

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

О физической интерпретации томсоновского рассеяния в плазме

В.Н. Цытович

Рассеяние волн на отдельных частицах происходит вследствие их колебаний в поле падающей волны и излучения этими колебаниями рассеянной волны. Обычно считается, что рассеяние в плазме, хотя сечение рассеяния в ней и имеет порядок томсоновского сечения рассеяния в вакууме, происходит на флуктуациях плотности плазмы, в которых участвуют и ионы, поэтому полное рассеянное излучение не является суммой томсоновских рассеяний на отдельных электронах. Несмотря на то что широко используемые при обработке наблюдений формулы рассеяния являются правильными, их интерпретация часто неточна. Приводится строгое доказательство того, что рассеяние в плазме равно сумме рассеяний на электронах и ионах, при этом полная разность импульсов падающей и рассеянной волны распределяется между электронами и ионами, и только такая интерпретация позволяет получить законы сохранения для волн и частиц в плазме. Обсуждаются общепланетарные, астрофизические и другие следствия правильной интерпретации процессов рассеяния для частот излучения, намного превышающих плазменную частоту.

PACS numbers: 52.27.Lw, 52.35.Dm, 52.35.Fp, 52.35.Qz

DOI: 10.3367/UFNr.0183.201302f.0195

Содержание

1. Введение. Основы физики и история исследования процессов рассеяния (195).
2. Методические замечания (197).
 - 2.1. Рассеяние электромагнитных волн на флуктуациях плотности в плазме.
 - 2.2. Переходное рассеяние пробных нерелятивистских ионов.
 - 2.3. Баланс частиц и фотонов в процессах рассеяния.
 - 2.4. Вывод классических уравнений баланса при учёте флуктуаций плазмы и случайности рассеиваемых волн.
 - 2.5. Обсуждение.
3. Сравнение мощностей рассеяния назад электронами и ионами (202).
4. Примеры оценок для приложений (203).
 - 4.1. Радарные измерения рассеяния от пылевых облаков в нижней ионосфере.
 - 4.2. Оценки рассеяния на ионах для эффекта полярного мезосферного летнего эха.
 - 4.3. Оценки для экспериментов по нагреву электронов в области пылевых облаков.
 - 4.4. Оценки рассеяния на когерентных пылевых структурах.
5. Заключение (205).

Список литературы (206).

1. Введение. Основы физики и история исследования процессов рассеяния

Необходимость изменения терминологии при рассмотрении эффектов рассеяния электромагнитных и других

В.Н. Цытович. Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, 119991 Москва, Российской Федерации
E-mail: tsytov@lpi.ru

Московский физико-технический институт (государственный университет), Институтский пер. 9, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Российской Федерации

Статья поступила 10 января 2012 г.,
после доработки 23 февраля 2012 г.

волн в плазме стала ясной сравнительно давно [1]. Но до сих пор нередко отсутствует чёткое понимание того, что это изменение терминологии необходимо для более точного описания физики процессов рассеяния. В одной из наиболее часто цитируемых, прекрасно написанной монографии Дж. Шеффильда [2] по рассеянию электромагнитных волн в плазме уже во введении, где приводится содержание глав монографии, утверждается, что, "так как интенсивность рассеяния обратно пропорциональна массе заряда (точнее, квадрату массы заряда. — В.Н.Ц.), то мы сразу должны заключить, что рассеяние в основном производится только электронами". Это уже довольно укоренившееся утверждение не является правильным. Ниоткуда не следует, что если выражение для интенсивности рассеяния содержит только массу электрона (в данном случае квадрат массы в знаменателе), то рассеяние не может создаваться и ионами плазмы. В [2] показано, что в правильные формулы для интенсивности рассеяния действительно входит функция распределения ионов плазмы, пропорциональная концентрации ионов (см. в [2] формулу (6.3.4)). Далее в [2] проводится различие между "некогерентным" рассеянием, при котором длина волны $2\pi/|\mathbf{k}_{inc} - \mathbf{k}_{sc}|$ много меньше дебаевского радиуса экранирования, и "когерентным" рассеянием при обратном соотношении этих величин (здесь $2\pi/|\mathbf{k}_{inc}|$ — длина волны рассеиваемого излучения, $2\pi/|\mathbf{k}_{sc}|$ — длина волны рассеянного излучения). В пределе "некогерентного" рассеяния интенсивность рассеяния равняется сумме интенсивностей рассеяния на свободных электронах в вакууме. При этом часто утверждается, что рассеяние в среде (плазме) должно отличаться от такого на отдельных частицах, так как в целом однородная среда не должна рассеивать и только флуктуации в среде должны приводить к рассеянию.

Рассеяние на флуктуациях плазмы впервые было рассмотрено в рамках последовательной теории флуктуаций в плазме в [3–5] (см. подробные ссылки в [2]) — и

действительно, интенсивность рассеяния содержала два слагаемых [2]: одно являлось пропорциональным функции распределения электронов, а другое слагаемое, пропорциональное функции распределения ионов, в пределе, указанном выше, давало так называемое некогерентное рассеяние. При этом предлагается следующее "разъяснение" когерентного рассеяния в случае, когда появляются члены, пропорциональные функции распределения ионов, и видоизменяются сечения рассеяния в члене, пропорциональном функции распределения электронов. А именно, ионы имеют поляризационные электронные "шубы", которые тоже участвуют в рассеянии, и флюктуации плотности затрагивают электроны поляризационных шуб ионов, что и делает отличным рассеяние на флюктуациях в плазме от суммы рассеяний на отдельных электронах. То, что в рассеянии участвуют электронные шубы частиц, является правильным утверждением. Что же мешает сказать, что часть рассеяния, пропорциональная распределению ионов, происходит именно на ионах? Именно то, что ионы являются тяжёлыми и не могут иметь большую амплитуду колебаний в поле падающей волны. Но излучение рассеянной волны, как утверждается, обусловлено электронами поляризационной шубы ионов, и, поскольку колебания электронов обратно пропорциональны их массе, полная интенсивность рассеяния определяется только массой электронов. Это стандартные слова, сопровождающие объяснение "когерентного" рассеяния.

Правильность или ошибочность такой картины проще всего проверяется на основе законов сохранения энергии и импульса при рассеянии (см. раздел 2). И утверждение о том, что энергия и импульс передаются электронам поляризационных шуб, не выдерживает такой проверки, что было выяснено ещё в [1]. Ясно, что полный импульс и полная энергия рассеянного излучения не равны полному импульсу и полной энергии падающего излучения. Вопрос заключается в том, куда передаются энергия и импульс. Конечно, рассеивающим частицам. Но полностью ли электронам или только частично, или, может быть, почти полностью ионам? Результаты расчёта показывают, что в определённых случаях энергия и импульс могут передаваться в основном ионам. Как отмечалось, в интенсивности рассеяния имеется два члена, один из которых пропорционален функции распределения электронов, а другой — функции распределения ионов. Можно по отдельности рассмотреть оба этих члена и рассчитать обратное воздействие на распределения электронов и ионов процессов рассеяния, описываемых указанными членами (см. в разделе 2 выражения стандартной теории, содержащие оба этих члена, и отдельный расчёт рассеяния, описываемого вторым членом), и подтвердить, что рассеяние происходит как на электронах, так и на ионах плазмы. Оказывается, что второй член описывает передачу энергии и импульса ионам, а первый — электронам.

Таким образом, правильной интерпретацией является следующая: рассеяние происходит как на электронах, так и на ионах плазмы и результирующая интенсивность рассеяния представляет собой просто сумму интенсивностей рассеяния на электронах и ионах плазмы. Причём рассеяние на ионах имеет тот же порядок величины, что и рассеяние на электронах (а именно, сечение рассеяния имеет порядок томсоновского сечения рассеяния). Это следует из теории флюктуаций. Так называемое некогерентное рассеяние соответствует случаю, в котором рассеяние на ионах мало. Таким образом, "шубы" электронов являются просто промежуточным звеном,

не участвующим в обмене энергией и импульсом между рассеиваемыми волнами и частицами.

То, что излучение тяжёлых частиц может определяться окружающей их поляризацией, зависящей при больших частотах только от массы электронов, хорошо известно благодаря явлению излучения Вавилова–Черенкова, поэтому не вызывает удивления, что тяжёлый ион в поле рассеиваемой волны может излучать волны с интенсивностью, определяемой массой электрона. В [1] получено, что для расчёта такого излучения нужно использовать нелинейные отклики, зависящие от двух полей, в данном случае от поля падающей волны и поля иона, не возмущённого полем волны. Эти нелинейные отклики, которые содержат только массу электронов, приводят как к появлению указанного выше второго члена в поле рассеиваемого излучения (рассеяние на ионах), так и к видоизменению и значительному уменьшению первого члена (рассеяние на электронах). В исследованиях [6] (выполненных после исследований [3–5]) впервые было обнаружено рассеяние из-за нелинейности, которое возможно для сколь угодно тяжёлых частиц, в частности для ионов плазмы. Такое рассеяние было названо нелинейным. Хотя (как и для обычного рассеяния из-за колебаний заряда) поле рассеянной волны в данном случае пропорционально полю падающей волны (т.е. линейно по полю), рассеяние нового типа может быть рассчитано из нелинейных откликов плазмы, что явилось указанием на целесообразность применения термина "нелинейное рассеяние". Этот термин широко используется в [1].

Впоследствии при более общем рассмотрении процессов рассеяния вследствие модуляции диэлектрической проницаемости полем падающей волны был обнаружен эффект *переходного рассеяния* [7–9]. Оказалось, что для плазмы переходное рассеяние тождественно ранее рассмотренному нелинейному рассеянию. За этим процессом, происходящим в плазме, закрепилось название *переходного рассеяния* [7–9]. Последний термин не только является более правильным с физической точки зрения, но и более глубоко отражает суть процесса, а также позволяет различать спонтанное рассеяние и вынужденное рассеяние, которое может быть пропорциональным более высоким порядкам по полю падающей и рассеянной волн (т.е. нелинейным по полю волн). Переходное рассеяние было рассчитано для отдельных частиц в плазме. Содержится ли оно в формулах для рассеяния из-за флюктуаций? Оказалось, что содержит. Оба типа рассеяния могут иметь один и тот же порядок величины и интерферировать между собой, так что рассеяние на электронах в плазме может оказаться много меньшим, чем в вакууме, а также много меньшим рассеяния на ионах. Переходное рассеяние обязано своим существованием изменению рассеяния на электронах в плазме по сравнению с рассеянием в вакууме (первый член для стандартной теории рассеяния). Мы покажем здесь, что формулы для рассеяния на флюктуациях включают в себя как *обычное рассеяние*, обусловленное колебаниями частиц в поле рассеиваемой волны, так и *переходное рассеяние*, а также *интерференцию между ними*.

