

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Релятивистские зеркала в плазме —
новые результаты и перспективы

С.В. Буланов, Т.Ж. Есиркепов, М. Кандо, А.С. Пирожков, Н.Н. Розанов

Релятивистские зеркала в виде модуляций показателя преломления формируются сильными электромагнитными волнами в плазме и других нелинейных средах. При отражении от релятивистского зеркала происходит повышение частоты и интенсивности электромагнитной волны. Развитие данного направления обещает создание источников ультракоротких рентгеновских импульсов с характерным временем в аттосекундном диапазоне. Ожидаемая интенсивность такого излучения может отвечать уровню, при котором вступают в игру нелинейные эффекты квантовой электродинамики. Сильная волна при взаимодействии с зеркалом, движущимся в одном с ней направлении, передаёт ему энергию, приводя к эффективному ускорению ионов.

PACS numbers: 52.35.Mw, 52.38.Ph, 52.59.Ye

DOI: 10.3367/UFNr.0183.201305a.0449

Содержание

1. Введение (449).
2. Отражение электромагнитной волны от релятивистского зеркала (451).
 - 2.1. Равномерно движущееся зеркало. 2.2. Ускоренное зеркало. 2.3. Осциллирующее зеркало.
3. Основные положения теории параметрического эффекта Доплера (453).
 - 3.1. Асимптотика поля и доплеровский сдвиг частоты. 3.2. Режим однородных плоских волн. 3.3. Режим неоднородных плоских волн. 3.4. Отражение импульса. 3.5. Коэффициент отражения.
4. Нелинейные электромагнитные и плазменные волны (456).
 - 4.1. Поперечные электромагнитные волны. 4.2. Продольные плазменные волны. 4.3. Общие закономерности опрокидывания плазменных волн. 4.4. Опрокидывание плазменных волн вслед-

ствие фазового перемешивания. 4.5. Кильватерная волна вблизи порога опрокидывания. 4.6. Поперечное опрокидывание кильватерной волны. 4.7. Головная волна. 4.8. Опрокидывание волн в плазме с конечной температурой.

5. Взаимодействие заряженных частиц и электромагнитного излучения с нелинейными кильватерными волнами (465).
 - 5.1. Ускорение электронов кильватерными плазменными волнами. 5.2. Ускоритель фотонов.
6. Отражение электромагнитных волн от каустик в распределении плотности электронов в плазменных волнах (468).
7. Тонкий электронный слой как релятивистское зеркало (470).
8. Взаимодействие электромагнитной волны с убегającym релятивистским зеркалом. Ускорение ионов давлением света (471).
 - 8.1. Простая модель радиационного ускорения. 8.2. Уравнения движения деформируемой оболочки. 8.3. Параметры пучков ускоренных ионов. 8.4. Неустойчивость ускоряемой оболочки. 8.5. Режим "неограниченного" ускорения.
9. Модель двухстороннего релятивистского зеркала (476).
10. Компактный источник рентгеновских лучей высокой яркости, основанный на механизме релятивистского летящего зеркала (478).
 - 10.1. Релятивистское летящее зеркало в нелинейных кильватерных волнах. 10.2. Демонстрация релятивистского летящего зеркала в эксперименте.
11. Другие схемы создания компактных источников рентгеновского излучения высокой интенсивности, основанных на использовании релятивистских зеркал (482).
12. Параметры, характеризующие взаимодействие сильного электромагнитного излучения с веществом (482).
13. Заключение (484).

Список литературы (484).

С.В. Буланов. Kansai Photon Science Institute, Japan Atomic Energy Agency, 8-1-7 Umemidai, Kizugawa-shi, Kyoto-fu 619-0215, Japan
Тел. + 81 774-71-3005. Факс + 81 774-71-3316
E-mail: bulanov.sergei@jaea.go.jp
Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, 119991 Москва, Российская Федерация
Т.Ж. Есиркепов, М. Кандо, А.С. Пирожков. Kansai Photon Science Institute, Japan Atomic Energy Agency, 8-1-7 Umemidai, Kizugawa-shi, Kyoto-fu 619-0215, Japan
Н.Н. Розанов. Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова, Кадетская линия В.О. 5/2, 199053 Санкт-Петербург, Российская Федерация;
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Кронверкский просп. 49, 197101 Санкт-Петербург, Российская Федерация;
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, ул. Политехническая 26, 194021 Санкт-Петербург, Российская Федерация
E-mail: nrosanov@yahoo.com

Статья поступила 17 июля 2012 г.

1. Введение

Для решения многочисленных задач фундаментального и прикладного характера требуются источники электромагнитного излучения с длиной волны, лежащей в широкой области — от радиодиапазона до рентгеновского и гамма-диапазона. В настоящее время наиболее

© С.В. Буланов, Т.Ж. Есиркепов, М. Кандо, А.С. Пирожков, Н.Н. Розанов 2013

мощное рентгеновское излучение генерируется в источниках синхротронного излучения при движении ультрарелятивистских электронов в магнитном поле. Лазеры на свободных электронах нового поколения, использующие ультрарелятивистские электроны от линейных ускорителей, способны излучать пучки рентгеновских квантов с яркостью, на несколько порядков превышающей яркость рентгеновского излучения синхротронных источников. Лазер на свободных электронах (Linac Coherent Light Source — LCLS) в Стэнфордском центре линейного ускорителя (SLAC) использует электроны с энергией 14 ГэВ от линейного ускорителя километровой длины. Электронный пучок в результате его взаимодействия с ондулятором — системой периодически расположенных магнитов — излучает импульсы когерентного рентгеновского излучения с энергией квантов 8 кэВ, длительностью импульса от 1 до 200 фс и интенсивностью порядка 10^{20} Вт см⁻².

Максимальная энергия заряженных частиц, достигнутая в земных условиях, соответствует энергии протонов, ускоренных Большим адронным коллайдером в ЦЕРНе, — 7 ТэВ. Этот ускоритель, имеющий длину 27 км, способен обеспечить светимость адронного пучка (т.е. частоту реакций, отнесенную к сечению рассеяния) 10^{34} см⁻² с⁻¹, которая на два порядка превосходит светимость пучков, генерируемых ускорителями предыдущих поколений, что обеспечило существенный прогресс в поисках бозона Хиггса.

На каждой новой ступени развития ускорителей заряженных частиц для исследователей становятся доступными установки со всё более высокими параметрами. Однако при этом в конце концов возникает вопрос о размерах и стоимости ускорителей. Если обратиться к вопросу о максимальных размерах (и связанных с ними значениях максимальной энергии ускоренных частиц), то ещё в 1950-х годах Энрико Ферми указал, что из ограничения на величину электрического поля, которое может быть использовано без нарушения работы ускорителя, следует значение максимальной энергии 10^{15} эВ для ускорителя с длиной, равной длине экватора — максимальному размеру в земных условиях.

В середине 1950-х годов в СССР Я.Б. Файнберг, А.М. Будкер и В.И. Векслер предложили несколько основанных на использовании электрических полей в плазме вариантов коллективного ускорения частиц, которые могут обеспечить намного более высокий темп ускорения, что в свою очередь соответствует уменьшению размеров ускорителей. Векслером рассматривался механизм ускорения, использующий радиационное давление сильной электромагнитной волны на электронно-ионный ступок [1].

Идея передачи импульса электромагнитной волны веществу была сформулирована в работах П.Н. Лебедева [2] и А. Эддингтона [3]. Имеется также глубокая аналогия между радиационным ускорением ионов и "солнечным" или "световым парусом", предложенным Ф. Цандером для ускорения космических кораблей, предназначенных для межпланетных и межзвёздных полётов [4].

Работа В.И. Векслера оказала большое влияние на развитие физики плазмы и методов ускорения заряженных частиц (см., например, [5]). В случае плазменного ступка относительно малого размера сила, с которой волна действует на ступок, пропорциональна квадрату

его электрического заряда. При воздействии волны на мишень достаточно больших размеров сила перестаёт зависеть от заряда и становится равной произведению радиационного давления на облучаемую площадь. В релятивистском пределе энергии ионов этот процесс ускорения частиц приобретает черты взаимодействия электромагнитной волны с убегающим релятивистским зеркалом — энергия отражённой волны оказывается намного меньше падающей на зеркало энергии, преобразуясь с высокой эффективностью в энергию ускоренных частиц. Компактный ускоритель ионов найдёт применения в области ядерной физики [6], управляемого термоядерного синтеза [7] и в медицине [8].

При отражении электромагнитной волны от движущегося навстречу ей релятивистского зеркала отражённый импульс сжимается в продольном направлении с повышением его частоты, как показано А. Эйнштейном [9], т.е. в этом случае зеркало производит работу над электромагнитным полем. Такой режим представляет большой интерес для создания компактных источников когерентного излучения в ультрафиолетовом и рентгеновском диапазонах.

Обсуждению различных аспектов взаимодействия света с движущимися зеркалами посвящено большое число публикаций, начиная с работ по интерпретации опытов Майкельсона–Морли и радиолокации и кончая задачами квантовой теории поля (в качестве примера можно упомянуть статьи Дэвиса и Фулинга по расчёту излучения ускоренного релятивистского зеркала [10] и обсуждению его связи с эффектом Хокинга [11] и излучением Унру [12], а также работу [13], посвящённую исследованию нестационарного эффекта Казимира). С практической точки зрения повышение частоты и интенсивности отражённой волны представляют интерес в связи с работами по созданию источников излучения с перестраиваемыми параметрами. Поэтому неудивительно, что вопрос о реализации релятивистских зеркал в лабораторных условиях неоднократно поднимался в прошлом [14–16] и продолжает привлекать пристальное внимание в настоящее время. В качестве таких зеркал в первую очередь рассматривались пучки релятивистских электронов [17, 18] и движущиеся с релятивистской скоростью волны ионизации [19–25].

Существует ряд экспериментальных работ, в которых в качестве релятивистских зеркал используются ионизационные волны, распространяющиеся в структурах с изменяющимся в пространстве, но постоянным во времени электрическим полем. Статическое электрическое поле в результате взаимодействия с ионизационной волной преобразуется в электромагнитную волну [23]. В условиях экспериментов [24, 25] частота генерируемой волны лежит в терагерцевом диапазоне (1 ТГц соответствует периоду 10^{-12} с). Повышение частоты излучения, отражённого от фронта ионизации, формирующегося при наклонном падении ионизирующего излучения на поверхность мишени, наблюдалось в [26]. В работе [27] обсуждается возможность радиолокационного детектирования космических лучей сверхвысоких энергий при отражении электромагнитной волны на фронте ионизированной области, создаваемой широкими атмосферными ливнями, производимыми космическими лучами.

Характерные параметры электронных пучков и ионизационных волн (ширина фронта и концентрация электронов) обусловили то, что эксперименты проводились

для излучения в относительно длинноволновой области, соответствующей высокочастотному (ВЧ) диапазону, поскольку для отражения излучения в оптическом диапазоне требуются значения концентрации электронов, существенно превышающие те, которые могут быть достигнуты в электронных пучках.

В связи с этим возникают вопросы о том, каким образом можно создать (и возможно ли это вообще) релятивистское зеркало, обладающее достаточно хорошим качеством для эффективного отражения света, и движущееся, кроме того, с достаточно большой скоростью, чтобы обеспечить существенное повышение частоты отражённого сигнала — до значений частоты фотонов, отвечающей рентгеновскому диапазону. Ответ на эти вопросы даёт физика нелинейных процессов, протекающих в релятивистской лазерной плазме.

Прогресс в развитии лазерных технологий привёл к созданию установок с интенсивностью лазерных импульсов, обеспечивающей релятивистский режим их взаимодействия с веществом и условия для создания компактных ускорителей заряженных частиц, разработки источников жёсткого электромагнитного излучения и проведения лабораторных экспериментов, моделирующих важные для астрофизики и фундаментальной физики процессы. Обсуждение результатов исследований в этих направлениях можно найти в многочисленных обзорах (см., например, [28–33]), опубликованных в последнее время.

В типичных условиях взаимодействия мощной электромагнитной волны с плазмой формируются движущиеся с релятивистской скоростью неоднородности в распределении электронной плотности в виде электронных сгустков или тонких слоёв. Взаимодействие с ними электромагнитного излучения может рассматриваться как отражение от релятивистского зеркала [34, 35] с вытекающим отсюда релятивистским изменением частоты и амплитуды отражённой волны. Этот процесс представляет собой механизм, лежащий в основе генерации гармоник в релятивистской бесстолкновительной плазме в рамках модели осциллирующего релятивистского зеркала [36] (см. обзор [37] и цитируемую там литературу), генерации аттосекундных импульсов излучения [38–40], повышения частоты и увеличения интенсивности излучения [35, 41–46]. Целью этих работ является создание компактного источника рентгеновского излучения с высокой интенсивностью, требуемой для многочисленных приложений, диапазон которых простирается от получения изображений молекул [47], что представляет большой интерес для медицины и биологии, до исследований строения вещества, диагностики термоядерной плазмы и решения таких задач фундаментальной науки, как проведение экспериментов по лабораторной релятивистской астрофизике [48] и экспериментальное исследование нелинейных эффектов, предсказываемых квантовой электродинамикой [49].

2. Отражение электромагнитной волны от релятивистского зеркала

2.1. Равномерно движущееся зеркало

Изменение частоты и амплитуды электромагнитной волны при отражении от движущегося зеркала обусловлено двойным эффектом Доплера. Соответствующая

теория отражения света от движущегося в вакууме с произвольной (досветовой) скоростью зеркала v_M ($v_M < c$, где c — скорость света в вакууме), построенная в работе Эйнштейна по теории относительности [9], представляет собой классический пример применения формализма преобразований Лоренца для решения электродинамических задач.

Процесс отражения электромагнитной волны от релятивистского зеркала характеризуется рядом замечательных явлений. Частота отражённой волны, согласно [9] (см. также [50]), изменяется в зависимости от угла падения и скорости зеркала:

$$\omega_r = \omega_0 \frac{1 + 2\beta_M \cos \theta_0 + \beta_M^2}{1 - \beta_M^2}. \quad (1)$$

Здесь ω_0 и ω_r — частота падающего на зеркало света и частота отражённой волны соответственно, θ_0 — угол падения волны, $\beta_M = v_M/c$ — скорость зеркала, нормированная на скорость света в вакууме. Угол отражения θ_r связан с углом падения соотношением

$$\sin \theta_r = \frac{\omega_0}{\omega_r} \sin \theta_0 = \frac{(1 - \beta_M^2) \sin \theta_0}{1 + 2\beta_M \cos \theta_0 + \beta_M^2}. \quad (2)$$

При этом отношение амплитуды электрического поля в волне к её частоте остаётся постоянным:

$$\frac{E_r}{\omega_r} = \frac{E_0}{\omega_0}. \quad (3)$$

Здесь и далее используются индексы 0 и r для обозначения параметров падающего на зеркало и отражённого от него излучения в лабораторной системе отсчёта.

В зависимости от того, как ориентированы проекция скорости волны на направление скорости зеркала и скорость зеркала в лабораторной системе отсчёта — в одну и ту же сторону ($\beta_M < 0$) или в разные стороны ($\beta_M > 0$), происходит понижение или повышение частоты света, растяжение или сжатие длины электромагнитного импульса и уменьшение или увеличение энергии волны. В наиболее простом случае нормального падения волны на зеркало ($\theta_0 = 0$) из выражения (1) следует

$$\omega_r = \omega_0 \frac{1 + \beta_M}{1 - \beta_M} = \omega_0 (1 + \beta_M)^2 \gamma_M^2,$$

где $\gamma_M = (1 - \beta_M^2)^{-1/2}$ — релятивистский гамма-фактор зеркала. В ультрарелятивистском пределе, когда $\gamma_M \gg 1$, частота отражённой волны понижается (повышается) в $\approx 4\gamma_M^2$ раз. Соответствующим образом изменяется энергия электромагнитного импульса.

2.2. Ускоренное зеркало

Рассмотрим задачу о движении релятивистского зеркала в случае нормального отражения волны от зеркала, движущегося с ускорением. Пусть падающая и отражённые волны заданы поперечной компонентой векторного потенциала $A(x, t) = A_0(t - x/c) + A_r(t + x/c)$. Координата зеркала в момент времени t определяется уравнением $M(x, t) = \text{const}$ (рис. 1а), т.е. зеркало находится в точке $x = x_M(t)$.

Решение волнового уравнения, удовлетворяющего при $x = x_M(t)$ граничному условию $A(x_M(t), t) = 0$,

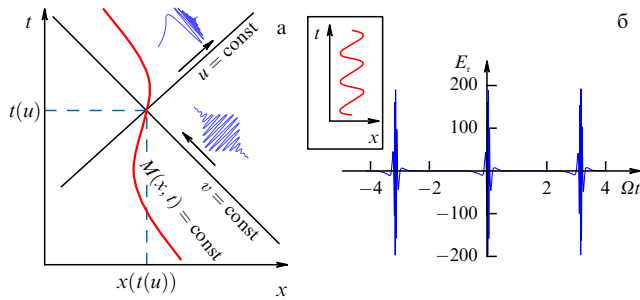


Рис. 1. (а) Координаты зеркала (x, t) как функции переменной $u = t - x/c$; переменная $v = t + x/c$. (б) Электрическое поле отражённой от осциллирующего зеркала волны для отношения частоты колебаний зеркала к частоте падающей волны $\Omega/\omega_0 = 1$ и нормированной амплитуды волны $a = 10$. На вставке показана траектория осциллирующего зеркала на плоскости (x, t) .

имеет вид [51]

$$A(x, t) = A_0 \left[\exp(-i\omega_0 v) - \exp\left(-i \int^u \omega_r(u) du\right) \right] \quad (4)$$

в координатах

$$u = t - \frac{x}{c}, \quad v = t + \frac{x}{c}. \quad (5)$$

Фаза отражённой волны $\psi_r(u) = \int^u \omega_r(u) du$ определяется выражением $\psi_r(u) = \omega_0(2t(u) - u)$, которое следует из (5) и соотношения $\psi_r(u)/\omega_0 = 2t(u) - u = u + 2x(t(u))/c$. Из (5) получаем, что зависимость от переменной u времени $t(u)$ пересечения линий $u = \text{const}$ и $v = \text{const}$ с траекторией зеркала такова: $t(u) = u + x_M(t(u))/c$, где $x_M(t(u))$ — координата точки пересечения (рис. 1а). Отсюда также следует, что $\omega_0 v = \psi_r(u)$. Дифференцируя последнее выражение по времени, найдём

$$\psi_r'(u) = \omega_0 \frac{1 + \beta_M(u)}{1 - \beta_M(u)}, \quad (6)$$

где $\beta_M(u) = dx_M(t(u))/cdt$ — нормированная на c скорость зеркала. Определяемая уравнением (6) производная фазы по переменной u представляет собой не что иное, как частоту отражённой волны ω_r .

Продифференцировав по времени выражение (4), найдём связь между значениями электрического поля $E = -(\partial A/\partial t)/c$ в отражённой и падающей на зеркало волнах:

$$E_r = -E_0 \frac{1 + \beta_M(t)}{1 - \beta_M(t)}, \quad (7)$$

где $\beta_M(t) \equiv \beta_M(u(t))$, что соответствует соотношению (3).

Для зеркала, движущегося с постоянной скоростью, т.е. для $x_M(t) = v_M t$, формулы (6) и (7) эквивалентны соответственно зависимости (1) при $\theta_0 = 0$ и зависимости (3) для электрического поля.

При движении зеркала с постоянным ускорением w_M зависимость его координаты от времени даётся соотношением [52] $x_M(t) = (c/w_M)(m^2 c^2 + w_M^2 t^2)^{1/2}$. В этом случае частота света, отражённого от равноускоренного зеркала, в пределе $t \rightarrow \infty$ возрастает прямо пропорционально квадрату времени для $w_M > 0$ и убывает обратно

пропорционально квадрату времени для $w_M < 0$:

$$\omega_r = \omega_0 \frac{\sqrt{m^2 c^2 + w_M^2 t^2} + w_M t}{\sqrt{m^2 c^2 + w_M^2 t^2} - w_M t} \underset{t \rightarrow \infty}{\approx} \begin{cases} \frac{4\omega_0 w_M^2 t^2}{m^2 c^2}, & w_M > 0, \\ \frac{\omega_0 m^2 c^2}{4w_M^2 t^2}, & w_M < 0. \end{cases} \quad (8)$$

Амплитуда отражённой волны возрастает или убывает аналогичным образом. В работах [45, 53] такие зависимости были получены интегрированием неоднородного волнового уравнения вдоль характеристик и с помощью преобразования Риндлера в ускоренную систему отсчёта.

2.3. Осциллирующее зеркало

При отражении волны от осциллирующего зеркала её спектр сдвигается в высокочастотную область [36] и происходит разбиение волны на короткие волновые пакеты. Частота повышается, согласно соотношению (6), приблизительно в $4\gamma_M$ раз. Во столько же раз возрастает максимальное поле в соответствии с (7).

В качестве примера такого процесса рассмотрим электронный слой, осциллирующий под действием линейно поляризованной электромагнитной волны с электрическим полем, параллельным оси y :

$$E_y = E_0 \cos \left[\Omega \left(t + \frac{x}{c} \right) \right].$$

Вторая электромагнитная волна отражается от слоя, как от зеркала. Для описания зеркала воспользуемся результатами точного решения задачи о заряде в поле электромагнитной волны [52], которые задают его движение в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} x &= \frac{a_0^2}{4(2 + a_0^2)} \sin 2\eta, & y &= \frac{a_0}{\sqrt{1 + a_0^2/2}} \cos \eta, \\ t &= \eta + \frac{a_0^2}{4(2 + a_0^2)} \sin 2\eta, & p_x &= \frac{a_0^2}{4\sqrt{1 + a_0^2/2}} \cos 2\eta, \\ p_y &= a \sin \eta, & z &= 0, & p_z &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где координата и время нормированы на c/Ω и Ω^{-1} , $\eta = \Omega v$, импульс измеряется в единицах $m_e c$, нормированная амплитуда волны $a_0 = eE_0/m_e \Omega c$.

Используя решение (9) для вычисления частоты и фазы отражённой волны, найдём электрическое поле $E_r(t) = \omega_0^{-1} \psi_r'(t) \cos(\psi_r(t))$, которое показано на рис. 1б для падающей на зеркало волны с постоянной амплитудой. Отражённое излучение имеет вид последовательности волновых пакетов с частотой, в пределе $a_0 \gg 1$ приблизительно равной $\omega_0 a_0^2/2$, и длительностью $\approx 2\pi/\Omega a_0$. Здесь предполагается, что вторая волна распространяется в направлении, противоположном распространению волны, вызывающей осцилляции электронного слоя.

Если вторая волна распространяется в том же направлении, что и волна, вызывающая осцилляции электронного слоя, то электрическое поле в отражённой волне имеет вид последовательности коротких импульсов шириной $\approx \pi/a_0 \Omega$ без высокочастотного заполнения. Отметим, что генерация ультракоротких электромагнитных импульсов в схожих условиях наблюдалась при компьютерном моделировании взаимодействия сильной волны с плотной плазмой [38].

3. Основные положения теории параметрического эффекта Доплера

Если движение зеркала происходит не в вакууме, а в сплошной среде, то эффект Доплера приобретает новые особенности, связанные прежде всего с частотной дисперсией среды.

О параметрическом эффекте Доплера говорят в случае неподвижных сред, в которых излучение отражается или рассеивается на движущихся неоднородностях характеристик среды [54, 55]. Дисперсия среды в случае движущихся источника и приёмника излучения приводит к сложному эффекту Доплера, обнаруженному И.М. Франком [56]. Применительно к движущемуся зеркалу это означает, что одной и той же частоте падающего излучения может соответствовать несколько частот отражённого излучения. Доплеровский сдвиг частоты при отражении от фронта ударной волны анализировался, в частности, в работах [57, 58]. Наконец, в работе [59] рассматривалась задача о доплеровском преобразовании частоты при отражении слабого излучения от интенсивного импульса самоиндуцированной прозрачности в газе трёхуровневых атомов. В данном разделе будет представлена последовательная теория параметрического эффекта Доплера для отражения слабого излучения от неоднородностей среды, движущихся с релятивистскими скоростями [57, 60–66].

Рассмотрим распространение слабого излучения в нестационарной среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями, зависящими от времени и координат. Пусть неоднородность движется со скоростью v_M в положительном ($v_M > 0$) или отрицательном ($v_M < 0$) направлении оси z .

Быстро движущиеся (релятивистские) неоднородности могут наводиться в нелинейной среде интенсивными лазерными импульсами или временными солитонами. Примером может служить среда с малоинерционной кубической нелинейностью. В действительности мы можем отвлечься от природы происхождения движущейся неоднородности характеристик среды и рассматривать далее линейную задачу об отражении на заданной неоднородности слабого излучения. Это оправданно до тех пор, пока можно пренебрегать истощением порождающего неоднородность интенсивного импульса.

Считаем далее излучение линейно поляризованным, так что напряжённости электрического и магнитного полей выражаются в виде $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_y$, $\mathbf{H} = H\mathbf{e}_z$, где $\mathbf{e}_y$ и $\mathbf{e}_z$ — орты вдоль соответствующих осей. Тогда уравнения Максвелла сводятся к следующим:

$$\partial_x H = -\frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}, \quad \partial_x E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}. \quad (10)$$

Здесь $D = E + 4\pi P = \hat{\epsilon}E$ и $B = H + 4\pi M = \hat{\mu}H$ — электрическая и магнитная индукции соответственно, а операторный характер $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ отражает зависимость диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостей от частоты излучения (частотная дисперсия). На скачках неоднородности, движущихся со скоростью $v_M = c\beta_M$, должны выполняться условия непрерывности двух следующих величин [69]:

$$E - \beta_M B, \quad H - \beta_M D. \quad (11)$$

На участках среды с не зависящими от x проницаемостями уравнения Максвелла (10) имеют решения в виде

плоских волн. Ниже мы рассмотрим режимы, в которых поле излучения состоит из нескольких плоских монохроматических волн с комплексными волновыми числами k и частотами ω (смысл комплексности частоты поясняется ниже). Дисперсионное уравнение, связывающее волновое число и частоту волны, имеет стандартный вид:

$$k^2 c^2 = \omega^2 \epsilon \mu. \quad (12)$$

При нахождении из (12) волнового числа следует фиксировать ветвь квадратного корня. Для волны, у которой средний по оптическому периоду поток энергии (вектор Пойнтинга) сонаправлен с осью x и напряжённости полей в комплексной записи пропорциональны $\exp(ikx - i\omega t)$, приходим к соотношению

$$kc = \omega \mu Y, \quad (13)$$

где Y — обратный импеданс,

$$Y = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}, \quad \operatorname{Re} Y \geq 0. \quad (14)$$

В этих соотношениях проницаемости среды ϵ и μ также могут быть комплексными. Естественно, что для волны, переносящей энергию в противоположном направлении, волновое число отличается от такового в (13) знаком.

3.1. Асимптотика поля и доплеровский сдвиг частоты

Считаем неоднородность локализованной. Тогда неоднородность отсутствует в области исходной среды $x \rightarrow -\infty$, где среда однородна и излучение представляется суперпозицией падающей и отражённой плоских волн. Далее мы будем различать случаи встречного и попутного отражения. Оказывается, что для определения сдвига частоты при параметрическом эффекте Доплера достаточно знать дисперсионные характеристики указанной однородной среды и скорость движения неоднородности.

3.2. Режим однородных плоских волн

Пусть излучение — плоская монохроматическая волна, падающая нормально на неоднородность, движущуюся вдоль оси x . Как и ранее, величины, относящиеся к падающей и отражённой волнам, помечаем индексами 0 и r соответственно. Асимптотика полей в области однородной среды (при $x \rightarrow \infty$) следующая:

$$\begin{aligned} E &= E_0 \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] + E_r \exp[i(-k_r x - \omega_r t)], \\ H &= Y_0 E_0 \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] - Y_r E_r \exp[i(-k_r x - \omega_r t)], \\ D &= \epsilon_0 E_0 \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] + \epsilon_r E_r \exp[i(-k_r x - \omega_r t)], \\ B &= n_0 E_0 \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] - n_r E_r \exp[i(-k_r x - \omega_r t)]. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь использовано обозначение обратного импеданса (14) и введены показатели преломления $n_{0,r} = \mu_{0,r} Y_{0,r}$ (предполагается, что $\epsilon_{0,r} \mu_{0,r} > 0$) для падающей на неоднородность и отражённой волн, а также их волновые числа $k_{0,r} = (\omega_{0,r}/c)n_{0,r}$. Частоты этих волн различаются вследствие эффекта Доплера. Сначала мы рассмотрим случай встречного отражения, в котором волновое число k_r положительно.

Выражения (15) справедливы в области вплоть до границы неоднородности, движущейся со скоростью v_M . Профиль неоднородности удобно аппроксимировать ступенчатой функцией. На границе "первой" сту-

пеньки, т.е. при $x = x_b = v_M t$, должны быть непрерывны величины (9). Отсюда следует, что при $x = v_M t$ показатели всех экспонент в (15) должны совпадать. Это обстоятельство позволяет получить соотношение между частотами падающей и отражённой волн:

$$\omega_0(1 + \beta_M n_0) = \omega_r(1 - \beta_M n_r). \quad (16)$$

В (16) известна частота падающей волны ω_0 и соответственно показатель преломления на этой частоте n_0 . Тогда из (16) можно найти частоту отражённой волны ω_r , для чего требуется задать скорость движения неоднородности v_M и закон дисперсии, т.е. зависимость $n_r(\omega_r)$. Однако удобнее переписать (16) в виде

$$\beta_M = \frac{\omega_0 - \omega_r}{\omega_0 n_0 + \omega_r n_r}. \quad (17)$$

В этом уравнении для произвольного закона дисперсии достаточно варьировать частоту отражённой волны ω_r и находить соответствующее значение скорости движения неоднородности v_M . Зависимость $v_M(\omega_r)$, согласно (17), однозначна, однако обратная зависимость $\omega_r(v_M)$ таковой может не оказаться (сложный эффект Доплера), т.е. одному значению скорости движения могут отвечать или несколько значений, или ни одного значения частоты отражённого излучения.

Проиллюстрируем результаты этого раздела на примере немагнитной среды (магнитная проницаемость $\mu = 1$) с частотной дисперсией, отвечающей бесстолкновительной плазме, в области прозрачности:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}, \quad \omega^2 > \omega_{pe}^2. \quad (18)$$

В рассматриваемом случае показатель преломления $n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)} < 1$, так что фазовая скорость $v_{ph}(\omega) = c/n(\omega)$ во всём интервале прозрачности среды превышает скорость света в вакууме c . Теперь (17) примет вид

$$\beta_M = \frac{\omega_0 - \omega_r}{\sqrt{\omega_0^2 - \omega_{pe}^2} + \sqrt{\omega_r^2 - \omega_{pe}^2}}, \quad \omega_{0,r}^2 > \omega_{pe}^2. \quad (19)$$

Отсюда следует, что при изменении ω_r в области прозрачности от ω_{pe} до ∞ скорость v_M монотонно убывает от

$$v_{M,\max} = c \sqrt{\frac{\omega_0 - \omega_{pe}}{\omega_0 + \omega_{pe}}} < c \quad (20)$$

до $-c$, обращаясь в нуль при $\omega_r = \omega_0$. Обратная зависимость $\omega_r(v_M)$ в указанном интервале изменения также является однозначной и отвечает монотонному убыванию частоты отражённого излучения. Вместе с тем досветовым скоростям движения неоднородности,

$$v_{M,\max} \leq v_M < c, \quad (21)$$

не отвечает ни одно значение частоты отражённого излучения (при таких скоростях уравнение (19) не имеет вещественных решений ω_r). Другими словами, при условиях (21) или $\omega_0 < \omega_{\min}$, где

$$\omega_{\min} = \begin{cases} \frac{1 + \beta_M^2}{1 - \beta_M^2} \omega_{pe}, & v_M > 0, \\ \omega_{pe}, & v_M < 0, \end{cases} \quad (22)$$

отражённое излучение не является монохроматической волной с вещественной частотой. Проверка показывает также, что при этом отсутствуют и режимы отражения с комплексной частотой (см. ниже).

