном случае систематические погрешности спектроскопии минимальны [27]. Наблюдая скачки в интенсивности лазерной флуоресценции ионов, группа в Гейдельберге смогла изолировать одиночные ионы  $\text{Ba}^+$  [28]. Используя данный метод "скачков" флуоресценции, мы с Вейном Итано детектировали одиночные ионы  ${}^{24}\text{Mg}^+$  [29]. Группа в Гейдельберге также сделала фотографии одиночного иона, и поскольку длина волны флуоресценции у него достаточно велика (493 нм), одиночный ион  $\text{Ba}^+$  при помощи увеличителя можно было наблюдать человеческим глазом!

Для экспериментов с одиночными ионами в NIST мы решили использовать  $\text{Hg}^+$ , так как эти ионы подходят для определения эталона частоты. У иона  ${}^{199}\text{Hg}^+$  в основном состоянии относительно большая частота перехода сверхтонкого расщепления, используемого в часах, 40,5 ГГц [30–32], а также узкий оптический переход  ${}^2\text{S}_{1/2} \rightarrow {}^2\text{D}_{5/2}$  ( $\tau({}^2\text{D}_{5/2}) = 86$  мс), который мог бы применяться как эталон оптической частоты [33]. Для оптической накачки  ${}^{199}\text{Hg}^+$  можно использовать излучение флуоресцентной лампы на основе определённого изотопа  $\text{Hg}^+$  [30–32], однако для лазерного возбуждения необходима короткая длина волны излучения (194 нм). Джим Бергквист (Jim Bergquist) из нашей группы с коллегами Хамидом Хеммати (Hamid Hemmati) и Вейном Итано впервые разработали необходимый источник света, за счёт генерации в кристалле пентабората калия суммарной частоты излучений второй гармоники от линии 515 нм  $\text{Ar}^+$ -лазера и лазера на красителе 792 нм [34]. Мы использовали радиочастотную ловушку с простой структурой кольцо – заглушка, показанной на рис. 1 и подобной той, которую применяла группа из Гейдельберга.

К середине 1980-х гг. учёные, занимавшиеся ионами в ловушках, могли экспериментально узнать ответ на один



**Рис. 1.** (В цвете онлайн.) Схематическое изображение ловушки для экспериментов с одиночным ионом  $\text{Hg}^+$ . Переменное радиочастотное напряжение прикладывается между кольцевым электродом и электродами заглушек (имеющими одинаковые потенциалы), создавая радиочастотный "псевдопотенциал" для иона. Показано относительное расположение энергетических уровней иона  $\text{Hg}^+$ , включая узкий "переход оптических часов"  ${}^2\text{S}_{1/2} \rightarrow {}^2\text{D}_{5/2}$ . Справа вверху — временная зависимость числа фотонов флуоресценции на длине волны 194 нм, накапливаемых в течение 10 мс. Оба перехода возбуждаются одновременно [36]. Отсутствие сигнала означает, что ион находится в состоянии  ${}^2\text{D}_{5/2}$ .

из вопросов Шрёдингера, который стал названием его статьи "Существуют ли квантовые скачки?" ("Are there quantum jumps?") [3, 4, 35]. В 1986 г. были проведены три похожих эксперимента [36–39]. Для краткости опишем эксперимент Бергквиста и др. Эффективный потенциал, называемый псевдопотенциалом [40], формируется за счёт приложения радиочастотного напряжения между кольцевым электродом и электродами заглушек (имеющими одинаковый потенциал), показанными на рис. 1. Относительное расположение энергетических уровней иона  $\text{Hg}^+$  изображено в левой верхней части рисунка. Электрический дипольный переход  ${}^2\text{S}_{1/2} \rightarrow {}^2\text{P}_{1/2}$  ( $\lambda = 194$  нм,  $\tau({}^2\text{P}_{1/2}) = 2,9$  нс) использовался для доплеровского лазерного охлаждения. При постоянном охлаждении будет наблюдаться стабильный сигнал флуоресценции, с помощью которого можно получать изображения иона. Если одновременно подействовать излучением с длиной волны перехода  ${}^2\text{S}_{1/2} \rightarrow {}^2\text{D}_{5/2}$ , то флуоресценция на длине волны 194 нм уменьшится из-за возбуждения состояния  ${}^2\text{D}_{5/2}$ .

Описание с помощью матрицы плотности, применимое для ансамбля атомов, предсказывает сниженный, но стабильный сигнал флуоресценции. Но что будет наблюдаться в случае одиночного иона [41–47]? Оказывается, флуоресценция иона не уменьшается равномерно, а переключается между максимальной величиной и отсутствием флуоресценции, эффективно отображая квантовые скачки между состояниями  ${}^2\text{S}_{1/2}$  и  ${}^2\text{D}_{5/2}$ . На рисунке 1 справа вверху показана зависимость от времени сигнала флуоресценции на длине волны 194 нм, регистрируемого фотоэлектронным умножителем с временем накопления 10 мс, на графике видны квантовые скачки. В общем, можно измерить состояние квантовой системы, состоящей из уровней  ${}^2\text{S}_{1/2}$  и  ${}^2\text{D}_{5/2}$ , действуя на систему "измерительным" пучком с длиной волны 194 нм в течение 10 мс и детектируя наличие или отсутствие флуоресценции. Переход  ${}^2\text{S}_{1/2} \rightarrow {}^2\text{P}_{1/2}$  иногда называют "циклическим

переходом", поскольку после возбуждения из состояния  ${}^2\text{S}_{1/2}$  в состояние  ${}^2\text{P}_{1/2}$  ион, излучая фотон, релаксирует обратно в состояние  ${}^2\text{S}_{1/2}$ , и процесс возбуждения/релаксации затем повторяется. Если не учитывать спонтанные переходы состояния  ${}^2\text{P}_{1/2}$  в состояние  ${}^2\text{D}_{3/2}$  [48], данную процедуру можно считать хорошим приближением идеального измерения в квантовой механике, поскольку эффективность детектирования состояния близка к 100% и состояние иона  $\text{Hg}^+$  как  ${}^2\text{S}_{1/2}$ , так и  ${}^2\text{D}_{5/2}$  остаётся неизменным после измерения. Демельт назвал подобный метод детектирования "убиранием электрона на полку" ("electron shelving"), в данном примере ион кладётся на полку состояния  ${}^2\text{D}_{5/2}$ . Такие измерения также часто называют квантовыми невозмущающими измерениями (КНИ, quantum nondemolition, QND) [49, 50]. Метод детектирования, основанный на зависимости флуоресценции от состояния, в настоящее время применяется повсеместно в атомной физике.

Чтобы провести спектроскопическое исследование перехода  ${}^2\text{S}_{1/2} \rightarrow {}^2\text{D}_{5/2}$  ( $\lambda = 282$  нм), сначала на ион действовали излучением с частотой, близкой к частоте перехода в отсутствие пучка 194 нм; это исключает возмущение уровней энергии пучком 194 нм. Затем пучок 282 нм прерывался, и проводилось измерение состояния пучком 194 нм. Данная процедура повторялась много раз, и при изменении частоты пучка 282 нм проводилось измерение спектров, подобных показанному на рис. 2 [51]. Чтобы пояснить вид этого спектра, нужно рассмотреть движение иона. Движение иона вдоль оси любой моды близко к гармоническому, поэтому частота лазерного пучка по отношению к частице является гармонически модулированной из-за доплеровского сдвига первого порядка. Таким образом, основная особенность в спектре на "несущей частоте" ("carrier"), которая соответствует частоте перехода, окружена боковыми полосами частотной модуляции, расстояние между которыми составляет частоту колебаний иона [52]. Другими словами, ион может поглощать излучение, одновременно приобретаая или теряя квант движения, что приводит к эквидистантным особенностям в спектре поглощения, находящимся около несущей частоты и разнесённым на частоту колебаний.

Как во многих экспериментах в области атомной физики, используя высококогерентное излучение, можно приготовить ион в собственном состоянии и затем в заданной суперпозиции состояний; например,  $|\downarrow\rangle \rightarrow \alpha|\downarrow\rangle + \beta|\uparrow\rangle$ . Чтобы определить величины  $|\alpha|$  и  $|\beta|$ , проводится детектирование, описанное выше. В результате одиночного измерения ион будет находиться в состоянии  $|\downarrow\rangle$  или  $|\uparrow\rangle$  с относительными вероятностями  $P = |\alpha|^2$  и  $P = 1 - |\alpha|^2$ . Квантовые флуктуации или "проекционный шум" ("projection noise") в измерениях характеризуются величиной отклонения  $\sqrt{P(1-P)/M}$ , где  $M$  — число измерений, проведённых на идентично приготовленных атомах [53]. Следовательно, для точного определения величины  $P$  в общем случае необходимо много раз повторить эксперимент. Аналогично в "рамзеевских" (Ramsey) экспериментах двумя импульсами, разделёнными во времени, можно измерить относительную фазу между  $\alpha$  и  $\beta$ . Множество групп, занимающихся ионами в ловушках, при помощи данных измерений теперь могут легко готовить и проверять суперпозиции состояний одиночных ионов с временем когерентности, большим 1 с. В случае ансамбля

ионов были продемонстрированы времена когерентности больше 10 мин [54, 55].