Настоящая заметка посвящена только чисто классическим эффектам, причём квантовые вероятности рассеяния вводятся феноменологически и получаемые следствия обсуждаются лишь для классического предела. В этом смысле настоящая заметка совершенно не пересекается с заметками [10, 11], в которых подробно обсуждается роль квантовых поправок в рассеянии и характер рассеяния при наличии электронных пучков. Квантовой

теории переходного рассеяния посвящена работа [12]. В классическом пределе параметрические неустойчивости, обсуждаемые в [10, 11], фактически учитывают поляризационные шубы и, как оказывается (см. [13]), в определённом пределе описывают индуцированное переходное рассеяние. Поэтому мы ограничиваемся здесь классическим рассмотрением, делая акцент на тех случаях, в которых рассеяние на ионах доминирует.

Как видно из кратко изложенной выше истории исследований процессов рассеяния волн в плазме, в конечном счёте была установлена картина, в которой существенную роль играет интерференция переходного и обычного рассеяний из-за колебаний частиц в поле волны, а также подтверждена давно отмеченная (ещё в работах, опубликованных в конце 1960-х – начале 1970-х годов) большая роль ионов в рассеянии, поэтому можно только удивляться стойкости предрассудков (которые до сих пор находят отражение в литературе, особенно в астрофизической), заключающихся в том, что рассеяние высокочастотных волн происходит только на электронах. В физике плазмы стало общепринятым то, что большую роль играют вынужденное и спонтанное рассеяние продольных волн и электромагнитных волн в основном на ионах. Для того чтобы подчеркнуть иллюзорность представления о том, что высокочастотные волны рассеиваются в плазме только на электронах, и показать необходимость анализа рассеяния на ионах, в разделе 2 в упрощённом виде приводится схема процедуры расчётов для получения законов сохранения энергии и импульса между волнами и частицами плазмы в процессах рассеяния для произвольных неравновесных распределений частиц и высокочастотных волн (таких расчётов ранее не проводилось). Сопоставление результатов, полученных при учёте обычного и переходного рассеяния, со стандартными результатами рассеяния на флуктуациях плотности в тепловой плазме, которые используются при обработке экспериментальных данных по рассеянию электромагнитных волн, показало, что они полностью совпадают.

2. Методические замечания

2.1. Рассеяние электромагнитных волн на флуктуациях плотности в плазме

В первую очередь выпишем результат теории флуктуаций, используя обозначения, более близкие к [1]. Так, в [2] через ω и \mathbf{k} обозначены разности частот и волновых векторов рассеиваемой и рассеянной волн, каждая из которых рассматривается как монохроматическая электромагнитная волна высоких частот, а частицы плазмы полагаются нерелятивистскими, тогда как в [1] рассмотрен случай рассеяния любых волн с широким набором частот и волновых чисел. Для сопоставления результатов работ [1] и [2] целесообразно использовать стандартные обозначения частоты как ω и волнового вектора как \mathbf{k} для удобства представления при расчётах фурье-преобразований любых величин. Например, разложение на фурье-гармоники в пространстве и во времени для поля \mathbf{E} записывается в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int \mathbf{E}_{\mathbf{k}, \omega} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) d\mathbf{k} d\omega. \quad (1)$$

Следуя [2], обозначим частоту и волновой вектор рассеиваемой волны через ω_{inc} и \mathbf{k}_{inc} , а частоту и волновой

вектор рассеянной волны — через ω_{sc} и \mathbf{k}_{sc} . Далее, в отличие от обозначений в [2] и в согласии с принятыми в [1], обозначим разности частот и волновых векторов рассеиваемой и рассеянной волн через $\omega_- = \omega_{\text{inc}} - \omega_{\text{sc}}$ и $\mathbf{k}_- = \mathbf{k}_{\text{inc}} - \mathbf{k}_{\text{sc}}$, $k_- = |\mathbf{k}_-|$ (в [2] соответствующие величины обозначены просто как \mathbf{k} и ω). Для произвольных волн в плазме в случае, рассмотренном в [1], для каждой ветви волн частоты ω_{inc} , ω_{sc} являются функциями \mathbf{k}_{inc} , \mathbf{k}_{sc} , а для высокочастотных электромагнитных волн, рассмотренных в [2], $\omega_{\text{inc}} = |\mathbf{k}_{\text{inc}}|c$, $\omega_{\text{sc}} = |\mathbf{k}_{\text{sc}}|c$ (где c — скорость света). Обозначим поле падающей волны через \mathbf{E}_{inc} , а поле рассеянной волны — через \mathbf{E}_{sc} . Нижние индексы inc и sc, используемые для обозначения величин рассеиваемой (incident) и рассеянной (scattered) волн, будем ставить перед индексами i , j для компонент векторов. Величины, соответствующие электронам, будем помечать верхним индексом e, а соответствующие ионам — верхним индексом i. Считается, что в плазме все частицы нерелятивистские, $v^{e,i}/c \ll 1$, а частоты много меньше $m_e c^2$, что соответствует определению в [2] томсоновского рассеяния. Тогда, опуская коэффициенты, зависящие от поляризации, имеем, в согласии с формулой (6.3.4) в [2], что отношение интенсивности рассеянной волны к интенсивности рассеиваемой волны определяется фактором $S(\mathbf{k}_-, \omega_-)$:

$$S(\mathbf{k}_-, \omega_-) = \frac{2\pi}{|k_-|} \left| 1 - \frac{G^e}{\epsilon_-} \right|^2 f_{0,\parallel}^e \left(\frac{\omega_-}{k_-} \right) + \frac{2\pi Z^i}{|k_-|} \left| \frac{G^e}{\epsilon_-} \right|^2 f_{0,\parallel}^i \left(\frac{\omega_-}{k_-} \right), \quad (2)$$

где $f_{0,\parallel}^e(v)$ и $f_{0,\parallel}^i(v)$ — одномерные функции распределения электронов и ионов в направлении вектора \mathbf{k}_- и минус в нижнем индексе у ϵ_- и восприимчивости G^e соответствует индексу \mathbf{k}_-, ω_- . Продольная диэлектрическая проницаемость ϵ_- выражается через поляризуемости электронов $G^e(\mathbf{k}, \omega)$ и ионов $G^i(\mathbf{k}, \omega)$ (минус в нижнем индексе, согласно обозначениям в [2], здесь опускаем):

$$\epsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + G^e(\mathbf{k}, \omega) + G^i(\mathbf{k}, \omega), \quad (3)$$

где $G^e(\mathbf{k}, \omega)$ и $G^i(\mathbf{k}, \omega)$ — соответственно поляризуемости электронов и ионов плазмы,

$$G^e(\mathbf{k}, \omega) = \int d\mathbf{v} \frac{4\pi e^2}{k^2(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i0)} \left(\mathbf{k} \frac{\partial \Phi^e}{\partial \mathbf{p}} \right), \quad (4)$$

$$G^i(\mathbf{k}, \omega) = \int d\mathbf{v} \frac{4\pi(Z^i)^2 e^2}{k^2(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i0)} \left(\mathbf{k} \frac{\partial \Phi^i}{\partial \mathbf{p}} \right), \quad (5)$$

Φ^e и Φ^i , как подчёркнуто в [2], — это усреднённые по флуктуациям функции распределения электронов и ионов. В согласии с [2], распределения частиц в (4), (5) зависят от скорости частиц \mathbf{v} , и они нормируются на $d\mathbf{v}$, тогда как в [1] — на $d\mathbf{p}/(2\pi)^3$, где \mathbf{p} — импульс частиц. Использование предположения [2] о том, что все ионы имеют один и тот же заряд Z^i , облегчает сопоставление результатов [1] и [2]. Очевидно, что в (4) \mathbf{v} — это скорость электронов, а в (5) — скорость ионов. В [2] невозмущённые концентрации электронов n_0^e и ионов n_0^i находятся из функций распределения, $\Phi^i = n_0^i f_0^i$; $\Phi^e = n_0^e f_0^e$. Индекс нуль показывает, что эти распределения имеют место до воздействия рассеиваемого излучения. В более общем случае, рассмотренном в [1], указано на то, что при учёте

медленного изменения распределения частиц вследствие того же процесса рассеяния в (4), (5) следует подставлять распределения, учитывающие такие изменения. В [2] используется условие квазинейтральности $n_0^i = n_0^e/Z^i$, чтобы выразить все величины через концентрации электронов, что в определённой степени маскирует участие ионов в рассеянии, создавая иллюзию, что рассеяние происходит только на электронах. Кстати, полная интенсивность рассеяния в [2] намеренно записывается как пропорциональная концентрации электронов. Если воспользоваться условием квазинейтральности, то поляризуемость ионов (5) будет содержать первую степень Z^i , как и в формуле (6.2.18) из [2] (заметим, что во второй строке формулы (6.2.18) из [2] имеется ошибка — там должна быть невозмущённая электронная концентрация). В [2] используются обозначения, которые могут ввести читателя в заблуждение. Так, $f_{e0}(\omega/k)$, $f_{i0}(\omega/k)$ — это одномерные функции распределения электронов и ионов по скоростям вдоль вектора \mathbf{k} , нормированные соответственно на $(2\pi T_e/m_e)^{1/2}$ и $(2\pi T_i/m_i)^{1/2}$ (см. в [2] формулы (3.3.5), (6.3.4) и др.), тогда как при обратном порядке нижних индексов они представляют собой трёхмерные функции распределения (например, $f_{0,e}$ в поляризуемости — это трёхмерная функция распределения, нормированная на $(2\pi T_e/m_e)^{3/2}$). Поэтому здесь несколько изменены обозначения [2], для того чтобы у читателя не возникло недоразумений. Также необходимо заметить, что условие квазинейтральности основного состояния при учёте только электронов и ионов может не выполняться, если в системе есть и другие заряженные частицы (например, пылевые). Общий множитель n_0^e в интенсивности рассеяния, записанной в [2], удобно внести в выражение (2) и представить его в виде

$$\begin{aligned} n_0^e S(\mathbf{k}_-, \omega_-) = & 2\pi \left| 1 - \frac{G^e}{\epsilon_-} \right|^2 \int \Phi_0^e(v^e) \delta(\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v}^e) d\mathbf{v}^e + \\ & + 2\pi(Z^i)^2 \left| \frac{G^e}{\epsilon_-} \right|^2 \int \Phi_0^i(v^i) \delta(\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v}^i) d\mathbf{v}^i, \end{aligned} \quad (6)$$

