

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

**Динамика частотно-модулированных волновых пакетов в световодах с комплексными материальными параметрами**

И.О. Золотовский, Р.Н. Минвалиев, Д.И. Семенцов

*Исследуются особенности динамики волновых пакетов в линейных и нелинейных волоконных световодах с учётом комплексности дисперсионных параметров. Показано, что наличие мнимых составляющих дисперсионных параметров существенно меняет режимы компрессии волнового пакета в односекционном и каскадном световодах, приводит к смещению несущей частоты и сверхсветовым режимам распространения максимума огибающей частотно-модулированных волновых пакетов.*

PACS numbers: 42.25.Bs, 42.65.Re, 42.79.Gn

DOI: 10.3367/UFNr.0183.201312e.1353

**Содержание**

1. Введение (1353).
  2. Линейная динамика волнового пакета в активном световоде (1354).
    - 2.1. Временное сжатие. 2.2. Спектральное описание динамики волновых пакетов.
  3. Каскадная схема компрессии (1357).
    - 3.1. Двухкаскадная схема. 3.2. Многокаскадная схема.
  4. Динамика волновых пакетов в нелинейном световоде (1360).
    - 4.1. Решение нелинейного уравнения для огибающей. 4.2. Смещение несущей частоты и изменение ширины спектра. 4.3. Скорость и ускорение максимума огибающей волновых пакетов.
  5. Заключение (1363).
- Список литературы (1364).

**1. Введение**

Вопросам динамики оптических волновых пакетов (ВП) в усиливающей среде в последние годы уделяется пристальное внимание, что объясняется как фундаментальной, так и прикладной значимостью решаемых задач [1–9]. Однако, несмотря на многообразие применяемых для анализа данных систем методов, в используемых моделях, как правило, не учитывается комплексность дисперсионных параметров, которые играют существенную роль в динамике оптических ВП, распространяющихся в

активных волоконных световодах [10–13]. Между тем усиливающие световоды описываются комплексным показателем преломления. Волноводные моды в таких световодах имеют комплексную константу распространения и, следовательно, комплексные групповую скорость и дисперсионные параметры. В работах [14, 15] отмечались существенные отличия в поведении ВП в световодах с комплексными дисперсионными параметрами от поведения в "классических" активных световодах, в которых усиление в соответствующем динамическом уравнении учитывается только введением линейного члена, приводящего к экспоненциальному росту амплитуды [16, 17]. Так, степень линейной компрессии оптического излучения во многом определяется соотношением мнимой и действительной составляющих параметра дисперсии групповых скоростей (ДГС), а также начальным значением скорости частотной модуляции (ЧМ). При этом компрессия возможна и без начальной ЧМ входного волнового пакета, в отличие от световодов с действительным параметром ДГС.

Процессу сжатия ВП в активном световоде, как правило, сопутствует смещение его несущей частоты, вызванное наличием мнимой составляющей параметра дисперсии первого порядка. Смещение несущей частоты в свою очередь может приводить к искажению ВП, деформации огибающей сигнала и, как следствие, к нарушению режима компрессии и другим динамическим эффектам при распространении ВП в световодах указанного типа [18–20].

В последнее время большой интерес вызывает динамика импульсного излучения в световодах с неоднородным по длине распределением материальных параметров [21–24]. Объясняется подобный интерес тем, что световоды с промодулированными по определённому закону ДГС, нелинейностью или усилением находят широкое применение в качестве высокоэффективных систем управления лазерным излучением. В настоящей работе приводятся результаты исследований особенностей линейной и нелинейной динамики ВП в активных и

**И.О. Золотовский, Д.И. Семенцов.** Ульяновский государственный университет,  
ул. Л. Толстого 42, 432017 Ульяновск, Российская Федерация  
Тел. (927) 819-57-46, (927) 984-23-65  
E-mail: rafzol.14@mail.ru, sementsovdi@mail.ru  
**Р.Н. Минвалиев.** Научно-исследовательский институт атомных реакторов,  
433510 Димитровград, Ульяновская обл., Российская Федерация

Статья поступила 9 июня 2012 г.,  
после доработки 28 августа 2013 г.

неоднородных по длине волоконных световодах с комплексной константой распространения и, соответственно, дисперсионными параметрами. Обсуждается возможность временного сжатия ВП и достижения его огибающей сверхсветовых скоростей, связанная с наличием мнимых составляющих у материальных параметров световода.

## 2. Линейная динамика волнового пакета в активном световоде

### 2.1. Временное сжатие

Рассмотрим динамику оптического излучения в неоднородном по длине волоконном световоде с комплексным показателем преломления и, следовательно, комплексной константой распространения  $\beta = \beta' - i\beta''$ . В этом случае поле распространяющегося по световоду ВП можно представить в виде

$$\mathbf{E}(t, r, z) = \frac{1}{2} \mathbf{e}R(r) \times \left[ B(t, z) \exp \left[ i \left( \omega_0 t - \int_0^z \beta'(\xi) d\xi \right) \right] + \text{к.с.} \right], \quad (1)$$

где  $\mathbf{e}$  — орт поляризации светового поля, функция  $R(r)$  описывает радиальное распределение поля в световоде,  $\omega_0$  — несущая частота вводимого ВП, к.с. — комплексно сопряжённое. С учётом дисперсионных эффектов первого и второго порядков в линейном приближении для временной огибающей ВП получаем уравнение [17]

$$\frac{\partial B}{\partial z} + k(z) \frac{\partial B}{\partial t} - i \frac{D(z)}{2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = -\beta''(z) B, \quad (2)$$

где введены комплексные дисперсионные параметры:  $k = k' - ik'' = (\partial\beta/\partial\omega)_0$  — первого порядка и  $D = D' - iD'' = (\partial^2\beta/\partial\omega^2)_0$  — второго порядка, значения указанных производных берутся на несущей частоте ВП  $\omega_0$ . В случае вещественной константы распространения первый дисперсионный параметр  $k$  определяет групповую скорость, а второй дисперсионный параметр  $D$  — ДГС распространяющейся волны в световоде.

Медленно меняющуюся комплексную амплитуду  $B(t, z)$  с учётом комплексности константы распространения удобно представить в виде

$$B(t, z) = A(t, z) \exp \left( - \int_0^z \beta''(\xi) d\xi \right), \quad (3)$$

где  $\beta'' > 0$  для поглощающего световода и  $\beta'' < 0$  для усиливающего. После подстановки (3) в (2) получаем уравнение для временной огибающей ВП:

$$\frac{\partial A}{\partial z} - ik''(z) \frac{\partial A}{\partial t} - i \frac{D(z)}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0, \quad (4)$$

где  $\tau = t - \int_0^z k'(\xi) d\xi$  — время в бегущей системе координат.

Будем считать, что на вход световода ( $z = 0$ ) подаётся модулированный по частоте гауссов ВП, у которого фаза изменяется со временем по квадратичному закону

$$A(\tau, 0) = A_0 \exp \left[ - \frac{(1 + i\alpha_0\tau_0^2)\tau^2}{2\tau_0^2} \right], \quad (5)$$

где параметр  $\alpha_0$  характеризует входную скорость ЧМ,  $\tau_0$  — начальная длительность ВП. Решение уравнения (4) для начальных условий возбуждения световода (5) в бегущей системе координат может быть представлено в виде

$$A(\tau, z) = \rho(\tau, z) \exp [i\varphi(\tau, z)], \quad (6)$$

где введены амплитуда временной огибающей ВП и её фаза:

$$\rho(\tau, z) = A_0 \sqrt{\frac{\tau_0}{\tau_p}} \exp \left[ \frac{(1 + S^2)K''^2 z^2 - \tau_s^2}{2\tau_p^2} \right], \quad (7)$$

$$2\varphi(\tau, z) = \frac{S\tau_s^2 - 2\tau_s K''(1 + S^2)z + K''^2 S(1 + S^2)z^2}{\tau_p^2} + \arctan \left( \frac{S - \alpha_0\tau_0^2}{1 + \alpha_0\tau_0^2 S} \right).$$

Здесь также введены уточнённое бегущее время  $\tau_s = \tau - SK''z$ , длительность ВП в световоде

$$\tau_p(z) = \tau_0 \sqrt{\frac{(1 - \chi_1 z)^2 + \chi_2^2 z^2}{\tau_0^2 + D''(1 + \alpha_0^2 \tau_0^4)z}} \quad (8)$$

и следующие параметры, зависящие от координаты  $z$ :

$$S = \frac{(\alpha_0^2 \tau_0^2 + \tau_0^{-2})D'z - \alpha_0 \tau_0^2}{1 + (\alpha_0^2 \tau_0^2 + \tau_0^{-2})D''z},$$

$$\chi_1 = \alpha_0 D' - D''\tau_0^{-2}, \quad \chi_2 = \alpha_0 D'' + D'\tau_0^{-2},$$

$$D'(z) = z^{-1} \int_0^z d'(\xi) d\xi, \quad D''(z) = z^{-1} \int_0^z d''(\xi) d\xi,$$

$$K''(z) = z^{-1} \int_0^z k''(\xi) d\xi.$$

Анализ полученных уравнений показывает, что в зависимости от соотношений параметров  $\tau_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $D'$ ,  $D''$  волновой пакет в процессе распространения расплывается или подвергается компрессии и приобретает дополнительную ЧМ. Условие компрессии вводимого ВП  $(\partial\tau_p/\partial z) < 0$  в случае комплексных дисперсионных параметров с учётом (8) определяется неравенством

$$(\alpha_0^2 \tau_0^4 - 1)D_0'' + 2\alpha_0 \tau_0^2 D_0' > 0, \quad (9)$$

где  $D_0'$  и  $D_0''$  — значения соответствующих параметров на входе в световод. Из этого соотношения следует, что в случае вещественности константы распространения  $\beta$ , т.е. в случае вещественности параметра ДГС ( $D'' = 0$ ), компрессия имеет место только при  $\alpha_0 \neq 0$  в области значений параметров, где  $\alpha_0 D' > 0$ . Тогда получаем известное выражение для длительности ВП:

$$\tau_p(z) = \tau_0 \sqrt{(1 - \alpha_0 D'z)^2 + \left( \frac{D'z}{\tau_0^2} \right)^2}. \quad (10)$$

В другом предельном случае,  $D' = 0$  и  $D'' \neq 0$ , выражение для длительности ВП принимает вид

$$\tau_p(z) = \tau_0 \sqrt{\frac{(1 + D''z/\tau_0^2)^2 + (\alpha_0 D''z)^2}{\tau_0^2 + D''(1 + \alpha_0^2 \tau_0^4)z}}, \quad (11)$$

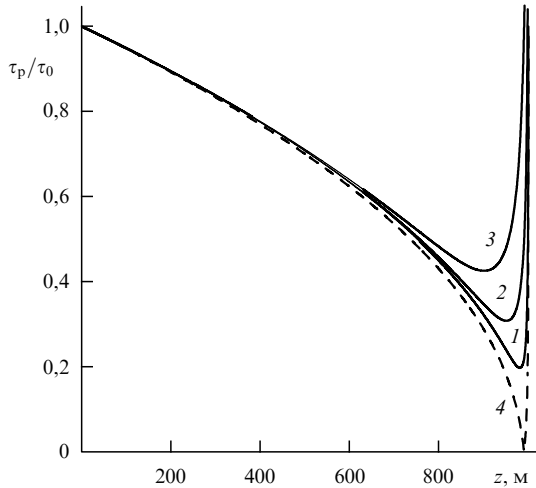


Рис. 1. Зависимость длительности ВП от пройденного расстояния для случая  $D'' < 0$ ,  $|D''/D'| = 10, 20, 50$ ,  $\alpha_0 = 10^{20} \text{ с}^{-2}$  (кривые 1–3); штриховая линия (4) отвечает случаю  $|D''/D'| = 10$  и  $\alpha_0 = 10^{21} \text{ с}^{-2}$ .

