

## ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Квазисферическая дозвуковая аккреция на рентгеновские пульсары

Н.И. Шакура, К.А. Постнов, А.Ю. Кочеткова, Л. Ялмарсдоттер

*Рассматривается теоретическая модель квазисферической дозвуковой аккреции на медленно вращающиеся замагниченные нейтронные звёзды. В этом режиме аккрецирующее вещество оседает с дозвуковой скоростью на вращающуюся магнитосферу нейтронной звезды, образуя протяжённую квазисферическую оболочку. Перенос момента импульса в оболочке осуществляется крупномасштабными конвективными движениями, вследствие которых закон дифференциального вращения в оболочках над магнитосферами реальных рентгеновских пульсаров близок к изомоментному,  $\omega \sim 1/R^2$ . Темп аккреции в оболочке определяется способностью плазмы проникать в магнитосферу вследствие неустойчивости Рэлея–Тейлора с учётом охлаждения. Режим дозвукового оседания может установиться при умеренных рентгеновских светимостях, соответствующих темпам аккреции  $\dot{M} \lesssim 4 \times 10^{16} \text{ г с}^{-1}$ . При более высоких темпах аккреции из-за быстрого комптоновского охлаждения в потоке вещества над магнитосферой возникает область свободного падения и аккреция становится сильно нестационарной. Из наблюдений ускорения и замедления периода вращения равновесных рентгеновских пульсаров с известными орбитальными периодами, в которых происходит квазисферическая аккреция из звёздного ветра (типа GX 301-2 и Vela X-1), можно определить основные безразмерные параметры модели и оценить магнитное поле на поверхности нейтронной звезды. Для равновесных пульсаров при независимо измеренном магнитном поле нейтронной звезды можно оценить скорость звёздного ветра оптического компонента, не прибегая к сложным спектроскопическим измерениям. Для неравновесных пульсаров существует максимально возможное значение скорости торможения вращения нейтронной звезды при аккреции. Для таких пульсаров (GX 1+4, SXP 1062, 4U 2206+54) по наблюдаемому значению скорости торможения вращения пульсара и рентгеновской светимости можно получить нижнюю оценку магнитного поля нейтронной звезды, которое во всех случаях оказывается близким к стандартному и согласуется с наблюдениями циклотронных особенностей в спектрах. Модель объясняет как ускорение и замедление вращения неравновесных пульсаров на больших временах, так и вариации частоты пульсара на малых временных интервалах, которые в разных системах могут коррелировать или антикоррелировать с наблюдаемыми флуктуациями рентгеновского потока.*

PACS numbers: 95.30.Lz, 97.10.Gz, 97.80.Jp, 98.70.Qy

DOI: 10.3367/UFNr.0183.201304a.0337

### Содержание

**1. Введение (338).**

**2. Квазисферическая аккреция (340).**

2.1. Структура дозвуковой оболочки вокруг магнитосферы нейтронной звезды. 2.2. Альвеновская поверхность. 2.3. Средняя скорость прохождения вещества через границу магнитосферы.

**3. Передача момента импульса магнитосфере (344).**

3.1. Случай сильной связи. 3.2. Случай умеренной связи.

**4. Ускорение и замедление рентгеновских пульсаров (347).**

4.1. Равновесные пульсары. 4.2. Неравновесные пульсары.

**5. Конкретные рентгеновские пульсары (350).**

5.1. GX 301-2. 5.2. Vela X-1. 5.3. GX 1+4. 5.4. SXP 1062. 5.5. 4U 2206+54.

**6. Обсуждение (353).**

6.1. Физические условия в оболочке. 6.2. О возможности режима пропеллера. 6.3. Эффекты горячей оболочки в рентгеновском спектре и временном спектре мощности. 6.4. Есть ли в медленных рентгеновских пульсарах аккреционные диски (с прямым или ретроградным вращением)?

**7. Заключение (355).**

**8. Приложения (356).**

**A. Структура квазисферической вращающейся оболочки с аккрецией (356).**

A.1. Основные уравнения. A.2. Симметрия задачи.

**B. Структура оболочки в случае турбулентной вязкости по Прандтлю (357).**

B.1. Эмпирический закон Прандтля для турбулентной вязкости в случае аксиально-симметричных течений. B.2. Уравнение переноса момента импульса. B.3. Закон вращения в оболочке. B.4. Случай без аккреции.

Н.И. Шакура, К.А. Постнов, А.Ю. Кочеткова, Л. Ялмарсдоттер.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Университетский просп. 13, 119992 Москва, Российская Федерация  
E-mail: kpostnov@gmail.com

Статья поступила 16 августа 2012 г.,  
после доработки 23 ноября 2012 г.

**В. Структура оболочки и закон вращения при других законах для турбулентной вязкости (360).**

В.1. Изомоментное вращение оболочки при изотропной вязкости. В.2. Закон вращения для турбулентной вязкости по Васютинскому.

**Г. Поправки к радиальному градиенту температуры (361).**

**Д. Динамика стационарного сферически-симметричного газового течения (362).**

Список литературы (364).

## 1. Введение

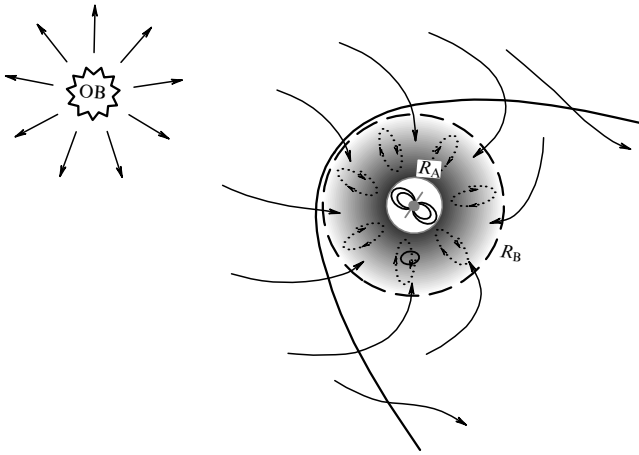
Феномен рентгеновского пульсара возникает при аккреции вещества на вращающиеся нейтронные звёзды с сильным магнитным полем в тесных двойных системах. Если второй компонент системы (оптическая звезда) заполняет полость Роша, то вокруг нейтронной звезды образуется аккреционный диск. Если второй компонент является массивной звездой раннего спектрального класса, то аккреция вещества на нейтронную звезду может происходить из мощного звёздного ветра и тогда, в зависимости от параметров ветра, вокруг нейтронной звезды может образоваться аккреционный диск, т.е. аккреция будет проходить в квазисферическом режиме. Сильное магнитное поле нейтронной звезды (порядка  $10^{12}$ – $10^{13}$  Гс) изменяет характер течения вблизи магнитосферы, образующейся на определённом расстоянии от поверхности. Поток плазмы "вмораживается" в силовые линии магнитного поля и направляется в область полярных шапок, где образуются горячие пятна. Если ось магнитного диполя не совпадает с осью вращения нейтронной звезды, то наблюдается пульсирующее рентгеновское излучение. Для большинства известных рентгеновских пульсаров наблюдаются стохастические вариации частоты вращения и рентгеновского потока. У многих источников также видны долговременные тренды частоты вращения (когда последняя в среднем увеличивается или уменьшается), а также смена режима ускорения режимом замедления (так называемое обращение спина (spin reversal)) (см. подробный обзор [1] и приведённые там ссылки).

Лучше всего изучен режим аккреции через геометрически тонкие диски на релятивистские компактные звёзды [2]. В этом режиме момент сил, ускоряющий нейтронную звезду, может быть записан в виде [3]  $K_{su} \approx \approx \dot{M} \sqrt{GM/R_A}$ , где  $G$  — гравитационная постоянная,  $M$  — масса нейтронной звезды,  $\dot{M} \equiv dM/dt$  — темп аккреции. Внутренний радиус диска вокруг рентгеновского пульсара определяется альвеновской поверхностью, которая находится на расстоянии  $R_A \sim \dot{M}^{-2/7}$ , поэтому  $K_{su} \sim \dot{M}^{6/7}$ , т.е. для дисковой аккреции ускоряющий момент сил почти линейно зависит от темпа аккреции (рентгеновской светимости). Тормозящий момент сил в случае дисковой аккреции в первом приближении не зависит от  $\dot{M}$ :  $K_{sd} \sim -\mu^2/R_c^3$ , где  $R_c = (GM/\omega^{*2})^{1/3}$  — радиус коротации,  $\omega^*$  — частота вращения нейтронной звезды,  $\mu$  — дипольный магнитный момент нейтронной звезды. В действительности моменты сил при дисковой аккреции определяются сложным взаимодействием диска и магнитосферы (см., например, [4, 5] и обсуждение данного вопроса в [6]), поэтому они могут иметь более сложную зависимость от темпа аккреции и от других параметров.

Измерение темпов замедления и ускорения частоты вращения нейтронных звёзд в рентгеновских пульсарах даёт возможность оценить важнейшую физическую характеристику нейтронной звезды — её магнитное поле. Период вращения нейтронных звёзд в рентгеновских пульсарах обычно близок к равновесному значению  $P_{eq}$ , при котором суммарный момент сил, приложенный к звезде, равен нулю,  $K = K_{su} + K_{sd} = 0$ . Поэтому, предполагая, что наблюдаемая частота вращения нейтронной звезды  $\omega^* = 2\pi/P_{eq}$ , из выражения для равновесного периода при дисковой аккреции и при известном  $\dot{M}$  можно оценить магнитное поле нейтронной звезды.

В случае квазисферической аккреции, которая может происходить в двойных системах, где оптическая звезда не заполняет своей полости Роша и диск не образуется, ситуация оказывается более сложной. Очевидно, что для ускорения или торможения нейтронной звезды в этом режиме важны величина и знак момента импульса в веществе, захватываемом из звёздного ветра. С точностью до множителя порядка единицы (который может быть положительным или отрицательным (см., например, численные расчёты [7–9])) момент сил, приложенный к нейтронной звезде, в этом случае пропорционален величине  $M\omega_B R_B^2$ , где  $\omega_B = 2\pi/P_b$  — угловая частота орбитального движения,  $P_b$  — орбитальный период двойной системы,  $R_B = 2GM/(V_w^2 + v_{orb}^2)$  — радиус гравитационного захвата Бонди,  $V_w$  — скорость звёздного ветра вблизи нейтронной звезды,  $v_{orb}$  — орбитальная скорость нейтронной звезды. В реально наблюдаемых массивных рентгеновских двойных системах эксцентриситет орбиты отличен от нуля, звёздный ветер может быть переменным и неоднородным, поэтому  $K_{su}$  может являться сложной функцией времени. Тормозящий момент сил в этом случае оказывается ещё более неопределённым, так как для него уже невозможно записать простое выражение вида  $-\mu^2/R_c^3$  (радиус коротации  $R_c$  не имеет чёткого смысла для квазисферической аккреции; в медленно вращающихся пульсарах он гораздо больше альвеновского радиуса, на котором в действительности и происходит передача момента импульса от аккрецирующего вещества магнитосфере). Например, при использовании выражения для момента тормозящих сил в виде  $-\mu^2/R_c^3$  магнитное поле долгопериодических пульсаров получается формально очень большим ( $\gtrsim 10^{14}$  Гс). Нам представляется, что это результат недооценки тормозящего момента сил, приложенного к магнитосфере нейтронной звезды в режиме квазисферической аккреции.

Вещество, захватываемое из звёздного ветра, может аккрецировать на нейтронную звезду по-разному. Действительно, если поток рентгеновского излучения от аккрецирующей нейтронной звезды достаточно велик, то вещество звёздного ветра, нагретое за фронтом головной ударной волны, быстро охлаждается излучением (комптоновское охлаждение) и свободно падает на магнитосферу. Скорость падающего вещества быстро достигает величины, превосходящей звуковую скорость, поэтому над магнитосферой возникает ударная волна. Этот режим аккреции изучался в работе [10]. В зависимости от направления вектора удельного момента импульса захватываемого вещества (по направлению или против направления орбитального момента импульса) вращение нейтронной звезды может ускоряться или замедляться. Однако если поток рентгеновского излу-



**Рис. 1.** Схема квазисферической аккреции на замagnetизированную нейтронную звезду из звёздного ветра оптического компонента двойной системы (звезда спектрального класса OB изображена в левой части рисунка). В режиме дозвукового оседания между фронтом головной ударной волны (параболическая кривая) над вращающейся магнитосферой (радиусом  $R_A$ ) нейтронной звезды образуется квазисферическая оболочка (затенённая область), в которой развиваются крупномасштабные конвективные движения, способные отводить момент импульса от магнитосферы. Внешний радиус оболочки определяется радиусом Бонди  $R_B$ .

ния (точнее, плотность энергии фотонов) оказывается ниже некоторого значения, то нагретая плазма вблизи радиуса Бонди не успевает остывать и падение по направлению к магнитосфере происходит в дозвуковом режиме (режим оседания). При этом вокруг магнитосферы образуется горячая квазисферическая оболочка [11] (рис. 1). Вследствие дополнительного энерговыделения (особенно у основания оболочки) температурный градиент становится сверхадиабатическим, поэтому в оболочке с неизбежностью возникают крупномасштабные конвективные движения. Конвекция порождает турбулентность, поэтому движение жидкого элемента в такой оболочке является крайне сложным. Если плазма способна проникнуть в магнитосферу и падать затем на нейтронную звезду, то темп аккреции во всей оболочке будет определяться именно магнитосферой (например, при некоторых условиях оболочка может существовать, но темп аккреции в ней может быть чрезвычайно малым или вообще равным нулю).

Таким образом, в оболочке на фоне крупномасштабной конвекции может происходить медленное дозвуковое оседание вещества. Такая картина аккреции, которая возможна при относительно малых рентгеновских светимостях  $L_X < 4 \times 10^{36}$  эрг  $\text{с}^{-1}$  (см. раздел 2.3 и приложение Д), в корне отличается от картины аккреции, полученной в результате численных расчётов, упомянутых выше. При наличии оболочки её взаимодействие с вращающейся магнитосферой будет ускорять или замедлять нейтронную звезду в зависимости от знака разности угловых скоростей аккрецирующего вещества и границы магнитосферы. Поэтому в режиме аккреционного оседания возможно как ускорение, так и замедление вращения нейтронной звезды, даже если удельный момент импульса захваченного вещества всегда сонаправлен с орбитальным. При этом через оболочку будет переноситься поток момента импульса, направленный или к вращающейся нейтронной звезде, или от неё.

В литературе можно найти несколько моделей (см. особенно [12, 13]), в которых тормозящий момент сил, приложенный к магнитосфере нейтронной звезды на стадии квазисферической аккреции, записывается в виде  $K_{sd} \sim -\dot{M} R_A^2 \omega^*$ . С учётом стандартного определения альвеновского радиуса  $R_A \sim \dot{M}^{-2/7} \mu^{4/7}$  этот момент сил выражается как  $K_{sd} \sim -\mu^{8/7} \dot{M}^{3/7}$ . В нашей модели вещество оболочки оседает с дозвуковой скоростью по мере охлаждения вблизи границы магнитосферы и альвеновский радиус определяется иначе:  $R_A \sim \dot{M}^{-2/11} \mu^{6/11}$  (см. разделы 2.2, 2.3).

Можно указать два механизма отвода момента импульса от вращающейся магнитосферы наружу по оболочке. В первом случае (мы называем его случаем *умеренной связи*) отвод момента осуществляется конвективными движениями в оболочке и тормозящий момент сил в режиме оседания с конвективным выносом момента импульса по оболочке зависит от темпа аккреции как  $K_{sd} \sim -\dot{M}^{3/11}$  (см. раздел 4). В этом режиме характерная скорость конвективных движений является околозвуковой. Также возможен режим оседания, в котором отвод момента импульса происходит за счёт сдвиговой турбулентности в оболочке (случай *слабой связи*). В этом режиме характерные скорости сдвигового течения вблизи магнитосферы порядка её линейной скорости вращения. В этом случае  $K_{sd} \sim \mu^2 / R_c^3 \sim \mu^2 \omega^{*2} / (GM)$ , т.е. в режиме слабой связи тормозящий момент сил вообще не зависит от темпа аккреции.

Для того чтобы подчеркнуть различие между двумя возможными режимами дозвуковой аккреции (умеренной и слабой связи), выразим тормозящий момент сил при конвекции (умеренная связь) через радиус коротации и альвеновский радиус:

$$K_{sd} \sim -\frac{\mu^2}{R_c^3 R_A^3} \sim -\frac{\mu^2}{R_c^3} \left(\frac{R_c}{R_A}\right)^{3/2}$$

(см. подробнее в разделе 3). Так как фактор  $(R_c/R_A)^{3/2} \sim (\omega_K(R_A)/\omega^*)$ , где  $\omega_K$  — кеплеровская угловая скорость, в реальных системах может быть более 10, использование выражения для тормозящего момента сил в виде  $\mu^2/R_c^3$  может приводить к завышенной оценке магнитного поля нейтронной звезды.

Зависимость тормозящего момента сил в случае сферической аккреции от темпа аккреции показывает, что вариации темпа аккреции (и рентгеновской светимости) должны приводить к смене режима ускорения (при высоких светимостях) режимом замедления (при низких светимостях) при некотором критическом значении темпа аккреции  $\dot{M}$  (или  $R_A$ ), различном для разных источников. Это явление (также известное как "обращение моментов сил" (torque reversal)) действительно наблюдается в некоторых рентгеновских пульсарах со сферической аккрецией, например в пульсарах Vela X-1, GX 301-2 и GX 1+4; ниже мы рассмотрим эти объекты подробнее.

Структура настоящего обзора следующая. В разделе 2 описывается теория квазисферической аккреции на магнитосферу нейтронной звезды. Показано, что вокруг магнитосферы можно построить квазистатическую оболочку, в которой аккреция происходит в режиме дозвукового оседания, а вращение нейтронной звезды при этом может ускоряться или замедляться. Обсуждается также структура области перестановочной неустойчивости над магнитосферой, которая определяет темп входа

плазмы в магнитосферу вращающейся нейтронной звезды. В разделе 3 рассматривается передача момента импульса магнитосферы. В разделе 4 рассмотрено, как ускоряющие/замедляющие моменты сил изменяются с темпом аккреции, и показано, как можно определить параметры квазисферической аккреции из наблюдательных данных. В разделе 5 модель применяется к пульсарам GX 301-2, Vela X-1, GX 1 + 4, SXP 1062 и 4U 2206 + 54. В разделе 6 обсуждаются полученные результаты, раздел 7 содержит выводы. Подробное газодинамическое рассмотрение задачи, которое крайне важно для понимания физических процессов в рассматриваемых оболочках, приведено в приложениях А–Д. Изложение во многом основывается на недавней статье [14], однако в него внесены многочисленные дополнения, разъясняющие и уточняющие физическую модель, и проведено сравнение её результатов с данными наблюдений нескольких рентгеновских пульсаров (см. разделы 2–4 и приложения А–Д).

## 2. Квазисферическая аккреция

### 2.1. Структура дозвуковой оболочки вокруг магнитосферы нейтронной звезды

Рассмотрим моменты сил, приложенные к замагниченной нейтронной звезде при квазисферической аккреции из звёздного ветра. Вещество ветра гравитационно захватывается движущейся нейтронной звездой, при этом на характерном расстоянии  $R \sim R_V$  формируется головная ударная волна. Момент импульса может отводиться от нейтронной звезды двумя способами: либо вместе с веществом, отбрасываемым от вращающейся магнитосферы на стадии пропеллера [15] (при этом аккреция на нейтронную звезду как таковая отсутствует), либо посредством крупномасштабных конвективных движений в квазистатической оболочке вокруг магнитосферы (при этом аккреция на нейтронную звезду осуществляется со скоростью, определяемой пропускной способностью магнитосферы в режиме дозвукового оседания).

В такой квазистатической оболочке температура остаётся высокой (порядка вириальной температуры (см. [11])), в связи с чем возникает ключевой вопрос: может ли горячая плазма войти в магнитосферу? Результаты двумерных расчётов Элснера и Ламба [16] показали, что в горячем одноатомном идеальном газе не развивается неустойчивости Рэлея–Тейлора на границе магнитосферы, поэтому для аккреции требуется охлаждение плазмы. Однако тщательное рассмотрение результатов трёхмерных расчётов [17] показывает, что горячая плазма находится на границе устойчивости вблизи экватора магнитосферы (с 5%-ной точностью этих расчётов). Комptonовское охлаждение и возможные диссипативные процессы (магнитное пересоединение и т.д.) облегчают проникновение плазмы в магнитосферу. В разделе 3 мы покажем, что замедление вращения нейтронной звезды возможно при аккреции вещества из горячей оболочки в режиме дозвукового оседания.

В нулевом приближении мы можем пренебречь как вращением, так и радиальными движениями вещества в оболочке и рассмотреть её структуру в гидростатическом равновесии. Скорость радиального движения вещества в оболочке  $u_r$  меньше скорости звука  $c_s$ . При этих пред-

положениях характерное время нагрева/охлаждения гораздо больше характерного времени свободного падения.

В общем случае в оболочке есть газовое давление и анизотропные турбулентные движения, поэтому закон Паскаля нарушается. Тогда уравнение гидростатического равновесия может быть выведено из приведённого в приложении А уравнения движения (А.16) с компонентами тензора напряжений (А.19)–(А.21) и нулевой вязкостью (см. подробнее в приложении А):

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP_g}{dR} - \frac{1}{\rho R^2} \frac{d(P_{\parallel}^t R^2)}{dR} + \frac{2P_{\perp}^t}{\rho R} - \frac{GM}{R^2} = 0. \quad (1)$$

Здесь  $P_g = \rho c_s^2 / \gamma$  — газовое давление,  $P^t$  — вклад, обусловленный турбулентными движениями:

$$P_{\parallel}^t = \rho \langle u_{\parallel}^2 \rangle = \rho m_{\parallel}^2 c_s^2 = \gamma P_g m_{\parallel}^2, \quad (2)$$

$$P_{\perp}^t = \rho \langle u_{\perp}^2 \rangle = \rho m_{\perp}^2 c_s^2 = \gamma P_g m_{\perp}^2, \quad (3)$$

$\langle u_t^2 \rangle = \langle u_{\parallel}^2 \rangle + 2\langle u_{\perp}^2 \rangle$  — дисперсия турбулентных скоростей,  $m_{\parallel}^2$  и  $m_{\perp}^2$  — квадраты турбулентных чисел Маха в радиальном и тангенциальном направлении соответственно; например, для изотропной турбулентности  $m_{\parallel}^2 = m_{\perp}^2 = (1/3)m_t^2$ , где  $m_t$  — турбулентное число Маха. Полное давление даётся суммой газового и турбулентного слагаемых:  $P_g + P^t = P_g(1 + \gamma m_t^2)$ . Вообще говоря, турбулентные числа Маха в оболочке могут зависеть от радиуса, однако в нашей модели мы будем считать их постоянными. Более того, учёт турбулентного нагрева (важного с динамической точки зрения (см. приложение Д)) всего лишь менее чем в два раза изменяет оценки параметров для реальных рентгеновских пульсаров, определяемые по формулам раздела 4.

В первом приближении будем считать энтропию  $S$  в оболочке постоянной. Для идеального газа с показателем адиабаты  $\gamma$  и уравнением состояния  $P = K \exp(S/c_V) \rho^\gamma$  плотность может быть выражена как функция температуры:  $\rho \sim T^{1/(\gamma-1)}$ . Интегрируя при этих предположениях уравнение гидростатического равновесия (1), находим

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{R}T}{\mu_m} &= \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{GM}{R} \frac{1}{1 + \gamma m_{\parallel}^2 - 2(\gamma-1)(m_{\parallel}^2 - m_{\perp}^2)} = \\ &= \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{GM}{R} \psi(\gamma, m_t), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\mathcal{R}$  — универсальная газовая постоянная. В этом решении мы пренебрегли постоянной интегрирования, которая неважна в глубине оболочки. Эта постоянная играет немаловажную роль во внешних частях оболочки, но так как они близки к ударной волне, которая при  $R \sim R_V$  не является сферически-симметричной, их структура должна находиться численно.