где Φ_0^e и Φ_0^i — полные начальные функции распределения электронов и ионов, нормированные на скорости частиц и включающие в себя их концентрации. Из выражения (6) явно видно, что первый член в правой части пропорционален полной функции распределения электронов, а второй — полной функции распределения ионов, проинтегрированных по скоростям с учётом законов сохранения энергии и импульса в элементарном акте рассеяния соответственно на электронах и ионах:

$$\delta(\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v}^e) = \delta(\omega_{sc} - \omega_{inc} - (\mathbf{k}_{sc} - \mathbf{k}_{inc}) \mathbf{v}^e), \quad (7)$$

$$\delta(\omega_- - \mathbf{k}_- \mathbf{v}^i) = \delta(\omega_{sc} - \omega_{inc} - (\mathbf{k}_{sc} - \mathbf{k}_{inc}) \mathbf{v}^i). \quad (8)$$

Первый член правой части (6), описывающий рассеяние на электронах, учитывает интерференцию обычного рассеяния из-за колебаний электронов в поле рассеиваемой волны и переходное рассеяние на электронной поляризации, обусловленной недостатком электронов плазмы в электронной шубе рассеивающего электрона, возникающей из-за их отталкивания от него (складываются амплитуды, а не интенсивности — последние в данном случае имеют противоположные знаки).

Обозначив через ε_p^i энергию иона до рассеяния и через ε_p^i энергию иона после рассеяния, записываем закон сохранения энергии и импульса в элементарном акте

рассеяния ионом в виде

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}_{inc} - \hbar \mathbf{k}_{sc}, \quad (9)$$

$$\varepsilon_p + \hbar \omega_{inc} = \varepsilon_p + \hbar \omega_{sc} + \hbar \omega_{sc}, \quad (10)$$

отсюда в классическом пределе при разложении по импульсам электромагнитных волн получим соотношение (8).

Всё это указывает на то, что второй член соотношения (6) описывает рассеяние на ионах. В этом также можно убедиться, рассматривая переходное рассеяние на пробном ионе и рассчитывая изменения функции распределения ионов в процессе рассеяния электромагнитных волн.

2.2. Переходное рассеяние пробных нерелятивистских ионов

Метод *пробных частиц* является весьма эффективным в физике плазмы, так как любая из частиц плазмы, ввиду их неразличимости, может рассматриваться как пробная и описание процессов для отдельной пробной частицы должно соответствовать таковому для любой частицы плазмы. Рассмотрим поэтому переходное рассеяние электромагнитных волн на одном пробном нерелятивистском ионе с зарядом $Z^{(q)} e$ и сравним результат с результатом теории рассеяния на флуктуациях.

Качественные представления о переходном рассеянии и его теория подробно изложены в [1, 7–9]; здесь же достаточно описать общую схему расчёта применительно к рассеянию высокочастотных электромагнитных волн на нерелятивистских ионах. Амплитуда рассеиваемой волны мала, поэтому она создаёт только пренебрежимо малые по сравнению с их тепловыми скоростями колебания ионов. Для компонент Фурье поля $\mathbf{E}^{(q)}$, создаваемого нерелятивистским *пробным ионом* с зарядом $Z^{(q)} e$, имеем

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}, \omega}^{(q)} = \frac{Z^{(q)} e \mathbf{k}}{2\pi^2 k^2 \epsilon_{\mathbf{k}, \omega}} \delta(\omega - \mathbf{k} \mathbf{v}^{(q)}). \quad (11)$$

Это выражение для поля следует из уравнения Пуассона для иона, равномерно движущегося в плазме со скоростью $\mathbf{v}^{(q)}$. Здесь $\epsilon_{\mathbf{k}, \omega}$ — продольная диэлектрическая проницаемость, определяемая соотношениями (3)–(6). Для нерелятивистских скоростей ионов нужно учитывать только продольную компоненту поля частицы (в фурье-компонентах — компоненту вдоль \mathbf{k}). Согласно [1, 7–9], переходное рассеяние определяется нелинейным током $\mathbf{j}^{nl,2}$ второго порядка по полю, являющимся откликом плазмы одновременно на поле рассеиваемой волны \mathbf{E}_i и на поле иона (11). Для i -й компоненты этого тока используем стандартное выражение:

$$j_i^{nl,2}(\mathbf{k}, \omega) = 2 \int S_{i,j,l} E_{inc,j}(\mathbf{k}_1, \omega_1) E_l^{(q)}(\mathbf{k}_2, \omega_2) d_{1,2}, \quad (12)$$

$$d_{1,2} = d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\omega_1 d\omega_2 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2). \quad (13)$$

Соотношение (12) можно записать символически как

$$j_i^{nl,2} = 2 \int \hat{S} E_{inc} E^{(q)} d_{1,2}. \quad (14)$$

В (12), (14) нелинейный тензор отклика плазмы, симметризованный по j , \mathbf{k}_1 , ω_1 и l , \mathbf{k}_2 , ω_2 , легко находится по теории возмущений по полям (см. [1, 12]). Коэффициент 2

в правой части (12) возникает из-за указанной симметризации и наличия двух слагаемых в (12), когда поле иона $E^{(q)}$ фигурирует в (12) в качестве сомножителей или на первом, или на втором месте. Дальнейшее упрощение (12) легко проводится: надо учсть, что, во-первых, поле рассеиваемой волны является электромагнитным и высокочастотным, во-вторых, основной вклад вносят возмущения электронов с нерелятивистскими скоростями и, в-третьих, знаменатели откликов, содержащие разности частот, намного превосходят знаменатели, содержащие только сами частоты (стандартные предположения (см. [1, 10])). Тогда тензор S будет пропорциональным G_-^e , а поле пробного иона даёт в знаменателе ϵ_- , так что нелинейный ток (14) будет пропорциональным G_-^e/ϵ_- . Для расчёта интенсивности Q для волн, рассеянных на пробном ионе, достаточно подсчитать работу рассеянной волны, совершающую возникающим из-за наличия пробного иона током (14), которая описывается совместным воздействием поля рассеиваемой волны и поля пробного иона,

$$Q = - \int \mathbf{j}^{\text{nl}, 2} \mathbf{E}_{\text{sc}} d\mathbf{r}. \quad (15)$$

Поле \mathbf{E}_{sc} , возбуждаемое током (14), находится из уравнений Максвелла с током (14) в правой части. После перехода к компонентам Фурье в (15) при делении тока на оператор Максвелла для нахождения \mathbf{E}_{sc} в числителе подынтегрального выражения (15) возникает квадрат тока и (15) становится пропорциональным квадрату модуля G_-^e/ϵ_- , а в знаменателе (14) вклад будет вносить только мнимая часть оператора Максвелла: $\text{Im}\{1/(\omega_{\text{sc}}^2 - k_{\text{sc}}^2 c^2)\}$, в соответствии с тем, что частота высокочастотной рассеянной волны равна $k_{\text{sc}}c$. Так кратко можно описать ход расчётов, которые приводят в результате к выражению для фактора $S^{(q)}$ для пробного иона, которое аналогично выражению (2), записанному выше для фактора S ,

$$S^{(q)}(\mathbf{k}_-, \omega_-) = 2\pi(Z^{(q)})^2 \left| \frac{G_-^e}{\epsilon_-} \right|^2 \delta(\omega_- - \mathbf{k}_- \cdot \mathbf{v}^{(q)}). \quad (16)$$

Воспользуемся тем, что *каждый ион плазмы может рассматриваться как пробный*. Для получения рассеянного всеми ионами излучения достаточно заменить индекс (q) индексом i и проинтегрировать результат по ионному распределению. Получаем в точности второй член соотношения (6), что является независимым доказательством того, что рассеяние происходит на ионах плазмы.

2.3. Баланс частиц и фотонов в процессах рассеяния

Рассеиваемая волна может быть монохроматической, а может представлять собой набор волн со случайной фазой, и тогда для характеристики пакета случайных рассеиваемых волн удобно воспользоваться концепцией фотонов. Как отмечено в [1, 12], в этом случае целесообразно как для частиц, так и для волн ввести числа заполнения (функции распределения $\Phi_p^{e,i}$ нормировать на $d\mathbf{p}/(2\pi)^3$), а числа фотонов $N_{\mathbf{k}}^{\text{inc}, \text{sc}}$ определять из выражения для плотности энергии излучения W :

$$W_{\text{inc}, \text{sc}} = \int \omega_{\text{inc}, \text{sc}} N_{\mathbf{k}, \text{inc}, \text{sc}} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}. \quad (17)$$

Здесь для рассеиваемого излучения интегрирование проводится по волновым векторам рассеиваемого излучения, а для рассеянного — по волновым векторам рассеянного излучения. Числа фотонов $N_{\mathbf{k}, \text{inc}, \text{sc}}$ непосредственно выражаются через классические корреляционные функции полей излучений [13] и $\omega_{\text{inc}, \text{sc}}$ — классические частоты излучений (хотя квантовые аналогии очевидны, энергия фотона содержит \hbar , а число квантов в классическом пределе содержит $1/\hbar$, и \hbar сокращается). Иногда удобно вообще использовать единицы, в которых $\hbar = 1$. Строго говоря, (17) служит при классическом описании определением числа фотонов, но оказывается, что квантовая аналогия при расчёте эффектов флуктуации всегда правильно описывает соответствующие величины, входящие в классические законы сохранения. Так, классический импульс фотонов $\mathbf{P}_{\text{inc}, \text{sc}}$, рассчитанный по известным классическим формулам для импульса пакета случайных волн с корреляционной функцией, которая входит в определение $N_{\mathbf{k}, \text{inc}, \text{sc}}$, всегда выражается в виде

$$\mathbf{P}_{\text{inc}, \text{sc}} = \int \mathbf{k} N_{\mathbf{k}, \text{inc}, \text{sc}} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}, \quad (18)$$