Зависимость частоты отражённого излучения от частоты падающей волны при фиксированной скорости движения неоднородности даётся выражением

$$\beta_M \omega_r = \frac{1}{1 - \beta_M^2} \left[(1 - \beta_M^2) \omega_0 - 2\beta_M \sqrt{\omega_0^2 - \omega_{pe}^2} \right], \quad (23)$$

$$\omega_0 > \omega_{\min}.$$

Согласно (23), при увеличении частоты падающего излучения ω_0 частота отражённой волны ω_r монотонно возрастает.

На рисунке 2 в области параметров $(\beta_M, \omega_0/\omega_{pe})$ показана зона I, отвечающая рассмотренному выше режиму встречного отражения, который реализуется при любых отрицательных и не слишком больших положительных значениях скорости движения неоднородности. Анализ [67] показывает, что при увеличении скорости движения неоднородности в зоне II "отражённая" волна характеризуется отрицательным значением волнового числа k_r , так что поток энергии для неё направлен в ту же сторону, что и у падающего излучения. Верхняя граница по скорости неоднородности этого режима попутного отражения определяется условием $v_M/c = (1 - \omega_{pe}^2/\omega_0^2)^{1/2}$. При превышении этого значения скорости не существует режимов монохроматического отражения волны от движущейся неоднородности (режим отсутствия отражения, зона III на рис. 2).

Физический смысл "необычных" режимов проясняется при рассмотрении отражения не монохроматического, а квазимонохроматического излучения (импульсы излучения, содержащие большое число оптических колебаний (см. раздел 3.3)) [67].

Режим попутного отражения (зона II на рис. 2) вызван тем, что при отражении от "убегаящей" неоднородности

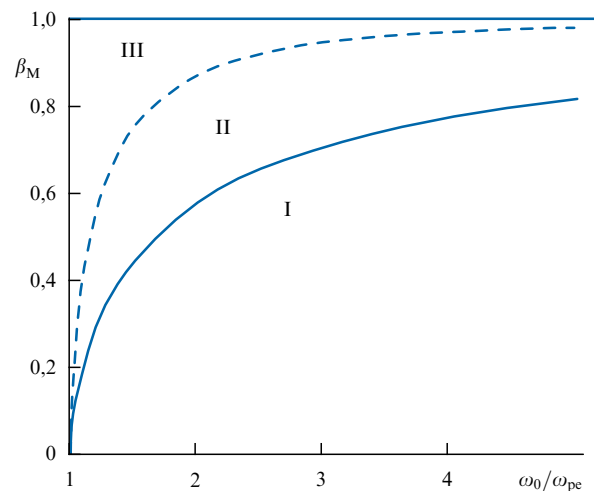


Рис. 2. Разделение области параметров — скорости движения неоднородности $\beta_M = v_M/c$ и относительной частоты падающего излучения ω_0/ω_{pe} — на зоны, отвечающие различным режимам отражения: I — режим встречного отражения, II — режим попутного отражения, III — режим отсутствия отражения в бесстолкновительной плазме.

центральная частота импульса уменьшается и при законе дисперсии (18) групповая скорость отражённого импульса становится меньше, чем скорость движения неоднородности.

Наконец, режим отсутствия отражения (зона III на рис. 2) отвечает тому, что групповая скорость импульса падающего излучения оказывается меньшей скорости движения неоднородности, вследствие чего падающее излучение не может догнать более быстро движущуюся неоднородность. Конечно, применительно к импульсам здесь речь идёт об отражении основной доли излучения, так как импульс всегда содержит малую по энергии долю высокочастотного излучения, которое будет отражаться от неоднородности в "обычном" режиме встречного отражения. Отметим также, что неоднородность со сверхсветовой скоростью движения порождает излучение Вавилова–Черенкова [68]. В условиях малости соответствующих потерь при этом реализуется обращение волнового фронта [69].

Основным ограничением справедливости приведённого выше рассуждения является пренебрежение эффектами пространственной дисперсии. Действительно, последние имеют важное значение в условиях, когда показатель преломления среды приближается к нулю (что отвечает скорости $v_M = v_{M, \max}$). При учёте пространственной дисперсии возможными становятся такие явления, как плазменные (продольные) волны и затухание Ландау, даже в бесстолкновительной плазме. Отметим также, что уже при отклонении падения излучения от нормального может возникнуть перекачка поперечных волн в плазменные с соответствующей диссипацией энергии [70].

3.3. Режим неоднородных плоских волн

Теперь мы будем допускать возможность комплексных волновых чисел плоских волн (не принимаемую во внимание в разделе 3.2), что реализуется либо при учёте поглощения, либо, даже для прозрачных сред, в режиме полного внутреннего отражения (например, для плазменного закона дисперсии (18) при достаточно низких частотах). Используем комплексную форму записи полей с временной зависимостью вида $\exp(-i\omega t)$. Считаем, что неоднородность занимает область $x > x_b = v_M t$. Тогда в области $x < x_b$ среда однородна и в ней распространяются падающая волна с пространственно-временной зависимостью $\exp(ik_0 x - i\omega_0 t)$ и отражённая волна с аналогичной зависимостью, $\exp(-ik_r x - i\omega_r t)$. Здесь волновые числа $k_{0,r} = k(\omega_{0,r})$ определяются соотношениями (13) и (14).

Из условий непрерывности комбинаций напряжённостей электрического и магнитного полей (11) вытекает аналогичное (16) требование равенства показателей экспонент, т.е. равенство фаз при $x = x_b$:

$$k_r v_M = \omega_0 - \omega_r - k_0 v_M. \quad (24)$$

Условие (17) теперь имеет комплексную форму и является эквивалентным двум равенствам:

$$v_M = \operatorname{Re} \frac{\omega_0 - \omega_r}{k_0 + k_r}, \quad \operatorname{Im} \frac{\omega_0 - \omega_r}{k_0 + k_r} = 0. \quad (25)$$

Соотношения (25) с учётом (11) и (12) являются уравнением для определения частоты отражённой волны ω_r .

При возведении (24) в квадрат получаем

$$(1 - \beta_M^2 n_r^2) \omega_r^2 - 2(\omega_0 - k_0 v_M) \omega_r + (\omega_0 - k_0 v_M)^2 = 0. \quad (26)$$

Уравнение (26), как и (17), позволяет определить частоту отражённой волны ω_r . Однако уравнения (17) и (26) не эквивалентны, поскольку (26) может иметь лишние корни. Поэтому решения (26) требуют проверки, например, с использованием условий (25).

Важной особенностью параметрического эффекта Доплера в режиме неоднородных волн (при комплексности волновых чисел) является следующая из (26) комплексность частоты отражённой волны. Физический смысл этого обстоятельства раскрывается при анализе амплитуд волн. На границе движущейся неоднородности волны имеют вид

$$\exp[-v_M \operatorname{Im}(k_0)t] \exp[-i\omega_0 t + v_M \operatorname{Re}(k_0)t]. \quad (27)$$

Вещественные амплитуды падающей A_0 и отражённой A_r волн на границе неоднородности пропорциональны первой из экспонент в (27). Соответственно A_0 и A_r экспоненциально убывают (при $v_M > 0$ с учётом неравенства $\operatorname{Im} k_0 > 0$) или возрастают (при $v_M < 0$) с увеличением времени. Это можно пояснить следующим образом. В режиме неоднородных волн в неограниченной среде амплитуда волны A_0 неограниченно возрастала бы при $x \rightarrow \infty$. Реалистичная постановка задачи отвечает учёту ограниченности диспергирующей среды, т.е. падению волны, например, из вакуума на границу рассматриваемой среды, расположенную при $x = x_0 < x_b$. На этой границе амплитуду прошедшей в диспергирующую среду волны $A_{0,0} = A_0(x = x_0)$ можно считать фиксированной (просветлённая граница). Но в самой среде амплитуда A_0 экспоненциально убывает с возрастанием x из-за поглощения и/или полного внутреннего (нарушенного) отражения. Тогда амплитуда волны, падающей на неоднородность, на её границе $x = x_b = v_M t$ будет по мере продвижения границы неоднородности экспоненциально убывать при $v_M > 0$ (граница неоднородности удаляется от границы входа излучения в среду) или экспоненциально возрастать при $v_M < 0$ (граница неоднородности x_b приближается к границе входа излучения в среду).

3.4. Отражение импульса

Если падающее излучение отвечает импульсу с узким спектром и несущей частотой ω_0 , то в режиме встречного отражения для импульса отражённого излучения несущая частота ω_r определяется соотношением (16), скорость по модулю совпадает с групповой скоростью $v_g = 1/(dk/d\omega)|_{\omega=\omega_0}$, а отношение длительностей отражённого и падающего на неоднородность импульсов

$$q = \frac{d\omega_r}{d\omega_0} \Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{1 - \beta_M^2} \left[1 + \beta_M^2 - 2\beta_M \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2} \right) \right]. \quad (28)$$

Последнее соотношение справедливо для модели плазмы (18). Из (28) следует возможность значительного сокращения длительности импульса одновременно с повышением его несущей частоты.

3.5. Коэффициент отражения

Коэффициент отражения от движущейся неоднородности существенно определяется её профилем. В [61, 62]

получены связанные дифференциальные уравнения для амплитуд волн, распространяющихся во встречных направлениях, с учётом их перерасеяния на объёмных неоднородностях. Из этих уравнений следует, что амплитудный коэффициент отражения от слабой неоднородности с обратным импедансом Y

$$\begin{aligned} \rho &\approx \frac{1}{Y_0^{(+)} + Y_0^{(-)}} \frac{1 - \beta_M n_0^{(+)}}{1 + \beta_M n_0^{(-)}} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} Y^{(+)}(x) \exp [i(k_0^{(+)} + k_0^{(-)})x] dx \approx \\ &\approx i \frac{k_0^{(+)} + k_0^{(-)}}{Y_0^{(+)} + Y_0^{(-)}} \frac{1 - \beta_M n_0^{(+)}}{1 + \beta_M n_0^{(-)}} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \delta Y^{(+)}(x) \exp [i(k_0^{(+)} + k_0^{(-)})x] dx. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь индекс 0 указывает на характеристики невозмущённой (однородной) среды, а индексы (+) и (−) отмечают соответственно частоты падающей и отражённой волн. Последнее выражение в (29) справедливо для локализованной неоднородности, у которой $Y^{(+)}(-\infty) = Y^{(+)}(+\infty)$ и $\delta Y^{(+)}(x) = Y^{(+)}(x) - Y^{(+)}(\infty) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \pm\infty$. Например, для неоднородности с шириной l_s и характерным для солитонов отклонением обратного импеданса $\delta Y^{(+)}(x) = \delta Y_0^{(+)} \cosh^{-2}(x/l_s)$ мы находим из (29)

$$\rho \approx \frac{i\pi[(k_0^{(+)} + k_0^{(-)})l_s]^2}{\sinh[\pi(k_0^{(+)} + k_0^{(-)})l_s/2]} \frac{\delta Y_0^{(+)}}{Y_0^{(+)} + Y_0^{(-)}} \frac{1 - \beta_M n_0^{(+)}}{1 + \beta_M n_0^{(-)}}. \quad (30)$$

Первая дробь в правой части (30) описывает уменьшение коэффициента отражения при расширении фронта неоднородности. Видно, что коэффициент отражения экспоненциально убывает, если ширина неоднородности w значительно превосходит длину волны падающего на неоднородность излучения $\lambda_0 = 2\pi/(k_0^{(+)} + k_0^{(-)})$. Вторая дробь представляет обычное (френелевское) отражение от резкой неоднородности, $r \propto \delta\epsilon/\epsilon_0$. В рассматриваемых условиях этот фактор мал. Наконец, третья дробь описывает резонансное увеличение коэффициента отражения при приближении скорости движения неоднородности к фазовой скорости излучения в среде.

Формирование релятивистских летящих зеркал возможно не только в бесстолкновительной плазме, но и в различных нелинейных оптических средах. В частности, релятивистские летящие зеркала могут быть созданы в средах с быстрой керровской нелинейностью, в которых показатель преломления пропорционален интенсивности излучения I . В качестве примера рассмотрим сильный лазерный импульс или солитон, распространяющийся в такой среде с некоторой скоростью v_M . Действие электромагнитного импульса вызывает появление в среде неоднородности показателя преломления, движущейся с той же скоростью v_M . Для слабой электромагнитной волны, распространяющейся навстречу, эта неоднородность играет роль релятивистского летящего зеркала. В такой конфигурации "оптического коллайдера" частота и интенсивность слабой электромагнитной волны могут быть увеличены во много раз благодаря параметрическому эффекту Доплера.

Подводя итоги этого раздела, отметим, что если сильный лазерный импульс индуцирует зависящую от частоты неоднородность диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$ и магнитной проницаемости $\hat{\mu}$, движущуюся с релятивистской скоростью v_M , то отражённое слабое излучение испытывает доплеровский сдвиг частоты. Вследствие временной дисперсии показатель преломления зависит от частоты волны, $n_r = n_r(\omega_r)$. Для отражённой электромагнитной волны, которая может распространяться как навстречу падающей волне, так и в одном с ней направлении, выражение (16) представляет собой неявное уравнение, из которого должна быть найдена частота ω_r , в противоположность явному соотношению (18). В общем случае уравнение (16) может не иметь решения или обладать несколькими решениями. Это соответствует сложному эффекту Доплера [56], при котором для фиксированной частоты падающей волны может быть несколько отражённых волн с различными частотами или могут осуществляться режимы, в которых невозможно формирование монохроматической отражённой волны [56].

Отметим, что в случае неоднородных электромагнитных волн с комплексным волновым вектором вследствие поглощения или полного внутреннего отражения частота отражённой волны может быть комплексной. Это соответствует экспоненциальному возрастанию или убыванию во времени амплитуды волны. Оценки подтверждают возможность повышения частоты во много раз не только при взаимодействии с релятивистскими зеркалами в плазме, но и в диэлектрических средах с быстрой оптической нелинейностью. Коэффициент отражения излучения может быть существенно увеличен за счёт эффекта Брэгга при отражении от периодической последовательности одиночных неоднородностей [71].

4. Нелинейные электромагнитные и плазменные волны

В этом разделе приводятся основные сведения о нелинейных электромагнитных и плазменных волнах в бесстолкновительной плазме, которые потребуются в настоящем обзоре.

Для электромагнитных и плазменных волн малой амплитуды справедливо линейное приближение, предполагающее, что волны распространяются в плазме, не взаимодействуя между собой, и их частоты не зависят от амплитуды. Частота продольной (плазменной) волны $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n e^2/m_e}$ не зависит от волнового вектора, что соответствует равенству нулю её групповой скорости: фазовая скорость даётся отношением $v_{ph} = \omega_{pe}/k$ и групповая скорость $v_g = \partial\omega/\partial k = \partial\omega_{pe}/\partial k = 0$. Для поперечной (электромагнитной) волны дисперсионное уравнение, определяющее связь между частотой и волновым числом, имеет вид $\omega = (k^2 c^2 + \omega_{pe}^2)^{1/2}$, т.е. для фазовой и групповой скоростей справедливо соотношение $v_{ph} v_g = c^2$ (см. [72]).

В случае волн с конечной амплитудой в работе [72] найдено точное решение, описывающее распространение таких волн в холодной бесстолкновительной плазме. В рамках гидродинамического приближения для описания динамики электронного и ионного компонентов с использованием уравнений Максвелла для самосогласованного электромагнитного поля была получена система уравнений для связанных электромагнитных и плаз-

менных волн, которая имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{A} + \frac{\partial \nabla \varphi}{\partial t} = n_\alpha \mathbf{v}_\alpha - n_e \mathbf{v}_e, \quad (31)$$

$$\Delta \varphi = n_e - n_\alpha, \quad (32)$$

$$\frac{\partial n_\beta}{\partial t} + n_\beta \nabla \mathbf{v}_\beta = 0, \quad (33)$$

$$\frac{\partial \mathbf{P}_\beta}{\partial t} = -\nabla(\rho_\beta \varphi + \gamma_\beta) + \mathbf{v}_\beta \times \nabla \times \mathbf{P}_\beta, \quad (34)$$

где индексы e и α относятся соответственно к электронному и ионному компонентам плазмы, индекс $\beta = e, \alpha$; обобщённый импульс $\mathbf{P}_\beta$ и γ_β связаны с импульсом $\mathbf{p}_\beta$ и вектором-потенциалом $\mathbf{A}$ как $\mathbf{P}_\beta = \mathbf{p}_\beta + \rho_\beta \mathbf{A}$ и $\gamma_\beta = (1 + |\mathbf{p}_\beta|^2)^{1/2}$; параметр $\rho_\beta = em_\alpha/e_\alpha m_e$; скорость элемента ионного или электронного компонентов $\mathbf{v}_\beta = \mathbf{p}_\beta/\gamma_\beta$. В системе уравнений (31)–(34) переменные нормированы следующим образом: единицами длины и времени служат c/ω_{pe} и ω_{pe}^{-1} , скорости — c , импульса — $m_\beta c$, векторного и статического потенциалов — $m_e c/e$, плотности — n_0 .

В одномерной геометрии зависимость всех величин от времени t и координаты x полагается в виде зависимости от $X = x - v_g t$ и $\tau = t - v_g x$, что отвечает плоской волне, распространяющейся с постоянной скоростью. Для простоты предположим, что $e_x = |e|$, т.е. $\rho_\beta \equiv -\rho = -m_e/m_\alpha$. Уравнения для электромагнитного $A_y + iA_z = a(X) \exp(i\omega\tau)$ и электростатического $\varphi = \varphi(X)$ потенциалов имеют вид [72–75]

$$\varphi'' = \frac{\beta_g}{1 - \beta_g^2} \left(\frac{\psi_e}{R_e} - \frac{\psi_\alpha}{R_\alpha} \right), \quad (35)$$

$$a'' + \omega^2 a = a \frac{\beta_g}{1 - \beta_g^2} \left(\frac{1}{R_e} - \frac{\rho}{R_\alpha} \right). \quad (36)$$

Здесь штрих обозначает дифференцирование по переменной X , $\beta_g = v_g/c$ — нормированная на c групповая скорость электромагнитной волны, равная фазовой скорости плазменной волны; введены также функции

$$\begin{aligned} \psi_e &= \Gamma_e + \varphi, \quad \psi_\alpha = \Gamma_\alpha - \rho \varphi, \\ R_e &= \sqrt{\psi_e^2 - (1 - \beta_g^2)(1 + a^2)}, \\ R_\alpha &= \sqrt{\psi_\alpha^2 - (1 - \beta_g^2)(1 + \rho^2 a^2)}, \end{aligned}$$

постоянные Γ_e и Γ_α определяются граничными условиями. Например, если на бесконечности $x \rightarrow \pm\infty$ поле имеет постоянную амплитуду ($a = a_0$, $\varphi = 0$) и плазма покоится, то $\Gamma_e = (1 + a_0^2)^{1/2}$ и $\Gamma_\alpha = (1 + \rho^2 a_0^2)^{1/2}$.

Плотности и релятивистские лоренц-факторы электронной и ионных ($\beta = e, \alpha$) компонент выражаются в виде

$$n_\beta = \beta_\beta \frac{\psi_\beta - \beta_\beta R_\beta}{R_\beta(1 - \beta_g^2)}, \quad \gamma_\beta = \frac{\psi_\beta - \beta_\beta R_\beta}{1 - \beta_g^2}. \quad (37)$$

Система уравнений (35), (36) обладает интегралом [75]

$$\frac{1 - \beta_g^2}{2} (a'^2 + \omega^2 a^2) + \frac{1}{2} \varphi'^2 + \frac{\beta_g}{1 - \beta_g^2} \left(R_e + \frac{R_\alpha}{\rho} \right) = \text{const}. \quad (38)$$

4.1. Поперечные электромагнитные волны

В случае поперечной волны с циркулярной поляризацией существует решение уравнений (35), (36) для волны с

постоянной амплитудой, у которой $a(X) = a_0$ и $\varphi = 0$, т.е. $A_y = a_0 \cos(\omega\tau)$, $A_z = a_0 \sin(\omega\tau)$. Из уравнения (35) следует зависимость частоты волны от её амплитуды: $\omega^2 = \gamma_g^2(1/\Gamma_e + \rho/\Gamma_\alpha)$, где $\gamma_g = (1 - \beta_g^2)^{-1/2}$. Принимая во внимание соотношение $v_{ph}v_g = c^2$ и вводя волновое число k такое, что $v_{ph} = \omega/k$, запишем дисперсионное уравнение для релятивистски сильной электромагнитной волны в размерном виде:

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \omega_{pe}^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + a_0^2}} + \frac{\rho}{\sqrt{1 + \rho^2 a_0^2}} \right). \quad (39)$$

Видно, что релятивистские эффекты изменяют частоту волны, но не приводят к появлению высших гармоник. В поле поперечной электромагнитной волны с круговой поляризацией электроны вращаются с частотой, определяемой уравнением (39). Энергия электрона равна $m_e c^2(1 + a_0^2)^{1/2}$. Продольная компонента его импульса равняется нулю, а поперечная — $m_e c a_0$.

В линейно поляризованной электромагнитной волне поперечная и продольная компоненты электромагнитного поля и импульса частиц связаны друг с другом [72, 76]. В волне с малой, но конечной амплитудой поперечное электрическое поле осциллирует с частотой $\omega \approx kc + (\omega_{pe}^2/2kc)(1 - a_0^2/2)$, в то время как продольная составляющая осциллирует с удвоенной частотой и амплитудой порядка a_0^2 .

Уравнения для плоской электромагнитной волны принимают особенно простую форму, если с помощью преобразования Лоренца перейти в систему отсчёта, движущуюся с групповой скоростью. В этой системе отсчёта групповая скорость обращается в нуль, а фазовая скорость $\bar{v}_{ph} = \bar{\omega}/k$ в силу соотношения $v_{ph}v_g = c^2$ равна бесконечности, т.е. для конечной частоты волновой вектор также обращается в нуль. Последнее означает, что в этой системе отсчёта все величины зависят только от времени [77]. Волне с круговой поляризацией отвечают гармонические колебания с частотой

$$\bar{\omega} = \omega_{pe} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + a_0^2}} + \frac{\rho}{\sqrt{1 + \rho^2 a_0^2}} \right)^{1/2}.$$

Волну с линейной поляризацией описывает система связанных нелинейных осцилляторов. Колебания в продольном направлении происходят на нечётных гармониках основной частоты.

Круговая и линейная поляризации представляют собой выделенные случаи: для них нет ни изменения поляризации, ни вращения плоскости поляризации. В релятивистски сильной волне с эллиптической поляризацией, у которой также имеется продольная компонента электрического поля, происходит вращение плоскости поляризации [78, 79] вследствие нелинейным образом наведённого двулучепреломления. Этот процесс подобен фарадеевскому вращению плоскости поляризации в магнитоактивной среде.

4.2. Продольные плазменные волны

Для заданного значения функции $a(X)$ уравнение (35) описывает продольные плазменные волны, возбуждаемые электромагнитным импульсом. В частности, для $a = a_0 = 0$ уравнение (35) определяет свободные ленгмю-

ровские колебания. Если для простоты пренебречь влиянием движения ионов, то зависимость лоренц-фактора электронов в волне γ_e от координаты, которую для плазменных волн мы переопределим как $X = x - v_{ph}t$, поскольку их групповая скорость равна нулю, можно представить в неявном виде:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} X = \beta_{ph} [(\gamma_m + 1)^{1/2} E(\Psi|\kappa) - (\gamma_m + 1)^{-1/2} F(\Psi|\kappa)] - (\gamma_m - \gamma_e)^{1/2}. \quad (40)$$

Здесь

$$F(\Psi|\kappa) = \int_0^\Psi (1 - \kappa \sin^2 \theta)^{-1/2} d\theta,$$

$$E(\Psi|\kappa) = \int_0^\Psi (1 - \kappa \sin^2 \theta)^{1/2} d\theta$$

— эллиптические интегралы первого и второго рода [80], $\Psi = \pm \arcsin \sqrt{(\gamma_m - \gamma_e)/(\gamma_m - 1)}$ — амплитуда и $\kappa = (\gamma_m - 1)/(\gamma_m + 1)$ — модуль, γ_m — максимальная величина гамма-фактора электронов в волне. Длина волны продольных плазменных волн

$$\lambda_p = \frac{2^{5/2} v_{ph}}{\omega_{pe}} \left[(\gamma_m + 1)^{1/2} E\left(\frac{\gamma_m - 1}{\gamma_m + 1}\right) - (\gamma_m + 1)^{-1/2} K\left(\frac{\gamma_m - 1}{\gamma_m + 1}\right) \right], \quad (41)$$

где $K(\kappa)$ и $E(\kappa)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода [80]. В пределе больших амплитуд зависимость λ_p от параметров волны даётся выражением $\lambda_p|_{\gamma_m \rightarrow \infty} = 2^{5/2} \gamma_m^{1/2} c / \omega_{pe}$, что эквивалентно зависимости частоты плазменных колебаний в пределе больших и малых значений их амплитуды:

$$\omega_p|_{\gamma_m \rightarrow \infty} = \pi \frac{\omega_{pe}}{2^{3/2} \gamma_m^{1/2}}, \quad \omega_p|_{\gamma_m \rightarrow 1} = \omega_{pe} \left[1 - 3 \left(\frac{p_m}{m_e c} \right)^2 \right]. \quad (42)$$

Здесь максимальное значение импульса электронов в волне p_m связано с максимальной величиной гамма-фактора следующим образом: $p_m = m_e c (\gamma_m^2 - 1)^{1/2}$.

4.3. Общие закономерности опрокидывания плазменных волн

Амплитуда стационарных плазменных волн для заданного значения фазовой скорости v_{ph} не может быть произвольно велика. Из уравнения (40) следует, что максимальное значение лоренц-фактора γ_m , связанное с максимальным импульсом электронов в волне p_m , удовлетворяет условию

$$\gamma_m = \sqrt{1 + \frac{p_m^2}{m_e^2 c^2}} \leq \gamma_{ph} = \frac{1}{\sqrt{1 - v_{ph}^2/c^2}}, \quad (43)$$

которое означает, что скорость частиц не может превышать фазовой скорости волны. При $\gamma_m \rightarrow \gamma_{ph}$ возникает особенность, при которой плотность частиц обращается в бесконечность. Из сохранения интеграла (38) вытекает соотношение между электрическим полем и энергией электронов: $E^2 + 2\gamma_e (m_e \omega_{pe} c / e)^2 = \text{const}$, откуда следует ограничение на величину электрического

поля в нелинейной плазменной волне:

$$E_{AP} = \frac{m_e \omega_{pe} c}{e} \sqrt{2(\gamma_{ph} - 1)}, \quad (44)$$

которое часто называют предельным значения поля Ахиезера и Половина [72].

Поскольку сильно нелинейные кильватерные волны играют ключевую роль в концепции релятивистского летящего зеркала, в разделе 4.4 мы остановимся более подробно на явлении опрокидывания.

4.4. Опрокидывание плазменных волн вследствие фазового перемешивания

Нелинейные плазменные волны опрокидываются по совершенно иному сценарию, чем акустические волны конечной амплитуды или гравитационные волны на поверхности жидкости (см. [81, 82]). Для простоты предположим, что амплитуда плазменной волны является нерелятивистской и ионный компонент неподвижен. Из системы уравнений (35), (36) в одномерном приближении следуют уравнения для скорости электронов и самосогласованного электрического поля

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{eE}{m_e}, \quad (45)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + v \frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi e n(\epsilon x) v. \quad (46)$$

В этих уравнениях плотность неподвижных ионов $n(\epsilon x)$ предполагается слабонеоднородной с $\epsilon \ll 1$. Хотя переход к лагранжевым переменным позволяет получить решение системы (45), (46) в квадратурах для произвольно большой амплитуды волны, мы будем решать её методом последовательных приближений, для того чтобы выяснить, находятся ли гармоники разных порядков, появляющиеся в высших порядках теории возмущений, в резонансе друг с другом. Разложим $v(x, t)$, $E(x, t)$ и $n(\epsilon x)$ в ряды по степеням малого параметра ϵ :

$$\begin{aligned} v &= \epsilon v^{(1)} + \epsilon^2 v^{(2)} + \dots, \\ E &= \epsilon E^{(1)} + \epsilon^2 E^{(2)} + \dots, \\ n &= n_0 + \epsilon n'_0 x + \dots \end{aligned} \quad (47)$$

В первом порядке по степеням малого параметра решение уравнений (45) и (46) таково:

$$v^{(1)} = v_m \sin(\omega_{pe} t - kx), \quad (48)$$

$$E^{(1)} = - \frac{m_e v_m \omega_{pe}}{e} \cos(\omega_{pe} t - kx), \quad (49)$$

где v_m — максимальное значение скорости электронов в волне. Во втором порядке по параметру ϵ вытекающие из (45), (46) уравнения для $v^{(2)}$ и $E^{(2)}$ дают

$$\frac{\partial v^{(2)}}{\partial t} + e \frac{E^{(2)}}{m_e} = \frac{v_m^2 k}{2} \sin[2(\omega_{pe} t - kx)], \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^{(2)}}{\partial t} - 4\pi e n_0 v^{(2)} &= \frac{m_e v_m^{(2)} \omega_{pe} k}{2e} \{ 1 - \cos[2(\omega_{pe} t - kx)] \} + \\ &+ 4\pi e n'_0 x v_m \sin(\omega_{pe} t - kx). \end{aligned} \quad (51)$$

Система уравнений (50), (51) имеет решение

$$v^{(2)} = -\frac{v_m^2 k}{2\omega_{pe}} \left\{ 1 - \cos [2(\omega_{pe} t - kx)] \right\} + \frac{n'_0 x v_m}{4n_0} [2\omega_{pe} t \cos(\omega_{pe} t - kx) - \sin(\omega_{pe} t - kx)], \quad (52)$$

$$E^{(2)} = -\frac{m_e v_m^2 k}{2e} \sin [2(\omega_{pe} t - kx)] + \frac{\pi e n'_0 x v_m}{\omega_{pe}} [2\omega_{pe} t \sin(\omega_{pe} t - kx) - \cos(\omega_{pe} t - kx)]. \quad (53)$$

Как видно, в однородной плазме с $n = \text{const}$, что означает $n'_0 = 0$, нет резонанса между различными гармониками плазменной волны. Это вытекает из неравенства групповой и фазовой скоростей плазменной волны. Групповая скорость плазменной волны в холодной плазме равна нулю, в то время как фазовая скорость конечна: $v_{ph} = \omega_{pe}/k$. В однородной плазме плоская плазменная волна опрокидывается при условии, что её амплитуда v_m настолько велика, что выполняется неравенство $v_m > v_{ph}$. В неоднородной плазме с $n'_0 \neq 0$ волна, будучи волной с непрерывным спектром, опрокидывается в случае произвольно малой, но конечной амплитуды вследствие фазового перемешивания, приводящего к возрастанию со временем волнового числа. Формально возрастанию волнового числа соответствуют вторые слагаемые в правых частях уравнений (52), (53), содержащие пропорциональные времени члены, которые отвечают резонансу между первой и второй гармониками. Легко показать, что и последующие гармоники будут находиться в резонансе. Это приводит к укрупнению профиля нелинейной волны и в конце концов к её опрокидыванию.