Заметим, что учёт турбулентности приводит к некоторому снижению температуры в оболочке. Однако наиболее существенным является то, что анизотропия турбулентных движений, обусловленная конвекцией, в стационарном случае изменяет распределение угловой скорости вращения вещества в оболочке. Как показано в приложениях Б и В, в случае изотропной турбулентности угловая скорость вращения в оболочке может быть близка к квазикеплеровскому значению  $\omega(R) \sim R^{-3/2}$ . В случае сильно анизотропной турбулентности с  $m_{\parallel}^2 \gg m_{\perp}^2$  в оболочке может установиться почти изомоментное рас-

пределение,  $\omega(R) \sim R^{-2}$ . В разделе 5 мы увидим, что в оболочках реальных пульсаров, скорее всего, устанавливается изомоментное распределение угловой скорости.

Теперь запишем, как изменяется плотность в квазистатической оболочке при  $R \ll R_B$ . Для полностью ионизованного газа с  $\gamma = 5/3$  находим законы изменения плотности

$$\rho(R) = \rho(R_A) \left( \frac{R_A}{R} \right)^{3/2} \quad (5)$$

и газового давления

$$P(R) = P(R_A) \left( \frac{R_A}{R} \right)^{5/2}. \quad (6)$$

Уравнения (5), (6) описывают структуру идеальной статической адиабатической оболочки над магнитосферой. Конечно, при  $R \sim R_B$  задача становится существенно не сферически-симметричной и для расчёта структуры внешних частей оболочки требуется применение численных методов.

Поправки к адиабатическому градиенту температуры, обусловленные конвективным переносом энергии в оболочке, вычислены в приложении Д.

## 2.2. Альвеновская поверхность

На границе магнитосферы (альвеновской поверхности) полное давление (включающее в себя изотропное газовое давление и турбулентное (возможно, анизотропное) давление) равно давлению магнитного поля  $B^2/(8\pi)$ ,

$$P_g + P_t = P_g(R_A)(1 + \gamma m_t^2) = \frac{B^2(R_A)}{8\pi}. \quad (7)$$

Магнитное поле на альвеновском радиусе определяется дипольным магнитным моментом нейтронной звезды и полем, создаваемым токами, текущими по поверхности магнитосферы (в магнитопаузе):

$$P_g(R_A) = \frac{K_2}{(1 + \gamma m_t^2)} \frac{B_0^2}{8\pi} \left( \frac{R_0}{R_A} \right)^6 = \frac{\rho \mathcal{R} T}{\mu_m}, \quad (8)$$

где безразмерный коэффициент  $K_2$  учитывает вклад магнитосферных токов, а множитель  $1/(1 + \gamma m_t^2)$  возникает из-за вклада турбулентного давления. Например, в модели Аронса и Ли [17] (см. уравнение (31) в [17])  $K_2 = (2,75)^2 \approx 7,56$ . В области магнитосферного каспа (в которой кривизна магнитных силовых линий наибольшая) размер альвеновской поверхности составляет около 0,51 от экваториального размера [17]. Ниже везде будем предполагать, что  $R_A$  — это экваториальный альвеновский радиус, если не оговорено иначе.

Плазма проникает в магнитосферу в основном вследствие неустойчивости Рэлея–Тейлора. В стационарном режиме введём темп аккреции  $\dot{M}$  на нейтронную звезду. Из уравнения неразрывности в оболочке находим

$$\rho(R_A) = \frac{\dot{M}}{4\pi u_r(R_A) R_A^2}. \quad (9)$$

Очевидно, что скорость радиального движения вещества в оболочке при входе вещества в магнитосферу меньше скорости свободного падения, поэтому мы вводим безразмерный коэффициент  $f(u) = u_r/\sqrt{2GM/R} < 1$ . Тогда плотность вблизи границы магнитосферы выражается в

виде

$$\rho(R_A) = \frac{\dot{M}}{4\pi f(u) \sqrt{2GM/R_A} R_A^2}. \quad (10)$$

Например, в модели [17]  $f(u) \approx 0,1$ ; в нашем случае при высоких рентгеновских светимостях безразмерная скорость  $f(u)$  может достигать значения  $\approx 0,5$ . Если предположить, что магнитосфера вообще непроницаема и темп аккреции в оболочке  $\dot{M} \rightarrow 0$ , то в этом случае  $u_r \rightarrow 0$ ,  $f(u) \rightarrow 0$ , однако плотность вблизи магнитосферы остаётся конечной. В некотором смысле вещество просачивается сквозь магнитосферу на нейтронную звезду, и скорость такого просачивания может являться как бесконечно малой ( $\dot{M} \rightarrow 0$ ), так и конечной ненулевой ( $\dot{M} \neq 0$ ).

Исключая плотность из соотношения (8) с помощью уравнения неразрывности и используя (4) вместе с определением дипольного магнитного момента

$$\mu = \frac{1}{2} B_0 R_0^3$$

(где  $R_0$  — радиус нейтронной звезды), находим выражение для альвеновского радиуса на стадии квазисферической аккреции

$$R_A = \left[ \frac{4\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{f(u) K_2}{\psi(\gamma, m_t)(1 + \gamma m_t^2)} \frac{\mu^2}{\dot{M} \sqrt{2GM}} \right]^{2/7}. \quad (11)$$

Следует подчеркнуть, что при наличии горячей оболочки альвеновский радиус определяется статическим газовым давлением (и возможным вкладом турбулентных движений) на границе магнитосферы и имеет определённое значение даже при нулевом темпе аккреции через оболочку. Зависимость фактора  $f(u)$  от  $\dot{M}$  в режиме оседающей оболочки с учётом охлаждения получена в разделе 2.3 (см. формулу (32)). В режиме сверхзвукового падения (режим Бонди) очевидно, что  $f(u) = 1$ . Заметим, что и в режиме Бонди [18] может иметь место падение с дозвуковой скоростью, но с меньшим (по сравнению с максимально возможным) темпом аккреции  $\dot{M}$ . В режиме Бонди (т.е. в адиабатическом режиме без нагрева и/или охлаждения газа) выбор решения определяется граничными условиями.

## 2.3. Средняя скорость прохождения вещества через границу магнитосферы

Как отмечалось в разделе 2.2, плазма проникает в магнитосферу медленно вращающейся нейтронной звезды в основном благодаря неустойчивости Рэлея–Тейлора. Граница между плазмой и магнитосферой будет устойчивой для горячей плазмы с температурой  $T > T_{cr}$ , неустойчивой при  $T < T_{cr}$  и останется в безразличном равновесии при  $T = T_{cr}$  [16]. Критическая температура определяется выражением

$$\mathcal{R} T_{cr} = \frac{1}{2(1 + \gamma m_t^2)} \frac{\cos \chi}{\kappa R_A} \frac{\mu_m G M}{R_A}. \quad (12)$$

Здесь  $\kappa$  — локальная кривизна магнитосферных силовых линий,  $\chi$  — угол между внешней нормалью и радиусом-вектором в данной точке, фактор  $(1 + \gamma m_t^2)$  учитывает вклад в полное давление турбулентных пульсаций в плазме. Эффективное ускорение силы тяжести записы-

вается в виде

$$g_{\text{eff}} = \frac{GM}{R_A^2} \cos \chi \left( 1 - \frac{T}{T_{\text{cr}}} \right). \quad (13)$$

Температура в квазистатической оболочке определяется выражением (4), поэтому условие магнитосферной неустойчивости можно представить в следующем виде:

$$\frac{T}{T_{\text{cr}}} = \frac{2(\gamma - 1)(1 + \gamma m_t^2)}{\gamma} \psi(\gamma, m_t) \frac{\kappa R_A}{\cos \chi} < 1. \quad (14)$$

Согласно [17], когда внешнее газовое давление изменяется с изменением радиуса как  $P \sim R^{-5/2}$ , форма магнитосферы вдали от полярного каспа с 10%-ной точностью может быть описана как  $(\cos \lambda)^{0,2693}$  (здесь  $\lambda$  — широтный угол, отсчитываемый от экватора магнитосферы). Неустойчивость легче всего развивается вблизи экватора, где кривизна магнитных силовых линий минимальна. В окрестности плоскости экватора ( $\lambda = 0$ ) для полоидальной границы магнитосферы с зависимостью  $\sim (\cos \lambda)^{0,27}$  получаем  $k_p R_A = 1 + 0,27$ . Кривизна тороидального поля около экватора  $k_t R_A = 1$ . Касательная сфера вблизи экватора не может иметь радиус, больший, чем обратная полоидальная кривизна, поэтому  $\kappa R_A = 1,27$  при  $\lambda = 0$ . Это несколько больше значения  $\kappa R_A = \gamma/(2(\gamma - 1)) = 5/4 = 1,25$  (для  $\gamma = 5/3$  при отсутствии турбулентности или при полностью изотропной турбулентности), но находится в пределах точности вычислений формы магнитосферы<sup>1</sup>. Вклад анизотропной турбулентности уменьшает критическую температуру; например, для  $\gamma = 5/3$  в случае сильно анизотропной турбулентности с  $m_{\parallel} = 1$ ,  $m_{\perp} = 0$  при  $\lambda = 0$  получаем  $T/T_{\text{cr}} \sim 2$ , т.е. анизотропная турбулентность увеличивает устойчивость магнитосферы. Таким образом, без охлаждения граница плазмы и магнитосферы устойчива, а при охлаждении плазмы до  $T < T_{\text{cr}}$  развивается неустойчивость, преимущественно в области магнитосферного экватора, где кривизна магнитных силовых линий минимальна.

Рассмотрим подробнее развитие перестановочной неустойчивости при наличии охлаждения плазмы. Охлаждение наиболее эффективно осуществляется за счёт комптоновских процессов рентгеновскими фотонами, которые рождаются вблизи магнитных полярных шапок аккрецирующей нейтронной звезды. При этом температура плазмы изменяется как [20, 21]

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{T - T_X}{t_C}, \quad (15)$$

где время комптоновского охлаждения

$$t_C = \frac{3}{2\mu_m} \frac{\pi R_A^2 m_e c^2}{\sigma_T L_X} \approx 10,6 R_9^2 \dot{M}_{16}^{-1} [\text{c}]. \quad (16)$$

Здесь  $m_e$  — масса электрона,  $\sigma_T$  — томсоновское сечение,  $L_X = 0,1 \dot{M} c^2$  — рентгеновская светимость,  $T$  — электронная температура (которая равна ионной температуре, так как при характерных условиях рассматриваемой задачи время обмена энергией между электронами и ионами является самым коротким),  $T_X$  — температура рентгеновских фотонов,  $\mu_m = 0,6$  — молекулярный вес полностью ионизованной плазмы солнечного химиче-

ского состава, и введены обозначения  $R_9 \equiv R/(10^9 \text{ см})$ ,  $\dot{M}_{16} \equiv \dot{M}/(10^{16} \text{ г с}^{-1})$ . Фотонная температура  $T_X = T_{\text{cut}}/4$  для теплового излучения с экспоненциальным завалом при  $T_{\text{cut}}$ , и её типичное значение для рентгеновских пульсаров  $T_X = 3 - 5 \text{ кэВ}$ .

Решение уравнения (15) имеет вид

$$T = T_X + (T_{\text{cr}} - T_X) \exp\left(-\frac{t}{t_C}\right). \quad (17)$$

Заметим, что характерное значение  $T_{\text{cr}} \sim 30 \text{ кэВ} \gg T_X \sim 3 \text{ кэВ}$ . Видно, что при таком соотношении  $T_{\text{cr}}$  и  $T_X$  температура  $T$  при  $t \approx 2t_C$  убывает до  $T_X$ . В линейном приближении изменение температуры выражается как

$$T \approx T_X \left( 1 - \frac{t}{t_C} \right). \quad (18)$$

Подставляя (18) в (13), находим, что эффективное ускорение силы тяжести линейно возрастает со временем:

$$g_{\text{eff}} \approx \frac{GM}{R_A^2} \frac{t}{t_C} \cos \chi. \quad (19)$$

Соответственно радиальная скорость вещества  $u_r$  при развитии неустойчивости возрастает со временем:

$$u_r = \int_0^{t_{\text{inst}}} g_{\text{eff}} dt = \frac{GM}{R_A^2} \frac{t_{\text{inst}}^2}{2t_C} \cos \chi. \quad (20)$$

Здесь  $t_{\text{inst}}$  — характерное время неустойчивости, которое естественно выбрать в виде

$$t_{\text{inst}} = \frac{K_0}{\omega_K(R_A)} \frac{u_{\text{ff}}}{u} = \frac{K_0}{\omega_K(R_A) f(u)}. \quad (21)$$

Выбор такого выражения связан с тем, что в случае быстрого охлаждения радиальная скорость вещества  $u_r$  порядка скорости свободного падения  $u_{\text{ff}}$ , а в случае медленного охлаждения  $u \ll u_{\text{ff}}$ . Мы также ввели обозначение  $f(u) \equiv u_r/u_{\text{ff}}$ , которое будет использоваться везде ниже.  $K_0$  — безразмерная константа порядка единицы.

Подставляя  $t_{\text{inst}}$  в (20), находим скорость, приобретаемую веществом за время неустойчивости,

$$u_r(t_{\text{inst}}) = \frac{K_0^2}{2} \frac{R_A}{t_C f^2(u)} \cos \chi. \quad (22)$$

Разделив обе части уравнения (22) на  $u_{\text{ff}}$  и разрешив его относительно  $f(u)$ , для безразмерного фактора  $f(u)$  получим

$$f(u) = \left( \frac{K_0^2}{2} \right)^{1/3} \left( \frac{t_{\text{ff}}}{t_C} \right)^{1/3} (\cos \chi)^{1/3}. \quad (23)$$

Здесь введено время свободного падения

$$t_{\text{ff}} \equiv \frac{R_A}{u_{\text{ff}}(R_A)} = \frac{R_A^{3/2}}{\sqrt{2GM}}. \quad (24)$$

Тогда характерное время неустойчивости можно представить как

$$t_{\text{inst}} = \frac{(2K_0)^{1/3}}{\omega_K(R_A)} \left( \frac{t_C}{t_{\text{ff}}} \right)^{1/3} (\cos \chi)^{-1/3}. \quad (25)$$

Отсюда видно, что при  $t_C \gg t_{\text{ff}}$  время неустойчивости намного превосходит время свободного падения:

$$\frac{t_{\text{inst}}}{t_{\text{ff}}} = 2^{1/2} (2K_0)^{1/3} \left( \frac{t_C}{t_{\text{ff}}} \right)^{1/3} (\cos \chi)^{-1/3}. \quad (26)$$

<sup>1</sup> В работе [19] кривизна вблизи экватора  $\kappa R_A \approx 1,34$ , т.е. совпадает с критическим значением 1,25 в пределах точности вычислений.

С другой стороны, время неустойчивости меньше времени комптоновского охлаждения:

$$\frac{t_{\text{inst}}}{t_C} = 2^{1/2} (2K_0)^{1/3} \left( \frac{t_{\text{ff}}}{t_C} \right)^{2/3} (\cos \chi)^{-1/3} < 1, \quad (27)$$

что позволяет использовать линейный участок зависимости температуры от времени (18).

Характерное расстояние, на котором развивается неустойчивость,

$$A = \int_0^{t_{\text{inst}}} u_r dt = \frac{1}{6} \frac{GM}{R_A^2} \frac{t_{\text{inst}}^3}{t_C} \cos \chi = \frac{1}{3} u_r t_{\text{inst}} = \frac{\sqrt{2}}{3} K_0 R_A. \quad (28)$$

Таким образом, за время  $t_{\text{inst}}$  неустойчивость развивается на масштабах, сравнимых с радиусом магнитосферы, а скорость падения оказывается гораздо меньше скорости свободного падения  $u_{\text{ff}}$ . Ясно, что на более поздней нелинейной стадии развития неустойчивости скорость приближается к скорости свободного падения.

Мы прежде всего рассматриваем линейную стадию, на которой температура плазмы ещё не слишком низка (хотя энтропия начинает уменьшаться по направлению в глубь магнитосферы). Именно в зоне развития неустойчивости прежде всего формируется тороидальная компонента магнитного поля и происходит эффективный обмен моментом импульса между оболочкой и магнитосферой. На более поздней стадии развития неустойчивости энтропия убывает настолько сильно, что условия для возникновения конвекции исчезают.

Можно оценить точность нашего приближения, удерживая члены второго порядка в разложении экспоненты. Тогда скорость вещества, развиваемая за время неустойчивости  $t_{\text{inst}}$ , выражается как

$$u_r(t_{\text{inst}}) = K_0^{2/3} \left( \frac{GM}{t_C} \right)^{1/3} (\cos \chi)^{1/3} \times \left[ 1 - \frac{2^{5/6} K_0^{1/3}}{3} \left( \frac{t_{\text{ff}}}{t_C} \right)^{2/3} (\cos \chi)^{-1/3} \right]. \quad (29)$$

Очевидно, что чем меньше темп аккреции, тем меньше отношение  $t_{\text{ff}}/t_C$  и тем лучше наше приближение.

Заметим, что для границы магнитосферы в виде  $\sim \cos \lambda^n$  имеем  $\tan \chi = n \tan \lambda$ , поэтому для  $n \simeq 0,27$  вблизи экватора магнитосферы с хорошей точностью  $\cos \chi \simeq 1$ , поэтому всюду ниже будем опускать этот фактор. Также отметим, что в области магнитосферного каспа  $\cos \chi \simeq 0$ , и в этой области вещество почти не проникает в магнитосферу.

Подставляя (16) в (23) и затем подставляя  $f(u)$  в определение (11), для альвеновского радиуса в режиме оседания при  $\gamma = 5/3$  находим

$$R_A \approx 1,55 \times 10^9 K_0^{2/11} \left[ \left( 1 + \frac{5}{3} m_t^2 \right) \psi \left( \frac{5}{3}, m_t \right) \right]^{-3/11} \times \left( \frac{\mu_{30}^3}{M_{16}} \right)^{2/11} [\text{см}], \quad (30)$$

где  $\mu_{30} \equiv \mu / (10^{30} \text{ Гс см}^3)$ . Подчеркнём отличие полученного выражения от стандартного альвеновского радиуса для сферической аккреции  $R_A \sim \mu^{4/7} / \dot{M}^{-2/7}$ , который получается из равенства динамического давления свободно падающего газа давлению магнитного поля; это

различие связано с учётом фактора  $f(u)$ , который зависит от магнитного момента нейтронной звезды и темпа аккреции в режиме оседания.

Очевидно, что коэффициент, возникающий вследствие учёта турбулентности,

$$K_t = \left( 1 + \frac{5}{3} m_t^2 \right) \psi \left( \frac{5}{3}, m_t \right), \quad (31)$$

равен единице для изотропной турбулентности (см. выражение (4) для  $\psi$ ), и он представляет интерес только в случае сильно анизотропной турбулентности.

Подставляя (30) в (23), получаем явное выражение:

$$f(u) \approx 0,39 K_0^{7/11} K_t^{1/22} M_{16}^{4/11} \mu_{30}^{-1/11}. \quad (32)$$

Необходимым условием отвода момента импульса от магнитосферы посредством конвекции в оболочке является условие дозвукового оседания (число Маха для скорости оседания  $\mathcal{M} \equiv u_r/u_s < 1$ ), что при  $\gamma = 5/3$  сводится к неравенству  $f(u) < 1/\sqrt{3}$ . Очевидно, что при темпах аккреции, меньших чем  $\sim 10^{16} \text{ г см}^{-1}$ , это условие выполняется. Важно также отметить, что конвекция и отвод момента импульса по оболочке практически прекращаются, когда усреднённая радиальная скорость оседания вещества  $u_r$  оказывается больше конвективной скорости  $u_c$ , т.е. когда конвективное число Маха  $m_c = u_c/c_s \sim m_t$  меньше обычного числа Маха  $\mathcal{M} = u_r/c_s$ . И наоборот, когда число Маха радиального течения меньше турбулентного числа Маха,  $\mathcal{M} < m_t \sim m_c$ , может иметь место отвод момента импульса по оболочке.

Когда темп аккреции вещества через оболочку превосходит некоторое критическое значение  $\dot{M}^\dagger$  ( $\dot{M} > \dot{M}^\dagger$ ), скорость аккрецирующего потока вблизи альвеновской поверхности может превысить скорость звука и над магнитосферой возникнет область сверхзвукового течения со свободным падением вещества, через которую нельзя отводить момент импульса от вращающейся магнитосферы. В таком случае режим аккреционного оседания неприменим: над магнитосферой встает ударная волна и взаимодействие с магнитосферой рассматривается по схеме, изученной, например, в работе [10]. В зависимости от характера неоднородностей в захваченном звёздном ветре удельный момент импульса вещества может быть как положительным, так и отрицательным, поэтому в сверхзвуковом режиме возможны чередующиеся эпизоды ускорения и замедления вращения нейтронной звезды. Следовательно, переход от дозвукового режима оседания (при низких рентгеновских светимостях) к режиму аккреции Бонди–Хойла–Литтлтона (при высоких рентгеновских светимостях) может произойти ещё до того, как у превысит величину  $u_0$ . Действительно, предполагая, что предельное значение безразмерной скорости оседания  $f(u) = 0,5$  (при которой ещё возможно отведение момента импульса от магнитосферы через оболочку (см. подробнее приложение Д), из уравнения (32) получаем максимально возможное значение темпа аккреции для режима оседания с отводом момента импульса:

$$\dot{M}_{16}^\dagger \approx 2 K_0^{-7/4} K_t^{-1/8} \mu_{30}^{1/4}. \quad (33)$$

Заметим, что близкое значение критического темпа аккреции в режиме оседания получится из сопоставления характерного времени комптоновского охлаждения с временем конвекции вблизи альвеновского радиуса.

В завершение этого раздела отметим, что нетрудно провести похожий анализ для скорости входа вещества в магнитосферу вследствие радиационного охлаждения плазмы, когда комптоновское охлаждение менее эффективно [22]. Этот случай может реализоваться в рентгеновских пульсарах при низких темпах аккреции, когда происходит перестройка диаграммы направленности рентгеновского излучения и основной поток фотонов формирует карандашную диаграмму направленности, освещающую магнитосферный касп. Таким образом удаётся объяснить временное появление "выключенных" состояний (с низкой рентгеновской светимостью) у пульсара Vela X-1 и других пульсаров, сопровождающееся фазовым скачком профиля рентгеновских импульсов [23].

### 3. Передача момента импульса магнитосфере

Рассмотрим квазистатическую оболочку над магнитосферой нейтронной звезды, в которой установился режим дозвукового оседания. Подчеркнём, что в этом режиме темп аккреции на нейтронную звезду определяется плотностью у основания оболочки, которая непосредственно связана с плотностью вещества за фронтом головной ударной волны в звёздном ветре в области гравитационного захвата и способностью плазмы проникать в магнитосферу вблизи альвеновской поверхности.

Закон вращения в оболочке зависит от трактовки турбулентной вязкости (см. приложение Б, если используется закон Прандтля в случае изотропной турбулентности), а также возможной анизотропии турбулентности из-за конвекции (см. приложение В). В последнем случае анизотропия приводит к турбулентным движениям, более мощным в радиальном направлении, чем в тангенциальном. Таким образом, как показано в приложениях Б и В, получается серия квазистепенных решений, описывающих радиальную зависимость угловой скорости вращения вещества в конвективной оболочке. Далее будем полагать, что закон вращения имеет чисто степенной вид

$$\omega(R) \sim R^{-n}. \quad (34)$$

В разделе 5 применительно к реальным пульсарам рассмотрен случай квазикеплеровского вращения с  $n = 3/2$  и изомоментное распределение с  $n = 2$ , которые в некотором смысле описывают предельные случаи возможных решений.

При приближении к головной ударной волне,  $R \rightarrow R_B$ , угловая скорость вещества стремится к орбитальной,  $\omega \rightarrow \omega_B$ . Вблизи ударной волны задача не является сферически-симметричной, характер течения может быть очень сложным (например, часть вещества может обогать горячую оболочку) и решение должно находиться численным моделированием. Поскольку таких решений пока не получено, будем предполагать, что степенное распределение вращения в оболочке устанавливается вплоть до головной ударной волны, положение которой характеризуется радиусом Бонди  $R_B$ :

$$R_B \simeq \frac{2GM}{V_w^2 + v_{orb}^2},$$

где  $V_w$  — скорость звёздного ветра вблизи орбиты нейтронной звезды,  $v_{orb}$  — скорость её орбитального движения.

Это означает, что скорость углового вращения вещества вблизи границы магнитосферы  $\omega_m$  связана с орбитальной угловой скоростью  $\omega_B$  соотношением

$$\omega_m = \tilde{\omega} \omega_B \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^n. \quad (35)$$

Здесь численный коэффициент  $\tilde{\omega} > 1$  учитывает отклонение истинного закона вращения вещества в оболочке вблизи магнитосферы от предполагаемой чисто степенной зависимости (см. более подробно приложения Б, В).