что соответствует импульсу отдельного фотона $\hbar\mathbf{k}$. Поэтому для получения правильных формул, следующих из теории флуктуаций, можно использовать простые квантовые условия баланса с учётом эйнштейновских правил для индуцированных процессов. Для этого можно ввести вероятность рассеяния в единицу времени $w_{\mathbf{p}}(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{k}_{\text{sc}})$ частицей, имеющей импульс \mathbf{p} , с поглощением фотона с импульсом $\hbar\mathbf{k}_{\text{inc}}$ и испусканием фотона с импульсом $\hbar\mathbf{k}_{\text{sc}}$ (нормированную на элементарные фазовые объёмы $d\mathbf{k}_{\text{sc}}/(2\pi)^3$ и $d\mathbf{k}_{\text{inc}}/(2\pi)^3$). Соотношение для мощности рассеяния для пробного иона (15) может служить для определения вероятности рассеяния на электронах и ионах:

$$Q_{\mathbf{p}, \text{sc}}^{\text{i}, \text{e}} = \int \omega_{\text{sc}} w_{\mathbf{p}}^{\text{i}, \text{e}}(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{k}_{\text{sc}}) N_{\mathbf{k}, \text{inc}} \frac{d\mathbf{k}_{\text{sc}}}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{k}_{\text{inc}}}{(2\pi)^3}. \quad (19)$$

После введения вероятности рассеяния в соответствии с соотношением (19) для подсчёта изменения числа фотонов можно использовать простые уравнения баланса, умножая вероятность для излучаемых волн на $N_{\mathbf{k}} + 1$, а для поглощаемых волн — на $N_{\mathbf{k}}$, а также умножая на число частиц заданного импульса и интегрируя по всем фазовым объёмам волн и частиц [1] (что соответствует простейшему методу Эйнштейна):

$$\begin{aligned} \frac{dN_{\mathbf{k}', \text{sc}}}{dt} = & \int w_{\mathbf{p}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') [(N_{\mathbf{k}', \text{sc}} + 1) N_{\mathbf{k}, \text{inc}} \Phi_{\mathbf{p}} - \\ & - N_{\mathbf{k}', \text{sc}} (N_{\mathbf{k}, \text{inc}} + 1) \Phi_{\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k} - \hbar\mathbf{k}'}] \frac{d\mathbf{p} d\mathbf{k}}{(2\pi)^6}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь для простоты введены обозначения $\mathbf{k}_{\text{inc}} = \mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_{\text{sc}} = \mathbf{k}'$ и опущено суммирование по электронам и ионам. В (20) число фотонов имеет обычный квантовый смысл, но выше мы определили классическую величину числа квантов через корреляционную функцию фотонов, которая соответствует $\hbar N_{\mathbf{k}} \rightarrow N_{\mathbf{k}}$. Умножая (20) на \hbar и разлагая в ряд по отношению импульса фотонов к импульсу частиц, получим полностью классическое соотношение, содержащее только классическое число фотонов, определённое через их корреляционную функ-

цию (для классического числа фотонов оставляем то же обозначение $N_{\mathbf{k}}$):

$$\frac{dN_{\mathbf{k}',sc}}{dt} = \int w_p^i(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \left\{ N_{\mathbf{k}',sc} N_{\mathbf{k},inc} \left[(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) \frac{\partial \Phi_p}{\partial \mathbf{p}} \right] + \right. \\ \left. + N_{\mathbf{k},inc} \Phi_p - N_{\mathbf{k}',sc} \Phi_p \right\} \frac{d\mathbf{p} d\mathbf{k}}{(2\pi)^6}. \quad (21)$$

Очевидно, что в (21) учитываются дополнительные следующие эффекты, которые не принимались во внимание в [2] и в предшествующем обсуждении, а именно то, что: 1) функция распределения частиц может медленно меняться под действием того же рассеяния (без этого нельзя проверить законы сохранения, в частности то, что при рассеянии энергия и импульс передаются не только электронам, но и ионам плазмы); 2) интенсивность рассеянных волн мала, поэтому в правой части (21) можно пренебречь всеми членами, пропорциональными $N_{\mathbf{k}',sc}$, т.е. так называемой экстинкцией излучения и индуцированным рассеянием; 3) изменение распределения фотонов в пространстве и времени является достаточно медленным. Но и в пределе, когда в правой части (2) $N_{\mathbf{k}',sc} \rightarrow 0$, можно проверить передачу энергии и импульса ионам в процессе рассеяния, учитывая при этом изменение распределения ионов (т.е. не считая функцию распределения ионов постоянной, равной её значению до рассеяния). Конечно, законы сохранения имеют место при учёте всех членов правой части (21), но мы сосредоточим внимание только на рассеянии на ионах, описываемом вторым членом правой части (21), поскольку наличие этого рассеяния иногда ставится под сомнение. Тогда (21) сводится к соотношению

$$\frac{dN_{\mathbf{k}',sc}}{dt} = \int w_p^i(\mathbf{k}, \mathbf{k}') N_{\mathbf{k},inc} \Phi_p^i \frac{d\mathbf{p} d\mathbf{k}}{(2\pi)^6}. \quad (22)$$

Такую же процедуру проведём для определения изменения числа рассеиваемых фотонов, рассматривая в правой части предел $N_{\mathbf{k}'}^{sc} \rightarrow 0$,

$$\frac{dN_{\mathbf{k},inc}}{dt} = - \int w_p^i(\mathbf{k}, \mathbf{k}') N_{\mathbf{k},inc} \Phi_p^i \frac{d\mathbf{p} d\mathbf{k}'}{(2\pi)^6}. \quad (23)$$

Отсюда находим полное изменение энергии фотонов:

$$\frac{dW_{sc}}{dt} + \frac{dW_{inc}}{dt} = \int \omega_{sc} \frac{dN_{\mathbf{k}',sc}}{dt} \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} - \\ - \int \omega_{inc} \frac{dN_{\mathbf{k},inc}}{dt} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} = \\ = \int (\omega_{sc} - \omega_{inc}) w_p^i(\mathbf{k}, \mathbf{k}') N_{\mathbf{k},inc} \Phi_p^i \frac{d\mathbf{p} d\mathbf{k} d\mathbf{k}'}{(2\pi)^9}. \quad (24)$$

Схожие расчёты проведём для функции распределения ионов Φ_p^i , записав для изменения функции распределения ионов в единицу времени квантовые уравнения баланса для перехода иона с вероятностью $w_p^i(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ из его состояния с импульсом \mathbf{p} в состояние с импульсом $\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k} - \hbar\mathbf{k}'$ и обратно и для перехода иона с вероятностью $w_{\mathbf{p}-\hbar\mathbf{k}+\hbar\mathbf{k}'}^i(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ из состояния с импульсом $\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k} + \hbar\mathbf{k}'$ в состояние с импульсом \mathbf{p} и обратно с учётом спонтанных и индуцированных процессов, и перейдём к классическому пределу, вводя, как и выше,

классические числа фотонов через их корреляционную функцию и используя предел $N_{\mathbf{k}'}^{sc} \rightarrow 0$. Получим

$$\frac{d\Phi_p^i}{dt} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \int (\mathbf{k}' - \mathbf{k}) N_{\mathbf{k},inc} w_p^i(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Phi_p^i \frac{d\mathbf{k} d\mathbf{k}'}{(2\pi)^6}. \quad (25)$$

Последнее уравнение используем для определения изменения энергии ионов E^i в единицу времени:

$$\frac{dE^i}{dt} = \int \varepsilon_p^i \frac{d\Phi_p^i}{dt} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} = \\ = \int (\omega_{inc} - \omega_{sc}) N_{\mathbf{k},inc} w_p^i(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Phi_p^i \frac{d\mathbf{p} d\mathbf{k} d\mathbf{k}'}{(2\pi)^9}, \quad (26)$$

где ε_p^i — энергия иона, $\mathbf{v}^i = d\varepsilon_p^i/d\mathbf{p}$; здесь после интегрирования по частям по импульсам использован закон сохранения энергии в элементарном акте рассеяния $\omega_{inc} - \omega_{sc} = (\mathbf{k} - \mathbf{k}')\mathbf{v}^i$. Из сопоставления (24) и (26) следует, что при рассеянии энергия действительно передаётся ионам:

$$\frac{dW_{sc}}{dt} + \frac{dW_{inc}}{dt} + \frac{dE^i}{dt} = 0. \quad (27)$$

Учитывая определение (18) для импульса фотонов, получим, что при рассеянии импульс также передаётся ионам:

$$\frac{d\mathbf{P}_{sc}}{dt} + \frac{d\mathbf{P}_{inc}}{dt} + \frac{d\mathbf{P}^i}{dt} = 0, \quad \mathbf{P}^i = \int \mathbf{p} \Phi_p^i \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (28)$$

Законы сохранения выполняются при учёте всех остальных членов, опущенных для простоты изложения, и при учёте рассеяния на электронах. Этим полностью доказывается, что рассеяние в плазме происходит как на электронах, так и на ионах. К сожалению, ранее столь подробные расчёты не приводились и высказываемые ранее соображения о том, что в плазме существенную роль играет рассеяние на ионах, в ряде случаев игнорировались.

