

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение?

Ю.Л. Болотин, Д.А. Ерохин, О.А. Лемец

Представлено доступное широкому кругу читателей описание как кинематики космологического расширения, так и динамической интерпретации этого процесса. Особое внимание уделено ускорению космологического расширения. Рассмотрены практически все принципиальные возможности объяснения ускоренного расширения Вселенной, включающие в себя как введение в энергетический бюджет Вселенной тёмной энергии, модификацию уравнений Эйнштейна, так и принципиально новый подход, основанный на голограмическом принципе.

PACS numbers: 04.50.Kd, 95.36.+x, 98.80.-k

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201209c.0941

Содержание

1. Введение (941).
2. Космография — кинематика расширения Вселенной (942).
3. Краткое описание динамики космологического расширения (944).
4. Доказательства ускоренного расширения Вселенной (948).
5. Динамика масштабного фактора в Стандартной космологической модели (951).
6. Динамические формы тёмной энергии и эволюция Вселенной (953).
7. $f(R)$ -гравитация, космология на бране и модифицированная ньютоновская динамика (956).
 - 7.1. $f(R)$ -гравитация.
 - 7.2. Бранная космология.
 - 7.3. Модифицированная ньютоновская динамика.
8. Динамика Вселенной со взаимодействием в тёмном секторе (959).
 - 8.1. Модель Вселенной с космологической постоянной, зависящей от времени.
 - 8.2. Космологические модели с новым видом взаимодействия.
9. Определители состояния для взаимодействующей тёмной энергии (966).
 - 9.1. Скейлинг-решения.
10. Голограмическая динамика — энтропийное ускорение (967).
 - 10.1. Вселенная с голограмической тёмной энергией.
11. Переходное ускорение (975).
 - 11.1. Теоретические предпосылки.
 - 11.2. Модели с переходным ускорением.
 - 11.3. Переходное ускорение в моделях с голограмической тёмной энергией.
 - 11.4. Переходное ускорение — намёки наблюдений.
12. Заключение (984).

Список литературы (985).

1. Введение

Есть две фундаментальные причины, делающие принципиальным ответ на содержащийся в названии статьи вопрос. Во-первых, в широком смысле правильный ответ необходим (но не достаточен) для предсказания конечной судьбы Вселенной. В более узком смысле знание текущих значений кинематических параметров (скорости, ускорения и т.д.) необходимо для задания начальных значений при решении дифференциальных уравнений, описывающих динамику Вселенной. Во-вторых, требуются совершенно разные космологические модели для описания замедленного и ускоренного расширения Вселенной. Привычные компоненты — нерелятивистская материя и излучение, с одной стороны, и общая теория относительности (ОТО), с другой, объясняют замедленное расширение. Для объяснения ускоренного расширения требуется либо радикально изменить состав Вселенной, либо принять ещё более ответственное решение: фундаментальная физика, лежащая в основе нашего понимания мира в целом, ошибочна. Опыт учит, что мы вряд ли быстро получим ответ на поставленный вопрос. За 80 лет, прошедших с момента открытия расширения Вселенной, мы так и не установили источник, создавший начальное поле скоростей. Эвфемизм "Большой взрыв" — только прикрытие ограниченности наших знаний. Вопрос о том, что в самом деле расширяется, вызывает ожесточённые споры. "Как может расширяться пустота?" [1]. Ещё более загадочно как пустота может расширяться ускоренно или замедленно? [2].

Ни одно поколение *homo sapiens* не смогло устоять перед искушением, полагая, что именно оно наконец обрело истинное понимание природы Вселенной. В частности, первая половина XX в. благодаря открытию Хабблом расширения Вселенной и новым фундаментальным физическим теориям, в первую очередь теории относительности и квантовой механике, ознаменовалась новой космологической парадигмой — моделью Большого взрыва. Основным источником этой модели

Ю.Л. Болотин, Д.А. Ерохин, О.А. Лемец. Институт теоретической физики им. А.И. Ахieзера, Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт",
ул. Академическая 1, 61108 Харьков, Украина
E-mail: ybolotin@gmail.com, denyerokhin@gmail.com,
oleg.lemets@gmail.com

Статья поступила 25 мая 2011 г.,
после доработки 24 февраля 2012 г.

является открытый в 1920-х годах закон Хаббла, подтверждённый космологическими наблюдениями всех типов. Модель Большого взрыва позволила удовлетворительно объяснить тепловую эволюцию оставающей Вселенной, предсказала существование реликтового излучения, правильно описала относительное содержание лёгких элементов и многие другие свойства Вселенной.

К концу XX в. возникла надежда, что модель Большого взрыва, дополненная теорией инфляции, представляет собой адекватную, по крайней мере в первом приближении, модель Вселенной. Однако этой надежде не суждено было сбыться. Причиной смены космологической парадигмы явились выполненные со всей увеличивающейся точностью наблюдения. Со времён Хаббла космологи пытались измерить замедление расширения, обусловленное гравитацией. Уверенность в обнаружении именно этого эффекта была настолько сильна, что соответствующий параметр был назван параметром замедления. Однако в 1998 г. две независимые коллaborации [3, 4], изучая отдалённые сверхновые, представили убедительные доказательства того, что расширение Вселенной ускоряется. Оказалось, что убывание яркости в среднем происходит заметно быстрее, чем это было принято считать согласно модели Большого взрыва. Такое дополнительное потускнение означает, что данному красному смещению соответствует некоторая дополнительная добавка расстояния. Но отсюда следует, что космологическое расширение ускоряется: Вселенная в прошлом расширялась медленнее, чем сейчас. Открытие космического ускорения — вероятно, одно из наиболее важных открытий не только в современной космологии, но и в физике вообще. Ускоренно расширяющаяся Вселенная служит наиболее прямой демонстрацией того, что наши фундаментальные теории являются либо неполными, либо, что ещё хуже, неправильными [5, 6].

Физическое происхождение космического ускорения пока остаётся величайшей загадкой. Как отмечалось выше, если Вселенная заполнена только материи и излучением, то её расширение должно замедляться. Если расширение ускоряется, то перед нами открываются две возможности, любая из которых должна привести к пересмотру наших основных физических представлений:

- 1) до 75 % плотности энергии Вселенной существует в форме неизвестной субстанции (её принято называть тёмной энергией) с большим отрицательным давлением, обеспечивающим ускоренное расширение;

- 2) общая теория относительности должна быть пересмотрена на космологических масштабах.

Следует иметь в виду, что помимо двух перечисленных радикальных возможностей приведения в соответствие теории и наблюдений у нас всегда остаётся и очевидный консервативный путь решения проблемы: более адекватное использование имеющихся теоретических возможностей [7]. Термин "более адекватное использование имеющихся теоретических возможностей" нуждается в пояснении. Обратимся к примеру. В контексте космологических моделей, основывающихся на однородной и изотропной Вселенной, для объяснения наблюдавшегося ускорения требуется привлечение новой формы материи с отрицательным давлением — тёмной энергии (ТЭ). Согласно альтернативному объяснению [7–10], ускоренное расширение Вселенной является след-

ствием отклонения от однородности. Предполагается, что массовая плотность Вселенной существенно неоднородна на масштабах, меньших хаббловского радиуса. Для того чтобы перейти к эффективно однородной и изотропной Вселенной, необходимо усреднить и/или сгладить неоднородности вплоть до некоторого соответствующим образом выбранного масштаба усреднения. В такой усреднённой Вселенной можно определить "эффективные космологические параметры". После этого можно обнаружить, что полученные таким образом уравнения движения, вообще говоря, отличаются от уравнений с этими параметрами в моделях, основанных на космологическом принципе (однородная и изотропная Вселенная). Если уравнения различаются таким образом, что это соответствует эффективному добавлению ТЭ, то можно надеяться на объяснение ускоренного расширения Вселенной в контексте ОТО без привлечения ТЭ.

В настоящей статье будут проанализированы первые две возможности. Цель статьи — представить доступное широкому кругу читателей описание как кинематики космологического расширения, так и динамической интерпретации этого процесса. В центре внимания будет находиться ускорение космологического расширения. Подчеркнём, что принцип эквивалентности непосредственно связывает ускорение с природой гравитации и геометрией пространства-времени. Поэтому величина этого ускорения крайне важна для тестирования различных космологических моделей. Именно от неё в значительной мере зависит и конечная судьба Вселенной.

2. Космография — кинематика расширения Вселенной

В этом разделе будет использована целиком основанная на космологическом принципе схема описания Вселенной, получившая название "космография" [11]. Космологический принцип, утверждающий, что на масштабах, превышающих несколько сотен мегапарсек, Вселенная однородна и изотропна, позволяет из всего мыслимого многообразия моделей описания Вселенной выбрать узкий класс однородных и изотропных моделей. Наиболее общая пространственно-временная метрика, соглашающаяся с космологическим принципом, — метрика Фридмана – Робертсона – Уокера (Friedmann – Robertson – Walker, FRW)¹

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right]. \quad (2.1)$$

Здесь $a(t)$ — масштабный фактор, r — координаты точки, не участвующей ни в каком другом движении, кроме глобального расширения Вселенной, k — параметр, характеризующий пространственную кривизну Вселенной. В некотором узком смысле основной задачей космологии и является нахождение зависимости $a(t)$.