Проект часов на основе иона  $\text{Hg}^+$  в NIST, который возглавлял Джим Бергквист, имел длинную, но очень успешную историю. Первым результатом были точные часы с систематической погрешностью  $4 \times 10^{-14}$ , работавшие на переходе с частотой 40,5 ГГц сверхтонкой структуры нескольких ионов  $^{199}\text{Hg}^+$  в линейной ловушке Пауля [56]. Мы предполагали, что эти погрешности можно значительно уменьшить, но мы также понимали, что будущее высокоточных часов за оптическим диапазоном, поэтому сконцентрировались на переходе оптических часов  $^2\text{S}_{1/2} \rightarrow ^2\text{D}_{5/2}$ . Долгие годы приоритет отдавался высоким частотам в связи с большей точностью измерения: чем выше частота излучения, тем меньше длина отрезков, на которые можно разделить временной интервал. Но были необходимы две вещи: лазер с достаточно узкой линией, чтобы работать с узкими оптическими переходами, и практическая реализация счёта циклов "локального осциллятора" ("local oscillator"), в данном случае лазера, возбуждающего переход оптических часов. Brent Янг (Brent Young), Бергквист и коллеги смогли собрать в нашей лаборатории частотно-стабилизированный лазер на длине волны 563 нм, вторая гармоника которого служила накачкой для часов. Ширина линии лазера на длине волны 563 нм была меньше 0,2 Гц на протяжении времени усреднения 20 с [57]. Теперь мы понимаем, что ширина линии была ограничена тепловыми флуктуациями поверхности зеркала, которые и сейчас определяют пределы работы многих стабильных лазеров. Решение второй проблемы теперь хорошо известно. Относительно быстрое развитие метода оптических гребёнок (optical combs), благодаря стараниям Яна Холла (Jan Hall) [58], Гэда Хенша [59], их коллег и других исследователей, привело к тому, что теперь стало возможным эффективно считать оптические циклы. Используя эти разработки, Бергквист и коллеги в 2006 г. представили оптические часы на ионе  $^{199}\text{Hg}^+$  с систематической погрешностью  $7,2 \times 10^{-17}$  [60]. Впервые были созданы часы с систематической погрешностью меньше, чем у цезиевых атомных часов.

#### 4. Управление движением иона на квантовом уровне

На следующем этапе было бы интересно научиться управлять движением иона на квантовом уровне. Движение охлаждённого иона в ловушке в хорошем приближении является гармоническим относительно оси любой моды. Поэтому при квантовом описании [22, 25, 61] мы используем стандартное выражение для гамильтониана  $\hbar\omega_z a^\dagger a$ , где  $\omega_z$  — частота колебаний (в данном случае вдоль оси  $z$ ), и  $a$ ,  $a^\dagger$  — операторы уничтожения и рождения для движения иона. Оператор отклонения положения иона от среднего значения записывается как  $z = z_0(a + a^\dagger)$ , где  $z_0 = \sqrt{\hbar/2m\omega_z}$  — ширина волновой функции основного состояния,  $m$  — масса иона. В принципе, мы могли бы наблюдать движение иона, измеряя токи, индуцированные им в электродах ловушки, как это было сделано для электронов. Но на самом деле есть более точный метод: записать информацию о состояниях движения на внутренние состояния, а затем считать её, как было описано выше. Чтобы понять методику, рассмотрим одиночный ион в ловушке. Пусть

у иона есть одноэлектронный электрический дипольный переход с резонансной частотой  $\omega_0$ . При наличии лазерного пучка с частотой  $\omega_L$ , направленного вдоль оси  $z$ , взаимодействие будет описываться следующим образом:

$$\begin{aligned} H_1 &= -e\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{e}}E_0 \cos(kz - \omega_L t + \phi) = \\ &= \hbar\Omega(\sigma_+ + \sigma_-) \left( \exp[i(kz - \omega_L t + \phi)] + \right. \\ &\quad \left. + \exp[-i(kz - \omega_L t + \phi)] \right), \end{aligned} \quad (2)$$

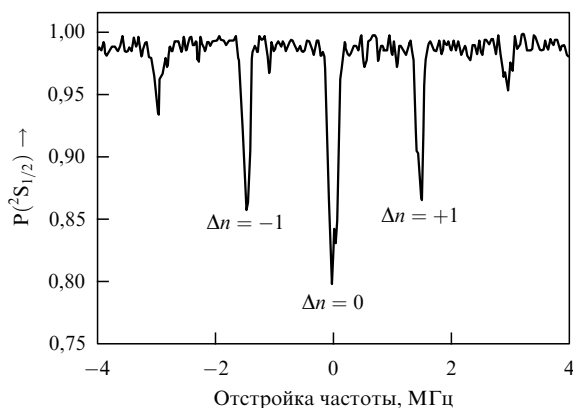
где  $\mathbf{r}$  — координата электрона относительно ядра иона,  $e$  — заряд электрона,  $\hat{\mathbf{e}}$ ,  $E_0$  и  $k$  — соответственно поляризация, амплитуда и волновой вектор электрического поля лазера, а  $\phi$  — его фаза в точке среднего положения иона. Операторы  $\sigma_+ (= |\uparrow\rangle\langle\downarrow|)$  и  $\sigma_- (= |\downarrow\rangle\langle\uparrow|)$  являются операторами рождения и уничтожения для внутренних уровней и  $\Omega = -E_0\langle\uparrow|\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{e}}|\downarrow\rangle/2\hbar$ , где  $|\downarrow\rangle$  и  $|\uparrow\rangle$  здесь, как и выше, обозначают основное и оптически возбуждённое состояния иона. Если мы перейдём к представлению взаимодействия для внутренних состояний ( $\sigma_+ \rightarrow \sigma_+ \exp(i\omega_0 t)$ ) и для состояний движения иона ( $a^\dagger \rightarrow a^\dagger \exp(i\omega_z t)$ ), а также предположим, что  $\omega_L \simeq \omega_0$ , то, пренебрегая членами с частотой  $2\omega_0$  (приближение вращающейся волны), из уравнения (2) получим

$$\begin{aligned} H_1 &\simeq \hbar\Omega\sigma_+ \exp\{i[kz - (\omega_L - \omega_0)t + \phi]\} + \text{H.c.} \simeq \\ &\simeq \hbar\Omega\sigma_+ \exp\{-i[(\omega_L - \omega_0)t - \phi]\} \times \\ &\quad \times \left\{ 1 + i\eta [a \exp(-i\omega_z t) + a^\dagger \exp(i\omega_z t)] \right\} + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь H.c. обозначает эрмитово сопряжение,  $\eta \equiv kz_0 = 2\pi z_0/\lambda$  — параметр Лэмба–Дике, значение которого мы считаем много меньшим единицы. Для иона массой 40 а.е. (например,  $^{40}\text{Ca}^+$ ) в потенциальной яме с  $\omega_z/2\pi = 3$  МГц и  $\lambda = 729$  нм получаем  $z_0 = 6,5$  нм и  $\eta = 0,056$ . Если  $\omega_L = \omega_0$  и  $\eta \ll \omega_z$ , то можно пренебречь нерезонансным членом с  $\eta$  в уравнении (3) и получить  $H_1 = \hbar\Omega \exp(i\phi)S_+ + \text{H.c.}$  Это гамильтониан для "несущих" переходов или, другими словами, гамильтониан вращений вектора спина относительно оси, лежащей в  $x$ - $y$  плоскости сферы Блоха. Если мы предположим, что  $\omega_L = \omega_0 - \omega_z$  (лазер настроен на "стоксову компоненту рассеяния") и включим фазовые множители в определение  $\Omega$ , то для резонансного члена получим

$$H_1 = \hbar\eta(\Omega\sigma_+ a + \Omega^* \sigma_- a^\dagger). \quad (4)$$

Этот гамильтониан описывает процесс замены кванта движения на квант возбуждения внутреннего уровня иона. Данный оператор известен как гамильтониан Джейнса–Каммингса (Jaynes–Cummings) и часто используется в квантовой электродинамике резонаторов (cavity quantum electrodynamics). Он описывает обмен энергией между внутренними состояниями атома и фотонами в резонаторе [50, 62]. Атомы в наших экспериментах и в экспериментах по квантовой электродинамике резонаторов Сержа Ароша (Serge Haroche), Жан-Мишеля Раймонда (Jean-Michel Raimond), Мишеля Бруна (Michel Brune) и их коллег в Париже играют схожие роли. Аналогия также проводится между гармоническим осциллятором, описывающим поле в резонаторе, и гармоническим осциллятором, связанным с



**Рис. 2.** Спектроскопия перехода  $2S_{1/2} \rightarrow 2D_{5/2}$  одиночного иона  $^{198}\text{Hg}^+$ . При каждом цикле измерения иону позволяют распасться в состояние  $2S_{1/2} \equiv |\downarrow\rangle$ , таким образом приготавливая это состояние (см. рис. 1). Далее действие "зондирующего" лазерного пучка 282 нм сменяется действием измерительного пучка 194 нм. Наблюдая наличие или отсутствие рассеянного света на длине волны 194 нм, можно детектировать состояния  $|\downarrow\rangle$  и  $2D_{5/2} \equiv |\uparrow\rangle$  почти со 100%-ной эффективностью. Изменяя частоту зондирующего пучка и усредняя по большому количеству измерений, можно получить представленную на рисунке зависимость вероятности того, что ион остаётся в состоянии  $2S_{1/2}$ ,  $P(S_{1/2})$ , от частоты лазерного пучка 282 нм. При квантовом описании движения основная особенность на "несущей частоте" соответствует переходам вида  $|\downarrow\rangle|n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle|n\rangle$ , где  $n$  обозначает квантовое число фоковского состояния движения. "Стоксова" и "антистоксова" компоненты рассеяния соответствуют переходам  $|\downarrow\rangle|n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle|n + \Delta n\rangle$ , где  $\Delta n = -1$  или  $+1$  соответственно. Как правило, особенность на "несущей частоте" не сдвигается при наличии отдачи, так как энергия отдачи поглощается всем аппаратом ловушки, как и в эффекте Мёссбауэра (см., например, [52, 65, 66]).