откуда следует, что компрессия ВП реализуется при  $D''_0 < 0$  даже в отсутствие начальной ЧМ. В этом случае  $\alpha_0 = 0$  и длительность ВП  $\tau_p(z) = (\tau_0^2 + D''z)^{1/2}$ .

На рисунке 1 приведена зависимость длительности ВП от пройденного по световоду расстояния для случая  $D'' < 0$  и различных значений параметра  $\eta = D''/D'$ . Начальная длительность ВП  $\tau_0 = 10^{-11} \text{ с}$ , скорость ЧМ  $\alpha_0 = 10^{20} \text{ с}^{-2}$ , значение  $D'' = -10^{-25} \text{ с}^2 \text{ м}^{-1}$  фиксировано (изменяется лишь значение  $D' > 0$ ). При увеличении параметра  $|\eta|$  увеличивается и степень компрессии ВП. Штриховой кривой отвечают значения  $\alpha_0 = 10^{21} \text{ с}^{-2}$  и  $|\eta| = 10$ . В этом случае степень компрессии увеличивается на один порядок по сравнению со случаем, когда  $\alpha_0 = 10^{20} \text{ с}^{-2}$ .

## 2.2. Спектральное описание динамики волновых пакетов

При анализе динамики ВП в усиливающей среде в случае комплексности дисперсионных параметров необходимо учитывать эффекты, связанные с возможным смещением несущей частоты [18–20]. Перейдём к спектральному представлению его временной огибающей:

$$\tilde{A}(\omega, z) = \frac{1}{2\pi} \int A(t, z) \exp(-i\omega t) dt. \quad (12)$$

Для гауссова ЧМ-импульса спектральное представление временной огибающей принимает вид

$$\tilde{A}(\omega, z) = A_0 \left( \frac{\tau_0}{2\pi\Delta\omega_s} \right)^{1/2} \times \exp \left( -\frac{(\omega_s(z) - \omega)^2}{2\Delta\omega_s^2} + \frac{\Omega^2}{2\Delta\omega_s^2} + i\varphi(\omega) \right), \quad (13)$$

где  $\omega_s(z)$  — зависящая от координаты эффективная несущая частота, а

$$\Omega(z) = \omega_s(z) - \omega_0 = -\Delta\omega_s^2(z) \int_0^z \frac{\partial \beta''(\xi)}{\partial \omega} d\xi \quad (14)$$

— сдвиг несущей частоты. При этом зависящая от координаты спектральная ширина ВП определяется

соотношением  $\Delta\omega_s = [\tau_p^{-2} + \alpha^2(z)\tau_p^2]^{1/2}$ . Знак сдвига несущей частоты определяется знаком величины  $k'' = \partial \beta'' / \partial \omega$ , который, в свою очередь, зависит от формы линии усиления и положения несущей частоты относительно резонансной. Из приведённых соотношений следует, что по мере распространения ВП по световоду происходит смещение его эффективной несущей частоты и изменение спектральной ширины. При  $D'' < 0$  на трассе  $z \leq L$  происходит спектральное уширение ВП. Механизм такого уширения связан со спецификой распространения излучения в средах с существенной дисперсией коэффициента усиления. Из-за быстрой ЧМ на краях импульса возникает уход спектральных компонент из области максимума усиления, в силу чего усиление для них оказывается значительно меньшим, чем для компонент, расположенных вблизи максимума огибающей ВП. Поэтому наиболее значительно усиливается только та часть ВП, которая достаточно близко расположена к максимуму огибающей, где мгновенное смещение частоты  $\Omega(t) = -\partial \varphi(\omega) / \partial t$  не превышает существенно спектральной ширины линии усиления.

Так как несущая частота  $\omega_0$  вводимого в световод ВП может не совпадать с центральной частотой  $\omega_r$  линии усиления в области  $D'' < 0$ , знак сдвига несущей частоты зависит для одиночной линии усиления от знака разности  $\omega_0 - \omega_r$ . Если  $\omega_0 > \omega_r$ , то  $\Omega > 0$ , а при  $\omega_0 < \omega_r$  имеет место противоположная ситуация, т.е.  $\Omega < 0$ . При этом несущая частота в усиливающей среде затягивается в область максимума линии усиления. Наличие смещения несущей частоты является фактором, существенно ограничивающим возможности рассматриваемого механизма компрессии, так как при достаточно больших значениях параметра  $k''$  несущая частота может выйти из области с отрицательным значением мнимой составляющей параметра ДГС.

Рассмотрим зависимость мнимых составляющих дисперсионных параметров от отстройки несущей частоты от резонансной и ширины линии на примере одиночной лоренцевой линии усиления. Для интенсивности излучения, намного меньшей насыщающей, величина инкремента усиления в рассматриваемом случае может быть задана соотношением [25]:

$$\gamma(\omega) = -2\beta''(\omega) = \frac{\rho N \Delta\omega^2}{\delta\omega^2 + \Delta\omega^2}, \quad (15)$$

где  $\delta\omega = \omega_0(z) - \omega_r$  — отстройка от частоты вынужденного перехода  $\omega_r$ ,  $\rho$  — сечение вынужденного перехода,  $N$  — концентрация активных частиц в отсутствие генерации,  $\Delta\omega$  — ширина спектральной линии усиления. В этом случае для мнимых составляющих дисперсионных параметров 1-го и 2-го порядков верны соотношения

$$k'' = \frac{\rho N \delta\omega \Delta\omega^2}{(\delta\omega^2 + \Delta\omega^2)^2}, \quad D'' = \frac{\rho N \Delta\omega^2 (\Delta\omega^2 - 3\delta\omega^2)}{(\delta\omega^2 + \Delta\omega^2)^3}. \quad (16)$$

Для компрессии вводимого в световод ВП при  $\alpha_0 = 0$  в соответствии с (9) необходимо выполнение условия  $D'' < 0$ , в котором частота  $\omega$  принимается равной несущей частоте ВП  $\omega_0$ . Из (16) следует возможность выполнения этого условия при выборе несущей частоты таким образом, чтобы отстройка от резонансной частоты составляла  $|\delta\omega| > \Delta\omega/\sqrt{3}$ . Так как несущая частота затягивается в центр линии усиления, где  $k'' \approx 0$

и  $D'' > 0$ , то в рамках модели одиночной лоренцевой линии реализовать механизм компрессии, связанный с фазовой модуляцией за счёт мнимой составляющей параметра дисперсии групповых скоростей, оказывается, достаточно проблематично.

Необходимо отметить, что в случае  $k'' \neq 0$  всегда имеет место смещение несущей частоты. В случае лоренцевой линии усиления смещение несущей частоты определяется уравнением

$$\Omega_s(z) = -\Delta\omega_s^2(z) \int_0^z \rho N(\xi) \frac{(\omega_s(\xi) - \omega_r) \Delta\omega^2}{(\Delta\omega^2 + (\omega_s(\xi) - \omega_r)^2)^2} d\xi. \quad (17)$$

В общем случае с учётом вырождения накачки параметр  $N$ , определяющий присутствие активных центров, практически всегда зависит от координаты (например, в силу эффекта вырождения накачки).

Одна из возможностей решения проблемы смещения несущей частоты состоит в использовании сред со сложным профилем инкремента усиления, имеющим локальный экстремум в области частот с  $D'' < 0$ . Его можно сформировать, если среда аппроксимируется суммой двух лоренцевых осцилляторов. В этом случае коэффициент усиления определяется выражением

$$\gamma(\omega) = -2\beta''(\omega) = N \sum_{i=1,2} \frac{\rho_i f_i \Delta\omega_i^2}{(\omega - \omega_{ri})^2 + \Delta\omega_i^2}, \quad (18)$$

где величина  $f_i = N_i/N$  определяет вклад в общую кривую усиления соответствующей группы осцилляторов и  $f_1 + f_2 = 1$ . В этом случае всегда имеется возмож-

ность подобрать несущую частоту  $\omega = \omega_s$  таким образом, чтобы, с одной стороны,  $k'' = 0$ , а с другой — выполнялось условие  $D'' < 0$ .

На рисунке 2 представлены частотные зависимости дисперсионных параметров  $k''$  и  $D''$  для случаев одиночной лоренцевой линии (рис. 2а) и сложной линии усиления (рис. 2б), определяемых соотношениями (16) и (18). Для численного анализа использовались параметры широко распространённых кварцевых световодов, легированных эрбием:  $\rho = 2 \times 10^{-24} \text{ м}^2$ ,  $N = 5 \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$ ,  $\omega_r = 1,8 \times 10^{15} \text{ с}^{-1}$ ,  $\Delta\omega = 0,5 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$  (рис. 2а) и  $f_1 = 0,55$ ,  $f_2 = 0,45$ ,  $\omega_{r1} = 1,8 \times 10^{15} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_{r2} = 1,802 \times 10^{15} \text{ с}^{-1}$ ,  $\Delta\omega_1 = 6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$ ,  $\Delta\omega_2 = 5,5 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$ ,  $\rho_i N = 10^{-2} \text{ м}^{-1}$  (рис. 2б). В случае сложной линии усиления стрелкой указана рабочая частота, для которой  $k'' = 0$  и  $D'' < 0$ , и смещение несущей частоты практически отсутствует при распространении импульса по световоду с такой линией усиления.

Другим возможным решением проблемы вытеснения несущей частоты может быть, например, использование полых световодов, наполненных усиливающей газовой средой [26], для которой на необходимой частоте в неоднородной линии усиления производится выжигание локального минимума, известного как провал Беннета [27], или использование микроструктурированных волокон [28]. Следует также отметить, что линия усиления для реальной активной среды не может быть описана идеальной лоренцевой линией и практически всегда имеет достаточно большое число локальных экстремумов.