Космологический принцип позволяет построить метрику Вселенной и сделать первые шаги в интерпретации космологических наблюдений. Подобно тому как кинематика является той частью механики, которая описывает движение тел безотносительно к силам, вызываю-

¹ Мы используем сигнатуру $(+,-,-,-)$ и определение $R_{\sigma\mu\nu}^\rho = \partial_\mu \Gamma_{\nu\rho}^\lambda - \partial_\nu \Gamma_{\mu\rho}^\lambda + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\mu}^{\lambda}$, $R_{\nu\mu} = R_{\nu\beta\mu}^{\beta}$, $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$.

щим это движение, космография представляет собой всего лишь кинематику космологического расширения. Для построения ключевой космологической характеристики — зависимости масштабного фактора $a(t)$ от времени — необходимы уравнения движения (уравнения Эйнштейна) и допущение о материальном составе Вселенной, позволяющие построить тензор энергии-импульса. Эффективность космографии состоит в том, что она даёт возможность тестировать любые космологические модели, не противоречащие космологическому принципу. Модификации ОТО или введение новых компонентов (тёмной материи (ТМ), тёмной энергии), конечно, изменят зависимость $a(t)$, но никак не повлияют на соотношения между кинематическими характеристиками. Скорость расширения Вселенной, определяемая параметром Хаббла $H(t) \equiv \dot{a}(t)/a(t)$, зависит от времени. Мерой этой зависимости служит параметр замедления $q(t)$. Определим $q(t)$ с помощью разложения в ряд Тейлора масштабного фактора $a(t)$ в окрестности текущего момента времени t_0 :

$$a(t) = a(t_0) + \dot{a}(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2} \ddot{a}(t_0)(t - t_0)^2 + \dots \quad (2.2)$$

Представим соотношение (2.2) в виде

$$\frac{a(t)}{a(t_0)} = 1 + H_0(t - t_0) - \frac{q_0}{2} H_0^2(t - t_0)^2 + \dots, \quad (2.3)$$

где параметр замедления

$$q(t) \equiv -\frac{\ddot{a}(t)}{\dot{a}^2(t)} = -\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} \frac{1}{H^2(t)}. \quad (2.4)$$

Как будет показано ниже, ускоренное возрастание масштабного фактора происходит при $q < 0$, в то время как ускоренное возрастание скорости расширения, $\dot{H} > 0$, соответствует $q < -1$. При выборе знака параметра замедленияказалось очевидным, что тяготение — единственная сила, управляющая динамикой Вселенной, — тормозит её расширение. Естественное желание иметь дело с положительным параметром и предопределило выбор знака. Впоследствии оказалось, что сделанный выбор не соответствует наблюдаемой динамике расширения и является скорее примером исторического курьёза.

Для более полного описания кинематики космологического расширения полезно рассмотреть расширенный набор параметров [12–14]:

$$\begin{aligned} H(t) &\equiv \frac{1}{a} \frac{da}{dt}, \\ q(t) &\equiv -\frac{1}{a} \frac{d^2a}{dt^2} \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^{-2}, \\ j(t) &\equiv \frac{1}{a} \frac{d^3a}{dt^3} \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^{-3}, \\ s(t) &\equiv \frac{1}{a} \frac{d^4a}{dt^4} \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^{-4}, \\ l(t) &\equiv \frac{1}{a} \frac{d^5a}{dt^5} \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^{-5}. \end{aligned}$$

Заметим, что четыре последних параметра являются безразмерными. Параметры, в выражения для которых входят производные от a по t более низкого порядка,

могут быть выражены через параметры, содержащие производные от a по t более высокого порядка. Так, например,

$$\frac{dq}{d \ln(1+z)} = j - q(2q+1).$$

Разложим масштабный фактор в ряд Тейлора по времени, используя введённые параметры:

$$\begin{aligned} a(t) = a_0 &\left[1 + H_0(t - t_0) - \frac{1}{2} q_0 H_0^2(t - t_0)^2 + \right. \\ &+ \frac{1}{3!} j_0 H_0^3(t - t_0)^3 + \frac{1}{4!} s_0 H_0^4(t - t_0)^4 + \\ &\left. + \frac{1}{5!} l_0 H_0^5(t - t_0)^5 + O((t - t_0)^6) \right]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

В терминах этих же параметров ряд Тейлора для красного смещения имеет вид

$$\begin{aligned} 1 + z = &\left[1 + H_0(t - t_0) - \frac{1}{2} q_0 H_0^2(t - t_0)^2 + \right. \\ &+ \frac{1}{3!} j_0 H_0^3(t - t_0)^3 + \frac{1}{4!} s_0 H_0^4(t - t_0)^4 + \\ &\left. + \frac{1}{5!} l_0 H_0^5(t - t_0)^5 + O((t - t_0)^6) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$z = H_0(t_0 - t) + \left(1 + \frac{q_0}{2} \right) H_0^2(t - t_0)^2 + \dots \quad (2.7)$$

Приведём ряд полезных соотношений для параметра замедления:

$$\begin{aligned} q(t) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{H} \right) - 1, \\ q(z) &= \frac{1+z}{H} \frac{dH}{dz} - 1, \\ q(z) &= \frac{d \ln H}{dz} (1+z) - 1, \\ q(a) &= -\left(1 + \frac{dH/dt}{H^2} \right) = -\left(1 + \frac{a dH/da}{H} \right), \\ q &= -\frac{d \ln (aH)}{d \ln a}. \end{aligned}$$

Для однокомпонентной жидкости плотностью ρ

$$q(a) = -1 - \frac{a}{2\rho} \frac{dp}{da}. \quad (2.8)$$

Производные dH/dz , d^2H/dz^2 , d^3H/dz^3 и d^4H/dz^4 могут быть выражены через параметр замедления q и параметр j :

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dz} &= \frac{1+q}{1+z} H, \\ \frac{d^2H}{dz^2} &= \frac{j-q^2}{(1+z)^2} H, \\ \frac{d^3H}{dz^3} &= \frac{H}{(1+z)^3} (3q^2 + 3q^3 - 4qj - 3j - s), \\ \frac{d^4H}{dz^4} &= \frac{H}{(1+z)^4} (-12q^2 - 24q^3 - 15q^4 + 32qj + \\ &+ 25q^2j + 7qs + 12j - 4j^2 + 8s + l). \end{aligned}$$

Для удобства приведём полезные соотношения, позволяющие перейти от высших производных по времени к производным по красному смещению:

$$\frac{d^2}{dt^2} = (1+z)H \left[H + (1+z) \frac{dH}{dz} \right] \frac{d}{dz} + (1+z)^2 H^2 \frac{d^2}{dz^2}, \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3}{dt^3} &= -(1+z)H \left\{ H^2 + (1+z)^2 \left(\frac{dH}{dz} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (1+z)H \left[4 \frac{dH}{dz} + (1+z) \frac{d^2H}{dz^2} \right] \right\} \frac{d}{dz} - 3(1+z)^2 H^2 \times \\ &\quad \times \left[H + (1+z) \frac{dH}{dz} \right] \frac{d^2}{dz^2} - (1+z)^3 H^3 \frac{d^3}{dz^3}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4}{dt^4} &= (1+z)H \left[H^2 + 11(1+z)H^2 \frac{dH}{dz} + 11(1+z)H \frac{dH}{dz} + \right. \\ &\quad + (1+z)^3 \left(\frac{dH}{dz} \right)^3 + 7(1+z)^2 H \frac{d^2H}{dz^2} + \\ &\quad + 4(1+z)^3 H \frac{dH}{dz} \frac{d^2H}{dz^2} + (1+z)^3 H^2 \frac{d^3H}{dz^3} \left. \right] \frac{d}{dz} + \\ &\quad + (1+z)^2 H^2 \left[7H^2 + 22H \frac{dH}{dz} + 7(1+z)^2 \left(\frac{dH}{dz} \right)^2 + \right. \\ &\quad + 4H \frac{d^2H}{dz^2} \left. \right] \frac{d^2}{dz^2} + 6(1+z)^3 H^3 \left[H + (1+z) \frac{dH}{dz} \right] \frac{d^3}{dz^3} + \\ &\quad + (1+z)^4 H^4 \frac{d^4}{dz^4}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Производные от квадрата параметра Хаббла по красному смещению $d^{(i)}H^2/dz^{(i)}$, $i = 1, 2, 3, 4$, выраженные через космографические параметры, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d(H^2)}{dz} &= \frac{2H^2}{1+z} (1+q), \\ \frac{d^2(H^2)}{dz^2} &= \frac{2H^2}{(1+z)^2} (1+2q+j), \\ \frac{d^3(H^2)}{dz^3} &= \frac{2H^2}{(1+z)^3} (-qj-s), \\ \frac{d^4(H^2)}{dz^4} &= \frac{2H^2}{(1+z)^4} (4qj+3qs+3q^2j-j^2+4s+l). \end{aligned}$$

Производные от параметра Хаббла по времени могут быть также выражены через космографические параметры H, q, j, s, l :

$$\begin{aligned} \dot{H} &= -H^2(1+q), \\ \ddot{H} &= H^3(j+3q+2), \\ \ddot{H} &= H^4[s-4j-3q(q+4)-6], \\ \ddot{H} &= H^5[l-5s+10(q+2)j+30(q+2)q+24]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Из (2.12) легко увидеть, что ускоренное возрастание скорости расширения, $\dot{H} > 0$, соответствует $q < -1$.

Параметр Хаббла, как видно из соотношения (2.8), связан с параметром замедления интегральным соотно-

шением

$$H = H_0 \exp \left\{ \int_0^z [q(z') + 1] d \ln (1+z') \right\}.$$

Отсюда немедленно следует, что для построения основной характеристики расширяющейся Вселенной $H(z)$ требуется информация о динамике космологического расширения, зашифрованная в величине $q(z)$.