движением иона [63, 64]. Эта связь на протяжении многих лет способствовала проведению интересных экспериментов на стыке двух различных областей исследований [50].

При изучении ионов в ловушках подобный процесс обмена на квантовом уровне был впервые использован Демельтом и коллегами в экспериментах по измерению  $g$ -фактора электрона. Изменение циклотронного квантового числа электрона сопровождалось переворотом спина электрона, что можно было косвенно измерить [11]. Если мы подействуем  $H_I$  на ион в состоянии  $|\downarrow\rangle|n\rangle$ , где  $n$  обозначает квантовое состояние гармонического осциллятора (фоковское состояние), то произойдёт переход  $|\downarrow\rangle|n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle|n - 1\rangle$ . Это соответствует особенности в спектре поглощения, обозначенной  $\Delta n = -1$  на рис. 2, и сопровождается уменьшением энергии движения на  $\hbar\omega_z$ . При распаде иона энергия движения в среднем увеличивается на величину энергии отдачи  $R = (\hbar k)^2 / (2m)$ , где  $k = 2\pi/\lambda$ . Как правило, можно обеспечить выполнение условия  $R \ll \hbar\omega_z$ , и в результате полного процесса рассеяния энергия движения уменьшается. На рисунке 2 особенность на несущей частоте обозначена как  $\Delta n = 0$ , что соответствует поглощению фотона без изменения состояния движения. Это проявление процесса поглощения без отдачи, аналогичного эффекту Мёссбауэра (см., например, [52, 65, 66]), но в видимом диапазоне длин волн.

Последовательно действуя излучением на частоте стоксовой компоненты рассеяния, можно относительно легко охладить ион до состояния движения, близкого к основному. После многих процессов рассеяния ион достигает "тёмного состояния"  $|\downarrow\rangle|n = 0\rangle$ , в котором

рассеяния не происходит, так как состояния  $|\uparrow\rangle|n = -1\rangle$  не существует. Процесс не идеален, так как переходы  $\Delta n = 0, +1$  имеют конечную ширину, и имеет место остаточное нагревание из-за отдачи, но можно достичь условия  $\langle n \rangle \ll 1$ . Это легко проверяется, поскольку поглощение на частоте стоксовой компоненты рассеяния  $\Delta n = -1$  практически исчезает, в то время как поглощение на частоте антистоксовой компоненты рассеяния  $\Delta n = +1$  остаётся. В 1989 г. при участии постдока из нашей лаборатории Франка Дитриха (Frank Diedrich) мы смогли осуществить лазерное охлаждение по двум пространственным координатам до состояния, близкого к основному, используя метод, в общих чертах описанный здесь [67]. Позже, в эксперименте под руководством Криса Монро (Chris Monroe) мы достигли охлаждения по трём пространственным координатам до состояния, близкого к основному, используя вынужденное комбинационное рассеяние [68].

Помимо минимизации доплеровских сдвигов в спектроскопии [69], охлаждение методом боковой полосы вызывало особый интерес как метод, при помощи которого можно перевести связанную частицу в основное состояние движения — состояние с наименьшей возможной энергией в пределах ограничений, накладываемых квантовой механикой. В данном случае основное состояние описывается гауссовым волновым пакетом с шириной  $\sqrt{\langle z^2 \rangle} = \sqrt{\hbar/2m\omega_z} \equiv z_0$  и энергией  $\hbar\omega_z/2$ . Нам также интересно было получить неклассические состояния движения [70–73] и перепутанные спиновые состояния [74, 75]. Охлаждение до основного состояния движения обеспечивает в этих экспериментах чёткую отправную точку для дальнейшего управления состоянием движения. (В парижских экспериментах основное состояние моды резонатора может быть достигнуто в результате температурного охлаждения до  $\langle n \rangle \ll 1$  и работы при низкой температуре или в результате процесса, аналогичного охлаждению методом боковой полосы, при котором фотоны удаляются из резонатора пучком атомов, проходящим через резонатор [50].)

Взаимодействие на частоте стоксовой компоненты рассеяния, описываемое уравнением (4), и взаимодействие на частоте антистоксовой компоненты рассеяния ( $H_I = \hbar\eta\Omega\sigma_+a^\dagger + \text{H.c.}$  для  $\omega_L = \omega_0 + \omega_z$ ), которое соответствует переходу  $|\downarrow\rangle|n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle|n + 1\rangle$ , составляют набор простых инструментов для управления состояниями движения иона. Например, начиная с состояния  $|\downarrow\rangle|n = 0\rangle$  и действуя на ион импульсами на частотах стоксовой и антистоксовой компонент рассеяния и  $\pi$ -импульсами на несущей частоте, можно приготовить фоковские состояния с заданным значением  $n$  [76]. Из состояния  $|\downarrow\rangle|n = 0\rangle$  можно также приготовить когерентные состояния движения иона, действуя на него однородным классическим полем, осциллирующим с частотой колебаний иона [77], или прикладывая осциллирующую оптическую дипольную силу [76], которая появляется из-за пространственных градиентов динамических штарковских сдвигов, индуцированных лазерным пучком. Квантовая частица в когерентном состоянии очень похожа на колеблющуюся классическую частицу, но, в отличие от классической частицы, которая может быть точечной, форма волнового пакета квантовой частицы такая же, как и в основном состоянии. В остроумной, но несложной схеме, предложенной Чи Квонг Лоу (Chi Kwong Law) и Джо Эберли (Joe Eberly) [78], можно приготавливать произ-



вольные суперпозиции состояний движения [79]. И, наконец, действие "π-импульса" длительностью  $t = \pi/(2\eta\Omega)$  на частоте стоксовой компоненты рассеяния позволяет переводить внутренние состояния в состояния движения:

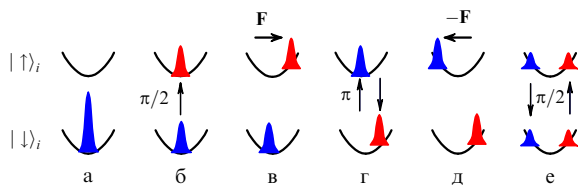
$$(\alpha|\downarrow\rangle + \beta|\uparrow\rangle)|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle). \tag{5}$$

### 5. Кот Шрёдингера

Оптическая дипольная сила интересна тем, что её действие может зависеть от внутреннего состояния иона. В 1996 г. [80], используя оптические дипольные силы, зависящие от состояния, мы смогли получить аналог состояния кота Шрёдингера (см. уравнение (1)), которое имело вид

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\rangle|\alpha\rangle + |\downarrow\rangle|-\alpha\rangle], \tag{6}$$

где  $|\alpha\rangle$  обозначает когерентное состояние. Амплитуда колебательного движения частицы равна  $2\alpha z_0$ . Пространственная часть состояния в уравнении (6) представляет собой два волновых пакета, которые колеблются в ловушке из одной стороны в другую, различаясь по фазе на  $180^\circ$ , и поэтому проходят друг через друга в центре ловушки каждые полпериода осцилляций. В данном случае аналогия с состоянием кота Шрёдингера проводится таким образом, что состояния спина иона играют роль состояний одиночной радиоактивной частицы, а когерентные состояния иона, которым соответствуют более макроскопические классические траектории, соответствуют состоянию кота; к примеру, ион находится в левом крайнем положении = живой кот, ион находится в правом крайнем положении = мёртвый кот. На рисунке 3 показано, как это состояние было получено.