Из проведённого анализа следует, что смещение несущей частоты ВП может существенно затруднить реализацию компрессионных режимов в активных световодах. Однако, наряду с этим негативным фактором, наличие мнимости у дисперсионного параметра первого порядка может приводить и к некоторым специфическим эффектам. Важной особенностью распространения ВП в усиливающей среде является принципиальная возможность перемещения максимума его огибающей со скоростью, большей скорости света в вакууме  $c$ . Подобное сверхсветовое распространение ВП не связано с переносом энергии с указанной скоростью, а обусловлено изменением его формы за счёт усиления, более существенного на переднем фронте ВП [29]. Несмотря на то что обсуждение возможности реализации сверхсветовой скорости для ВП в усиливающих средах имеет давнюю историю [30–32], данный эффект неизменно привлекает усиленное внимание исследователей [33–62].

В указанных работах анализ проводился для достаточно протяжённого экспоненциального переднего фронта ВП. Однако режимы сверхсветового распространения максимума огибающей возможны и для быстро спадающего гауссова ЧМ-импульса. С учётом введённого в выражениях (7) бегущего времени скорость распространения максимума огибающей ВП в среде может быть определена следующим общим выражением:

$$u_m = \frac{u}{1 + Sk''u}, \quad (19)$$

где  $u = (k')^{-1} = c/n_{ef}$  — величина, отождествляемая обычно с групповой скоростью ВП, а  $n_{ef}$  — действительная часть эффективного показателя преломления активной среды, в которой формируется ВП. Из соотношения (19) следует, что сверхсветовой режим для максимума огибающей ВП ( $u_m > c$ ) возможен при выполнении

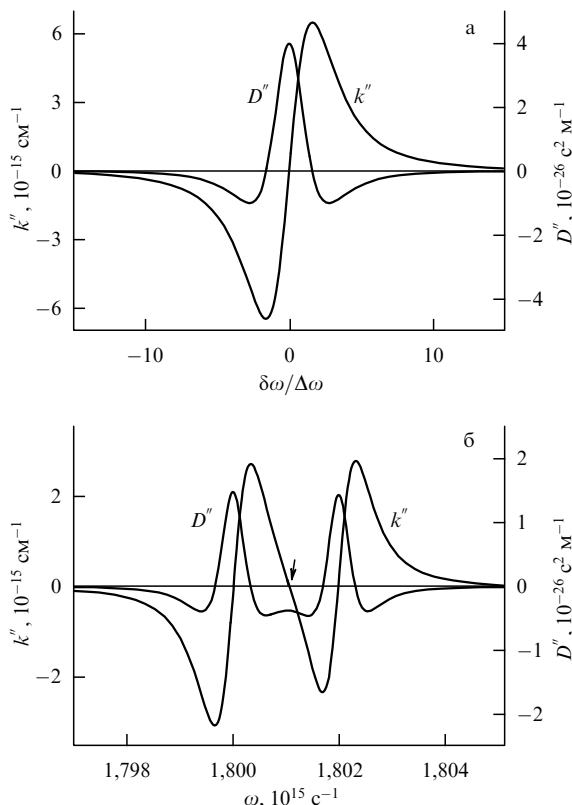


Рис. 2. Частотные зависимости дисперсионных параметров  $k''$  и  $D''$  для одиночной лоренцевой (а) и сложной (б) линии усиления.

условия  $Sk'' < 0$ . Подобный режим может быть реализован как в условиях компрессии ВП, так и его уширения для различных знаков величин  $\omega_0 - \omega_r$ ,  $\alpha_0$ ,  $D'$ ,  $D''$ . Для реализации сверхсветового режима на достаточно протяжённых расстояниях необходимо выполнение условия невыхода несущей частоты из полосы усиления (т.е.  $|\Omega_s| \ll \Delta\omega$ ) на всей трассе распространения ВП. Более подробно об особенностях динамики волновых пакетов в средах со значительной дисперсией инкремента усиления мы поговорим в разделе 4.

### 3. Каскадная схема компрессии

В настоящем разделе рассмотрены особенности каскадной схемы компрессии излучения, связанные с комплексностью дисперсионных параметров. Будем считать, что световод состоит из последовательности активных (с усилением) и пассивных однородных сегментов, для которых значения мнимых и действительных составляющих дисперсионных параметров считаются постоянными величинами. Данная методика компрессии является продолжением техники усиления ЧМ ВП, применяемой для ослабления влияния нелинейно-оптических явлений на процессы генерации, усиления и передачи мощных сверхкоротких световых импульсов в мощных твердотельных лазерных системах [63–65]. Согласно этой методике [66, 67], световой импульс перед усилительной ступенью пропускается через устройство (стретчер), обеспечивающее увеличение его длительности. Соответствующее понижение пиковой мощности светового импульса позволяет значительно уменьшить влияние нелинейных эффектов на этапе усиления. Возникающая на этапе стретчирования модуляция фазы компенсируется уже после усиления с помощью компрессора, формирующего сверхкороткий лазерный импульс.

Ниже рассмотрены условия компрессии ВП гауссовой формы, распространяющегося в каскадном световоде, у которого на входе стоит активный, а на выходе — пассивный световод. Данная схема решает проблему смещения несущей частоты и предполагает получение в первой секции каскада достаточно длинного ВП с относительно малым значением максимума амплитуды огибающей и с большим значением скорости ЧМ [68, 69]. После придания ВП как можно большей скорости ЧМ он вводится во вторую секцию, в которой и осуществляется компрессия. При этом длина второй секции, на которой ВП становится спектрально ограниченным, совпадает с длиной, на которой временная протяжённость ВП становится минимальной. Анализ и сравнение параметров распространяющегося в каскадном световоде ВП проводится для случаев прямого и обратного распространения.

#### 3.1. Двухкаскадная схема

Остановимся вначале на двухсекционной каскадной схеме сжатия ВП, когда оптическое излучение после распространения в первом, усиливающем, световоде с комплексными параметрами  $k_1$ ,  $D_1$  и длиной  $L_1$  вводится во второй световод с вещественными параметрами дисперсии  $k_2$ ,  $D_2$  и длиной  $L_2$ . Пусть вводимый в первый световод ВП имеет длительность  $\tau_0$  и начальную скорость ЧМ  $\alpha_0$ . На выходе из усиливающего световода (и на входе во второй пассивный световод) ВП имеет,

согласно (7), следующую скорость ЧМ:

$$\alpha_1 = \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} \right|_{z=L_1} = - \frac{\alpha_0 \tau_0^2 (1 - \chi_1 L_1) - \chi_2 L_1}{\tau_0^2 [(1 - \chi_1 L_1)^2 + (\chi_2 L_1)^2]}. \quad (20)$$

При этом длительность ВП после прохождения второго световода, согласно (10), определяется выражением

$$\tau_p(L_2) = \tau_1 \left[ (1 - \alpha_1 D_2' L_2)^2 + \left( \frac{D_2' L_2}{\tau_1^2} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (21)$$

где  $\tau_1 = \tau_p(L_1)$  и  $\alpha_1 = \alpha(L_1)$  — длительность ВП и скорость ЧМ на выходе из первого световода-усилителя. Как следует из (21), режим компрессии во втором световоде возможен в случае выполнения неравенства  $\alpha_1 D_2' > 0$ .

Рассмотрим важный случай, демонстрирующий принципиальную возможность каскадной компрессии распространяющегося ВП в отсутствие его начальной частотной модуляции, т.е. при  $\alpha_0 = 0$ . Проходя расстояние  $L_1$  по первой, усиливающей, части световода, ВП на выходе приобретает скорость ЧМ:

$$\alpha_1 = \alpha(L_1) = \frac{D_1' L_1}{(\tau_0^2 + D_1'' L_1)^2 + (D_1' L_1)^2}. \quad (22)$$

Оптимальную длину первого световода определим из условия, согласно которому на выходе из каскада длительность ВП должна быть минимальной. Для этого на выходе из первого световода скорость ЧМ  $|\alpha(L_1)|$  должна быть максимально возможной. Приравняв нулю производную  $\partial \alpha / \partial L_1$ , для оптимальной длины первого световода получаем выражение  $L_{10} = \tau_0^2 / |D_1'|$ . В результате на выходе из первого световода оптимальной длины  $L_{10}$  ВП достигает следующего значения скорости ЧМ:

$$\alpha_{10} = \alpha(L_{10}) = \frac{D_1'}{2\tau_0^2 (|D_1'| + D_1'')}. \quad (23)$$

Длительность ВП после прохождения в первом световоде-усилителе расстояния  $L_1$  определяется выражением

$$\tau_1 = \tau_p(L_1) = \left[ \frac{(\tau_0^2 + D_1'' L_1)^2 + (D_1' L_1)^2}{\tau_0^2 + D_1'' L_1} \right]^{1/2}. \quad (24)$$

После прохождения оптимальной длины ВП уширяется, и его длительность становится равной  $\tau_{10} = \tau_p(L_{10}) = \sqrt{2}\tau_0$ .

Значения  $\alpha_1$  и  $\tau_1$  являются начальными (входными) для второго, пассивного, световода. Скорость ЧМ и длительность ВП после прохождения во втором световоде расстояния  $z$  определяются выражениями

$$\alpha(L_1 + z) = - \frac{\alpha_1 \tau_1^2 + (\alpha_1^2 \tau_1^2 + \tau_1^{-2}) D_2' z}{\tau_1^2 [(1 - \alpha_1 D_2' z)^2 + (D_2' \tau_1^{-2} z)^2]}, \quad (25)$$

$$\tau_p(L_1 + z) = \tau_1 \sqrt{(1 + \alpha_1 D_2' z)^2 + (D_2' \tau_1^{-2} z)^2}.$$

Таким образом, скорость ЧМ и длительность ВП на выходе из каскада определяются параметрами  $\alpha_{12} = \alpha(L_1 + L_2)$  и  $\tau_{12} = \tau_p(L_1 + L_2)$ . Оптимальная длина

второго световода  $L_{20}$  в каскаде находится из условия минимума длительности ВП на выходе из каскада. В результате решения уравнения  $\partial\tau_p/\partial L_2 = 0$  получаем выражение для оптимальной длины второго световода, на которой осуществляется максимальная компрессия:

$$L_{20} = \frac{\alpha_1 \tau_1^4}{D_2'(1 + \alpha_1^2 \tau_1^4)}, \quad (26)$$

где величины  $\alpha_1$  и  $\tau_1$  в случае получения минимально возможных значений на выходе должны выбираться оптимальными. При этом длительность ВП на выходе из каскада достигает минимально возможного значения для реализуемой на выходе из первого световода величины чирпа  $\alpha_{10}$ :

$$\begin{aligned} \tau_{12}^{\min} &= \tau_p(L_0) = \frac{\tau_{10}}{\sqrt{1 + \alpha_{10}^2 \tau_{10}^4}} = \sqrt{\tau_0^2 + D_1'' L_{10}} = \\ &= \tau_0 \sqrt{1 + \frac{D_1''}{|D_1'|}}, \end{aligned} \quad (27)$$

где полная оптимальная длина каскада  $L_0$  является суммой оптимальных длин первого и второго световодов, т.е.  $L_0 = L_{10} + L_{20}$ . Из полученного выражения следует, что минимально достижимая в каскаде длительность ВП существенно зависит от знака параметра  $D_1''$  и величины параметра  $D_1'$ . Так, при  $D_1' \rightarrow 0$  и  $D_1'' < 0$  на выходе из каскада  $\tau_p(L_0) \rightarrow 0$ . Условие компрессии в каскадной схеме, согласно (21) с учётом (24), будет выражаться неравенством  $D_1' D_2' < 0$ . Из (27) следует также, что величина  $\tau_p(L_0)$  не зависит от параметров второго, пассивного, световода, однако без него, т.е. в одном активном световоде, согласно (24), получение более высоких степеней компрессии невозможно.