3. Краткое описание динамики космологического расширения

Динамика Вселенной в рамках ОТО описывается уравнениями Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \frac{1}{M_{Pl}^2} T_{\mu\nu}.$$

Тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ описывает распределение масс (энергии) в пространстве, а компоненты тензора кривизны $R_{\mu\nu}$ и его шпур R выражаются через метрический тензор $g_{\mu\nu}$ и его первые и вторые производные. Уравнения Эйнштейна в общем случае представляют собой сложные нелинейные уравнения. Проблема упрощается при рассмотрении распределения масс со специальными свойствами симметрии, заложенными в метрике. Для однородной и изотропной Вселенной, описываемой FRW-метрикой, уравнения Эйнштейна сводятся к системе уравнений Фридмана

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{1}{3M_{Pl}^2} \rho - \frac{k}{a^2}, \quad (3.1a)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_{Pl}^2} (\rho + 3p). \quad (3.1b)$$

Здесь ρ и p — плотность энергии и давление всех компонентов, представленных во Вселенной в рассматриваемый момент времени, $M_{Pl} = (8\pi G)^{-1/2}$ — редуцированная планковская масса. Этих уравнений недостаточно для полного описания динамики Вселенной. Следствием лоренц-инвариантности тензора энергии-импульса $T_{v,\mu}^\mu = 0$ является уравнение сохранения

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (3.2)$$

которое, как нетрудно увидеть, представляет собой первый закон термодинамики для идеальной жидкости с постоянной энтропией $dE + p dV = 0$. Заметим, это уравнение может быть получено из уравнений Фридмана.

Введём понятие относительной плотности i -го компонента плотности энергии:

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_c}, \quad \rho_c \equiv 3M_{Pl}^2 H^2, \quad \Omega \equiv \sum_i \Omega_i. \quad (3.3)$$

Определив относительную плотность кривизны $\Omega_k \equiv -k/(a^2 H^2)$, первое уравнение Фридмана можно представить в виде

$$\sum_i \Omega_i = 1.$$

Для того чтобы решить уравнения Фридмана, надо определить содержание материи во Вселенной и

построить уравнение состояния для каждого компонента. В простейшей, линейной, параметризации уравнение состояния имеет вид

$$p_i = w_i \rho_i. \quad (3.4)$$

Решая уравнения Фридмана в случае однокомпонентной, имеющей независящий от времени параметр уравнения состояния ($w = w_i = \text{const}$) и пространственно плоской Вселенной ($k = 0$), получим

$$a(t) \propto \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/[3(1+w)]}, \quad \rho \propto a^{-3(1+w)}.$$

(Мы нормируем масштабный фактор условием $a(t_0) = 1$). Эти решения имеют место только в случае $w \neq -1$. Последний случай мы рассмотрим особо. Для Вселенной, в которой доминирует излучение (релятивистский газ фотонов и нейтрино), $w = 1/3$, в то время как в случае доминирования материи $w = 0$. Как следствие таких уравнений состояния для случая материи получим

$$a(t) \propto \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}, \quad \rho \propto a^{-3}.$$

Последний результат можно объяснить как простое следствие сохранения числа частиц. Для излучения

$$a(t) \propto \left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/2}, \quad \rho \propto a^{-4}.$$

Этот результат является следствием того, что плотность энергии излучения убывает как a^{-3} за счёт увеличения объёма (расширения Вселенной) и как a^{-1} — за счёт красного смещения. Заметим, что из уравнения (3.2) следует, что $\rho = \text{const}$ для $w = -1$. В этом случае скорость Хаббла остаётся постоянной, приводя к экспоненциальному возрастанию масштабного фактора,

$$a(t) \propto \exp(Ht).$$

Таким образом, в случае традиционных космологических компонентов — материи и излучения ($w = 0$, $w = 1/3$) — расширение Вселенной может только замедляться, $\ddot{a} < 0$.

Используя определение параметра замедления, найдём, что для плоской Вселенной, заполненной единственным компонентом с уравнением состояния $p = w\rho$,

$$q = \frac{1}{2}(1 + 3w).$$

В общем случае ($k = 0, \pm 1$, $\rho = \sum_i \rho_i$, $p = \sum_i p_i w_i$) получим

$$q = \frac{\Omega}{2} + \frac{3}{2} \sum_i w_i \Omega_i. \quad (3.5)$$

Используя (3.3), последнее соотношение можно представить в виде

$$q = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k}{a^2 H^2}\right) \left(1 + 3 \frac{p}{\rho}\right).$$

Так как q — медленно изменяющаяся величина (в случае доминирования материи $q = 1/2$, а в случае до-

минирования ТЭ в форме космологической константы $q = -1$), полезная информация содержится в её среднем по времени значении, которое желательно получить без интегрирования уравнений движения для масштабного фактора. Убедимся, что последнее возможно [15]. Для этого определим параметр \bar{q} на интервале $[0, t_0]$ как

$$\bar{q}(t_0) = \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} q(t) dt.$$

Подставляя определение параметра замедления

$$q(t) = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{H}\right) - 1,$$

легко получить, что

$$\bar{q}(t_0) = -1 + \frac{1}{t_0 H_0}, \quad (3.6)$$

или

$$t_0 = \frac{H_0^{-1}}{1 + \bar{q}}. \quad (3.7)$$

Как и ожидалось, текущий возраст Вселенной пропорционален H_0^{-1} , но коэффициент пропорциональности определяется только средним значением параметра замедления. Полезно отметить, что этот чисто кинематический результат не зависит ни от кривизны Вселенной, ни от числа компонентов, заполняющих Вселенную, ни от варианта используемой теории гравитации. Представим полученные выше результаты для среднего параметра замедления в несколько другой форме. Для однокомпонентной плоской Вселенной уравнения Фридмана можно представить в виде

$$\rho = 3M_{\text{Pl}}^2 \frac{\dot{a}^2}{a^2}, \quad (3.8)$$

$$p = -M_{\text{Pl}}^2 \left(2 \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right). \quad (3.9)$$

Для однокомпонентной Вселенной с уравнением состояния $p = w\rho$, $w = \text{const}$ уравнение для масштабного фактора

$$a\ddot{a} + \left(\frac{1+3w}{2}\right)\dot{a}^2 = 0$$

имеет общее решение

$$a(t) = a_0 \left[\frac{3}{2}(1+w)H_0 t\right]^{2/[3(1+w)]}. \quad (3.10)$$

Отсюда немедленно следует

$$q = \frac{1+3w}{2} = \text{const}, \quad t_0 = \frac{2H_0^{-1}}{3(1+w)}. \quad (3.11)$$

В частности, для излучения ($w = 1/3$) $q = 1$, а для нерелятивистской материи ($w = 0$) $q = 1/2$. С другой стороны, так как в этом случае $q = \bar{q}$, то последнее соотношение можно переписать как $t_0 = H_0^{-1}/(1+\bar{q})$, что совпадает с соотношением (3.7). Результат (3.11)

можно представить в виде

$$T = \frac{H^{-1}}{1 + \bar{q}}, \quad (3.12)$$

где T , H , \bar{q} — возраст Вселенной, параметр Хаббла и средний параметр замедления соответственно. Так как \bar{q} порядка единицы, то из (3.10) немедленно следует, что на любом этапе эволюции Вселенной хаббловское время H_0^{-1} является характерным временным масштабом.

Дальнейшие динамические модельно независимые ограничения на кинематику Вселенной могут быть получены из так называемых энергетических условий [16–20]. Эти условия, основанные на достаточно общих физических принципах, накладывают ограничения на компоненты тензора энергии-импульса $T_{\mu\nu}$. При выборе модели среды (модели, а не уравнения состояния!) эти условия могут быть трансформированы в неравенства, ограничивающие возможные значения давления и плотности среды. В модели Фридмана среда представляет собой идеальную жидкость, для которой

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}, \quad (3.13)$$

где u_μ — 4-скорость идеальной жидкости с плотностью энергии ρ и давлением p , которые могут быть выражены через масштабный фактор и его производные,

$$\rho = 3M_{\text{Pl}}^2 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \right), \quad p = -M_{\text{Pl}}^2 \left(2 \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \right). \quad (3.14)$$

В ОТО, как и вообще в космологии, большое значение имеют так называемые энергетические условия (см., например, [16–19]), которые в нашем случае сводятся к условиям

$$\begin{aligned} \text{NEC} &\Rightarrow \rho + p \geq 0, \\ \text{WEC} &\Rightarrow \rho \geq 0, \quad \rho + p \geq 0, \\ \text{SEC} &\Rightarrow \rho + 3p \geq 0, \quad \rho + p \geq 0, \\ \text{DEC} &\Rightarrow \rho \geq 0, \quad -\rho \leq p \leq \rho. \end{aligned}$$

Здесь NEC, WEC, SEC и DEC отвечают нулевому, слабому, сильному и доминирующему энергетическому условиям соответственно. Поскольку эти условия не требуют какого-либо определённого уравнения состояния вещества, заполняющего Вселенную, они накладывают очень простые и модельно независимые ограничения на поведение плотности энергии и давления. Таким образом, энергетические условия дают одну из возможностей объяснить эволюцию Вселенной исходя из весьма общих принципов. Используя выражения (3.14), энергетические условия можно выразить в терминах масштабного фактора и его производных:

$$\begin{aligned} \text{NEC} &\Rightarrow -\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \geq 0, \\ \text{WEC} &\Rightarrow \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \geq 0, \\ \text{SEC} &\Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} \leq 0, \\ \text{DEC} &\Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} + 2 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \right) \geq 0. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Для плоской Вселенной условия (3.15) могут быть преобразованы в ограничения на параметр замедления q

$$\begin{aligned} \text{NEC} &\Rightarrow q \geq -1, \\ \text{SEC} &\Rightarrow q \geq 0, \\ \text{DEC} &\Rightarrow q \leq 2. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Среди этих условий отсутствует слабое условие WEC, так как оно всегда выполняется для произвольных вещественных $a(t)$.