Пусть магнитосфера нейтронной звезды вращается с угловой скоростью  $\omega^* = 2\pi/P^*$ , где  $P^*$  — период вращения нейтронной звезды. Вещество у основания оболочки вращается с угловой скоростью  $\omega_m$ , которая, вообще говоря, отличается от  $\omega^*$ . Если  $\omega^* > \omega_m$ , то взаимодействие плазмы с магнитосферой вызывает передачу момента импульса от магнитосферы в оболочку, а если  $\omega^* < \omega_m$ , то, наоборот, происходит передача момента импульса от оболочки магнитосфере. В общем случае связь вещества с магнитосферой может быть умеренной или сильной. В режиме сильной связи тороидальная компонента магнитного поля  $B_t$  пропорциональна полоидальной компоненте  $B_p$  и можно записать  $B_t \sim -B_p(\omega_m - \omega^*)t$ , так что  $|B_t|$  может возрасти вплоть до  $\sim |B_p|$ . Этот режим может реализоваться в случае быстро вращающихся магнитосфер, когда  $\omega^*$  сравнима с кеплеровской угловой частотой  $\omega_K(R_A)$  или даже превосходит её; в последнем случае устанавливается режим пропеллера. В режиме умеренной связи плазма может войти в магнитосферу в результате неустойчивостей быстрее, чем требуется для возрастания тороидальной компоненты поля до значения полоидальной компоненты, поэтому  $B_t < B_p$ .

#### 3.1. Случай сильной связи

Сначала рассмотрим режим сильной связи. В этом режиме мощные крупномасштабные движения вещества в оболочке могут привести к турбулентной диффузии магнитного поля и его диссипации. Этот процесс характеризуется коэффициентом турбулентной диффузии магнитного поля  $\eta_t$ . Тогда тороидальное магнитное поле (см., например, [5] и приведённые там ссылки) выражается в виде

$$B_t = \frac{R^2}{\eta_t} (\omega_m - \omega^*) B_p. \quad (36)$$

Коэффициент турбулентной магнитной диффузии связан с кинематическим коэффициентом вязкости:  $\eta_t \simeq \nu_t$ . Последний может быть записан как

$$\nu_t = \langle u_t l_t \rangle. \quad (37)$$

Согласно феноменологическому закону Прандтля, который связывает средние характеристики турбулентного потока (скорость  $u_t$ , характерный пространственный масштаб  $l_t$  и сдвиг  $\omega_m - \omega^*$ ),

$$u_t \simeq l_t |\omega_m - \omega^*|. \quad (38)$$

В нашем случае турбулентный масштаб должен определяться максимальной шкалой накачки энергии в турбулентные движения от вращающейся несферической поверхности магнитосферы. Эта шкала определяется разностью скоростей твердоотельно вращающейся магнитосферы и аккрецирующего вещества, которое ещё не взаимодействует с магнитосферой, т.е.  $l_t \simeq R_A$ ; этот



масштаб определяет скорость оборота самых крупных турбулентных вихрей, а на меньших масштабах развивается турбулентный каскад. Подставляя его в уравнения (36)–(38), получаем, что в режиме сильной связи  $B_t \simeq B_p$ .

Момент сил, возникающий в результате взаимодействия плазмы с магнитосферой, действует на нейтронную звезду и изменяет её момент вращения согласно уравнению

$$I\dot{\omega}^* = \int \frac{B_t B_p}{4\pi} \varpi dS = \pm \tilde{K}(\theta) K_2 \frac{\mu^2}{R_A^3}, \quad (39)$$

где  $I$  — момент инерции нейтронной звезды,  $\varpi$  — расстояние до оси вращения,  $\tilde{K}(\theta)$  — численный коэффициент, зависящий от угла между осью вращения и осью магнитного диполя. Коэффициент  $K_2$  появляется в выражении (39) по той же причине, что и в уравнении (8). Знак плюс в правой части (39) соответствует передаче момента импульса нейтронной звезде ( $\omega_m > \omega^*$ ), знак минус соответствует потоку момента импульса от нейтронной звезды через магнитосферу ( $\omega_m < \omega^*$ ).

На альвеновском радиусе вещество входит в магнитосферу и приобретает угловую скорость вращения нейтронной звезды. Затем вещество свободно падает на нейтронную звезду и возвращает ей обратно момент импульса, приобретённый на альвеновском радиусе  $R_A$  посредством магнитного поля. В результате этого процесса нейтронная звезда ускоряется с темпом, определяемым выражением:

$$I\dot{\omega}^* = +z \dot{M} R_A^2 \omega^*, \quad (40)$$

где  $z$  — числовой коэффициент, учитывающий средний удельный угловой момент падающего вещества. Если вещество падает с экватора магнитосферы, то  $z = 1$ ; если вещество падает строго вдоль оси вращения нейтронной звезды, то  $z = 0$ . Если бы всё вещество проникало равномерно по всей поверхности сферической магнитосферы, то тогда  $z$  равнялось бы  $2/3$ .

Окончательно получаем, что полный момент сил, приложенный к нейтронной звезде в режиме сильной связи, приводит к изменению частоты вращения нейтронной звезды в соответствии с уравнением

$$I\dot{\omega}^* = \pm \tilde{K}(\theta) K_2 \frac{\mu^2}{R_A^3} + z \dot{M} R_A^2 \omega^*. \quad (41)$$

Используя (11), можно исключить  $\dot{M}$  из уравнения (41) и получить в режиме ускорения ( $\omega_m > \omega^*$ )

$$I\dot{\omega}^* = \frac{\tilde{K}(\theta) K_2 \mu^2}{R_A^3} \times \left[ 1 + z \frac{4\gamma f(u)}{\sqrt{2}(\gamma - 1)(1 + \gamma m_t^2) \psi(\gamma, m_t) \tilde{K}(\theta)} \left( \frac{R_A}{R_c} \right)^{3/2} \right], \quad (42)$$

где  $R_c^3 = GM/\omega^{*2}$  — радиус коротации. В режиме замедления ( $\omega_m < \omega^*$ ) находим

$$I\dot{\omega}^* = - \frac{\tilde{K}(\theta) K_2 \mu^2}{R_A^3} \times \left[ 1 - z \frac{4\gamma f(u)}{\sqrt{2}(\gamma - 1)(1 + \gamma m_t^2) \psi(\gamma, m_t) \tilde{K}(\theta)} \left( \frac{R_A}{R_c} \right)^{3/2} \right]. \quad (43)$$

Заметим, что в обоих случаях радиус  $R_A$  должен быть меньше, чем  $R_c$ ; в противном случае установится режим

пропеллера и аккреция остановится. В режиме пропеллера  $R_A > R_c$ , вещество не доходит до поверхности нейтронной звезды и не генерируется рентгеновское излучение. Тогда оболочка за фронтом ударной волны быстро остынет (см. раздел 6.1) и "сдуется" и установится стандартный режим пропеллера Илларионова–Сюняева [15], сопровождающийся оттоком вещества от магнитосферы.

В обоих режимах (ускорения и замедления) угловая скорость вращения нейтронной звезды  $\omega^*$  становится почти сравнимой со скоростью вращения вещества вблизи границы магнитосферы,  $\omega^* \rightarrow \omega_m(R_A)$ . Разность угловых скоростей  $\omega^*$  и  $\omega_m$  мала, поэтому второе слагаемое в квадратных скобках уравнений (42) и (43) много меньше единицы. Заметим также, что по мере приближения к режиму пропеллера ( $R_A \rightarrow R_c$ ) темп аккреции уменьшается,  $f(u) \rightarrow 0$ , второе слагаемое в квадратных скобках обнуляется и эволюция периода вращения нейтронной звезды определяется только тормозящим моментом сил  $-\tilde{K}(\theta) \mu^2 / R_A^3$ . (В режиме пропеллера  $\omega_m < \omega_K(R_A)$ ,  $\omega_m < \omega^*$ ,  $\omega^* > \omega_K(R_A)$ .) Поэтому нейтронная звезда тормозится, до тех пор пока её угловая скорость вращения не достигнет значения кеплеровской частоты на альвеновском радиусе. В этом режиме удельный момент импульса вещества, которое течёт к магнитосфере или от неё, разумеется, сохраняется.

Вблизи равновесного состояния ( $\omega^* \sim \omega_m$ ) относительно малые флуктуации темпа аккреции  $\dot{M}$  в оболочке приводят к очень сильным флуктуациям частоты вращения пульсара  $\dot{\omega}^*$ , так как тороидальная компонента магнитного поля может менять знак, принимая значения от  $+B_p$  до  $-B_p$ . Если режим сильной связи действительно реализуется в природе, то данное свойство могло бы служить отличительной особенностью этого режима. Известно (см., например, [1, 24]), что реальные рентгеновские пульсары иногда показывают быстрые переходы из состояния ускорения в состояние замедления без изменения рентгеновской светимости. Возможно, что включение режима сильной связи может быть обусловлено магнитным полем, вмороженным в плазму, которая ещё не вошла в магнитосферу. Более подробно аккреция замагниченной плазмы на нейтронные звёзды рассматривается в недавней работе [25].

### 3.2. Случай умеренной связи

Рассмотренный в разделе 3.1 режим сильной связи может осуществиться в предельном случае, в котором тороидальное магнитное поле  $B_t$  достигает максимально возможного значения  $\sim B_p$  вследствие магнитной турбулентной диффузии. Обычно связь плазмы с магнитосферой осуществляется благодаря различным неустойчивостям, характерное время развития которых недостаточно для существенного возрастания тороидального поля. Как обсуждалось в разделе 2.1, оболочка вблизи магнитосферы является очень горячей, поэтому в отсутствие охлаждения плазма над магнитосферой оказывается вблизи границы неустойчивости Рэлея–Тейлора (см. модельные расчёты [17]).

Выпишем момент сил, приложенный к нейтронной звезде со стороны магнитного поля:

$$I\dot{\omega}^* = \int \frac{B_t B_p}{4\pi} \varpi dS. \quad (44)$$

С другой стороны, со стороны основания оболочки, к магнитосфере приложен механический момент сил, вызванный турбулентными напряжениями  $W_{R\phi}$ :

$$\int W_{R\phi} \varpi dS, \quad (45)$$

где вязкие турбулентные напряжения записываются в виде (см. подробнее в приложении А)

$$W_{R\phi} = \rho v_t R \frac{\partial \omega}{\partial R}. \quad (46)$$

Далее, учитывая, что турбулентная вязкость

$$v_t = \langle u_c l_t \rangle, \quad (47)$$

полагаем, что вблизи магнитосферы характерный масштаб турбулентности  $l_t \sim R_A$ , а характерная скорость турбулентных пульсаций определяется механизмом турбуликации надмагнитосферной плазмы. Если в оболочке над магнитосферой существуют мощные конвективные движения, вызванные нагревом основания оболочки, то  $u_c \sim u_s$ , где  $u_s$  — скорость звука. Если конвекция, напротив, затруднена, то остаётся турбулентность, вызванная сдвиговым ( $\omega \sim 1/R^2$  (см. приложение В)) течением в оболочке. В этом случае  $u_c(R_A) \sim u_\phi(R_A) \sim \omega^* R_A \ll u_s$ . Очевидно, что отношение напряжений в разных случаях оказывается порядка величины  $\omega^*/\omega_K(R_A)$ , которая для медленно вращающихся пульсаров составляет около  $3 \times 10^{-2} - 3 \times 10^{-1}$ . Приравнивая моменты сил (44) и (45), получаем

$$\rho u_c R_A \frac{\partial \omega}{\partial R} = \frac{B_t B_p}{4\pi}. \quad (48)$$

Исключим из выражения (48) плотность, учитывая баланс давлений на границе магнитосферы (8), используя выражение для температуры (4), и сделаем замену

$$\frac{\partial \omega}{\partial R} = \frac{\omega_m - \omega^*}{\zeta R_A}. \quad (49)$$

Здесь введён безразмерный фактор  $\zeta < 1$ , характеризующий размер зоны, в которой эффективно происходит обмен угловым моментом между основанием оболочки и магнитосферой. Отсюда находим отношение тороидальной и полоидальной компонент поля в магнитосфере:

$$\frac{B_t}{B_p} = \frac{\gamma}{\sqrt{2}(\gamma-1)K_t} \frac{u_c}{u_{\text{ff}}} \frac{\omega_m - \omega^*}{\zeta \omega_K(R_A)}. \quad (50)$$

Здесь и ниже использованы обозначения: скорость свободного падения  $u_{\text{ff}} \equiv \sqrt{2GM/R}$ , кеплеровская частота на границе магнитосферы  $\omega_K(R_A)$ , поправочный коэффициент для учёта турбулентности  $K_t \equiv (1 + \gamma m_t^2) \psi(\gamma, m_t)$ . Подставляя (50) в (44), в случае конвекции  $u_c = m_c u_s$  (где  $m_c$  — число Маха конвективных движений) закон торможения вращения нейтронной звезды можно записать в виде

$$I \dot{\omega}^* = \frac{K_1}{\zeta} K_2 \frac{\mu^2}{R_A^3} \frac{\omega_m - \omega^*}{\omega_K(R_A)}, \quad (51)$$

где  $K_1$  — константа порядка единицы из комбинации параметров в формуле (50). При этом формулу (50) можно переписать как

$$\frac{B_t}{B_p} = \tilde{K} \frac{K_1}{\zeta} \frac{\omega_m - \omega^*}{\omega_K(R_A)}, \quad (52)$$

где геометрические факторы, возникающие при интегрировании в (44), включены в коэффициент  $\tilde{K} \sim 1$ .

В случае возбуждения турбулентности дифференциальным вращением у основания оболочки  $u_c \sim u_\phi = \omega^* R_A$  и закон торможения принимает вид

$$I \dot{\omega}^* = \frac{\tilde{K}_1}{\zeta} K_2 \frac{\mu^2}{R_A^3} \left( \frac{R_A}{R_c} \right)^{3/2} \frac{\omega_m - \omega^*}{\omega_K(R_A)}, \quad (53)$$

где радиус коротации

$$R_c \equiv \left( \frac{GM}{\omega^{*2}} \right)^{1/3} \quad (54)$$

(см. также [26]). Видно, что тормозящий момент сил в этом случае оказывается в  $(R_A/R_c)^{3/2}$  раз меньше, чем при наличии конвективных движений в оболочке. Будем называть эту ситуацию случаем *слабой связи*. Нетрудно увидеть, что в этом случае тормозящий момент сил и скорость замедления пульсара не зависят от темпа аккреции (в пределе  $\omega_m \rightarrow 0$  имеем просто  $K_{\text{sd}} \sim \mu^2/R_c^3$  [26]). Как обсуждается в разделе 5.3, неравновесный пульсар GX 1+4 демонстрирует на стадии торможения обратную зависимость  $\dot{\omega}^*$  от вариаций светимости [27], поэтому мы отдаём предпочтение торможению с законом (51) (т.е. с умеренной связью).

Используя определение альвеновского радиуса  $R_A$  (11) и выражение для кеплеровской частоты  $\omega_K$ , формулу (51) можно привести к виду

$$I \dot{\omega}^* = Z \dot{M} R_A^2 (\omega_m - \omega^*). \quad (55)$$

Здесь  $Z$  — безразмерный коэффициент,

$$Z = \frac{K_1/\zeta}{f(u)} \frac{\sqrt{2}(\gamma-1)}{4\gamma} K_t. \quad (56)$$

Подставляя в формулу (56)  $\gamma = 5/3$  и выражение (23), находим

$$Z \approx 0,363 \frac{K_1}{\zeta} K_0^{-7/11} K_t^{21/22} \dot{M}_{16}^{-4/11} \mu_{30}^{1/11}. \quad (57)$$

Учитывая, что падающее на нейтронную звезду вещество приносит угловой момент  $z \dot{M} R_A^2 \omega^*$  (см. уравнение (40)), получаем

$$I \dot{\omega}^* = Z \dot{M} R_A^2 (\omega_m - \omega^*) + z \dot{M} R_A^2 \omega^*. \quad (58)$$

Очевидно, что для отвода момента импульса от нейтронной звезды через подобную оболочку коэффициент  $Z$  должен быть больше, чем  $z$ . Тогда аккрецирующая нейтронная звезда сможет эпизодически замедляться (в разделе 4 мы уточним это утверждение). Напротив, если  $Z < z$ , то нейтронная звезда может только ускоряться.

Если горячая оболочка над магнитосферой нейтронной звезды не образуется (при высоких рентгеновских светимостях или малой скорости звёздного ветра (см., например, [28], а также раздел 6.1)), то устанавливается режим сверхзвуковой аккреции Бонди и момент импульса от нейтронной звезды не отводится. При этом выполняется равенство  $Z = z$ , уравнение (58) принимает простой вид  $I \dot{\omega}^* = Z \dot{M} R_A^2 \omega_m$  и нейтронная звезда в таком режиме будет ускоряться до частоты порядка  $\omega_K(R_A)$ , независимо от знака разности угловых скоростей вещества и силовых линий магнитного поля  $\omega_m - \omega^*$  вблизи

границы магнитосферы. Вследствие сохранения удельного момента импульса  $\omega_m = \omega_B (R_B/R_A)^2$ , поэтому при отсутствии оболочки эволюция частоты вращения нейтронной звезды описывается уравнением

$$I\dot{\omega}^* = Z\dot{M}\omega_B R_B^2, \quad (59)$$

где коэффициент  $Z$  играет роль удельного момента импульса захваченного вещества. Например, в модели [15]  $Z \simeq 1/4$ . Однако результаты численного моделирования аккреции Бонди–Хойла–Литтлтона в двумерном (например, [7, 29]) и трёхмерном (например, [8, 9]) случаях показали, что из-за неоднородностей звёздного ветра аккреция осуществляется в нестационарном режиме и знак захватываемого момента импульса может меняться. Поэтому знак коэффициента  $Z$  также может быть отрицательным, т.е. эпизоды аккреционного ускорения могут чередоваться с эпизодами замедления. Таким сценарием часто объясняют наблюдаемую смену знака моментов сил в аккрецирующих рентгеновских пульсарах (см. обсуждение в работе [30]). Подчеркнём ещё раз, что такая картина вполне возможна для рентгеновских пульсаров с высокой светимостью ( $> 4 \times 10^{36}$  эрг  $\text{с}^{-1}$ ), когда из-за сильного комптоновского охлаждения вокруг вращающейся магнитосферы нейтронной звезды не образуется конвективной квазигидростатической оболочки.

Если же горячая оболочка сформировалась (при умеренных рентгеновских светимостях, ниже  $\sim 4 \times 10^{36}$  эрг  $\text{с}^{-1}$  (см. (33)), то момент импульса от магнитосферы нейтронной звезды может передаваться наружу через конвективную оболочку посредством турбулентной вязкости. Поэтому, подставляя  $\omega_m$  из (35) в (58), получаем

$$I\dot{\omega}^* = Z\dot{M}\dot{\omega}\omega_B R_B^2 \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^{2-n} - Z\left(1 - \frac{z}{Z}\right)\dot{M}R_A^2\omega^*. \quad (60)$$

Это основная формула, которую будем использовать в дальнейшем для описания эволюции вращения нейтронной звезды.

Безразмерные коэффициенты в уравнении (60) рассчитываются через фактор  $f(u)$ , который входит в формулы для  $Z$  и  $R_A$ , так что единственным безразмерным параметром модели останется коэффициент  $K_1/\zeta$ . В разделе 5 мы покажем, как можно определить этот коэффициент по данным наблюдений реальных рентгеновских пульсаров.

#### 4. Ускорение и замедление рентгеновских пульсаров

В этом разделе мы рассмотрим зависимость ускоряющего и замедляющего моментов сил, приложенных к аккрецирующей нейтронной звезде в режиме оседания, от темпа аккреции  $\dot{M}$ . Подчеркнём, что в этом случае аккреция осуществляется в дозвуковом режиме и именно пропускная способность магнитосферы определяет темп аккреции вещества сквозь оболочку. Скорость вхождения плазмы в магнитосферу при этом зависит главным образом от плотности на границе магнитосферы. С другой стороны, распределение плотности в оболочке непосредственно связано с плотностью вещества в области головной ударной волны, поэтому вариации плотности в звёздном ветре приводят к соответствующим вариациям плотности вблизи границы магнитосферы.

Это означает, что вариации темпа аккреции вещества на нейтронную звезду в двойных системах на круговых или слабо эксцентричных орбитах практически не должны зависеть от орбитальной фазы и они определяются только вариациями плотности звёздного ветра. Напротив, возможные изменения радиуса захвата  $R_B$  (например, вследствие вариаций скорости звёздного ветра или изменения орбитальной скорости движения нейтронной звезды) слабо влияют на темп аккреции вещества через оболочку, но существенно изменяют значение моментов сил, приложенных к нейтронной звезде (см. уравнение (60)).

Уравнение (60) можно представить в виде

$$I\dot{\omega}^* = A\dot{M}^{(2n+3)/11} - B\dot{M}^{3/11}. \quad (61)$$

Для характерного значения темпа аккреции  $\dot{M}_{16} \equiv \dot{M}/(10^{16} \text{ г } \text{с}^{-1})$  коэффициенты  $A$  и  $B$  (в единицах СГС) в (61) не зависят от темпа аккреции:

$$A \approx 4,22 \times 10^{31} (0,0388)^{2-n} \bar{\omega} \frac{K_1}{\zeta} K_0^{-(2n+3)/11} K_t^{(9+6n)/22} \times \\ \times \mu_{30}^{(13-6n)/11} \left(\frac{v_8}{\sqrt{\delta}}\right)^{-2n} \left(\frac{P_B}{10 \text{ сут}}\right)^{-1}, \quad (62)$$

$$B \approx 5,47 \times 10^{32} \left(1 - \frac{z}{Z}\right) \frac{K_1}{\zeta} K_0^{-3/11} K_t^{9/22} \mu_{30}^{13/11} \left(\frac{P^*}{100 \text{ с}}\right)^{-1} \quad (63)$$

(здесь и далее при численных оценках полагаем  $\gamma = 5/3$ ). Безразмерный фактор  $\delta < 1$  учитывает истинное положение радиуса гравитационного захвата, который в холодном звёздном ветре может быть несколько меньше радиуса Бонди [31]. Радиус захвата также может уменьшаться из-за радиационного нагрева звёздного ветра рентгеновским излучением от нейтронной звезды (см. раздел 6.1). При получении численных значений коэффициентов в уравнениях (62), (63) мы использовали выражение для коэффициента  $Z$  (56) с учётом (32), а также выражение (30) для альвеновского радиуса.

В разделах 4.1, 4.2 будем рассматривать случай  $Z - z > 0$ , т.е.  $B > 0$ , так как в противном случае возможно только ускорение вращения нейтронной звезды.