Анализ выражения (27) показывает, что при  $|\alpha_1| \tau_1^2 = 1$  компрессионная длительность ВП принимает наибольшее значение  $\tau_{\min} = 1/(2|\alpha_1|)^{1/2}$ . Следовательно, чтобы длительность ВП на выходе из каскада была как можно меньше, необходимо увеличивать на выходе из первого световода величину ЧМ  $|\alpha_1|$ . В случае больших степеней компрессии должно выполняться неравенство  $|\alpha_1| \tau_1^2 \gg 1$ , и полученные выражения могут быть преобразованы к виду

$$L_{20} \approx \frac{1}{|D_2' \alpha_1|} \approx \tau_0^2 \left| \frac{D_1'}{D_2' D_1''} \right|, \quad (28)$$

$$\tau_{\min} \approx \frac{1}{|\alpha_1 \tau_1|} = (\tau_0^2 + D_1'' L_1)^{1/2} \left[ 1 + \left( \frac{\tau_0^2 + D_1'' L_1}{D_1' L_1} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (29)$$

Для эффективности каскадного механизма сжатия длина усиливающего световода  $L_1$  должна быть выбрана таким образом, чтобы выполнялось неравенство  $|\tau_0^2 + D_1'' L_1| \ll |D_1' L_1|$ . При этом выражение (29) сводится к (27).

Вопрос о предотвращении существенного смещения несущей частоты при реализации рассматриваемой схемы компрессии решается, в основном, выбором начальной несущей частоты  $\omega_0$ , определяющей величину  $k_1''(\omega_0)$ . Так, для случая  $\alpha_0 = 0$  условие  $|\Omega_s| \ll \Delta\omega$ , определяющее ограничение на смещение несущей частоты при каскадной схеме сжатия, может быть представлено следующим

образом:

$$\tau_{\min} \gg \sqrt{\frac{|k_1''| L_1}{\Delta\omega}}, \quad (30)$$

где учтено, что  $\Delta\omega_s \approx 1/\tau_{\min}$ . Выполнение условия (30) достигается за счёт управления параметром  $k_1''(\omega_0)$ , который необходимо выбирать таким образом, чтобы величина  $|k_1''| L_1$  была достаточно малой.

Рассмотрим теперь случай обратного распространения ВП, при котором оптическое излучение вначале распространяется в пассивном световоде с параметрами  $k_2, D_2, L_2$ , после чего вводится в активный световод с параметрами  $k_1, D_1, L_1$ , т.е. поменяем местами секции каскадного световода. Считаем, что вводимый в каскад ВП, как и в первом случае, имеет длительность  $\tau_0$  и начальную скорость ЧМ  $\alpha_0 = 0$ . После прохождения пассивного световода ВП приобретает скорость ЧМ и длительность, определяемые выражениями

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \alpha(L_2) = \frac{D_2' L_2}{\tau_0^4 + (D_2' L_2)^2}, \\ \tau_2 &= \tau_p(L_2) = \sqrt{\tau_0^2 + \left( \frac{D_2' L_2}{\tau_0} \right)^2}. \end{aligned} \quad (31)$$

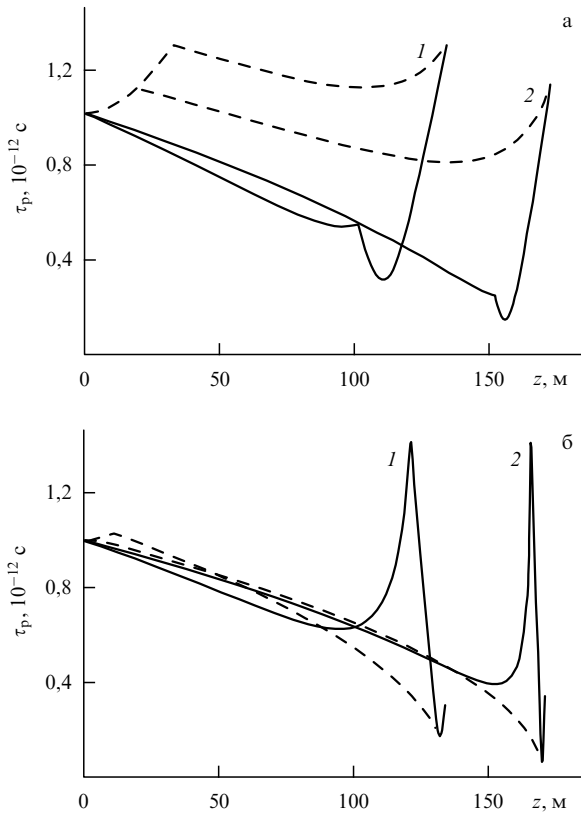
После прохождения ВП усиливающей части световода, т.е. на выходе из каскада, его длительность и скорость ЧМ выражаются как

$$\alpha_{21} = - \frac{\alpha_2 \tau_2^2 + (\alpha_2^2 \tau_2^2 + \tau_2^{-2}) D_1' L_1}{\tau_2^2 [(1 - (\alpha_2 D_1' - D_1'' \tau_2^{-2}) L_1)^2 + (\alpha_2 D_1'' + D_1' \tau_2^{-2})^2 L_1^2]}, \quad (32)$$

$$\tau_{21} = \tau_2^2 \sqrt{\frac{[1 - (\alpha_2 D_1' - D_1'' \tau_2^{-2}) L_1]^2 + (\alpha_2 D_1'' + D_1' \tau_2^{-2})^2 L_1^2}{\tau_2^2 + D_1'' (1 + \alpha_2^2 \tau_2^4) L_1}},$$

где введены обозначения  $\alpha_{21} = \alpha(L_2 + L_1)$  и  $\tau_{21} = \tau_p(L_2 + L_1)$ .

На основе полученных соотношений построены зависимости длительности ВП от пройденного по световоду расстояния при прямом и обратном распространении (сплошные и штриховые кривые), приведённые на рис. 3. Предполагалось, что на вход в световод подаётся ВП с начальной длительностью  $\tau_0 = 10^{-12}$  с, скоростью ЧМ  $\alpha_0 = 0$  и двумя значениями дисперсионных параметров:  $D_1' = (2; 0,5) \times 10^{-27}$  с<sup>2</sup> м<sup>-1</sup>,  $D_1'' = (-8; -6) \times 10^{-27}$  с<sup>2</sup> м<sup>-1</sup>,  $D_2' = (-2,2; -2) \times 10^{-26}$  с<sup>2</sup> м<sup>-1</sup> (кривые 1, 2 соответственно). В случае произвольных длин секций каскада,  $L_1 = (100; 150)$  м и  $L_2 = (32,5; 20,3)$  м, на выходе из световода имеет место уширение ВП, т.е. его длительность на выходе больше, чем на входе (рис. 3а). В случае оптимальных длин,  $L_1 = (121,3; 166,1)$  м и  $L_2 = (11,0; 4,2)$  м ВП на выходе имеет длительность, намного меньшую входного значения (рис. 3б). При этом минимальное время импульса отвечает нулевому значению скорости ЧМ, достигаемой во втором световоде каскада. Для случаев как прямого, так и обратного распространения на выходе из каскада длительность ВП имеет одинаковые значения, что говорит о проявлении взаимности в рассматриваемом линейном механизме компрессии (обратное распространение ВП эквивалентно изменению порядка следования секций в световоде).



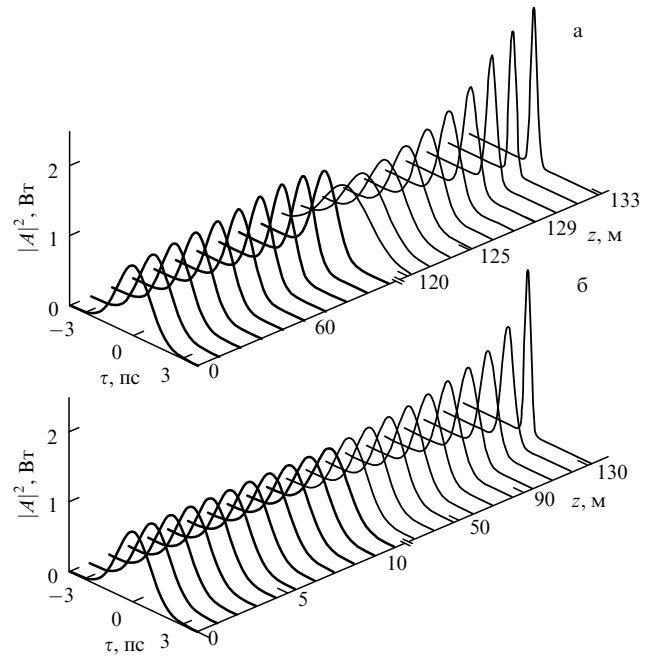
**Рис. 3.** Зависимость длительности ВП от пройденного по световоду расстояния при произвольных (а) и оптимальных (б) длинах секций, двух значениях дисперсионных параметров (кривые 1, 2), прямом и обратном (сплошные и штриховые кривые) распространении.

Для наглядности динамики ВП, распространяющегося по каскаду, на рис. 4 иллюстрируется изменение формы огибающей при прохождении в прямом (рис. 4а) и обратном (рис. 4б) направлениях в каскаде с оптимальными длинами секций (при построении указанных зависимостей использовались значения параметров, отвечающие кривой 1 на рис. 3б).

Анализ показывает, что при произвольных длинах секций компрессия ВП также возможна, однако её величина заметно меньше, чем при оптимальных длинах секций каскада. Связано это с тем, что при произвольной длине  $L_1$  импульсу не удастся придать как можно большего значения ЧМ перед вводом во второй световод, в котором непосредственно и осуществляется компрессия. Длина данного световода, на которой импульс становится спектрально ограниченным, не совпадает с длиной, на которой длительность импульса становится минимальной. В активном световоде импульс также сжимается, однако в точке своей минимальной длительности он имеет достаточно большое значение скорости ЧМ, что крайне нежелательно в плане различных технических приложений.

### 3.2. Многокаскадная схема

Двухсекционная каскадная схема не может в полной мере решить проблему удержания несущей частоты волнового пакета в спектральной области, соответствующей отрицательным значениям мнимых составляющих дисперсионных параметров второго порядка. Наиболее эффективным методом её решения представляется создание



**Рис. 4.** Изменение формы огибающей ВП в каскаде с оптимальными длинами секций для прямого (а) и обратного (б) распространения.