Фазовое перемешивание имеет простое объяснение. В общем случае волну можно представить в виде $v = v_m \exp(i\psi)$, где $\psi(x, t)$ — её фаза или эйконал. Волновое число и частота равны производным эйконала по координате ($k = \partial\psi/\partial x$) и по времени, взятой с обратным знаком ($\omega = -\partial\psi/\partial t$). Из равенства смешанных частных производных $\partial^2\psi/\partial t \partial x = \partial^2\psi/\partial x \partial t$ вытекает уравнение

$$\frac{\partial k}{\partial t} = -\frac{\partial \omega}{\partial x}. \quad (54)$$

В стационарной, но неоднородной среде решение этого уравнения даётся выражением, описывающим возрастание волнового числа, $k = k_0 - \omega' t$, где k_0 — его начальное значение. Поскольку плазменные волны можно представить в виде совокупности невзаимодействующих осцилляторов, то в среде с неоднородными параметрами колебания происходят с различающимися частотами, что и приводит с течением времени к увеличению разности фаз между ними. Это явление называется фазовым перемешиванием. В результате фазового перемешивания пространственный профиль волны изрезается таким образом, что длина волны асимптотически уменьшается до тех пор, пока не скажется влияние диссипации, дисперсии или нелинейности. Нелинейные эффекты становятся сильными, когда смещение электронов в волне оказывается равным длине волны. В бесстолкновительной плазме соседние электроны обгоняют друг друга, что соответствует опрокидыванию волны, называемому также самопересечением траекторий частиц. Фазовое перемешивание происходит не только вследствие неоднородности плазмы, но и из-за неодно-

мерности задачи [83], а в пределе релятивистских энергий колебаний электронов в волне фазовое перемешивание обязано своим существованием неоднородности амплитуды плазменной волны [84].

Проанализируем опрокидывание волны произвольно большой амплитуды. В гидродинамическом приближении ленгмюровские колебания описываются уравнениями для плотности, импульса электронов и электрического поля:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + r^{-s} \frac{\partial(r^s n v)}{\partial r} = 0, \quad (55)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial r} = -E, \quad (56)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + v r^{-s} \frac{\partial(r^s E)}{\partial r} = v. \quad (57)$$

Здесь индекс $s = 0, 1, 2$ для плоских, цилиндрических и сферических волн соответственно. Плоские нелинейные плазменные волны рассматриваются в [85, 86], цилиндрические — в [87], сферические — в [44]. Нерелятивистский случай изучен в работе [83]. Скорость v связана с импульсом соотношением $v = p/(1 + p^2)^{1/2}$ и нормирована на скорость света c , а импульс нормирован на $m_e c$. Электронная плотность n нормирована на плотность неподвижных ионов n_0 . Единицами измерения времени и координаты служат ω_{pe}^{-1} и c/ω_{pe} .

Переход от эйлеровых переменных (r, t) к лагранжевым (r_0, t) с заменой лагранжевых (L) производных эйлеровыми (E):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_L = \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r} \right)_E, \quad \left(\left(\frac{\partial r}{\partial r_0} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial r_0} \right)_L = \left(\frac{\partial}{\partial r} \right)_E,$$

позволяет получить решение уравнений (55) для плотности

$$n = \frac{r_0^s}{(r_0 + \xi)^s (1 + \partial \xi / \partial r_0)} \quad (58)$$

и решение уравнений (57) для электрического поля

$$E = \frac{1}{s+1} \left[r_0 + \xi - \frac{r_0^{s+1}}{(r_0 + \xi)^s} \right]. \quad (59)$$

Здесь и далее $\xi(r_0, t)$ — смещение элемента электронной жидкости от его начального положения r_0 . Величина $\xi(r_0, t)$ определяет связь между эйлеровыми и лагранжевыми координатами: $r = r_0 + \xi(r_0, t)$. Используя (58) и (59), уравнения движения (56) можно представить в гамильтоновой форме с гамильтонианом

$$\mathcal{H}(p, \xi) = (1 + p^2)^{1/2} + \Pi(\xi), \quad (60)$$

где функция $\Pi(\xi) = (r_0 + \xi)^2/2$ при $s = 0$ и $\Pi(\xi) = (r_0 + \xi)^2/4 + (r_0^2/2) \ln(r_0 + \xi)$ при $s = 1$, а в случае сферических волн, $s = 2$, $\Pi(\xi) = ((r_0 + \xi)^2/2 + r_0^3/(r_0 + \xi))/3$.

Использование полученных выше соотношений и того факта, что гамильтониан (60) не зависит от времени, $\mathcal{H} = h$, позволяет записать решение системы уравнений (55)–(57) в квадратурах:

$$t = \int_{\xi_1}^{\xi} \frac{(h - \Pi(s)) ds}{\sqrt{(h - \Pi(s))^2 - 1}}. \quad (61)$$

Для того чтобы найти период нелинейных колебаний, следует проинтегрировать (61) по полному циклу. Для сферической волны в [44] показано, что период колебаний с $p_{\max} \gg 1$ выражается как $T = 2\sqrt{6p_{\max}}$. В общем случае период и, следовательно, частота зависят от координаты r_0 , т.е. волны имеют непрерывный спектр.

Опрокидыванию нелинейной плазменной волны отвечает обращение в нуль якобиана преобразования эйлеровых координат в лагранжевы, который имеет вид

$$J = \frac{(r_0 + \xi)^s}{r_0^s} \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial r_0} \right), \quad (62)$$

что эквивалентно условию $\partial \xi / \partial r_0 = -1$. Как следует из уравнения (58), при $J \rightarrow 0$ плотность электронов стремится к бесконечности. Для оценки характерного времени опрокидывания волны обратим внимание на тот факт, что каждый элемент электронной жидкости совершает периодические колебания, и представим смещение в виде ряда Фурье [88],

$$\xi(r_0, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \xi_j(r_0) \exp(ij\Omega(r_0)t), \quad (63)$$

с зависящей от r_0 частотой Ω . Зависимость $\Omega(r_0)$, как говорилось выше, может быть следствием неоднородности плазмы или/и неоднородности амплитуды волны. Дифференцируя выражение (63) по координате r_0 и времени t , получим для производных смещения

$$\frac{\partial \xi(r_0, t)}{\partial r_0} = \sum_{j=1}^{\infty} \left[\frac{\partial \xi_j(r_0)}{\partial r_0} + it \frac{\partial \Omega(r_0)}{\partial r_0} j \xi_j(r_0) \right] \exp(ij\Omega(r_0)t), \quad (64)$$

$$\frac{\partial \xi(r_0, t)}{\partial t} = \sum_{j=1}^{\infty} \Omega(r_0) j \xi_j(r_0) \exp(ij\Omega(r_0)t). \quad (65)$$

В пределе $t \rightarrow \infty$ отсюда следует асимптотическое соотношение между пространственной производной ξ и её производной по времени

$$\frac{\partial \xi(r_0, t)}{\partial r_0} = t \frac{\partial \ln \Omega(r_0)}{\partial r_0} \frac{\partial \xi(r_0, t)}{\partial t}. \quad (66)$$

Видно, что градиент смещения $\partial \xi / \partial r_0$ увеличивается с течением времени, что отвечает обсуждавшемуся выше фазовому перемешиванию. В релятивистски сильных плазменных волнах скорость $\partial \xi / \partial t$ периодически изменяется от c в одном полупериоде до $-c$ — в другом, оставаясь приблизительно постоянной в течение каждого полупериода. Отсюда следует, что зависимость смещения от времени представляет собой пилообразные колебания: смещение изменяется от $-\xi_{\max}$ до $\xi_{\max}$, являясь линейной функцией времени в течение полупериода, $\xi(t) \approx \pm ct$. Это даёт связь между амплитудой и частотой колебаний: $\Omega = \pi c / 2\xi_{\max}$. В результате найдём время наступления опрокидывания, соответствующее условию $\partial \xi / \partial r_0 = -1$:

$$t_{\text{br}} \approx \left(\frac{c}{\partial \ln \Omega(r_0) / \partial r_0} \right)^{-1}. \quad (67)$$

Время опрокидывания тем больше, чем слабее неоднородность параметров волны.

4.5. Кильватерная волна вблизи порога опрокидывания
Релятивистские плазменные волны могут быть возбуждены в плазме различными способами. Один из наиболее

распространённых способов связан с использованием достаточно короткого сильного лазерного импульса, длина которого меньше или порядка плазменной длины волны, а нормированная амплитуда достаточно велика [89]. Такой лазерный импульс, распространяясь в бесстолкновительной плазме, оставляет в следе позади себя кильватерные волны.

Возбуждение кильватерной волны в плазме коротким лазерным импульсом также описывается системой уравнений (35), (36). Предположим здесь для простоты, что лазерный импульс задан, т.е. он распространяется с постоянной скоростью и без изменения формы. Решение уравнения (36) имеет вид волны, в которой все величины зависят от переменных x и t в комбинации $X = x - v_{\text{ph}}t$. При этом из уравнения (36) в предположении неподвижности ионов следует уравнение для продольной компоненты электронного импульса

$$(\gamma_e - p\beta_{\text{ph}})'' = \frac{p}{\gamma_e\beta_{\text{ph}} - p}. \quad (68)$$

Здесь штрих означает дифференцирование по переменной X . Релятивистский гамма-фактор электрона γ_e зависит от продольной и поперечной по отношению к направлению распространения волны компонент импульса a и p : $\gamma_e = (1 + a^2 + p^2)^{1/2}$. Вследствие однородности задачи в поперечном направлении поперечная компонента импульса электрона пропорциональна соответствующей компоненте векторного потенциала $a(X)$. Уравнение (68) становится сингулярным, когда знаменатель в его правой части обращается в нуль. Данная особенность соответствует равенству скорости электронов p/γ_e фазовой скорости β_{ph} , что означает начало опрокидывания волны. В стационарной волне особенность возникает в точке максимума скорости электронов $v_m = p_m/\gamma_m$. Обозначим координату опрокидывания X_m .

Для того чтобы найти структуру сингулярности, разложим импульс электрона и его гамма-фактор вблизи особенности, при $\delta X = X - X_m \rightarrow 0$, предполагая малой разность $\delta p = p_m - p$. Электронный импульс представим в виде

$$p = p_m + \delta p + O(\delta p^2), \quad (69)$$

где $p_m = \beta_{\text{ph}}[(1 + a_m^2)/(1 - \beta_{\text{ph}}^2)]^{1/2}$, $\delta p/|p_m| \ll 1$. Здесь $a_m = a(X_m)$ — значение векторного потенциала электромагнитной волны в точке опрокидывания. Удерживая главные члены в обеих частях уравнения (68), получим

$$(\delta p^2)'' = -\eta^2 \frac{1}{\delta p} \quad (70)$$

с $\eta^2 = 2\beta_{\text{ph}}\gamma_{\text{ph}}^2(1 + a_m^2)$. Умножая правую и левую части уравнения (70) на $(\delta p^2)'$ и интегрируя по X , найдём

$$\delta p(2\delta p(\delta p')^2 + \eta^2) = f^2. \quad (71)$$

Здесь f — постоянная интегрирования. Отметим, что поскольку уравнение (70) имеет особенность в точке $\delta X = 0$, постоянная интегрирования может быть различной в интервалах $\delta X < 0$ и $\delta X > 0$. В общем случае поведение функции в особой точке зависит от того, обращается ли в нуль произведение $\delta p \delta p'$ при $\delta p \rightarrow 0$.

Если произведение $\delta p \delta p'$ стремится к нулю при $\delta p \rightarrow 0$, тем самым требуя равенства нулю правой части

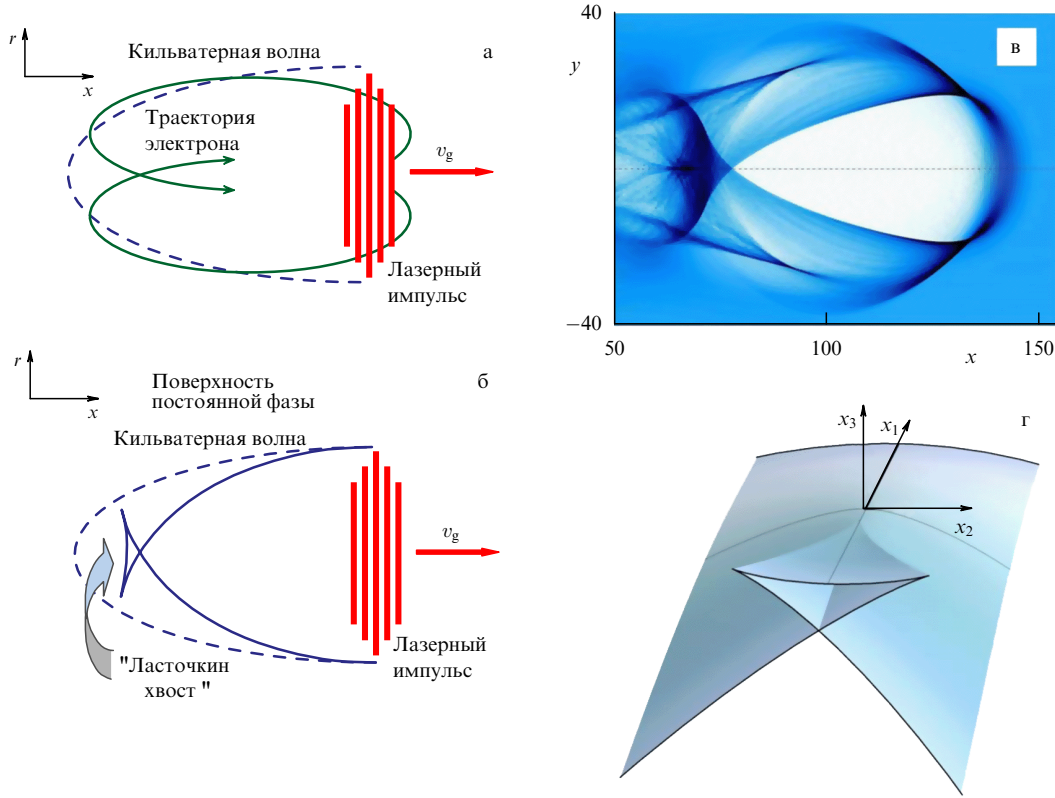


Рис. 3. Опрокидывание кильватерной волны в первом периоде позади лазерного импульса. (а) Пондеромоторное давление выталкивает электроны вперёд и в поперечном направлении. Под действием электрического поля, возникающего за счёт разделения зарядов, электроны позади лазерного импульса движутся внутрь каверны. Штриховой кривой показана поверхность постоянной фазы, вычисленная в линейном приближении. (б) Нелинейное искажение кильватерной волны с образованием особенности типа "ласточкин хвост". (в) Распределение электронной плотности в плоскости (x, y) при $a = 3$ и $n_e = 0,001$ в момент времени $t = 155(2\pi/\omega)$, полученное в численном моделировании. (г) "Ласточкин хвост".

уравнения (71), то из этого уравнения при $f = 0$ вытекает, что

$$\delta p = -\left(\frac{3}{2^{3/2}} \eta \delta X\right)^{2/3} = -\beta_{ph} \gamma_{ph}^3 \left(\frac{3\sqrt{1+a_m^2}}{2\beta_{ph}} \delta X\right)^{2/3}. \quad (72)$$

Для электронной скорости получим

$$v = \beta_{ph} - \frac{\beta_{ph}}{\gamma_{ph}} \left(\frac{3(1+a_m^2)^{1/4}}{2\beta_{ph}} \delta X\right)^{2/3}. \quad (73)$$

Особенность такого типа в теории катастроф называется сборкой [90, 91]. В локальных координатах сборке отвечают уравнения $y_1 = x_1, y_2 = x_2^3 + x_1 x_2$.

Хотя в окрестности особенности электронная плотность стремится к бесконечности по закону

$$n = \frac{\beta_{ph}}{\beta_{ph} - v} \approx \gamma_{ph} \left(\frac{3(1+a_m^2)^{1/4} \beta_{ph}}{2\delta X}\right)^{2/3}, \quad (74)$$

особенность интегрируема, т.е. в опрокидывающейся плазменной волне содержится конечное число частиц.

4.6. Поперечное опрокидывание кильватерной волны

Рассмотренные в разделах 4.4, 4.5 режимы опрокидывания предполагают справедливость одномерного приближения, в условиях которого масштаб поперечной неоднородности намного превышает как длину волны кильватерного поля, так и значение смещения электронов в кильватерной волне. Опрокидывание нелинейных волн

приобретает новые особенности в трёхмерной геометрии, когда релятивистски сильный лазерный импульс имеет достаточно малый поперечный размер и/или кильватерная волна возбуждается внутри плазменного канала, например внутри плазменно-наполненного капилляра. Пространственно неоднородные кильватерные волны имеют форму параболоидов [92, 93] (рис. 3 и 4). Такие структуры улучшают фокусировку ускоряемых заряженных частиц, и они могут использоваться для фокусировки электромагнитного излучения [35]. Кривизна поверхностей постоянной фазы $1/R$ возрастает с увеличением расстояния от лазерного импульса. Радиус кривизны R уменьшается до тех пор, пока он не станет равным значению смещения электронов ξ_{wf} в кильватерной волне. Затем возникает самопересечение электронных траекторий, что эквивалентно опрокидыванию волн, и в результате происходит инжекция части электронов в ускоряющую фазу кильватерного поля.

Поперечная неоднородность кильватерной волны обязана своим появлением поперечной неоднородности частоты осцилляций электронов, ω_{wf} , из-за релятивистской зависимости последней от амплитуды волны, которая в свою очередь определяется поперечной неоднородностью лазерного импульса и/или концентрации плазмы, если лазерный импульс распространяется внутри плазменного канала [94, 95]. Зависимость частоты кильватерной волны от координат вблизи оси может быть аппроксимирована так: $\omega_{wf} \approx \omega_{wf}(0) + \delta\omega_{wf}(r/S)^2$. Здесь $\delta\omega_{wf}$ представляет собой разность между значениями частоты внутри и вне канала или определяется

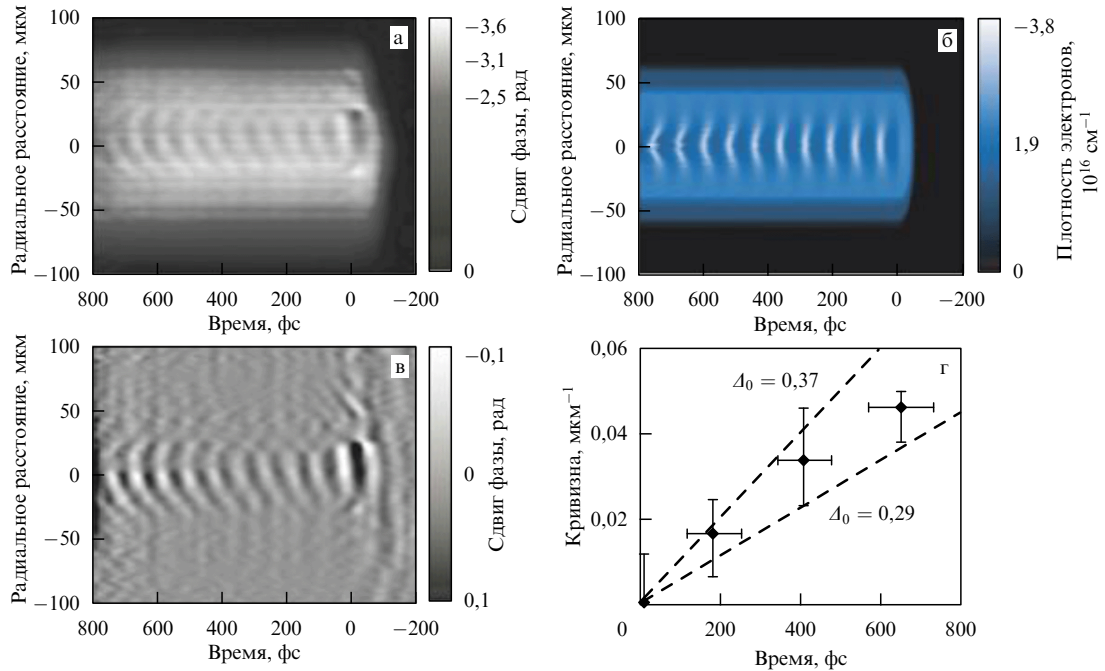


Рис. 4. Нелинейная кильватерная волна, наблюдавшаяся в эксперименте [93]. (а) Зависимость фазы в плоскости (x, r) для волны, генерируемой 30-тераваттным лазерным импульсом в гелиевой плазме с концентрацией $2,2 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$. (б) Распределение плотности электронов, полученное в численном моделировании. (в) То же, что и на рис. а, с вычтенным вкладом, обусловленным влиянием фоновой плазмы. (г) Изменение кривизны поверхностей постоянной фазы, полученное в эксперименте и при численном моделировании (штриховые линии); Δ_0 — амплитуда осцилляций электростатического потенциала, нормированная на c^2/e .

соотношением $\delta\omega_{wf} \approx \omega_{wf}(0)$, если кильватерная волна генерируется релятивистски сильным лазерным импульсом с $a \gg 1$. Зависимость фазы волны от координат и времени имеет вид [96]

$$x - v_{ph}t + \psi(x, r, t) \frac{v_{ph}}{\omega_{wf}(0)} = \frac{r^2}{2R}. \quad (75)$$

Реальное положение поверхностей постоянной фазы в нелинейной волне отличается от такового в линейной волне на величину, равную смещению электронов ξ_{wf} . Следовательно, когда радиус кривизны R становится равным амплитуде смещения ξ_{wf} , волна опрокидывается, что соответствует поперечному опрокидыванию [96]. Из (75) легко увидеть, что радиус кривизны уменьшается с увеличением расстояния от лазерного импульса (см. также рис. 4г). Отсюда получаем, что расстояние между лазерным импульсом и точкой первого опрокидывания равно $\omega_{wf}(0)S^2/(2\delta\omega_{wf}\xi_{wf})$, а число периодов регулярной кильватерной волны определяется выражением $N_{wf} \approx \omega_{wf}^2(0)S^2/4\pi c \delta\omega_{wf}\xi_{wf}$.

Самопересечение электронных траекторий в процессе поперечного опрокидывания волны схематично представлено на рис. 3. Пондеромоторное давление короткого лазерного импульса выталкивает электроны вперёд и в поперечном направлении, формируя каверну в электронной плотности [96, 97]. Под действием электрического поля, возникающего вследствие разделения зарядов, электроны позади лазерного импульса движутся внутрь каверны.

Следуя работам [96, 98], предположим, что смещение электронов практически перпендикулярно поверхностям постоянной фазы, полученным в линейном приближении. Для нового положения поверхности постоянной

фазы в плоскости (x, r) можно записать

$$x = x_0 + \frac{\xi_{wf}(r_0)R}{\sqrt{R^2 + r_0^2}}, \quad r = r_0 - \frac{\xi_{wf}(r_0)r_0}{\sqrt{R^2 + r_0^2}}, \quad (76)$$

где $x_0 = r_0^2/2R$ и r_0 — координаты поверхности постоянной фазы — параболоида вращения, полученные в линейном приближении. В зависимости от вида функции $\xi_{wf}(r_0)$ могут реализоваться различные режимы поперечного опрокидывания. Возникающие особенности для типичных значений $\xi_{wf}(r_0)$ являются структурно устойчивыми, так как обладают топологическими свойствами, соответствующими фундаментальным катастрофам [90, 91]. В случае, когда смещение ξ_{wf} однородно, отображение $(x_0, r_0) \rightarrow (x, r)$, заданное уравнениями (76), преобразует параболоид вращения в поверхность, "параллельную" ему. Для $\xi_{wf} \geq R$ это отображение имеет особенность, соответствующую катастрофе типа "ласточкин хвост" (рис. 3г). В трёхмерном пространстве с координатами (x_1, x_2, x_3) катастрофе этого типа отвечает поверхность, на которой многочлен $y^4 + x_1y^2 + x_2y + x_3$ имеет кратный корень [90, 91].

На рисунке 3 также представлены результаты численного моделирования взаимодействия электромагнитного импульса с плазмой, иллюстрирующие формирование обсуждаемой особенности. Здесь и далее моделирование проводится методом частиц в ячейке с использованием релятивистского электромагнитного компьютерного кода REMP (Relativistic Electromagnetic Particle) [99]. При моделировании предполагалось, что лазерный импульс с амплитудой $a = 3$, соответствующей интенсивности $1,93 \times 10^{19} \times (0,8/\lambda [\text{мкм}])^2 \text{ Вт см}^{-2}$, и размером $15\lambda \times 50\lambda$ распространяется в слое плазмы толщиной 145λ с плотностью $n = 3 \times 10^{17} \times (0,8/\lambda [\text{мкм}])^2 \text{ см}^{-3}$.

Рисунок 3в показывает распределение электронной плотности в плоскости (x, y) . Видны участок с особенностью типа "ласточкин хвост" в каверне позади лазерного импульса, а также начальная стадия формирования ступки электронов, инжектируемых в кильватерную волну.

4.7. Головная волна

Генерация кильватерных плазменных волн лазерным импульсом представляет собой один из примеров реализации общего физического явления, хорошо известного в других областях физики. Например, движущееся судно оставляет за собой след в виде кильватерных корабельных волн, называемых также волнами Кельвина [81, 100]. Кроме того, от корабельной носовой части отходит головная волна, которая, в частности, определяет внешнюю границу корабельного следа. Головные волны также нередко наблюдаются в течениях жидкости и газа в земных условиях и космической плазме. Головная ударная волна формируется на дневной стороне магнитосферы Земли под воздействием солнечного ветра [101]. Наибольшими размерами обладают головные волны, наблюдающиеся при столкновении галактик [102].

Продолжая поиск аналогий между процессами, характерными для динамики сплошных сред, и процессами при нелинейном взаимодействии мощного электромагнитного излучения с плазмой, естественно было обнаружить головную волну, формирующуюся на фронте лазерного импульса [103]. Наиболее отчётливо головная волна такого рода видна при взаимодействии сильного узкого электромагнитного импульса с бесстолкновительной плазмой малой плотности.

На рисунке 5 представлены результаты компьютерного моделирования образования головной волны с помощью метода частиц в ячейке в трёхмерной геометрии. Линейно поляризованный лазерный импульс с амплитудой $a = 6,62$ и размером $10\lambda \times 10\lambda \times 10\lambda$ взаимодействует с плазмой с концентрацией электронов $n = 1,14 \times 10^{18} \times (1/\lambda [\text{мкм}])^2 \text{ см}^{-3}$.

Лазерный импульс возбуждает кильватерную волну большой амплитуды с образованием каверны в электронной плотности в первом периоде волны (см. рис. 3, 4).

Как видно из рис. 6, продольное электрическое поле E_x занимает область размером, существенно превышающим поперечный размер лазерного импульса и

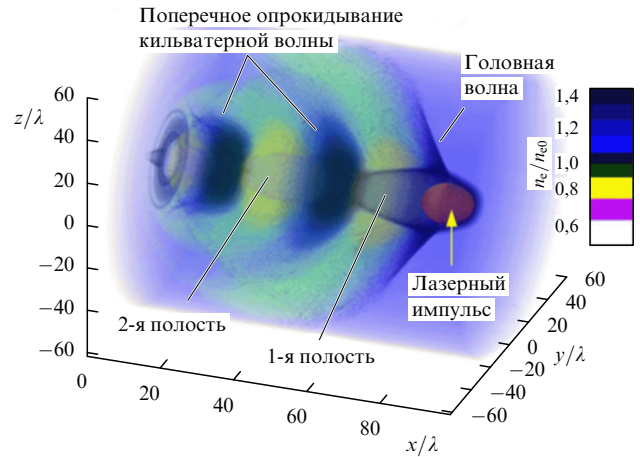


Рис. 5. (В цвете онлайн.) Результат численного моделирования. Распределение электронной плотности в следе за лазерным импульсом, который представлен поверхностью постоянного значения плотности электромагнитной энергии $E^2 + B^2 = (2e/m_e c \omega)^2$ для момента времени $t = 100(2\pi/\omega)$.

размер каверны. Следовательно, электростатический потенциал ϕ больше того значения, которое соответствовало бы размеру каверны. Отметим также, что размер каверны в продольном направлении заметно превышает её радиус.

Сильное поперечное опрокидывание формирует выбросы электронов в радиальном направлении в последующих периодах кильватерной волны, увеличивая там значение электростатического потенциала.

Форма каверны в электронной плотности позади лазерного импульса может быть найдена из того факта, что в сильной головной волне лазерный импульс по ходу своего движения отбрасывает в сторону все электроны, встречающиеся на его пути. В результате образуется многопотокное течение, благодаря тому что плазма является бесстолкновительной. Каверна оказывается внутри положительно заряженной и притягивает внешние (не испытывавшие воздействия пондеромоторной силы) электроны из близлежащей области. Поперечная (радиальная) компонента электрического поля вблизи оси прямо пропорциональна радиусу: $E_{\perp} = 2\pi n_0 e r$. Под действием этого поля внешние электроны втягиваются внутрь каверны. Легко показать, что для лазерного импульса радиусом порядка или меньше $2\pi c a / \omega_{pe}$ фоно-

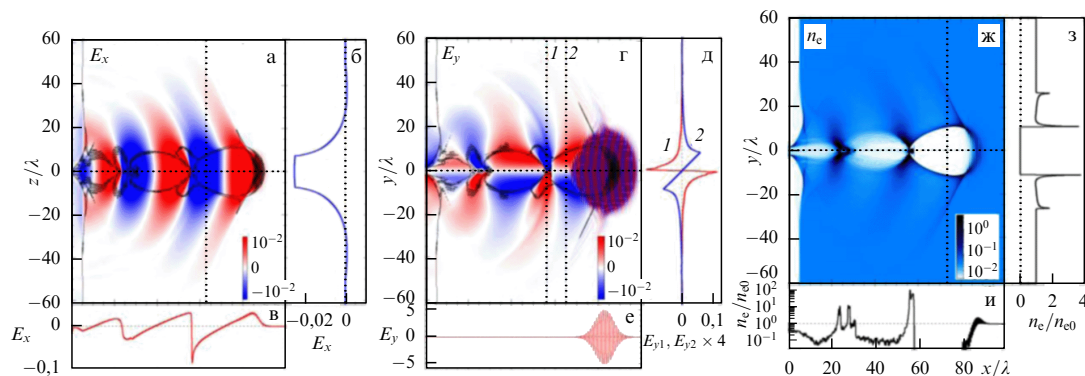


Рис. 6. (В цвете онлайн.) Двумерные сечения распределения электрического поля, нормированного на $m c \omega / e$: E_x (а), E_y (г), электронной плотности (ж) для момента времени $t = 100(2\pi/\omega)$. Вертикальные (б, д, з) и горизонтальные (в, е, и) одномерные сечения соответствуют пунктирным линиям. На рисунках а, г чёрными линиями показана плотность электронов $n_e/n_0 = 0,75, 1,50$.

вые электроны остаются нерелятивистскими и зависимость их координаты от времени даётся выражением $r(t) = r(0) \cos(\omega_{pe}t/\sqrt{2})$. За время $t = \pi/\sqrt{2}\omega_{pe}$ электроны достигают оси каверны. Таким образом, граница каверны описывается кривой

$$r = w_0 \cos \frac{\omega_{pe}(t - x/v_{ph})}{\sqrt{2}}, \quad (77)$$

где w_0 — поперечный размер лазерного импульса.