##### 4.1. Равновесные пульсары

Для равновесных пульсаров ( $\dot{\omega}^* = 0$ ) из формулы (58) получаем

$$Z_{\text{eq}}(\omega_m - \omega^*) + z\omega^* = 0. \quad (64)$$

Вблизи равновесия можно проварьировать уравнение (58) по  $\dot{M}$ . Введём безразмерный параметр  $y \equiv \dot{M}/\dot{M}_{\text{eq}}$ , так что для равновесного состояния  $y = 1$ . Вообще говоря, вариации  $\delta\dot{M}$  могут быть вызваны как изменением плотности  $\delta\rho$ , так и изменением скорости (радиуса Бонди) в звёздном ветре  $\delta v$ . Из уравнения неразрывности с учётом зависимости  $f(u)$  от  $\dot{M}$  (32) в оболочке имеем

$$\frac{7}{11} \frac{\delta\dot{M}}{\dot{M}} = \frac{\delta\rho}{\rho} - 3 \frac{\delta v}{v}. \quad (65)$$

Рассмотрим сначала только вариации плотности. Полагая  $R_B = \text{const}$ , находим

$$I \frac{\partial \dot{\omega}^*}{\partial \dot{M}} \Big|_{\text{eq}} = I \frac{1}{M_{\text{eq}}} \frac{\partial \dot{\omega}^*}{\partial y} \Big|_{y=1} = \frac{4}{11} z\omega^* R_A^2 + \frac{2n}{11} Z_{\text{eq}} \omega_m R_A^2. \quad (66)$$

Выражая  $\omega_m$  из (64) и подставляя в (66), имеем

$$\begin{aligned} Z_{\text{eq},\rho} - \frac{n-2}{n} z &= \frac{I(\partial\dot{\omega}^*/\partial\dot{M})_{\text{eq}}}{(2n/11)\omega^*R_A^2} \approx \\ &\approx \frac{3,64}{n} \left( \frac{(\partial\dot{\omega}^*/\partial y)_{y=1}}{10^{-12}} \right) \left( \frac{P^*}{100 \text{ с}} \right) K_0^{-4/11} K_t^{6/11} \dot{M}_{16}^{-7/11} \mu_{30}^{-12/11}. \end{aligned} \quad (67)$$

Теперь фиксируем плотность и рассматриваем только вариации скорости. Тогда из (65) имеем связь  $\delta v/v = -(7/33) \delta\dot{M}/\dot{M}$ . Варьируя (58), получаем

$$\begin{aligned} Z_{\text{eq},v} - \frac{5n-3}{5n} z &= \frac{I(\partial\dot{\omega}^*/\partial\dot{M})_{\text{eq}}}{(20n/33)\omega^*R_A^2} \approx \\ &\approx \frac{1,1}{n} \left( \frac{(\partial\dot{\omega}^*/\partial y)_{y=1}}{10^{-12}} \right) \left( \frac{P^*}{100 \text{ с}} \right) K_0^{-4/11} K_t^{6/11} \dot{M}_{16}^{-7/11} \mu_{30}^{-12/11}. \end{aligned} \quad (68)$$

Большинство нейтронных звёзд в рентгеновских пульсарах имеют близкие к равновесным периоды вращения, при которых в среднем  $\dot{\omega}^* = 0$ . Для этого случая в режиме аккреционного оседания из уравнения (61) получаем:

$$\begin{aligned} \mu_{30}^{\text{eq}} &\approx \left( \frac{0,077 \times (0,0388)^{2-n} \tilde{\omega}}{1 - z/Z} \right)^{11/(6n)} K_0^{-1/3} K_t^{1/2} \left( \frac{\sqrt{\delta}}{v_8} \right)^{11/3} \times \\ &\times \dot{M}_{16}^{1/3} \left( \frac{P^*/100 \text{ с}}{P_b/10 \text{ сут}} \right)^{11/(6n)}. \end{aligned} \quad (69)$$

Выражение (69) можно обратить и получить значение равновесного периода вращения пульсара по известному магнитному полю:

$$\begin{aligned} P_{\text{eq}} &\approx \frac{1300}{0,0388^{2-n}} \left( 1 - \frac{z}{Z_{\text{eq}}} \right) \tilde{\omega}^{-1} K_0^{2n/11} K_t^{-3n/11} \mu_{30, \text{eq}}^{6n/11} \times \\ &\times \left( \frac{P_b}{10 \text{ сут}} \right) \dot{M}_{16}^{-2n/11} \left( \frac{v_8}{\sqrt{\delta}} \right)^{2n} [\text{с}], \end{aligned} \quad (70)$$

где  $v_8 \equiv v/(10^8 \text{ см с}^{-1})$ . Отношение частоты вращения пульсара к кеплеровской частоте на альвеновском радиусе не зависит от  $n$ :

$$\frac{\omega^*}{\omega_K(R_A)} \approx 0,27 K_0^{3/11} K_t^{-9/22} \left( \frac{P^*}{100 \text{ с}} \right)^{-1} \mu_{30}^{9/11} \dot{M}_{16}^{-3/11}. \quad (71)$$

Отношение тороидальной компоненты магнитного поля к полоидальной на альвеновском радиусе в равновесии (см. уравнение (50)) принимает вид

$$\left. \frac{B_t}{B_p} \right|_{\text{eq}} = - \frac{K_1}{\zeta} \frac{z}{Z_{\text{eq}}} \frac{\omega^*}{\omega_K(R_A)} = \frac{10f(u)z}{\sqrt{2}K_t} \frac{\omega^*}{\omega_K(R_A)}. \quad (72)$$

Подставляя в (72)  $f(u)$  и (71), получаем

$$\left| \frac{B_t}{B_p} \right|_{\text{eq}} \approx 0,75z \frac{K_0^{10/11}}{K_t^{15/11}} \left( \frac{P^*}{100 \text{ с}} \right)^{-1} \mu_{30}^{8/11} \dot{M}_{16}^{1/11}. \quad (73)$$

Подчеркнём, что для медленных аккрецирующих пульсаров отношение частоты вращения к кеплеровской частоте на альвеновском радиусе всегда много меньше единицы, поэтому для типичных значений,  $f(u) \sim 0,3$  и  $z = 2/3$ , имеем  $B_t/B_p < 1,5(\omega^*/\omega_K(R_A)) < 1$ , т.е. режим этих пульсаров далёк от режима пропеллера (см. также обсуждение в разделе 6.2).

Обратим внимание, что в важном случае  $n = 2$  (изомоментное распределение вращения в оболочке) коэффициент при втором слагаемом в левой части уравнения (67) обнуляется, поэтому, приравнявая  $Z_{\text{eq}}$  правой части (57), находим значение магнитного момента нейтронной звезды, выраженное только через равновесный период пульсара и производную  $(\partial\dot{\omega}/\partial y)_{\text{eq}}$ :

$$\mu_{30, \text{eq}} \approx 5 \frac{(\partial\dot{\omega}^*/\partial y)_{y=1}}{10^{-12}} \frac{P^*}{100 \text{ с}} \left( \frac{K_1}{\zeta} \right)^{-1} K_0^{3/11} K_t^{-3/7} \dot{M}_{16}^{-3/11}. \quad (74)$$

В случае  $n = 2$  при известном  $\mu_{\text{eq}}$  из (69) находим скорость ветра

$$\begin{aligned} \frac{v_8}{\sqrt{\delta}} &\approx 0,53 \left( 1 - \frac{z}{Z_{\text{eq}}} \right)^{-1/4} K_0^{-1/11} K_t^{3/22} \dot{M}_{16}^{1/11} \mu_{30, \text{eq}}^{-3/11} \times \\ &\times \left( \frac{P^*/100 \text{ с}}{P_b/10 \text{ сут}} \right)^{1/4}. \end{aligned} \quad (75)$$

Как показано в разделе 5, у реальных равновесных пульсаров  $z/Z_{\text{eq}} \ll 1$ , поэтому формула (75) даёт истинную оценку скорости ветра. Подчеркнём слабую зависимость от безразмерных констант модели и от темпа аккреции на нейтронную звезду. Таким образом, в рамках нашей модели только из измерения периода равновесного пульсара  $P^*$ , периода двойной системы  $P_b$  и оценки магнитного поля нейтронной звезды  $\mu$  появляется возможность оценить скорость звёздного ветра оптического компонента, не прибегая к сложным спектроскопическим измерениям.

## 4.2. Неравновесные пульсары

Прежде всего заметим, что функция  $\dot{\omega}^*(\dot{M})$  достигает минимума при некотором значении  $\dot{M}_{\text{cr}}$ . Дифференцируя уравнение (61) по  $\dot{M}$  и приравнявая полученное выражение нулю, находим

$$\dot{M}_{\text{cr}} = \left( \frac{B}{A} \frac{3}{3+2n} \right)^{11/(2n)}. \quad (76)$$

При  $\dot{M} = \dot{M}_{\text{cr}}$  значение  $\dot{\omega}^*$  достигает абсолютного минимума (см. рис. 2).

Удобно ввести безразмерный параметр

$$y \equiv \frac{\dot{M}}{\dot{M}_{\text{eq}}}, \quad (77)$$

где  $\dot{M}_{\text{eq}}$  соответствует темпу аккреции, при котором  $\dot{\omega}^* = 0$ ,

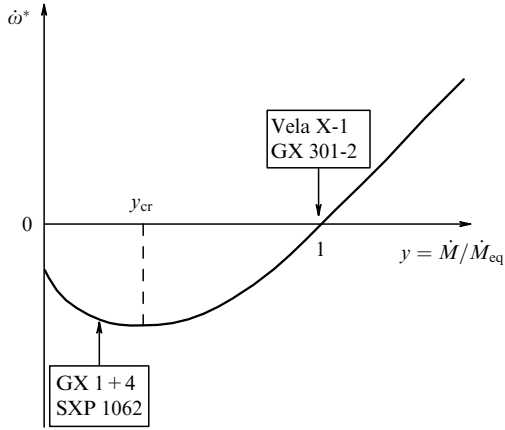
$$\dot{M}_{\text{eq}} = \left( \frac{B}{A} \right)^{11/(2n)}. \quad (78)$$

Очевидно, что

$$\dot{M}_{\text{cr}} = \dot{M}_{\text{eq}} \left( \frac{3}{2n+3} \right)^{11/(2n)}, \quad (79)$$

иными словами,  $\dot{\omega}^*$  достигает минимума при значении безразмерного параметра

$$y_{\text{cr}} = \left( \frac{3}{2n+3} \right)^{11/(2n)} < 1. \quad (80)$$



**Рис. 2.** Иллюстрация зависимости  $\dot{\omega}^*$  от безразмерного темпа аккреции  $y$  (см. (81)). В действительности при  $y \rightarrow 0$   $\dot{\omega}^*$  стремится к некоторому отрицательному значению, так как нейтронная звезда переходит в режим пропеллера при малых темпах аккреции. Показано положение равновесных пульсаров при  $y \approx 1$  и неравновесных пульсаров на стадии устойчивого торможения при  $y < y_{cr}$ .

Уравнение (61) можно переписать в виде

$$I\dot{\omega}^* = A\dot{M}_{eq}^{(3+2n)/11} y^{(3+2n)/11} (1 - y^{-2n/11}). \quad (81)$$

Минимум  $\dot{\omega}^*$  при  $y = y_{cr}$  (т.е. максимально возможный темп торможения вращения пульсара) определяется выражением

$$I\dot{\omega}_{min}^* = -\frac{2n}{3} A\dot{M}_{eq}^{(3+2n)/11} y^{(3+2n)/11}. \quad (82)$$

Теперь проварьируем (81) по  $y$ :

$$I\delta\dot{\omega}^* = I \frac{\partial\dot{\omega}^*}{\partial y} \delta y = \frac{3}{11} A\dot{M}_{eq}^{(3+2n)/11} y^{-8/11} \times \\ \times \left( \frac{2n+3}{3} y^{2n/11} - 1 \right) \delta y. \quad (83)$$

Видно, что в зависимости от того, какое из условий,  $y > y_{cr}$  или  $y < y_{cr}$ , выполняется, *коррелированные изменения*  $\delta\dot{\omega}^*$  с изменением рентгеновского потока должны иметь разный знак. Действительно, для пульсара GX 1+4 в работах [27, 32] по данным мониторинга Fermi GBM (Gamma-ray Burst Monitor) обнаружена положительная корреляция изменения периода вращения пульсара  $\delta P^*$  с темпом аккреции  $\delta\dot{M}$ . Это означает, что в источнике существует отрицательная корреляция между  $\delta\dot{\omega}^*$  и  $\delta\dot{M}$ , свидетельствующая, что в этом пульсаре  $y < y_{cr}$ .

Рассмотрим аккрецирующие пульсары (типа GX 1+4, SXP 1062 и др.) на стадии замедления вращения. Если пульсар находится на стадии торможения, то измерение темпа замедления  $\dot{\omega}_{sd}^*$  позволяет установить ограничения на параметры модели. Из простого факта стабильного замедления на стадии квазисферической аккреции,  $\dot{\omega}^* < 0$ , находим из уравнений (61)–(63) нижний предел магнитного момента нейтронной звезды:

$$\mu_{30} > \mu_{30,min} \approx 0,1 \left(1 - \frac{z}{Z}\right)^{-11/12} \tilde{\omega}^{11/12} K_0^{-1/3} K_t^{1/2} \times \\ \times \left(\frac{\sqrt{\delta}}{v_8}\right)^{11/3} \dot{M}_{16}^{1/3} \left(\frac{P^*/100 \text{ с}}{P_b/10 \text{ сут}}\right)^{11/12} \quad (84)$$

(т.е. уравнение (69) при этом превращается в неравенство). Теперь используем тот факт, что на стадии замедления существует максимально возможный тормозящий момент сил (см. уравнение (82)). Подставляя в (82) значения коэффициентов  $A$  и  $B$ , определяемые (62) и (63), находим

$$\dot{\omega}_{sd,max}^* \approx -1,13 \times 10^{-12} \left(1 - \frac{z}{Z}\right)^{7/4} \frac{K_1}{\zeta} \mu_{30}^2 \left(\frac{v_8}{\sqrt{\delta}}\right)^3 \times \\ \times \left(\frac{P^*}{100 \text{ с}}\right)^{-7/4} \left(\frac{P_b}{10 \text{ сут}}\right)^{3/4} [\text{рад с}^{-2}]. \quad (85)$$

Это значение достигается при темпе аккреции  $\dot{M} = \dot{M}_{cr}$ , равном

$$\dot{M}_{16,cr} \approx 112 \left(1 - \frac{z}{Z}\right)^{11/4} K_0 K_t^{-2} \mu_{30}^3 \left(\frac{v_8}{\sqrt{\delta}}\right)^{11} \left(\frac{P_b/10 \text{ сут}}{P^*/100 \text{ с}}\right)^{11/4} \quad (86)$$

(обратим внимание на чрезвычайно сильную зависимость этой оценки от скорости звёздного ветра). Тогда из условия  $|\dot{\omega}_{sd}^*| \leq |\dot{\omega}_{sd,max}^*|$  следует более интересное нижнее ограничение на магнитное поле нейтронной звезды:

$$\mu_{30} > \mu_{30,min}' \approx 0,94 \left| \frac{\dot{\omega}_{sd}^*}{10^{-12} \text{ рад с}^{-2}} \right| \left( \frac{K_1}{\zeta} \right)^{-1/2} \left( \frac{v_8}{\sqrt{\delta}} \right)^{-3/2} \times \\ \times \left( \frac{P^*}{100 \text{ с}} \right)^{7/8} \left( \frac{P_b}{10 \text{ сут}} \right)^{-3/8}. \quad (87)$$

Отметим более слабую зависимость оценки (87) от плохо известной скорости звёздного ветра, чем оценки, определяемой неравенством (84).

Если можно пренебречь ускоряющим моментом сил ввиду его малости по сравнению с замедляющим моментом (это соответствует пределу низких рентгеновских светимостей  $y \ll 1$ ), то для аккрецирующих пульсаров на стадии торможения непосредственно из уравнения (51) находим

$$\dot{\omega}_{sd}^* \approx -0,55 \times 10^{-12} \frac{K_1}{\zeta} K_0^{-3/11} K_t^{9/22} \mu_{30}^{13/11} \dot{M}_{16}^{3/11} \times \\ \times \left(\frac{P^*}{100 \text{ с}}\right)^{-1} [\text{рад с}^{-2}]. \quad (88)$$

Отсюда получаем нижний предел магнитного момента нейтронной звезды, который не зависит ни от параметров звёздного ветра, ни от орбитального периода двойной системы:

$$\mu_{30} > \mu_{30,min}'' \approx 1,66 \left| \frac{\dot{\omega}_{sd}^*}{10^{-12} \text{ рад с}^{-2}} \right|^{11/13} \left( \frac{K_1}{\zeta} \right)^{-11/13} \times \\ \times K_0^{3/13} K_t^{-9/26} \dot{M}_{16}^{-3/13} \left( \frac{P^*}{100 \text{ с}} \right)^{11/13}. \quad (89)$$

Исключая  $K_1/\zeta$  из уравнений (51) и (52), получаем

$$\left| \frac{B_t}{B_p} \right| = \tilde{K} \left| \frac{I\dot{\omega}_{sd}^* R_A^3}{K_2 \mu^2} \right| \approx \\ \approx 0,49 \left| \frac{\dot{\omega}_{sd}^*}{10^{-12} \text{ рад с}^{-2}} \right| \mu_{30}^{-4/11} K_0^{6/11} K_t^{-9/11} \dot{M}_{16}^{-6/11}. \quad (90)$$

Как видно из (90), с уменьшением  $\dot{M}$  отношение  $B_t/B_p$  возрастает по вполне понятным причинам — при малых  $\dot{M}$  характерное время охлаждения плазмы увеличивается и тороидальная компонента успевает достичь значения полоидальной. Однако  $B_t$  не может стать больше  $B_p$  из-за неустойчивости типа неустойчивости туго закрученной пружины. Приравняв  $B_t = B_p$ , из формулы (90) находим такую величину светимости, при светимостях меньших которой пульсар переходит на режим сильной связи в состоянии торможения (ср. раздел 3.1):

$$\dot{M}_{16}^* \approx 0,27 \left| \frac{\dot{\omega}_{sd}^*}{10^{-12} \text{ рад с}^{-2}} \right|^{11/6} \mu_{30}^{-2/3} K_0 K_t^{-3/2}. \quad (91)$$

При меньших светимостях в режиме сильной связи закон торможения приобретает вид  $K_{sd} \sim \mu^2 R_A^{-3} \sim \dot{M}^{6/11}$ :

$$\dot{\omega}_{sd}^* \approx -2 \times 10^{-12} \mu_{30}^{4/11} K_0^{-6/11} K_t^{9/11} \dot{M}_{16}^{6/11} [\text{рад с}^{-2}]. \quad (92)$$

(Заметим, что, когда ускоряющим моментом сил можно пренебречь, в формулы не входит весьма неопределённая скорость звёздного ветра.)

При дальнейшем уменьшении темпа аккреции в неравновесных пульсарах альвеновский радиус возрастает до радиуса коротации и может произойти переход на транзитную стадию (пропеллер). Из условия  $\omega^* = (GM/R_A^3)^{1/2}$  находим темп аккреции  $\dot{M}^{**}$  для этого перехода:

$$\dot{M}_{16}^{**} \approx 0,0082 K_0 K_t^{-3/2} \mu_{30}^3 \left( \frac{P^*}{100 \text{ с}} \right)^{-11/3}. \quad (93)$$

Приведённые выше формулы показывают, что ограничения модели становятся более значимыми, если магнитное поле нейтронной звезды измерится независимым способом (например, по циклотронной линии в спектре). Также подчеркнём, что измерение на основе анализа наблюдательных данных корреляций флуктуаций производной частоты вращения пульсара со светимостью на стадии торможения (подобно анализу, проведённому в разделе 5.3 для источника GX 1+4) позволяет выявить, где находится источник на диаграмме  $\dot{\omega}^* - \gamma$  (см. рис. 2): справа ( $\gamma > \gamma_{cr}$ , положительная корреляция) от минимума или слева ( $\gamma < \gamma_{cr}$ , отрицательная корреляция) от него, и тем самым дополнительно ограничить параметры модели.

## 5. Конкретные рентгеновские пульсары

В качестве иллюстрации применения рассмотренной модели к реальным источникам в этом разделе рассмотрим медленно вращающиеся рентгеновские пульсары с умеренной рентгеновской светимостью: GX 301-2, Vela X-1, GX 1+4, SXP 1062 и 4U 2206+54.

Первые два пульсара имеют периоды вращения, близкие к равновесным, — в них наблюдаются чередующиеся эпизоды ускорения и замедления вращения нейтронной звезды вблизи равновесной частоты (не считая встречающихся иногда скачков частоты, возможно, вызванных, как мы полагаем, спорадическим включением режима сильной связи, при которой тороидальная компонента магнитного поля возрастает до значения полоидального поля (см. раздел 3.1).

Третий источник, GX 1+4, является типичным пульсаром, в котором наблюдаются долговременные квази-

стационарные эпизоды ускорения и замедления вращения нейтронной звезды. В течение последних 30 лет в этом источнике наблюдается стабильное замедление вращения, на фоне которого видны флуктуации производной частоты, антикоррелированные с флуктуациями рентгеновского потока (см. подробнее в работе [32]). Очевидно, этот пульсар не находится в равновесном состоянии.

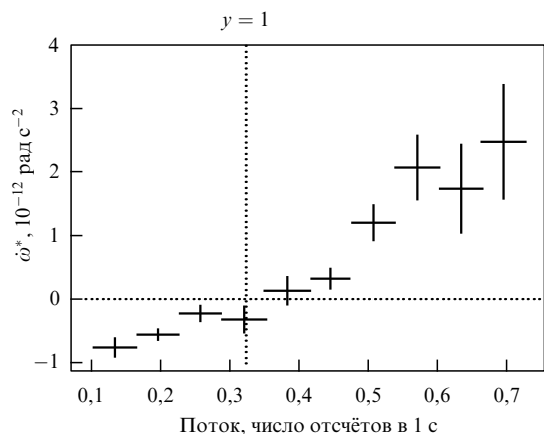
Пульсар SXP 1062 в Большом Магеллановом Облаке и пульсар 4U 2206+54 на протяжении всего периода наблюдений находятся на стадии устойчивого торможения.

### 5.1. GX 301-2

Источник GX 301-2 (также известный как 4U 1223-62) является массивной рентгеновской двойной системой, состоящей из нейтронной звезды и оптического компонента раннего спектрального класса В с массой  $\simeq 40 M_\odot$  и радиусом  $\simeq 60 R_\odot$ . Орбитальный период двойной системы 41,5 сут [33]. Нейтронная звезда наблюдается как рентгеновский пульсар с периодом  $\approx 680$  с [34], аккрецирующий из мощного звёздного ветра оптического компонента ( $\dot{M}_{\text{loss}} \sim 10^{-5} M_\odot$  в год [35]). Параболическая скорость ветра на границе фотосферы  $v_{\text{esc}} \approx 500$  км с $^{-1}$ . Полуось орбиты двойной системы  $a \approx 170 R_\odot$ , а эксцентриситет орбиты  $e \approx 0,46$ . Скорость звёздного ветра на бесконечности, определённая в работе [35], составляет около 300 км с $^{-1}$ , т.е. меньше параболической скорости на радиусе фотосферы звезды.

В GX 301-2 наблюдаются короткопериодические вариации периода пульсаций, которые, как и в других рентгеновских пульсарах, могут описываться моделью случайных блужданий по времени [36]. В наблюдениях 1975–1984 гг. период пульсаций составлял  $\approx 700$  с, а в 1984 г. период вращения в источнике начал уменьшаться [37]. Почти 10-летний тренд ускорения вращения закончился в 1993 г. [38], после чего источник постоянно замедлялся [39–41]. Эпизоды быстрого ускорения иногда наблюдаются в данных Fermi GBM на фоне медленного уменьшения частоты [24]. Не исключено, что эти эпизоды, как и подобные эпизоды ускорения в данных BATSE (Burst and Transient Source Experiment), отражают временное включение режима сильной связи, обсуждавшегося в разделе 3.1. Измерение циклотронной линии [39] соответствует магнитному полю вблизи поверхности нейтронной звезды  $B_0 \approx (5,1–5,8) \times 10^{12}$  Гс (дипольный магнитный момент  $\mu = 1/2 B_0 R_0^3 = (2,6–2,9) \times 10^{30}$  Гс см $^3$  для стандартного радиуса нейтронной звезды  $R_0 = 10$  км).

На рисунке 3 приведена наблюдаемая производная частоты  $\dot{\omega}^*$  в зависимости от наблюдаемого пульсирующего рентгеновского потока (20–40 кэВ) по данным BATSE (см. подробнее в [41]). Будем считать, что магнитное поле нейтронной звезды в этом пульсаре известно из наблюдений. Оценка  $\dot{M}$  может быть получена из наблюдаемого рентгеновского потока при известном расстоянии до источника, которое обычно известно с большими неопределённостями. Будем предполагать, что в этом пульсаре существует квазисферическая оболочка, темп аккреции, порядка  $3 \times 10^{16}$  г с $^{-1}$ , не превосходит критического значения  $\dot{M}^\dagger \simeq 4 \times 10^{16}$  г с $^{-1}$  (см. (33)). Производная частоты  $\partial \dot{\omega}^* / \partial \dot{M}$  может быть найдена из графика зависимости  $\dot{\omega}^*$  от рентгеновского потока, поскольку в первом приближении темп аккреции про-



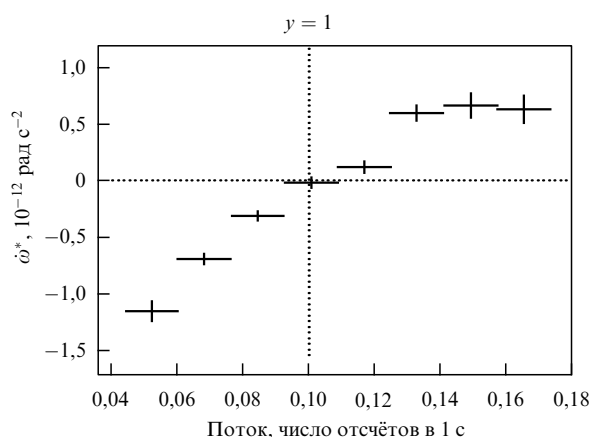
**Рис. 3.** Корреляции моментов сил, приложенных к нейтронной звезде, с рентгеновским потоком в GX 301-2:  $\dot{\omega}^*$  как функция потока (20–40 кэВ) (данные BATSE) вблизи равновесной частоты (см. [41]). Предполагаемый рентгеновский поток при состоянии, близком к равновесному (в единицах безразмерного параметра  $y$ ), указан вертикальной пунктирной прямой.