2.4. Вывод классических уравнений баланса при учёте флюктуаций плазмы и случайности рассеиваемых волн
Может возникнуть вопрос: зачем для классической системы прибегать к квантовым соображениям? Конечно, все классические результаты могут быть непосредственно получены исходя только из классических, а не квантовых представлений, однако квантовые соображения служат как бы наводящими и являются достаточно красивыми, а кроме того, квантовые расчёты дают в пределе в точности те же результаты, что и классические расчёты. Приведённые в разделе 2.3 окончательные уравнения для баланса фотонов и частиц являются полностью классическими (точно такие же уравнения могут быть получены с помощью только классических расчётов) и содержат все члены, пропорциональные как $N_{\mathbf{k},inc}$ и $N_{\mathbf{k}',sc}$, так и их квадратам [1]. При этом следует более детально, чем в [2], учесть флюктуации плазмы, а также то, что рассеиваемые и рассеянные волны в приведённом в разделах 2.1–2.3 подходе представляют собой пакеты волн со случайными фазами и корреляционными функциями, определяемыми $N_{\mathbf{k}}$. Последнее ограничение не является обязательным, так как пакеты рассеиваемых и рассеянных волн могут быть любыми, вплоть до монохроматических, но тогда результаты

несколько отличаются от приведённых в разделе 2.3 в классическом пределе.

Мы остановимся здесь на главных моментах при проведении таких расчётов для пакетов случайных волн. При этом нужно использовать нелинейные отклики плазмы не только второго, но и третьего порядка по полю, аналогично тому, как это было продемонстрировано в разделе 2.2 для учёта нелинейных откликов второго порядка при расчёте переходного рассеяния на ионах. Изменение распределения ионов под воздействием рассеяния на них электромагнитных волн требует учёта нелинейных откликов третьего порядка. Сохраним обозначения для случайных рассеиваемых и рассеянных волн E_{inc} и E_{sc} (не используя перед ними оператора δ , но используем δ для случайной части функции распределения частиц $f^{\text{e},\text{i}}$:

$$f_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} = \Phi_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} + \delta f_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}}, \quad \langle \delta f_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} \rangle = 0, \quad (29)$$

где $\Phi_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}}$ — усреднённая функция распределения, усреднение проводится как по флюктуациям плазмы, так и по ансамблю случайных рассеянных и рассеиваемых волн. В настоящее время флюктуации плазмы можно учесть значительно проще, чем это сделано в [2] при использовании громоздкого аппарата [14] или метода корреляционных функций (см. [13]). Достаточно записать уравнение для одночастичной функции распределения (функции распределения, проинтегрированной по всем частицам, кроме заданной), усреднить его и вычесть усреднённое уравнение из исходного:

$$\frac{d}{dt} f_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) f_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} = - \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \mathbf{F} f_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}}, \quad (30)$$

где \mathbf{F} — случайная сила рассеянных и рассеиваемых волн и плазменных флюктуаций, и поэтому

$$\frac{d}{dt} \Phi_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} = - \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \langle \mathbf{F} \delta f_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} \rangle, \quad (31)$$

$$\frac{d}{dt} \delta f_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} = - \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} (\mathbf{F} \delta f_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} - \langle \mathbf{F} \delta f_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} \rangle). \quad (32)$$

Для рассеянных и рассеиваемых волн сила \mathbf{F} является силой Лоренца:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\mathbf{k},\omega} &= e^{\text{e},\text{i}} \left(\mathbf{E}_{\mathbf{k},\omega} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}_{\mathbf{k},\omega}}{c} \right) = \\ &= e^{\text{e},\text{i}} \left[\mathbf{E}_{\mathbf{k},\omega} \left(1 - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}}{\omega} \right) + \frac{\mathbf{k}(\mathbf{v}\mathbf{E}_{\mathbf{k},\omega})}{\omega} \right], \end{aligned}$$

и вследствие условия $v \ll c$ она мало отличается от электрической силы $e^{\text{e},\text{i}} \mathbf{E}$. Сила, обусловленная флюктуациями плазмы, мало отличается (также вследствие условия $v \ll c$) от электростатической силы естественных "нулевых" флюктуаций невзаимодействующих частиц

$$\delta \mathbf{E}_{\mathbf{k},\omega}^0 = \frac{4\pi \mathbf{k}}{\epsilon_{\mathbf{k},\omega} k^2} \int [e^{\text{e}} \delta f_{\mathbf{p},\mathbf{k},\omega}^{\text{e},0} + e^{\text{i}} \delta f_{\mathbf{p},\mathbf{k},\omega}^{\text{i},0}] \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}, \quad (33)$$

где флюктуации невзаимодействующих частиц соответствуют тому, что среднее от квадрата флюктуаций частиц в заданном объёме равно среднему числу частиц в этом объёме (см. [13]):

$$\begin{aligned} \langle \delta f_{\mathbf{p},\mathbf{k},\omega}^{\text{e},0} \delta f_{\mathbf{p}',\mathbf{k}',\omega'}^{\text{e},0} \rangle &= \\ &= \Phi_{\mathbf{p}}^{\text{e},\text{i}} \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \delta(\omega + \omega') \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}). \end{aligned} \quad (34)$$

Соотношения (34) являются точными, и разложение по $\mathbf{E}_{\text{sc,inc}}$, $\delta \mathbf{E}^0$, δf^0 с учётом нелинейностей второго и третьего порядка по полю и δf^0 с последующим усреднением позволяет получить полную систему уравнений (24)–(28) для рассеяния фотонов на частицах плазмы. Кстати, при учёте только "нулевых" флюктуаций расчёт интеграла столкновений Балеску (см. [13]) проводится в одну строку. Для получения уравнения (25) достаточно воспользоваться уравнением (31) для ионов, подставив в правую часть $\delta f^i = \delta f^{i,0}$ и кубическую по полям величину $E = \delta E^{\text{sc},3}$, содержащую квадратичный член по полю рассеиваемой волны и линейный по полю флюктуаций плазмы. Тогда, если обратный максвелловский оператор для кубического тока обозначить через M_{sc}^{-1} , а ток, кубический по полю, записать символически как

$$\begin{aligned} j^{\text{nl},3} &= \int \hat{\Sigma} E_{\text{inc},1} E_{(0),2} E_{\text{inc},3} d_{1,2,3}, \\ d_{1,2,3} &= d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3 d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \times \\ &\quad \times \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \end{aligned} \quad (35)$$

(см. [1]), то усреднение по нулевым флюктуациям даст, согласно (34), выражение $\propto (1/\epsilon_-) \delta(\omega_- - \mathbf{k}_-\mathbf{v}) \Phi_{\mathbf{p}}^i$, тогда как усреднение по полю рассеиваемой волны в кубическом нелинейном отклике, полученному в результате итераций квадратичных откликов через промежуточную (виртуальную) продольную волну (см. [1]) даёт величину $\propto |G^{\text{e}}|^2 N_{\mathbf{k}} / \epsilon_-^3$, наличие оператора M_{sc}^{-1} приводит к тому, что $\omega = \omega_{\text{sc}}$, а усреднение по частотам рассеиваемых волн — к равенству $\omega = \omega_{\text{inc}}$, отсюда $\omega_- = \omega_{\text{sc}} - \omega_{\text{inc}}$. В результате мы получаем именно соотношение (25). Такова общая схема расчёта влияния рассеяния на распределение ионов из теории флюктуаций. Кроме того, оператор d/dt в левой части полученного таким путём уравнения (31) соответствует тождеству в левой части (30), т.е. $d/dt = (\partial/\partial t) + \mathbf{v}^i \partial/\partial \mathbf{r}$. Подобным образом выводятся также уравнения для $(d/dt)N_{\text{sc}}$ и $(d/dt)N_{\text{inc}}$, причём оператор d/dt получается содержащим групповую скорость фотонов:

$$\frac{d}{dt}_{\text{sc,inc}} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{\text{sc,inc,gr}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}, \quad (36)$$

где $\mathbf{v}_{\text{sc,inc,gr}}$ — групповые скорости рассеиваемых и рассеянных фотонов,

$$\mathbf{v}_{\text{sc,inc,gr}} = \frac{d\omega_{\text{sc,inc}}}{d\mathbf{k}}. \quad (37)$$

Таким образом, при наличии пространственных производных, или, другими словами, эффектов трансляции фотонов и частиц, законы сохранения при обмене энергией и импульсом между частицами и фотонами в процессах рассеяния выполняются после интегрирования по всему пространству возможного движения частиц и фотонов.

2.5. Обсуждение

Может показаться удивительным, что энергия фотонов пропорциональна частоте $\omega_{\mathbf{k}}$, а импульс пропорционален \mathbf{k} , т.е. создаётся впечатление, что какие-то квантовые соотношения выявляются уже при классическом описании. Вместе с тем ясно, что в уравнениях Максвелла это уже заложено, во всяком случае для высокочастотных электромагнитных волн. Действительно, записав им-

пульс пакета случайных поперечных электромагнитных волн, разлагая по волновым числам электрическое и магнитное поля векторе Пойнтинга и определяя число волн как коррелятор электрических полей, делённый на частоту с нормировкой на $d\mathbf{k}/(2\pi)^3$, получим соотношения (17), (18). Но оказывается, что для рассеяния в плазме волн другого типа, например, таких, в которых отсутствует возмущение магнитного поля и вектор Пойнтинга равняется нулю, соотношения типа (17), (18) сохраняются, при этом импульс волн определяется импульсом частиц плазмы, вовлекаемых в создание волн, согласно их дисперсии в плазме.

Отметим, что наличие рассеяния плазменных волн на ионах подтверждено экспериментально.

Для индуцированного рассеяния волн в плазме, квадратичного по интенсивности волн, рассеяние на ионах является доминирующим процессом, и доказательство того, что при процессах индуцированного рассеяния энергия передаётся именно ионам, является довольно простым, поэтому представлялось тривиальным, что и для процессов, линейных по интенсивности волн, интенсивность рассеяния должна описываться суммой интенсивностей рассеяния на электронах и ионах. Однако прямое доказательство того, что рассеяние происходит также на ионах, или даже просто схемы расчётов передачи при рассеянии энергии и импульса ионам и электронам в литературе отсутствовали. Настоящая заметка устраниет данный пробел. При этом доказательство даётся для электромагнитных волн, частоты которых много больше плазменных частот, когда, на первый взгляд, роль плазмы может быть малой. Именно поэтому мы сосредоточили внимание на рассмотрении указанного случая, хотя само утверждение о роли ионов в рассеянии является общим для любых волн в плазме. Следует иметь в виду, что интенсивность рассеяния, как видно из результатов приведённых в разделах 2.1–2.4 расчётов, определяется разностью частот рассеиваемой и рассеянной волн, а не только частотой самих волн.