**Рис. 3.** (В цвете онлайн.) Изображение потенциала гармонического осциллятора и волновых пакетов для каждой компоненты внутренних состояний иона, обозначенных как  $|\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\rangle$ . Рисунки соответствуют разным моментам времени; на рис. в–е волновые пакеты показаны в крайних положениях их движения. Площадь под огибающей волнового пакета соответствует вероятности найти ион в данном внутреннем состоянии. (а) Первоначальный волновой пакет соответствует основному состоянию движения, достигнутого после лазерного охлаждения и приготовления внутреннего состояния  $|\downarrow\rangle$ . (б)  $\pi/2$ -импульс на несущей частоте prepares суперпозицию внутренних состояний  $(|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$ . (в) Прикладывается осциллирующая оптическая дипольная сила, которая переводит компоненту  $|\uparrow\rangle$  суперпозиции в когерентное состояние с амплитудой  $\alpha$ , preparing состояние  $(|\downarrow\rangle|n=0\rangle + |\uparrow\rangle|\alpha\rangle)/\sqrt{2}$ . (г) Действие  $\pi$ -импульса на несущей частоте переворачивает спины состояний. (д) Волновой пакет состояния  $|\uparrow\rangle$  переводится оптической дипольной силой в состояние с амплитудой  $-\alpha$ , т.е. с противоположной по отношению к первому возбуждению фазой, это состояние описывается уравнением (6). (е) Чтобы проверить состояние, полученное на шаге (д), и удостовериться в фазовой когерентности компонент волновой функции кота, действуем последним  $\pi/2$ -импульсом на несущей частоте и затем измеряем вероятность  $P(|\downarrow\rangle)$  того, что ион находится в состоянии  $|\downarrow\rangle$  (см. текст).

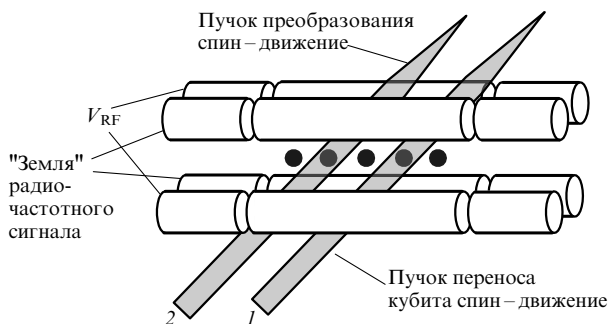
В эксперименте на шаге (д) рис. 3 мы можем управлять фазой комплексной амплитуды таким образом, что когерентное состояние будет  $\exp(i\phi)\alpha$ , а не  $-\alpha$ . Вблизи условия  $\phi = 0$  вероятность  $P(|\downarrow\rangle)$  того, что ион находится в состоянии  $|\downarrow\rangle$ , осциллирует как функция  $\phi$  из-за интерференции двух волновых пакетов. Это подтверждает, что две компоненты суперпозиции состояний кота когерентны. Данные интерференционные осцилляции очень близки к интерференционным полосам, наблюдаемым в экспериментах, подобных эксперименту Юнга, проводимых с одиночными фотонами, электронами, нейтронами или атомами, но в этих экспериментах волновые пакеты частиц со временем диспергируют, в отличие от волновых пакетов в гармоническом осцилляторе, которые, в принципе, не разрушаются на протяжении произвольного промежутка времени.

В работе [80] для состояния, описанного уравнением (6), максимальное пространственное разделение волновых пакетов составило  $4\alpha z_0 = 83$  нм, а размер волновых пакетов  $z_0$  был равен 7,1 нм (см. также [81, 82]). Конечно, можно возразить против приписывания этому состоянию имени кота Шрёдингера, так как его размеры очень малы. На самом деле, когда мы пытались увеличить значение  $|\alpha|$ , качество суперпозиции ухудшалось из-за декогеренции, вызванной электрическими шумами окружения [83–85]. Однако, насколько нам известно, это только техническое ограничение, а не фундаментальное, и мы со временем сможем приготовить кота с достаточно большим значением  $|\alpha|$ , а волновые пакеты будут разделены макроскопическим расстоянием.

### 6. Связь с квантовой информацией

Популярность исследований в области квантовой информации значительно возросла после разработки Питером Шором (Peter Shor) квантово-механического алгоритма для эффективного разложения чисел на простые множители [86]. Практические методы обработки квантовой информации (ОКИ, QIP) исследуются в настоящее время во многих системах, включая атомные, оптические и основанные на конденсированных средах.

На международной конференции по атомной физике в 1994 г. (1994 International Conference on Atomic Physics), проходившей в Боулдере (Колорадо, США), Артур Экерт (Artur Ekert) прочитал вводную лекцию по новому для большинства публики предмету — квантовой информатике [87]. В конференции участвовали Игнацио Сирак (Ignacio Cirac) и Петер Цоллер (Peter Zoller), они хорошо знали возможности (и ограничения) экспериментов с ионами в ловушках и этот доклад вдохновил их на создание базовой схемы для квантового компьютера, основанного на ионах в ловушках [88]. В этой основополагающей статье впервые было дано полное описание того, как можно реализовать процессор для квантовой информации. В их схеме квантовые биты или "кубиты" составлялись внутренними состояниями иона, например, рассмотренными выше состояниями  $|\downarrow\rangle$  и  $|\uparrow\rangle$ . Ионные кубиты хранятся в ловушке, схематически показанной на рис. 4. Движение ионов сильно связано вследствие кулоновского взаимодействия и лучше всего описывается собственными модами системы, подобной молекуле (псевдомолекула). Как правило, каждая мода вносит вклад в движение всех ионов и может осуществлять обмен информацией между ионами (компьютерная



**Рис. 4.** Схема квантового компьютера, предложенная Сираком и Цоллером [88]. Квадрупольные электроды расположены таким образом, чтобы удерживать в ловушке линейную матрицу ионных кубитов (чёрные круги). К двум диагонально противоположным стержням прикладывается радиочастотное напряжение, создающее из-за пондеромоторных сил псевдопотенциал в поперечном к оси ловушки направлении (горизонтальная ось). Постоянное напряжение, приложенное к крайним сегментам электродов, удерживает ионы вблизи оси. В идеальном случае перед проведением логических операций все моды движения должны быть охлаждены до основного состояния. Квантовые моды движения могут быть использованы для переноса информации между кубитами внутренних состояний ионов, выбираемых сфокусированными лазерными пучками (см. текст).

шина). Преобразование (gate) одного кубита (сравнительно лёгкая операция) проводится с помощью воздействия сфокусированным лазерным пучком или пучками на данный ион и когерентного возбуждения перехода на несущей частоте, как было описано выше. Сложнее провести логическое преобразование состояний двух выбранных ионов. Для этого необходимо первоначально охладить все моды до основного состояния. Затем можно перевести кубит из внутренних состояний одного иона в кубит, состоящий из основного и первого возбуждённого состояний определённой моды движения (лазерный пучок 1 на рис. 4), аналогично процессу, описанному уравнением (5). После этого лазерный пучок 2 (см. рис. 4) проводит логическую операцию с (общим) кубитом состояний движения и вторым выбранным ионом. Второй ион, как правило, находится в суперпозиции состояний, поэтому до проведения логического преобразования волновая функция состояния движения и спина для второго кубита имеет вид  $\alpha|\downarrow\rangle|0\rangle + \beta|\downarrow\rangle|1\rangle + \xi|\uparrow\rangle|0\rangle + \zeta|\uparrow\rangle|1\rangle$ . Существует логическая операция, которая приводит к смене знака у компоненты  $|\uparrow\rangle|1\rangle$  волновой функции. Для этого когерентно проводится  $2\pi$ -переход  $|\uparrow\rangle|1\rangle \rightarrow |aux\rangle|0\rangle \rightarrow -|\uparrow\rangle|1\rangle$ , где  $|aux\rangle$  — это третье "вспомогательное" ("auxiliary") внутреннее состояние иона [88]. Изменение знака у компоненты  $|\uparrow\rangle|1\rangle$  волновой функции называется " $\pi$ -фазовой" операцией, перепутывающей два кубита и универсальной при вычислениях. Наконец, изначальный процесс перевода внутреннего состояния первого иона обращается, возвращая состояние движения в основное состояние. Таким образом, эффективно выполняется логическая операция с внутренними состояниями двух ионов, выбираемыми лазерным пучком. После того, как в NIST мы научились, используя комбинационное рассеяние, охлаждать до основного состояния кубиты из состояний тонкой структуры, мы смогли быстро продемонстрировать универсальное преобразование кубита состояний сверхтонкой структуры в кубит состояний движения [89]. Полное преобразование

Сирака – Цоллера (Cirac – Zoller) двух выбранных кубитов было в дальнейшем продемонстрировано группой в Инсбруке под руководством Райнера Блатта (Rainer Blatt) [90].

Впоследствии были предложены более эффективные методы преобразования, при которых лазерные пучки действуют одновременно на несколько ионов [91–95]. Данные преобразования помимо эффективности выгодны тем, что при их выполнении необязательно готовить все моды в основном состоянии; важно лишь то, чтобы каждый ион с хорошей точностью находился в режиме Лэмба – Дике ( $\langle z^2 \rangle \ll (\lambda/2\pi)^2$ ). Эти "геометрические" преобразования можно связать с квантовыми фазами, которые приобретаются, когда движение ионов описывает замкнутый контур в фазовом пространстве; величина приобретённой фазы пропорциональна площади замкнутого контура. Разные логические преобразования можно рассматривать в одинаковом представлении, и главное их различие заключается в том, есть действие сил или нет на состояния спина в  $z$ -базисе (собственные состояния  $|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle$ ) или в  $x, y$ -базисе (собственные состояния вида  $(|\downarrow\rangle + \exp(i\xi)|\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $(|\downarrow\rangle - \exp(i\xi)|\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$  [96]). За силы, необходимые для смещений, обычно отвечают оптические дипольные силы, как и в примере с котом Шрёдингера. Поскольку силы зависят от состояния, различие геометрических фаз приводит к перепутанным состояниям.