Условия (3.16), рассматриваемые в отдельности, оставляют принципиальную возможность как для замедленного ($q > 0$), так и для ускоренного ($q < 0$) расширения Вселенной. Смысл ограничений для NEC в (3.16) достаточно прозрачен. Как следует из второго уравнения Фридмана, условием ускоренного расширения Вселенной является неравенство $\rho + 3p \leq 0$, т.е. ускоренное расширение Вселенной возможно только при наличии компонентов с большим отрицательным давлением, $p < -1/3\rho$. Энергетическое условие SEC исключает существование таких компонентов. Как следствие, в этом случае $q \geq 0$. В то же время условия NEC и DEC совместны с условием $p < -1/3\rho$, поэтому они допускают режимы, в которых $q < 0$.

В заключение этого раздела обратим внимание на интересную особенность динамики расширяющейся Вселенной. В силу закона Хаббла галактики, лежащие на хаббловской сфере, удаляются от нас со скоростью света. Скорость хаббловской сферы равна производной по времени от хаббловского радиуса $R_H = c/H$,

$$\frac{d}{dt}(R_H) = c \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{H} \right) = -\frac{c}{H^2} \left(\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) = c(1 + q). \quad (3.17)$$

Во Вселенной с замедленным расширением ($q > 0$) хаббловская сфера, имея скорость, превосходящую скорость света на величину cq , перегонит эти галактики. Таким образом, галактики, первоначально находившиеся вне хаббловской сферы, окажутся внутри её. Наблюдатель в любой точке Вселенной будет видеть всё увеличивающееся число галактик. В ускоренно расширяющейся Вселенной ($q < 0$) хаббловская сфера, имея скорость, меньшую скорости света на величину cq , отстает от этих галактик. Таким образом, галактики, первоначально находившиеся внутри хаббловской сферы, окажутся вне её и станут недоступными наблюдению. Должны ли мы считать их физической реальностью? Различие между физикой и метафизикой заключается в возможности экспериментальной проверки физических теорий. Физика не занимается не поддающимися наблюдению объектами. Однако границы физики всё время расширяются, включая всё более отвлечённые представления, бывшие ранее метафизическими: атомы, электромагнитные волны, чёрные дыры... Список может быть продолжен.

Мы, видимо, являемся жителями ускоренно расширяющейся Вселенной, в которой, как и в замедленно расширяющейся Вселенной, имеются галактики, так далеко находящиеся от нас, что никакой сигнал от них не может быть зарегистрирован земным наблюдателем. Но если космологическое расширение ускоряется, то мы удаляемся от этих галактик со скоростью, превышающей скорость света. Поэтому если свет от них не достиг нас сейчас, то он не достигнет нас никогда. Такие галактики

недоступны наблюдению не только теперь, они ненаблюдаются никогда. Эти "никогда ненаблюдаемые галактики" ведут своё происхождение от того же Большого взрыва, что и наш Млечный путь. Должны ли мы считать их объектом физики или метафизики? Те, кто считает научную фантастику реализацией неограниченной фантазии, глубоко заблуждаются. По сравнению с космологией научная фантастика скучна и лишена полёта фантазии.

Ускоренное расширение Вселенной в космологических моделях впервые появилось с возникновением теории инфляции, которая была создана с целью устранения многочисленных недостатков модели Большого взрыва. Оказалось, что для того, чтобы избавиться от большинства недостатков модели Большого взрыва, достаточно экспоненциально быстрого ускоренного расширения Вселенной в самом начале её эволюции в течение всего около 10^{-35} с. Наиболее простым способом получения такого режима расширения является рассмотрение динамики Вселенной со скалярным полем. Инфляционная теория формулировалась во множестве вариантов, начиная с моделей, основанных на квантовой гравитации и теории высокотемпературных фазовых переходов со сверхохлаждением и экспоненциальным расширением в состоянии ложного вакуума. Для иллюстрации основной идеи этой теории рассмотрим плоскую, однородную и изотропную Вселенную, заполненную скалярным полем с потенциалом $V(\varphi)$, независящим от координат. Первое уравнение Фридмана (3.1а) в этом случае примет вид

$$H^2 = \frac{1}{3M_{\text{Pl}}^2} \left(\frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right).$$

Уравнение сохранения (3.2), записанное для скалярного поля, примет форму уравнения Клейна – Гордона в случае нестационарного фона:

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0. \quad (3.18)$$

В быстро расширяющейся Вселенной скалярное поле "скатывается" вниз очень медленно, подобно шарику в вязкой жидкости, причём эффективная вязкость оказывается пропорциональной скорости расширения. В режиме медленного скатывания

$$H\dot{\varphi} \gg \ddot{\varphi}, \quad V(\varphi) \gg \dot{\varphi}^2.$$

В этом пределе уравнения движения принимают вид

$$3H\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0,$$

$$H^2 = \frac{V(\varphi)}{3M_{\text{Pl}}^2}.$$

Для определённости рассмотрим простейшую модель скалярного поля с массой m и потенциальной энергией $V(\varphi) = m^2\varphi^2/2$. Вскоре после начала инфляции становятся справедливыми соотношения $\ddot{\varphi} \ll 3H\dot{\varphi}$, $\dot{\varphi}^2 \ll m^2\varphi^2$. Поэтому

$$3 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\varphi} + m^2\varphi = 0,$$

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{2m\varphi}{M_{\text{Pl}}} \sqrt{\frac{\pi}{3}}.$$

Вследствие быстрого возрастания масштабного фактора и медленного изменения поля (большое трение)

$$a \propto \exp(Ht), \quad H = \frac{2m\varphi}{M_{\text{Pl}}} \sqrt{\frac{\pi}{3}}.$$

Для большей наглядности найдём уравнение состояния скалярного поля в режиме медленного скатывания. Для однородного скалярного поля в потенциале $V(\varphi)$ в локально-лоренцевой системе координат ненулевые компоненты тензора энергии-импульса имеют вид

$$T_{00} = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + V(\varphi) = \rho_\varphi, \quad T_{ij} = \left(\frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 - V(\varphi) \right) \delta_{ij} = p_\varphi \delta_{ij}.$$

В режиме медленного скатывания $\dot{\varphi}^2 \ll V(\varphi)$ и, как следствие, $p_\varphi \approx -\rho_\varphi$. Поэтому тензор энергии-импульса в режиме медленного скатывания приближённо совпадает с вакуумным, для которого $p = -\rho$. Используя (3.5) и принимая во внимание, что инфляционный сценарий благодаря экспоненциальному возрастанию масштабного фактора обеспечивает случай плоского пространства и, следовательно, $\Omega = 1$, получим, что в период инфляционного расширения $q = -1$.

Таким образом, скалярное поле достаточно естественным образом позволяет получить ускоренное расширение Вселенной, по крайней мере на ранних этапах её эволюции. По мере уменьшения поля (медленного скатывания), вязкость понижается и Вселенная выходит из режима инфляции (экспоненциальному возрастанию масштабного фактора).

Заметим, что скалярное поле может обеспечивать не только ускоренное, но и замедленное расширение Вселенной. Вблизи минимума инфляционного потенциала условия инфляции заведомо нарушаются и Вселенная выходит из режима инфляции. Скалярное поле начинает осциллировать вблизи минимума. Если предположить, что период осцилляций много меньше космологических временных масштабов, что позволяет пренебречь расширением в уравнении (3.18), то нетрудно определить эффективное уравнение состояния вблизи минимума инфляционного потенциала. Представим уравнение для скалярного поля (3.18) в виде

$$\frac{d}{dt}(\varphi\dot{\varphi}) - \dot{\varphi}^2 + \varphi V'_\varphi = 0.$$

При усреднении по периоду осцилляций первый член обратится в нуль, следовательно,

$$\langle \dot{\varphi}^2 \rangle \simeq \langle \varphi V'_\varphi \rangle.$$

Эффективное (усреднённое) уравнение состояния

$$w \equiv \frac{p}{\rho} \simeq \frac{\langle \varphi V'_\varphi \rangle - \langle 2V \rangle}{\langle \varphi V'_\varphi \rangle + \langle 2V \rangle}.$$

Для случая квадратичного потенциала, $V \propto \varphi^2$, получим $w \simeq 0$, что соответствует уравнению состояния нерелятивистской материи.

Заметим также, что модели со скалярными полями получили широкое распространение в космологии, с их помощью можно получить не только ускоренное расширение, но и более сложную динамику Вселенной. Кроме того, большинство моделей со скалярным полем имеет

очень хорошую мотивацию в физике частиц и альтернативных теориях.