многосекционных световодов, состоящих из секций, подводящих излучение к усилителю, самого усилителя и компенсирующего волокна, расположенного после усилителя. При этом имеются две принципиальные возможности удержания несущей частоты в необходимом частотном диапазоне.

Первый способ предполагает использование многосекционных световодов (от трёх и более элементов), для которых среднее значение параметра  $k''(z)$  на всей длине следования импульса близко к нулю, а среднее значение параметра  $D''(z)$  отрицательно, т.е.

$$\langle k'' \rangle = \sum_{i=1}^N \frac{k_i'' L_i}{L} \approx 0, \quad \langle D'' \rangle = \sum_{i=1}^N \frac{D_i'' L_i}{L} < 0, \quad (33)$$

где  $N$  — количество секций в каскадном световоде,  $L$  — его полная длина.

Другой способ удержания несущей частоты — реализация волоконной линии, содержащей последовательность усиливающих элементов, резонансные частоты которых увеличиваются при переходе от одного элемента к другому ( $\omega_{r1} < \omega_{r2} < \dots < \omega_{rN}$ ), обеспечивая тем самым выполнение условия  $\langle D'' \rangle < 0$  на всей длине световода. В этом случае условие невыхода несущей частоты волнового пакета из области  $D_i'' < 0$  в каждом из элементов световода может быть записано неравенством

$$|\omega_{si} - \Omega_{si} - \omega_{ri}| > \frac{\Delta\omega_i}{\sqrt{3}}, \quad \Omega_{si} = \frac{k_i'' L_i (1 + \alpha_0^2 \tau_0^4)}{\tau_0^2 + (1 + \alpha_0^2 \tau_0^4) D_i'' L_i}. \quad (34)$$

Предложенная модель должна достаточно хорошо работать при условии, что смещение несущей частоты в каждом из элементов световода мало по сравнению с отстройкой несущей частоты в данном элементе от частоты вынужденного перехода, т.е.  $|\omega_{si} - \omega_{ri}| \gg \Omega_{si}$ .

Рассмотрим каскад, состоящий из  $N$  однородных диспергирующих световодов, определённая часть кото-

рых имеет комплексные значения дисперсионных параметров, а для остальных дисперсионные параметры являются вещественными. Будем считать, что условия удержания несущей частоты в области  $D_i'' < 0$  выполняются. При этом условие компенсации ЧМ (условие получения спектрально ограниченного ВП) на выходе из  $N$ -го элемента каскада принимает вид

$$\langle D' \rangle L = \sum_{i=1}^N D_i' L_i = \frac{\alpha_0 \tau_0^4}{1 + \alpha_0^2 \tau_0^4}. \quad (35)$$

На выходе из каскада длительность спектрально ограниченного ВП будет определяться выражением

$$\tau_p = \left( \langle D'' \rangle L + \frac{\tau_0^2}{1 + \alpha_0^2 \tau_0^4} \right)^{1/2}. \quad (36)$$

При  $\alpha_0 \neq 0$  и  $D_i'' < 0$  длительность ВП на выходе из каскада может достигать значений, намного меньших  $\tau_0$ . Так, например, для трёхсекционного каскадного световода ( $N = 3$ ) при  $\alpha_0 \neq 0$  длина компенсатора (последнего элемента каскада), на выходе которого должен быть получен подвергшийся компрессии ВП, составляет

$$L_3 = \frac{\alpha_0 \tau_0^4 (1 + \alpha_0^2 \tau_0^4)^{-1} - D_1' L_1 - D_2' L_2}{D_3'} > 0, \quad (37)$$

где  $L_i$  — длина,  $D_i'$  — действительная составляющая материальной дисперсии  $i$ -го элемента. Минимальная длительность спектрально ограниченного ВП на выходе из световода, как и в случае с двухэлементным каскадом, определяется параметрами усилителя ( $D_2'', L_2, k_2''$ ) и начальной скоростью ЧМ  $\alpha_0$ :

$$\tau_{\min}(L_3) = \frac{1}{\Delta\omega_s(L_3)} \approx \left[ \frac{1 + \alpha_0^2 \tau_0^4}{\tau_0^2 + D_2'' L_2 (1 + \alpha_0^2 \tau_0^4)} \right]^{-1/2}. \quad (38)$$

Таким образом, в каскадных волоконных световодах, содержащих активные и пассивные секции, наличие комплексных дисперсионных параметров способно вызывать компрессию ВП без начальной ЧМ вводимого излучения малой мощности. При этом каскадная методика позволяет практически полностью избавиться от негативных факторов, связанных со смещением несущей частоты ВП и влиянием нелинейных эффектов, сопровождающих компрессию в односекционных усиливающих световодах. Для активных световодов в каскадной схеме компрессии в области отстройки несущей частоты от резонансной линии усиления имеется возможность реализации сверхсветового режима распространения максимума огибающей ВП при наличии ЧМ и положительных значений мнимой части ДГС.

#### 4. Динамика волновых пакетов в нелинейном световоде

Неоднородные по длине нелинейные одномодовые световоды представляют собой эффективное средство для управления параметрами коротких ВП. Современные технологии изготовления световодов позволяют формировать заданный тип продольной неоднородности соответствующего параметра. Так, необходимый профиль ДГС формируется за счёт изменения диаметра волокна

или разности показателей преломления сердцевин и оболочки [21–23]. Характер продольного распределения материальных параметров заметно влияет на динамику ВП в нелинейном световоде [70–80]. Например, в случае значительного влияния нелинейных эффектов смещение несущей частоты ВП может существенно затруднить реализацию компрессионных режимов в активных световодах. Более того, нелинейность неизбежно приводит к сильной неустойчивости ВП со сверхсветовой скоростью максимума огибающей.

#### 4.1. Решение нелинейного уравнения для огибающей

Рассмотрим нелинейную динамику ВП в усиливающем световоде, материальные параметры которого зависят от продольной координаты  $z$ . Для ВП длительностью  $\tau_0 \gg 1$  нс их динамика практически не зависит от дисперсионных эффектов второго и более высоких порядков, поэтому в световоде с керровской нелинейностью для огибающей справедливо уравнение

$$\frac{\partial B}{\partial z} + k(z) \frac{\partial B}{\partial t} + iR(z)|B|^2 B = -\beta''(z) B, \quad (39)$$

где  $R$  — параметр керровской нелинейности. Это уравнение может быть использовано для анализа динамики излучения в оптических волокнах с неоднородным продольным распределением материальных параметров в случае их медленного изменения по длине. Проводя в уравнении (39) замену

$$B(z, t) = A(z, t) \exp \left( - \int_0^z \beta''(\xi) d\xi \right), \quad (40)$$

приходим к уравнению для медленно меняющейся амплитуды  $A(z, t)$ :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + k(z) \frac{\partial A}{\partial t} + iR_{\text{ef}}(z)|A|^2 A = 0, \quad (41)$$

где параметр эффективной нелинейности определяется выражением

$$R_{\text{ef}}(z) = R(z) \exp \left( - 2 \int_0^z \beta''(\xi) d\xi \right). \quad (42)$$

Огибающая ЧМ гауссова ВП на входе в световод может быть описана выражением с постоянной вдоль световода длительностью:

$$A(\tau, 0) = A_0 \exp \left( - \frac{\tau^2}{2\tau_0^2} + i \frac{\alpha_0 \tau^2}{2} + i\varphi_0 \right), \quad (43)$$

где  $\tau = t - \int_0^z k(\xi) d\xi$  — бегущее время,  $A_0$  и  $\varphi_0$  — амплитуда и фаза огибающей ВП на входе в световод. Учитывая, что  $k(z)$  — комплексная величина, мы можем записать выражение для интенсивности излучения

$$|A(\tau, z)|^2 = A_0^2 \exp \left( - \frac{\tau_m^2}{2\tau_0^2} + (\tau_0^{-2} + \alpha^2(z) \tau_0^2) \times \right. \\ \left. \times \left( \int_0^z \frac{\partial \beta''(\xi)}{\partial \omega} d\xi \right)^2 \right), \quad (44)$$

где введено время, связанное с максимумом огибающей ВП:

$$\tau_m(z) = t - \left( \int_0^z \frac{\partial \beta'(\xi)}{\partial \omega} d\xi + \alpha(z) \tau_0^2 \int_0^z \frac{\partial \beta''(\xi)}{\partial \omega} d\xi \right). \quad (45)$$



При этом мгновенная скорость максимума огибающей ЧМ волнового пакета определяется соотношением (19), а время задержки сигнала, прошедшего расстояние  $L$ , есть  $\Delta\tau_m(L) = t - \tau_m(L)$ . С учётом этих соотношений можно найти среднюю скорость максимума огибающей ВП на длине световода  $L$ :

$$\langle u_m \rangle = \frac{L}{\Delta\tau_m(L)} = L \left( \int_0^L \frac{\partial\beta'(z)}{\partial\omega} dz + \alpha(L) \tau_0^2 \int_0^L \frac{\partial\beta''(z)}{\partial\omega} dz \right)^{-1}. \quad (46)$$

Если параметр  $\beta'$  считать постоянным по длине световода, то выражение (46) принимает вид

$$\langle u_m \rangle = \left( \frac{1}{u} + \frac{\alpha(L) \tau_0^2}{L} \int_0^L \frac{\partial\beta''(z)}{\partial\omega} dz \right)^{-1}, \quad (47)$$

где  $u = (\partial\beta'/\partial\omega)_0^{-1}$  — групповая скорость ВП. В практически важном случае, когда отстройка несущей частоты от резонансной частоты линии усиления относительно мала,  $|\delta\omega_s(0)| \ll \Delta\omega$ , выражение (47) можно переписать в виде

$$\langle u_m \rangle = \left( \frac{1}{u} + \frac{\alpha(L) \tau_0^2 \rho}{\Delta\omega^2 L} \int_0^L N(z) \delta\omega_s(z) dz \right)^{-1}, \quad (48)$$

где параметр  $N$  в общем случае зависит от координаты. В частности, к спадающей зависимости  $N(z)$  может приводить эффект вырождения накачки. С другой стороны, с помощью распределённых волоконных усилителей можно создать активные профили с увеличивающимся по длине  $N$ .

Из приведённых соотношений следует, что и динамика ВП в целом, и скорость максимума огибающей в частности существенно зависят от величины и знака скорости ЧМ. Чтобы найти зависимость параметра  $\alpha$  от пройденного ВП расстояния, воспользуемся уравнением, полученным авторами в работе [74]. Для ВП, распространяющегося в усиливающей нелинейной среде, без учёта дисперсионных эффектов второго порядка имеем

$$\frac{\partial\alpha}{\partial z} = \frac{R_{\text{ef}}(z) I_0}{\sqrt{2}\tau_0^2}, \quad (49)$$

где  $I_0 = |A_0|^2$  — интенсивность вводимого в световод излучения. Если известно распределение эффективной нелинейности  $R_{\text{ef}}(z)$  по длине световода, то с помощью соотношения (49) может быть найдена функция  $\alpha(z)$ , после подстановки которой в (48) можно найти скорость максимума огибающей ВП в любой точке световода. При этом следует отметить, что сверхсветовая скорость максимума огибающей ВП может быть получена даже в случае нулевой начальной ЧМ, так как в этом случае ЧМ приобретает в процессе распространения ВП в световоде за счёт проявления эффекта керровской нелинейности.