Двухкубитные фазовые преобразования были проведены в  $z$  базисе [97, 98] и в  $x$ - $y$ -базисе [99–102]. В результате проведённого в Инсбруке эксперимента [99] было получено бэлловское состояние с точностью  $0,993(1)$ , что задаёт стандарт для всех экспериментов по ОКИ. Использование преобразований для одного или нескольких кубитов позволило продемонстрировать несколько алгоритмов ОКИ на основе ионов (см., например, [103, 104]). В NIST большинство подобных демонстраций было проведено под руководством Диди Ляйбфрида (Didi Leibfried). Группа Криса Монро в Университете Мэриленда активно занимается исследованиями совершенно другой схемы приготовления ионов в суперпозиции состояний, основанной на совместных измерениях состояний фотонов, изначальное перепутанных с кубитами иона [105–107]. Преимущества данной схемы заключаются в том, что ионы не должны обязательно находиться в режиме Лэмба – Дике, а также в том, что появляется возможность создавать перепутанные состояния кубитов, разнесённых на большие расстояния, так как передача фотонов на большие расстояния не представляет трудностей.

Основные элементы схемы Сирака – Цоллера осваиваются для различных видов ОКИ на ионах в ловушке. Предложенный ими план вдохнул новую жизнь в область исследований ионов в ловушках, и в настоящее время более 30 групп по всему миру работают над различными аспектами обработки квантовой информации. В их число входят группы в Университете Орхуса (University of Aarhus); Колледже Амхерст (Amherst College); Университете Калифорнии, Беркли (University of California, Berkeley); Университете Калифорнии, Лос Анджелес (University of California, Los Angeles); Университете Дюка (Duke University); Швейцарской высшей технической школе Цюриха (ETH Zürich); Университете Фрайбурга (University of Freiburg); Технологическом институте Джорджии (Georgia Tech); Университете Гриффитса (Griffiths



University); Имперском колледже Лондона (Imperial College); Инсбрукском университете (University of Innsbruck); Линкольнских лабораториях Массачусетского технологического института (Lincoln Laboratories); Майнцском университете (Mainz University); Университете Ганновера и Физико-технического федерального ведомства, Германия (University of Hannover and PTB); Массачусетском технологическом институте (MIT); Национальном институте стандартов и технологий (США, NIST); Национальной физической лаборатории, Великобритания (NPL, UK); Университете Осака (Osaka University); Университете Оксфорда (Oxford University); Объединённом квантовом институте Мэрилендского университета (Joint Quantum Institute at the University of Maryland); Парижском университете (Université de Paris); Университете Саарланда, Саарбрюкен (Saarland University); Национальной лаборатории Сандии, США (Sandia National Laboratory); Университете Сигена (Siegen University); Университете Симона Фразера (Simon Fraser University); Сингапурском национальном университете (National University of Singapore); Сассекском университете (Sussex University); Сиднейском университете (University of Sydney); Университете Цингуа (Tsinghua University); Ульмском университете (University of Ulm); Вашингтонском университете (University of Washington); Вабашском колледже (Wabash College); Институте Вайцмана (Weizmann Institute).

### 6.1. Квантовое моделирование

В начале 1980-х гг. Ричард Фейнман выдвинул гипотезу о том, что одна квантовая система может быть использована для эффективного моделирования динамики других квантовых систем [108, 109]. Сейчас это одно из самых ожидаемых приложений ОКИ, которое скорее всего будет реализовано задолго до успешной демонстрации алгоритма разложения на простые множители. Конечно, универсальность квантового компьютера больших размеров позволит моделировать любую интересующую нас квантовую систему. Тем не менее можно также использовать доступные взаимодействия, встроенные в квантовый процессор, чтобы моделировать определённые классы физических проблем. В случае ионов в ловушках можно использовать взаимодействия, участвующие в различных преобразованиях, чтобы моделировать другие системы, как, например, нелинейно-оптические системы [110], или квантовую динамику движения и эффект "дрожания" ("trembling motion") электрона [111], или свойства "квантового блуждания" ("quantum walk") [112, 113]. В настоящее время в нескольких лабораториях проводятся исследования по использованию взаимодействий ОКИ для моделирования динамик различных систем, включая системы на основе конденсированных сред. Некоторые основные идеи о том, как можно осуществить эти эксперименты в случае ионов, представлены в работах [103, 114–128]. В данных статьях логические преобразования состояний ионов  $i$  и  $j$  вызывают взаимодействия типа спин–спин вида  $\sigma_{ii'}\sigma_{jj'}$ , где  $\hat{i} \in \{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$ . Вращения спина относительно направления  $\hat{i}$  ведут себя как магнитные поля, направленные вдоль  $\hat{i}$ . Подобные базовые взаимодействия были использованы для групп ионов (до 16 ионов) в радиочастотной ловушке [101, 119, 123, 129–132]. Один из интересных аспектов данного исследования заключается в изучении квантовых фазовых переходов вследствие изменения относи-

тельных вкладов (моделируемого) спин–спин взаимодействия и влияния магнитного поля. При определённых условиях эффекты "фрустрации спина" ("spin frustration") теперь становятся очевидными. Базовые взаимодействия были также осуществлены для группы из более 100 спинов в эксперименте с ловушкой Пеннинга, проведённом под руководством Джона Боллингера в NIST [114], в котором ионы самопроизвольно образуют гексагональную решётку. В инсбрукской группе были проведены моделирование различных систем, в том числе "проектирование диссипации" ("engineered dissipation") [103, 133], а также поразительная демонстрация цифрового квантового симулятора [103, 134], — по существу, первого универсального квантового компьютера.

### 6.2. Спектроскопия и квантовая метрология

Применение квантового управления и ОКИ в некоторых схемах перспективно тем, что использование перепутанных состояний может повысить чувствительность спектроскопии [74, 75, 135–138], что было продемонстрировано в нескольких работах [136, 137, 139–142]. В этих экспериментах уровень шума был в основном ограничен "проекционным шумом" — фундаментальными флуктуациями, связанными с неопределённостью состояния, в которое система коллапсирует во время измерения [53, 143]. С такими же ограничениями можно столкнуться в экспериментах по спектроскопии, где предел времени взаимодействия продиктован ограничениями эксперимента — как временем пролёта атомов в часах с цезиевым фонтаном или необходимостью удерживать температуру ионов ниже определённого значения с учётом их нагрева при взаимодействии. Тем не менее, если имеет место значительный фазовый шум или в самих атомах [144], или в зондирующем излучении [66, 145–147], выигрыш от перепутывания может быть потерян. Это вызывает необходимость в достаточно стабильных источниках зондирующего излучения, чтобы на протяжении зондирующего импульса преобладал проекционный шум.

Детектирование некоторых ионов, для которых интересно провести эксперименты по спектроскопии, может быть затруднено из-за отсутствия либо циклического перехода, либо циклического перехода с подходящей длиной волны. В некоторых случаях данные ограничения можно обойти, одновременно удерживая интересующие нас ионы с "логическим" ионом или ионами, чьи состояния легче детектировать. Следуя схеме Сирака и Цоллера, мы можем использовать описанный выше процесс переноса внутренних состояний на состояния движения. В данном случае идея состоит в том, чтобы сначала перевести два состояния иона, спектроскопию которого мы хотим провести, в основное и первое возбуждённое состояния моды совместного движения. После этого состояния движения записываются в логический ион и затем считываются [148]. В исследовании под руководством Тилля Розенбанда (Till Rosenband) в NIST данная схема использовалась при детектировании оптических переходов ионов  $^{27}\text{Al}^+$ . Соответствующие состояния  $^{27}\text{Al}^+$  переводились в состояния логического иона  $^9\text{Be}^+$  или  $^{25}\text{Mg}^+$  и затем измерялись [149]. Данный приём теперь часто используется в точных оптических часах на основе  $^{27}\text{Al}^+$  [150, 151] и может быть также применён в случае молекулярных ионов. В настоящее время часы на основе одиночного иона  $^{27}\text{Al}^+$  имеют наименьшую

систематическую погрешность среди всех часов, составляющую меньше одной секунды за  $10^{17}$  с [150]. Такой уровень точности позволяет наблюдать эффекты, предсказываемые общей теорией относительности Эйнштейна, на человеческих масштабах, например, замедление времени на скоростях велосипедиста или гравитационное красное смещение при различии в высоте около 30 см [152]. Подобные часы могут быть полезны в геодезии.