Головная волна в лазерной плазме представляет собой сложный нелинейный электродинамический объект (см. подробное обсуждение в работе [103]). Обращает на себя внимание видная отчётливо на рис. 3в, бж область, в которой эта головная волна отсоединяется от границы каверны. В сечении (x, r) там видна сильная модуляция электронной плотности, структура которой соответствует особенностям типа сборки [90, 91]. Отметим, что в работе [104] такая головная волна наблюдалась в эксперименте.

4.8. Опрокидывание волн в плазме с конечной температурой

Температура лазерной плазмы в случае ультракоротких (фемтосекундных) лазерных импульсов определяется параметрами предимпульса и пьедестала, взаимодействующих с облучаемой мишенью на стадии до прихода главного лазерного импульса. В типичном для мультитераваттного лазерного излучения случае плазма образуется в процессе фотоионизации [49, 105]. В такой плазме электронная температура по порядку величины равна осцилляционной энергии электронов в ионизирующем лазерном поле, т.е. не превышает кэВ-уровня, что существенно ниже, чем энергия электронов в главном импульсе, которая достигает МэВ-уровня. Функция электронов не соответствует максвелловскому распределению, и она может быть аппроксимирована в рамках модели "водяного мешка", которая в других условиях рассматривается как слишком искусственная.

В модели "водяного мешка" функция распределения постоянна, $f_e(p, x, t) = \text{const}$, внутри области на фазовой плоскости, ограниченной кривыми $p_+(x, t)$ и $p_-(x, t)$, и равна нулю вне её (см., например, [106]). Постоянная прямо пропорциональна плотности электронов и обратно пропорциональна ширине распределения в пространстве импульсов, которая однозначно связана с эффективной температурой.

Эволюция функции распределения описывается системой уравнений Власова

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + v \frac{\partial f_e}{\partial x} - E \frac{\partial f_e}{\partial p} = 0, \quad (78)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 1 - n_e, \quad (79)$$

где все переменные записаны в безразмерном виде с использованием стандартного перехода к безразмерным переменным. Уравнение (78) описывает течение несжимаемой жидкости в фазовом пространстве.

Взяв первый момент от функции распределения, найдём плотность электронов $n_e(x, t) = g_e[p_+(x, t) - p_-(x, t)]$. Здесь постоянная g_e равна отношению начального значения плотности к начальной ширине распределения, $g_e = n_0/(p_{+,0} - p_{-,0})$, которые предполагаются однородными.

Из уравнений (78), (79) следует, что функции $p_+(x, t)$, $p_-(x, t)$ и $E(x, t)$ удовлетворяют системе уравнений

$$\frac{\partial p_+}{\partial t} + \frac{p_+}{\sqrt{1+p_+^2}} \frac{\partial p_+}{\partial x} = -E, \quad (80)$$

$$\frac{\partial p_-}{\partial t} + \frac{p_-}{\sqrt{1+p_-^2}} \frac{\partial p_-}{\partial x} = -E, \quad (81)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 1 - g_e(p_+ - p_-). \quad (82)$$

Для волн, распространяющихся с постоянной скоростью v_{ph} , т.е. в случае, когда решения (80)–(82) зависят от одной независимой переменной $X = x - v_{ph}t$, эта система приводится к виду

$$h'_+ = -E, \quad (83)$$

$$E' = 1 - \frac{p_+(h_+) - p_-(h_+ - \beta_{ph}\Delta p_0)}{\Delta p_0}, \quad (84)$$

где штрих означает дифференцирование по X , $h_+ = (1 + p_+^2)^{1/2} - \beta_{ph}p_+$, $\Delta p_0 = p_{+,0} - p_{-,0}$ и $\beta_{ph} = v_{ph}/c$.

Уравнения (83), (84) могут быть записаны в гамильтоновом виде. Для симметричного начального распределения с $p_{+,0} = -p_{-,0}$ функция Гамильтона выражается как [107]

$$\mathcal{H}(E, h_+) = \frac{E^2}{2} + \gamma_{ph}^2 h_+ - \frac{W(\gamma_{ph}h_+) - W(\gamma_+(h_+ + \beta_{ph}\Delta p_0))}{2\Delta p_0}, \quad (85)$$

где функция $W(z)$ задана выражением

$$W(z) = z\sqrt{z^2 - 1} - \ln(z + \sqrt{z^2 - 1}). \quad (86)$$

В пределе $z \rightarrow 1$ эта функция стремится к нулю как $W(z) \approx (4\sqrt{2}/3)(z - 1)^{3/2}$, а при $z \rightarrow \infty$ имеет асимптоту $W(z) \approx z^2 - \ln(2z)$. На рисунке 7 представлены линии равного значения функции Гамильтона (85) на плоскости (E, h_+) для $\beta_{ph} = 0,8$ и $\Delta p_0 = 0,1$.

Решения уравнений (83) и (84) для $h_+ \rightarrow \gamma_{ph}^{-1}$ становятся сингулярными, как это следует из (85) и видно из поведения траекторий гамильтоновой системы на рис. 7а. При этом импульс электронов на верхней ограничивающей кривой стремится к значению $p_{+,m}$,

$$p_+ \rightarrow p_{+,m} = \frac{\beta_{ph}}{\sqrt{1 - \beta_{ph}^2}}, \quad (87)$$

что отвечает опрокидыванию волны, при котором скорость электронов с импульсом p_+ становится равной фазовой скорости волны. В точке опрокидывания импульс на нижней ограничивающей кривой имеет вид

$$p_{-,m} = p_{+,m} - \beta_{ph}\gamma_{ph}^2\Delta h_0 - \sqrt{\gamma_{ph}^2\Delta h_0^2 - 2\gamma_{ph}^3\Delta h_0}.$$

Здесь

$$\Delta h_0 = \sqrt{1 + p_{+,0}^2} - \sqrt{1 + p_{-,0}^2} - \beta_{ph}(p_{+,0} - p_{-,0}).$$

Влияние конечной температуры плазмы приводит к понижению максимального электрического поля [108–110], достижимого в стационарной волне, по сравнению со значением E_{AP} (44). Для $\Delta p_0 \ll 1/\beta_{ph}\gamma_{ph}$ максимальное

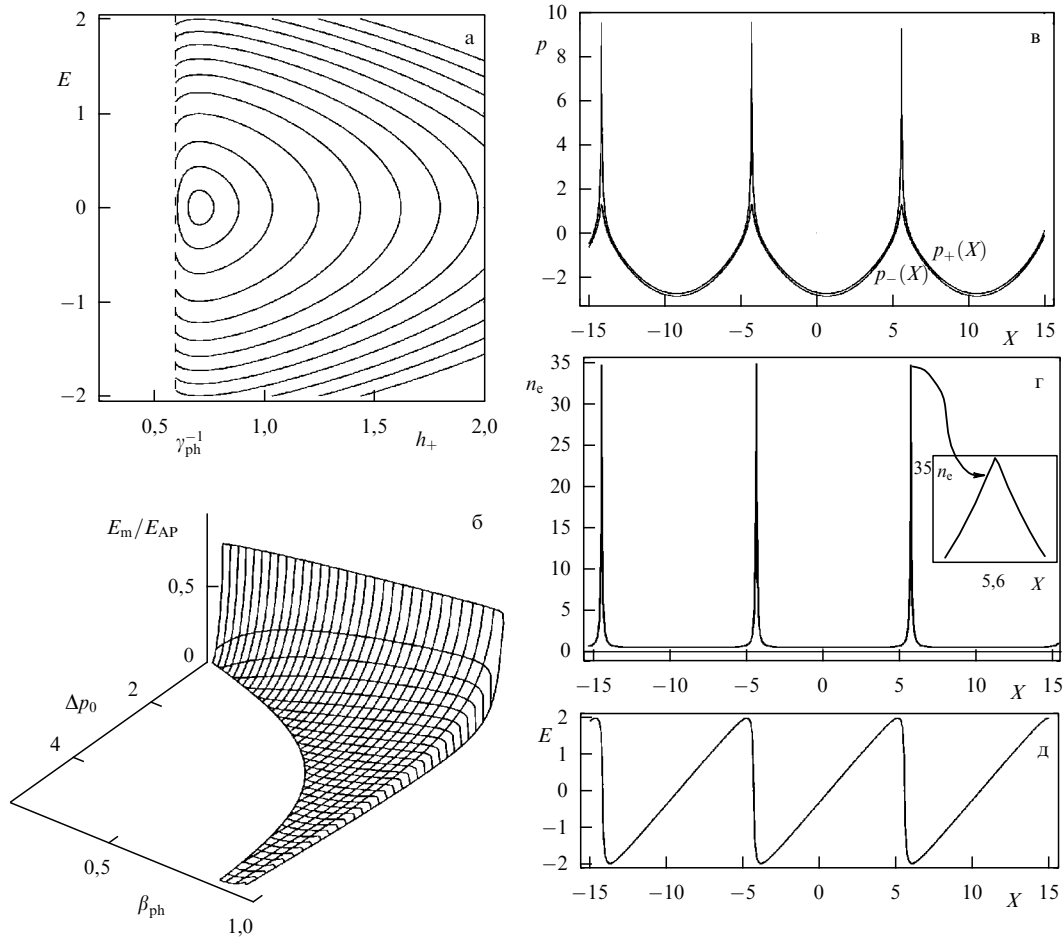


Рис. 7. (а) Линии равного значения функции Гамильтона (85) на плоскости (E, h_+) для $\beta_{ph} = 0,8$ и $\Delta p_0 = 0,1$. (б) Зависимость максимального электрического поля E_m , нормированного на E_{AP} , от фазовой скорости волны β_{ph} и ширины функции распределения Δp_0 . (в) Фазовая плоскость электронов. (г) Электронная плотность как функция координаты X (на вставке показана зависимость плотности вблизи максимума). (д) Электрическое поле как функция координаты X .

поле

$$E_m = E_{AP} - \frac{2(\beta_{ph}\gamma_{ph})^{3/2}}{3\sqrt{\gamma_{ph}-1}} \sqrt{\Delta p_0}, \quad (88)$$

а в пределе $\Delta p_0 \rightarrow 2\beta_{ph}\gamma_{ph}$ величина E_m обращается в нуль (рис. 7б).

На рисунке 7в–д показана структура нелинейной плазменной волны (фазовая плоскость, плотность электронов и электрическое поле в волне) для фазовой скорости волны $\beta_{ph} = 0,995$ и ширины функции распределения $\Delta p_0 = 0,25$.

Плотность электронов в опрокидывающейся волне, в отличие от таковой в случае холодной плазмы, не обращается в бесконечность, а остаётся конечной:

$$n_{e,m} = \gamma_{ph}^2 \beta_{ph} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{\beta_{ph}\gamma_{ph}\Delta p_0}} - \beta_{ph} \right). \quad (89)$$

В окрестности точки опрокидывания $X = X_m$ зависимость плотности электронов от координаты может быть представлена в виде [111]

$$n_e(X) \Big|_{X \rightarrow X_m} = n_{e,m} - \frac{\sqrt{n_{e,m}\gamma_{ph}^3}}{\Delta p_0} |\delta X|, \quad \delta X = X - X_m,$$

соответствующем нелинейным волнам, называемым "пиконами" (рис. 7г), из которых наиболее известна волна Стокса на поверхности воды [100].

5. Взаимодействие заряженных частиц и электромагнитного излучения с нелинейными кильватерными волнами

Взаимодействию заряженных частиц и фотонов с плазменными волнами посвящён обширный пласт литературы. В первую очередь здесь прослеживается связь с исследованиями ускорения заряженных частиц кильватерным полем, которое было предложено в работе [89] (см. также обзорную статью [33]). Особый интерес представляют работы по созданию компактного ускорителя электронов (позитронов) высоких энергий [33]. Кильватерные волны, как продемонстрировано в статьях [34, 35, 44, 112, 113], могут также использоваться в качестве релятивистских зеркал. Процессы отражения от кильватерной волны относятся к кругу связанных со взаимодействием между электромагнитными и плазменными волнами задач, которые в широком плане включают в себя исследование трансформации волн разного типа, развития параметрических неустойчивостей и комбинационного рассеяния (см. монографии [114–116] и цитируемую там литературу). Сколько-нибудь подроб-

ное обсуждение этих вопросов выходит далеко за рамки настоящего обзора. Ниже рассмотрены только те аспекты взаимодействия электронов и фотонов с нелинейными кильватерными волнами, которые имеют непосредственное отношение к плазменным релятивистским зеркалам.

5.1. Ускорение электронов

кильватерными плазменными волнами

Нелинейные кильватерные волны с амплитудой, отвечающей порогу их опрокидывания, играют важную роль в задачах, связанных как с релятивистскими зеркалами, так и с коллективным ускорением электронов. Немаловажно то, что регистрация пучков ультрарелятивистских электронов в экспериментах по исследованию релятивистских зеркал служит указанием на достижение кильватерной волной порога опрокидывания, обеспечивающего инжекцию электронов в фазу ускорения, а анализ энергетического спектра ускоренных электронов даёт информацию о параметрах волны [112, 113].

Кильватерная волна соответствует регулярным колебаниям электронов в следе, создаваемом лазерным импульсом. В плазме с концентрацией электронов намного ниже критической ($n_e \ll n_{cr} = m_e \omega^2 / 4\pi e^2$) фазовая скорость кильватерной волны v_{ph} близка к скорости света в вакууме, что отвечает большому значению релятивистского гамма-фактора, $\gamma_{ph} \gg 1$. Групповая скорость кильватерной волны равняется нулю, а фазовая v_{ph} совпадает с групповой скоростью лазерного импульса $v_{g,las} = c(1 - \omega_{pe}^2/\omega_0^2)^{1/2}$; при выполнении условия $n_e \ll n_{cr}$ $v_{g,las} \approx c(1 - \omega_{pe}^2/2\omega_0^2)$. Отсюда следует соотношение между длиной волны электромагнитного импульса λ_0 и длиной волны λ_w кильватерного поля:

$$\lambda_w = \lambda_0 \left(\frac{\omega_0}{\omega_{pe}} \right) \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2} \right)^{1/2} = \lambda_0 \gamma_{ph}.$$

Предполагая, что характерное изменение электронной плотности в кильватерной волне порядка плотности плазмы, т.е. рассматривая слабонелинейную волну, что представляет интерес для обсуждаемых вариантов лазерного электронно-позитронного коллайдера [33], можно получить оценку для амплитуды электростатического потенциала в волне: $\varphi_w = m_e c^2 / e$. Энергия электронов, ускоренных кильватерной волной, в $(1 - v_{ph}^2/c^2)^{-1}$ раз превышает значение $e\varphi_w$, т.е. релятивистский гамма-фактор электронов в этом случае $\gamma_e = 2\gamma_{ph}^2$. Длина ускорения электронов выражается как

$$l_{acc} = \frac{\pi c / \omega_{pe}}{1 - v_{ph}/c},$$

что эквивалентно соотношению $l_{acc} = \lambda_0 \gamma_{ph}^3$, используя которое, найдём связь между длиной ускорения, длиной волны лазерного излучения и энергией быстрых электронов: $l_{acc} = \lambda_0 \gamma_e^{3/2}$. Для длины волны лазерного излучения $\lambda_0 = 1$ мкм и энергии электронов 1 ТэВ, т.е. для $\gamma_e = 2 \times 10^6$, получим, что длина ускорения (размер ускорителя) должна быть равна 1 км.

Приведём описание динамики электрона в кильватерной волне, ограничиваясь одномерным приближением [117], т.е. считая, что все величины зависят только от времени t и одной координаты x . В рамках классической электродинамики одномерное движение электрона в полях электромагнитной и кильватерной волн описы-

вается гамильтонианом

$$\mathcal{H} = \sqrt{m_e^2 c^4 + c^2 P_{\parallel}^2 + (c P_{\perp} + e A_{\perp}(x, t))^2} - e \varphi(x, t), \quad (90)$$

где $P_{\parallel}$ и $P_{\perp}$ — компоненты обобщённого импульса, $A_{\perp}$ — векторный потенциал лазерного импульса, φ — скалярный потенциал кильватерного поля. В пренебрежении влиянием дисперсии на распространение электромагнитной волны $A_{\perp}$ и φ зависят от переменной $X = x - v_g t$. Здесь предполагается, что групповая скорость лазерного импульса v_g удовлетворяет условию $0 < v_g < c$. Гамильтониан (90) обладает симметрией, отвечающей группе Ли с генераторами $v_g \partial/\partial x + \partial/\partial t, \partial/\partial y, \partial/\partial z$. Из теоремы Нётер вытекает, что сохраняются интегралы движения

$$\mathcal{H} - p v_g = m_e c^2 h_0, \quad P_{\perp} = P_{\perp,0}, \quad (91)$$

где постоянные h_0 и $P_{\perp,0}$ определяются начальными условиями. Переходя к введённым выше безразмерным переменным $\beta_{ph} = v_g/c$, $\Phi(X) = e\varphi(X)/m_e c^2$, $a(X) = e A_{\perp}(X)/m_e c^2$, $p_x = P_{\parallel}/m_e c$, запишем первый интеграл в виде

$$h(p_x, X) \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{1 + p_x^2 + a^2(X)} - \Phi(X) - \beta_{ph} p_x = h_0. \quad (92)$$

Отсюда следует, что безразмерная кинетическая энергия $\mathcal{E}$, приобретаемая электроном на участке траектории от X_0 до X :

$$\mathcal{E} = \gamma_{ph}^2 \left[\Phi(X) - h_0 \pm \beta_{ph} \sqrt{(\Phi(X) - h_0)^2 - \gamma_{ph}^{-2} (1 + a^2(X))} \right] - 1. \quad (93)$$

Здесь знак плюс соответствует увеличивающейся со временем координате X , а знак минус — уменьшающейся.

Поведение системы с гамильтонианом (92) иллюстрируется на рис. 8, где представлен её фазовый портрет для электронов с $P_{\perp,0} = 0$. Кильватерная волна возбуждается распространяющимся в плазме с докритической концентрацией $n_0 = 0,01 n_{cr}$ коротким электромагнитным импульсом с циркулярной поляризацией и огибающей, заданной выражением

$$a(X) = a_0 \left[\exp \left(-\frac{4 \ln(2) X^2}{l_p^2} \right) - \frac{1}{16} \right] \theta(l_p - |X|),$$

где $a_0 = 2$, $l_p = 10\lambda$, $\theta(x)$ — функция Хевисайда, равная единице при $x \geq 0$ и нулю при $x < 0$. Скалярный потенциал $\varphi(X)$ подчиняется уравнению (35), в котором векторный потенциал в правой части считается заданной функцией.

Каждая траектория электрона $\{X(t), p_x(t)\}$ на плоскости (X, p_x) отвечает линии постоянного уровня функции $h(X, p_x)$, заданной уравнением (92). Фазовая плоскость состоит из областей траекторий захваченных кильватерным полем частиц и двух областей, соответствующих пролётным частицам. Эти области разделяются особыми траекториями, называемыми сепаратрисами, которые сливаются в особых точках, находящихся на кривой $p_x(X) = \beta_{ph} \gamma_{ph} \sqrt{1 + a^2(X)}$. На этой кривой подкоренное выражение в правой части уравнения (93) обращается в нуль: $(\Phi(X) - h_0)^2 = \gamma_{ph}^{-2} (1 + a^2(X))$.

Рассмотрим электрон, движущийся вдоль сепаратрисы, с траекторией, начинающейся в особой точке X_s .

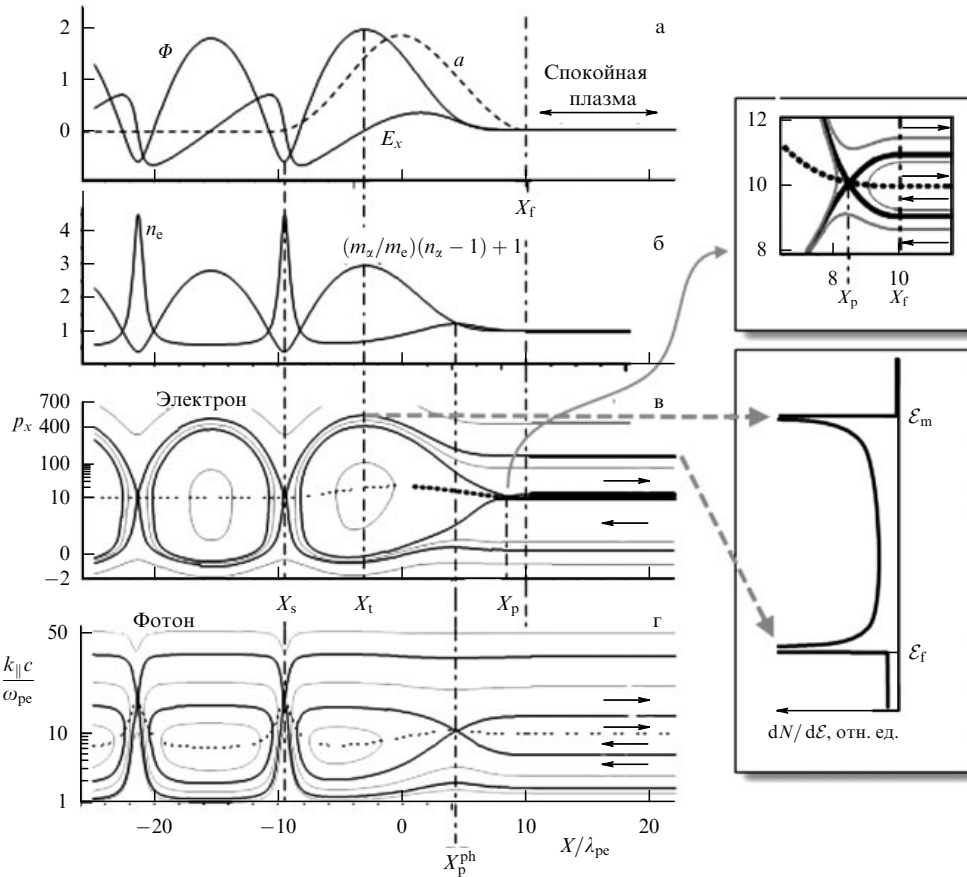


Рис. 8. (а) Кильватерная волна, возбуждённая коротким лазерным импульсом. Зависимости безразмерных величин Φ , a и E_x от координаты $X = x - v_g t$; X_f — координата фронта лазерного импульса. (б) Нормированные плотности электронов и ионов. (в) Электронная фазовая плоскость. X_s , X_t и X_p — координаты особой точки сепаратрисы, её вершины и точки пересечения ветвей сепаратрисы соответственно. Справа на верхней вставке представлен увеличенный фрагмент рис. в — область, в которой на электроны действует ponderomotive сила со стороны лазерного импульса. На нижней вставке показан энергетический спектр электронного пучка dN/dE , состоящий из вкладов частиц на вершине сепаратрисы и вкладов частиц, обогнавших лазерный импульс; $\mathcal{E}_m$ — максимальная энергия электрона, ускоренного на фронте лазерного импульса. (г) Фазовая плоскость фотонов. Жирными сплошными кривыми на рис. в, г изображены сепаратрисы, тонкими — другие траектории. Кривые на рис. в и на верхней вставке соответствуют зависимости $p_x = \beta_{ph} \gamma_{ph} \sqrt{1 + a^2(X)}$, а на рис. г — зависимости $k_x c = \beta_{ph} \gamma_{ph} \omega_{pe}(X)$.

Кинетическая энергия электрона достигает максимума $\mathcal{E}_m$, когда он находится на вершине сепаратрисы, в точке X_t . Для достаточно короткого лазерного импульса с $l_p < \lambda_{wf}/2$ точки X_s и X_t в первом периоде кильватерной волны соответствуют локальному минимуму и максимуму потенциала: $\varphi_{\min} = \varphi(X_s)$ и $\varphi_{\max} = \varphi(X_t)$. Таким образом, максимальное значение энергии, приобретаемое электроном на сепаратрисе, выражается как

$$\mathcal{E}_m = \gamma_{ph}^2 \left[(\varphi_{\max} - \varphi_{\min}) + \beta_{ph} \sqrt{(\varphi_{\max} - \varphi_{\min})^2 + 2\gamma_{ph}^{-2}(\varphi_{\max} - \varphi_{\min})} \right] + \mathcal{E}_{inj}, \quad (94)$$

где $\mathcal{E}_{inj} = \gamma_{ph} - 1$ — энергия электрона в точке X_s . В пределе $\gamma_{ph} \gg 1$ для энергии электрона имеем

$$\mathcal{E}_m \approx 2\gamma_{ph}^2 (\varphi_{\max} - \varphi_{\min}) + \gamma_{ph} - 1. \quad (95)$$

Наименьшее значение скалярного потенциала находится в точке наибольшей концентрации электронов в кильватерной волне, $\varphi_{\min} \geq -1 + 1/\gamma_{ph}$.

Значению $h(X, p_x) = 1/\gamma_{ph} - \varphi_{\min}$ соответствует сепаратриса, отделяющая в первом периоде траектории

электронов, захваченных кильватерной волной, от траекторий электронов, отражающихся от потенциала в точке X_s . После отражения электрон приобретает скорость, превышающую фазовую скорость кильватерной волны, и обгоняет её и лазерный импульс. Асимптотически, при $X \rightarrow +\infty$, энергия электрона стремится к величине

$$\mathcal{E}_f = \gamma_{ph}^2 \left(|\varphi_{\min}| + \beta_{ph} \sqrt{|\varphi_{\min}|^2 + 2\gamma_{ph}^{-2}|\varphi_{\min}|} \right) + \mathcal{E}_{inj}. \quad (96)$$

Если кильватерное поле создаётся сильным лазерным импульсом с $a \gg 1$, то $\varphi_{\min}$ стремится к своему наименьшему значению $-1 + 1/\gamma_{ph}$, что даёт для энергии электрона $\mathcal{E}_{f,m} = 2(\gamma_{ph}^2 - 1)$.

Суммируя сказанное выше, приходим к заключению о том, что в слабонелинейной кильватерной волне максимальное значение энергии ускоренных электронов связано с плотностью электронов в плазме соотношением

$$\mathcal{E}_m = \gamma_e m_e c^2 = 2m_e c^2 \gamma_{ph}^2, \quad (97)$$

где $\gamma_{ph} = \omega_0/\omega_{pe} \equiv \lambda_p/\lambda_0 = (n_{cr}/n_0)^{1/2}$. Длина области ускорения $l_{acc} = \lambda_p \gamma_{ph}^2$, или $l_{acc} = \lambda_0 \gamma_{ph}^3$, связана с энергией электрона следующим образом: $l_{acc} = 2\lambda_0 \gamma_e^{3/2}$, от-

сюда следует

$$\mathcal{E}_m = m_e c^2 \left(\frac{l_{acc}}{2\lambda_0} \right)^{2/3} = 0,3 \left(\frac{l_{acc} [\text{км}]}{\lambda_0 [\text{мкм}]} \right)^{2/3} [\text{ТэВ}]. \quad (98)$$

Как отмечалось во введении, в 1950-х годах Энрико Ферми сформулировал вопрос о максимальной энергии частиц, которая может быть достигнута в стандартных ускорителях в предположении, что размер ускорителя порядка длины экватора Земли, и получил значение энергии 1 ПэВ (10^{15} эВ). Подставляя $l_{acc} = 40000$ км в выражение (98), получим оценку энергии того же порядка. С помощью многостадийных ускорителей на кильватерной волне [33] можно повысить энергию электронов на несколько порядков.

Обсудим, какой энергетический спектр электронов формируется в процессе кильватерного ускорения [117, 118]. Предположим, что электронный пучок инжектируется с такими параметрами, которые обеспечивают его попадание в окрестность точки X_s на фазовой плоскости. Далее электроны движутся вдоль сепаратрисы с распределением их плотности $\mathcal{N}(X)$, что приводит к уширению их спектра от начальной энергии $\mathcal{E}_0$ до максимальной $\mathcal{E}_m$, соответствующей вершине сепаратрисы. Кроме того, энергетический спектр электронов имеет особенность при энергии $\mathcal{E}_f$ (см. нижнюю вставку в правой части рис. 8). Вблизи вершины сепаратрисы зависимость энергии частиц в пучке от координаты X может быть аппроксимирована параболой:

$$\mathcal{E}(X) = \mathcal{E}_m \left[1 - \frac{(X - X_t)^2}{l_{acc}^2} \right], \quad (99)$$

где $l_{acc} \approx \gamma_{ph}^2 \lambda_{wf}$ — длина ускорения. Отсюда следует, что спектр электронов, собираемых в детекторе (интеграл по времени), даётся выражением

$$\left. \frac{dN}{d\mathcal{E}} \right|_{\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}_m - 0} = \frac{\mathcal{N}(X)}{|d\mathcal{E}_m/dX|} \approx \frac{\mathcal{N}(X_t) l_{acc}}{2\sqrt{\mathcal{E}_m(\mathcal{E}_m - \mathcal{E})}} \quad (100)$$

при условии, что $\mathcal{E} < \mathcal{E}_m$. Если электроны инжектируются в окрестностях сепаратрис в других периодах кильватерной волны, то результирующий спектр будет содержать суперпозицию пиков вида (100) с различающимися в общем случае значениями максимальной энергии.

Вклад от обгоняющих лазерный импульс электронов может быть найден из уравнения (93). В работе [117] показано, что в этом случае спектр описывается выражением

$$\left. \frac{dN}{d\mathcal{E}} \right|_{\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}_f + 0} \approx \frac{\mathcal{N}(X_f) X_f}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_f}, \quad (101)$$

где $\mathcal{E}_f$ определяется уравнением (96).

В экспериментах по исследованию кильватерного ускорения лазерными импульсами мультитераваттной мощности достигнуты значения энергии электронов порядка 1 ГэВ [119] и 2 ГэВ [120] в плазме с областью размером в несколько сантиметров. Спектр имеет вид узкого пика в окрестности максимальных энергий.

5.2. Ускоритель фотонов

Для описания распространения в плазме достаточно короткого пакета электромагнитного излучения может быть использовано приближение геометрической оптики для координаты x (центра волнового пакета) и импульса

$\mathbf{k}$ (волнового вектора). Уравнения для волнового вектора и координаты волнового пакета могут быть выражены в гамильтоновом виде с гамильтонианом

$$\omega(x, \mathbf{k}; t) = \sqrt{k^2 c^2 + \omega_{pe}^2(x - v_{ph} t)}, \quad (102)$$

который представляет собой не что иное, как дисперсионное уравнение для зависимости частоты волны от волнового вектора, $k^2 = k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2$. Аналогично тому, как это было сделано в разделе 5.1 для описания движения электрона (позитрона), при переходе к переменной $X = x - v_{ph} t$ можно получить гамильтониан и для фотонов:

$$\mathcal{W}(x, k_x) = \sqrt{k_x^2 c^2 + \omega_{pe}^2(X)} - \beta_{ph} k_x c. \quad (103)$$

Здесь используется сохранение поперечного импульса $k_{\perp}$ и для простоты предполагается его равенство нулю.