Приведённое здесь достаточно подробное разъяснение относительно того, что в плазме рассеяние обусловлено как электронами, так и ионами, является необходимым, поскольку до сих пор иногда ошибочно утверждается, что рассеивают только электроны. Примером может служить отзыв на недавнюю статью в астрофизическом журнале по поводу роли рассеяния на ионах: "Возможно, авторы и правы, но никто из редакторов и рецензентов не может понять, как могут рассеивать ионы". Это говорит об укоренившейся ошибочной догме, возможно, не только среди астрофизиков, но и среди экспериментаторов, использующих лазерное рассеяние в плазме для определения её параметров, в том числе температуры электронов и ионов (судя по некоторым публикациям). Если иметь в виду правильный ответ, то легко делать оценки и вносить различные поправки для распределений электронов и ионов, так как многие дополнительные процессы, изменяющие распределение ионов, отличны от тех, которые изменяют распределения электронов.

3. Сравнение мощностей рассеяния назад электронами и ионами

Любопытно отметить, что в мощности рассеяния назад всегда доминирует рассеяние на ионах. Поэтому рассея-

ние назад может быть использовано для детектирования ионной компоненты (см. раздел 4). Во многих приложениях концентрации электронов и ионов не определяются условием квазинейтральности или имеются ионы разных сортов либо с разной степенью ионизации. Рассеяние соответствует сумме рассеяний на частицах каждого сорта. Здесь мы приведём пример рассеяния на однократно ионизированных ионах одного сорта с концентрацией n^i и на электронах с концентрацией n^e , имеющих соответственно температуры T^i и T^e , и сравним интенсивности рассеяния назад на электронах и ионах. Согласно (6), нормируем интенсивность рассеяния так, чтобы выражение для рассеяния на ионах имело простейшую форму. Для этого умножим левую часть (6) на $v_{Ti}/\sqrt{2\pi}$, где $v_{Ti} = \sqrt{T^i/m^i}$ — тепловая скорость ионов, и обозначим таким образом нормированную левую часть (6) через \tilde{S}_- :

$$\begin{aligned} \tilde{S}_- = n^i \left| \frac{G_-^e}{\epsilon_-} \right|^2 \exp \left(-\frac{\omega_-^2}{2k_-^2 v_{Ti}^2} \right) + \\ + n^e \sqrt{\frac{m^e T^i}{m^i T^e}} \left| 1 - \frac{G_-^e}{\epsilon_-} \right|^2 \exp \left(-\frac{\omega_-^2}{2k_-^2 v_{Ti}^2} \frac{m^e T^i}{m^i T^e} \right). \end{aligned} \quad (38)$$

Первый член в правой части (38) описывает рассеяние на ионах, а второй — на электронах. Для обратного рассеяния, когда $k_-^2 \approx 4\omega_{inc}^2/c^2$, удобно ввести доплеровскую ионную ширину рассеянного сигнала ξ :

$$\xi^2 = \frac{(\omega_{sc} - \omega_{inc})^2 c^2}{4\omega_{inc}^2 v_{Ti}^2}, \quad v_{Ti} = \sqrt{\frac{T^i}{m^i}}. \quad (39)$$

Тогда экспоненты в рассеянии на электронах и ионах запишутся соответственно как

$$\exp \left(-\frac{\xi^2}{2} \right), \quad \exp \left(-\frac{\xi^2}{2} \frac{m^e T^i}{m^i T^e} \right).$$

Рассмотрим рассеяние в пределах ионной доплеровской ширины, когда электронная экспонента практически равна единице при

$$\xi^2 \ll \frac{2m^i T^e}{m^e T^i}. \quad (40)$$

Вследствие большой массы ионов этот интервал охватывает всю ионную линию от $\xi^2 \ll 1$ до $\xi^2 \gg 1$. Рассмотрим длины волн, намного большие дебаевского радиуса как электронов, так и ионов. При $\xi^2 \ll 1$ имеем

$$\begin{aligned} G_-^i \approx \frac{c^2}{4\omega_{inc}^2 \lambda_{Di}^2} \gg 1, \quad G_-^e \approx \frac{c^2}{4\omega_{inc}^2 \lambda_{Di}^2} \frac{n^e T^i}{n^i T^e} \gg 1, \\ \lambda_{Di}^2 = \frac{T^i}{4\pi n^i e^2}. \end{aligned} \quad (41)$$

Тогда предэкспоненциальные множители в (38), определяющие рассеяние на электронах и ионах, выражаются в виде

$$\begin{aligned} \left| \frac{G_-^e}{\epsilon_-} \right|^2 \approx \left(\frac{T^i n^e}{T^i n^e + T^e n^i} \right)^2, \\ \left| 1 - \frac{G_-^e}{\epsilon_-} \right|^2 \approx \left(\frac{T^e n^i}{T^i n^e + T^e n^i} \right)^2 \end{aligned} \quad (42)$$

и, следовательно, в полной интенсивности рассеяния на электронах и ионах,

$$\begin{aligned}\tilde{S}_- = & \left(\frac{T^i n^e}{T^i n^e + T^e n^i} \right)^2 + \\ & + \sqrt{\frac{m^e T^i}{m^i T^e}} \left(\frac{T^e n^i}{T^i n^e + T^e n^i} \right)^2,\end{aligned}\quad (43)$$

преобладающим является рассеяние на ионах. В противоположном пределе, $\xi \gg 1$, рассеяние на ионах убывает экспоненциально, $\propto \exp(-\xi^2/2)$, но и рассеяние на электронах убывает из-за наличия множителя $|1 - G_-/\epsilon_-^2|$ как $\propto 1/\xi^4$. При $\xi^2 \gg 1$ имеем

$$\tilde{S}_- = \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) + \sqrt{\frac{m^e T^i}{m^i T^e}} \left(\frac{T^e n^i}{T^i n^e} \right)^2 \frac{1}{\xi^4}, \quad (44)$$

т.е. как рассеяние на ионах, так и рассеяние на электронах имеют характерную ширину доплеровского рассеяния на ионах и резко убывают при $\xi^2 \gg 1$. Ввиду наличия множителя $\sqrt{m^e/m^i}$ в выражении для рассеяния на электронах, при рассеянии назад можно без ущерба для точности пренебречь рассеянием на электронах. Тогда в пределах ионной доплеровской ширины мы можем оценивать рассеяние на ионах по интенсивности рассеяния в центре доплеровской линии, т.е. при $\xi^2 \ll 1$:

$$\tilde{S}_- \approx \left(\frac{T^i n^e}{T^i n^e + T^e n^i} \right)^2. \quad (45)$$

Эта формула удобна для качественных оценок.

4. Примеры оценок для приложений

В качестве примера покажем, как описанные физические представления облегчают получение оценок в новых активных экспериментах по рассеянию радиоволн на пылевых облаках в нижней ионосфере [15]. Активные эксперименты связаны с нагревом электронов в области пылевых облаков мощными импульсами радиоизлучения на частотах, отличных от частоты зондирующего радарного радиоизлучения. Усиленное рассеяние от областей ионосферных пылевых облаков в отсутствие нагрева было обнаружено довольно давно, и предпринималось много попыток его интерпретации, в том числе в 1990 г. при использовании эффекта переходного рассеяния на пыли (см. [16]). С тех пор бурное развитие физики пылевой плазмы, в частности проведение лабораторных экспериментов и экспериментов на борту Международной космической станции (МКС), сопровождающееся публикацией множества обзоров и монографий (см., например, [17–20] и приведённые там ссылки), посвящённых пылевой плазме, привело в настоящее время к более глубокому пониманию процессов в этом новом для современной физики состоянии вещества. Существенным является общий вывод, заключающийся в том, что при наличии большого числа пылевых частиц, образующих пылевые облака, или, как говорят, пылевые структуры, возникает заметное накопление ионов [21] и, возможно, электронов, для которых такие структуры становятся потенциальными ямами. Природа этого явления довольно проста. Для поддержания заряда пылевых частиц необходимо наличие во всей области облаков коллективных потоков плазмы, которые собирают электроны и ионы даже из областей с

размерами, заметно большими размеров облаков. Но специфика пылевых облаков в ионосфере, их образование, динамика и рассеяние радиоволн до сих пор недостаточно проанализированы, поэтому требуются дополнительные исследования. Поскольку коллективный эффект накопления ионов и электронов в ионосферных пылевых облаках детально не исследован, мы можем только предположить, что ионосферные облака не являются в этом случае исключением из ряда других структур, наблюдавшихся в экспериментах.

Предполагая, что такой эффект концентрации ионов и электронов существует, покажем, как, используя (45), провести простейшие оценки рассеяния радиоволн для объяснения как наблюдений усиленного рассеяния в отсутствие нагрева электронов, так и результатов активных экспериментов при таком нагреве. Эта оценка производится только с целью иллюстрации как пример возможного использования описанной физической картины. Заведомо ясно, что переходное рассеяние не зависит от массы рассеивающей частицы и определяется массой электронов, но зависит от квадрата заряда, который может когерентно участвовать в рассеянии. Поэтому кандидатами на важную роль в объяснении наблюдавшегося обратного рассеяния могут быть ионы, пылевые частицы и когерентные пылевые структуры. Начнём с описания наблюдений, а затем оценим все три возможности.