Процессы передачи и считывания информации, произошедшие в экспериментах с часами на основе  $^{27}\text{Al}^+ / ^9\text{Be}^+$ , имели точность около 0,85, ограниченную ошибками, вызванными тепловым движением ионов в модах, не участвовавших в передаче информации (так называемые факторы "Дебая–Уоллера" ("Debye–Waller"), наблюдаемые в мёссбауэровской спектроскопии [65, 66]). Тем не менее процесс квантового логического детектирования является КНИ и не нарушает измеряемую заселённость уровней иона  $^{27}\text{Al}^+$ . Поэтому данное измерение можно повторять для улучшения информации о (спроецированном) состоянии ионов  $^{27}\text{Al}^+$ . Применив байесовский анализ в режиме реального времени к последовательным циклам детектирования, удалось повысить точность считывания от 0,85 до 0,9994 [153]. Этот эксперимент в некотором смысле аналогичен экспериментам, проводимым группой квантовой электродинамики резонаторов в Париже. В их схеме последовательность зондирующих атомов используется для проведения КНИ числа фотонов в резонаторе [154]. В [153] один и тот же атом ( $^9\text{Be}^+$ ) сбрасывается после каждого цикла детектирования и затем используется снова. Кроме того, поскольку детектирование проводилось в реальном времени, процедура была адаптивной и для достижения определённой точности измерения при каждом проведении требовала минимального количества циклов детектирования.

## 7. Заключение

Я попытался провести короткий обзор нескольких разработок в области управления квантовыми состояниями небольшого числа ионов в ловушках. Я приношу извинения за то, что не включил в свой обзор некоторые аспекты данного предмета, и за то, что использовал в качестве примеров в основном работы, проведённые боулдерской группой NIST. Другие исследования были описаны в различных исчерпывающих статьях и обзорах (см., например, [66, 72, 96, 103, 104, 106, 119, 126, 155–161]). Обзоры передовых разработок в области часов, включая часы, основанные на ионах, содержатся в работах [162–165]. См. также статью [166] и ссылки в ней.

### Благодарности

Конечно, моя роль в этой работе очень мала по сравнению с ролью моих коллег как в NIST, так и по всему миру, которые сделали очень много важных вкладов. Признание Нобелевского фонда, скорее, показывает важность области исследования, а не индивидуальных достижений; многие другие заслуживают это признание не меньше меня. Работа группы в NIST была бы невозможна без объединённых усилий очень большого числа людей. Мне повезло работать с постоянными сотрудниками NIST Джимом Бергквистом, Джоном Боллингером, Бобом Друллингером и Вейном Итано на протяжении всей моей карьеры, и нам посчастливилось

работать с Диди Ляйбфридом и Тилем Розенбандом на протяжении последнего десятилетия. Очень важным членом нашей группы с 1992 по 2000 гг. был Крис Монро, который теперь возглавляет собственную группу в Мэрилендском университете. Конечно же, наши достижения были бы не такими, если бы не вклады студентов, постдоков и визитёров, всего более 100 человек. Совместная работа группы придавала нам сил, и в нашей команде всегда царил благоприятная атмосфера.

На протяжении моей карьеры наша группа была всегда благодарна поддержке руководства NBS/NIST. Мои научные руководители за все эти годы Хельмут Хельвиц, Сэм Штайн (Sam Stein), Дон Салливан (Don Sullivan) и Том О'Брайан (Tom O'Brian) всегда по мере возможности поддерживали наши желания и поставленные цели. Мы благодарны работе Карла Вильямса (Carl Williams), который недавно возглавил программу NIST по квантовой информатике. Мы все в долгу перед руководителем нашей лаборатории Катариной Гебби (Katharine Gebbie) за её поддержку. Пожалуй, среди прочего, её успех подтверждается тем, что я четвёртый человек после Билла Филипса (Bill Phillips), Эрика Корнелла (Eric Cornell) и Яна Холла (Jan Hall), который получает Нобелевскую премию во время её работы на позиции руководителя лаборатории. Мы также благодарны поддержке различных ведомств за пределами NIST, таких как AFOSR, ARO, DARPA, ONR, и множеству научных фондов, которые финансировали нашу работу по квантовой информатике. Я испытываю глубокое уважение к руководителям нескольких наиболее сильных конкурирующих с нами групп, в их числе Райнер Блатт (Инсбрук) и Крис Монро (Мэрилендский университет), и я уже на протяжении многих лет рад дружбе с ними. Было огромным удовольствием разделить эту награду с Сержем Арошем. Я знаю Сержа уже около 25 лет и получаю удовольствие как от элегантного стиля научных исследований его группы, так и от взаимной дружбы моей семьи с Сержем и его женой Клодин (Claudine). И самое главное, я благодарен судьбе за поддержку, понимание и терпение моей жены Седны (Sedna) и сыновей Чарльза (Charles) и Майкла (Michael).

Я благодарен Джону Боллингеру, Вейну Итано, Диди Ляйбфриду и Тилеу Розенбанду за ценные замечания при подготовке рукописи. Эта лекция является вкладом NIST и на неё не распространяется авторское право США.

Перевёл с английского *А.Л. Чехов*  
Консультант перевода *М.В. Чехова*

## Список литературы

1. Ramsey N F *Rev. Mod. Phys.* **62** 541 (1990)
2. Schrödinger E *Naturwissenschaften* **23** 807 (1935)
3. Schrödinger E *British J. Philos. Sci.* **3** (11) 233 (1952)
4. Шредингер Э *Избранные труды по квантовой механике* (М.: Наука, 1976)
5. Goldenberg H M, Kleppner D, Ramsey N F *Phys. Rev. Lett.* **5** 361 (1960)
6. Kleppner D, Goldenberg H M, Ramsey N F *Phys. Rev.* **126** 603 (1962)
7. Wineland D J, Ramsey N F *Phys. Rev. A* **5** 821 (1972)
8. Fortson E N, Major F G, Dehmelt H G *Phys. Rev. Lett.* **16** 221 (1966)
9. Schuessler H A, Fortson E N, Dehmelt H G *Phys. Rev.* **187** 5 (1969)
10. Wineland D, Ekstrom P, Dehmelt H *Phys. Rev. Lett.* **31** 1279 (1973)