Линии постоянного уровня гамильтониана (103) — траектории на фазовой плоскости — представлены на рис. 8г. Очевидное подобие фазовой плоскости фотонов фазовой плоскости электронов (рис. 8в) служит основанием для того, чтобы назвать процесс повышения частоты излучения коротких электромагнитных пакетов в результате их взаимодействия с кильватерными плазменными волнами "ускорением фотонов" [121–126]. Отметим, что в случае возбуждения кильватерной плазменной волны коротким электронным пучком фазовый портрет фотонов оказывается топологически эквивалентным фазовому портрету позитронов. На траектории, отвечающей значению гамильтониана (103), равному $\mathcal{W}(X, k_x) = w_0 = \omega_0 - \beta_{ph} k_{x,0} c$, зависимость частоты фотона от координаты X даётся выражением

$$\omega = \gamma_{ph}^2 w_0 \left[1 \pm \beta_{ph} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2(X)}{w_0^2 \gamma_{ph}^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (104)$$

Фотон с начальными значениями частоты ω_0 и волнового числа $k_{x,0}$ в процессе его отражения от первого или второго максимума электронной плотности в кильватерной волне испытывает повышение частоты:

$$\tilde{\omega} = (2\gamma_{ph}^2 - 1) \omega_0 - 2\beta_{ph} \gamma_{ph}^2 k_{x,0} c. \quad (105)$$

Максимальное значение частоты $\tilde{\omega}_{max}$ фотона, отражённого кильватерной волной, соответствует траектории, лежащей на сепаратрисе, отделяющей пролётные фотоны от отражающихся. Для этой сепаратрисы имеем $w_0 = \hat{\omega}_{pe}/\gamma_{ph}$, где $\hat{\omega}_{pe} = \omega_{pe}(X_s)$ — максимум плазменной частоты, достигаемый в точках максимума плотности электронов. Из уравнения (103) следует, что

$$\tilde{\omega}_{max} = \gamma_{ph} \left(\hat{\omega}_{pe} + \beta_{ph} \sqrt{\hat{\omega}_{pe}^2 - \omega_{pe,0}^2} \right). \quad (106)$$

Здесь $\omega_{pe,0} = \omega_{pe}(\infty)$ — плазменная частота вдали перед лазерным импульсом. Для $\hat{\omega}_{pe} \gg \omega_{pe,0}$ и $\beta_{ph} \rightarrow 1$ максимальная частота фотонов $\tilde{\omega}_{max} \approx 2\gamma_{ph} \hat{\omega}_{pe}$.

6. Отражение электромагнитных волн от каустик в распределении плотности электронов в плазменных волнах

Как неоднократно отмечается в настоящем обзоре, концепция релятивистского летящего зеркала предпола-

гает, что электромагнитная волна может быть отражена нелинейными плазменными волнами вблизи порога их опрокидывания с неэкспоненциально малым коэффициентом отражения. Ниже мы обсуждаем отражение электромагнитной волны от максимумов электронной плотности с особенностью в её распределении. Следуя общепринятой терминологии, мы называем такие особенности (особенности лагранжевых отображений) каустиками. Для того чтобы рассчитать коэффициенты отражения R и прохождения T , рассмотрим взаимодействие электромагнитной волны с резко неоднородным распределением электронной плотности в плазменной волне [127]. Пусть электромагнитная волна задана z -компонентой векторного потенциала $A_z(x, y, t)$, подчиняющейся волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) + \omega_{pe}^2(X) A_z = 0, \quad (107)$$

где $\omega_{pe}^2(X) = 4\pi e^2 n(X)/m_e \gamma_{ph}$ — плазменная частота с гамма-фактором, равным γ_{ph} .

Проведём преобразование Лоренца для перехода в систему отсчёта, движущуюся с фазовой скоростью плазменной волны. В этой системе отсчёта уравнение (107) принимает вид

$$\frac{d^2 a(\zeta)}{d\zeta^2} + (s^2 - v(\zeta)) a(\zeta) = 0, \quad (108)$$

где $s^2 = (\omega'/c)^2 - k_y^2$, $\zeta = \gamma_{ph}(x - v_{ph}t)$, t' , k' и ω' — координаты, время, волновое число и частота в движущейся системе отсчёта, $v(\zeta) = \omega_{pe}^2(\zeta)/c^2$. Векторный потенциал нормирован на $m_e c^2/e$, а его зависимость от времени t' и координат ζ и y такова:

$$a(\zeta) = \frac{e A_z(\zeta)}{m_e c^2} \exp[-i(\omega' t' - k_y y)]. \quad (109)$$

Представим решение уравнения (108) в виде

$$a(\zeta) = b_+(\zeta) \exp(is\zeta) + b_-(\zeta) \exp(-is\zeta), \quad (110)$$

где искомые функции $b_+(\zeta)$ и $b_-(\zeta)$ связаны с амплитудами отражённой и прошедшей волн. В пределе $\zeta \rightarrow -\infty$ функция $b_+(\zeta)$ равна амплитуде падающей волны, которая предполагается равной единице, а $b_-(\infty) = \rho$ соответствует амплитуде отражённой волны. При $\zeta \rightarrow +\infty$ функция $b_+(\zeta)$ равна амплитуде прошедшей волны τ , а $b_-(\zeta)$ обращается в нуль. Следовательно, $|b_+(-\infty)|^2 = 1$, $|b_-(-\infty)|^2 = R$ и $|b_+(+\infty)|^2 = T$, $b_-(+\infty) = 0$.

Поскольку мы ввели две неизвестные функции, $b_+(\zeta)$ и $b_-(\zeta)$, вместо одной $a(\zeta)$, необходимо наложить на них дополнительное условие. Выберем его в виде требования, налагаемого на производную $da/d\zeta$:

$$\frac{da}{d\zeta} = is[b_+(\zeta) \exp(is\zeta) - b_-(\zeta) \exp(-is\zeta)], \quad (111)$$

т.е.

$$\frac{db_+}{d\zeta} \exp(is\zeta) = -\frac{db_-}{d\zeta} \exp(-is\zeta). \quad (112)$$

Подставляя выражение (110) в уравнение (108) и учитывая соотношения (111) и (112), получим систему уравнений для $b_+(\zeta)$ и $b_-(\zeta)$, которую удобно записать в

виде (см. также [128])

$$\frac{d}{d\zeta} \begin{pmatrix} b_+ \\ b_- \end{pmatrix} = \frac{iv(\zeta)}{2s} \begin{pmatrix} -1 & -\exp(-2is\zeta) \\ \exp(2is\zeta) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_+ \\ b_- \end{pmatrix}. \quad (113)$$

Считаем, что амплитуда отражённой волны мала по сравнению с амплитудой падающей на электронный слой волны, $R \ll 1$, что, в частности, выполняется при условии $s^2 \gg v(\zeta)$. Будем искать решение системы (113) в рамках подхода, соответствующего известному в квантовой механике приближению, в котором потенциальная энергия рассматривается как возмущение [129]. В результате найдём

$$\rho = \frac{i}{2s} \int_{-\infty}^{+\infty} v(\zeta) \exp(-2is\zeta) d\zeta. \quad (114)$$

Рассмотрим распределение электронной плотности, типичное для плазменной волны вблизи порога опрокидывания. В соответствии с вышеприведённым анализом свойств опрокидывающихся плазменных волн такое распределение может быть аппроксимировано функцией

$$n(X) = \frac{n_0 G_{2/3}}{k_p^{2/3} (l^2 + X^2)^{1/3}}. \quad (115)$$

Здесь $G_{2/3}$ — безразмерный коэффициент, l является мерой близости волны к порогу опрокидывания, соответствующему $l = 0$. В системе отсчёта, где зеркало покоится, это приводит к зависимости вида $v(\zeta) = g_{2/3}/|\sigma^2 + \zeta^2|^{1/3}$ с $g_{2/3} = G_{2/3} k_p^{4/3} \gamma_{ph}^{-1/3}$. Из уравнения (74) следует, что коэффициент

$$G_{2/3} = \left(\frac{2}{9}\right)^{1/3} (1 + a_m^2)^{1/6} \gamma_{ph},$$

т.е.

$$g_{2/3} = \left(\frac{2}{9}\right)^{1/3} (1 + a_m^2)^{1/6} k_p^{4/3} \gamma_{ph}^{2/3}.$$

Вычисляя интеграл (114) для этой подынтегральной функции, найдём

$$\rho_{2/3}(s, l) = \frac{i\pi^{1/2} g_{2/3}}{s^{7/6} l^{5/6} \Gamma(1/3)} K_{1/6}(2sl), \quad (116)$$

где $\Gamma(z)$ — гамма-функция, $K_\nu(z)$ — модифицированная функция Бесселя второго рода [80]. В пределе относительно больших l , когда $sl \gg 1$, надбарьерное отражение экспоненциально мало,

$$\rho_{2/3}(s, l) \approx \frac{i\pi}{s^{5/3} l^{2/3} \Gamma(1/3)} \exp(-2sl), \quad (117)$$

а в противоположном пределе, когда $sl \rightarrow 0$, имеем неэкспоненциальное малое отражение

$$\rho_{2/3}(s) = \frac{i3^{1/2} \Gamma(1/3) g_{2/3}}{(2s)^{4/3}}. \quad (118)$$

Соответственно коэффициент отражения

$$R_{2/3}(s) = \frac{3\Gamma^2(1/3) g_{2/3}^2}{(2s)^4}. \quad (119)$$

Подчеркнём здесь, что эти выражения получены в сопутствующей системе отсчёта. В лабораторной системе (119) имеет смысл коэффициента отражения по числу фотонов.

7. Тонкий электронный слой как релятивистское зеркало

При взаимодействии достаточно широкого электромагнитного импульса с тонкой фольгой при условии, что пондеромоторная сила импульса существенно превышает силу, вызванную электрическим полем разделения зарядов, возможно формирование плотного электронного слоя, движущегося в направлении распространения электромагнитной волны. Второй, распространяющийся навстречу, электромагнитный импульс может быть частично отражён тонким электронным слоем, что в соответствии с обсуждавшимся выше двойным эффектом Доплера должно приводить к сжатию отражённого импульса и повышению его частоты [41].

Для описания ускорения тонкого электронного слоя лазерным импульсом воспользуемся известным точным решением уравнений движения заряженной частицы в поле плоской электромагнитной волны [52]. Для распространяющейся вдоль оси x плоской волны, заданной векторным потенциалом $A_0(t - x/c)$, из этого решения следует сохранение поперечной компоненты обобщённого импульса частицы

$$\mathbf{p}_\perp - \frac{e}{c} \mathbf{A}_\perp = \text{const} \quad (120)$$

и величины

$$m_e c^2 \gamma_e - p_\parallel c = m_e^2 c^4 + p_\perp^2 c^2 + p_\parallel^2 c^2 = \text{const}, \quad (121)$$

где $p_\parallel$ — продольная компонента импульса частицы. Отметим, что интеграл (121) является гамильтонианом одномерной системы, описывающей частицу с импульсом $p_\parallel$ и координатой $u = t - x/c$. В системе отсчёта, в которой до прихода волны электронный слой покоится, постоянная в правой части уравнения (121) должна быть положена равной $m_e c^2$. Решение уравнений (120) и (121) даёт для кинетической энергии $\mathcal{E}_{\text{kin}} = m_e c^2 (\gamma_e - 1)$ и импульса электрона:

$$\mathcal{E}_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_e c^2 |\mathbf{a}_\perp(u)|^2, \quad (122)$$

$$\mathbf{p}_\perp = m_e c \mathbf{a}_\perp(u), \quad p_\parallel = \frac{1}{2} m_e c |\mathbf{a}_\perp(u)|^2, \quad (123)$$

где $\mathbf{a}_\perp(u) = e \mathbf{A}_\perp(u) / m_e c^2$ — нормированное значение векторного потенциала волны.

Скорость, с которой электроны движутся вдоль оси x :

$$v_\parallel = \frac{p_\parallel}{m_e \gamma} = c \frac{|\mathbf{a}_\perp(u)|^2}{2 + |\mathbf{a}_\perp(u)|^2}. \quad (124)$$

Координата x частицы в общем случае определяется неявными уравнениями, которые приведены в [52] (см. также (9)). Для циркулярно поляризованной волны, например, с $\mathbf{a}_\perp(u) = a(u)[\mathbf{e}_y \cos(\omega u) + \mathbf{e}_z \sin(\omega u)]$ координата x может быть найдена из уравнения

$$\int_0^{t-x/c} (2 + |a(u)|^2) du = 2t. \quad (125)$$

Если амплитуда лазерного импульса постоянна, то из (125) следует зависимость положения частицы от времени:

$$x(t) = x_0 + c \frac{|a|^2}{2 + |a|^2} \left(t - \frac{x_0}{c} \right), \quad (126)$$

где x_0 — значение координаты в момент прихода лазерного импульса $t_0 = x_0/c$. Толщина электронного слоя при этом уменьшается в $(2 + |a|^2)/2$ раз.

Для того чтобы найти распределение электронов внутри слоя, нужно решить уравнение непрерывности (33) для скорости, заданной выражением (124). Легко получить, что

$$n(u) = \frac{n_0}{1 - \beta_M(u)} = n_0 \left(1 + \frac{|\mathbf{a}_\perp(u)|^2}{2} \right). \quad (127)$$

Здесь $\beta_M(u) = v_\parallel(u)/c$. При взаимодействии с лазерным импульсом с постоянной амплитудой плотность электронов возрастает в $(2 + |a|^2)/2$ раз, что соответствует полученному выше выводу о продольном сжатии слоя.

Используя выражение для скорости электронов (124), найдём соответствующий гамма-фактор релятивистского зеркала:

$$\gamma_M(u) = \frac{1}{\sqrt{1 - v_\parallel^2(u)/c^2}} = \frac{2 + |\mathbf{a}_\perp(u)|^2}{2\sqrt{1 + |\mathbf{a}_\perp(u)|^2}}. \quad (128)$$

Видно, что в пределе больших значений амплитуды электромагнитной волны, $|\mathbf{a}_\perp(u)| \rightarrow \infty$, гамма-фактор пропорционален первой степени $|\mathbf{a}_\perp|$. Отметим, что в работах [130, 131] рассматривалась конфигурация, состоящая из двух электронных слоёв, и был сделан вывод о том, что, используя такую конфигурацию, можно существенно увеличить гамма-фактор зеркала.

В случае, когда электронный слой ускоряется под действием линейно поляризованной волны, параметры отражённой от него второй волны найдём, воспользовавшись подходом, сформулированным в разделе 2.2. В силу соотношений (6), (7), (122) и (123) фаза отражённой волны в конфигурации встречного взаимодействия волны с зеркалом имеет вид

$$\psi_r(u) = \omega_0 \left(u + \frac{a_0^2}{2} u - \frac{a_0^2}{4\Omega} \sin 2\Omega u \right). \quad (129)$$

Частота изменяется от ω_0 до $\omega_0(1 + a_0^2)$, а амплитуда (электрическое поле) — от E_0 до $E_0(1 + a_0^2)$. В системе отсчёта, где зеркало в среднем покоится, отражённое излучение имеет вид последовательности высокочастотных коротких импульсов, показанных на рис. 16.

Если вторая волна распространяется в направлении движения электронного слоя (взаимодействие с убегающим зеркалом), то фаза отражённого излучения даётся выражением

$$\psi_r(v) = \frac{\omega_0}{\Omega} \frac{\arctan \left(\sqrt{1 + a_0^2} \tan \Omega v \right)}{\sqrt{1 + a_0^2}}. \quad (130)$$

Частота и амплитуда (электрическое поле) в отражённой волне пропорциональны величине $(1 + a_0^2 \sin^2 2\Omega v)^{-1}$, т.е.

изменяются от ω_0 до $\omega_0(1 + a_0^2)^{-1}$ и от E_0 до $E_0(1 + a_0^2)^{-1}$. Электрическое поле имеет вид последовательности коротких импульсов шириной $\approx \pi/a_0\Omega$.

Коэффициент отражения электромагнитного излучения от тонкого электронного слоя найдём по аналогии с тем, как это делается в классической задаче рассеяния (см., например, [132]). Зададим распределение плотности электронов через дельта-функцию Дирака:

$$n(X) = n_0 l \delta(X), \quad (131)$$

где l — толщина слоя. Такое приближение использовалось в работе [35] для расчёта коэффициента отражения от максимумов электронной плотности в кильватерной волне, при этом учитывался тот факт, что в нелинейной кильватерной волне приблизительно половина электронов, имеющих скорость порядка v_{ph} , сосредоточена вблизи максимума концентрации, в то время как другая половина движется в противоположном направлении.

В системе отсчёта, движущейся со скоростью v_{ph} , уравнение (107) приводится к виду

$$\frac{d^2 a}{d\zeta^2} + (s^2 - g_\delta \delta(\zeta))a = 0, \quad (132)$$

где $g_\delta = k_p^2 l$. Интегрируя уравнение (132) по ζ в интервале $-\varepsilon < \zeta < \varepsilon$ и устремляя ε к нулю, получим условие для скачка производной $da/d\zeta$ на границе $\zeta = 0$:

$$\left. \frac{da}{d\zeta} \right|_{+0} - \left. \frac{da}{d\zeta} \right|_{-0} = g_\delta a(0). \quad (133)$$

При этом функция $a(\zeta)$ непрерывна в точке $\zeta = 0$. Решение уравнения (132), описывающее отражение волны от тонкого слоя, может быть представлено в виде

$$a(\zeta) = \text{const} \begin{cases} \exp(is\zeta) + \rho \exp(-is\zeta), & \zeta \geq 0, \\ \tau \exp(is\zeta), & \zeta < 0, \end{cases} \quad (134)$$

где ρ и τ связаны между собой соотношениями, следующими из граничного условия (133):

$$1 + \rho(s) = \tau(s), \quad (135)$$

$$is(1 - \rho(s) - \tau(s)) = g_\delta \tau(s). \quad (136)$$

Следовательно, амплитуда отражённой волны

$$\rho(s) = -\frac{g_\delta}{2is + g_\delta} = \tau(s) - 1. \quad (137)$$

Отсюда находим коэффициент отражения (по числу фотонов)

$$R_\delta = \frac{g_\delta^2}{4s^2 + g_\delta^2}. \quad (138)$$

Для больших значений поверхностной плотности электронов $n_0 l$, $g_\delta^2 \gg 4s^2$, коэффициент отражения близок к единице. В противоположном пределе можно пренебречь величиной g_δ^2 в знаменателе правой части выражения (138) ввиду её малости по сравнению с величиной $4s^2$, отсюда получим

$$R_\delta \approx \frac{g_\delta^2}{4s^2} \approx \frac{(n_0 l \lambda_0 r_e)^2}{\gamma_e^2}. \quad (139)$$

Видно, что коэффициент отражения пропорционален квадрату поверхностной плотности электронов в слое, $\sim (n_0 l)^2$, т.е. отражение является когерентным. В нелинейной кильватерной волне, в которой энергия электронов равна $\gamma_e \approx \gamma_{ph} = k_0/k_p$ и эффективная толщина слоя l равна половине длины волны, $l \approx 2\sqrt{2\gamma_{ph}/k_p}$, коэффициент отражения обратно пропорционален кубу параметра γ_e : $R_\delta \approx 1/2\gamma_{ph}^3$ [35].

Как показано в [43], для формирования сплошного в поперечном направлении тонкого электронного слоя требуются достаточно однородные лазерные импульсы. При нарушении этого условия в процессе взаимодействия лазерного излучения с тонкой фольгой генерируется облако сверхкоротких электронных сгустков (см. также [133, 134]).

8. Взаимодействие электромагнитной волны с убегающим релятивистским зеркалом. Ускорение ионов давлением света

При взаимодействии лазерного импульса с убегающим релятивистским зеркалом отражённый назад электромагнитный импульс имеет энергию, пренебрежимо малую по сравнению с падающей на зеркало энергией. Таким образом, энергия излучения почти полностью преобразуется в энергию ионов. В данном разделе мы рассмотрим задачу об убегающем релятивистском зеркале в связи как с общим интересом к коллективному ускорению ионов, так и с возможностью приготовления релятивистского зеркала для эффективной генерации жёсткого рентгеновского излучения, обсуждаемой в разделе 9.

Ускорение ионов в режиме доминирования давления света [1] (истории этой работы посвящена статья [4]) в релятивистском пределе обладает наибольшей эффективностью среди других известных механизмов лазерного ускорения заряженных частиц [135]. Этот режим ускорения ионов, называемый также *фотонным парусом* или *лазерным поршнем*, реализуется в условиях, когда под действием радиационного давления лазерного импульса облучённая область тонкой фольги движется вперёд как целое, т.е. электроны и ионы имеют одну и ту же среднюю скорость. В релятивистском пределе вследствие малости отношения массы электрона к массе иона кинетическая энергия ионов в m_x/m_e раз превышает кинетическую энергию электронов.

8.1. Простая модель радиационного ускорения

Рассмотрим взаимодействие электромагнитной волны с плазменным слоем в геометрии, в которой падающая на слой электромагнитная волна распространяется в направлении его движения. Очевидно, что чем ближе скорость слоя v_M к скорости света c , тем он менее прозрачен для излучения. Если в лабораторной системе отсчёта частота излучения и плотность плазмы равны соответственно ω_0 и n_0 , то в сопутствующей системе отсчёта, где слой покоится, частота и плотность уменьшаются согласно выражениям

$$\bar{\omega} = \omega_0 \left(\frac{1 - \beta_M}{1 + \beta_M} \right)^{1/2}, \quad \bar{n} = n_0 (1 - \beta_M^2)^{1/2}. \quad (140)$$

Отсюда в пределе $\beta_M \rightarrow 1$ имеем $\bar{\omega} \approx \omega_0/2\gamma_M$ и $\bar{n} \approx n_0/\gamma_M$, где $\gamma_M = (1 - \beta_M^2)^{-1/2}$.

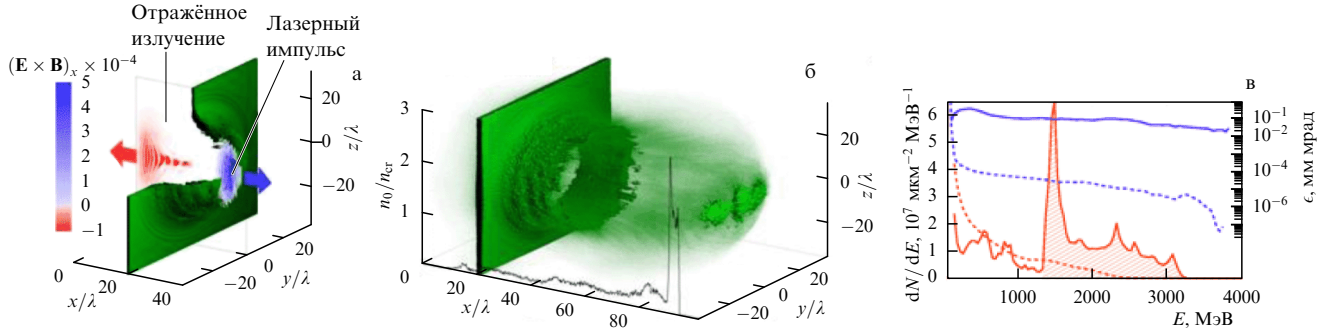


Рис. 9. (В цвете онлайн.) Результаты трёхмерного компьютерного моделирования режимов радиационного ускорения ионов методом частиц в ячейке [135]. Электромагнитный импульс формирует тонкую плазменную оболочку, которая его удерживает. (а) Распределение плотности ионов (показано зелёным цветом) и x -компоненты вектора Пойнтинга $(e/m_e \omega_0 c)^2 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ в плоскости (x, y) при $z = 0$ для $t = 40 \times 2\pi/\omega_0$. (б) Изоповерхность $n = 2n_{cr}$ плотности ионов для $t = 100 \times 2\pi/\omega_0$; чёрная кривая показывает распределение плотности ионов на оси. (в) Энергетический спектр ионов (красная кривая) и поперечный эмиттанс электронов ϵ (синяя пунктирная кривая) и ионов (синяя сплошная кривая).

Условие непрозрачности плазмы $\bar{\omega} < \bar{\omega}_{pe}$, где $\bar{\omega}_{pe} = (4\pi l e^2 / m_e)^{1/2}$, вследствие того что $\bar{\omega} \propto \gamma_M^{-1}$ и $\bar{\omega}_{pe} \propto \gamma_M^{-1/2}$, выполняется всё лучше по мере приближения γ_M к бесконечности.

Отсюда следует, что движущийся с релятивистской скоростью плотный ионно-электронный слой почти полностью отражает падающий на него электромагнитный импульс и его можно рассматривать как идеально отражающее зеркало. Взаимодействие с таким релятивистским зеркалом приводит к уменьшению энергии отражённой электромагнитной волны в $\approx 1/4\gamma_M^2$ раз. В результате передаваемая зеркалу лазерным импульсом энергия приблизительно равна $\mathcal{E}_{las}(1 - 1/4\gamma_M^2)$. Поскольку при радиационном ускорении ионов энергия электромагнитного излучения преобразуется в кинетическую энергию ионов, это обеспечивает чрезвычайно высокую эффективность данного механизма по сравнению с другими механизмами ускорения.

Для иллюстрации ускорения ионов в режиме доминирования радиационного давления на рис. 9 представлены результаты компьютерного моделирования методом частиц радиационного ускорения ионов в трёхмерной конфигурации. Как видно, в процессе взаимодействия с тонким плазменным слоем лазерный импульс формирует тонкую оболочку, обволакивающую его, как кокон. Тонкая плазменная оболочка удерживает электромагнитное излучение внутри себя, препятствуя его распространению. Ионы, находящиеся в передней части оболочки, ускоряются до энергии в несколько ГэВ и имеют квазимоноэнергетический спектр (рис. 9в).

Комбинация радиационного механизма ускорения с использованием двухслойной мишени позволяет существенно увеличить энергию ускоренных ионов [136]. Этот результат позволяет получить большую энергию ионов, используя лазер с меньшей мощностью и более высокой частотой повторения импульсов, что представляет интерес для развития лазерных методов ускорения ионов с параметрами, требуемыми в адронной терапии онкологических заболеваний [8].

Указание на реализацию радиационно-доминантного режима взаимодействия излучения с веществом было получено в эксперименте по исследованию образования плазменных струй при облучении мишеней с твердотельной плотностью мощными лазерными импульсами [137].

8.2. Уравнения движения деформируемой оболочки

В данном разделе выводятся соотношения, необходимые для анализа ускорения и устойчивости тонкой фольги под действием радиационного давления [138, 139]. При описании взаимодействия электромагнитной волны с фольгой последняя рассматривается как идеально отражающее зеркало.

В лабораторной системе отсчёта уравнение движения элемента поверхности идеально отражающего зеркала может быть записано в виде

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathcal{P} \frac{\mathbf{v}}{\sigma}. \quad (141)$$

Здесь $\mathbf{p}$ представляет собой импульс элемента поверхности зеркала, $\mathbf{v}$ — единичный вектор, нормальный к поверхности зеркала, $\mathcal{P}$ — релятивистски инвариантное давление света, $\sigma = nl$, где n — плотность плазмы, l — толщина фольги. Мы предполагаем, что ускорение и кривизна поверхности малы по сравнению со значениями, определяемыми частотой и длиной электромагнитной волны. Геометрия взаимодействия иллюстрируется на рис. 10.

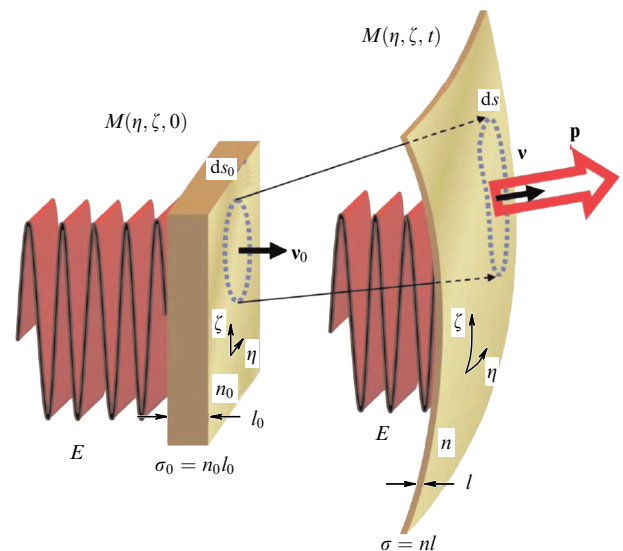


Рис. 10. Эволюция тонкой оболочки под действием радиационного давления электромагнитной волны.

Удобно ввести координаты η и ζ , связанные с переменными x, y, z соотношениями $x = x(\eta, \zeta, t)$, $y = y(\eta, \zeta, t)$, $z = z(\eta, \zeta, t)$. Координаты η и ζ являются маркерами элемента поверхности оболочки. Рассмотрим элемент поверхности Δs , в котором содержится число частиц $\Delta N = \sigma \Delta s$, остающееся постоянным в процессе движения оболочки. Положение и форма оболочки задаются уравнением поверхности

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}(\eta, \zeta, t) = \{x(\eta, \zeta, t), y(\eta, \zeta, t), z(\eta, \zeta, t)\}. \quad (142)$$

Следуя предписаниям дифференциальной геометрии [140], найдём в регулярной точке площадь элемента поверхности оболочки, $\mathbf{v} \Delta s = \partial \mathbf{M} / \partial \eta \times \partial \mathbf{M} / \partial \zeta d\eta d\zeta$, и единичный вектор

$$\mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{M} / \partial \eta \times \partial \mathbf{M} / \partial \zeta}{|\partial \mathbf{M} / \partial \eta \times \partial \mathbf{M} / \partial \zeta|}. \quad (143)$$

Сохранение числа частиц даёт соотношение $\sigma \Delta s = \sigma_0 \Delta s_0$, где $\sigma_0 = n_0 l_0$. Отсюда следует

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{|\partial \mathbf{M} / \partial \eta \times \partial \mathbf{M} / \partial \zeta|}. \quad (144)$$

Используя эти соотношения, запишем уравнение движения (141) в виде

$$\sigma_0 \frac{\partial p_i}{\partial t} = \mathcal{P} \varepsilon_{ijk} \frac{\partial x_j}{\partial \eta} \frac{\partial x_k}{\partial \zeta}, \quad (145)$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = c \frac{p_i}{(m_x^2 c^2 + p_k p_k)^{1/2}}. \quad (146)$$

Здесь ε_{ijk} — единичный полностью антисимметричный тензор, $i = 1, 2, 3$, и подразумевается суммирование по повторяющимся индексам.

Радиационное давление, испытываемое оболочкой, облучаемой циркулярно поляризованной электромагнитной волной, распространяющейся вдоль оси x , с амплитудой $E = E(t - x/c)$, выражается в виде

$$\mathcal{P} = \frac{E^2}{2\pi} \frac{1 - \beta}{1 + \beta} = \frac{E^2}{2\pi} \frac{(m_x^2 c^2 + p_x^2)^{1/2} - p_x}{(m_x^2 c^2 + p_x^2)^{1/2} + p_x}. \quad (147)$$

8.3. Параметры пучков ускоренных ионов

Предполагая, что оболочка движется вдоль оси x , т.е. начальные условия определяют плоское зеркало, однородное вдоль координат y, z , и $y(0) = \eta$, $z(0) = \zeta$, мы можем представить уравнение для x -компоненты импульса (147) в следующем виде:

$$\frac{dp_x^{(0)}}{dt} = \frac{E_0^2}{2\pi\sigma_0} \frac{m_x c \gamma^{(0)} - p_x^{(0)}}{m_x c \gamma^{(0)} + p_x^{(0)}}, \quad (148)$$

где $p_x^{(0)}$ зависит только от времени t . Релятивистский гамма-фактор $\gamma^{(0)} = [1 + (p_x^{(0)}/m_x c)^2]^{1/2}$.