порционален наблюдаемому рентгеновскому потоку. Вблизи равновесия (точка  $y = 1$  с  $\dot{\omega}^* = 0$ ) в линейном приближении, согласно рис. 3,  $\partial\dot{\omega}^*/\partial y \approx 1,5 \times 10^{-12}$  рад с $^{-2}$ .

Полученные для этого пульсара параметры ( $Z$ ,  $K_1/\zeta$  и т.д.) приведены в таблице. Видно, что тороидальная компонента поля много меньше полоидальной (режим пульсара далёк от режима сильной связи). Скорость звёздного ветра, определённая по формуле (75), оказывается близкой к параболической скорости на границе фотосферы оптической звезды. Отметим также, что значение параметра зацепления плазмы с магнитосферой  $K_1/\zeta$  получается порядка 14, хотя по физическому смыслу коэффициент  $K_1$  должен быть порядка 1. Это означает, что величина параметра  $\zeta$ , который характеризует относительный размер области передачи момента импульса от оболочки к магнитосфере (или наоборот), должна быть порядка 1/10 (т.е. размер области обмена моментом импульса составляет около 1/10 от альвеновского радиуса).

## 5.2. Vela X-1

Vela X-1 (или 4U 0900-40) является ярчайшим стабильным аккрецирующим пульсаром в диапазоне энергий 20–50 кэВ со средней рентгеновской светимостью  $L_X \approx 4 \times 10^{36}$  эрг с $^{-1}$  [37]. Система состоит из массивной нейтронной звезды ( $1,88M_\odot$  [42]) и сверхгиганта HD 77581 спектрального класса B0,5Ib, который затмевает нейтронную звезду с орбитальным периодом  $\sim 8,964$  сут [43]. Нейтронная звезда была обнаружена как рентгеновский пульсар с периодом  $\approx 283$  с [44], который практически не изменился со времени открытия источника. Масса оптической звезды  $\approx 23M_\odot$ , радиус  $\approx 30R_\odot$  [43]. Параболическая скорость на радиусе фотосферы  $v_{\text{esc}} \approx 540$  км с $^{-1}$ . Большая полуось орбиты  $a \approx 50R_\odot$ , эксцентриситет орбиты  $e \approx 0,1$ . Оптическая звезда почти заполняет свою полость Роша, о чём также свидетельствует эффект эллипсоидальности в оптической кривой блеска системы [45]. Потеря массы оптической звездой с темпом, равным  $10^{-6}M_\odot$  год $^{-1}$  [46], происходит посредством быстрого звёздного ветра со скоростью на бесконечности  $\sim 1100$  км с $^{-1}$  [47], типичной для звёзд этого спектрального класса. Несмотря на то что терминальная



**Рис. 4.** То же, что и на рис. 3, но для пульсара Vela X-1 [55].

скорость ветра достаточно высока, благодаря относительной компактности системы ветер не успевает ускориться до этого значения — его скорость относительно нейтронной звезды довольно низка, около 700 км с $^{-1}$ .

По величине циклотронной линии в спектре [48] магнитное поле нейтронной звезды оценивается как  $B_0 \approx 3 \times 10^{12}$  Гс (магнитный момент  $\mu = 1,5 \times 10^{30}$  Гс см $^3$  при радиусе 10 км). Будем предполагать, что в этом пульсаре  $\dot{M} \approx 3 \times 10^{16}$  г с $^{-1}$  (что меньше критического значения для существования оболочки).

На рисунке 4 приведена производная частоты вращения  $\dot{\omega}^*$  как функция наблюдаемого пульсирующего рентгеновского потока (20–40 кэВ) по данным BATSE [49]. Как и в случае GX 301-2, в линейном приближении вблизи точки равновесия находим  $\partial\dot{\omega}^*/\partial y \approx 1,2 \times 10^{-12}$  рад с $^{-2}$ .

Полученные значения параметров для Vela X-1 приведены в таблице. Найденная по формуле (75) скорость звёздного ветра очень близка к наблюдаемому значению 700 км с $^{-1}$ . Как и в случае GX 301-2, значение параметра зацепления  $K_1/\zeta$  оказывается порядка 10, т.е. размер области обмена моментом импульса между плазмой и магнитосферой составляет около 0,1 от альвеновского радиуса.

## 5.3. GX 1+4

GX 1+4 явился первым источником, отождествлённым с симбиотической двойной системой с нейтронной звездой [50]. Период пульсара  $\sim 140$  с, а оптическим компонентом является красный гигант спектрального класса MIII [50]. Орбитальный период двойной системы длится 1161 сут [51], что более чем на порядок величины превышает типичные значения орбитальных периодов в маломассивных рентгеновских двойных системах. Оптический компонент находится глубоко внутри своей полости Роша, и аккреция на нейтронную звезду происходит из звёздного ветра звезды-гиганта.

Система замечательна поведением периода вращения нейтронной звезды. В 1970-х годах нейтронная звезда в GX 1+4 ускоряла вращение с рекордно высокой тогда для рентгеновских пульсаров скоростью ( $\dot{\omega}_{\text{su}} \sim 3,8 \times 10^{-11}$  рад с $^{-2}$ ) (см., например, [37]). В начале 1980-х годов поток снизился до значения, меньшего порога детектирования, и в течение нескольких лет рентгеновского источника не было видно. Затем источник появился вновь, но период вращения нейтронной звезды стал

Таблица. Параметры обсуждаемых пульсаров\*

	Равновесные пульсары		Неравновесные пульсары					
	GX 301-2	Vela X-1	GX 1+4	SXP 1062	4U 2206+54			
Измеренные параметры								
$P^*$ , с	680	283	140	1062	5560			
$P_b$ , сут	41,5	8,96	1161	$\sim 300^{**}$	19			
$v_w$ , км с $^{-1}$	300	700	200	$\sim 300^{***}$	350			
$\mu_{30}$	2,7	1,2	?	?	1,7			
$\dot{M}_{16}$	3	3	1	0,6	0,2			
$(\partial\dot{\omega}/\partial y)_{y=1}$ , рад с $^{-2}$	$1,5 \times 10^{-12}$	$1,2 \times 10^{-12}$	—	—	—			
$\dot{\omega}_{sd}^*$ , рад с $^{-2}$	0	0	$-2,34 \times 10^{-11}$	$-1,63 \times 10^{-11}$	$-9,4 \times 10^{-14}$			
Рассчитанные параметры****								
$f(u)$	0,53	0,57	$\mu'_{\min} \approx 4$ $\mu''_{\min} \approx 20$ $\mu'_{\min} \approx 3,6$					
$K_1/\zeta$	14	10				$\geq 8$		
$Z$	3,7	2,6						
$B_t/B_p$	0,17	0,22						
$R_A$ , см	$2 \times 10^9$	$1,4 \times 10^9$						
$\omega^*/\omega_K(R_A)$	0,07	0,08						
$v_{w,\min}$ , км с $^{-1}$	500	740						
$\mu_{30,\min}$								

\* Ссылки на литературные источники, из которых взяты значения наблюдаемых параметров пульсаров и их орбит, а также скоростей звёздного ветра от оптических компонентов, даны в разделе 5. Безразмерные параметры  $Z$ ,  $K_1/\zeta$  и  $f(u)$  определены в разделах 2.3 и 3.  
\*\* Оценка по положению пульсара на диаграмме Корбета  $P^* - P_b$ .  
\*\*\* Оценка типичной скорости ветра в рентгеновских двойных системах с Ве-звёздами.  
\*\*\*\* Численные оценки сделаны для изомоментного распределения вращения в оболочке ( $n = 2$ ), умеренной связи плазмы с магнитосферой и значений безразмерных параметров  $\delta = 1$ ,  $\zeta = 1$ ,  $\tilde{\omega} = 1$ ,  $K_0 = 1$ ,  $\gamma = 5/3$  при отсутствии турбулентности в оболочке ( $m_t = 0$ ,  $K_t = 1$ ).

увеличиваться, причём скорость торможения вращения оказалась примерно равной скорости предшествующего ускорения вращения. В настоящее время нейтронная звезда в этом источнике находится на стадии долговременного замедления вращения со средним значением производной частоты  $\dot{\omega}_{sd} \approx -2,34 \times 10^{-11}$  рад с $^{-2}$ . Обращение моментов сил, приложенных к нейтронной звезде, было интерпретировано как проявление ретроградного аккреционного диска, сформировавшегося при аккреции из звёздного ветра [27, 52, 53]. Подробно история изменения периода вращения нейтронной звезды в GX 1+4 изложена в недавней работе [32]. Эти наблюдения, однако, могут быть более естественным образом интерпретированы в рамках модели квазисферической аккреции.

Так как пульсар GX 1+4 не находится в равновесии, воспользуемся одной из трёх формул раздела 4.2 для определения нижнего предела магнитного поля нейтронной звезды по наблюдаемому значению  $\dot{\omega}_{sd}$ . Из формулы (87) получаем  $\mu'_{30,\min} \approx 12(K_1/\zeta)^{-1/2}$ . Предполагая, что параметр зацепления в неравновесных пульсарах имеет такое же значение, как и в равновесных (т.е. размер области обмена моментом импульса между плазмой и магнитосферой порядка 0,1 от альвеновского радиуса,  $\zeta \sim 0,1$ ), находим  $\mu'_{30,\min} \sim 4$ .

В этом пульсаре также наблюдаются антикорреляции вариаций производной частоты с флуктуациями рентгеновской светимости [27]. На основе последних данных Fermi GBM в работе [32] получено, что  $-\dot{\omega}^* \sim L_X^{0,3}$ . В нашей модели умеренной связи  $K_{sd} \sim \dot{M}^{3/11}$ , что очень близко к наблюдаемому закону. Из более ранних данных наблюдений BATSE была получена зависимость  $-\dot{\omega}^* \sim L_X^{0,48}$ . Не исключено, что в то время средняя светимость источника была несколько ниже, поэтому

компонента  $B_t$  могла быть ближе к  $B_p$ , и тогда ожидаемая корреляция имела бы вид  $K_{sd} \sim M^{6/11} \sim L_X^{0,54}$ . Отметим, что в модели со слабой связью (перенос момента импульса из-за сдвиговой турбулентности вблизи магнитосферы [26]) эффективность торможения является меньшей в  $(R_A/R_c)^{3/2}$  раз и вообще не зависит от светимости. В пульсарах с низкой светимостью процессы охлаждения плазмы вблизи альвеновского радиуса менее эффективны, что и приводит к развитию конвективных движений в оболочке и установлению режима умеренной связи.

Заметим, что кратковременные эпизоды ускорения вращения нейтронной звезды, иногда наблюдаемые на фоне устойчивого замедления вращения (например, около MJD 49700 (см. рис. 2 в работе [27])), коррелируют с увеличением рентгеновского потока, в отличие от отрицательных корреляций производной частоты с потоком, обсуждаемых выше. Во время этих коротких эпизодов ускорения производная частоты  $\dot{\omega}^*$  равняется примерно половине значения  $\dot{\omega}_{su}^*$ , наблюдавшегося во время устойчивого ускорения вращения нейтронной звезды в GX 1+4 до 1980 г. Рентгеновская светимость во время этих эпизодов ускорения примерно в пять раз превышала среднюю рентгеновскую светимость на стадии устойчивого замедления. Напомним, что как только  $\dot{M} > \dot{M}^\dagger$ , над магнитосферой возникает область свободного падения потока и вращение нейтронной звезды может только ускоряться. При понижении рентгеновской светимости режим дозвукового оседания восстанавливается и нейтронная звезда продолжает замедляться.

#### 5.4. SXP 1062

Недавно открытый молодой пульсар SXP 1062, находящийся в остатке сверхновой в Малом Магеллановом



Облаке (ММО) и входящий в состав двойной системы с Ве-звездой, имеет период вращения  $P^* \approx 1062$  с и низкую рентгеновскую светимость,  $L_X \approx 6 \times 10^{35}$  эрг  $\text{с}^{-1}$  [54]. Объект замечателен большим темпом замедления вращения нейтронной звезды,  $\dot{\omega}^* \approx -1,6 \times 10^{-11}$  рад  $\text{с}^{-2}$ . В литературе широко обсуждается природа этого замедления (см., например, [55, 56]) и делается вывод о возможном наличии аномально большого магнитного поля у этой нейтронной звезды [57]. В рамках нашей модели, воспользовавшись наиболее консервативным пределом при пренебрежении ускоряющим моментом сил (формула (89)), получим  $\mu_{30} > \mu_{30, \min}'' \approx 20$ . Видно, что наблюдаемое торможение может объясняться полем порядка  $10^{13}$  Гс, т.е. уверенно говорить о магнитарной природе этого пульсара преждевременно.

### 5.5. 4U 2206 + 54

Медленный пульсар 4U 2206 + 54, имеющий период вращения  $P^* = 5560$  с, тормозится с темпом  $\dot{\omega}_{\text{sd}} \approx -9,4 \times 10^{-14}$  рад  $\text{с}^{-2}$  [58]. Орбитальный период двойной системы  $P_b \approx 19$  сут [58], а измеренная скорость звёздного ветра,  $v_w \approx 350$  км  $\text{с}^{-1}$ , аномально низка для оптического компонента раннего спектрального класса O9,5V [59]. Рентгеновская светимость источника в среднем составляет около  $L_X \approx 2 \times 10^{35}$  эрг  $\text{с}^{-1}$ . В спектре иногда обнаруживается особенность вблизи энергии 30 кэВ, что может быть интерпретировано как циклотронная линия [60–63]. Магнитное поле нейтронной звезды оценивается как  $B \sim (30/11,6) \times 1,3 \times 10^{12} \approx 3,4 \times 10^{12}$  Гс (учтено гравитационное красное смещение вблизи поверхности  $1+z \sim 1,3$ ), т.е.  $\mu_{30} \approx 1,7$ . Принимая эту оценку магнитного поля и пренебрегая ускоряющим моментом сил, по формуле (88) находим нижнее ограничение на параметр  $K_1/\zeta \gtrsim 8$ , что очень близко к значению параметра зацепления у равновесных пульсаров Vela X-1 и GX 301-2. Считая, что магнитное поле нейтронной звезды неизвестно (см. дискуссию в [58]) и применяя, как и в случае GX 1+4, формулу (87), в предположении умеренной связи с  $K_1/\zeta \sim 10$  получаем предел  $\mu_{30} > \mu_{30, \min}' \approx 3,6$ , что согласуется со стандартным полем нейтронной звезды. Отметим, что применение равновесных формул для этого пульсара дало бы магнитарное значение поля [58].

## 6. Обсуждение

### 6.1. Физические условия в оболочке

Для формирования оболочки вокруг магнитосферы нейтронной звезды нужно, чтобы вещество за фронтом ударной волны вблизи радиуса гравитационного захвата не остывало слишком быстро и не падало свободно. Иными словами, время охлаждения нагретого вещества  $t_{\text{cool}}$  должно превосходить характерное время падения плазмы.

За фронтом сильной ударной волны плазма нагревается до температуры

$$T_{\text{ps}} = \frac{3}{16} \mu_m \frac{v_w^2}{R} \approx 1,36 \times 10^5 \left( \frac{v_w}{100 \text{ км с}^{-1}} \right)^2 [\text{K}]. \quad (94)$$

Время радиационного охлаждения плазмы

$$t_{\text{cool}} = \frac{3kT}{2\mu_m n_e A}, \quad (95)$$

где  $\rho$  — плотность плазмы,  $n_e = Y_e \rho / m_p$  — концентрация электронов (молекулярный вес  $\mu_m = 0,6$ , лептонное число  $Y_e \approx 0,8$  в полностью ионизированной плазме солнечного химического состава),  $A$  — функция охлаждения плазмы, которую можно аппроксимировать как [64, 65]

$$A(T) = \begin{cases} 0, & T < 10^4 \text{ К}, \\ 1,0 \times 10^{-24} T^{0,55}, & 10^4 < T < 10^5 \text{ К}, \\ 6,2 \times 10^{-19} T^{-0,6}, & 10^5 < T < 4 \times 10^7 \text{ К}, \\ 2,5 \times 10^{-27} T^{0,5}, & T > 4 \times 10^7 \text{ К}. \end{cases} \quad (96)$$

Комптоновское охлаждение становится эффективным при радиусах, больших радиуса  $R_X$ , на котором температура газа  $T$ , определяемая по гидростатической формуле (4), становится выше комптоновской температуры излучения  $T_X$ . Время комптоновского охлаждения (см. (16))

$$t_C \approx 1060 \dot{M}_{16}^{-1} \left( \frac{R}{10^{10} \text{ см}} \right)^2 [\text{c}]. \quad (97)$$

Комптоновский нагрев начинается при радиусах, превышающих радиус  $R_X$ , на котором  $T_X = T$ . При распределении температуры в оболочке согласно формуле (4) находим  $R_X \approx 2 \times 10^{10}$  см. Заметим, что как комптоновский, так и фотоионизационный нагревы плазмы контролируются фотоионизационным параметром  $\xi$  [66, 67]:

$$\xi = \frac{L_X}{n_e R^2}. \quad (98)$$

В большей части аккрецирующего потока распределение плотности следует закону  $n \sim R^{-3/2}$ , поэтому  $\xi \sim R^{-1/2}$  и, с учётом уравнения неразрывности, значение  $\xi$  не зависит от рентгеновской светимости. Находим характерное значение  $\xi$ :

$$\xi \approx 5 \times 10^5 f(u) R_{10}^{-1/2}. \quad (99)$$

Если бы комптоновские процессы были эффективны везде, то такое большое значение фотоионизационного параметра  $\xi$  означало бы, что плазма нагревается до комптоновских температур порядка нескольких кэВ на очень больших расстояниях, вплоть до  $\sim 10^{12}$  см. Однако на больших расстояниях комптоновское время превосходит характерное время аккреции газа:

$$\frac{t_C}{t_{\text{accr}}} = \frac{t_C f(u) u_{\text{ff}}}{R} \approx 20 f(u) \dot{M}_{16}^{-1} R_{10}^{1/2}, \quad (100)$$

что означает неэффективность комптоновского нагрева в падающем веществе. Следовательно, температура газа определяется только фотоионизацией, и она не может превосходить величину  $T_{\text{max}} \approx 5 \times 10^5$  К [66], которая существенно меньше, чем  $T_X \sim 3$  кэВ.

Эффективный радиус гравитационного захвата, соответствующий звуковой скорости газа в области фотоионизационного нагрева,

$$R_B^* = \frac{2GM}{c_s^2} = \frac{2GM}{\gamma R T_{\text{max}} / \mu_m} \approx 3,5 \times 10^{12} \left( \frac{T_{\text{max}}}{5 \times 10^5 \text{ К}} \right)^{-1} [\text{см}]. \quad (101)$$

Всюду, вплоть до области ударной волны, фотоионизация поддерживает температуру на уровне  $\approx T_{\text{max}}$ . Ско-

рость звука, соответствующая  $T_{\max}$ , составляет примерно  $80 \text{ км с}^{-1}$ . Если скорость звёздного ветра больше  $80 \text{ км с}^{-1}$ , то вблизи радиуса Бонди образуется изогнутая ударная волна с температурой вещества за фронтом, определяемой формулой (94). Если скорость звёздного ветра меньше  $80 \text{ км с}^{-1}$ , то ударная волна исчезает и аккреция осуществляется из области, определяемой радиусом  $R_B^*$ .

Время фотоионизационного нагрева на эффективном радиусе Бонди  $3 \times 10^{12} \text{ см}$

$$t_{\text{pi}} \approx \frac{(3/2)kT_{\max}/\mu_m}{(h\nu_{\text{eff}} - \zeta_{\text{eff}})n_\gamma\sigma_{\text{eff}}c} \approx 2 \times 10^4 \dot{M}_{16}^{-1} [\text{с}]. \quad (102)$$

Здесь  $h\nu_{\text{eff}} \sim 10 \text{ кэВ}$  — характерное значение энергии фотонов,  $\zeta_{\text{eff}}$  — эффективный потенциал ионизации,  $\sigma_{\text{eff}} \sim 10^{-24} \text{ см}^2$  — типичное значение сечения фотоионизации,  $n_\gamma = L/(4\pi R^2 h\nu_{\text{eff}}c)$  — плотность числа фотонов. Отношение времён фотоионизации и аккреции на эффективном радиусе Бонди

$$\frac{t_{\text{pi}}}{t_{\text{accr}}} \approx 0,07 f(u) \dot{M}_{16}^{-1}. \quad (103)$$

При скоростях звёздного ветра  $v_w > 80 \text{ км с}^{-1}$  ударная волна возникает вблизи границы области, определяемой классическим радиусом Бонди  $R_B$ , который меньше эффективного радиуса Бонди  $R_B^*$ , вычисляемого по формуле (101). Время радиационного охлаждения плазмы, нагретой за фронтом этой ударной волны, выражается через скорость звёздного ветра  $v_w$ :

$$t_{\text{cool}} \approx 4,7 \times 10^4 \dot{M}_{16}^{-1} v_7^{0,2} [\text{с}]. \quad (104)$$

Время фотоионизационного нагрева за фронтом ударной волны может быть также выражено через скорость звёздного ветра:

$$t_{\text{pi}} \approx 3,5 \times 10^4 \dot{M}_{16}^{-1} v_7^{-4} [\text{с}]. \quad (105)$$

Сравнение этих двух характерных времён показывает, что при малых скоростях ветра важно радиационное охлаждение плазмы и реализуется режим свободного падения (сверхзвуковой аккреции) на нейтронную звезду с сохранением удельного момента импульса падающего вещества.

Таким образом, при малых скоростях ветра плазма за фронтом внешней ударной волны остывает и начинает падать свободно. По мере приближения к гравитирующему центру начинает играть роль фотоионизационный нагрев и температура устанавливается на уровне  $T_{\max} \approx 5 \times 10^5 \text{ К}$ . Если это происходит на радиусе, соответствующем  $T_{\max} < GM/(\mathcal{R}R)$ , то плазма с постоянной температурой  $T_{\max}$  продолжает свободно падать по направлению к магнитосфере, перед которой образуется ударная волна. Однако если  $T_{\max} > GM/(\mathcal{R}R)$ , то режим оседания может установиться даже при низких скоростях ветра.

При скоростях звёздного ветра  $v_w \gtrsim 100 \text{ км с}^{-1}$  температура вещества за фронтом ударной волны выше, чем  $T_{\max}$ , фотоионизационный нагрев неважен и режим оседания в оболочке устанавливается в том случае, если время радиационного охлаждения плазмы больше, чем время аккреции. Сравнивая эти временные шкалы, можно получить критический темп аккреции в зависимости от скорости звёздного ветра — режим оседания

возможен при темпах аккреции, меньших критического

$$\dot{M}_{16}^\ddagger \lesssim 0,12 v_7^{3,2}. \quad (106)$$

Здесь следует подчеркнуть разницу между критическим значением темпа аккреции  $\dot{M}^\ddagger$  и значением  $\dot{M}^\ddagger$ , полученным ранее. При  $\dot{M} > \dot{M}^\ddagger$  плазма быстро остывает за ударной волной в области гравитационного захвата и свободно падает по направлению к магнитосфере (если только фотоионизация не нагреет плазму до температуры, превышающей адиабатическую), в то время как при  $\dot{M} > \dot{M}^\ddagger \simeq 4 \times 10^{16} \text{ г с}^{-1}$ , определяемом формулой (33), область свободного сверхзвукового падения образуется непосредственно над магнитосферой.

## 6.2. О возможности режима пропеллера

Очень медленное вращение нейтронной звезды ( $\omega^*(R_A) < \omega_K(R_A)$ ) в рентгеновских пульсарах GX 1+4, GX 301-2 и Vela X-1 означает, что в них вряд ли может реализоваться режим пропеллера, при котором вещество отбрасывается от магнитосферы с параболической скоростью и вращение нейтронной звезды замедляется.