#### 4.2. Смещение несущей частоты и изменение ширины спектра

Как следует из соотношения (27), наличие отличной от нуля мнимой составляющей групповой скорости практически неизбежно приводит к трансформации (переформировке — *reshaping*) ВП и смещению его несущей

частоты. Динамика смещения несущей частоты в общем случае (в том числе для лоренцевой аппроксимации линии усиления) может рассчитываться только методами численного моделирования. Однако для ряда важных частных случаев можно получить аналитические выражения для величины смещения несущей частоты.

Если ширина ВП слабо меняется в процессе распространения (что справедливо в случае незначительного влияния нелинейных эффектов), то смещение несущей частоты относительно частоты максимума лоренцевой линии усиления может быть найдено из решения интегрального уравнения (17). Представим в этом уравнении смещение несущей частоты в виде

$$\Omega_s(z) = \omega_s(z) - \omega_r - \omega_s(0) + \omega_r \quad (50)$$

и введём текущую отстройку от резонансной частоты  $\delta\omega_s(z) = \omega_s(z) - \omega_r$ . В результате подстановки величины  $\Omega_s(z)$  в уравнение (17) оно запишется в виде

$$\delta\omega_s(z) - \delta\omega_s(0) = -\Delta\omega_s^2(z) \int_0^z \rho N(\xi) \frac{\delta\omega_s(\xi) \Delta\omega^2}{(\Delta\omega^2 + \delta\omega_s^2(\xi))^2} d\xi. \quad (51)$$

Проведя дифференцирование этого уравнения по координате  $z$ , получаем

$$\frac{(\Delta\omega^2 + \delta\omega_s^2(z))^2}{\delta\omega_s(z)} \frac{\partial}{\partial z} \delta\omega_s(z) = -\rho N(z) \Delta\omega_s^2(z) \Delta\omega^2. \quad (52)$$

Если ширина ВП в процессе распространения остаётся постоянной величиной, т.е.  $\Delta\omega_s(z) = \text{const}$  (это верно для исходно ЧМ-импульсов, распространяющихся в среде с малой кубической нелинейностью), то получаем следующую функциональную зависимость, определяющую динамику величины  $\delta\omega_s(z)$ :

$$G(z) - G(0) = -\Delta\omega_s^2 \int_0^z \rho N(z) dz, \quad (53)$$

где функция

$$G(z) = \frac{\delta\omega_s^4(z)}{4\Delta\omega^2} + \delta\omega_s^2(z) + \Delta\omega^2 \ln \frac{\delta\omega_s(z)}{\delta\omega_s(0)}.$$

В приближении малой отстройки несущей частоты от резонансной линии усиления имеем простое решение уравнения (53), описывающее "затягивание" несущей частоты в область максимума линии усиления:

$$\delta\omega_s(z) = \delta\omega_s(0) \exp \left( -\frac{\Delta\omega_s^2}{\Delta\omega^2} \int_0^z \rho N(z) dz \right). \quad (54)$$

В приближении узкополосности ВП по отношению к ширине линии усиления, когда с хорошей степенью точности можно считать постоянной величиной отстройку несущей частоты от резонансной, т.е.  $\delta\omega_s(z) \approx \delta\omega_s(0)$ , выражение для скорости максимума огибающей ВП можно записать в виде

$$u_m(z) \approx \left( \frac{1}{u(z)} + \frac{\alpha_0 \tau_0^2 \rho N(z) \delta\omega_s(0)}{\Delta\omega^2} \right)^{-1}. \quad (55)$$

В условиях приближения узкополосности спектра и неистощимой накачки скорость максимума огибающей

с хорошей точностью можно считать постоянной величиной. При этом из соотношений (50)–(55) следует, что для наблюдения сверхсветовых волн необходимо использование ЧМ-импульсов достаточно большой длительности (значительно длиннее 1 нс).

В общем случае не только смещение несущей частоты, но и непостоянство ширины спектра являются существенными и во многом определяющими динамику chirpированного ВП в активном световоде в условиях сильного влияния нелинейных эффектов. В условиях произвольно изменяющейся ширины линии ВП для смещения его несущей частоты относительно резонансной (в случае малой отстройки, когда  $|\delta\omega_s(z)| \ll \Delta\omega$ ) аналитическое решение уравнения (51) может быть представлено в виде

$$|\delta\omega_s(z)| \approx |\omega_0 - \omega_r| \kappa(z) \left[ 1 - 2 \int_0^z \kappa^{-1}(\xi) \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \ln \frac{\Delta\omega_s(\xi)}{\Delta\omega_s(0)} \right) d\xi \right], \quad (56)$$

где

$$\kappa = \frac{F(z)}{F(0)} \exp \left[ - \int_0^z F(\xi) d\xi \right], \quad F(z) = \frac{\gamma(\omega_r) \Delta\omega_s^2(z)}{\Delta\omega^2},$$

$\gamma(\omega_r) = \rho N$  — инкремент усиления на резонансной частоте линии усиления. При этом с хорошей степенью точности можно считать, что  $F(z)/F(0) \approx \Delta\omega_s^2(z)/\Delta\omega_s^2(0)$ , а текущая спектральная ширина ВП даётся выражением

$$\Delta\omega_s(z) \approx \tau_0^{-1} \sqrt{1 + S^2(z)}, \quad (57)$$

$$S(z) = S_0 + \frac{RI_0}{\sqrt{2\rho N}} [\exp(\rho Nz) - 1],$$

где  $S_0 = \alpha_0 \tau_0^2$ . В этом случае для средней скорости максимума огибающей на участке световода длиной  $L$  справедливо выражение

$$\langle u_m \rangle = \left( \frac{1}{u(z)} + \frac{\alpha(L) \tau_p^2(L) \rho}{\Delta\omega^2 L} \int_0^L N(z) \delta\omega_s(z) dz \right)^{-1}. \quad (58)$$

Видно, что при  $\alpha(L) < 0$  возможна реализация сверхсветовой скорости максимума огибающей частотно-модулированного ВП. Комплексность групповой скорости может приводить к "выходу" несущей частоты ВП из частотного диапазона, отвечающего существованию сверхсветовой скорости максимума огибающей. Формируя неоднородные распределения параметров световода, можно добиться для максимума огибающей ВП удержания сверхсветовой скорости на определённой длине световода.

### 4.3. Скорость и ускорение максимума огибающей волновых пакетов

Проведённый анализ указывает на существенную зависимость скорости максимума огибающей ВП от его начальной длительности и от начальной скорости ЧМ. Эта зависимость и связанные с ней особенности динамики гауссовых ЧМ ВП при определённых условиях открывают возможности реализации режима сверхсветового распространения максимума огибающей ВП, способного распространяться на длительные расстояния. Наиболее перспективным для реализации подобного режима представляется использование достаточно

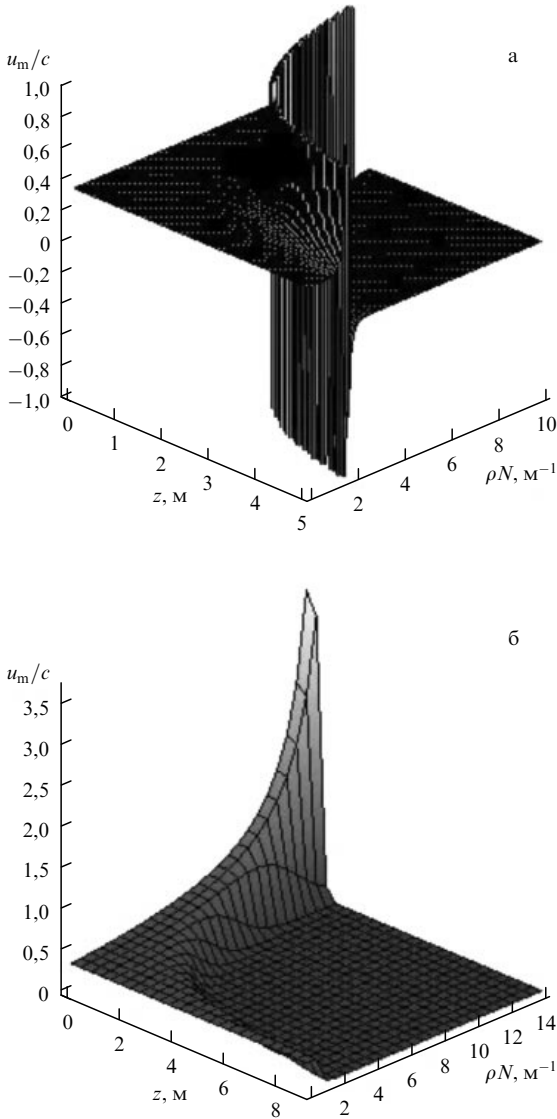
длинных ( $\tau_0 > 10^{-3}$  с) и сильно модулированных ВП, для которых одновременно выполняются неравенства  $|\alpha_0| \tau_0^2 \gg 1$  и  $|D''| (\tau_0^{-2} + \alpha_0^2 \tau_0^2) z \ll 1$  на расстояниях  $z \geq 1$  м. В этом случае  $S \approx -\alpha_0 \tau_0^2$  и в соответствии с (19)  $u_m \approx u / (1 - \alpha_0 \tau_0^2 k'' u)$ , где величина  $k''$  с учётом лоренцевой формы полосы усиления определяется формулой (16).