4.1. Радарные измерения рассеяния от пылевых облаков в нижней ионосфере

Кратко опишем наблюдения. В полярных областях Земли примерно в 1996 г. впервые было обнаружено аномальное рассеяние радарного сигнала от областей минимума температуры (примерно 90 км от поверхности Земли). Это расстояние, которое соответствует области верхней атмосферы или нижней ионосферы, часто называют областью мезосферы. Минимум температуры (ниже 100 °C) в этой области возникает обычно летом [22]. Поэтому эффект, при котором рассеяние увеличивается почти на два порядка, был назван полярным мезосферным летним эхо (Polar Mesospheric Summer Echo — PMSE) [23]. Мы обсудим, может ли эффект PMSE быть объяснён рассеянием на повышенной концентрации ионов и рассеянием на когерентных электронах в пылевых структурах [24]. Радарные рассеяния проводились для определения распределения параметров электронов в ионосфере в Университете Тромсо на установке EISCAT (European International Incoherent Scatter Scientific Association) с использованием в принципе той же методики, что и на установках управляемого синтеза, и с применением формулы рассеяния на флуктуациях [2]. Измерялся сигнал обратного рассеяния, и в этом смысле рассеянный сигнал может быть назван радарным. Оказалось, что в определённые летние периоды интенсивность рассеяния увеличивается на два порядка, и по запаздыванию сигнала была определена высота, на которой возникает рассеяние (как отмечалось, около 90 км). Ввиду малости доплеровского смещения рассеянного сигнала рассеяние должно быть связано с тяжёлыми частицами или большими когерентными пылевыми облаками, имеющими малые тепловые скорости и большие массы. Установлено, что рассеяние явно коррелировало с появлением пылевых облаков. Оказалось, что пылевые облака, наблюдавшиеся космонавтами в первых космических полётах, затем были ассоциированы с серебристыми облаками (noctilucent clouds) [22, 23]. Такие облака наблюдались с середины XX в., и в гео-

физической литературе опубликованы монографии по их морфологии. Предполагается, что имеется несколько источников пыли в мезосфере: метеориты, вулканическая активность и промышленные загрязнения. Отмечается, что до начала периода бума технической революции таких облаков не наблюдали, и систематические наблюдения проводятся только с середины XX в., что не позволяет однозначно ответить на вопрос о том, является ли их распространение результатом загрязнения окружающей среды промышленными отходами, но такая возможность явно существует, так как в настоящее время появления PMSE учащаются и интенсивность рассеяния возрастает во времени, хотя и медленно. Поэтому исследование PMSE может иметь экологическую направленность. Минимум температуры на высоте 90 км наблюдается летом, и вокруг пылевых частиц нарастают ледяные оболочки, делая частицы большими по размерам и гетерогенными, т.е. состоящими из льда с вкраплениями твёрдых частиц или из твёрдых частиц с ледяными оболочками.

В последнее время проводились активные эксперименты, в которых в области пылевых облаков нагревались электроны при дополнительном использовании интенсивного наземного источника радиочастотного излучения [15]. Источник нагрева периодически выключался и включался. В [15] справедливо отмечено, что такие активные эксперименты могут помочь выяснить механизмы PMSE. Наиболее наглядными являются результаты, полученные при включении источника нагрева на 20 с с последующим выключением на 120 с. При включенном источнике нагрева наблюдалось существенное уменьшение интенсивности рассеяния от PMSE, тогда как после выключения на определённое время интенсивность PMSE превышала её значение до включения источника (так называемое явление последействия — овершота (*overshoot*)).

Обратиться к этому механизму рассеяния требуют результаты последних ракетных измерений размера пылевых частиц в ионосфере, показавшие, что пылевые частицы, по-видимому, имеют размер, меньший, чем тот, который требуется для объяснения эффекта PMSE как переходного рассеяния на пылевых частицах [16], хотя однозначным этот результат не является. Непосредственные ракетные измерения распределения размеров пылевых частиц в серебристых облаках смогли подтвердить только наличие пылевых частиц, но не их распределение по размеру (виду дробления частиц в приборах), однако наблюдатели склоняются скорее к тому, что пылевые частицы в пылевых облаках достаточно малы. Оставим поэтому здесь в стороне механизм переходного рассеяния на пыли, предложенный в [16], и остановимся на рассмотрении возможности объяснения наблюдений при рассеянии на ионах и когерентных структурах.

4.2. Оценки рассеяния на ионах

для эффекта полярного мезосферного летнего эха

Необходимым условием рассеяния на ионах является требование, чтобы длина рассеиваемой волны превышала дебаевский радиус. Это условие заведомо выполняется, так как дебаевский радиус равен примерно 1 см, а длина рассеиваемой волны в современных экспериментах составляет от нескольких сантиметров до 3 м. В условиях нижней ионосферы ионы однократно ионизованы, $Z_i \approx 1$. Для того чтобы получить представление о заряде пылинок, нужно иметь в виду, что соображения, основанные на плавающем потенциале, приводят к тому, что заряд пылинок Z_d пропорционален их размеру и

температуре электронов окружающей плазмы и для микронных пылинок в лабораторной плазме при температуре электронов около 2 эВ величина Z_d равна примерно 10^4 . При температурах в области серебристых облаков (где равные между собой температуры электронов и ионов на два порядка ниже) это даёт $Z_d \approx 100$ для частиц микронных размеров и $Z_d \sim 2-5$ для более мелких частиц. Наличие пыли изменяет условие квазинейтральности, которое выглядит теперь как $Z_d n_d = n - n_e$, что ввиду возможных вариаций заряда пыли делает необходимым рассмотрение различных соотношений между плотностью электронов и ионов согласно (45).

При $T_i = T_e$ интенсивность рассеяния на ионах, согласно (45), пропорциональна

$$n^i \left(\frac{n^e}{n^e + n^i} \right)^2. \quad (46)$$

Самым простым механизмом PMSE в отсутствие нагрева электронов является усиление рассеяния в случае, если ионы и электроны концентрируются в областях пылевых облаков. Указанием на эту возможность является наличие многочисленных структур и компактных пылевых облаков, обнаруженных в экспериментах с пылевой плазмой на борту МКС. Выяснение физики процессов структуризации [25] и результаты численного моделирования [21] приводят к представлениям о большой роли плазменных потоков в пылевых облаках. Если считать, что PMSE имеет место и в мезосферных пылевых облаках, то с целью объяснения наблюдаемого усиления рассеяния в PMSE можно предположить, что это усиление происходит вследствие возросшей плотности ионов и электронов в центре облаков (необходимое для этого условие, которое состоит в том, чтобы длина волны рассеиваемого излучения значительно превосходила дебаевский радиус, выполняется во всём диапазоне длин рассеиваемых волн).

4.3. Оценки для экспериментов

по нагреву электронов в области пылевых облаков

Результаты активных экспериментов с нагревом электронов в области мезосферных пылевых облаков указывают на уменьшение интенсивности рассеяния в период нагрева. Последнее следует также из (45), так как при $T_e n_i > T_i n_e$ интенсивность рассеяния обратно пропорциональна T_e^2 , что имеет место и для общего увеличения концентрации электронов и ионов. Можно также предложить простое объяснение недавно обнаруженных эффектов последействия (*overshoots*), которые заключаются в том, что после выключения нагрева рассеяние от области пылевых облаков оказывается большим, чем до нагрева. Заряд пылевых частиц определяется температурой электронов, которая до нагрева равнялась довольно низкой в этой области температуре ионов и нейтральных компонентов. При нагреве электронов заметно возрастают заряд пылевых частиц и потоки плазмы, обеспечивающие увеличение концентрации ионов в пылевых облаках, что приводит к определённому увеличению плотности ионов и электронов в центре облаков. Действительно, потоки ионов, поглощающиеся на пылевых частицах и обеспечивающие заряд пылевых частиц, пропорциональны заряду пылевых частиц, и они существенно возрастают пропорционально T_e . Но тогда возрастают и глобальные потоки плазмы, направленные к центру структур, для компенсации увеличивающегося поглощения ионов и электронов пылевыми частицами

(эти потоки регулируются именно ионами). Потоки электронов на отдельные пылевые частицы также увеличиваются, но пропорционально $\sqrt{T_e}$. Поэтому безразмерный заряд пылевых частиц, определяемый плавающим потенциалом, а именно $Z_d e^2 / a T_e$, уменьшается, но незначительно, так как логарифмически зависит от потоков на пылевые частицы, поэтому выполняется приблизительно соотношение $Z_d \propto T_e$, т.е. заряд при нагреве электронов значительно возрастает. Как же объясняется уменьшение рассеяния во время нагрева? Уменьшение интенсивности рассеяния как $1/T_e^2$ при возрастании T_e , согласно (46), является более значительным, чем увеличение концентрации ионов вследствие того, что устанавливается новый баланс глобальных потоков. Тогда рассеяние при нагреве должно уменьшаться, что и наблюдается. При выключении источника нагрева начинает "работать" увеличившаяся при нагреве концентрация ионов, так как фактор $1/T_e^2$ исчезает. Эффект последействия нагрева может быть связан с временем, необходимым для диффузии избытка ионов из области внутри пылевых облаков. Такая модель слабо зависит от размера пылевых частиц, но удовлетворяет необходимому требованию наблюдений, указывающих на то, что описанные эффекты должны быть однозначно связаны с пылевым компонентом.

Препятствием для использования эффекта рассеяния на ионах является наблюдаемая малая ширина рассеянного сигнала, много меньшая v_{Ti}/c даже для тех низких температур, которые свойственны области PMSE. Таким образом, приведённую оценку нужно рассматривать как предварительную (или "пробную" для правильной формулировки проблемы). Подчеркнём, что при использовании соотношения (46) получение таких оценок является чрезвычайно простым.

4.4. Оценки рассеяния на когерентных пылевых структурах

Теперь можно продвинуться в оценках дальше, используя то, что рассеяние, несомненно, связано с пылью и рассеиваются довольно длинные (более 3 м) волны, т.е. рассеивающие объекты должны быть очень тяжёлыми. Такими могут быть только когерентные электроны, например, пылевых облаков с размером порядка длины волны, которые, так же как и ионы, будут рассеивать пропорционально квадрату числа электронов в когерентной структуре. Подтвердить правильность такой интерпретации может только подробное исследование процессов структуризации в пылевой плазме, начатое в [24]. При этом следует учесть термофоретические силы в условиях неоднородных температур газа в областях минимума температур, в которых возникает PMSE (неучтённые в [24] для линейной стадии структуризационной неустойчивости). Для нелинейной стадии нужно также учесть силы трения, силы гравитации и рост размера пылевых частиц. Проведённые оценки указывают на реальность такого сценария, хотя детализация и проверка его следствий должны, естественно, составить задачу будущих исследований. Первые эксперименты [27] по зондированию распределения пылевого компонента в областях PMSE показали, что распределения пыли являются сильно неоднородными и образуются пылевые облака размером порядка нескольких метров, что может служить первым указанием на наличие структуризации и формирование когерентных пылевых структур в областях PMSE. Будущие более подробные трёхмерные измерения могут помочь в построении адекватной теории рассеяния. Проведённые оценки фактически значи-

тельно сужают возможности использования моделей, отличных от описанной. Конечно, если подтвердится, что когерентные пылевые структуры имеют размеры порядка тех, которые дают сегодняшние предварительные эксперименты, то рассеяние (так же как и для ионов) будет определяться квадратом числа когерентных электронов, которое в таких структурах является вполне достаточным для качественного объяснения наблюдений.