11. Dehmelt H *Rev. Mod. Phys.* **62** 525 (1990)
12. Van Dyck R S (Jr.), Schwinberg P B, Dehmelt H G *Phys. Rev. Lett.* **38** 310 (1977)
13. Wineland D, Dehmelt H *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.* **16** 338 (1975)
14. Wineland D, Dehmelt H *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.* **19** 251 (1976)
15. Van Dyck R S (Jr.), Schwinberg P B, Dehmelt H G, in *New Frontiers in High-Energy Physics* (Studies in the Natural Sciences, Vol. 14, Chairman B Kursunoglu, Eds A Perlmutter, L F Scott) (New York: Plenum Press, 1978) p. 159
16. Ashkin A *Phys. Rev. Lett.* **24** 156 (1970)
17. Ashkin A *Phys. Rev. Lett.* **25** 1321 (1970)
18. Wineland D, Dehmelt H *Bull. Am. Phys. Soc.* **20** 637 (1975)
19. Hänsch T W, Schawlow A L *Opt. Commun.* **13** 68 (1975)
20. Wineland D J, Allan D W, Glaze D J, Hellwig H W, Jarvis S *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **25** (4) 453 (1976)
21. Wineland D J, Drullinger R E, Walls F L *Phys. Rev. Lett.* **40** 1639 (1978)
22. Neuhauser W, Hohenstatt M, Toschek P, Dehmelt H *Phys. Rev. Lett.* **41** 233 (1978)
23. Казанцев А П *УФН* **124** 113 (1978); Kazantsev A P *Sov. Phys. Usp.* **21** 58 (1978)
24. Летохов В С, Миногин В Г, Павлик Б Д *ЖЭТФ* **72** 1328 (1977); Letokhov V S, Minogin V G, Pavlik B D *Sov. Phys. JETP* **45** 698 (1977)
25. Stenholm S *Rev. Mod. Phys.* **58** 699 (1986)
26. Prestage J D, Bollinger J J, Itano W M, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **54** 2387 (1985)
27. Dehmelt H G *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **31** (2) 83 (1982)
28. Neuhauser W, Hohenstatt M, Toschek P E, Dehmelt H *Phys. Rev. A* **22** 1137 (1980)
29. Wineland D J, Itano W M *Phys. Lett. A* **82** (2) 75 (1981)
30. Cutler L S, Giffard R P, McGuire M D, in *Proc. of the 13th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Applications and Planning Meeting* Vol. 2220 (Washington, DC: NASA, 1982) p. 563
31. Major F G, Werth G *Phys. Rev. Lett.* **30** 1155 (1973)
32. Prestage J D, Dick G J, Maleki L *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **40** (2) 132 (1991)
33. Bender P L, Hall J L, Garstang R H, Pichanick F M J, Smith W W, Barger R L, West J B *Bull. Am. Phys. Soc.* **21** 599 (1976)
34. Hemmati H, Bergquist J C, Itano W M *Opt. Lett.* **8** (2) 73 (1983)
35. Schrödinger E *British J. Philos. Sci.* **3** (10) 109 (1952)
36. Bergquist J C, Hulet R G, Itano W M, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **57** 1699 (1986)
37. Blatt R, Zoller P *Eur. J. Phys.* **9** (4) 250 (1988)
38. Nagourney W, Sandberg J, Dehmelt H *Phys. Rev. Lett.* **56** 2797 (1986)
39. Sauter Th, Neuhauser W, Blatt R, Toschek P E *Phys. Rev. Lett.* **57** 1696 (1986)
40. Paul W *Rev. Mod. Phys.* **62** 531 (1990)
41. Cohen-Tannoudji C, Dalibard J *Europhys. Lett.* **1** 441 (1986)
42. Cook R J, Shankland D G, Wells A L *Phys. Rev. A* **31** 564 (1985)
43. Erber T, Putterman S *Nature* **318** 41 (1985)
44. Javanainen J *Phys. Rev. A* **33** 2121 (1986)
45. Kimble H J, Cook R J, Wells A L *Phys. Rev. A* **34** 3190 (1986)
46. Pegg D T, Loudon R, Knight P L *Phys. Rev. A* **33** 4085 (1986)
47. Schenzle A, De Voe R G, Brewer R G *Phys. Rev. A* **33** 2127 (1986)
48. Itano W M, Bergquist J C, Hulet R G, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **59** 2732 (1987)
49. Braginsky V B, Khalifi F Ya *Rev. Mod. Phys.* **68** 1 (1996)
50. Haroche S, Raimond J-M *Exploring the Quantum* (Oxford, U.K.: Oxford Univ. Press, 2006)
51. Bergquist J C, Itano W M, Wineland D J *Phys. Rev. A* **36** 428(R) (1987)
52. Dicke R H *Phys. Rev.* **89** 472 (1953)
53. Itano W M, Bergquist J C, Bollinger J J, Gilligan J M, Heinzen D J, Moore F L, Raizen M G, Wineland D J *Phys. Rev. A* **47** 3554 (1993)
54. Bollinger J J, Heinzen D J, Itano W M, Gilbert S L, Wineland D J *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **40** (2) 126 (1991)
55. Fisk P T H, Sellars M J, Lawn M A, Coles C, Mann A G, Blair D G *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **44** 113 (1995)
56. Berkeland D J, Miller J D, Bergquist J C, Itano W M, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **80** 2089 (1998)
57. Young B C, Cruz F C, Itano W M, Bergquist J C *Phys. Rev. Lett.* **82** 3799 (1999)
58. Hall J L *Rev. Mod. Phys.* **78** 1279 (2006)
59. Hänsch Th W *Rev. Mod. Phys.* **78** 1297 (2006)
60. Oskay W H, Diddams S A, Donley E A, Fortier T M, Heavner T P, Hollberg L, Itano W M, Jefferts S R, Delaney M J, Kim K, Levi F, Parker T E, Bergquist J C *Phys. Rev. Lett.* **97** 020801 (2006)
61. Wineland D J, Itano W M *Phys. Rev. A* **20** 1521 (1979)
62. Jaynes E T, Cummings F W *Proc. IEEE* **51** 89 (1963)
63. Blockley C A, Walls D F, Risken H *Europhys. Lett.* **17** (6) 509 (1992)
64. Sauter Th, Gilhaus H, Siemers I, Blatt R, Neuhauser W, Toschek P E *Z. Phys. D* **10** 153 (1988)
65. Lipkin H J *Quantum Mechanics* (Amsterdam: North-Holland, 1973)
66. Wineland D J, Monroe C, Itano W M, Leibfried D, King B E, Meekhof D M *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **103** 259 (1998)
67. Diedrich F, Bergquist J C, Itano W M, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **62** 403 (1989)
68. Monroe C, Meekhof D M, King B E, Jefferts S R, Itano W M, Wineland D J, Gould P *Phys. Rev. Lett.* **75** 4011 (1995)
69. Wineland D J, Itano W M, Bergquist J C, Hulet R G *Phys. Rev. A* **36** 2220 (1987)
70. Cirac J I, Blatt R, Parkins A S, Zoller P *Phys. Rev. Lett.* **70** 762 (1993)
71. Cirac J I, Parkins A S, Blatt R, Zoller P *Phys. Rev. Lett.* **70** 556 (1993)
72. Cirac J I, Parkins A S, Blatt R, Zoller P *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **37** 237 (1996)
73. Heinzen D J, Wineland D J *Phys. Rev. A* **42** 2977 (1990)
74. Bollinger J J, Itano W M, Wineland D J, Heinzen D J *Phys. Rev. A* **54** R4649 (1996)
75. Wineland D J, Bollinger J J, Itano W M, Moore F L, Heinzen D J *Phys. Rev. A* **46** R6797 (1992)
76. Meekhof D M, Monroe C, King B E, Itano W M, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **76** 1796 (1996)
77. Carruthers P, Nieto M M *Am. J. Phys.* **33** 537 (1965)
78. Law C K, Eberly J H *Phys. Rev. Lett.* **76** 1055 (1996)
79. Ben-Kish A, DeMarco B, Meyer V, Rowe M, Britton J, Itano W M, Jelenković B M, Langer C, Leibfried D, Rosenband T, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **90** 037902 (2003)
80. Monroe C, Meekhof D M, King B E, Wineland D J *Science* **272** 1131 (1996)
81. McDonnell M J, Home J P, Lucas D M, Imreh G, Keitch B C, Szwer D J, Thomas N R, Webster S C, Stacey D N, Steane A M *Phys. Rev. Lett.* **98** 063603 (2007)
82. Poschinger U, Walther A, Singer K, Schmidt-Kaler F *Phys. Rev. Lett.* **105** 263602 (2010)
83. Myatt C J, King B E, Turchette Q A, Sackett C A, Kielpinski D, Itano W M, Monroe C, Wineland D J *J. Mod. Opt.* **47** 2181 (2000)
84. Myatt C J, King B E, Turchette Q A, Sackett C A, Kielpinski D, Itano W M, Monroe C, Wineland D J *Nature* **403** 269 (2000)
85. Turchette Q A, Myatt C J, King B E, Sackett C A, Kielpinski D, Itano W M, Monroe C, Wineland D J *Phys. Rev. A* **62** 053807 (2000)
86. Shor P W, in *Proc. of the 35th Annual Symp. on the Foundations of Computer Science* (Ed. S Goldwasser) (Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press, 1994) p. 124
87. Ekert A, in *Atomic Physics 14. Fourteenth Intern. Conf. on Atomic Physics* (AIP Conf. Proc., Vol. 323, Eds D J Wineland, C E Wieman, S J Smith) (Woodbury, NY: American Institute of Physics, 1995) p. 450
88. Cirac J I, Zoller P *Phys. Rev. Lett.* **74** 4091 (1995)
89. Monroe C, Meekhof D M, King B E, Itano W M, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **75** 4714 (1995)
90. Schmidt-Kaler F, Häffner H, Riebe M, Gulde S, Lancaster G P T, Deuschle T, Becher C, Roos C F, Eschner J, Blatt R *Nature* **422** 408 (2003)
91. Milburn G J, Schneider S, James D F V *Fortschr. Phys.* **48** 801 (2000)
92. Solano E, de Matos Filho R L, Zagury N *Phys. Rev. A* **59** R2539 (1999)
93. Sørensen A, Mølmer K *Phys. Rev. Lett.* **82** 1971 (1999)
94. Sørensen A, Mølmer K *Phys. Rev. A* **62** 022311 (2000)
95. Wang X, Sørensen A, Mølmer K *Phys. Rev. Lett.* **86** 3907 (2001)