Для иллюстрации возможности сверхсветового распространения максимума огибающей приведём численный пример. Выберем значения соответствующих параметров, типичные для получивших в последнее время широкое применение эрбиевых волоконных усилителей [25, 27]. Так, для ВП с параметрами  $\tau_0 \approx 10^{-2}$  с,  $\alpha_0 \approx 10^8$  с<sup>-2</sup> в среде с  $|k''| \approx 10^{-12}$  с м<sup>-1</sup> и  $|D_1| \approx |D_2| \approx 10^{-26}$  с<sup>2</sup> м<sup>-1</sup> получаем, что  $u_m > c$ . При этом смещение несущей частоты  $|\Omega_s| \leq 10^3$  с<sup>-1</sup> для  $z \leq 10^3$  м. Учитывая, что характерные значения ширины линии усиления  $\Delta\omega \approx 10^{11} - 10^{14}$  с<sup>-1</sup>, смещение несущей частоты на величину  $\approx 10^3$  с<sup>-1</sup> можно считать сверхмалым и не влияющим на динамику сверхсветового ВП. Следует, однако, заметить, что в области значений параметров, удовлетворяющих соотношению  $\alpha_0 \tau_0^2 \delta\omega_s(z) \approx \Delta\omega^2 / \rho N u$ , скорость максимума огибающей может принимать сколь угодно большие значения. На рисунке 5 приведена зависимость скорости максимума огибающей волнового пакета от пройденного расстояния и параметра  $\rho N$ , полученная для значений параметров  $\alpha_0 = 0$ ,  $R_0 = 0$  и  $(\partial\beta''/\partial\omega) < 0$  (рис. 5а), а также  $\alpha_0 \tau_0^2 = -2 \times 10^3$ ,  $RI_0 = 2$  м<sup>-1</sup> и  $(\partial\beta''/\partial\omega) > 0$  (рис. 5б). Видно, что чем точнее выполняется указанное выше соотношение, тем больше становится скорость максимума огибающей ВП. Не случайно в одной из наиболее известных экспериментальных работ по данному вопросу [34] скорость максимума огибающей регистрируемого ВП составляла  $u_m \approx 310c$ .

Сверхсветовая скорость максимума огибающей может быть также получена за счёт сильно промодулированных узкополосных ВП, которые получают с помощью газовых лазеров при их введении в узкополосную усиливающую среду (предположительно активную газовую среду). В этом случае для длинного импульса (длительностью, намного большей 1 нс) на длинах порядка 1 м может наблюдаться ВП со сверхсветовой скоростью максимума огибающей.

В подобном результате не существует противоречий с теорией относительности, поскольку сами фотоны перемещаются со скоростью света в соответствующей среде. Но из-за наличия в среде усиления концентрация фотонов на переднем фронте ВП оказывается значительно больше, чем концентрация на заднем фронте. Таким образом, происходит деформация огибающей ВП, при которой её максимум начинает перемещаться со сверхсветовой скоростью.

Заметим, что более полный анализ вопроса о перемещении гауссова ВП на относительно большие расстояния требует рассмотрения выделения его передней части (предвестника) на фоне неизбежно возникающих в активной среде флуктуаций (шумов). Их учёт приводит к деформации огибающей ВП и, следовательно, искажению переносимой им информации. Причиной деформации при  $k'' \neq 0$  является разность скоростей максимума огибающей (амплитудного центра)  $u_m$  и фазового центра ВП  $u_f = u / (1 - uk''/S)$  [31], а также фазовые искажения, вызванные непостоянством групповой скорости в пределах полосы частот, занятой ВП.



**Рис. 5.** Зависимость скорости максимума огибающей волнового пакета от пройденного расстояния и параметра  $\rho N$  при  $\alpha_0 = R_0 = 0$ ,  $(\partial^2 \beta'' / \partial \omega^2) < 0$  (а) и  $\alpha_0 \tau_0^2 = -2 \times 10^3$ ,  $R I_0 = 2 \text{ м}^{-1}$  и  $(\partial^2 \beta'' / \partial \omega^2) > 0$  (б).

Представляется также интересной возможность обращения волнового фронта, когда  $u_m < 0$ , которое может быть обусловлено большим усилением и дисперсией. В результате максимум огибающей ВП формируется в самом его начале и смещается в сторону, противоположную направлению ВП. Подобное явление наблюдалось экспериментально (см., например, [38, 81, 86]).

Быстрое увеличение или уменьшение скорости максимума огибающей ВП при его перемещении по активному световоду в условиях нелинейной динамики неизбежно должно приводить и к большому ускорению. Из полученных выше соотношений следует, что зависимость от координаты скорости ЧМ, концентрации активных частиц, отстройки несущей частоты ВП и длительности импульса в области значений  $u_m$ , близких к сверхсветовым, способна приводить к огромным ускорениям максимума огибающей:

$$a_m = \frac{du_m}{dt} = u_m \frac{du_m}{dz} \tag{59}$$

При этом можно считать площадь сечения активных центров  $\rho$  и ширину линии усиления  $\Delta\omega$  не зависящими от координаты  $z$ . Очень большие ускорения (свыше  $10^{20} \text{ м с}^{-2}$ ) должны иметь место в области значений параметров, удовлетворяющих условию

$$\frac{1}{u(z)} + \frac{\alpha(z) \tau_p^2(z) \rho}{\Delta\omega^2} N(z) \delta\omega_s(z) \rightarrow 0, \tag{60}$$

при выполнении которого, согласно (55), скорость  $u_m(z) \rightarrow \infty$ .

Из (59) следует, что большие значения ускорения максимума огибающей связаны с неоднородностью по координате скорости  $u_m$ , которая на практике может быть "задана" зависимостью от  $z$  групповой скорости  $u(z)$  и числа активных центров  $N(z)$ . Подобного эффекта неоднородности групповой скорости и концентрации активных центров достаточно легко добиться за счёт неоднородного легирования световода-усилителя. В этом случае ускорение максимума огибающей будет описываться соотношением

$$a_m = u_m \frac{du_m}{dz} \approx u_m^2 \left( \frac{\partial(\ln u)}{\partial z} - \frac{\kappa}{1 + \kappa Nu} \frac{\partial(Nu)}{\partial z} \right), \tag{61}$$

где параметр  $\kappa = \alpha_0 \tau_0^2 \rho \delta\omega_s(0) / \Delta\omega^2$  является постоянной величиной.

Необходимо отметить, что рассматриваемые "сверхсветовые" ВП, в принципе, являются неустойчивыми. Известно, что сверхсветовое движение сгустка электромагнитной энергии в любой среде должно вызывать излучение Вавилова – Черенкова [29, 45], которое ведёт к энергетическим потерям сгустка и ограничивает время его жизни. Сопутствующие излучения приводят к неизбежной деформации и неустойчивости сверхсветовых ВП. Между тем именно специфические сверхсветовые оптические объекты могут проявлять себя как полнопроводящие физические объекты, которые могут быть названы оптическими тахионами.

Проведённый анализ указывает на существенную зависимость скорости максимума огибающей ВП от его начальной длительности и от начальной скорости ЧМ. Эта зависимость и связанные с ней особенности динамики гауссовых ЧМ ВП при определённых условиях открывают возможности опережающего получения информации (с определённой статистической достоверностью) о некотором фиксируемом событии. Например, максимум огибающей "второго" импульса может прийти от передатчика к приёмнику раньше отправленного до него "первого" импульса с несколько отличным значением начального chirpa (или вовсе без него). В случае, если имеет место эффект сверхсветового перемещения максимума огибающей ВП, происходит самовоспроизведение частично переданного импульса, обусловленное предполагаемой аналитичностью передаваемого сигнала [31, 33, 35].

### 5. Заключение

В настоящей статье рассмотрена динамика ЧМ-импульса в активной (усиливающей) среде в условиях отстройки несущей частоты от линий максимума усиления среды. Показано, что в подобного рода световодах возможно временное сжатие (с последующей компрессией) исходно

маломощных (не вызывающих заметной фазовой само-модуляции) спектрально ограниченных импульсов. При этом в условиях отстройки несущей частоты от максимума линии усиления происходит неизбежное смещение несущей частоты ВП, что негативным образом влияет на рассматриваемый механизм временного сжатия. Для удержания несущей частоты в случае односекционных световодов необходимо использовать активные среды со сложным профилем линии усиления, имеющей локальный экстремум в области частот с  $D'' < 0$ . В каскадных волоконных световодах, содержащих активные и пассивные секции, комплексность дисперсионных параметров способна вызвать сильную компрессию оптического ВП без начальной ЧМ вводимого излучения малой мощности. Использование каскадной методики позволяет практически полностью избавиться от негативных факторов, связанных со смещением несущей частоты, сопровождающих компрессию ВП в односекционных активных световодах.

Наличие мнимости у дисперсионного параметра первого порядка, наряду с негативным фактором смещения несущей частоты, приводит к принципиальной возможности перемещения в линейной усиливающей среде максимума огибающей частотно-модулированного ВП со скоростью, существенно отличной от его групповой скорости. Более того, скорость максимума огибающей ВП может превосходить скорость света в вакууме.

В настоящей статье в рамках дисперсионного приближения первого порядка рассматривается влияние комплексности материальных параметров на динамику ВП в неоднородном по длине световоде с керровской нелинейностью. Анализ показал, что эта модель допускает возможность существования сверхсветового режима распространения максимума огибающей гауссова импульса даже в отсутствие начальной ЧМ. Достижение высоких скоростей (в том числе больше скорости света в вакууме) на конечных расстояниях способно приводить к огромным ускорениям максимума огибающей соответствующего ВП. При этом рассматриваемые волновые структуры являются принципиально неустойчивыми [33]. Так, сверхсветовое движение сгустка электромагнитной энергии в любой среде должно вызывать излучение Вавилова – Черенкова, что ведёт к энергетическим потерям сгустка и тем самым дополнительно ограничивает время его жизни. Наличие специфических сверхсветовых излучений указывает на то, что рассмотренные сверхсветовые волны не являются результатом проявления кинематических эффектов, а, как отмечалось в работах [29, 45, 82–85], могут проявлять себя реальным физическим объектом, который вполне можно называть оптическим тахионом.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ.