Возможно, что рассеяние на тяжёлых частицах и структурах может быть использовано в целях диагностики параметров в проводимых экспериментах.

1. *Пылевые структуры в лабораторных и космических экспериментах.* Наблюдаемые разнообразные структуры в экспериментах на борту МКС с пылевой плазмой — компактные пылевые облака, пылевые ворды (области полного отсутствия пылевых частиц) и пылевые вихри — до сих пор диагностировались с помощью лазерной подсветки и только по распределению пылевого компонента. Актуальной является диагностика ионных распределений — концентрации ионов в центре структур, непрерывность концентрации ионов на довольно резких поверхностях вордов и малые возмущения ионов в вихревых структурах. До сих пор свойства пылевых структур можно было качественно определять только по распределению пылевых частиц, и они удовлетворительно согласовывались с результатами численного моделирования равновесных структур, предсказывающего распределение ионов и зарядов пылевых частиц в структурах. Рассеяние на ионах субмиллиметрового излучения могло бы дать необходимую информацию для более полного понимания равновесия таких структур, природы предсказываемого удержания ионов в компактных структурах и других их характеристик. Но необходимая интенсивность рассеиваемого излучения для детектирования рассеянного сигнала достаточно высока, и такая методика могла бы использоваться, по-видимому, только в недавно наблюдённых в земных условиях структурах, образующихся в лабораторной пылевой плазме [26].

2. *Пристеночные плазменные слои.* Имеется необходимость ионной диагностики и в разнообразных технических и промышленных установках в пристеночных слоях (plasma sheaths), особенно в областях, где они формируются (presheats). Ионная диагностика может также найти применение, в частности, в плазменной химии и при плазменной обработке различных поверхностей. Использование рассеяния на ионах, возможно, даст дополнительную информацию.

5. Заключение

В обычной (беспылевой) плазме рассеяние электромагнитных волн на флуктуациях частиц с учётом интерференции обычного и переходного рассеяния строго равно сумме рассеяний на электронах и ионах плазмы. Это утверждение относится к любому неравновесному распределению частиц и волн, если только в плазме из-за неустойчивости не возбуждаются коллективные моды, рассеяние на которых может носить характер индуцированного комбинационного рассеяния. Спонтанное вынужденное комбинационное рассеяние и рассеяние Мандельштама — Бриллюэна, как показано в [13], соответствуют резонансному переходному рассеянию. Поляризационные эффекты играют большую роль в процессах в плазме и других процессах. Давно известно [9, 28], что столкновения частиц между собой, описываемые так называемым интегралом столкновений Балеску (см.

[13]), соответствуют столкновениям частиц, имеющих динамически экранированные поляризационные шубы, а тормозное излучение существенно видоизменяется из-за так называемого поляризационного тормозного излучения, интерферирующего с обычным тормозным излучением, аналогично тому, как это имеет место для процессов рассеяния [9, 28]. Поляризационное тормозное излучение, которое возникает также в случаях тяжёлых частиц, может определяться массой электронов их поляризационных шуб. При этом является довольно естественным, что в физике плазмы рассеяние, столкновения и тормозное излучение зависят от локального значения диэлектрической проницаемости, т.е. от распределения всех частиц плазмы, и представляют собой коллективные процессы.

Замечание при корректуре. Рассеяние электромагнитных волн на структурах не зависит от знака когерентного заряда структур — избытка или недостатка электронов. Простой расчёт слабого возмущения поля структуры полем рассеиваемой волны с использованием нелинейного тока из раздела 2 приводит к сечению рассеяния на структуре, равному томсоновскому сечению рассеяния на свободных электронах, умноженному на фактор когерентности,

$$\left(\int n_e \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r} \right)^2$$

(интегрирование производится по объёму структуры). Для длин волн, много больших размеров структуры, фактор когерентности равен квадрату полного когерентного заряда структуры. Необходимое условие малости поля рассеиваемой волны по сравнению с полем, обеспечивающим когерентность, выполняется во всех обсуждаемых выше примерах.

Благодарности. Автор признателен А.А. Рухадзе за обсуждение методической части статьи и О. Хавнесу и А. Ивлеву за обсуждение проведённых оценок.

Список литературы

1. Цытович В Н *Теория турбулентной плазмы* (М.: Атомиздат, 1971); Tsytovich V N *Theory of Turbulent Plasma* (New York: Plenum Press, 1977)
2. Sheffield J *Plasma Scattering of Electromagnetic Radiation* (New York: Academic Press, 1975) [Шеффилд Дж *Рассеяние электромагнитного излучения в плазме* (М.: Атомиздат, 1978)]
3. Salpeter E E *Phys. Rev.* **120** 1528 (1960)
4. Salpeter E E *Phys. Rev.* **122** 1663 (1961)
5. Rosenbluth M N, Rostoker N *Phys. Fluids* **5** 776 (1962)
6. Гайлитис А К, Цытович В Н *ЖЭТФ* **46** 1726 (1964) [Gailitis A K, Tsytovich V N *Sov. Phys. JETP* **19** 1165 (1964)]
7. Гинзбург В Л, Цытович В Н *ЖЭТФ* **65** 1818 (1973) [Ginzburg V L, Tsytovich V N *Sov. Phys. JETP* **38** 909 (1974)]
8. Гинзбург В Л, Цытович В Н *Изв. вузов. Радиофизика* **18** 173 (1975) [Ginzburg V L, Tsytovich V N *Radiophys. Quantum Electron.* **18** 125 (1975)]
9. Гинзбург В Л, Цытович В Н *Переходное излучение и переходное рассеяние* (М.: Наука, 1984) [Ginzburg V L, Tsytovich V N *Transition Radiation and Transition Scattering* (New York: A. Hilger, 1990)]
10. Кузелев М В, Рухадзе А А *УФН* **178** 1025 (2008) [Kuzelev M V, Rukhadze A A *Phys. Usp.* **51** 989 (2008)]
11. Кузелев М В, Рухадзе А А *УФН* **181** 393 (2011) [Kuzelev M V, Rukhadze A A *Phys. Usp.* **54** 375 (2011)]
12. Цытович В Н *ДАН СССР* **54** 76 (1964) [Tsytsovich V N *Sov. Phys. Dokl.* **9** 49 (1964)]
13. Tsytovich V N *Lectures on Non-linear Plasma Kinetics* (Berlin: Springer, 1995)
14. Климонтович Ю Л *Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы* (М.: Наука, 1975) [Klimontovich Yu L *Kinetic Theory of Nonideal Gases and Nonideal Plasmas* (Oxford: Pergamon Press, 1982)]
15. Biebricher A et al. *Adv. Space Res.* **38** 2541 (2006)
16. Havnes O et al. *J. Atm. Terr. Phys.* **52** 637 (1990)
17. Tsytovich V N et al. *Elementary Physics of Complex Plasmas* (Berlin: Springer, 2008)
18. Vladimirov S V, Ostrikov K, Samarin A A *Physics and Applications of Complex Plasmas* (London: Imperial College Press, 2005)
19. Fortov V E, Iakubov I T, Khrapak A G *Physics of Strongly Coupled Plasmas* (Oxford: Oxford Univ. Press, 2006)
20. Цытович В Н *УФН* **177** 427 (2007) [Tsytsovich V N *Phys. Usp.* **50** 409 (2007)]
21. Tsytovich V, Morfill G *Contrib. Plasma Phys.* **51** 707 (2011); *Contrib. Plasma Phys.* **51** 723 (2011); *Contrib. Plasma Phys.* **51** 830 (2011)
22. Ecklund W L, Balsley B B *J. Geophys. Res.* **86** 7775 (1981)
23. Havnes O, Aslaksen T, Brattli A *Phys. Scripta* **T89** 133 (2001)
24. Tsytovich V N, Havnes O *AIP Conf. Proc.* **649** 454 (2002)
25. Tsytovich V N, Morfill G E *ЖЭТФ* **141** 211 (2012) [*JETP* **114** 183 (2012)]
26. Heinrich J R, Kim S-H, Merlino R L *Phys. Rev. E* **84** 026403 (2011)
27. Havnes O, Private communication (2012)
28. Цытович В Н, Ойрингель И М (Отв. ред.) *Поляризационное тормозное излучение частиц и атомов* (М.: Наука, 1987) [Tsytsovich V N, Oiringel I M (Eds) *Polarization Bremsstrahlung* (New York: Plenum Press, 1992)]

On the physical interpretation of Thomson scattering in a plasma

V.N. Tsytovich

*Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences,
ul. Vavilova 38, 119991 Moscow, Russian Federation. E-mail: tsytov@lpi.ru
Moscow Institute of Physics and Technology (State University),
Institutskii per. 9, 141700 Dolgoprudnyi, Moscow region, Russian Federation*

The scattering of a wave by a particle is due to the fact that the particle oscillates in the field of the incident wave and these oscillations radiate the scattered wave. It is usually believed that scattering in a plasma, even though the cross section in it is of the order of the Thomson scattering cross section in vacuum, is by plasma density fluctuations, which also involve ions, so that the total scattered radiation is not the sum of Thomson scattering by separate electrons. Although the scattering formulas widely used in processing observations are correct, their interpretation often is not. This note proves rigorously that scattering in a plasma is the sum of the scattering from the electrons and ions, with the total momentum difference between the incident and scattered waves being distributed among the electrons and ions; and that it is only based on this interpretation that we can obtain the conservation laws for waves and particles in the plasma. General physical, astrophysical, etc. implications are discussed of the correct interpretation of scattering processes for radiation frequencies much larger than the plasma frequency.

PACS numbers: 52.27.Lw, 52.35.Dm, 52.35.Fp, 52.35.Qz
Bibliography — 28 references
Uspekhi Fizicheskikh Nauk **183** (2) 195–206 (2013)

DOI: 10.3367/UFNr.0183.201302f.0195
Received 10 January 2012, revised 23 February 2012
Physics – Uspekhi **56** (2) (2013)