Начнём с оценки важного отношения величины вязких напряжений ( $\sim B_t B_p$ ) к газовому давлению ( $\sim B_p^2$ ) на границе магнитосферы. Это отношение пропорционально  $B_t/B_p$  (см. уравнение (72)) и всегда много меньше единицы (см. таблицу), т.е. в оболочке могут осуществляться только крупномасштабные конвективные движения с характерным скейлингом турбулентных вихрей по радиусу. Когда  $\omega^* > \omega_K(R_A)$ , возникает центробежный барьер и аккреция прекращается. В этом случае максимально возможный момент сил, приложенный к нейтронной звезде, вследствие сильной связи между плазмой и магнитным полем порядка  $-K_2 \mu^2/R_A^3$ . Заметим, что в режиме пропеллера взаимодействие плазмы с магнитным полем осуществляется в режиме сильной связи, при котором тороидальная компонента магнитного поля  $B_t$  сравнима с полоидальной компонентой  $B_p$ .

Не исключено, что горячая оболочка с изомоментным распределением вращения сохранится, в этом случае и отвод момента импульса от магнитосферы будет осуществляться через горячую оболочку. Если характерное время охлаждения газа в оболочке меньше времени падения вещества, то оболочка исчезнет и, вероятно, образуется тонкий кеплеровский диск-накопитель, рассмотренный в работе [68]. Аккреция через такой диск отсутствует, он служит только для отвода момента импульса от магнитосферы.

## 6.3. Эффекты горячей оболочки в рентгеновском спектре и временном спектре мощности

В спектрах рентгеновских пульсаров доминирует излучение, сформированное в аккреционных колонках вблизи поверхности нейтронной звезды. Горячая оптически прозрачная оболочка создаёт собственное тепловое излучение, но даже если бы вся гравитационная энергия падающего вещества выделялась в такой оболочке, то отношение рентгеновских светимостей, обусловленных оболочкой и колонкой, было бы по порядку величины равно отношению радиуса нейтронной звезды к радиусу магнитосферы, т.е. меньше одного процента. В действительности оно ещё меньше. В оболочке также должно рассеиваться рентгеновское излучение от колонки, но для

заметного эффекта комптоновский параметр  $y$  должен быть порядка единицы. Томсоновская толща в оболочке, однако, очень мала. Действительно, из уравнения неразрывности, формулы (30) для альвеновского радиуса и формулы (32) для безразмерной скорости  $f(u)$  получаем

$$\tau_T = \int_{R_A}^{R_B} n_e(R) \sigma_T dR \approx 3,2 \times 10^{-3} \dot{M}_{16}^{8/11} \mu_{30}^{-2/11}.$$

Следовательно, при температурах, близких к температуре границы магнитосферы (см. (4)), комптоновский параметр  $y$  мал,

$$y = \frac{4kT}{m_e c^2} \tau_T \approx 2,4 \times 10^{-3}.$$

Это означает, что рентгеновский спектр, формирующийся в зоне аккреционного энерговыделения вблизи поверхности нейтронной звезды, существенно не изменится при рассеянии на электронах горячей оболочки.

Крупномасштабные конвективные движения в оболочке происходят на выделенном масштабе времени порядка времени свободного падения, что может приводить к появлению особенностей в спектре мощности временной переменности (например, квазипериодических осцилляций (КПО)). КПО зарегистрированы у некоторых рентгеновских пульсаров (см. [69] и приведённые там ссылки). Однако ожидаемая частота КПО в нашей модели должна быть порядка 1 мГц, что гораздо меньше наблюдаемой в этих пульсарах.

Более сильный эффект может быть связан с возникновением динамической неустойчивости в оболочке вследствие усиления комптоновского охлаждения, приводящего к увеличению темпа аккреции сквозь оболочку. Эта неустойчивость может вызвать быстрое сжатие оболочки, которое будет наблюдаться как резкая рентгеновская вспышка с характерной длительностью порядка времени свободного падения в оболочке ( $\sim 1000$  с). Такое транзитное поведение наблюдается, например, в быстрых рентгеновских транзиентах со сверхгигантами (Supergiant Fast X-ray Transient — SFXT) (см. [70]). Эта интересная проблема, которая зависит от конкретных физических параметров оболочек, заслуживает дальнейшего исследования.

#### 6.4. Есть ли в медленных рентгеновских пульсарах аккреционные диски (с прямым или ретроградным вращением)?

Из анализа рентгеновских пульсаров, проведённого в разделе 5, следует, что в конвективных оболочках над магнитосферами этих источников, вероятнее всего, реализуется изомоментный закон вращения. Поэтому ниже будем рассматривать только этот случай, т.е. закон вращения  $\omega \sim R^{-2}$ . Как следует из уравнения (60), при  $\dot{\omega}^* = 0$  равновесная частота вращения нейтронной звезды выражается как

$$\omega_{\text{eq}}^* = \omega_B \frac{1}{1 - z/Z} \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^2. \quad (107)$$

Подчеркнём, что такое равновесие в нашей модели возможно только при наличии конвективной оболочки. При больших темпах аккреции,  $\dot{M} > \dot{M}^\dagger \simeq 4 \times 10^{16} \text{ г с}^{-1}$ , аккреция происходит в режиме свободного падения и оболочки не образуется.

Равновесный период рентгеновского пульсара на стадии квазисферической аккреции в режиме оседания

определяется формулой (70):

$$P_{\text{eq}} \simeq 1300 \mu_{30}^{12/11} \left( \frac{P_b}{10 \text{ сут}} \right) \dot{M}_{16}^{-4/11} v_8^4 [\text{с}].$$

Для стандартной дисковой аккреции равновесный период

$$P_{\text{eq,d}} \approx 7 \mu_{30}^{6/7} \dot{M}_{16}^{-3/7} [\text{с}], \quad (108)$$

и большие периоды, наблюдаемые в некоторых рентгеновских пульсарах, при наличии диска можно объяснить только большим магнитным полем нейтронной звезды. Ретроградные аккреционные диски (момент вращения которых противоположен орбитальному) также обсуждаются в литературе (см., например, [30] и приведённые там ссылки). Обращение моментов сил, связанное со временным образованием ретроградного диска при аккреции из звёздного ветра, в принципе может привести к очень большим периодам рентгеновских пульсаров даже со стандартной величиной магнитного поля. Такие диски могут образоваться из-за неоднородностей в захватываемом звёздном ветре [8, 9]. Наблюдаемое обращение моментов сил в ярких рентгеновских пульсарах можно в принципе объяснить этим механизмом. В случае GX 1+4, однако, крайне маловероятно наблюдать устойчивый ретроградный диск на временах, намного превосходящих орбитальный период двойной системы (см. подробное обсуждение в работе [32]). В случае пульсаров GX 301-2 и Vela X-1 прямая зависимость моментов сил от светимости (см. рис. 3, 4) также не соответствует наличию ретроградного диска.

В завершение этого раздела следует упомянуть, что реальные системы (включая рассмотренные выше) демонстрируют сложное квазистационарное поведение от времени с дипами (dip — провал), вспышками и т.д. Эти вопросы нужно рассматривать отдельно.

## 7. Заключение

В работе [14] построена теоретическая модель квазисферической дозвуковой аккреции на медленно вращающиеся замагниченные нейтронные звёзды. В этой модели аккрецирующее вещество гравитационно захватывается из звёздного ветра оптического компонента и оседает с дозвуковой скоростью на вращающуюся магнитосферу, формируя протяжённую квазистатическую оболочку. В оболочке происходят крупномасштабные конвективные движения, посредством которых от вращающейся магнитосферы может отводиться момент импульса, и в зависимости от скорости вращения вещества вблизи границы магнитосферы вращение нейтронной звезды может ускоряться или замедляться.

Подробный анализ и сравнение с данными наблюдений двух рентгеновских пульсаров, GX 301-2 и Vela X-1, у которых наблюдается корреляция тормозящих/ускоряющих моментов сил со светимостью, близкой к таковой в равновесном периоде вращения нейтронной звезды, указывает, что, вероятнее всего, в надмагнитосферных оболочках этих пульсаров устанавливается сильно анизотропная конвекция, приводящая к почти изомоментному распределению вращения в оболочке,  $\omega \sim R^{-2}$ . Из статистического анализа долгопериодических пульсаров в двойных рентгеновских системах с Ве-звёздами в ММО [71] также следует, что предпочти-

тельным является изомоментный закон вращения в оболочке,  $\omega \sim R^{-2}$ . Темп аккреции в оболочках определяется способностью плазмы входить внутрь магнитосферы. Режим аккреционного оседания, при котором возможен отвод момента импульса от магнитосферы нейтронной звезды, может реализоваться при умеренных темпах аккреции,  $\dot{M} < \dot{M}^{\dagger} \simeq 4 \times 10^{16} \text{ г с}^{-1}$  (рентгеновских светимостях  $L_X < L_X^{\dagger} \simeq 4 \times 10^{36} \text{ эрг с}^{-1}$ ). При более высоких темпах аккреции (и, соответственно, более высоких рентгеновских светимостях) из-за быстрого комптоновского охлаждения плазмы в течении над границей магнитосферы возникает зона свободного падения и аккреция становится сильно нестационарной.

На основе наблюдений темпов ускорения/замедления вращения (т.е. производной угловой частоты вращения по времени  $\dot{\omega}^*$  или  $\partial\dot{\omega}^*/\partial\dot{M}$  вблизи точки смены знака моментов сил) долгопериодических рентгеновских пульсаров можно определить основные безразмерные параметры модели, а также оценить магнитное поле нейтронной звезды. Значения магнитного поля нейтронной звезды, полученные с помощью такого анализа для равновесных рентгеновских пульсаров GX 301-2 и Vela X-1, согласуются с измерениями поля по циклотронным линиям в спектре этих источников.

Из измерения периода равновесного пульсара  $P^*$ , периода двойной системы  $P_b$  и оценки магнитного поля нейтронной звезды  $\mu$  появляется возможность оценивать скорость звёздного ветра оптического компонента, не прибегая к сложным спектроскопическим измерениям. Для неравновесных пульсаров существует максимально возможное значение скорости торможения при аккреции, зависящее от  $P^*$ , периода двойной системы  $P_b$ , магнитного момента нейтронной звезды  $\mu$  и скорости звёздного ветра  $v$ . Для таких пульсаров (GX 1+4, SXP 1062, 4U 2206+54) можно из наблюдаемого значения скорости торможения вращения пульсара и рентгеновской светимости получить нижнюю оценку магнитного поля нейтронной звезды, которое во всех случаях оказывается близким к стандартному и согласуется с наблюдениями циклотронных особенностей в спектрах.

В модели квазисферической дозвуковой аккреции долговременные устойчивые эпизоды ускорения или замедления вращения нейтронных звёзд, наблюдаемые у ряда рентгеновских пульсаров, могут быть количественно объяснены изменением среднего темпа аккреции на нейтронную звезду (и соответствующим изменением средней рентгеновской светимости). По-видимому, такие изменения связаны со свойствами звёздного ветра оптической звезды в этих двойных системах.

Модель предсказывает специфическое поведение вариаций  $\delta\dot{\omega}^*$ , наблюдаемых на фоне устойчивого ускорения или замедления вращения, в зависимости от флуктуаций темпа аккреции  $\delta\dot{M}$ . Имеется критическое значение темпа аккреции  $\dot{M}_{\text{кр}}$  — при темпах аккреции, меньших  $\dot{M}_{\text{кр}}$ , должна наблюдаться антикорреляция флуктуаций  $\delta\dot{\omega}^*$  с  $\delta\dot{M}$  (это случай источника GX 1+4 на стадии устойчивого замедления вращения нейтронной звезды, наблюдаемого в настоящее время), а при темпах аккреции  $\dot{M} > \dot{M}_{\text{кр}}$  флуктуации  $\delta\dot{\omega}^*$  относительно среднего значения должны коррелировать с флуктуациями  $\delta\dot{M}$  (это случай пульсаров Vela X-1, GX 301-2 на стадии, близкой к равновесному периоду, и GX 1+4 на стадии устойчивого ускорения вращения). Модель количественно

объясняет относительную амплитуду и знак наблюдаемых флуктуаций частоты в источнике GX 1+4.

## 8. Приложения

### А. Структура квазисферической вращающейся оболочки с аккрецией

#### А.1. Основные уравнения

Начнём с записи уравнений Навье–Стокса в сферических координатах  $R, \theta, \phi$ . Из-за огромных значений числа Рейнольдса в оболочке ( $\sim 10^{15} - 10^{16}$  для типичных значений темпов аккреции  $10^{17} \text{ г с}^{-1}$  и радиуса магнитосферы  $\sim 10^8 \text{ см}$ ) в оболочке развивается сильная турбулентность. В этом случае уравнения Навье–Стокса обычно называются уравнениями Рейнольдса. В общем случае турбулентная вязкость может зависеть от координат, поэтому гидродинамические уравнения принимают следующий вид:

1) уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \rho u_r) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \rho u_\theta) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial \rho u_\phi}{\partial \phi} = 0; \quad (\text{A.1})$$

2)  $R$ -компонента уравнения движения:

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial R} + \frac{u_\theta}{R} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{R \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} - \frac{u_\phi^2 + u_\theta^2}{R} = -\frac{GM}{R^2} + N_R; \quad (\text{A.2})$$

3)  $\theta$ -компонента уравнения движения:

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial R} + \frac{u_\theta}{R} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{R \sin \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \phi} + \frac{u_r u_\theta - u_\phi^2 \cot \theta}{R} = N_\theta; \quad (\text{A.3})$$

4)  $\phi$ -компонента уравнения движения:

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\phi}{\partial R} + \frac{u_\theta}{R} \frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{R \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_r u_\phi + u_\theta u_\phi \cot \theta}{R} = N_\phi. \quad (\text{A.4})$$

Здесь компоненты сил (включая вязкую силу и градиент давления) записаны в виде

$$\rho N_R = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 W_{RR}) + \frac{1}{\sin \theta R} \frac{\partial}{\partial \theta} (W_{R\theta} \sin \theta) + \frac{1}{\sin \theta R} \frac{\partial}{\partial \phi} W_{R\phi} - \frac{W_{\theta\theta}}{R} - \frac{W_{\phi\phi}}{R}, \quad (\text{A.5})$$

$$\rho N_\theta = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 W_{\theta R}) + \frac{1}{\sin \theta R} \frac{\partial}{\partial \theta} (W_{\theta\theta} \sin \theta) + \frac{1}{\sin \theta R} \frac{\partial}{\partial \phi} W_{\theta\phi} - \cot \theta \frac{W_{\theta\theta}}{R}, \quad (\text{A.6})$$

$$\rho N_\phi = \frac{1}{R^3} \frac{\partial}{\partial R} (R^3 W_{\phi R}) + \frac{1}{\sin \theta R} \frac{\partial}{\partial \theta} (W_{\phi\theta} \sin \theta) + \frac{1}{\sin \theta R} \frac{\partial}{\partial \phi} W_{\phi\phi}. \quad (\text{A.7})$$

В компоненты тензора напряжений дают вклад как газовое давление  $P_g$  (предполагаем его изотропным), так

и давление от турбулентных степеней свободы  $P^t$  (вообще говоря, анизотропное). При их определении будем следовать классическому рассмотрению Ландау и Лифшица [72], учитывая, однако, анизотропное турбулентное давление:

$$W_{RR} = -P_g - P_{RR}^t + 2\rho v_t \frac{\partial u_r}{\partial R} - \frac{2}{3} \rho v_t \operatorname{div} \mathbf{u}, \quad (\text{A.8})$$

$$W_{\theta\theta} = -P_g - P_{\theta\theta}^t + 2\rho v_t \left( \frac{1}{R} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{R} \right) - \frac{2}{3} \rho v_t \operatorname{div} \mathbf{u}, \quad (\text{A.9})$$

$$W_{\phi\phi} = -P_g - P_{\phi\phi}^t + 2\rho v_t \left( \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_r}{R} + \frac{u_\theta \cot \theta}{R} \right) - \frac{2}{3} \rho v_t \operatorname{div} \mathbf{u}, \quad (\text{A.10})$$

$$W_{R\theta} = \rho v_t \left( \frac{1}{R} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial R} - \frac{u_\theta}{R} \right), \quad (\text{A.11})$$

$$W_{\theta\phi} = \rho v_t \left( \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \phi} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} - \frac{u_\phi \cot \theta}{R} \right), \quad (\text{A.12})$$

$$W_{R\phi} = \rho v_t \left( \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} + \frac{\partial u_\phi}{\partial R} - \frac{u_\phi}{R} \right). \quad (\text{A.13})$$

В нашей задаче анизотропия турбулентности такова, что  $P_{RR}^t = P_{\parallel}^t$ ,  $P_{\theta\theta}^t = P_{\phi\phi}^t = P_{\perp}^t$ . Компоненты турбулентного давления могут быть выражены через турбулентные числа Маха (см. приложение Д).

В сферических координатах

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 u_r) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta u_\theta) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi}. \quad (\text{A.14})$$

## A.2. Симметрия задачи

Рассмотрим аксиально-симметричную ( $\partial/\partial\phi = 0$ ) стационарную ( $\partial/\partial t = 0$ ) чисто радиальную ( $u_\theta = 0$ ) аккрецию газа. При такой постановке задачи из уравнения неразрывности (A.1) получаем

$$\dot{M} = 4\pi R^2 \rho u_r = \text{const}. \quad (\text{A.15})$$

Постоянная в (A.15) определяется условиями проникновения плазмы в магнитосферу.

Перепишем рейнольдсовы уравнения при данных предположениях.  $R$ -компонента уравнения движения (A.2) имеет вид

$$\rho \left( u_r \frac{\partial u_r}{\partial R} - \frac{u_\phi^2}{R} \right) = -\rho \frac{GM}{R^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 W_{RR}) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (W_{R\theta} \sin \theta) - \frac{W_{\theta\theta}}{R} - \frac{W_{\phi\phi}}{R}; \quad (\text{A.16})$$

$\theta$ -компонента уравнения движения:

$$-\rho \frac{u_\phi^2 \cot \theta}{R} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 W_{\theta R}) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (W_{\theta\theta} \sin \theta) - \cot \theta \frac{W_{\theta\theta}}{R}; \quad (\text{A.17})$$

$\phi$ -компонента уравнения движения:

$$\rho \left( u_r \frac{\partial u_\phi}{\partial R} + \frac{u_r u_\phi}{R} \right) = \frac{1}{R^3} \frac{\partial}{\partial R} (R^3 W_{\phi R}) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (W_{\phi\theta} \sin \theta). \quad (\text{A.18})$$

Компоненты тензора вязких напряжений принимают вид

$$W_{RR} = -P_g - P_{\parallel}^t - \frac{4}{3} \rho v_t \left( \frac{u_r}{R} - \frac{\partial u_r}{\partial R} \right), \quad (\text{A.19})$$

$$W_{\theta\theta} = -P_g - P_{\perp}^t + \frac{2}{3} \rho v_t \left( \frac{u_r}{R} - \frac{\partial u_r}{\partial R} \right), \quad (\text{A.20})$$

$$W_{\phi\phi} = -P_g - P_{\perp}^t + \frac{2}{3} \rho v_t \left( \frac{u_r}{R} - \frac{\partial u_r}{\partial R} \right), \quad (\text{A.21})$$

$$W_{R\theta} = \rho v_t \frac{1}{R} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}, \quad (\text{A.22})$$

$$W_{\theta\phi} = \rho v_t \left( \frac{1}{R} \frac{\partial u_\theta}{\partial \phi} - \frac{u_\phi \cot \theta}{R} \right), \quad (\text{A.23})$$

$$W_{R\phi} = \rho v_t \left( \frac{\partial u_\phi}{\partial R} - \frac{u_\phi}{R} \right). \quad (\text{A.24})$$

Главная проблема в описании газодинамических потоков с развитой турбулентностью заключается в определении коэффициента кинематической вязкости  $\nu_t$ . Как известно, в случае ламинарных потоков коэффициент  $\nu$  зависит только от свойств среды (жидкости или газа), в то время как при наличии турбулентности этот коэффициент определяется ещё и макроскопическими свойствами самого течения. Существуют эмпирические соотношения, которые в принципе можно экспериментально проверить. Наиболее часто вводится так называемая длина турбулентного перемешивания  $l_t$ . Ещё Л. Прандтль для плоскопараллельных сдвиговых течений (вдоль оси  $x$  для определённости) ввёл соотношение между длиной турбулентного перемешивания  $l_t$ , скоростью турбулентного потока  $u_t$  и характерной величиной сдвига в направлении, перпендикулярном усреднённому течению ( $z$ ):

$$\nu_t = C_0 l_t \left| \frac{du}{dz} \right|, \quad (\text{A.25})$$

где  $C_0 \sim 1$  — универсальная безразмерная константа, точное значение которой должно определяться теорией, которая в настоящее время отсутствует. Таким образом, зависимость турбулентных напряжений от величины сдвига является квадратичной:

$$W_{zx} = \rho C_0 \left( \frac{du}{dz} \right)^2,$$

и появляется нелинейность, которая в общем случае значительно усложняет задачу.

Прежде всего рассмотрим обобщение для случая аксиально-симметричного течения закона Прандтля для турбулентной вязкости. В случае сильно анизотропной турбулентности есть ещё один эмпирический закон для записи турбулентной вязкости — закон Васютинского, который не сводится к закону Прандтля в случае изотропной турбулентности. Этот более общий случай для анизотропной турбулентности обсуждается в приложении В.

## Б. Структура оболочки

### в случае турбулентной вязкости по Прандтлю

#### Б.1. Эмпирический закон Прандтля для турбулентной вязкости в случае аксиально-симметричных течений

Рассмотрим осесимметричное течение с очень большим числом Рейнольдса. Обобщая закон Прандтля для

турбулентных скоростей, выведенный для плоскопараллельных течений, запишем скейлинг скорости  $u_t \sim l_t R (\partial\omega/\partial R)$ . Исходя из газодинамических законов подобия, предположим, что  $l_t \sim R$ , отсюда

$$u_t = C_1 R^2 \left| \frac{\partial\omega}{\partial R} \right|. \quad (\text{Б.1})$$

Заметим, что в нашем случае турбулентная скорость определяется конвекцией, поэтому  $u_t \lesssim 0,5u_{\text{ff}}$  (см. приложение Г). Это означает, что константа

$$C_1 \sim \frac{u_t}{\langle u_\phi \rangle} \quad (\text{Б.2})$$

может быть весьма велика, поскольку  $\langle u_\phi \rangle \ll u_t$ . Поэтому коэффициент турбулентной вязкости выражается как

$$\nu_t = \langle u_t l_t \rangle = C_2 C_1 R^3 \left| \frac{\partial\omega}{\partial R} \right|. \quad (\text{Б.3})$$

Здесь  $C_2 \approx 1/3$  — множитель, возникающий при статистическом усреднении. Введём новый коэффициент  $C = C_1 C_2$ , который может быть гораздо больше единицы.

При таком законе для вязкости турбулентные напряжения выражаются в виде

$$W_{R\phi} = \rho \nu_t R \frac{\partial\omega}{\partial R} = \rho C R^4 \left( \frac{\partial\omega}{\partial R} \right)^2. \quad (\text{Б.4})$$

## Б.2. Уравнение переноса момента импульса

Схожая задача (вращение сферы в вязкой жидкости) решена в учебнике Ландау и Лифшица [72], где показано, что в этой задаче переменные разделяются и можно записать  $u_\phi(R, \theta) = u_\phi(R) \sin \theta$ . Заметим, что угловая скорость вращения  $\omega(R) = u_\phi(R)/R$  не зависит от полярного угла  $\theta$ . Отличие нашей постановки задачи от постановки задачи о вращении сферы в вязкой жидкости состоит в следующем: 1) учитывается сила тяжести; 2) турбулентная вязкость изменяется с изменением расстояния  $R$  и, вообще говоря, может зависеть от угла  $\theta$ ; 3) учитывается радиальное движение вещества (аккреция). Эти отличия приводят, как показано ниже, к радиальной зависимости скорости вращения  $u_\phi(R) \propto \omega R \propto R^{-1/2}$ . (Напомним, что в случае вращающейся сферы в вязкой жидкости  $u_\phi \propto R^{-2}$ .)