4. Доказательства ускоренного расширения Вселенной

Закон Хаббла ничего не говорит о величине, знаке или самой возможности неравномерного расширения Вселенной. Приближение, в котором закон Хаббла справедлив, не чувствительно к ускорению. Для исследования эффектов нелинейности нужны данные для больших красных смещений. Если в наблюдениях удаётся заметить отклонение от линейности, то появляется возможность по величине и знаку отклонения судить о знаке ускорения. Если обнаружилось отклонение в сторону увеличения расстояния при заданном красном смещении, то ускорение положительно. Расстояние оценивается по яркости источника при предположении, что рассматриваемая популяция источников представляет собой так называемые стандартные свечи — ансамбль объектов с практически одинаковой светимостью. Поэтому наблюдаемая яркость таких объектов зависит только от расстояния до наблюдателя. Вспышки сверхновых типа Ia (взрывающиеся белые карлки) — пример объектов такого типа. Так как белые карлки почти не различаются по массе, их светимость практически одинакова. Дополнительное преимущество — гигантская мощность ($\sim 10^{36}$ Вт), выделяемая при взрыве. Поэтому белые карлки можно обнаружить на расстояниях, сравнимых с размером наблюдаемой Вселенной.

Если известна интенсивность L света, испускаемого объектом (внутренняя светимость), то, измерив интенсивность F света, дошедшего до нас (наблюдаемый поток), мы можем вычислить расстояние до объекта. Определённое таким способом расстояние d_L называется фотометрическим расстоянием,

$$d_L^2 = \frac{L}{4\pi F}. \quad (4.1)$$

Для определения ускорения расширения Вселенной необходимо выразить фотометрическое расстояние в терминах красного смещения регистрируемого излучения. Пусть E — внутренняя (абсолютная) светимость некоторого источника. Наблюдатель на Земле регистрирует поток фотонов F . Увеличение длины волны фотона (и, следовательно, уменьшение его энергии) в расширяющейся Вселенной за время его движения от источника к наблюдателю приведёт к тому, что эффективная (кажущаяся) светимость источника будет $L = E/a(t)$. Закон сохранения энергии, испущенной на интервале dt и поглощённой на интервале dt_0 ,

$$F4\pi r^2 dt_0 = E dt = La(t) dt. \quad (4.2)$$

Здесь r — сопутствующее расстояние между источником и наблюдателем в момент времени t_0 , совпадающее с физическим расстоянием при нормировке $a(t_0) = 1$. Таким образом, сопутствующее расстояние между источником и наблюдателем не изменяется, интервал конформного времени $d\eta = dt/a$ между двумя световыми вспышками в некоторой точке излучения и наблюдения имеет вид

$$\frac{dt}{a(t)} = \frac{dt_0}{a_0}.$$

Поэтому из (4.2) следует

$$F = \frac{La^2(t)}{4\pi r^2}. \quad (4.3)$$

Сопоставляя это выражение с определением фотометрического расстояния (4.1), найдём

$$d_L = \frac{r}{a(t)} = (1+z)r. \quad (4.4)$$

Физический смысл последнего результата прост. В расширяющейся Вселенной регистрируемый поток уменьшается в $(1+z)^2$ раз вследствие увеличения длины волны фотона в $(1+z)$ раз и увеличения временного интервала прибытия фиксированной порции энергии тоже в $(1+z)$ раз.

Определим сопутствующее расстояние до наблюдаемого в настоящее время источника света как функцию его красного смещения. Траектория фотона описывается уравнением $ds^2 = 0$. Рассмотрим радиальную траекторию с наблюдателем в начале координат. В случае пространственно плоской метрики

$$ds^2 = a^2(t)(d\eta^2 - dr^2) = 0. \quad (4.5)$$

Учитывая, что

$$d\eta = \frac{dt}{dt} \frac{dt}{da} \frac{da}{dz} dz = -\frac{dz}{H(z)}, \quad (4.6)$$

найдём

$$r(z) = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (4.7)$$

Таким образом, для пространственно плоской Вселенной

$$d_L = (1+z) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (4.8)$$

В общем случае

$$d_L(z) = c(1+z)(1-\Omega_0)^{-1/2} H_0^{-1} S \left[(1-\Omega_0)^{1/2} H_0 \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right]. \quad (4.9)$$

Здесь

$$S(x) = \begin{cases} \sin x, & \Omega_0 > 1, \\ x, & \Omega_0 = 1, \\ \sinh x, & \Omega_0 < 1. \end{cases} \quad (4.10)$$

Величины H_0 , $\Omega_0 \equiv \rho_0/\rho_{\text{cr}}$ ($\rho_{\text{cr}} \equiv 3M_{\text{pl}}^2 H_0^2$) относятся к текущему моменту времени. Для многокомпонентного плоского случая

$$d_L = \frac{1+z}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\sum_i \Omega_{0i}(1+z')^{3(1+w_i)}}}. \quad (4.11)$$

Соотношение (4.9) может быть представлено в терминах параметра замедления. Для плоского случая

$$\begin{aligned} d_L(z) &= (1+z) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} = \\ &= (1+z) H_0^{-1} \int_0^z du \exp \left\{ -\int_0^u [1+q(v)] d\ln(1+v) \right\}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Определим обычным путём модуль расстояния μ для стандартной свечи²:

$$\mu(z) \equiv m_B(z) - M_B = 5 \log(d_L [\text{Мпк}]) + 25. \quad (4.13)$$

Величину (4.12) можно связать с историей ускорения $q(z)$:

$$\begin{aligned} \mu(z) = 25 + 5 \log\left(\frac{1+z}{H_0} [\text{Мпк}]^{-1}\right) \times \\ \times \int_0^z du \exp\left[-\int_0^u (1+q(v)) d \ln v\right]. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Здесь M_B и m_B — абсолютная и видимая звёздные величины источника соответственно. Формула (4.14) представляет собой фундаментальное соотношение, связывающее историю параметра замедления с SNe-Ia-измерениями.

Отметим, что в соотношении (4.12) используется только FRW-метрика. Это означает, что дилемма замедление/ускорение может быть исследована без предположения о действительности ОТО. Однако наблюдения сверхновых не позволяют непосредственно определить текущий параметр замедления. Чтобы использовать эти данные, мы должны знать $H(z)$ или $q(z)$, а для этого необходимы динамические уравнения и должен быть определён материальный состав Вселенной.

Полезно привести выражение для фотометрического расстояния с точностью до членов порядка z^2 :

$$d_L = \frac{z}{H_0} \left[1 + \left(\frac{1-q_0}{2} \right) z + O(z^2) \right], \quad (4.15)$$

где в плоском случае $q_0 = (1/2) \sum_i \Omega_i (1 + 3w_i)$.

Из (4.15) следует, что для малых z фотометрическое расстояние линейно по красному смещению, причём коэффициентом пропорциональности служит величина, обратная постоянной Хаббла. Для более удалённых космологических объектов фотометрическое расстояние в следующем порядке зависит от текущего значения параметра замедления q_0 или, что эквивалентно, от количества и типа компонентов, заполняющих Вселенную.

Выражение для фотометрического расстояния в следующем порядке по красному смещению можно представить в виде

$$\begin{aligned} d_L(z) = \frac{cz}{H_0} \left[1 + \frac{1}{2}(1-q_0)z - \frac{1}{6}(1-q_0-3q_0^2+j_0)z^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{24}(2-2q_0-15q_0^2-15q_0^3+5j_0+10j_0q_0+s_0)z^3 + O(z^4) \right]. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Кратко остановимся на методике тестирования космологических моделей с использованием вспышек SNe-Ia. Более подробно рассмотрим [3, 4] две сверхновые, одна из которых, 1992P, имеет небольшое красное смещение, $z = 0,026$, и звёздную величину $m = 16,08$, а другая, 1997ap, — большее красное смещение, $z = 0,83$, и звёздную величину $m = 24,32$. В первом случае, поскольку

² В космологии в качестве стандартных свечей используют сверхновые типа Ia (SNe-Ia). Если предположить, что светимость в максимуме блеска одинакова для всех SNe-Ia, то расстояние до них можно определить калибровочно-инвариантным способом.

$z \ll 1$, можно написать $d_L(z) \simeq z/H_0$. С помощью (4.13) найдём $M = -19,09$. Фотометрическое расстояние для 1997ap можно получить, подставляя $m = 24,32$ и $M = -19,09$ в (4.13):

$$H_0 d_L \simeq 1,16 \text{ при } z = 0,83. \quad (4.17)$$

С другой стороны, для Вселенной, заполненной нерелятивистской материи, используя (4.11), найдём

$$H_0 d_L \simeq 0,95.$$

Последний результат явно противоречит наблюдениям (4.17).

Таким образом, регистрируя вспышки любой популяции источников излучения с одинаковой внутренней светимостью (стандартные свечи), можно определить скорость расширения Вселенной в различные моменты её эволюции. Сравнение полученных результатов с предсказаниями теоретических моделей позволяет выбрать наиболее адекватные модели. Хотя концептуально задача кажется не очень сложной, её реализация столкнулась (и сталкивается до сих пор) со многими проблемами. Назовём лишь часть из них. Вспышки сверхновых редки и случайны. Для набора статистики требуется контролировать значительную часть неба. Вспышка длится ограниченное время, поэтому необходимо как можно раньше заметить сверхновую и провести наблюдения изменения её яркости. Разумеется, самой главной проблемой всё ещё остаётся правомерность использования сверхновой типа Ia в качестве стандартной свечи. В начале 1990-х годов в США было осуществлено два проекта по обнаружению и анализу вспышек SNe-Ia: SuperNova Cosmology Project и High-Z SuperNova Search. Именно на основе результатов этих двух проектов [3, 4] в 1998–1999 гг. был сделан вывод об ускоренном расширении Вселенной, полностью изменивший не только современную космологию, но и всю физику в целом. За прошедшее десятилетие результаты [3, 4] неоднократно проверялись при всём улучшающейся статистике. Основной результат оставался неизменным: сравнительно недавно (при $z \sim 0,5$) Вселенная испытала переход от замедленного расширения к ускоренному.