Решение уравнения (148) формально эквивалентно решению задачи о движении заряженной частицы под действием радиационного давления электромагнитной волны [52]. Для электромагнитной волны с постоянной амплитудой, $E_0 = \text{const}$, при начальном значении импульса, равном нулю, искомая зависимость может быть записана в неявном виде (см. также [135]):

$$\left(\frac{p_x^{(0)}}{m_x c}\right)^3 + \left[1 + \left(\frac{p_x^{(0)}}{m_x c}\right)^2\right]^{3/2} + \frac{3}{2} \frac{p_x^{(0)}}{m_x c} - 1 = \tau, \quad (149)$$

где $\tau = E_0^2 t / 2\pi\sigma_0 m_x c$ — нормированное время. В пределе $\tau \rightarrow \infty$ имеем

$$p_x^{(0)}(\tau) = m_x c \left[\left(\frac{3\tau}{4}\right)^{1/3} - \left(\frac{6}{\tau}\right)^{1/3} + \dots \right]. \quad (150)$$

В случае электромагнитного импульса конечной длины электрическое поле E_0 на движущейся оболочке, т.е. при $x = x(t)$, зависит от времени: $E_0(t - x(t)/c)$. В последнем выражении функция $x(t)$ определяется из уравнения (146). Введём новую переменную $\psi = \omega_0(t - x^{(0)}(t)/c)$, равную фазе волны на оболочке при $x = x^{(0)}(t)$. Дифференцируя ψ по времени, находим

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_0 \frac{m_x c \gamma^{(0)} - p_x^{(0)}}{m_x c \gamma^{(0)}}. \quad (151)$$

Замена переменных $t \rightarrow \psi$ и использование интегральной плотности потока энергии (флюенса) электромагнитной волны

$$w(\psi) = \int_0^\psi \frac{R(\psi')}{2\lambda_0} d\psi', \quad (152)$$

где $R(\psi) = E_0^2(\psi) / \sigma_0 m_x \omega_0^2$, позволяют найти решение уравнения (148) в простом виде:

$$p_x^{(0)}(\psi) = m_x c \frac{2w(\psi)(w(\psi) + 1)}{2w(\psi) + 1}. \quad (153)$$

Из выражения (151) следует взаимосвязь t и ψ :

$$\psi + \int_0^\psi (2w(\psi') + w^2(\psi')) d\psi' = \omega_0 t. \quad (154)$$

В случае постоянной амплитуды электромагнитной волны, когда $R = R_0 = E_0^2 / 2\sigma_0 m_x \omega_0^2$, выражения (152) и (154) дают

$$w(\psi) = \frac{R_0}{\lambda_0} \psi, \quad 3\psi + 3 \frac{R_0}{\lambda_0} \psi^2 + 2 \left(\frac{R_0}{\lambda_0}\right)^2 \psi^3 = 3\omega_0 t. \quad (155)$$

Отсюда следует, что x -компонента импульса элемента оболочки $p_x^{(0)}$ в пределе $\omega_0 t \gg \lambda_0 / R_0$ зависит от времени как

$$p_x^{(0)} \approx m_x c \left(\frac{3R_0 \omega_0}{\lambda_0} t \right)^{1/3}, \quad (156)$$

что соответствует выражению (150).

Отметим, что пропорциональность энергии быстрых ионов величине $t^{1/3}$ наблюдалась при трёхмерном компьютерном моделировании ускорения тонкой фольги сверхсильным электромагнитным импульсом (см. [135]).

Из (154) следует, что энергия ускоренных ионов достигает величины

$$\mathcal{E}_x = m_x c^2 \left(1 + \frac{2w^2}{1 + 2w} \right). \quad (157)$$

Эффективность преобразования энергии лазерного излучения в энергию быстрых ионов, равная отношению энергии ионного пучка к поглощённой энергии лазера, выражается в виде

$$\kappa_{\text{eff}} = \frac{2w}{1 + 2w}, \quad (158)$$

т.е. $\kappa_{\text{eff}} \rightarrow 1$ при стремлении интегральной плотности потока энергии к бесконечности ($w \rightarrow \infty$), что приводит к равенству энергии, приходящейся на один ион, отношению энергии лазерного импульса $\mathcal{E}_{\text{las}}$ к полному числу ускоренных ионов N_{tot} . В противоположном, нерелятивистском, пределе по энергии ионов эффективность ускорения выражается как

$$\kappa_{\text{eff}} = 2w \approx a_0^2 \frac{l_{\text{las}}}{l_0} \left(\frac{\omega_0}{\omega_{\text{pe}}} \right)^2 \frac{m_e}{m_x}. \quad (159)$$

В применении к задачам управляемого лазерного синтеза в рамках концепции быстрого поджига термоядерной мишени ионами, ускоренными лазерным излучением, требуется эффективность ускорения не ниже 10 % при условии, что энергия ионов составляет несколько десятков МэВ, импульсы имеют энергию не менее 100 кДж и интенсивность порядка 10^{21} Вт см $^{-2}$.

Удобно представить полученные зависимости в размерном виде. Зависимость энергии ионов от параметров лазерного импульса и мишени в нерелятивистском пределе $\mathcal{E}_x/m_x c^2 \ll 1$ даётся соотношением

$$\mathcal{E}_x = 10 \left(\frac{10^{11}}{N_{\text{tot}}} \right)^2 \frac{m_p}{m_x} \left(\frac{\mathcal{E}_{\text{las}}}{1 \text{ Дж}} \right)^2 [\text{МэВ}], \quad (160)$$

где m_p — масса протона, и в ультрарелятивистском случае, $\mathcal{E}_x/m_x c^2 \gg 1$,

$$\mathcal{E}_x = 100 \frac{10^{11}}{N_{\text{tot}}} \frac{\mathcal{E}_{\text{las}}}{1 \text{ кДж}} [\text{ГэВ}]. \quad (161)$$

Длина ускорения в пределе ультрарелятивистских энергий $\mathcal{E}_x/m_x c^2 \rightarrow \infty$

$$l_{\text{acc}} = \frac{l_{\text{las}}}{1 - v_x/c} \approx 2 \left(\frac{\mathcal{E}_x}{m_x c^2} \right)^2 l_{\text{las}} \quad (162)$$

зависит от длительности лазерного импульса l_{las}/c и конечного значения энергии ускоренных ионов $\mathcal{E}_x$.

Рассматривая ионный лазерный ускоритель с точки зрения приложений в области физики высоких энергий, мы приходим к выводу о том, что параметры этого ускорителя должны удовлетворять нескольким условиям, помимо требования максимальной энергии частиц. В частности, такой важный параметр, как светимость пучка, характеризует число реакций между частицами, возникающими при столкновении встречных пучков в коллайдере. Отметим, что, управляя поперечными модуляциями в распределении плотности ускоренных ионов [138, 141], можно повысить светимость пучка.

Светимость пучка ионов, ускоренных в радиационном режиме, даётся выражением

$$\mathcal{L} = 10^{34} \frac{f}{10 \text{ кГц}} \left(\frac{N_{\text{tot}}}{10^{12}} \right)^2 \left(\frac{10^{-4} \text{ см}}{\sigma_{\perp}} \right)^2 [\text{см}^{-2} \text{ с}^{-1}]. \quad (163)$$

Здесь N_{tot} — число частиц в каждом пучке, $\sigma_{\perp}$ — поперечный размер пучка, f — частота повторений лазерных импульсов. Произведение светимости на поперечное сечение реакции даёт скорость реакции. Мы видим, что светимость может возрасти при увеличении числа частиц в пучке N_{tot} и (или) частоты повторений f или при уменьшении поперечного размера пучка $\sigma_{\perp}$.

8.4. Неустойчивость ускоряемой оболочки

Как известно, в тонкой ускоряемой оболочке может развиваться неустойчивость Рэля–Тейлора [142, 143]. Эта и другие неустойчивости играют принципиально важную роль в космической плазме и в задачах инерционного термоядерного синтеза. Как в космической, так и в лазерной плазме неустойчивости влияют на протекание взаимодействия мощного излучения с веществом. В случае тонкой оболочки они могут вызвать её распад на отдельные сгустки [144, 145].

Устойчивость тонкой оболочки в релятивистском пределе [139] исследуется в рамках системы уравнений (145), (146). Линеаризуя эту систему относительно невозмущённого решения, определяемого выражениями (148), (149) и (153), получаем

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(p_x^{(0)} \frac{\partial \xi_x^{(1)}}{\partial \psi} \right) = \frac{R(\psi)}{2\pi} \left(\frac{\partial \xi_y^{(1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial \xi_z^{(1)}}{\partial \zeta} \right), \quad (164)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{1}{p_x^{(0)}} \frac{\partial \xi_y^{(1)}}{\partial \psi} \right) = -\frac{R(\psi)}{2\pi m_x c} \frac{\partial \xi_x^{(1)}}{\partial \eta}, \quad (165)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{1}{p_x^{(0)}} \frac{\partial \xi_z^{(1)}}{\partial \psi} \right) = -\frac{R(\psi)}{2\pi m_x c} \frac{\partial \xi_x^{(1)}}{\partial \zeta}, \quad (166)$$

где возмущения $\xi_x^{(1)}(\eta, \zeta, \psi)$, $\xi_y^{(1)}(\eta, \zeta, \psi)$ и $\xi_z^{(1)}(\eta, \zeta, \psi)$, приводящие к деформациям оболочки в поперечном направлении, предполагаются малыми. Ищем решение в приближении Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ). Для этого представим функции $\xi_i^{(1)}(\eta, \zeta, \psi)$ в виде

$$\xi_i^{(1)}(\eta, \zeta, \psi) \propto \exp \left(\int_0^\psi \Gamma(\psi') d\psi' - i q \eta - i r \zeta \right) \quad (167)$$

при условии медленной зависимости инкремента $\Gamma(\psi)$ от переменной ψ : $(\partial \Gamma(\psi)/\partial \psi)/\Gamma^2(\psi) \ll 1$. Подставляя выражение (167) в систему (164)–(166) и решая алгебраическое уравнение, находим инкремент неустойчивости

$$\Gamma(\psi) = (q^2 + r^2)^{1/4} \left(\frac{R(\psi)}{2\pi} \right)^{1/2}. \quad (168)$$

Учитывая соотношения (155), находим, что в случае постоянной амплитуды электромагнитной волны возмущение зависит от времени следующим образом:

$$\xi_i^{(1)}(\eta, \zeta, t) \propto \exp \left[\left(\frac{t}{\tau_r} \right)^{1/3} - i q \eta - i r \zeta \right], \quad (169)$$

где τ_r — характерное время развития неустойчивости в ультрарелятивистском пределе,

$$\tau_r = \omega_0^{-1} (2\pi)^{3/2} \frac{R_0^{1/2}}{6(q^2 + r^2)^{3/2} \lambda_0^2}.$$

Принимая во внимание, что $R_0 = E_0^2/(2\sigma_0 m_x \omega_0^2)$, мы видим, что время развития неустойчивости пропорционально квадратному корню из отношения радиационного давления к массе иона. Другими словами, чем больше масса иона, тем быстрее развивается неустойчивость, и чем больше радиационное давление, тем медленнее растут возмущения.

Расширение плазмы вдоль поверхности оболочки может привести к замедлению развития нелинейной стадии неустойчивости, характеризующейся возникновением особенностей типа сборки и сгустков плазмы.

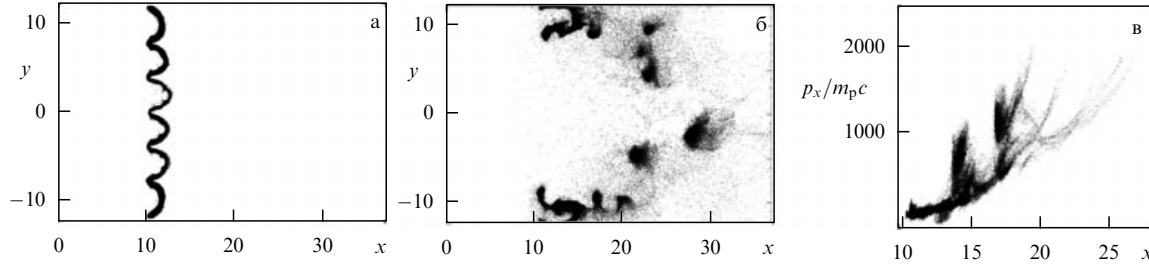


Рис. 11. Распределение плотности ионов в плоскости $xу$ в моменты времени $t = 75$ (а) и $t = 92$ (б). (в) Фазовая плоскость ионов (x, p_x) .

Нелинейная эволюция неустойчивости тонкой оболочки иллюстрируется на рис. 11, где представлены результаты вычислительных экспериментов. Тонкий плазменный слой шириной $25\lambda_0$ и толщиной $0,5\lambda_0$ с плотностью, соответствующей $\omega_{pe}/\omega_0 = 16$, облучается s -поляризованным электромагнитным импульсом с электрическим полем, направленным вдоль оси z . Импульс представляет собой суперпозицию "гауссова" импульса и сравнительно слабых синусоидальных в y -направлении возмущений. Безразмерная амплитуда лазерного импульса $a_0 = 320$, при длине волны $\lambda_0 = 1$ мкм отвечающая интенсивности $I \approx 1,4 \times 10^{23}$ Вт см $^{-2}$ ($R_{max}/\lambda_0 = 200$), что соответствует тем значениям, которые ожидаются на сверхмощных лазерах типа ELI (Extreme Light Infrastructure) и HiPER (High Power laser Energy Research facility) [146–148].

Неустойчивость Рэлея–Тейлора, развивающаяся под действием радиационного давления в тонкой фольге, наблюдалась в эксперименте [149]. Эта неустойчивость проявлялась в модуляции энергетического спектра и пространственного распределения ускоренных ионов.

8.5. Режим "неограниченного" ускорения

Расширение плазмы вдоль поверхности оболочки (которое, в частности, может быть обусловлено обсуждавшейся в разделе 8.4 неустойчивостью) может привести к существенному увеличению энергии ионов, ускоренных давлением света на тонкую плазменную оболочку [138, 141], поскольку благодаря расширению оболочки число ионов в области взаимодействия с электромагнитным импульсом уменьшается, что и приводит к увеличению их энергии. Для того чтобы показать это, рассмотрим случай, в котором оболочка движется в продольном направлении с $p_x/m_x c \gg 1$ и относительно малыми поперечными компонентами импульса, отвечающими расширению: $p_y/p_x \ll 1$ и $p_z/p_x \ll 1$. Используя эти условия, ищем решение уравнений (145), (146) при предположении, что поперечные координаты и импульсы являются линейными функциями лагранжевых координат η и ζ :

$$y = A_y(t)\eta, \quad z = A_z(t)\zeta, \quad (170)$$

$$p_y = \pi_y^{(0)}\eta, \quad p_z = \pi_z^{(0)}\zeta. \quad (171)$$

Соотношения (171) с постоянными $\pi_y^{(0)}$ и $\pi_z^{(0)}$ означают свободное расширение оболочки с однородной деформацией и отвечают локальной аппроксимации решения в приосевой окрестности. Из (146) следует, что функции A_y и A_z подчиняются уравнениям

$$\frac{dA_y}{dt} = \frac{\pi_y^{(0)}}{m_x \gamma}, \quad \frac{dA_z}{dt} = \frac{\pi_z^{(0)}}{m_x \gamma} \quad (172)$$

с начальными условиями $A_y(0) = 1$ и $A_z(0) = 1$. Здесь гамма-фактор ионов имеет вид $\gamma = [1 + (p_x/m_x c)^2]^{1/2}$. Далее для простоты предположим, что $A_y = A_z = A$ и $\pi_y^{(0)} = \pi_z^{(0)} = \pi^{(0)}$. Поверхностная плотность изменяется в соответствии с $nl = n_0 l_0 / A^2$. Подставим эти выражения в уравнение (145) для продольной компоненты импульса. Перейдем к переменной ψ . В результате получим уравнение для параметра деформации $A(t)$

$$\frac{d^2 A}{d\psi^2} = h^2 A^2. \quad (173)$$

Если решение уравнения (173) известно, то продольную компоненту импульса можно найти, интегрируя уравнение

$$\frac{dp_x}{d\psi} = \frac{m_x v_E^2}{\omega_0 l_0} \frac{m_x c \gamma}{m_x c \gamma + p_x} A^2. \quad (174)$$

Здесь $v_E^2 = E^2 / 2\pi n_0 m_x$ и $h^2 = E^2 \pi^{(0)} / 2\pi n_0 l_0 m_x^2 \omega_0^2 c$.

Предположим, что лазерный импульс длительностью t_{las} имеет постоянную амплитуду, равную E_0 в интервале $0 < \psi < \omega_0 t_{las} = \psi_m$ и нулю вне этого интервала, т.е. коэффициент h в уравнении (173) постоянен внутри данного интервала.

Решение уравнения (173) выражается через эллиптическую функцию Вейерштрасса $\wp(u; \{g_2, g_3\})$ [80]:

$$A(\psi) = \wp(\tilde{\psi}^* - \tilde{\psi}; \{g_2, g_3\}), \quad (175)$$

где введена переменная $\tilde{\psi} = 6^{1/2} \psi / h$, g_2 и g_3 — постоянные, $g_2 = 0$, $g_3 = 1 - A'(0)$. Значение $\tilde{\psi}^*$ определяется наименьшим положительным решением уравнения $\wp(\tilde{\psi}^*; \{0, g_3\}) = 1$. Эллиптическая функция Вейерштрасса $\wp(u; \{g_2, g_3\}) = z$ даёт значение z , для которого [80]

$$u = \int_{-\infty}^z \frac{dt}{(4t^3 - g_2 t - g_3)^{1/2}}. \quad (176)$$

Обсудим предельные случаи. Если оболочка не расширяется, т.е. $A = 1$, то из уравнения (174) следует, что асимптотически, при $t \rightarrow \infty$, импульс ионов зависит от времени как

$$p_x(t) = m_x c \left(\frac{t}{\tau_{1/3}} \right)^{1/6} + \dots, \quad (177)$$

что соответствует выражению (156). Здесь $\tau_{1/3} = 4l_0 c / (3v_E^2)$. Легко показать, что для оболочки, расширяющейся только вдоль одной оси, зависимость про-

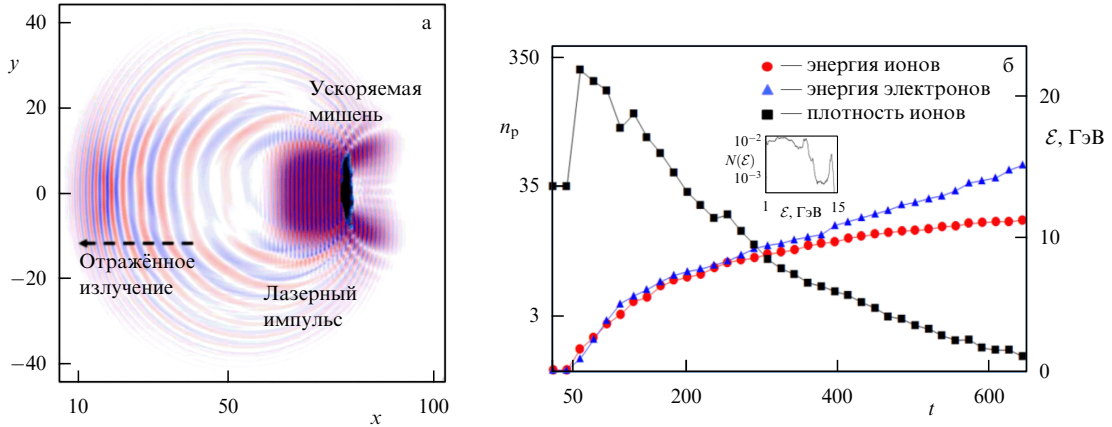


Рис. 12. (а) Лазерный импульс, отражённая волна и ускоряемая плазменная мишень, показанные как суперпозиция распределения z -компоненты электрического поля и плотности ионов в плоскости (x, y) при $t = 112,5$. (б) Зависимости энергии электронов, ионов и плотности плазмы n/n_{cr} от времени. На вставке — энергетический спектр ионов при $t = 600$.

дольного импульса от времени имеет вид $p_x(t) = m_\alpha c(t/\tau_{1/2})^{1/2} + \dots$ при $\tau_{1/2} = (m_\alpha l_0 c / 3v_E^2 \pi_y^{(0)})^{1/2}$. В случае расширения вдоль обеих осей уравнение (174) даёт зависимость $p_x(t) = m_\alpha c(t/\tau_{3/5})^{3/5} + \dots$, где $\tau_{3/5} = [48m_\alpha^2 l_0 c / 125v_E^2 (\pi^{(0)})^2]^{1/3}$. Видно, что поверхностная плотность уменьшается по закону $nl \propto t^{-4/5}$, а продольная компонента импульса, $p_x \propto t^{3/5}$, возрастает быстрее, чем в случаях нерасширяющейся или расширяющейся только вдоль одного направления оболочки.

Вычислим значение фазы ψ (координаты ионов относительно электромагнитного импульса), которая выражается в виде интеграла:

$$\psi = \omega_0 \int_0^t \left(1 - \frac{p_x(t')}{m_\alpha c \gamma(t')} \right) dt'. \quad (178)$$

Подставим в подынтегральное выражение зависимость импульса от времени в виде $p_x(t) = m_\alpha c(t/\tau_k)^k$, что для $k = 1/3, 1/2$ и $3/5$ соответствует найденным выше соотношениям. В результате получим

$$\frac{\psi}{\omega_0 \tau_k} = \frac{t}{\tau_k} - \frac{(t/\tau_k)^{1+k}}{1+k} {}_2F_1 \left[\frac{1+k}{2k}, \frac{1}{2}, \frac{1+3k}{2k}; -\left(\frac{t}{\tau_k}\right)^{2k} \right], \quad (179)$$

где ${}_2F_1(\alpha, \beta, \gamma; z)$ — гипергеометрическая функция Гаусса [80]. При $t \rightarrow \infty$ из последнего выражения следует

$$\frac{\psi}{\omega_0 \tau_k} \rightarrow \frac{(t/\tau_k)^{1-2k}}{2(1-2k)} + \frac{1}{\pi^{1/2}} \Gamma\left(\frac{2k-1}{2k}\right) \Gamma\left(\frac{k+1}{2k}\right). \quad (180)$$

При $k = 1/2$ уравнение (180) приводит к зависимости

$$\frac{\psi}{\omega_0 \tau_{1/2}} \rightarrow \frac{t - \sqrt{t(t + \tau_{1/2})}}{\tau_{1/2}} + \ln \frac{t^{1/2} + \sqrt{t + \tau_{1/2}}}{\tau_{1/2}^{1/2}}, \quad (181)$$

т.е. со временем фаза логарифмически стремится к бесконечности.

Если показатель k превышает $1/2$, то в пределе $t \rightarrow \infty$ первое слагаемое в правой части (180) стремится к нулю и фаза стремится к конечному значению, равному второму слагаемому. В случае, когда ионный импульс задан соотношением $p_x(t) = m_\alpha c(t/\tau_{3/5})^{3/5} + \dots$, показатель

$k = 3/5$. Тогда имеем

$$\psi \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 2,804 \omega_0 \tau_{3/5}.$$

Мы видим, что сдвиг фазы между положением ионов и лазерным импульсом не увеличивается. В длинном лазерном импульсе ионы оказываются захваченными, а их энергия формально неограниченно возрастает за счёт уменьшения числа ускоряемых частиц. Отметим, что режимы неограниченного ускорения хорошо известны для электронов, ускоряемых электромагнитной волной, распространяющейся вдоль магнитного поля, в авторезонансном режиме [150], когда электрон захвачен электростатической волной, распространяющейся перпендикулярно магнитному полю [151–154], и при ускорении кильватерной волной в неоднородной плазме [28, 29]. Для того чтобы удовлетворить условиям захвата ионов в ускоряющую фазу, лазерный импульс должен быть достаточно длинным, $t_{las} > 2,804 \tau_{3/5}$.

На рисунке 12 представлены результаты компьютерного моделирования взаимодействия сильного лазерного излучения с эллипсоидальной мишенью размером $1,0\lambda_0 \times 7,5\lambda_0$. Начальная плотность плазмы отвечает отношению $\omega_{pe}/\omega_0 = 6$. Лазерный импульс размером $25\lambda_0 \times 25\lambda_0$ и амплитудой $a_0 = 125$ сжимает мишень в продольном направлении. Мишень расширяется в поперечном направлении, и в результате радиационное давление лазерного импульса ускоряет мишень в соответствии с описанным выше сценарием. Длина волны отражённого излучения увеличивается со временем, как и должно быть при отражении от ускоряемого зеркала. На начальном этапе взаимодействия плотность плазмы увеличивается вследствие продольного сжатия мишени, а затем монотонно убывает. В момент времени $t = 600$ энергия ионов достигает 14 ГэВ, а электронов — 27 ГэВ. В случае нерасширяющейся в поперечном направлении мишени энергия ионов равнялась бы 3 ГэВ. Как видно из вставки рис. 12б, энергетический спектр ионов при $t = 600$ имеет квазимоноэнергетический вид.

9. Модель двухстороннего релятивистского зеркала

Ускоренное двухстороннее зеркало (рис. 13) позволяет повысить значение коэффициента отражения электро-

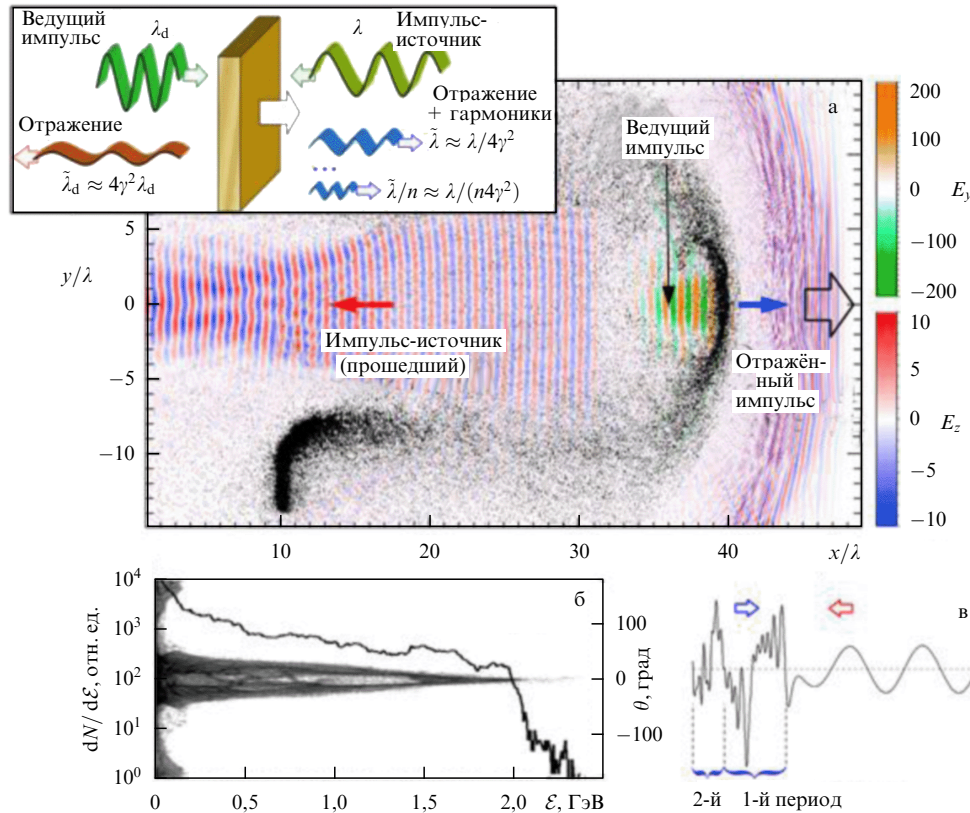


Рис. 13. (В цвете онлайн.) (а) E_y - и E_z -компоненты электрического поля в лазерных импульсах (драйвере и источнике) и распределение концентрации ионов (показано чёрным цветом). На вставке — ускоренное двухстороннее зеркало [135]. (б) Энергетический спектр (сплошная кривая) и угловое распределение ионов (показано градацией серого цвета). (в) Профиль z -компоненты электрического поля в отражённой волне: представлены два первых периода, которые накладываются на поле падающей на зеркало волны.

магнитной волны, распространяющейся навстречу, по сравнению с величиной этого коэффициента при других подходах к созданию релятивистского зеркала. Роль зеркала играет тонкий слой плотной плазмы, ускоренный до релятивистской энергии радиационным давлением лазерного импульса [135], в соответствии с вышеизложенным сценарием. Релятивистский плазменный слой под действием распространяющейся навстречу ему электромагнитной волны проявляет свойства летящего, осциллирующего и скользящего релятивистских зеркал [36, 38], не только сжимая отражённую волну в продольном направлении, но и генерируя гармоники высокого порядка, частота которых вследствие эффекта Доплера оказывается увеличенной примерно в одинаковое число раз, равное приблизительно $4\gamma^2$.

Компьютерное моделирование [45] взаимодействия мощного лазерного импульса с тонкой фольгой (рис. 13а) показывает, что фольга ускоряется до релятивистских энергий, как видно из энергетического спектра ионов, показанного на рис. 9в. Слой ускоренной плазмы отражает электромагнитную волну, распространяющуюся ему навстречу. В результате последняя сжимается в продольном направлении, а её спектр становится частотно модулированным (рис. 13в). По мере увеличения скорости зеркала $c\beta$ частота отражённой волны возрастает в соответствии с законом $\omega_0(1+\beta)/(1-\beta)$. Это приводит ко всё более сильному изрезанию профиля лазерного импульса (рис. 14а).

Частотный спектр отражённого излучения, который обладает сложной структурой, содержит не только

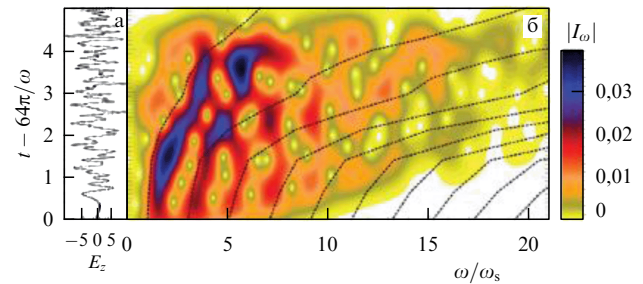


Рис. 14. (В цвете онлайн.) (а) Зависимость взятой на оси x компоненты E_z электрического поля, представляющей отражённое излучение (в направлении x). (б) Временная развёртка соответствующего частотного спектра. Кривыми показана зависимость от времени частот нечётных гармоник, умноженных на $(1+\beta_M)/(1-\beta_M)$, где β_M соответствует зависящей от времени мгновенной скорости двухстороннего релятивистского зеркала; ω_s — частота импульса, падающего на ускоренное двухстороннее зеркало.

частоту основной моды, повышенную в соответствии с мгновенным значением скорости зеркала, но и частоты гармоник высокого порядка. На рисунке 14б показан модуль спектра $|I_\omega(t)|$, вычисленный для E_z -компоненты электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси x , для различных моментов времени. Как видно из рисунка, спектр отражённой волны частотно модулирован вследствие ускоренного движения зеркала.