Начнём с решения уравнения (А.18). Во-первых, заметим, что для  $u_\phi(\theta) \sim \sin \theta$ , согласно (А.23),  $W_{\theta\phi} = 0$ . Далее, используя уравнение неразрывности (Д.8) и определение угловой скорости, запишем (А.18) в виде уравнения переноса момента импульса вязкими силами:

$$\sin \theta \frac{\dot{M}}{R} \frac{\partial}{\partial R} \omega R^2 = \frac{4\pi}{R} \frac{\partial}{\partial R} R^3 W_{R\phi}. \quad (\text{Б.5})$$

Перепишем уравнение (А.24) через производную от угловой скорости вращения:

$$W_{R\phi} = \rho \nu_t R \frac{\partial\omega}{\partial R} \sin \theta. \quad (\text{Б.6})$$

Подставляя (Б.6) в уравнение (Б.5) и интегрируя по  $R$ , получим

$$\dot{M} \omega R^2 = 4\pi \rho \nu_t R^4 \frac{\partial\omega}{\partial R} + D, \quad (\text{Б.7})$$

где  $D$  — постоянная интегрирования. Уравнение (Б.7) для переноса момента импульса турбулентной вязкостью похоже на аналогичное уравнение для аккреционных дисков [2], однако отличается от него сферической симметрией рассматриваемой задачи.

Левая часть уравнения (Б.7) описывает адвективный перенос усреднённого по сфере момента импульса ( $1/2 \int_0^\pi \omega R^2 \sin^2 \theta \sin \theta d\theta = (1/3)\omega R^2$ ) при среднем движении по направлению к тяготеющему центру (аккреция). Темп аккреции  $\dot{M}$  при этом имеет отрицательный знак, так же как и значение производной  $\partial\omega/\partial R$ . Первое слагаемое в правой части (Б.7) описывает перенос момента импульса наружу турбулентными вязкими силами.

Константа  $D$  определяется из уравнения

$$D = \frac{K_1}{\zeta} K_2 \frac{\mu^2}{R_A^3} \frac{\omega_m - \omega^*}{\omega_K(R_A)} \quad (\text{Б.8})$$

(см. уравнение (51) в разделе 3.2). Мы рассматриваем аккрецию на замагниченную нейтронную звезду. При  $D < 0$  адвективное слагаемое в левой части (Б.7) доминирует над вязким переносом момента импульса наружу. Напротив, при  $D > 0$  в правой части уравнения (Б.7) доминирует вязкий перенос. В случае  $\dot{M} = 0$  (плазма не проникает в магнитосферу) остаётся только перенос момента импульса наружу вязкими силами.

Перепишем (Б.8) в виде

$$D = \frac{K_1}{\zeta} K_2 \frac{\mu^2}{R_A^6} R_A^3 \frac{\omega_m - \omega^*}{\omega_K(R_A)} \quad (\text{Б.9})$$

и используем условие равенства давлений

$$P(R_A) = P_g(R_A)(1 + \gamma m_t^2) = \frac{B^2(R_A)}{8\pi} = \frac{K_2 \mu^2}{2\pi R_A^6}. \quad (\text{Б.10})$$

Применяя уравнение неразрывности в виде

$$|\dot{M}| = 4\pi R^2 \rho f(u) \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

и выражение для газового давления (8), представим константу интегрирования  $D/|\dot{M}|$  как

$$\frac{D}{|\dot{M}|} = \frac{K_1}{\zeta} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \psi(\gamma, m_t) \frac{(\omega_m - \omega^*) R_A^2}{2\sqrt{2} f(u)} (1 + \gamma m_t^2). \quad (\text{Б.11})$$

Рассмотрим случай равновесного вращения нейтронной звезды с  $\dot{\omega}^* = 0$ . В этом случае, согласно (58),

$$\omega_m - \omega^* = -\frac{z}{Z} \omega^*, \quad (\text{Б.12})$$

поэтому, используя выражение для  $Z$  (56), получаем

$$\frac{D}{|\dot{M}|} = -z R_A^2 \omega^*. \quad (\text{Б.13})$$

Подчеркнём, что при равновесном вращении нейтронной звезды значение константы  $D$  полностью определяется безразмерным удельным моментом импульса вещества вблизи альвеновской поверхности  $z$ .

## Б.3. Закон вращения в оболочке

Воспользуемся уравнением (Б.7) для нахождения закона вращения  $\omega(R)$ . На больших расстояниях,  $R \gg R_A$  (напомним, что  $R_A$  определяет положение основания обо-

лочки), постоянная  $D$  мала по сравнению с другими членами уравнения (Б.7) и можно положить  $D \approx 0$ . Таким образом, при выводе закона вращения пренебрежём этой константой в правой части уравнения (Б.7). Далее, подставив (Б.3) и решение для плотности (которое, как показано ниже, не отличается от гидростатического распределения)

$$\rho(R) = \rho(R_A) \left( \frac{R_A}{R} \right)^{3/2} \quad (\text{Б.14})$$

в уравнение (Б.7), получим

$$|\dot{M}| \omega R^2 = 4\pi\rho(R_A) \left( \frac{R_A}{R} \right)^{3/2} CR^7 \left( \frac{\partial\omega}{\partial R} \right)^2. \quad (\text{Б.15})$$

Проинтегрировав уравнение (Б.15), найдём

$$2\omega^{1/2} = \pm \frac{4}{3} \frac{K^{1/2}}{R^{3/4}} + D_1, \quad (\text{Б.16})$$

где

$$K = \frac{|\dot{M}|}{4\pi\rho(R_A)CR_A^{3/2}}, \quad (\text{Б.17})$$

$D_1$  — постоянная интегрирования. Будем рассматривать только положительное решение из двух решений (Б.16) уравнения (Б.15) (знак минус с константой  $D_1 > 0$  соответствует решению с угловой скоростью вращения, возрастающей наружу, что возможно только при очень большом периоде вращения нейтронной звезды). Если  $D_1 \neq 0$ , то на больших расстояниях,  $R \gg R_A$  (вблизи внешней ударной волны), твердотельное вращение привело бы к  $\omega \rightarrow \text{const} \approx \omega_B$ . (Однако напомним, что наше рассмотрение неприменимо в области, близкой к области внешней ударной волны.) На малых расстояниях от альвеновской поверхности влияние константы  $D_1$  незначительно, и в дальнейшем ею будем пренебрегать. Тогда

$$\omega(R) = \frac{4}{9} \frac{|\dot{M}|}{4\pi\rho(R_A)CR_A^3} \left( \frac{R_A}{R} \right)^{3/2}, \quad (\text{Б.18})$$

т.е. получаем квазикеплеровский закон вращения  $\omega(R) = \omega_m (R_A/R)^{3/2}$ . Константа  $\omega_m$  в последнем выражении возникает после подстановки  $\dot{M}$  из уравнения неразрывности при  $R = R_A$  в уравнение (Б.18):

$$\omega_m \equiv \tilde{\omega}\omega(R_A) = \frac{4}{9} \tilde{\omega} \frac{|u_r(R_A)|}{CR_A}. \quad (\text{Б.19})$$

Здесь введён корректирующий фактор  $\tilde{\omega} > 1$  для учёта отклонений точного решения от квазикеплеровского закона вблизи  $R_A$ .

Поскольку радиальная скорость  $u_r(R_A)$  меньше скорости свободного падения, из (Б.19) следует, что  $\omega_m < \omega_K(R_A)$ , т.е.  $\omega_m$  меньше кеплеровской угловой частоты вращения. Для самосогласованности решения коэффициент  $C$  в законе Прандтля может быть определён, согласно уравнению (Б.19), из отношения радиальной скорости вещества  $u_r$  к угловой скорости вращения  $u_\phi$ :

$$C = \frac{4}{9} \tilde{\omega} \frac{|u_r(R_A)|}{\omega_m R_A} = \frac{4}{9} \tilde{\omega} \frac{|u_r(R_A)|}{u_\phi(R_A)}. \quad (\text{Б.20})$$

Заметим, что это отношение не зависит от радиуса  $R$  и остаётся постоянным вдоль радиуса оболочки. Действительно, радиальная зависимость скорости  $u_r$  следует из уравнения неразрывности с учётом распределения плотности (Б.14):

$$u_r(R) = u_r(R_A) \left( \frac{R_A}{R} \right)^{1/2}. \quad (\text{Б.21})$$

Для квазикеплеровского закона  $u_\phi(R) \sim 1/R^{1/2}$ , поэтому отношение  $u_r/u_\phi$  остаётся постоянным.

Наконец, угловая скорость вращения оболочки вблизи магнитосферы  $\omega_m$  связана с угловой скоростью вращения вещества вблизи внешней ударной волны как

$$\omega_m = \tilde{\omega}\omega_B \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^{3/2}. \quad (\text{Б.22})$$

В действительности при приближении к  $R_A$  константу интегрирования  $D$  (которой мы пренебрегли на больших расстояниях,  $R \gg R_A$ ) нужно учесть. Поэтому закон вращения вблизи магнитосферы будет несколько отличаться от квазикеплеровского.

Подчеркнём принципиальное отличие рассматриваемого режима аккреции от дисковой аккреции. В случае дисковой аккреции радиальная скорость движения вещества намного меньше скорости турбулентных движений, а тангенциальная скорость является почти кеплеровской и намного превосходит скорость турбулентных движений. При квазисферической дозвуковой аккреции радиальная скорость движения вещества не определяется темпом отвода момента импульса. Эта скорость зависит только от "проницаемости" магнитосферы нейтронной звезды для падающего вещества. В нашем случае она оказывается порядка скорости конвективных движений в оболочке. Тангенциальная скорость в полученном квазикеплеровском законе вращения намного меньше скорости конвективных движений в оболочке. Заметим также, что при дисковой аккреции турбулентность может быть охарактеризована одним безразмерным параметром:  $\alpha \approx u_r^2/u_s^2$ ,  $0 < \alpha < 1$  [2]. Вещество в аккреционном диске дифференциально вращается со сверхзвуковой (почти кеплеровской) скоростью, тогда как в нашем случае оболочка вращается дифференциально со скоростью, значительно меньшей звуковой скорости на любом радиусе, и турбулентность в оболочке является дозвуковой. Очевидно также, что рассматриваемый нами режим существенно отличается от режима свободного падения на магнитосферу с образованием ударной волны, который обсуждается, например, в работе [17].

#### Б.4. Случай без аккреции

Рассмотрим ситуацию, в которой плазма не может проникнуть в магнитосферу и аккреция на нейтронную звезду отсутствует, что схоже с режимом дозвукового пропеллера, рассмотренным в работе [11]. Тогда уравнение (Б.7) принимает вид

$$0 = 4\pi\rho v_t R^4 \frac{\partial\omega}{\partial R} + D. \quad (\text{Б.23})$$

(Напомним, что константа  $D$  определяется темпом замедления вращения нейтронной звезды,  $D = I\dot{\omega}^* < 0$ .) Решая уравнение (Б.23), как и раньше, получим закон

вращения для случая без аккреции:

$$\omega(R) = \omega_m \left( \frac{R_A}{R} \right)^{7/4}, \quad (\text{Б.24})$$

где

$$\omega_m = \frac{I|\dot{\omega}^*|}{7\pi\rho(R_A)v_t(R_A)R_A^3}. \quad (\text{Б.25})$$

Из (Б.3) найдём

$$v_t(R_A) = \frac{7}{4} C\omega_m R_A^2, \quad (\text{Б.26})$$

отсюда получим

$$\omega_m = \frac{2}{7} \left( \frac{I|\dot{\omega}^*|}{\pi C\rho(R_A)R_A^5} \right)^{1/2}. \quad (\text{Б.27})$$

С другой стороны,  $\omega_m$  связана с параметрами вблизи внешней ударной волны соотношением

$$\omega_m = \omega_B \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^{7/4}, \quad (\text{Б.28})$$

которое в принципе может быть использовано для дальнейшего анализа рассматриваемого случая (здесь мы этого делать не будем).

## В. Структура оболочки и закон вращения при других законах для турбулентной вязкости

### В.1. Изомоментное вращение оболочки при изотропной вязкости

Обратим внимание на возможность установления изомоментного дифференциального вращения в оболочке  $\omega = \text{const}/R^2$  при стандартной записи турбулентной вязкости в виде  $v_t \sim u_t l_t$  без использования закона Прандтля. Действительно, используя скейлинг для турбулентных пульсаций в случае горячей квазисферической оболочки  $l_t \sim R$ ,  $u_t \sim u_s \sim R^{-1/2}$ , а также закон изменения плотности  $\rho \sim R^{-3/2}$  (5), из уравнения (Б.7) легко увидеть, что при  $\dot{M} = \text{const}$  и  $D = \text{const}$  решение  $\omega(R) \sim 1/R^2$  имеет место. Как показано в разделе В.2, изомоментный закон вращения в оболочке может устанавливаться и при более сложной записи компонента тензора вязких напряжений  $W_{R\phi}$  в случае анизотропной турбулентности.

### В.2. Закон вращения для турбулентной вязкости по Васютинскому

Правило Прандтля для вязкости, использованное в приложении Б, связывает масштаб и скорость турбулентных пульсаций со средней угловой скоростью вращения, и оно успешно применяется в случаях, когда турбулентность порождается самим сдвиговым течением. В нашей задаче турбулентность возникает из-за крупномасштабных конвективных движений в оболочке в поле тяжести. При радиальной конвекции могут образовываться сильно анизотропные турбулентные движения (радиальная дисперсия хаотических движений может быть много больше дисперсии в тангенциальном направлении) и закон Прандтля может быть неприменим. Анизо-

тропная турбулентность более сложна и недостаточно изучена.

Следуя Васютинскому [73], запишем компоненту тензора вязких напряжений в виде

$$\frac{W_{R\phi}}{\rho} = \left[ v_t \frac{d\omega}{dR} + (v_r - v_t) \frac{d(\omega R^2)}{dR} \right] \sin \theta, \quad (\text{В.1})$$

или

$$W_{R\phi} = \left[ 2\rho(-v_t + v_r)\omega + v_r\rho R \frac{d\omega}{dR} \right] \sin \theta, \quad (\text{В.2})$$

где  $v_r$  и  $v_t$  — радиальный и тангенциальный коэффициенты кинематической вязкости соответственно,

$$v_r = C_{\parallel} \langle |u_{\parallel}^t| \rangle R,$$

$$v_t = C_{\perp} \langle |u_{\perp}^t| \rangle R,$$

$C_{\parallel}$  и  $C_{\perp}$  — безразмерные константы порядка единицы. В изотропном случае  $v_r = v_t$ ,  $W_{R\phi} \sim d\omega/dR$ , а в сильно анизотропном случае  $v_r \gg v_t$ ,  $W_{R\phi} \sim d(\omega R^2)/dR$ . Используя эти определения и подставляя (В.2) в (Б.5), после интегрирования по  $R$  получим

$$\omega R^2 \left( 1 - \frac{2C_{\perp} \langle |u_{\perp}^t| \rangle}{|u_r|} \right) = C_{\parallel} \frac{\langle |u_{\parallel}^t| \rangle R d(\omega R^2)}{|u_r| dR} - \frac{D}{|\dot{M}|}. \quad (\text{В.3})$$

Заметим, что вследствие автомодельности структуры оболочки  $u_{\parallel}^t \sim u_{\perp}^t \sim u_r \sim R^{-1/2}$ , поэтому отношения  $\langle |u_{\parallel}^t| \rangle / u_r$  и  $\langle |u_{\perp}^t| \rangle / u_r$  являются константами. Уравнение (В.3) имеет очевидное решение

$$\begin{aligned} \omega R^2 + \frac{D}{|\dot{M}|} \frac{1}{1 - 2C_{\perp} \langle |u_{\perp}^t| \rangle / |u_r|} &= \\ &= \left( \omega_B R_B^2 + \frac{D}{|\dot{M}|} \frac{1}{1 - 2C_{\perp} \langle |u_{\perp}^t| \rangle / |u_r|} \right) \times \\ &\times \left( \frac{R_B}{R} \right)^{|u_r| / (C_{\parallel} \langle |u_{\parallel}^t| \rangle) (1 - 2C_{\perp} \langle |u_{\perp}^t| \rangle / |u_r|)} \end{aligned} \quad (\text{В.4})$$

(здесь постоянная интегрирования определена таким образом, что  $\omega(R_B) = \omega_B$ ).

Теперь рассмотрим равновесную ситуацию,  $\dot{\omega}^* = 0$ . Тогда, как показано в приложении Б.2,

$$\frac{D}{|\dot{M}|} = -z\omega^* R_A^2, \quad \omega_m = \left( 1 - \frac{z}{Z} \right) \omega^*.$$

Во-первых, рассмотрим случай сильно анизотропной почти радиальной турбулентности, при которой  $\langle |u_{\perp}^t| \rangle = 0$ . При этом удельный момент импульса на альвеновском радиусе имеет вид

$$\begin{aligned} \omega_m R_A^2 \left\{ 1 + \frac{z}{1 - z/Z} \left[ \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^{|u_r| / (C_{\parallel} \langle |u_{\parallel}^t| \rangle)} - 1 \right] \right\} &= \\ = \omega_B R_B^2 \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^{|u_r| / (C_{\parallel} \langle |u_{\parallel}^t| \rangle)}. \end{aligned} \quad (\text{В.5})$$

Видно, что при очень слабой аккреции (или в пределе, когда аккреция вообще отсутствует)  $|u_r| \ll C_{\parallel} \langle |u_{\parallel}^t| \rangle$ , т.е. реализуется практически изомоментный закон вращения в оболочке.

Следующий случай: анизотропия такова, что  $C_{\perp} \langle |u_{\perp}^t| \rangle / |u_r| = 1/2$ . Тогда имеем строго изомоментное распределение вращения в оболочке:  $\omega_m R_A^2 = \omega_B R_B^2$ .



Если турбулентность полностью изотропна, то

$$C_{\perp} \langle |u_{\perp}^t| \rangle = C_{\parallel} \langle |u_{\parallel}^t| \rangle = \tilde{C} \langle |u^t| \rangle.$$

Вводя обозначение  $\epsilon = |u_r| / (\tilde{C} \langle |u^t| \rangle)$ , находим

$$\begin{aligned} \omega_m R_A^2 \left\{ 1 + \frac{z}{1 - z/Z} \frac{1}{2/\epsilon - 1} \left[ 1 - \left( \frac{R_A}{R_B} \right)^{2-\epsilon} \right] \right\} = \\ = \omega_B R_B^2 \left( \frac{R_A}{R_B} \right)^{2-\epsilon}. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Заметим, что при  $\epsilon \rightarrow 0$  (аккреция через магнитосферу отсутствует)  $\omega_m \rightarrow \omega_B$ , т.е. устанавливается твердотельный закон вращения без аккреции (ср. с первым случаем выше). При  $\epsilon = 3/2$  может установиться почти квазикеплеровский закон вращения. Напомним, что квазикеплеровское вращение получено в приложении Б при использовании правила Прандтля для записи турбулентной вязкости. Тогда это было единственное решение. При анизотропной турбулентности, напротив, квазикеплеровский закон является лишь частным случаем общего решения, получаемого при использовании правила Васютинского для записи анизотропной турбулентной вязкости.

Как обсуждалось в разделе 5, квазикеплеровский закон вращения в оболочке хуже соответствует данным наблюдений. Поэтому мы заключаем, что в квазисферических оболочках в режиме дозвуковой аккреции наиболее вероятна реализация почти изомоментного распределения вращения с анизотропной турбулентностью, вызванной конвекцией. Напомним, что в тонких аккреционных дисках, где масштаб турбулентности ограничен толщиной диска, закон Прандтля для вязкости "работает" очень хорошо [2].

## Г. Поправки к радиальному градиенту температуры

Оценим, насколько радиальный градиент температуры в оболочке при наличии конвективных движений отличается от адиабатического градиента температуры. Умножая обе части уравнения (55) на  $(1/2)(\omega_m - \omega^*)$ , получим скорость конвективного нагрева, обусловленную взаимодействием оболочки с магнитосферой:

$$L_c = \frac{1}{2} Z \dot{M} R_A^2 (\omega_m - \omega^*)^2. \quad (\text{Г.1})$$

Умножая то же уравнение (55) на  $\omega^*$ , получим скорость изменения механической энергии нейтронной звезды

$$L_k = Z \dot{M} R_A^2 \omega^* (\omega_m - \omega^*). \quad (\text{Г.2})$$

Уравнение баланса энергии, таким образом, записывается в виде

$$L_t = L_c + L_k = \frac{1}{2} Z \dot{M} R_A^2 (\omega_m^2 - \omega^{*2}). \quad (\text{Г.3})$$

Заметим, что формула для  $L_c$  похожа на уравнение, описывающее энерговыделение в пограничном слое аккреционного диска [74].

Поток конвективной энергии выражается как

$$q_c = \frac{L_c}{4\pi R^2} = \frac{Z \dot{M} R_A^2 (\omega_m - \omega^*)^2}{8\pi R^2}. \quad (\text{Г.4})$$

С другой стороны, поток конвективной энергии можно связать с градиентом энтропии (см. [75]):

$$q_c = -\rho v_c T \frac{dS}{dR}, \quad (\text{Г.5})$$

где  $S$  — удельная энтропия (на 1 г),  $v_c$  — радиальный коэффициент теплопроводности,

$$v_c = \langle u_c l_c \rangle = C_h u_c R, \quad (\text{Г.6})$$

$l_c$  — характерный масштаб конвекции,  $l_c \sim R$ ,  $u_c$  — скорость конвективных движений,  $u_c \sim c_s \sim R^{-1/2}$ ,  $C_h$  — числовой множитель порядка единицы. Таким образом,

$$v_c = v_c(R_A) \left( \frac{R}{R_A} \right)^{1/2}. \quad (\text{Г.7})$$

Далее, воспользуемся термодинамическим тождеством для удельной энтальпии  $H$

$$\frac{dH}{dR} = \frac{1}{\rho} \frac{dP_g}{dR} + T \frac{dS}{dR}. \quad (\text{Г.8})$$

Напомним, что энтальпия может быть записана в виде

$$dH = c_p dT,$$

где  $c_p$  — удельная теплоёмкость при постоянном давлении,

$$c_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\mathcal{R}}{\mu_m}.$$

Выразим  $T(dS/dR)$  из (Г.5) и используем уравнение гидростатического равновесия (4) в виде

$$\frac{dP_g/\rho}{dR} = -\frac{\mathcal{R}}{\mu_m c_p} \frac{GM}{R^2} \psi(\gamma, m_t).$$

Тогда термодинамическое тождество (Г.8) можно записать как

$$\frac{dT}{dR} = -\frac{1}{c_p} \left[ \frac{GM}{R^2} \psi(\gamma, m_t) - \frac{Z u_r(R_A)}{2 v_c(R_A)} \frac{R_A}{R} R_A^2 (\omega_m - \omega^*)^2 \right]. \quad (\text{Г.9})$$

По определению, адиабатический градиент температуры соответствует первому слагаемому в правой части (Г.9)  $(dT/dR)_{ad} = g/c_p$ . Уравнение (Г.9) можно проинтегрировать и найти зависимость температуры от радиуса в конвективной оболочке:

$$T = \frac{1}{c_p} \left[ \frac{GM}{R} \psi(\gamma, m_t) - \frac{Z u_r(R_A)}{2 v_c(R_A)} R_A^3 (\omega_m - \omega^*)^2 \ln \frac{R}{R_A} \right]. \quad (\text{Г.10})$$

В случае состояния, близкого к равновесному ( $I\dot{\omega}^* = 0$ ), можно, воспользовавшись уравнением (Б.12), записать

$$T = \frac{1}{c_p} \left( \frac{GM}{R} \psi(\gamma, m_t) - \frac{u_r(R_A)}{2 C_h u_c(R_A)} \omega^{*2} R_A^2 \frac{z^2}{Z} \ln \frac{R}{R_A} \right). \quad (\text{Г.11})$$

Это решение показывает, что в области между  $R_A$  и  $R_B$  в оболочках вокруг медленно вращающихся пульсаров (т.е. тех, у которых  $\omega_m \ll \omega_K(R_A)$ ) распределение температуры приближённо описывается адиабатическим законом с градиентом температуры, близким к адиабатиче-

скому (4):

$$T \approx \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{GM}{R} \psi(\gamma, m_i). \quad (\text{Г.12})$$

Здесь мы учитывали только энерговыделение, обусловленное разностью угловых частот вращения вещества вблизи магнитосферы. В действительности могут существовать дополнительные источники энергии в оболочке, такие как нагрев, вызванный магнитным пересоединением и турбулентностью (см. приложение Д) и т.д.