Остановимся подробнее на выполненном в [21] анализе, в котором использовался так называемый золотой набор SNe-Ia. Набор содержал 157 хорошо изученных SNe-Ia с красными смещениями $0,1 < z < 1,76$. В основу анализа было положено соотношение (4.12), определяющее фотометрическое расстояние в пространственно-плоской Вселенной. В случае линейного двухпараметрического разложения параметра замедления

$$q(z) = q_0 + q_1 z \quad (4.18)$$

интеграл в (4.12) может быть вычислен аналитически и выражение для фотометрического расстояния представлено в виде [22]

$$\begin{aligned} d_L(z) = \frac{1+z}{H_0} \exp(q_1) q_1^{q_0-q_1} \times \\ \times [\gamma(q_1 - q_0, (1+z)q_1) - \gamma(q_1 - q_0, q_1)], \end{aligned} \quad (4.19)$$

где q_0, q_1 — значения $q(z)$ и $dq(z)/dz$ при $z = 0$, γ — неполная гамма-функция. Используя (4.19), можно полу-

чить информацию о q_0 , q_1 и, следовательно, о глобальном поведении $q(z)$. Динамический "фазовый переход" происходит при $q(z_t) = 0$ или, что эквивалентно, $z_t = -q_0/q_1$.

Другая использованная параметризация имеет вид

$$q(z) = q_0 + q_1 \frac{z}{1+z}. \quad (4.20)$$

Параметризация (4.20) обладает тем преимуществом, что хорошо ведёт себя при больших z , в то время как линейное приближение приводит к расходимостям. В такой параметризации

$$\begin{aligned} d_L(z) = & \frac{1}{(1+z)H_0} \exp(q_1) q_1^{-(q_0+q_1)} \times \\ & \times \left[\gamma(q_1 + q_0, q_1) - \gamma\left(q_1 + q_0, \frac{q_1}{1+z}\right) \right]. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Теперь параметр q_1 определяет поправку к q_0 в отдалённом прошлом: $q(z) = q_0 + q_1$ при $z \gg 0$. Функция правдоподобия для параметров q_0 и q_1 может быть определена с помощью статистики χ^2 :

$$\chi^2(H_0, q_0, q_1) = \sum_i \frac{(\mu_{p,i}(z_i; H_0, q_0, q_1) - \mu_{0,i})^2}{\sigma_{\mu_{0,i}}^2 + \sigma_v^2}, \quad (4.22)$$

где $\sigma_{\mu_{0,i}}$ — дисперсия модуля расстояния для i -й стандартной свечи, σ_v — дисперсия красных смещений сверхновых, вызванная их собственной (пекуллярной) скоростью. Полученные результаты свидетельствовали в пользу Вселенной, которая в настоящее время расширяется ускоренно ($q_0 < 0$), а раньше претерпевала замедленное расширение ($q_1 > 0$). Эти результаты получены на доверительных уровнях 99,2 % и 99,8 %. В случае линейного разложения параметра q переход от замедленного расширения в прошлом к текущему ускоренному расширению произошёл при красном смещении $z_t = 0,46 \pm 0,13$. К сожалению, важность этого результата не следует преувеличивать: линейная аппроксимация всегда приводит к переходу, если два параметра имеют противоположные знаки.

Последующий, статистически более достоверный, анализ качественно подтвердил приведённые выше результаты. Разумеется, количественные результаты зависят от используемой выборки сверхновых, но основной результат остаётся неизменным: мы живём в ускоренно расширяющейся Вселенной, которая в недавнем прошлом перешла от замедленного расширения к ускоренному.

Сегодня, несомненно, методика, основанная на наблюдении вспышек сверхновых, является лидером. Но, оказывается, у неё есть конкуренты. Многообещающим и полностью независимым заменителем (причём отнюдь не суррогатом) служит наблюдение расстояний по угловому диаметру $D_A(z)$ для заданного набора удалённых объектов. Сочетание измерений эффекта Сюняева – Зельдовича (SZE) и поверхностной яркости в рентгеновском диапазоне обеспечивает определение расстояний углового диаметра галактических кластеров [23]. Эффект Сюняева – Зельдовича представляет собой малое возмущение спектра космического микроволнового фона (КМФ) (Cosmic Microwave Background (CMB)), вызванное обратным комптоновским рассеянием КМФ-фотонов, проходящих через популяцию горячих электронов.

Наблюдения температурных флуктуаций в спектре реликтового излучения в галактических скоплениях, а также наблюдения в рентгеновском диапазоне позволяют независимо получить функцию $D_A(z)$. Таким образом, $D_A(z)$ даёт возможность полностью независимым от $d_L(z)$ способом восстановить динамику Вселенной.

Для пространственно плоской Вселенной, описываемой FRW-метрикой, расстояние по угловому диаметру имеет следующий вид [24]:

$$\begin{aligned} d_A(z) = & \frac{1}{(1+z)H_0} \int_0^z \frac{du}{H(u)} = \\ = & \frac{1}{(1+z)H_0} \int_0^z \exp\left[-\int_0^u (1+q(u')) du'\right] du'. \end{aligned} \quad (4.23)$$

В работе [24] был рассмотрен массив из 38 измерений расстояний по угловому размеру для галактических скоплений, полученных с помощью SZE/X-гамма-метода, который детально разобран в работе [23]. В его основе лежат метод максимального правдоподобия и статистика χ^2 ,

$$\chi^2(z, p) = \sum_i \frac{(D_A(z_i, p) - D_{A0,i})^2}{\sigma_{D_{A0,i}}^2 + \sigma_{\text{stat}}^2}, \quad (4.24)$$

где $D_{A0,i}$ — наблюдаемое расстояние по угловому размеру, $\sigma_{D_{A0,i}}$ — среднеквадратичное отклонение, связанное с неопределенностью собственного расстояния, σ_{stat} — вклад различных статистических ошибок. В качестве значения параметра Хаббла H_0 было принято $H_0^* = 80$ км (с Мпк) $^{-1}$. Результаты в случае линейной параметризации таковы: этот массив данных лучше всего аппроксимируется при $q_0 = -1,35$, $q_1 = 4,2$, $z_t = 0,32$. Этот результат подтверждает, что в настоящее время Вселенная расширяется ускоренно ($q_0 < 0$) и ускоренное расширение началось при $z_t = 0,32$, а до этого момента расширение Вселенной было замедленным. В случае другой параметризации,

$$q(z) = q_0 + q_1 \frac{z}{1+z},$$

подобные расчёты приводят к значениям $q_0 = -1,43$, $q_1 = 6,18$, $z_t = 0,3$. В обоих случаях результаты хорошо согласуются с полученными при использовании SNe-Ia-данных.

Недавно было показано, что так называемые светящиеся красные галактики (Luminous Red Galaxy, LRG) обеспечивают дополнительную возможность прямого измерения скорости расширения [25–27]. Идея метода заключается в восстановлении параметра Хаббла по производной от красного смещения по времени,

$$H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt}. \quad (4.25)$$

Производная может быть найдена по измерениям "возрастной разницы" между двумя пассивно эволюционирующими галактиками при различных, но близких красных смещениях. Метод был реализован для $0,1 < z < 1,75$. Подчеркнём, что этот интервал включает в себя интересующую нас переходную область, для которой $z \sim 0,5$. Результаты анализа данных [28] соглашаются с данными по сверхновым и угловому диаметру.

В ближайшем будущем ожидается получить массив из 2000 пассивно эволюционирующих галактик в области $0 < z < 1,5$. Из этих наблюдений можно будет найти 1000 значений $H(z)$ с точностью 15 %, если возраст галактик будет определён с 10%-ной точностью.

В заключение этого раздела остановимся на новой перспективной возможности исследования истории космологического расширения Вселенной. Напомним, что первоначально в качестве стандартных свечей использовались цефеиды — звёзды, интенсивность которых пропорциональна периоду изменения блеска. Классический пример цефеид — Полярная звезда, ярчайшая и ближайшая к Земле звезда переменной светимости с периодом 3,97 сут. Цефеиды — хорошие стандартные свечи для галактических расстояний. Они позволили определить размеры нашей Галактики и расстояние до её ближайшей соседки — галактики Андромеды. Изучение динамики Вселенной требует перехода к принципиально другим масштабам и, как следствие, существенно более мощных стандартных свечей. Напомним, что космологический принцип, постулирующий однородность и изотропность Вселенной (на этом принципе основаны все используемые нами уравнения динамики Вселенной), применим только на масштабах более 100 Мпк. Использование в качестве стандартных свечей значительно более мощных источников излучения — сверхновых типа Ia — позволило существенно продвинуться вглубь истории Вселенной. Однако возможности новых стандартных свечей тоже оказались ограниченными. К настоящему времени сверхновые типа Ia наблюдались только при $z < 2$, хотя для более надёжной реконструкции истории космологического расширения требуются большие красные смещения и, следовательно, более мощные стандартные свечи. Оказалось, что объекты с такими свойствами имеются в нашем распоряжении — это так называемые гамма-всплески (Gamma-Ray Burst, GRB). Гамма-всплески представляют собой масштабные энергетические выбросы взрывного характера, наблюдаемые в самой жёсткой части электромагнитного спектра, продолжительностью от 3 до 100 с. Излучаемая при гамма-вспышке энергия ($\sim 10^{54}$ эрг), на порядок большая, чем при взрыве сверхновой, сравнима с массой покоя Солнца. События, порождающие гамма-всплески, являются настолько мощными, что иногда их можно наблюдать невооружённым глазом, хотя они происходят на расстоянии в несколько миллиардов световых лет от Земли. Выход энергии осуществляется в виде коллимированного потока (джета). Наличие джетов приводит к тому, что мы видим только малую долю всех возникающих во Вселенной всплесков. Распределение GRB по их продолжительности носит чётко выраженный бимодальный характер.