При превышении скоростью зеркала некоторого порогового значения в сопутствующей системе отсчёта,

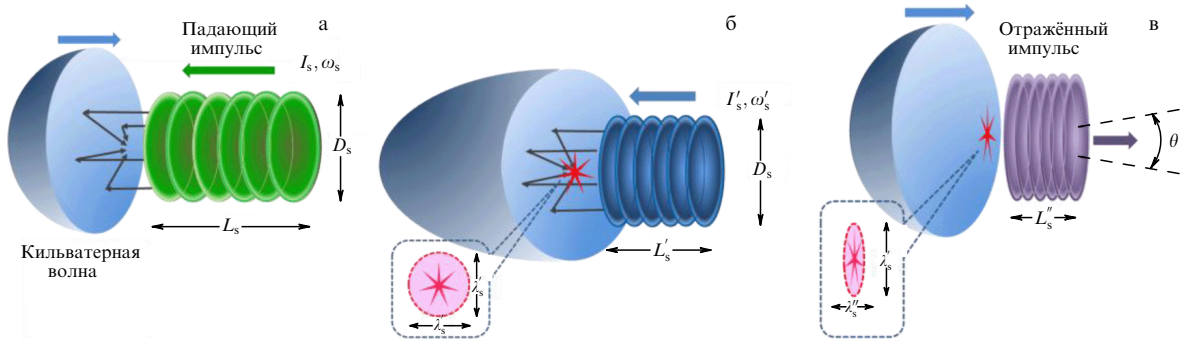


Рис. 15. Концепция летящего релятивистского зеркала [35]. (а) Лабораторная система отсчёта. Лазерный импульс до отражения от зеркала распространяется в направлении справа налево. (б) Система отсчёта, в которой зеркало покоится. Длина падающего лазерного импульса $L' \approx L_s/2\gamma_M$, длина его волны $\lambda' \approx \lambda_s/2\gamma_M$. При отражении от параболоидального зеркала излучение фокусируется в область размером $\approx \lambda'$. (в) Лабораторная система отсчёта. Отражённый импульс сжимается в $4\gamma_M^2$ раз, длина его волны $\lambda'' \approx \lambda_s/4\gamma_M^2$. Движущаяся фокусная область имеет вид эллипсоида с продольным λ'' и поперечным λ' размерами. Излучение коллимировано внутри угла $\theta \approx 1/\gamma_M$.

в которой зеркало покоится, среднее расстояние между электронами становится больше длины волны падающего излучения. В результате отражение теряет свойство когерентности, при котором интенсивность отражённой волны пропорциональна квадрату числа электронов в зеркале, и она становится прямо пропорциональной числу частиц. Однако даже в этом, менее благоприятном, режиме взаимодействие электромагнитной волны с релятивистским зеркалом может обеспечить высокую эффективность генерации рентгеновского излучения в процессе обратного нелинейного томсоновского рассеяния, благодаря большому числу электронов в твердотельной мишени.

Оценим яркость отражённого от зеркала излучения в двух предельных случаях: относительно малой, но релятивистской скорости и в пределе больших скоростей. При выполнении условия $2\gamma < (n\lambda_s^3)^{1/6}$ имеем когерентный режим отражения. Яркость выражается как

$$B_M \approx \frac{\mathcal{E}_s (\hbar\omega_r)^3 \lambda_s}{4\pi^5 \hbar^4 c^3}, \quad (182)$$

где $\hbar\omega_r$ — энергия отражённого фотона, $\mathcal{E}_s$ — энергия падающего на зеркало электромагнитного импульса. Для больших значений γ взаимодействие становится некогерентным. Предполагая, что электромагнитное излучение генерируется в результате томсоновского рассеяния, для яркости получим

$$B_T \approx \frac{a_d \mathcal{E}_s (\hbar\omega_r)^2 r_e \lambda_s^2}{8\pi^4 \hbar^3 c^2 \lambda_d^3}. \quad (183)$$

Например, если в падающем на зеркало электромагнитном импульсе с длиной волны $\lambda_s = 0,8$ мкм, т.е. $\hbar\omega_s = 1$ эВ, энергия $\mathcal{E}_s = 10$ Дж, то отражённое излучение имеет яркость $B_M \approx 0,8 \times 10^{40}$ фотонов на $1 \text{ мм}^2 \text{ мрад}^2$ в 1 с, на несколько порядков превышающую яркость любого из существующих или разрабатываемых в условиях земных лабораторий источников рентгеновского излучения [155]. Для тех же самых параметров падающего на зеркало электромагнитного импульса и параметров импульса-драйвера, соответствующих $\lambda_d = 0,8$ мкм, $a_d = 300$, т.е. $I \approx 10^{23} \text{ Вт см}^{-2}$, и $\hbar\omega_r = 10$ кэВ ($\gamma = 40$), получим $B_T \approx 3 \times 10^{32} \text{ мм}^{-2} \text{ мрад}^{-2} \text{ с}^{-1}$.

10. Компактный источник рентгеновских лучей высокой яркости, основанный на механизме релятивистского летящего зеркала

10.1. Релятивистское летящее зеркало в нелинейных кильватерных волнах

Концепция летящих релятивистских зеркал, образующихся при взаимодействии коротких лазерных импульсов с плазмой докритической концентрации, была предложена в статьях [34, 35] (рис. 15). В рамках этой концепции релятивистским зеркалам соответствуют тонкие слои релятивистских электронов, формируемые в нелинейных плазменных волнах, которые возбуждаются в плазме коротким сильным лазерным импульсом. Поверхности постоянной плотности в нелинейных кильватерных волнах имеют вид параболоидов вращения. Второй, распространяющийся навстречу, лазерный импульс частично отражается релятивистскими зеркалами. В результате происходят повышение частоты отражённого импульса, его укорочение в продольном направлении и фокусировка параболоидальными зеркалами в поперечном направлении, что обеспечивает усиление отражённого импульса, несмотря на то что коэффициент отражения относительно мал (рис. 16).

Релятивистское летящее зеркало с достаточно большим коэффициентом отражения для излучения, распространяющегося ему навстречу, формируется в процессе опрокидывания кильватерной волны. Фазовая скорость кильватерной волны v_{ph} равна групповой скорости возбуждающего её лазерного импульса $v_g = \partial\omega/\partial k$, которая в соответствии с дисперсионным уравнением для поперечной (электромагнитной) волны $\omega = (k^2 c^2 + \omega_{pe}^2)^{1/2}$ выражается как $v_g = c[1 - (\omega_{pe}/\omega_0)^2]^{1/2}$. В плазме с докритической концентрацией, где частота лазерного излучения ω_0 намного превышает ленгмюровскую частоту, $\omega_0 \gg \omega_{pe}$, групповая скорость электромагнитной волны близка к скорости света в вакууме. На пороге опрокидывания скорость электронов в кильватерной волне становится сравнимой с её фазовой скоростью v_{ph} , что эквивалентно наложению условий на энергию электронов $\mathcal{E}_e = m_e c^2 \gamma_e$ и релятивистский гамма-фактор, вычисленный для v_{ph} . А именно, при опрокидывании выполняется

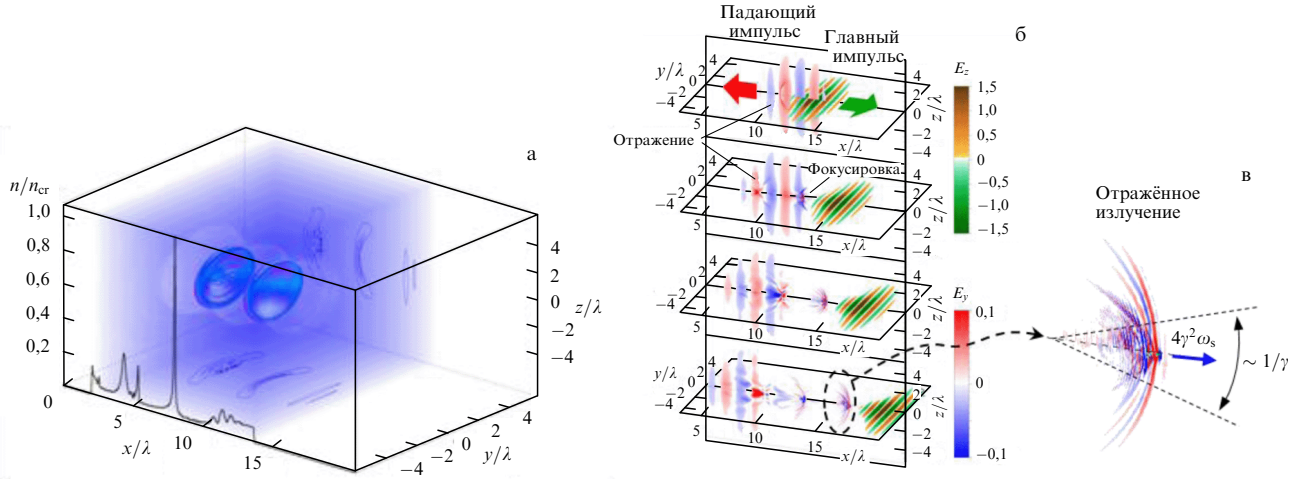


Рис. 16. (В цвете онлайн.) Результаты трёхмерного компьютерного моделирования методом частиц. (а) Параболоидальные оболочки релятивистских электронов в кильватерной волне в следе за сильным коротким лазерным импульсом. (б) Сталкивающиеся лазерные импульсы со взаимно перпендикулярной поляризацией. На вставке — отражённый импульс с увеличенной частотой сжат в продольном направлении и сфокусирован в поперечном.

условие

$$\gamma_e \geq \gamma_{ph} \equiv \left(1 - \frac{v_{ph}^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \frac{\omega_0}{\omega_{pe}}. \quad (184)$$

В результате опрокидывания плазменной волны возникает особенность в распределении электронной плотности, что нарушает приближение геометрической оптики и увеличивает коэффициент отражения [34, 35]. Если опрокидывания нет, то коэффициент отражения экспоненциально мал.

В простейшей модели, в которой особенность аппроксимируется дельта-функцией, коэффициент отражения R_δ выражается формулой (139). В терминах числа фотонов этот коэффициент зависит от плотности плазмы в пределе $\gamma_{ph} \gg 1$ по закону

$$R_\delta \sim \frac{1}{2} \gamma_{ph}^3 = \frac{(\omega_{pe}/\omega_0)^3}{2} = \frac{(n/n_{cr})^{3/2}}{2}.$$

Принимая во внимание сжатие импульса в поперечном направлении в результате его фокусировки параболическим зеркалом диаметром D_0 , для интенсивности отражённой волны получим

$$I_r \approx 32I_0 \left(\frac{D_0}{\lambda_0}\right)^2 \gamma_{ph}^3. \quad (185)$$

Соответственно, энергия $\mathcal{E}_r \approx 2\mathcal{E}_0/\gamma_{ph}$ и мощность $\mathcal{P}_r \approx 8\mathcal{P}_0\gamma_{ph}$.

В качестве примера рассмотрим параметры, необходимые для достижения швингеровского предела в отражённой летящим зеркалом электромагнитной волне. Пусть лазерный импульс с амплитудой $a_0 = 15$ взаимодействует с плазмой, имеющей концентрацию электронов 10^{18} см^{-3} . Связанный с кильватерной волной релятивистский гамма-фактор γ_{ph} , определяемый уравнением (184), равен 45, что соответствует повышению частоты в 810 раз. Интенсивность и поперечный размер лазерного импульса, возбуждающего кильватерную волну, предполагаются равными $4 \times 10^{20} \text{ Вт см}^{-2}$ и 40 мкм. Для

распространяющегося ему навстречу лазерного импульса с интенсивностью $2 \times 10^{19} \text{ Вт см}^{-2}$ и диаметром пучка $D_0 = 40 \text{ мкм}$ интенсивность частично отражённого от зеркала излучения, согласно (185), оказывается порядка $5 \times 10^{28} \text{ Вт см}^{-2}$, что соответствует швингеровскому пределу. Этим параметрам отвечают энергии лазерных импульсов в 10 кДж и 50 Дж. Лазерные установки, способные генерировать короткие импульсы мощностью в несколько десятков килоджоулей, разрабатываются в рамках проекта ELI [146].

При достижении таких значений интенсивности будет происходить рождение электрон-позитронных пар в вакууме. Отметим, что влияние поперечной неоднородности электромагнитной волны в области фокуса и эффекты немонохроматичности могут существенно увеличить скорость рождения пар в вакууме (см., например, [30]).

Керровская постоянная нелинейного вакуума (см. формулу (195) в разделе 12) для излучения с длиной волны 1 мкм приблизительно равна $10^{-27} \text{ см}^2 \text{ эрг}^{-1}$. Нелинейные эффекты квантовой электродинамики приводят к взаимной фокусировке двух электромагнитных пучков, распространяющихся навстречу друг другу [156, 157]. Критическая мощность, отвечающая этому процессу, $\mathcal{P}_c = cE_{QED}^2 D_0^2 / 4\pi$ выражается как

$$\mathcal{P}_c = \frac{45}{14} \frac{cE_{QED}^2 \lambda_0^2}{\alpha}. \quad (186)$$

Отсюда следует, что при $\lambda_0 = 1 \text{ мкм}$ пороговая мощность $\mathcal{P}_c \approx 2,5 \times 10^{24} \text{ Вт}$. Принимая во внимание то, что отражённый от релятивистского зеркала импульс имеет длину волны, в $4\gamma_{ph}^2$ раз меньшую, и мощность, в $8\gamma_{ph}$ раз большую, чем в падающей на зеркало волне, мы получим, что эффекты нелинейного квантово-электродинамического вакуума могут проявиться для лазерных импульсов мощностью 50 ПВт.

Использование сферической ленгмюровской волны в качестве релятивистского зеркала обеспечивает намного более высокую интенсивность отражённого излучения [44]. Вследствие сферической геометрии отражённая

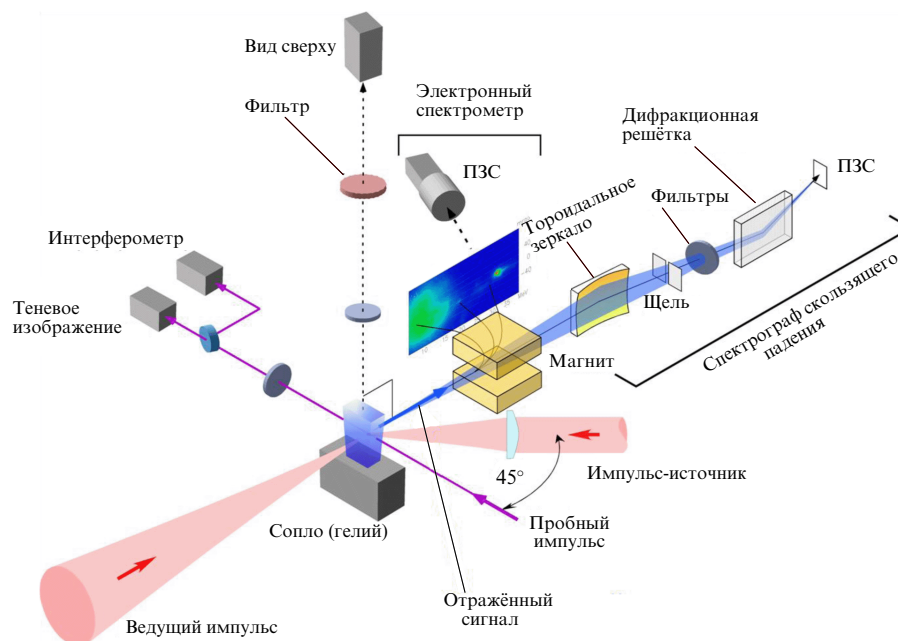


Рис. 17. Схема эксперимента по демонстрации концепции "летающего релятивистского зеркала" [112, 113]. Сильный ведущий импульс возбуждает плазменную кильватерную волну. В результате опрокидывания кильватерной волны формируются релятивистские зеркала. Второй, более слабый, лазерный импульс (импульс-источник), распространяющийся под углом $\theta = 45^\circ$, фокусируется в область, где опрокидывается кильватерная волна. Третий импульс используется для юстировки высокой точности. Постоянный магнит предназначен для отклонения ускоренных кильватерной волной электронов. Электронный пучок формирует изображение на фосфорном экране, позволяющее определить энергетический спектр электронов, который измеряется с помощью прибора с зарядовой связью (ПЗС). Отражённый нелинейной кильватерной волной сигнал измеряется спектрометром скользящего падения, чувствительным к излучению в мягкой рентгеновской области с длиной волны от 5 до 15 нм.

волна длиной $\approx \lambda_0/4\gamma_{ph}^2$ фокусируется в объём порядка $\lambda_0^3/48\gamma_{ph}^6$, что даёт оценки интенсивности излучения: $I_r \approx \approx I_0\gamma_{ph}^4$ для коэффициента отражения $R_{2/3} \sim 1/\gamma_{ph}^4$ и $I_r \approx I_0\gamma_{ph}^5$ для $R_\delta \sim 1/\gamma_{ph}^3$.

10.2. Демонстрация релятивистского летающего зеркала в эксперименте

Концепция летающего релятивистского зеркала была реализована в экспериментах [112, 113]. В результате была обнаружена генерация мягких рентгеновских лучей с узким энергетическим спектром. Фактор повышения частоты достигал значения порядка 100.

В первом эксперименте, в котором была продемонстрирована концепция "летающего релятивистского зеркала" в лазерной плазме, два коротких лазерных импульса сталкивались под углом 45° в сверхзвуковой газовой струе [112]. Схема эксперимента показана на рис. 17. В эксперименте использовался лазер, обеспечивающий излучение импульсов с длиной волны 820 нм, энергией 210 мДж и длительностью 76 фс, т.е. с мощностью 2,75 ТВт.

Горизонтально поляризованный ведущий импульс (драйвер) фокусировался внеосевым параболическим зеркалом с фокусным расстоянием 645 мм на сверхзвуковую струю газа, вытекающую из сопла с прямоугольным сечением размером $10 \times 1,26$ мм. Лазерный импульс распространялся вдоль короткой стороны сопла. Второй импульс (импульс-источник) фокусировался плосковыпуклой линзой с фокусным расстоянием 200 мм, которая помещалась на пятисосный подвижный линзодержатель, обеспечивающий пространственное наложение на импульс-драйвер. Импульс-источник распространялся под углом $\theta = 45^\circ$, для того чтобы избежать повреждения

лазера излучением, распространяющимся в обратном по отношению к драйверу направлении. Драйвер имел диаметр фокального пятна (по уровню интенсивности $1/e^2$) 27 мкм и интенсивность 5×10^{17} Вт см $^{-2}$. Энергия импульса-источника составляла 6,3 % от энергии драйвера, что соответствовало интенсивности $\approx 10^{17}$ Вт см $^{-2}$.

В процессе взаимодействия лазерного импульса-драйвера с газовой струей происходила ионизация газа и драйвер возбуждал в следе за собой кильватерную плазменную волну, в которой происходило ускорение электронов до ультрарелятивистских энергий (см. обсуждение ускорения электронов кильватерными волнами в обзорной статье [33] и цитируемой там литературе). Постоянный магнит использовался для отклонения электронного пучка, который формировал изображение на фосфорном экране, позволяющее определить энергетический спектр электронов, измеренный с помощью ПЗС-камеры.

В конфигурации пересечения двух лазерных импульсов под углом $\theta = 45^\circ$ частота отражённого от релятивистского зеркала импульса должна увеличиться в $\omega_r/\omega_s \approx 3,4\gamma_{ph}^2$ раз. Плотность плазмы в мишени составляла $\approx 5 \times 10^{19}$ см $^{-3}$. Для такой плотности гамма-фактор $\gamma_{ph} \approx 6,5$ и, согласно предсказанию теории, частота должна возрасти примерно в 140 раз.

При указанных выше параметрах лазерного излучения и мишени лазерный импульс-драйвер возбуждал кильватерную волну с амплитудой, достаточно большой для того, чтобы произошло её опрокидывание. Однако превышение порога опрокидывания было не настолько велико, чтобы разрушилась регулярная структура волны. Свидетельством этому служило наблюдение квазимоноэнергетических спектров ускоренных кильва-

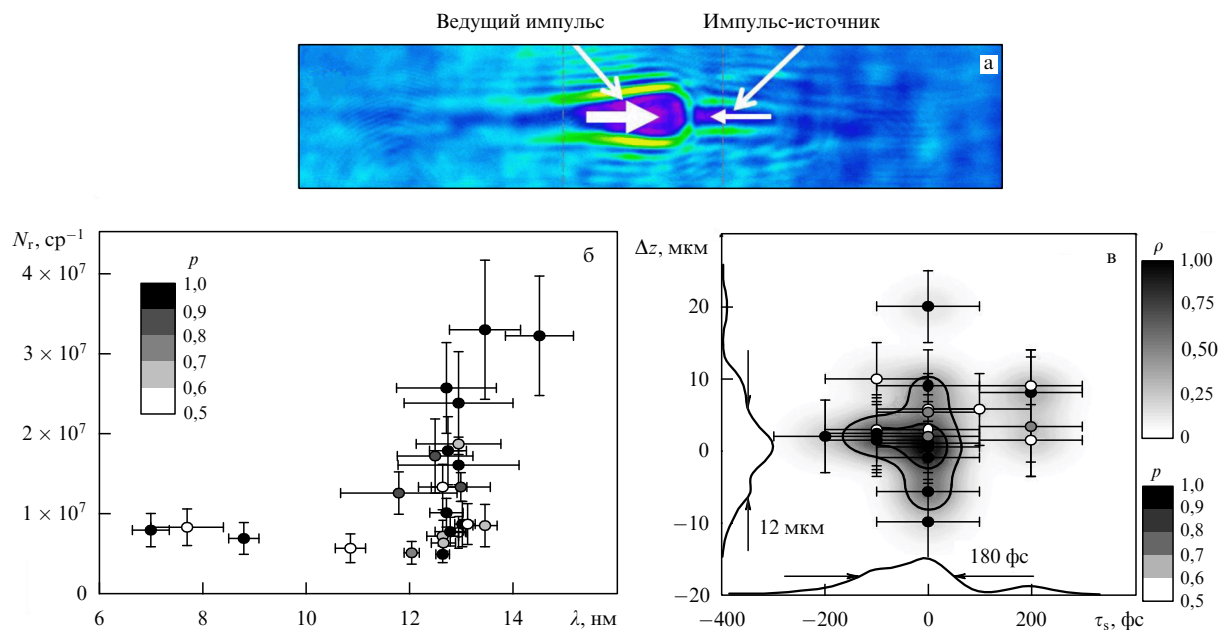


Рис. 18. (а) Теневое изображение двух сталкивающихся лазерных импульсов. (б) Длины волн и число N_r отражённых фотонов, измеренные в 24 разных выстрелах; p — вероятность того, что зарегистрированный сигнал не является шумом. Длина вертикальных отрезков характеризует погрешность измерений, а горизонтальных — ширину спектра. (в) Зависимость числа отражённых фотонов от времени задержки лазерного импульса τ_s и смещения лазерного импульса в вертикальном направлении Δz . Градацией серого цвета показано значение нормированной плотности отражённых фотонов ρ в единицах $(\text{ср мкм пс})^{-1}$; расстояние между контурами равно 0,33 [112].

терной волной ультрарелятивистских (20 МэВ) электронов. В соответствии с теорией кильватерного ускорения, результаты которой, необходимые для данного обсуждения, изложены в разделе 4, инжекция электронов в ускоряющую фазу кильватерного поля происходит в результате опрокидывания нелинейной плазменной волны и возникновения многопоточкового течения. Далее электроны ускоряются электрическим полем волны, формируя узкую полосу в окрестности сепаратрисы на фазовой плоскости (продольная координата x — продольный импульс p_x), что приводит к характерной форме их энергетического спектра (см. рис. 8).

Ещё одним указанием на нелинейный характер волны было обнаружение сдвинутых в сторону высоких и низких частот максимумов в спектре рассеянного под углом 60° излучения, соответствующих вынужденному комбинационному рассеянию. Кроме того, анализ интерферограммы указал на формирование канала в плотности плазмы, что также находится в соответствии с возбуждением кильватерных волн в канале самофокусировки излучения и перераспределением электронной плотности.

Дальнейшее развитие теории летящего релятивистского зеркала и эксперименты с лазерным излучением более высокой мощности [158] позволили продемонстрировать режимы с высокой эффективностью, что открывает возможности для создания высокоэффективных источников в диапазоне энергий, соответствующих жёсткой рентгеновской области. В работе [158] использовался лазер с энергией 0,5 Дж и мощностью 15 ТВт. Осуществлена конфигурация лобового столкновения двух распространяющихся навстречу друг другу импульсов (напомним, в обсуждавшемся выше эксперименте импульсы сталкивались под углом 45°), что обеспечило повышение

числа отражённых фотонов в спектральной мягкой рентгеновской области на несколько порядков величины. Для детектирования отражённого излучения применялся спектрометр с относительно большой апертурой для обеспечения попадания в него фотонов из достаточно большого телесного угла. Использовались различные методы для осуществления столкновения импульсов в заданном месте в необходимый момент времени с наибольшей точностью. Подробное описание эксперимента можно найти в [113, 158, 159]. Наблюдаемый спектр в жёсткой ультрафиолетовой области представлен на рис. 18б.

Число фотонов жёсткого ультрафиолетового излучения, зарегистрированное в эксперименте, позволяет сделать вывод о согласии с предсказаниями теории для коэффициента отражения, заданного формулой (119).

Кроме вопроса об отражательной способности релятивистского зеркала, представляет особый интерес выяснение того, может ли зеркало обладать высоким качеством, т.е. достаточно гладкой отражающей поверхностью. В эксперименте [158] излучение, наблюдаемое в диапазоне длин волн от 12 до 20 нм в интервале углов наблюдения от 9° до 17° (рис. 19) имеет достаточно плавное спектральное распределение. Поскольку фактор повышения частоты зависит от угла распространения отражённого излучения и локального угла отражения от поверхности зеркала, это показывает, что излучение отражается от гладкой поверхности с некоторой кривизной. Это также соответствует предсказаниям теории, что важно для дальнейших исследований с целью демонстрации острой фокусировки рентгеновского излучения для достижения предельных значений его интенсивности.

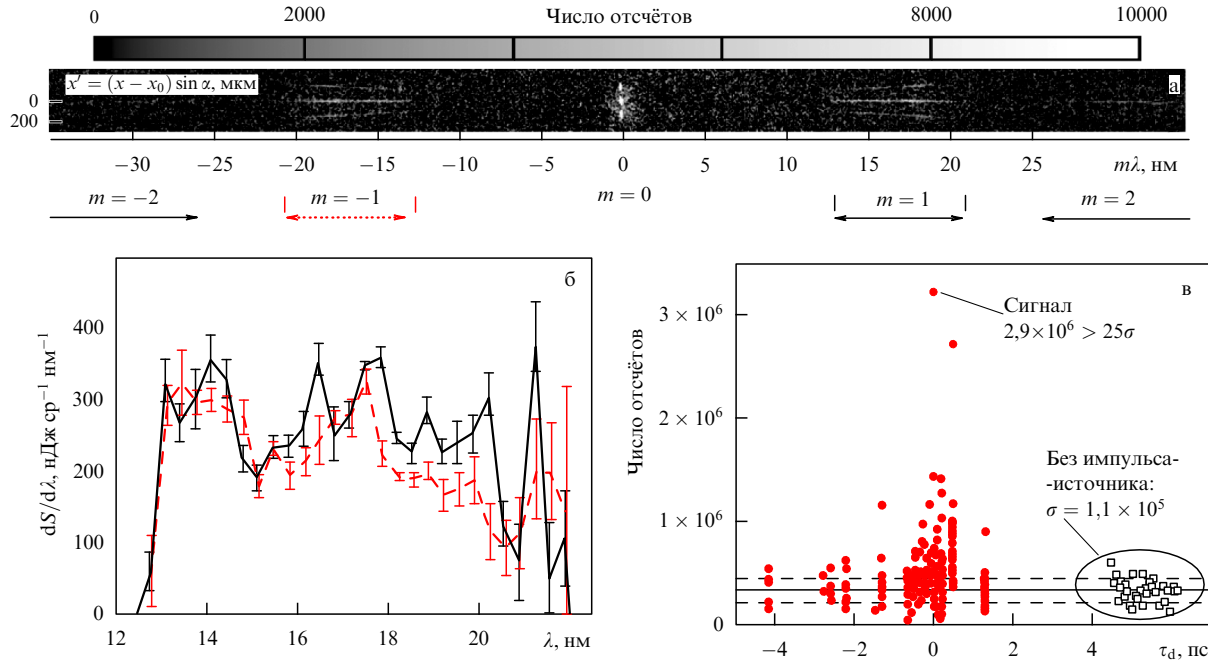


Рис. 19. (В цвете онлайн.) Излучение, отражённое от релятивистского летящего зеркала с гамма-фактором $\gamma_{\text{ph}} = 6 \pm 1$. (а) Исходное ПЗС-изображение, полученное с использованием спектрографа нормального падения. (б) Спектр отражённого излучения $dS/d\lambda$ в дифракционном порядке $m = 1$ (чёрная кривая) и $m = -1$ (красная кривая). (в) Зависимость сигнала ПЗС в дифракционном порядке $m = 1$ от временной задержки τ_d между лазерными импульсами (красные символы) и в отсутствие второго импульса-источника (чёрные символы) [158]; σ — уровень шума детектора.

11. Другие схемы создания компактных источников рентгеновского излучения высокой интенсивности, основанных на использовании релятивистских зеркал

Известно несколько других схем создания компактных источников рентгеновского излучения высокой интенсивности, основанных на использовании формируемых в процессе нелинейного взаимодействия лазерного излучения с плазмой релятивистских зеркал, реализация которых предоставит многообещающие возможности для проведения экспериментов по нелинейной электродинамике сплошных сред в релятивистском режиме. Взаимодействие нелинейных ленгмюровских волн с такими регулярными нелинейными структурами в бесстолкновительной плазме, как релятивистские электромагнитные солитоны, электронные вихри и плазменные волны, в работах [38, 43] рассматривалось в качестве подхода к генерации ультракоротких электромагнитных импульсов с большой амплитудой. Такие импульсы генерируются в результате частичного отражения низкочастотного электромагнитного поля от релятивистского зеркала, сопровождающегося повышением частоты вследствие двойного доплер-эффекта. Этот же эффект приводит к сильному сжатию электромагнитного поля и формированию импульса с размерами, во много раз меньшими, чем в исходной нелинейной структуре.

Плотные электронные слои, ускоренные до релятивистских скоростей лазерным излучением, взаимодействующим с тонким плазменным слоем, также рассматриваются в качестве релятивистских зеркал, способных генерировать пучки когерентного рентгеновского излучения и гамма-излучения большой яркости [41].

12. Параметры, характеризующие взаимодействие сильного электромагнитного излучения с веществом

Цель следующих этапов работ по изучению физики, связанной с релятивистскими зеркалами, состоит в разработке и создании компактного источника жёсткого электромагнитного излучения с энергией фотонов и интенсивностью, достаточно большими для проведения экспериментов в ранее недоступных режимах взаимодействия электромагнитного поля с веществом. В данном разделе приводятся параметры, характеризующие основные режимы взаимодействия в зависимости от интенсивности электромагнитной волны.

В настоящем обзоре мы обсуждали нелинейную электродинамику плазмы в пределе релятивистских энергий частиц. Поведение электрона в поле электромагнитной волны определяется безразмерным параметром $a = eE/m_e\omega c$, который представляет собой нормированную амплитуду волны. Эта величина связана релятивистским инвариантом, что явствует из её представления в виде

$$a = e \frac{\sqrt{A^\mu A_\mu}}{m_e c^2}. \quad (187)$$

Если $a > 1$, то электрон приобретает релятивистскую энергию. При этом продольный импульс электрона превышает его поперечный импульс в $a/2$ раз. Таким образом, релятивистский порог может быть достигнут при значениях безразмерной амплитуды волны

$$a_0 = \frac{eE_0}{m_e\omega_0 c} = \frac{eE_0\lambda_0}{m_e c^2} \quad (188)$$

порядка единицы, что соответствует интенсивности $I \approx 1,37 \times 10^{18}$ Вт см⁻² для длины волны излучения $\lambda_0 = 1$ мкм. Электрическое поле такой волны способно произвести работу, равную $m_e c^2$ на расстоянии $\lambda_0 = c/\omega_0 = \lambda_0/2\pi$.