#### Д. Динамика стационарного сферически-симметричного газового течения

Выпишем газодинамические уравнения для сферически-симметричного потока идеального газа на ньютоновский тяготеющий центр. Эта задача впервые была решена в классической работе Бонди (1952 г.) [18] для адиабатической аккреции. Адиабатический отток газа (звёздный ветер) в дальнейшем изучался Паркером [76]. Обстоятельное обсуждение вопроса приведено в монографии В.С. Бескина [77]. Здесь мы сосредоточимся на выяснении роли процессов охлаждения/нагрева вблизи альвеновской поверхности, принимая во внимание влияние турбулентности/конвекции (в общем случае — анизотропной). Как обсуждалось в разделе 4, при низких рентгеновских светимостях квазистатическая оболочка может отводить момент импульса от вращающейся магнитосферы посредством конвективных движений. Если темп аккреции превышает некоторое критическое значение, то сильное комптоновское охлаждение приводит к появлению зоны свободного падения над магнитосферой и момент импульса больше не может передаваться вверх по такому течению.

Уравнение движения (А.16) при отсутствии вязкости сводится к виду

$$u_r \frac{du_r}{dR} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP_g}{dR} - \frac{1}{\rho} \frac{dP_{\parallel}^t}{dR} - \frac{2(P_{\parallel}^t - P_{\perp}^t)}{\rho R} - \frac{GM}{R^2}. \quad (\text{Д.1})$$

Здесь  $P_g = \rho c_s^2 / \gamma$  — газовое давление,  $P^t$  — давление турбулентных пульсаций, которое, вообще говоря, может быть анизотропным:

$$P_{\parallel}^t = \rho \langle u_{\parallel}^2 \rangle = \rho m_{\parallel}^2 c_s^2 = \gamma P_g m_{\parallel}^2, \quad (\text{Д.2})$$

$$P_{\perp}^t = 2\rho \langle u_{\perp}^2 \rangle = 2\rho m_{\perp}^2 c_s^2 = 2\gamma P_g m_{\perp}^2, \quad (\text{Д.3})$$

где  $\langle u_r^2 \rangle = \langle u_{\parallel}^2 \rangle + 2\langle u_{\perp}^2 \rangle$  — дисперсия турбулентных скоростей,  $m_{\parallel}^2$  и  $m_{\perp}^2$  — квадраты радиального и тангенциального чисел Маха соответственно.

Из первого начала термодинамики имеем

$$\frac{dE}{dR} = \frac{P_g}{\rho} \frac{d\rho}{dR} + T \frac{dS}{dR}, \quad (\text{Д.4})$$

где удельная внутренняя энергия (на 1 г)

$$E = c_V T = \frac{c_s^2}{\gamma(\gamma - 1)}, \quad (\text{Д.5})$$

удельная теплоёмкость

$$c_V = \frac{\mathcal{R}}{\mu_m} \frac{1}{\gamma - 1}. \quad (\text{Д.6})$$

Согласно второму началу термодинамики, изменение удельной энтропии может быть записано через ско-

рость изменения удельного количества теплоты  $dQ/dt$  [эрг  $c^{-1} \text{ г}^{-1}$ ] как

$$T \frac{dS}{dR} = \frac{dQ}{dR} = \frac{dQ/dt}{u_r}. \quad (\text{Д.7})$$

Используя уравнение неразрывности

$$\dot{M} = 4\pi R^2 \rho u_r, \quad (\text{Д.8})$$

находим

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dR} = -\frac{2}{R} - \frac{1}{2u_r^2} \frac{du_r^2}{dR}. \quad (\text{Д.9})$$

Воспользовавшись соотношением  $c_s^2 = \gamma \mathcal{R} T$ , окончательно получим

$$\frac{1}{c_s^2} \frac{dc_s^2}{dR} = (\gamma - 1) \left( -\frac{2}{R} - \frac{1}{2u_r^2} \frac{du_r^2}{dR} \right) + \frac{dQ/dt}{u_r c_V T}. \quad (\text{Д.10})$$

Заметим, что уравнение (Д.10) может быть также выведено непосредственно из уравнения состояния идеального газа, записанного в виде

$$P_g = K \exp\left(\frac{S}{c_V}\right) \rho^\gamma, \quad (\text{Д.11})$$

где  $K$  — некоторая константа.

Используя уравнение (Д.10), градиент газового давления можно представить в виде

$$\frac{1}{P_g} \frac{dP_g}{dR} = \frac{c_s^2}{c_V u_r} \frac{dQ/dt}{T} + c_s^2 \left( -\frac{2}{R} - \frac{1}{2u_r^2} \frac{du_r^2}{dR} \right). \quad (\text{Д.12})$$

Подстановка (Д.12) в уравнение движения окончательно даёт

$$\frac{1}{2} \frac{1}{u_r^2} \frac{du_r^2}{dR} = \left[ c_s^2 (1 + \gamma m_{\parallel}^2) \left( \frac{2}{R} - \frac{dQ/dt}{c_V u_r T} \right) - 2c_s^2 \frac{m_{\parallel}^2 - m_{\perp}^2}{R} - \frac{GM}{R^2} \right] [u_r^2 - c_s^2 (1 + \gamma m_{\parallel}^2)]^{-1}. \quad (\text{Д.13})$$

Заметим, что в сильно анизотропном случае, когда  $m_{\parallel}^2 = m_r^2 \gg m_{\perp}^2$ , роль турбулентности возрастает по сравнению с таковой в изотропном случае, в котором  $m_{\parallel}^2 = m_{\perp}^2 = (1/3)m_r^2$ .

Введя число Маха в потоке,  $\mathcal{M} \equiv u_r/c_s$ , из (Д.10) и (Д.13) можно получить уравнение для  $\mathcal{M}$ :

$$\frac{\mathcal{M}^2 - (1 + \gamma m_{\parallel}^2) \frac{d\mathcal{M}^2}{dR}}{\mathcal{M}^2} = \frac{2[(\gamma - 1)\mathcal{M}^2 - (\gamma + 1)(m_{\parallel}^2 - m_{\perp}^2)]}{R} - \frac{\mathcal{M}^2 + \gamma(1 + \gamma m_{\parallel}^2) \frac{dQ}{dR} - (\gamma + 1)GM}{c_V T R^2 c_s^2}, \quad (\text{Д.14})$$

где мы использовали подстановку  $dQ/dt = u_r(dQ/dR)$ . Уравнения (Д.10), (Д.13) и (Д.14) могут применяться при решении задач динамики аккрецирующего потока для пар независимых переменных  $(u_r, c_s)$ ,  $(u_r, \mathcal{M})$  или  $(c_s, \mathcal{M})$ . Здесь мы рассмотрим только поведение потока вблизи особой точки. Для этого можно воспользоваться уравнением (Д.13).

Уравнение (Д.13) имеет седловую особую точку, в которой знаменатель в его правой части обращается в нуль:

$$u_r^2 = c_s^2 (1 + \gamma m_{\parallel}^2). \quad (\text{Д.15})$$

Для существования решения в этой точке также должен обнуляться и числитель в правой части (Д.13), откуда получим квадратное уравнение для скорости потока в особой точке:

$$u_r^2 \frac{2}{R} \frac{1 + (\gamma - 1)m_{\parallel}^2 + m_{\perp}^2}{1 + \gamma m_{\parallel}^2} - u_r \left( \frac{dQ/dt}{c_v T} \right) - \frac{GM}{R^2} = 0. \quad (\text{Д.16})$$

Напомним, что в адиабатическом случае ( $dQ/dt = 0$ ) в отсутствие турбулентности в особой точке имеем просто

$$u_r^2 = c_s^2 = \frac{GM}{2R}. \quad (\text{Д.17})$$

Подчеркнём, что при наличии турбулентности скорость в особой точке возрастает. Например, при  $\gamma = 5/3$  и сильной анизотропной турбулентности  $u_r^2 = c_s^2(1 + (5/3)m_{\parallel}^2)$ ; для изотропной турбулентности поправка меньше:  $u_r^2 = c_s^2(1 + (5/9)m_t^2)$ . Вследствие турбулентности переход через скорость звука (звуковая точка, в которой  $u_r^2 = c_s^2$ ) происходит выше седловой точки и в звуковой точке особенности не возникает.

Определим скорость турбулентного нагрева в квазистатической оболочке ( $dQ/dt$ )<sub>t</sub><sup>+</sup>:

$$\left( \frac{dQ}{dt} \right)_t^+ = \frac{1}{2} \frac{\langle u_t^2 \rangle}{t_t}, \quad (\text{Д.18})$$

где характерное время турбулентного нагрева выражается как

$$t_t = \alpha_t \frac{R}{u_t} = \alpha_t \frac{R}{m_t c_s}, \quad (\text{Д.19})$$

$\alpha_t$  — безразмерная константа, характеризующая скорость турбулентной диссипации энергии,  $m_t^2 \equiv m_{\parallel}^2 + 2m_{\perp}^2$  — турбулентное число Маха. Таким образом, скорость турбулентного нагрева может быть записана в виде

$$\left( \frac{dQ}{dt} \right)_t^+ = \frac{c_s^3}{2\alpha_t R} m_t^3. \quad (\text{Д.20})$$

В случае комптоновского охлаждения имеем

$$\left( \frac{dQ}{dt} \right)_C^- = - \frac{c_v(T - T_X)}{t_C}, \quad (\text{Д.21})$$

где  $t_C$  — характерное время комптоновского охлаждения (16).

Уравнение (Д.16) теперь может быть представлено в виде

$$u_r^2 \frac{2}{R} \frac{1 + (\gamma - 1)m_{\parallel}^2 + m_{\perp}^2}{1 + \gamma m_{\parallel}^2} - u_r^2 \frac{c_s}{u_r} \frac{\gamma(\gamma - 1)m_t^3}{2\alpha_t R} + \frac{u_r(1 - T_X/T)}{\gamma t_C} - \frac{GM}{R^2} = 0. \quad (\text{Д.22})$$

Поскольку мы изучаем процесс аккреции, скорость  $u_r = dR/dt$  отрицательна,  $u_r = -|u_r|$ . Тогда для абсолютной величины скорости потока в особой точке, где скорость звука удовлетворяет соотношению  $c_s/u_r = -1/(1 + \gamma m_{\parallel}^2)^{1/2}$ , имеем квадратное уравнение

$$u_r^2 \frac{2}{R} \frac{1 + (\gamma - 1)m_{\parallel}^2 + m_{\perp}^2}{1 + \gamma m_{\parallel}^2} + u_r^2 \frac{1}{(1 + \gamma m_{\parallel}^2)^{1/2}} \frac{\gamma(\gamma - 1)m_t^3}{2\alpha_t R} - \frac{|u_r|(1 - T_X/T)}{\gamma t_C} - \frac{GM}{R^2} = 0. \quad (\text{Д.23})$$

В этом случае решение уравнения (Д.16) записывается в виде

$$|u_r| = \frac{R(1 - T_X/T)}{4\gamma t_C A} + \sqrt{\frac{2GM}{R} \left[ \frac{1}{4A} + \frac{R}{2GM} \frac{R^2(1 - T_X/T)^2}{16\gamma^2 t_C^2 A^2} \right]^{1/2}}, \quad (\text{Д.24})$$

где введён безразмерный фактор

$$A = \frac{1 + (\gamma - 1)m_{\parallel}^2 + m_{\perp}^2}{1 + \gamma m_{\parallel}^2} + \frac{\gamma(\gamma - 1)(m_{\parallel}^2 + 2m_{\perp}^2)^{3/2}}{4\alpha_t(1 + \gamma m_{\parallel}^2)^{1/2}}. \quad (\text{Д.25})$$

В случае изотропной турбулентности, когда  $m_{\parallel} = m_{\perp} = 1/\sqrt{3}$ ,  $m_t = 1$ , при  $\gamma = 5/3$  фактор  $A \approx 1,23$ , а в случае сильно изотропной турбулентности, когда  $m_{\parallel} = 1$ ,  $m_{\perp} = 0$ ,  $m_t = 1$ , фактор  $A \approx 0,8$ .

В единицах скорости свободного падения решение уравнения (Д.24) принимает вид

$$f(u) = \frac{|u_r|}{u_{\text{ff}}} = \frac{1 - T_X/T}{4\gamma A} \frac{t_{\text{ff}}}{t_C} + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{A} + \frac{(1 - T_X/T)^2}{4\gamma^2 A^2} \left( \frac{t_{\text{ff}}}{t_C} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{Д.26})$$

При комптоновском охлаждении температура изменяется экспоненциально:

$$T = T_X + (T_{\text{cr}} - T_X) \exp\left(-\frac{t}{t_C}\right) \quad (\text{Д.27})$$

(см. раздел 2.3). При медленном охлаждении,  $t_{\text{ff}}/t_C \ll 1$ , критическая точка находится ниже альвеновской поверхности, т.е. в потоке, вплоть до достижения им магнитосферы, нет перехода через скорость звука. При таких условиях и может реализоваться режим медленного оседания. Если критическая точка лежит выше альвеновской поверхности, то скорость потока становится сверхзвуковой ещё до достижения им магнитосферы, поэтому при взаимодействии потока с магнитосферой ожидается образование ударной волны. Как турбулентность, так и быстрое охлаждение сдвигают критическую точку вверх по течению.

В случае быстрого охлаждения,  $t_{\text{ff}}/t_C \gg 1$ ,  $T \rightarrow T_X$ , так что  $u_r/u_{\text{ff}} \approx 1/2$  (ср. с (Д.17) для адиабатического течения), но критическая точка лежит выше альвеновской поверхности и в течении над магнитосферой образуется область свободного падения. Отношение  $f(u) = |u_r|/u_{\text{ff}}$  достигает максимума при  $t_{\text{ff}}/t_C \approx 0,46$  при типичном отношении температур  $T_{\text{cr}}/T_X = 10$ , и, в зависимости от величины фактора  $A = 0,8 - 1,23$  (анизотропная или изотропная турбулентность), оно оказывается равным  $f(u) = 0,5 - 0,6$ .

**Благодарности.** Авторы благодарят В.А. Дорошенко (ИААТ) за предоставление наблюдательных данных по корреляции моментов сил и светимости в рентгеновских пульсарах GX 301-2 и Vela X-1, В.С. Бескина и В.Ф. Сулейманова за обсуждение, а также рецензента за внимательное прочтение работы и замечания. Н.И.Ш. благодарит Институт М. Планка по астрофизике (Гархинг) за гостеприимство. Работа Н.И.Ш., К.А.П. и А.Ю.К. поддержана грантами РФФИ 09-02-00032, 12-02-00186 и 10-02-00599. Работа Л.Я. поддержана грантом фонда Wenner-Gren (Швеция).

## Список литературы

1. Bildsten L et al. *Astrophys. J. Suppl.* **113** 367 (1997)
2. Shakura N I, Sunyaev R A *Astron. Astrophys.* **24** 337 (1973)
3. Pringle J E, Rees M J *Astron. Astrophys.* **21** 1 (1972)
4. Ghosh P, Lamb F K *Astrophys. J.* **234** 296 (1979)
5. Lovelace R V E, Romanova M M, Bisnovatyi-Kogan G S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **275** 244 (1995)
6. Kluźniak W, Rappaport S *Astrophys. J.* **671** 1990 (2007)
7. Fryxell B A, Taam R E *Astrophys. J.* **335** 862 (1988)
8. Ruffert M *Astron. Astrophys.* **317** 793 (1997)
9. Ruffert M *Astron. Astrophys.* **346** 861 (1999)
10. Burnard D J, Arons J, Lea S M *Astrophys. J.* **266** 175 (1983)
11. Davies R E, Pringle J E *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **196** 209 (1981)
12. Illarionov A F, Kompaneets D A *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **247** 219 (1990)
13. Bisnovatyi-Kogan G S *Astron. Astrophys.* **245** 528 (1991)
14. Shakura N, Postnov K, Kochetkova A, Hjalmarsdotter L *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **420** 216 (2012)
15. Illarionov A F, Sunyaev R A *Astron. Astrophys.* **39** 185 (1975)
16. Elsner R F, Lamb F K *Astrophys. J.* **215** 897 (1977)
17. Arons J, Lea S M *Astrophys. J.* **207** 914 (1976)
18. Bondi H *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **112** 195 (1952)
19. Arons J, Lea S M *Astrophys. J.* **210** 792 (1976)
20. Компанец А С *ЖЭТФ* **31** 876 (1956) [Kompaneets A S *Sov. Phys. JETP* **4** 730 (1957)]
21. Weymann R *Phys. Fluids* **8** 2112 (1965)
22. Shakura N, Postnov K, Hjalmarsdotter L *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **428** 670 (2013)
23. Doroshenko V, Santangelo A, Suleimanov V *Astron. Astrophys.* **529** 52 (2011)
24. Finger M et al., <http://gammaray.nsstc.nasa.gov/gbm/science/pulsars/lightcurves/gx1p4.html>
25. Ихсанов Н Р, Бескровная Н Г *Астрон. журн.* **89** 652 (2012) [Ikhsanov N R, Beskrovnaia N G *Astron. Rep.* **56** 589 (2012)]
26. Липунов В М *Астрофизика нейтронных звезд* (М.: Наука, 1987) [Lipunov V M *Astrophysics of Neutron Stars* (Berlin: Springer-Verlag, 1992)]
27. Chakrabarty D et al. *Astrophys. J. Lett.* **481** L101 (1997)
28. Sunyaev R A, in *Physics and Astrophysics of Neutron Stars and Black Holes* (Proc. of the Intern. School of Physics "Enrico Fermi", Course 65, Eds R Giacconi, R Ruffini) (Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1978) p. 697
29. Ho C et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **238** 1447 (1989)
30. Nelson R W et al. *Astrophys. J.* **488** L117 (1997)
31. Hunt R *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **154** 141 (1971)
32. González-Galán A et al. *Astron. Astrophys.* **537** A66 (2012)
33. Koh D T et al. *Astrophys. J.* **479** 933 (1997)
34. White N E et al. *Astrophys. J.* **209** L119 (1976)
35. Kaper L, van der Meer A, Najarro F *Astron. Astrophys.* **457** 595 (2006)
36. de Kool M, Anzer U *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **262** 726 (1993)
37. Nagase F *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **41** 1 (1989)
38. Pravdo S H, Ghosh P *Astrophys. J.* **554** 383 (2001)
39. La Barbera A et al. *Astron. Astrophys.* **438** 617 (2005)
40. Kreykenbohm I et al. *Astron. Astrophys.* **427** 975 (2004)
41. Doroshenko V et al. *Astron. Astrophys.* **515** A10 (2010)
42. Quaintrell H et al. *Astron. Astrophys.* **401** 313 (2003)
43. van Kerkwijk M H et al. *Astron. Astrophys.* **303** 483 (1995)
44. Rappaport S *IAU Circ.* **2869** 2 (1975)
45. Бочкарев Н Г, Кашицкая Е А, Шакура Н И *Письма в Астрон. журн.* **1** 13 (1975) [Bochkarev N G, Karitskaya E A, Shakura N I *Sov. Astron. Lett.* **1** 237 (1975)]
46. Nagase F et al. *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **38** 547 (1986)
47. Watanabe S et al. *Astrophys. J.* **651** 421 (2006)
48. Staubert R *Chin. J. Astron. Astrophys.* **3** (Suppl.) 270 (2003)
49. Doroshenko V, PhD Thesis (IAAT) (Tübingen: Institut für Astronomie und Astrophysik Tübingen, Univ. Tübingen, 2011)
50. Daviden A, Malina R, Bowyer S *Astrophys. J.* **211** 866 (1977)
51. Hinkle K H et al. *Astrophys. J.* **641** 479 (2006)
52. Makishima K et al. *Nature* **333** 746 (1988)
53. Dotani T et al. *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **41** 427 (1989)
54. Hénault-Brunet V et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **420** L13 (2012)
55. Haberl F et al. *Astron. Astrophys.* **537** L1 (2012)
56. Popov S B, Turolla R *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **421** L127 (2012)
57. Fu L, Li X-D *Astrophys. J.* **757** 171 (2012)
58. Reig P, Torrejón J M, Blay P *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **425** 595 (2012)
59. Ribó M et al. *Astron. Astrophys.* **449** 687 (2006)
60. Torrejón J M et al. *Astron. Astrophys.* **423** 301 (2004)
61. Masetti N et al. *Astron. Astrophys.* **423** 311 (2004)
62. Blay P et al. *Astron. Astrophys.* **438** 963 (2005)
63. Wang W *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **398** 1428 (2009)
64. Raymond J C, Cox D P, Smith B W *Astrophys. J.* **204** 290 (1976)
65. Cowie L L, McKee C F, Ostriker J P *Astrophys. J.* **247** 908 (1981)
66. Tarter C B, Tucker W H, Salpeter E E *Astrophys. J.* **156** 943 (1969)
67. Hatchett S, Buff J, McCray R *Astrophys. J.* **206** 847 (1976)
68. Сюняев Р А, Шакура Н И *Письма в Астрон. журн.* **3** 262 (1977) [Sunyaev R A, Shakura N I *Sov. Astron. Lett.* **3** 138 (1977)]
69. Marykuty J et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **407** 285 (2010)
70. Ducci L, Sidoli L, Paizis A *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **408** 1540 (2010)
71. Chashkina A, Popov S B *New Astron.* **17** 594 (2012)
72. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1986) [Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1987)]
73. Wasiutyński J *Studies in Hydrodynamics and Structure of Stars and Planets* (Oslo: Dydwad, 1946)
74. Shakura N I, Sunyaev R A *Adv. Space Res.* **8** 135 (1988)
75. Shakura N I, Sunyaev R A, Zilitinkevich S S *Astron. Astrophys.* **62** 179 (1978)
76. Parker E N *Interplanetary Dynamical Processes* (New York: Interscience Publ., 1963)
77. Бескин В С *Оссиметричные стационарные течения в астрофизике* (М.: Физматлит, 2005) [Beskin V S *MHD Flows in Compact Astrophysical Objects* (Heidelberg: Springer, 2010)]

## Quasi-spherical subsonic accretion in X-ray pulsars

N.I. Shakura, K.A. Postnov, A.Yu. Kochetkova, L. Hjalmarsdotter

Sternberg State Astronomical Institute, Lomonosov Moscow State University, Universitetskii prosp. 13, 119992 Moscow, Russian Federation. E-mail: kpostnov@gmail.com

A theoretical model is considered for quasi-spherical subsonic accretion onto slowly rotating magnetized neutron stars. In this regime the accreting matter settles down subsonically onto the rotating magnetosphere, forming an extended quasi-static shell. Angular momentum transfer in the shell occurs via large-scale convective motions resulting, for observed pulsars, in an almost iso-angular-momentum  $\omega \sim 1/R^2$  rotation law inside the shell. The accretion rate through the shell is determined by the ability of the plasma to enter the magnetosphere due to Rayleigh–Taylor instabilities, with allowance for cooling. A settling accretion regime is possible for moderate accretion rates  $\dot{M} \lesssim \dot{M}_* \approx 4 \times 10^{16} \text{ g s}^{-1}$ . At higher accretion rates a free-fall gap above the neutron star magnetosphere appears due to rapid Compton cooling, and the accretion becomes highly non-stationary. Observations of spin-up/spin-down rates of quasi-spherically wind accreting equilibrium X-ray pulsars with known orbital periods (like, e.g., GX 301-2 and Vela X-1) enable us to determine the main dimensionless parameters of the model as well as to estimate surface magnetic field of the neutron star. For equilibrium pulsars, the independent measurements of the neutron star magnetic field allows for an estimate of the stellar wind velocity of the optical companion without using complicated spectroscopic measurements. For non-equilibrium pulsars, a maximum value is shown to exist for the spin-down rate of the accreting neutron star. From observations of the spin-down rate and the X-ray luminosity in such pulsars (e.g., GX 1 + 4, SXP 1062 and 4U 2206 + 54), a lower limit can be put on the neutron star magnetic field, which in all cases turns out to be close to the standard value and which agrees with cyclotron line measurements. The model further explains both the spin-up/spin-down of the pulsar frequency on large time-scales and also accounts for the irregular short-term frequency fluctuations, which may correlate or anti-correlate with the observed X-ray luminosity fluctuations.

PACS numbers: 95.30.Lz, 97.10.Gz, 97.80.Jp, 98.70.Qy

Bibliography — 77 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **183** (4) 337–364 (2013)

DOI: 10.3367/UFNr.0183.201304a.0337

Received 16 August 2012, revised 23 November 2012

Physicks — Uspekhi **56** (4) (2013)