Механизм коротких GRB, возможно, связан со слиянием нейтронных звёзд или нейтронной звезды и чёрной дыры. Предполагается, что более длительные события связаны с коллапсом в чёрную дыру ядра массивной (> 25 масс Солнца) звезды, имеющей большой момент вращения, — так называемая модель коллапсара. Возможность использования GRB в качестве стандартной свечи обусловлена существованием соотношения Амати (в англоязычной литературе широко известен устоявшийся термин "Amati relation", идея которого заложена в работе [29]), связывающего пиковую частоту вспышки с её полной энергией. Соотношение Амати является пря-

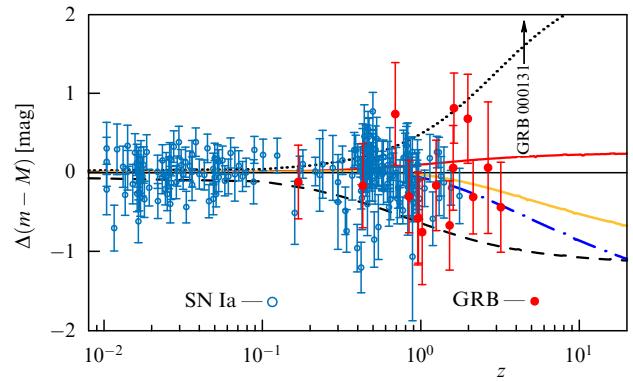


Рис. 1. Данные по 15 GRB с известными красными смещениями и углами коллимации в сравнении с результатами Стандартной космологической модели (кривые).

мым аналогом соотношения период–светимость для цефеид. Большая дисперсия (рис. 1) пока ограничивает применение GRB в качестве стандартных свечей, тем не менее возможность продвинуться в область существенно больших красных смещений делает эту методику крайне привлекательной.

5. Динамика масштабного фактора в Стандартной космологической модели

Рассмотрим теперь эволюцию параметра замедления в Стандартной космологической модели (СКМ). Напомним, что в модели Большого взрыва субстанции, заполняющие Вселенную, — материя и излучение — могли обеспечить только замедленное расширение. В СКМ доминирующим в настоящее время компонентом Вселенной является тёмная энергия — компонент с отрицательным давлением. Именно ТЭ приводит к наблюдаемому ускоренному расширению Вселенной. Определим красное смещение и время перехода к ускоренному расширению, т.е. найдём точку перегиба кривой (рис. 2), описывающей зависимость масштабного фактора от времени. В СКМ второе уравнение Фридмана (3.1а) может быть приведено к виду

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{1}{2} H_0^2 [2\Omega_{A0} - \Omega_{m0}(1+z)^3]. \quad (5.1)$$

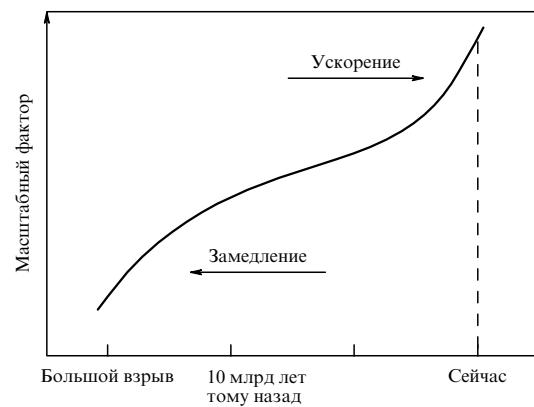


Рис. 2. Зависимость масштабного фактора от времени в СКМ.

Здесь Ω_{A0} и Ω_{m0} — сегодняшние значения относительной плотности ТЭ в форме космологической константы и материи соответственно. Отсюда получим величину красного смещения, при которой произошёл переход от замедленного расширения к ускоренному,

$$z^* = \left(\frac{2\Omega_{A0}}{\Omega_{m0}} \right)^{1/3} - 1. \quad (5.2)$$

Для параметров СКМ $\Omega_{A0} \simeq 0,73$, $\Omega_{m0} \simeq 0,27$ имеем $z^* \simeq 0,745$. Заметим, что результат (5.2) может быть получен с использованием того факта, что для Вселенной, состоящей из нескольких компонентов с уравнениями состояния $p_i = w_i \rho_i$, параметр замедления (3.5) выражается в виде (напомним, что в плоском случае $\Omega = \sum_i \Omega_i = 1$)

$$q = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \frac{\Omega_{A0}}{(1+z)^3 \Omega_{m0} + \Omega_{A0}}. \quad (5.3)$$

Условие $q = 0$ позволяет воспроизвести (5.2). Отметим асимптотики выражения (5.3). Для ранней Вселенной ($z \rightarrow \infty$), заполненной компонентами с положительным давлением, $q(z \rightarrow \infty) = 1/2$, т.е., как и ожидалось, расширение является замедленным, в то время как в отдалённом будущем с доминированием космологической константы расширение будет ускоренным, $q(z \rightarrow -1) = -1$. Последний результат является тривиальным следствием экспоненциального расширения Вселенной $a \propto \exp(Ht)$ в случае доминирования ТЭ в форме космологической константы.

Заметим, что зависимость $q(t)$ можно получить непосредственно из определения $q = -\ddot{a}/aH^2$, используя СКМ-решения для масштабного фактора,

$$a(t) = A^{1/3} \sinh^{2/3} \left(\frac{t}{t_A} \right), \quad (5.4)$$

$$A \equiv \frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{A0}}, \quad t_A \equiv \frac{2}{3} H_0^{-1} \Omega_{A0}^{-1/2}.$$

В результате получим

$$q(t) = \frac{1}{2} \left[1 - 3 \tanh^2 \left(\frac{t}{t_A} \right) \right]. \quad (5.5)$$

Зависимость $q(t)$ приведена на рис. 3. Обратим внимание на то, что временные асимптотики при $t \rightarrow 0$ и $t \rightarrow \infty$ соответствуют полученным выше асимптотикам при $z \rightarrow \infty$ и $z \rightarrow -1$.

Определим теперь время, соответствующее переходу к ускоренному расширению. Обращая (5.4), получим

$$t(a) = \frac{2}{3} \Omega_{A0}^{-1/2} H_0^{-1} \operatorname{arsinh} \left[\left(\frac{\Omega_{A0}}{\Omega_{m0}} \right)^{1/2} a^{3/2} \right]. \quad (5.6)$$

Переходя от красного смещения к масштабному фактору $a^* = (1+z^*)^{-1} = [\Omega_{m0}/(2\Omega_{A0})]^{1/3}$, найдём

$$t^* \equiv t(a^*) = \frac{2}{3} \Omega_{A0}^{-1/2} H_0^{-1} \sinh^{-1} \frac{1}{2} \simeq 5,25 \text{ млрд лет}. \quad (5.7)$$

Ввиду физической важности полученного результата приведём ещё одну (видимо, самую простую) его интерпретацию. Если величина $aH = \dot{a}$ возрастает, то $\ddot{a} > 0$, что соответствует ускоренному расширению Вселенной.

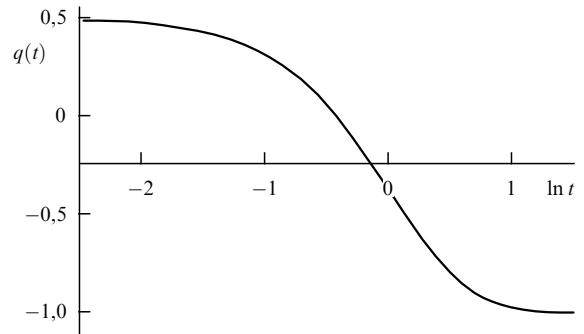


Рис. 3. Временная зависимость параметра замедления q в СКМ.

Согласно первому уравнению Фридмана,

$$\frac{aH}{H_0} = \sqrt{\frac{a^3 \Omega_{A0} + \Omega_{m0}}{a}} \simeq \sqrt{\frac{0,73a^3 + 0,27}{a}}.$$

Легко показать, что возрастание этой функции начинается при $a^* \simeq 0,573$, что соответствует $z^* = 0,745$. Интересно отметить, что переход к ускоренному расширению Вселенной ($z \simeq 0,75$) произошёл существенно раньше перехода к этапу доминирования ТЭ ($z \simeq 0,4$).

В СКМ роль ТЭ играет космологическая константа с уравнением состояния $p_A = -\rho_A$, т.е. параметр $w_A = -1$. Возникает естественный вопрос: каково предельное значение этого параметра, всё ещё обеспечивающее ускоренное расширение Вселенной в настоящее время? Как мы видели выше, условие ускоренного расширения $\sum_i (\rho_i + 3p_i) < 0$. В СКМ это условие трансформируется в

$$w_{DE} < -\frac{1}{3} \Omega_{DE}^{-1}, \quad w_{DE} < -0,46.$$

Разумеется, субстанция с таким уравнением состояния отлична от космологической константы, и она может быть реализована, например, с помощью скалярных полей (см. раздел 6).