96. Lee P J, Brickman K-A, Deslauriers L, Haljan P C, Duan L-M, Monroe C *J. Opt. B Quantum Semiclass. Opt.* **7** (10) S371 (2005)
97. Home J P, McDonnell M J, Lucas D M, Imreh G, Keitch B C, Szwed D J, Thomas N R, Webster S C, Stacey D N, Steane A M *New J. Phys.* **8** 188 (2006)
98. Leibfried D, DeMarco B, Meyer V, Lucas D, Barrett M, Britton J, Itano W M, Jelenković B, Langer C, Rosenband T, Wineland D J *Nature* **422** 412 (2003)
99. Benhelm J, Kirchmair G, Roos C F, Blatt R *Nature Phys.* **4** 463 (2008)
100. Haljan P C, Lee P J, Brickman K-A, Acton M, Deslauriers L, Monroe C *Phys. Rev. A* **72** 062316 (2005)
101. Kim K, Chang M-S, Islam R, Korenblit S, Duan L-M, Monroe C *Phys. Rev. Lett.* **103** 120502 (2009)
102. Sackett C A, Kielpinski D, King B E, Langer C, Meyer V, Myatt C J, Rowe M, Turchette Q A, Itano W M, Wineland D J, Monroe C *Nature* **404** 256 (2000)
103. Blatt R, Roos C F *Nature Phys.* **8** 277 (2012)
104. Blatt R, Wineland D *Nature* **453** 1008 (2008)
105. Moehring D L, Maunz P, Olmschenk S, Younge K C, Matsukevich D N, Duan L-M, Monroe C *Nature* **449** 68 (2007)
106. Monroe C, Raussendorf R, Ruthven A, Brown K R, Maunz P, Duan L-M, Kim J *Phys. Rev. A* **89** 022317 (2014); arXiv:1208.0391
107. Olmschenk S, Hayes D, Matsukevich D N, Maunz P, Moehring D L, Monroe C *Int. J. Quantum Inform.* **8** 337 (2010)
108. Feynman R P *Int. J. Theor. Phys.* **21** (6-7) 467 (1982)
109. Lloyd S *Science* **273** 1073 (1996)
110. Leibfried D, DeMarco B, Meyer V, Rowe M, Ben-Kish A, Britton J, Itano W M, Jelenković B, Langer C, Rosenband T, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **89** 247901 (2002)
111. Gerritsma R, Kirchmair G, Zähringer F, Solano E, Blatt R, Roos C F *Nature* **463** 68 (2010)
112. Schmitz H, Matjesch R, Schneider C, Glueckert J, Enderlein M, Huber T, Schaetz T *Phys. Rev. Lett.* **103** 090504 (2009)
113. Zähringer F, Kirchmair G, Gerritsma R, Solano E, Blatt R, Roos C F *Phys. Rev. Lett.* **104** 100503 (2010)
114. Britton J W, Sawyer B C, Keith A C, Wang C-C J, Freericks J K, Uys H, Biercuk M J, Bollinger J J *Nature* **484** 489 (2012)
115. Chiaverini J, Lybarger W E (Jr.) *Phys. Rev. A* **77** 022324 (2008)
116. Clark R J, Lin T, Brown K R, Chuang I L J *Appl. Phys.* **105** 013114 (2009)
117. Deng X-L, Porras D, Cirac J I *Phys. Rev. A* **72** 063407 (2005)
118. Johanning M, Varón A F, Wunderlich C J *Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* **42** 154009 (2009)
119. Korenblit S, Kafri D, Campbell W C, Islam R, Edwards E E, Gong Z-X, Lin G-D, Duan L-M, Kim J, Kim K, Monroe C *New J. Phys.* **14** 095024 (2012)
120. Pons M, Ahufinger V, Wunderlich C, Sanpera A, Braungardt S, Sen(De) A, Sen U, Lewenstein M *Phys. Rev. Lett.* **98** 023003 (2007)
121. Porras D, Cirac J I *Phys. Rev. Lett.* **92** 207901 (2004)
122. Porras D, Cirac J I *Phys. Rev. Lett.* **96** 250501 (2006)
123. Schätz T, Friedenauer A, Schmitz H, Petersen L, Kahra S J *Mod. Opt.* **54** 2317 (2007)
124. Schmied R, Wesenberg J H, Leibfried D *New J. Phys.* **13** 115011 (2011)
125. Schmitz H, Friedenauer A, Schneider C, Matjesch R, Enderlein M, Huber T, Glueckert J, Porras D, Schaetz T *Appl. Phys. B* **95** 195 (2009)
126. Schneider C, Porras D, Schaetz T *Rep. Prog. Phys.* **75** 024401 (2012)
127. Taylor J M, Calarco T *Phys. Rev. A* **78** 062331 (2008)
128. Wunderlich Ch, Balzer Ch *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **49** 293 (2003)
129. Edwards E E, Korenblit S, Kim K, Islam R, Chang M-S, Freericks J K, Lin G-D, Duan L-M, Monroe C *Phys. Rev. B* **82** 060412(R) (2010); arXiv:1005.4160
130. Friedenauer A, Schmitz H, Glueckert J T, Porras D, Schaetz T *Nature Phys.* **4** 757 (2008)
131. Islam R, Senko C, Campbell W C, Korenblit S, Smith J, Lee A, Edwards E E, Wang C-C J, Freericks J K, Monroe C, arXiv: 1210.0142
132. Kim K, Chang M-S, Korenblit S, Islam R, Edwards E E, Freericks J K, Lin G-D, Duan L-M, Monroe C *Nature* **465** 590 (2010)
133. Barreiro J T, Müller M, Schindler P, Nigg D, Monz T, Chwalla M, Hennrich M, Roos C F, Zoller P, Blatt R *Nature* **470** 486 (2011)
134. Lanyon B P, Hempel C, Nigg D, Müller M, Gerritsma R, Zähringer F, Schindler P, Barreiro J T, Rambach M, Krichmair G, Hennrich M, Zoller P, Blatt R, Roos C F *Science* **334** 57 (2011)
135. Goldstein G, Cappellaro P, Maze J R, Hodges J S, Jiang L, Sørensen A S, Lukin M D *Phys. Rev. Lett.* **106** 140502 (2011); arXiv:1001.0089
136. Leibfried D, Barrett M D, Schaetz T, Britton J, Chiaverini J, Itano W M, Jost J D, Langer C, Wineland D J *Science* **304** 1476 (2004)
137. Roos C F, Chwalla M, Kim K, Riebe M, Blatt R *Nature* **443** 316 (2006)
138. Wineland D J, Bollinger J J, Itano W M, Heinzen D J *Phys. Rev. A* **50** 67 (1994)
139. Leibfried D, Knill E, Seidelin S, Britton J, Blakestad R B, Chiaverini J, Hume D B, Itano W M, Jost J D, Langer C, Ozeri R, Reichle R, Wineland D J *Nature* **438** 639 (2005)
140. Leroux I D, Schleier-Smith M H, Vuletić V *Phys. Rev. Lett.* **104** 250801 (2010)
141. Meyer V, Rowe M A, Kielpinski D, Sackett C A, Itano W M, Monroe C, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **86** 5870 (2001)
142. Monz T, Schindler P, Barreiro J T, Chwalla M, Nigg D, Coish W A, Harlander M, Hänsel W, Hennrich M, Blatt R *Phys. Rev. Lett.* **106** 130506 (2011)
143. Wineland D J, Itano W M, Bergquist J C, Walls F L, in *Proc. of the 35th Annual Symp. on Frequency Control* (NTIS, No. AD-A110870) (Washington, DC: Electronic Industries Assn., 1982) p. 602
144. Huelga S F, Macchiavello C, Pellizzari T, Ekert A K, Plenio M B, Cirac J I *Phys. Rev. Lett.* **79** 3865 (1997)
145. André A, Sørensen A S, Lukin M D *Phys. Rev. Lett.* **92** 230801 (2004)
146. Bužek V, Derka R, Massar S *Phys. Rev. Lett.* **82** 2207 (1999)
147. Rosenband T, arXiv:1203.0288
148. Wineland D J, Bergquist J C, Bollinger J J, Drullinger R E, Itano W M, in *Proc. of the 6th Symp. on Frequency Standards and Metrology, 9-14 September 2001, Scotland* (Ed. P Gill) (Singapore: World Scientific, 2002) p. 361
149. Schmidt P O, Rosenband T, Langer C, Itano W M, Bergquist J C, Wineland D J *Science* **309** 749 (2005)
150. Chou C W, Hume D B, Koelemeij J C J, Wineland D J, Rosenband T *Phys. Rev. Lett.* **104** 070802 (2010)
151. Rosenband T, Hume D B, Schmidt P O, Chou C W, Brusch A, Lorini L, Oskay W H, Drullinger R E, Fortier T M, Stalnaker J E, Diddams S A, Swann W C, Newbury N R, Itano W M, Wineland D J, Bergquist J C *Science* **319** 1808 (2008)
152. Chou C W, Hume D B, Rosenband T, Wineland D J *Science* **329** 1630 (2010)
153. Hume D B, Rosenband T, Wineland D J *Phys. Rev. Lett.* **99** 120502 (2007)
154. Deléglise S, Dotsenko I, Sayrin C, Bernu J, Brune M, Raimond J-M, Haroche S *Nature* **455** 510 (2008)
155. Duan L-M, Monroe C *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **55** 419 (2008)
156. Duan L-M, Monroe C *Rev. Mod. Phys.* **82** 1209 (2010)
157. Häffner H, Roos C F, Blatt R *Phys. Rep.* **469** 155 (2008)
158. Kielpinski D *Front. Phys. China* **3** (4) 365 (2008)
159. Leibfried D, Blatt R, Monroe C, Wineland D *Rev. Mod. Phys.* **75** 281 (2003)
160. Monroe C, Lukin M *Phys. World* **21** (August) 32 (2008)
161. Šašura M, Bužek V *J. Mod. Opt.* **49** 1593 (2002)
162. Gill P *Metrologia* **42** S125 (2005)
163. Gill P *Phil. Trans. R. Soc. A* **369** 4109 (2011)
164. Maleki L (Ed.) *Frequency Standards and Metrology, Proc. of the 7th Symp., Asilomar Conference Grounds, Pacific Grove, CA, USA, 5-11 October 2008* (Hackensack, NJ: World Scientific, 2009)
165. Margolis H S J *Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* **42** 154017 (2009)
166. Madej A A, Dubé P, Zhou Z, Bernard J E, Gertsz M *Phys. Rev. Lett.* **109** 203002 (2012)