## Список литературы

1. Дианов Е М, Прохоров А М *УФН* **148** 289 (1986) [Dianov E M, Prokhorov A M *Sov. Phys. Usp.* **29** 166 (1986)]
2. Brabec T, Krausz F *Rev. Mod. Phys.* **72** 545 (2000)
3. Akhmediev N N, Ankiewicz A *Solitons. Nonlinear Pulses and Beams* (London: Chapman and Hall, 1997) [Ахмедиев Н Н, Анкевич А *Солитоны. Нелинейные импульсы и пучки* (М.: Физматлит, 2003)]
4. Дианов Е М *УФН* **174** 1139 (2004) [Dianov E M *Phys. Usp.* **47** 1065 (2004)]
5. Маненков А А *УФН* **181** 107 (2011) [Manenkov A A *Phys. Usp.* **54** 100 (2011)]
6. Дианов Е М *УФН* **183** 511 (2013) [Dianov E M *Phys. Usp.* **56** 486 (2013)]
7. Ахманов С А, Выслоух В А, Чиркин А С *УФН* **149** 449 (1986) [Akhmanov S A, Vysloukh V A, Chirkin A S *Sov. Phys. Usp.* **29** 642 (1986)]
8. Масалов А В, Чижикова З А *УФН* **181** 1329 (2011) [Masalov A V, Chizhikova Z A *Phys. Usp.* **54** 1257 (2011)]
9. Крюков П Г *УФН* **183** 897 (2013) [Kryukov P G *Phys. Usp.* **56** (9) 2013]
10. Золотовский И О, Семенцов Д И *Квантовая электроника*. **30** 794 (2000) [Zolotovskii I O, Sementsov D I *Quantum Electron.* **30** 794 (2000)]
11. Паною Н К и др. *Квантовая электроника*. **32** 1009 (2002) [Panoiu N-C et al. *Quantum Electron.* **32** 1009 (2002)]
12. Мело Мелчор Г, Агуеро Гранадос М, Корро Г Х *Квантовая электроника*. **32** 1020 (2002) [Melo Melchor G, Agero Granados M, Corro G H *Quantum Electron.* **32** 1020 (2002)]
13. Насиева И О, Федорук М П *Квантовая электроника*. **33** 908 (2003) [Nasieva I O, Fedoruk M P *Quantum Electron.* **33** 908 (2003)]
14. Золотовский И О, Семенцов Д И *Опт. и спектроскоп.* **91** 138 (2001) [Zolotovskii I O, Sementsov D I *Opt. Spectrosc.* **91** 127 (2001)]
15. Золотов А В, Золотовский И О, Семенцов Д И *Письма в ЖТФ* **27** (17) 22 (2001) [Zolotov A V, Zolotovskii I O, Sementsov D I *Tech. Phys. Lett.* **27** 719 (2001)]
16. Ахманов С А, Выслоух В А, Чиркин А С *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988) [Akhmanov S A, Vysloukh V A, Chirkin A S *Optics of Femtosecond Laser Pulses* (New York: American Institute of Physics, 1992)]
17. Agrawal G P *Nonlinear Fiber Optics* (San Diego: Academic Press, 1995) [Агравал Г *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996)]
18. Золотовский И О, Семенцов Д И *Квантовая электроника*. **33** 268 (2003) [Zolotovskii I O, Sementsov D I *Quantum Electron.* **33** 268 (2003)]
19. Бухман Н С *Квантовая электроника*. **34** 120 (2004) [Bukhman N S *Quantum Electron.* **34** 120 (2004)]
20. Бухман Н С *Квантовая электроника*. **34** 299 (2004) [Bukhman N S *Quantum Electron.* **34** 299 (2004)]
21. Vogatyr V A et al. *J. Lightwave Technol.* **9** 561 (1991)
22. Ахметшин У Г и др. *Квантовая электроника*. **33** 265 (2003) [Akhmetshin U G et al. *Quantum Electron.* **33** 265 (2003)]
23. Плоцкий А Ю и др. *Письма в ЖЭТФ* **85** 397 (2007) [Plotski A Yu et al. *JETP Lett.* **85** 319 (2007)]
24. Золотовский И О, Семенцов Д И *Квантовая электроника*. **35** 419 (2005) [Zolotovskii I O, Sementsov D I *Quantum Electron.* **35** 419 (2005)]
25. *Wissenspeicher Lasertechnik* (Leipzig: Fachbuchverlag, 1987) [*Справочник по лазерной технике* (М.: Энергоатомиздат, 1991)]
26. Желтиков А М *УФН* **172** 743 (2002) [Zheltikov A M *Phys. Usp.* **45** 687 (2002)]
27. Yariv A *Quantum Electronics* (New York: Wiley, 1975) [Ярив А *Квантовая электроника* (М.: Сов. радио, 1980)]
28. Желтиков А М *УФН* **177** 737 (2007) [Zheltikov A M *Phys. Usp.* **50** 705 (2007)]
29. Ораевский А Н *УФН* **168** 1311 (1998) [Oraevskii A N *Phys. Usp.* **41** 1199 (1998)]
30. Крюков П Г, Летохов В С *УФН* **99** 169 (1969) [Kryukov P G, Letokhov V S *Sov. Phys. Usp.* **12** 641 (1970)]
31. Вайнштейн Л А, Вакман Д Е *Разделение частот в теории колебаний и волн* (М.: Наука, 1983)
32. Малькин Г Б, Савчук В С, Романец Е А *УФН* **182** 1217 (2012) [Malykin G B, Savchuk V S, Romanets E A *Phys. Usp.* **55** 1134 (2012)]
33. Андреев А Ю, Киржниц Д А *УФН* **166** 1135 (1996) [Andreev A Yu, Kirzhnits D A *Phys. Usp.* **39** 1071 (1996)]
34. Chiao R Y, Kozhokin A E, Kurizki G *Phys. Rev. Lett.* **77** 1254 (1996)
35. Wang L G, Kuzmich A, Dogariu A *Nature* **406** 277 (2000)
36. Сазонов С В *УФН* **171** 663 (2001) [Sazonov S V *Phys. Usp.* **44** 631 (2001)]
37. Kuzmich A et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 3925 (2001)

38. Akulshin A M, Barreiro S, Lezama A *Phys. Rev. Lett.* **83** 4277 (1999)
39. Picholle E et al. *Phys. Rev. Lett.* **66** 1454 (1991)
40. Fisher D L, Tajima T *Phys. Rev. Lett.* **71** 4338 (1993)
41. Chiao R Y *Phys. Rev. A* **48** R34 (1993)
42. Bolda E L, Chiao R Y, Garrison J C *Phys. Rev. A* **48** 3890 (1993)
43. Steinberg A M, Chiao R Y *Phys. Rev. A* **49** 2071 (1994)
44. Bolda E L, Garrison J C, Chiao R Y *Phys. Rev. A* **49** 2938 (1994)
45. Розанов Н Н *УФН* **175** 181 (2005) [Rozanov N N *Phys. Usp.* **48** 167 (2005)]
46. Шварцбург А Б *УФН* **177** 43 (2007) [Shvartsburg A B *Phys. Usp.* **50** 37 (2007)]
47. Давидович М В *УФН* **179** 443 (2009) [Davidovich M V *Phys. Usp.* **52** 415 (2009)]
48. Малыкин Г Б *УФН* **179** 285 (2009) [Malykin G B *Phys. Usp.* **52** 263 (2009)]
49. Малыкин Г Б, Романец Е А *Оптика и спектроскопия* **112** 993 (2012) [Malykin G B, Romanets E A *Opt. Spectrosc.* **112** 920 (2012)]
50. Enders A, Nimtz G J. *Physique I* **3** 1089 (1993)
51. Schreier F, Schmitz M, Bryngdahl O *Opt. Commun.* **163** 1 (1999)
52. Mitrofanov O et al. *Appl. Phys. Lett.* **79** 907 (2001)
53. Mugnai D, Ranfagni A, Ruggeri R *Phys. Rev. Lett.* **84** 4830 (2000)
54. Alexeev I, Kim K Y, Milchberg H M *Phys. Rev. Lett.* **88** 073901 (2002)
55. Lloyd J et al. *Opt. Commun.* **219** 289 (2003)
56. Ranfagni A et al. *Phys. Rev. E* **48** 1453 (1993)
57. Guo W *Phys. Rev. E* **73** 016605 (2006)
58. Smith D R et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184 (2000)
59. Mitchell M W, Chiao R Y *Am. J. Phys.* **66** 14 (1998)
60. Agarwal G S, Dey T N, Menon S *Phys. Rev. A* **64** 053809 (2001)
61. Haché A, Essiambre S *Phys. Rev. E* **69** 056602 (2004)
62. Smolyaninov I I, Hwang E, Narimanov E *Phys. Rev. B* **85** 235122 (2012)
63. Liem A et al. *Appl. Phys. B* **71** 889 (2000)
64. Galvanauskas A *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **7** 504 (2001)
65. Limpert J et al. *Opt. Lett.* **28** 1984 (2003)
66. Strickland D, Mourou G *Opt. Commun.* **56** 219 (1985)
67. Gabitov I R, Turitsyn S K *Opt. Lett.* **21** 327 (1996)
68. Золотовский И О, Семенов Д И *Квантовая электроника* **34** 852 (2004) [Zolotovskii I O, Sementsov D I *Quantum Electron.* **34** 852 (2004)]
69. Золотовский И О, Петров А Н, Семенов Д И *Радиотехн. и электроника* **52** 1472 (2007) [Zolotovskii I O, Petrov A N, Sementsov D I *J. Commun. Technol. Electron.* **52** 1363 (2007)]
70. Wingen A, Spatschek K H, Medvedev S B *Phys. Rev. E* **68** 046610 (2003)
71. Fermann M E et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 6010 (2000)
72. Chang G et al. *Phys. Rev. E* **72** 016609 (2005)
73. Dudley J M et al. *Nature Phys.* **3** 597 (2007)
74. Адамова М С, Золотовский И О, Семенов Д И *Оптика и спектроскопия* **105** 1019 (2008) [Adamova M S, Zolotovskii I O, Sementsov D I *Opt. Spectrosc.* **105** 936 (2008)]
75. Finot C et al. *Opt. Express* **15** 15824 (2007)
76. Wabnitz S, Finot C *J. Opt. Soc. Am. B* **25** 614 (2008)
77. Золотовский И О и др. *Квантовая электроника* **40** 229 (2010) [Zolotovskii I O et al. *Quantum Electron.* **40** 229 (2010)]
78. Hirooka T, Nakazawa M *Opt. Lett.* **29** 498 (2004)
79. Moores J D *Opt. Lett.* **21** 555 (1996)
80. Serkin V N, Hasegawa A, Belyaeva T L *Phys. Rev. Lett.* **92** 199401 (2004)
81. Акульшин А М, Чиммино А, Опат Д И *Квантовая электроника* **32** 567 (2002) [Akulshin A M, Cimmino A, Opat G I *Quantum Electron.* **32** 567 (2002)]
82. Dudley J M, Genty G, Coen S *Rev. Mod. Phys.* **78** 1135 (2006)
83. Skryabin D V, Gorbach A V *Rev. Mod. Phys.* **82** 1287 (2010)
84. Belgiorno F et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 140403 (2010)
85. Smolyaninov I, Narimanov E E *Phys. Rev. Lett.* **105** 067402 (2010)
86. Nakanishi T, Sugiyama K, Kitano M *Am. J. Phys.* **70** 1117 (2002)

## Dynamics of frequency-modulated wave packets in optical guides with complex-valued material parameters

I.O. Zolotovskii, D.I. Sementsov

*Ulyanovsk State University,  
ul. L. Tolstogo 42, 432017 Ulyanovsk, Russian Federation  
Tel. +7 (927) 819 57 46, +7 (927) 984 23 65  
E-mail: rafzol.14@mail.ru, sementsovdi@mail.ru*

R.N. Minvaliev

*Scientific Research Institute of Atomic Reactors,  
433510 Dimitrovgrad, Ulyanovsk region, Russian Federation*

Features of wave packet dynamics in linear and nonlinear optical fibers are studied allowing for complex-valued dispersion parameters. It is shown that the presence of imaginary components in dispersion parameters affects considerably the compression behavior of a wave packet in single-element and cascaded optical fibers; causes a shift in carrier frequency; and creates frequency-modulated wave packets with a superluminal envelope maximum.

PACS numbers: 42.25.Bs, 42.65.Re, 42.79.Gn

DOI: 10.3367/UFNr.0183.201312e.1353

Bibliography — 86 references

Received 9 June 2012, revised 28 August 2013

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **183** (12) 1353–1365 (2013)

*Physics – Uspekhi* **56** (12) (2013)