Когда достаточно длинный электромагнитный импульс распространяется в плазме, продольный импульс электронов в среднем равен нулю. Решение задачи о нелинейных электромагнитных волнах в бесстолкновительной плазме, полученное Ахиезером и Половинным [72], показывает, что поперечная компонента импульса и кинетическая энергия электрона в волне равны соответственно $m_e c a_0$ и $m_e c^2 [(1 + a_0^2)^{1/2} - 1]$.

При дальнейшем увеличении интенсивности взаимодействия волны с достаточно плотной плазмой характеризуется влиянием радиационных потерь [160–163]. Темп потерь энергии на излучение электроном, вращающимся в поле циркулярно поляризованной волны, выражается в виде

$$\dot{\mathcal{E}}^{(-)} = \varepsilon_{\text{rad}} m_e c^2 \omega_0 a_0^2 (1 + a_0^2). \quad (189)$$

Здесь введён безразмерный параметр

$$\varepsilon_{\text{rad}} = \kappa_p \frac{r_e}{\lambda_0}, \quad (190)$$

характеризующий темп радиационных потерь, где коэффициент κ_p зависит от поляризации поля, $r_e = e^2/m_e c^2 \approx 2,8 \times 10^{-13}$ см — классический радиус электрона, для циркулярной поляризации $\kappa_p = 3/8$, для линейной — $\kappa_p = 1/8$.

Поскольку электромагнитная волна не может передать частице энергию с темпом, большим, чем

$$\dot{\mathcal{E}}^{(+)} = e E_0 c = m_e c^2 \omega_0 a_0, \quad (191)$$

применяя условие баланса между получаемой и излучаемой в единицу времени энергией $\dot{\mathcal{E}}^{(+)} = \dot{\mathcal{E}}^{(-)}$, найдём пороговое значение амплитуды электромагнитной волны, при превышении которого нельзя пренебрегать влиянием радиационных потерь. В безразмерном виде пороговая амплитуда волны выражается как

$$a_{\text{rad}} = \varepsilon_{\text{rad}}^{-1/3}. \quad (192)$$

Для циркулярно поляризованной волны с $\lambda_0 = 0,8$ мкм пороговая амплитуда $a_{\text{rad}}^c = 408$, что соответствует интенсивности излучения $I^c = 4 \times 10^{23}$ Вт см⁻² и $a_{\text{rad}}^l = 713$ с $I^l = 7 \times 10^{23}$ Вт см⁻², если волна имеет линейную поляризацию.

При превышении порога $I \approx 10^{25}$ Вт см⁻², что отвечает нормированной амплитуде

$$a_{\text{QM}} = \frac{e^2 m_e c}{\hbar^2 \omega_0}, \quad (193)$$

необходимо учитывать такие квантово-механические (QM) процессы, как эффект отдачи при комптоновском рассеянии, приводящий к явлению "квантовой диффузии", известной в физике ускорителей заряженных частиц, и рождение электрон-позитронных пар вследствие взаимодействия гамма-фотонов, излучаемых ультрарелятивистскими электронами, с полем электромаг-

нитной волны [163–169]. Указанные процессы принципиальным образом изменяют сценарий взаимодействия лазерного излучения с плазмой.

При достижении предела $I \approx 10^{29}$ Вт см⁻² электрическое поле лазерного излучения оказывается сравнимым по величине с характерным квантово-электродинамическим полем $E = E_s$, которое определяется условием

$$E_s = \frac{m_e c^2}{e \lambda_C}, \quad (194)$$

где $\lambda_C = \hbar/m_e c$ — комптоновская длина волны. Условие (194) означает, что электрическое поле E_s на длине, равной комптоновской длине волны λ_C , производит работу, равную $m_e c^2$. Это электрическое поле, первое упоминание о котором можно найти в работах [170–172], соответствует безразмерному значению амплитуды $a_s = m_e c^2 / \hbar \omega_0$. В пределе, когда поле лазерного излучения приближается к E_s , нелинейные эффекты квантовой электродинамики приводят к рождению электрон-позитронных пар в вакууме и к тому, что вакуум начинает вести себя как нелинейная оптическая среда с показателем преломления, зависящим от напряжённости поля [173]. Эффективное значение керровской постоянной вакуума K_{QED} (показатель преломления в керровской нелинейной среде условно можно представить в виде $n = n_0 + \lambda_0 K |E|^2$):

$$K_{\text{QED}} = \frac{7 \alpha \lambda_C^3}{90 \pi m_e c^2 \lambda_0}, \quad (195)$$

где $\alpha = e^2/\hbar c$ — постоянная тонкой структуры.

Выражение (193) отвечает электрическому полю $E_{\text{QM}} = e m_e c^2 / \hbar^2 = \alpha E_s$, где $\alpha = e^2/\hbar c$ — постоянная тонкой структуры, т.е. E_{QM} приблизительно в 137 раз меньше характерной величины квантово-электродинамического поля.

Рождение электрон-позитронных пар в вакууме может наступить при интенсивности электромагнитной волны, меньшей 10^{29} Вт см⁻², вследствие многофотонного процесса Брейта–Уиллера [167, 169, 174]. Здесь мы не останавливаемся на таком хорошо теоретически и экспериментально исследованном процессе, как рождение пар при столкновении электронов с ядрами и позитронами [173, 175], которому также уделялось и уделяется большое внимание, когда речь идёт о лазерной плазме [176–178]. В рассматриваемом здесь и далее случае рождение пар происходит в результате взаимодействия гамма-кванта достаточно большой энергии с электромагнитной волной. Вероятность этого процесса определяется безразмерным параметром

$$\chi_\gamma = \frac{\sqrt{(F^{\mu\nu} \hbar k_\nu)^2}}{m_e c E_s} \approx a \frac{\hbar^2 \omega \omega_\gamma}{m_e^2 c^4}, \quad (196)$$

который является релятивистским инвариантом. В этом выражении $F_{\mu\nu}$ — 4-тензор электромагнитного поля, k_ν — 4-вектор гамма-фотона, ω_γ — его частота, ω — частота электромагнитной волны, a — её амплитуда. При малых значениях параметра χ_γ вероятность рождения пар экспоненциально подавлена. В лазерном поле большой интенсивности электрон излучает жёсткие кванты в результате многофотонного комптоновского рассеяния. Этот процесс характеризуется релятивистски инвариант-

ным параметром

$$\chi_e = \frac{\sqrt{(F^{\mu\nu} p_\nu)^2}}{m_e c E_s} = \frac{1}{E_s} \sqrt{\left(\gamma_e \mathbf{E} + \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{B}}{m_e c}\right)^2 - \left(\frac{\mathbf{p} \mathbf{E}}{m_e c}\right)^2}, \quad (197)$$

который приближённо выражается как

$$\chi_e \approx \frac{E}{E_s} \frac{p_\perp}{m_e c}.$$

Здесь $p_\perp$ — перпендикулярная электрическому полю составляющая импульса электрона. В пределе $\chi_e \gg 1$ электрон излучает фотоны, для которых $\chi_e \approx \chi_\gamma$. Таким образом, условие лавинообразного рождения пар требует выполнения условия $\chi_e \gg 1$, которое может быть достигнуто в пределе значений интенсивности, превышающих 10^{25} Вт см⁻². Этот порог может быть понижен, если с лазерным излучением взаимодействует пучок предварительно ускоренных ультрарелятивистских электронов. В экспериментах [174] были зарегистрированы позитроны при столкновении пучка электронов энергией 50 ГэВ с лазерным импульсом интенсивностью порядка 10^{17} Вт см⁻².

В завершение этого раздела отметим, что к настоящему времени достигнута интенсивность лазерного излучения в фокусе более чем 10^{22} Вт см⁻² [179].

13. Заключение

В рамках концепции релятивистского зеркала оказывается возможным создание компактного источника большой яркости сверхкоротких импульсов рентгеновского излучения и гамма-излучения с перестраиваемой частотой. В условиях лазерной плазмы, когда отражаются фотоны лазерного излучения, их энергия попадает в жёсткий ультрафиолетовый или рентгеновский диапазоны. Иными словами, речь идёт о рентгеновском лазере большой мощности. Это существенным образом расширяет область применений релятивистской лазерной плазмы, позволяя распространить её на приложения, требующие большого числа фотонов в коротком импульсе, с одной стороны, и коротких импульсов ионов высокой энергии, с другой.

В рамках этой концепции также рассматривается возможность создания компактного ускорителя ионов высоких энергий.

Развитие данного направления приведёт к появлению новых приложений и областей исследований и откроет новые горизонты для ядерной физики [6], лабораторной астрофизики [48, 180, 181], управляемого термоядерного синтеза [7], биологии и медицины [47], а также для фундаментальных исследований [29, 135].

Работа поддержана грантом научных исследований 23740413, 2011 МЕХТ (Япония) и грантами РФФИ 10-02-01016-а, 11-02-12250-офи-м и 12-02-00287а.

Авторы благодарят за обсуждение К. Акимото, П. Болтона, М. Боргези, В.Ю. Быченкова, А.В. Гордеева, Х. Дайдо, Дж. Дана, Е.Ю. Ечкину, А.Г. Жидкова, В.А. Иванова, И.Н. Иновенкова, Т. Кавачи, Ф. Калифано, Ф. Каменца, С. Кара, Й. Като, Т. Кимуру, Х. Кирияму, Д. Когу, К. Кондо, Г. Корна, Х. Котаки, В.В. Кулагина, В. Лонтано, Дж.М. Ли, В.П. Лиманса, А. Маки, Н. Матлиса, Ж. Муру, Т. Накамуру, Ч.Х. Нама, Н.Б. Нарожного, П. Никлеса, Д. Нили, К. Нисихару, А.В. Панченко, Ф. Пегораро, Т.А. Пикуз, В.С. Попова,

Е.Н. Рагозина, В.И. Ритуса, В. Розмуса, Дж. Рока, А.А. Рухадзе, А.С. Сахарова, Й. Сука, В.И. Тельнова, Т. Таджиму, А.Я. Фаенова, Д. Фарина, Ю. Фукуду, Д. Хабса, Я. Хайду, Т. Хейнцля, В.Н. Цыговича, А.В. Черепенина, К. Шрёдера и Э. Эзари.

Список литературы

1. Векслер В И *Атомная энергия* **2** 427 (1957) [Veksler V I *Sov. J. Atom. Energy* **2** 525 (1957)]
2. Lebedev P N *Ann. Physik* **6** 433 (1901)
3. Eddington A S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **85** 408 (1925)
4. Цандер Ф А *Техника и жизнь* (13) 15 (1924)
5. Болотовский Б М, Лебедев А Н *УФН* **177** 889 (2007) [Boltovskii B M, Lebedev A N *Phys. Usp.* **50** 847 (2007)]
6. Ledingham K D W, Galster W *New J. Phys.* **12** 045005 (2010)
7. Roth M et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 436 (2001)
8. Буланов С В, Хорошков В С *Физика плазмы* **28** 493 (2002) [Bulanov S V, Khoroshkov V S *Plasma Phys. Rep.* **28** 453 (2002)]
9. Einstein A *Ann. Physik* **17** 891 (1905)
10. Davies P C W, Fulling S A *Proc. R. Soc. Lond. A* **356** 237 (1977)
11. Hawking S W *Nature* **248** 30 (1974)
12. Unruh W G *Phys. Rev. D* **14** 870 (1976)
13. Мостепаненко В М, Трунов Н Н *УФН* **156** 385 (1988) [Mostepanenko V M, Trunov N N *Sov. Phys. Usp.* **31** 965 (1988)]
14. Landecker K *Phys. Rev.* **86** 852 (1952)
15. Островский Л А *УФН* **116** 315 (1975) [Ostrovskii L A *Sov. Phys. Usp.* **18** 452 (1975)]
16. Dodonov V V *Adv. Chem. Phys.* **119** 309 (2001)
17. Granatstein V L et al. *Phys. Rev. A* **14** 1194 (1976)
18. Pasour J A, Granatstein V L, Parker R K *Phys. Rev. A* **16** 2441 (1977)
19. Семенов В И *Изв. вузов. Радиофизика* **10** 1077 (1967) [Semenova V I *Radiophys. Quantum Electron.* **10** 599 (1967)]
20. Lampe M, Ott E, Walker J H *Phys. Fluids* **21** 42 (1978)
21. Белов С Н, Рухадзе А А *Краткие сообщ. по физ.* (5) 8 (1978)
22. Savage R L (Jr.), Joshi C, Mori W B *Phys. Rev. Lett.* **68** 946 (1992)
23. Mori W B et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 542 (1995)
24. Hashimshony D, Zigler A, Popadopoulos K *Phys. Rev. Lett.* **86** 2806 (2001)
25. Higashiguchi T et al. *Appl. Phys. Lett.* **90** 111503 (2007)
26. Аскар'ян Г А, Манзон Б М *Письма в ЖЭТФ* **31** 283 (1980) [Askar'yan G A, Manzon B M *JETP Lett.* **31** 259 (1980)]
27. Bakunov M I et al. *Astropart. Phys.* **33** 335 (2010)
28. Bulanov S V et al., in *Reviews of Plasma Physics* Vol. 22 (Ed. V D Shafranov) (New York: Kluwer Acad./Plenum Publ., 2001) p. 227
29. Mourou G A, Tajima T, Bulanov S V *Rev. Mod. Phys.* **78** 309 (2006)
30. Marklund M, Shukla P K *Rev. Mod. Phys.* **78** 591 (2006)
31. Беляев В С и др. *УФН* **178** 823 (2008) [Belyaev V S et al. *Phys. Usp.* **51** 793 (2008)]
32. Фортгов В Е *УФН* **179** 653 (2009) [Fortov V E *Phys. Usp.* **52** 615 (2009)]
33. Esarey E, Schroeder C B, Leemans W P *Rev. Mod. Phys.* **81** 1229 (2009)
34. Буланов С В и др. *Краткие сообщ. по физ.* (6) 9 (1991)
35. Bulanov S V, Esirkepov T, Tajima T *Phys. Rev. Lett.* **91** 085001 (2003)
36. Bulanov S V, Naumova N M, Pegoraro F *Phys. Plasmas* **1** 745 (1994)
37. Teubner U, Gibbon P *Rev. Mod. Phys.* **81** 445 (2009)
38. Naumova N M et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 063902 (2004)
39. Bulanov S S et al. *Phys. Rev. E* **73** 036408 (2006)
40. Pirozhkov A S et al. *Phys. Plasmas* **13** 013107 (2006)
41. Kulagin V V et al. *Phys. Plasmas* **14** 113101 (2007)
42. Meyer-ter-Vehn J, Wu H-C *Eur. Phys. J. D* **55** 433 (2009)
43. Bulanov S S et al. *Phys. Lett. A* **374** 476 (2010)
44. Bulanov S S et al. *Phys. Plasmas* **19** 020702 (2012)
45. Esirkepov T Zh et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 025002 (2009)
46. Mourou G, Tajima T *Science* **331** 41 (2011)
47. Neutze R et al. *Nature* **406** 752 (2000)
48. Bulanov S V et al. *Eur. Phys. J. D* **55** 483 (2009)

49. Попов В С *УФН* **174** 921 (2004) [Popov V S *Phys. Usp.* **47** 855 (2004)]
50. Болотовский Б М, Столяров С Н *УФН* **159** 155 (1989) [Boltovskii B M, Stolyarov S N *Sov. Phys. Usp.* **32** 813 (1989)]
51. Birrell N D, Davies P C W *Quantum Fields in Curved Space* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1982)
52. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988) [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1980)]
53. Van Meter J R, Carlip S, Hartemann F V *Am. J. Phys.* **69** 783 (2001)
54. Михельсон В А *Журн. Русск. физ.-хим. об-ва. Ч. физ.* **31** (7) 119 (1899)
55. Миллер М А, Сорокин Ю И, Степанов Н С, в кн. *Физический энциклопедический словарь* (Гл. ред. А М Прохоров) (М.: Сов. энциклопедия, 1984) с. 185
56. Франк И М *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **6** 3 (1942)
57. Розанов Н Н *Оптика и спектроскопия* **107** 808 (2009) [Rosanov N N *Opt. Spectrosc.* **107** 768 (2009)]
58. Островский Л А *Изв. вузов. Радиофизика* **2** 833 (1959)
59. Фрейдман Г И *ЖЭТФ* **41** 226 (1961) [Freidman G I *Sov. Phys. JETP* **14** 165 (1962)]
60. Рупасов В И *Квантовая электроника* **9** 2127 (1982) [Rupasov V I *Sov. J. Quantum Electron.* **12** 1383 (1982)]
61. Розанов Н Н *Письма в ЖЭТФ* **88** 577 (2008) [Rosanov N N *JETP Lett.* **88** 501 (2008)]
62. Розанов Н Н *ЖЭТФ* **135** 154 (2009) [Rozanov N N *JETP* **108** 140 (2009)]
63. Розанов Н Н *Оптика и спектроскопия* **106** 487 (2009) [Rosanov N N *Opt. Spectrosc.* **106** 430 (2009)]
64. Розанов Н Н *Оптика и спектроскопия* **106** 680 (2009) [Rosanov N N *Opt. Spectrosc.* **106** 609 (2009)]
65. Розанов Н Н *Оптика и спектроскопия* **106** 823 (2009) [Rosanov N N *Opt. Spectrosc.* **106** 742 (2009)]
66. Розанов Н Н *Оптика и спектроскопия* **106** 989 (2009) [Rosanov N N *Opt. Spectrosc.* **106** 901 (2009)]
67. Розанов Н Н, Высотина Н В, Шацев А Н *Письма в ЖЭТФ* **93** 341 (2011) [Rosanov N N, Vysotina N V, Shatsev A N *JETP Lett.* **93** 308 (2011)]
68. Розанов Н Н *УФН* **175** 181 (2005) [Rozanov N N *Phys. Usp.* **48** 167 (2005)]
69. Розанов Н Н *Письма в ЖЭТФ* **95** 689 (2012) [Rosanov N N *JETP Lett.* **95** 609 (2012)]
70. Гинзбург В Л *Распространение электромагнитных волн в плазме* (М.: Наука, 1967) [Ginzburg V L *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas* (Oxford: Pergamon Press, 1970)]
71. Высотина Н В, Розанов Н Н, Шацев А Н *Оптика и спектроскопия* **112** 320 (2012) [Vysotina N V, Rosanov N N, Shatsev A N *Opt. Spectrosc.* **112** 291 (2012)]
72. Ахиезер А И, Половин Р В *ЖЭТФ* **30** 915 (1956) [Akhiezer A I, Polovin R V *Sov. Phys. JETP* **3** 696 (1956)]
73. Farina D, Bulanov S V *Phys. Rev. Lett.* **86** 5289 (2001)
74. Farina D, Bulanov S V *Phys. Rev. E* **64** 066401 (2001)
75. Козлов В А, Литвак А Г, Суворов Е В *ЖЭТФ* **76** 148 (1979) [Kozlov V A, Litvak A G, Suvorov E V *Sov. Phys. JETP* **49** 75 (1979)]
76. Lehmann G, Spatschek K H *Phys. Plasmas* **17** 072102 (2010)
77. Chian A C-L *Phys. Rev. A* **24** 2773 (1981)
78. Chakraborty B, Khan M, Bhattacharyya B *Phys. Rev. A* **28** 1047 (1983)
79. Smetanin I V et al. *Phys. Lett. A* **320** 438 (2004)
80. Градштейн И С, Рыжик И М *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (М.: Физматгиз, 1963) [Gradshteyn I S, Ryzhik I M *Table of Integrals, Series, and Products* (New York: Academic Press, 1965)]
81. Whitham G B *Linear and Nonlinear Waves* (New York: Wiley, 1974)
82. Кадомцев Б Б, Карпман В И *УФН* **103** 193 (1971) [Kadomtsev B B, Karpman V I *Sov. Phys. Usp.* **14** 40 (1971)]
83. Dawson J M *Phys. Rev.* **113** 383 (1959)
84. Drake J F et al. *Phys. Rev. Lett.* **36** 196 (1976)
85. Ахиезер А И и др. *Электродинамика плазмы* (М.: Наука, 1974)
86. Sengupta S et al. *Phys. Rev. E* **79** 026404 (2009)
87. Горбунов Л М и др. *Физика плазмы* **36** 375 (2010) [Gorbunov L M et al. *Plasma Phys. Res.* **36** 345 (2010)]
88. Brantov A V et al. *Phys. Plasmas* **15** 073111 (2008)
89. Tajima T, Dawson J M *Phys. Rev. Lett.* **43** 267 (1979)
90. Poston T, Stewart I *Catastrophe Theory and Its Applications* (London: Pitman, 1978) [Постон Т, Стюарт И *Теория катастроф и ее приложения* (М.: Мир, 1980)]
91. Арнольд В И *Теория катастроф* (М.: Изд-во МГУ, 1983) [Arnold V I *Catastrophe Theory* (Berlin: Springer-Verlag, 1986)]
92. Буланов С В, Сахаров А С *Письма в ЖЭТФ* **54** 208 (1991) [Bulanov S V, Sakharov A S *JETP Lett.* **54** 203 (1991)]
93. Matlis N H et al. *Nature Phys.* **2** 749 (2006)
94. Ehrlich Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 4186 (1996)
95. Bobrova N A et al. *Phys. Rev. E* **65** 016407 (2002)
96. Bulanov S V et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 4205 (1997)
97. Pukhov A, Meyer-ter-Vehn J *Appl. Phys. B* **74** 355 (2002)
98. Kando M et al. *ЖЭТФ* **132** 1052 (2007) [*JETP* **105** 916 (2007)]
99. Esirkepov T Zh *Comput. Phys. Commun.* **135** 144 (2001)
100. Lamb H *Hydrodynamics* (Cambridge: The Univ. Press, 1932)
101. Meyer-Vernet N *Basics of the Solar Wind* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007)
102. Appleton P N et al. *Astrophys. J. Lett.* **639** L51 (2006)
103. Esirkepov T Zh, Kato Y, Bulanov S V *Phys. Rev. Lett.* **101** 265001 (2008)
104. Sylla F et al. *Phys. Rev. Lett.* **108** 115003 (2012)
105. Келдыш Л В *ЖЭТФ* **47** 1945 (1964) [Keldysh L V *Sov. Phys. JETP* **20** 1307 (1965)]
106. Davidson R C *Methods in Nonlinear Plasma Theory* (New York: Academic Press, 1972)
107. Bulanov S V et al. *Phys. Plasmas* **19** 113102 (2012)
108. Katsouleas T, Mori W B *Phys. Rev. Lett.* **61** 90 (1988)
109. Schroeder C B, Esarey E *Phys. Rev. E* **81** 056403 (2010)
110. Trines R M G M, Norreys P A *Phys. Plasmas* **13** 123102 (2006)
111. Solodov A A, Malkin V M, Fisch N J *Phys. Plasmas* **13** 093102 (2006)
112. Kando M et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 135001 (2007)
113. Pirozhkov A S et al. *Phys. Plasmas* **14** 123106 (2007)
114. Силин В П *Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму* (М.: Наука, 1973)
115. Kruer W L *The Physics of Laser Plasma Interactions* (Redwood City, Calif.: Addison-Wesley, 1988)
116. Силин В П, Рухадзе А А *Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред* (М.: ЛИБРОКОМ, 2012)
117. Esirkepov T, Bulanov S V, Yamagiwa M, Tajima T *Phys. Rev. Lett.* **96** 014803 (2006)
118. Andreev N E, Gorbunov L M, Kuznetsov S V *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24** 448 (1996)
119. Leemans W P et al. *Nature Phys.* **2** 696 (2006)
120. Hafz N A M et al. *Nature Photon.* **2** 571 (2008)
121. Wilks S C et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 2600 (1989)
122. Mironov V A et al. *Phys. Rev. A* **42** 4862 (1990)
123. Siders C W et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 3570 (1996)
124. Dias J M et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 4773 (1997)
125. Mendonça J T *Theory of Photon Acceleration* (Bristol: IOP, 2001)
126. Murphy C D et al. *Phys. Plasmas* **13** 033108 (2006)
127. Panchenko A V et al. *Phys. Rev. E* **78** 056402 (2008)
128. Berry M V J *Phys. A Math. Gen.* **15** 3693 (1982)
129. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1989) [Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics. Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)]
130. Wu H-C et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 234801 (2010)
131. Wu H-C et al. *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **14** 070702 (2011)
132. Scott A *Nonlinear Science. Emergence and Dynamics of Coherent Structures* 2nd ed. (Oxford: Oxford Univ. Press, 2003)
133. Naumova N et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 195003 (2004)
134. Popov K I et al. *Phys. Plasmas* **16** 053106 (2009)
135. Esirkepov T et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 175003 (2004)
136. Bulanov S S et al. *Phys. Rev. E* **78** 026412 (2008)
137. Kar S et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 225004 (2008)
138. Bulanov S V et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 135003 (2010)
139. Pegoraro F, Bulanov S V *Phys. Rev. Lett.* **99** 065002 (2007)
140. Бюшгенс С С *Дифференциальная геометрия* (М.: ЛКИ, 2008)
141. Bulanov S V et al. *Phys. Plasmas* **17** 063102 (2010)

142. Chandrasekhar S *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (Oxford: Clarendon Press, 1961)
143. Inogamov N A *Astrophys. Space Phys. Rev.* **10** 1 (1999)
144. Ott E *Phys. Rev. Lett.* **29** 1429 (1972)
145. Manheimer W, Colombant D, Ott E *Phys. Fluids* **27** 2164 (1984)
146. Mourou G A et al. (Eds) *ELI — Extreme Light Infrastructure Science and Technology with Ultra-Intense Lasers WHITEBOOK* (Berlin: THOSS Media GmbH, 2011)
147. Коржиманов А В и др. *УФН* **181** 9 (2011) [Korzhimanov A V et al. *Phys. Usp.* **54** 9 (2011)]
148. Dunne M *Nature Phys.* **2** 2 (2006)
149. Palmer C A J et al. *Phys. Rev. Lett.* **108** 225002 (2012)
150. Милантьев В П *УФН* **167** 3 (1997) [Milant'ev V P *Phys. Usp.* **40** 1 (1997)]
151. Katsouleas T, Dawson J M *Phys. Rev. Lett.* **51** 392 (1983)
152. Буланов С В, Сахаров А С *Письма в ЖЭТФ* **44** 421 (1986) [Bulanov S V, Sakharov A S *JETP Lett.* **44** 543 (1986)]
153. Dieckmann M E, Bret A, Shukla P K *New J. Phys.* **10** 013029 (2008)
154. Кичигин Г Н *ЖЭТФ* **119** 1038 (2001) [Kichigin G N *JETP* **92** 895 (2001)]
155. Hartemann F V, Siders C W, Barty C P J *Phys. Rev. Lett.* **100** 125001 (2008)
156. Розанов Н Н *ЖЭТФ* **103** 1996 (1993) [Rozanov N N *JETP* **76** 991 (1993)]
157. Розанов Н Н *ЖЭТФ* **113** 513 (1998) [Rozanov N N *JETP* **86** 284 (1998)]
158. Kando M et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 235003 (2009)
159. Kawase K et al. *Appl. Phys. Express* **3** 016101 (2010)
160. Зельдович Я Б *УФН* **115** 161 (1975) [Zel'dovich Ya B *Sov. Phys. Usp.* **18** 79 (1975)]
161. Zhidkov A et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 185002 (2002)
162. Буланов С В и др. *Физика плазмы* **30** 221 (2004) [Bulanov S V et al. *Plasma Phys. Rep.* **30** 196 (2004)]
163. Di Piazza A et al. *Rev. Mod. Phys.* **84** 1177 (2012)
164. Breit G, Wheeler J A *Phys. Rev.* **46** 1087 (1934)
165. Никишов А И, Ритус В И *УФН* **100** 724 (1970) [Nikishov A I, Ritus V I *Sov. Phys. Usp.* **13** 303 (1970)]
166. Ритус В И *Труды ФИАН* **111** 5 (1979)
167. Bell A R, Kirk J G *Phys. Rev. Lett.* **101** 200403 (2008)
168. Fedotov A M et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 080402 (2010)
169. Bulanov S S et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 220407 (2010)
170. Sauter F Z. *Phys.* **69** 742 (1931)
171. Heisenberg W, Euler H Z. *Phys.* **98** 714 (1936)
172. Schwinger J *Phys. Rev.* **82** 664 (1951)
173. Берестецкий В Б, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Квантовая электродинамика* (М.: Наука, 1980) [Berestetskii V B, Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Quantum Electrodynamics* (Oxford: Butterworth-Heinemann, 1999)]
174. Bamber C et al. *Phys. Rev. D* **60** 092004 (1999)
175. Бисноватый-Коган Г С, Зельдович Я Б, Сюняев Р А *Письма в ЖЭТФ* **12** 64 (1970) [Bisnovaty-Kogan G S, Zel'dovich Ya B, Syunyaev R A *JETP Lett.* **12** 45 (1970)]
176. Wilks S C et al. *Astrophys. Space Sci.* **298** 347 (2005)
177. Cowan T E et al. *Laser Part. Beams* **17** 773 (1999)
178. Chen H et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 015003 (2010)
179. Yanovsky V et al. *Opt. Express* **16** 2109 (2008)
180. Remington B A, Drake R P, Ryutov D D *Rev. Mod. Phys.* **78** 755 (2006)
181. Bulanov S V et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **660** 31 (2011)

Relativistic mirrors in plasmas — novel results and perspectives

S.V. Bulanov

Kansai Photon Science Institute, Japan Atomic Energy Agency,
8-1-7 Umemidai, Kizugawa-shi, Kyoto-fu 619-0215, Japan
Tel. + 81 774-71-3005. Fax + 81 774-71-3316
E-mail: bulanov.sergei@jaea.go.jp

A.M. Prokhorov Institute of General Physics, Russian Academy of Sciences,
ul. Vavilova 38, 119991 Moscow, Russian Federation

T.Zh. Esirkepov, M. Kando, A.S. Pirozhkov

Kansai Photon Science Institute, Japan Atomic Energy Agency,
8-1-7 Umemidai, Kizugawa-shi, Kyoto-fu 619-0215, Japan

N.N. Rosanov

S.I. Vavilov State Optical Institute,
Kadetskaya liniya V.O. 5/2, 199053 Saint-Petersburg, Russian Federation;
Saint-Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics, and Optics,
Kronverkskii prosp. 49, 197101 Saint-Petersburg, Russian Federation;
A.F. Ioffe Physical-Technical Institute, Russian Academy of Sciences,
ul. Politekhnicheskaya 26, 194021 Saint-Petersburg, Russian Federation
E-mail: nrosanov@yahoo.com

In plasmas, the relativistic flying mirrors are thin and dense electron or electron-ion layers accelerated by the high intensity electromagnetic waves up to velocity close to the speed of light in vacuum; in nonlinear-media the refraction index modulations are induced by a strong electromagnetic wave. The reflection of the electromagnetic wave at the relativistic mirror results in its energy and frequency change. In the counter-propagation configuration the frequency of the reflected wave is multiplied by the factor proportional to the gamma-factor squared. This scientific area promises the development of the sources of ultrashort X-ray pulses in attosecond range. Expected intensity will reach the level at which the effects predicted by nonlinear quantum electrodynamics start to play the key role. In the co-propagating configuration, the energy of the electromagnetic wave is transferred to the ion energy providing a highly efficient acceleration mechanism.

PACS numbers: 52.35.Mw, 52.38.Ph, 52.59.Ye

DOI: 10.3367/UFNr.0183.201305a.0449

Bibliography — 181 references

Received 17 July 2012

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **183** (5) 449–486 (2013)

Physics – Uspekhi **56** (5) (2013)