Оценим теперь, используя параметры СКМ, абсолютную величину космологического ускорения. Дифференцируя закон Хаббла по времени, получим

$$\dot{V} = (\dot{H} + H^2)R. \quad (5.8)$$

Производная от параметра Хаббла по времени

$$\dot{H} = \frac{\ddot{a}a - \dot{a}^2}{a^2} = \frac{\ddot{a}}{a} - H^2.$$

Следовательно,

$$\dot{H} + H^2 = \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_{Pl}^2} (\rho_m - 2\rho_A) =$$

$$= \frac{1}{3M_{Pl}^2} \left(\rho_A - \frac{1}{2} \rho_m \right) = H^2 \left(\Omega_A - \frac{1}{2} \Omega_m \right).$$

Окончательно получим для ускорения \dot{V} аналог закона Хаббла:

$$\dot{V} = \tilde{H}R, \quad \tilde{H} = H^2 \left(\Omega_A - \frac{1}{2} \Omega_m \right). \quad (5.9)$$

В настоящее время ($\Omega_m = \Omega_{m0}$, $\Omega_A = \Omega_{A0}$), например, на расстоянии $R = 1$ Мпк

$$\dot{V} \simeq 10^{-11} \text{ см с}^{-2}. \quad (5.10)$$

Одна из возможностей наблюдения этого эффекта обусловлена тем, что красное смещение любого космологического объекта медленно изменяется вследствие ускорения (или замедления) расширения Вселенной. Оценим величину этого эффекта. Из определения

$$z = \frac{a(t_0)}{a(t)} - 1,$$

где t — время испускания света, t_0 — время его регистрации, следует

$$\frac{dz}{dt_0} = \frac{\dot{a}(t_0) a(t) - a(t_0) \dot{a}(t) (dt/dt_0)}{a^2(t)}. \quad (5.11)$$

Учитывая, что $dt/dt_0 = a(t)/a(t_0) = 1/(1+z)$, получим

$$\dot{z} = \frac{\dot{a}(t_0)}{a(t)} - \frac{a(t_0) \dot{a}(t)}{a^2(t)} \frac{1}{1+z}. \quad (5.12)$$

Таким образом, скорость изменения красного смещения для света, испущенного в момент времени t и регистрируемого в настоящее время t_0 , определяется соотношением

$$\dot{z} \equiv \frac{dz}{dt_0} = H_0(1+z) - H(t).$$

В Стандартной космологической модели

$$H = H_0 [\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{A0}]^{1/2}.$$

Поэтому для изменения красного смещения на временном отрезке Δt получим

$$\Delta z = \dot{z} \Delta t = H_0 \left\{ 1 + z - [\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{A0}]^{1/2} \right\}. \quad (5.13)$$

Обратим внимание, что в двух предельных случаях, $\Omega_{A0} = 1$, $\Omega_{m0} = 0$ (ускоренное расширение) и $\Omega_{A0} = 0$, $\Omega_{m0} = 1$ (замедленное расширение), Δz , как и ожидалось, имеет разные знаки. Для параметров СКМ изменение красного смещения Δz и приращение скорости ΔV для источника с красным смещением $z = 4$ при интервале наблюдения $\Delta t_0 = 10$ лет составляют:

$$\Delta z \approx 10^{-9}, \quad \Delta V = c \frac{\Delta z}{1+z} \approx 6 \text{ см с}^{-1}.$$

Результат выглядит обескураживающе малым. Однако, учитывая темпы прогресса точности наблюдательной космологии, не следует отчаиваться. Приведём такой пример.

Сейчас уже известно более 300 экзопланет (планет вне Солнечной системы).

Самый успешный метод обнаружения экзопланет — измерение радиальной скорости звёзд. Звезда, имеющая планету, испытывает колебания скорости "к нам — от нас", которые можно измерить, наблюдая доплеровское смещение спектра звезды. На первый взгляд, это невозможно. Под действием Земли скорость Солнца колеб-

лется с периодом один год на несколько сантиметров в секунду, а под действием Юпитера — на несколько метров в секунду. При этом тепловое уширение спектральных линий звезды соответствует разбросу скоростей в несколько тысяч километров в секунду. То есть даже в случае Юпитера надо измерять смещение спектральных линий на тысячную долю от их ширины. Кажется невероятным, но эта задача была решена.

6. Динамические формы тёмной энергии и эволюция Вселенной

Космологическая константа представляет собой всего лишь одну из возможных реализаций гипотетической субстанции — ТЭ, введённой для объяснения ускоренного расширения Вселенной. Как мы видели, такая субстанция должна обладать параметром w в уравнении состояния $p = w\rho$, удовлетворяющим условию $w < -1/3$ (при отсутствии других компонентов). К сожалению, природа ТЭ нам неизвестна, что порождает гигантское число гипотез и кандидатов на роль фундаментальной составляющей энергетического бюджета Вселенной. Мы много раз говорили о быстром прогрессе наблюдательной космологии в последнее десятилетие. Однако мы всё ещё не можем ответить на вопрос о временной эволюции параметра w . Если этот параметр изменяется со временем, мы вынуждены искать альтернативу космологической константе. За очень короткое время было исследовано множество альтернативных (по отношению к $w = -1$) возможностей. Скалярные поля, сформировавшие постинфляционную Вселенную, — один из основных кандидатов на роль ТЭ. Наиболее популярна версия скалярного поля φ с подходящим образом выбранным потенциалом $V(\varphi)$. В этих моделях скалярное поле, в отличие от космологической константы, является динамической переменной, а плотность ТЭ зависит от времени. Модели различаются выбором лагранжиана скалярного поля.

Начнём рассмотрение, вероятно, с наиболее простой модели ТЭ такого типа, получившей название квинтэссенции. Под квинтэссенцией будем понимать скалярное поле φ в потенциале $V(\varphi)$, минимально связанное с гравитацией, т.е. испытывающее влияние только кривизны пространства-времени. Кроме того, ограничимся каноническим видом кинетической энергии. Действие для такого поля имеет вид

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} L = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\nu} - V(\varphi) \right], \quad (6.1)$$

где $g \equiv \det g_{\mu\nu}$. Уравнение движения для скалярного поля находим варьированием действия по полю,

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu \left(\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\nu} \right) = - \frac{dV}{d\varphi}. \quad (6.2)$$

В плоской фридмановской Вселенной, т.е. для FRW-метрики (2.1), для однородного поля $\varphi(t)$ получим

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0. \quad (6.3)$$

Здесь $V'(\varphi) \equiv dV/d\varphi$. Уравнение (6.3) иногда называют уравнением Клейна — Гордона.

Тензор энергии-импульса скалярного поля может быть найден варьированием (6.1) по метрике $g^{\mu\nu}$,

$$T_{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\nu} - g_{\mu\nu} L. \quad (6.4)$$

В случае однородного поля $\varphi(t)$ в локально-лоренцевой системе, в которой метрику $g_{\mu\nu}$ можно заменить метрикой Минковского, получим для плотности и давления скалярного поля

$$\rho_\varphi = T_{00} = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + V(\varphi), \quad p_\varphi = T_{ii} = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 - V(\varphi). \quad (6.5)$$

Уравнения Фридмана для плоской Вселенной, заполненной скалярным полем, принимают вид

$$H^2 = \frac{1}{3M_{\text{Pl}}^2} \left[\frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right], \quad (6.6a)$$

$$\dot{H} = -\frac{\dot{\varphi}^2}{2M_{\text{Pl}}^2}. \quad (6.6b)$$

Систему (6.6a), (6.6b) следует дополнить уравнением Клейна–Гордона (6.3) для скалярного поля. Заметим, что последнее может быть получено из уравнения сохранения для скалярного поля

$$\dot{\rho}_\varphi + 3H(\rho_\varphi + p_\varphi) = 0 \quad (6.7)$$

подстановкой в него выражений (6.5) для плотности энергии и давления.

Используя (6.5), получим уравнение состояния для скалярного поля

$$w_\varphi = \frac{p_\varphi}{\rho_\varphi} = \frac{\dot{\varphi}^2 - 2V}{\dot{\varphi}^2 + 2V}. \quad (6.8)$$

Мы видим, что параметр уравнения состояния скалярного поля w_φ изменяется в интервале

$$-1 \leq w_\varphi \leq 1. \quad (6.9)$$

Уравнение состояния для скалярного поля удобно представить в виде

$$w(x) = \frac{x-1}{x+1}, \quad x \equiv \frac{(1/2)\dot{\varphi}^2}{V(\varphi)}. \quad (6.10)$$

Функция $w(x)$ монотонно возрастает от минимального значения $w_{\min} = -1$ при $x = 0$ до максимального асимптотического значения $w_{\max} = 1$ при $x \rightarrow \infty$, соответствующего $V = 0$. В пределе медленного скатывания, $x \ll 1$ ($\dot{\varphi}^2 \ll V(\varphi)$), скалярное поле ведёт себя как космологическая константа, $w_\varphi = -1$. Как легко увидеть, в этом случае $\rho_\varphi = \text{const}$. В другом пределе, $x \gg 1$ ($\dot{\varphi}^2 \gg V(\varphi)$) (жёсткая материя), $w_\varphi = 1$. В этом случае плотность энергии скалярного поля эволюционирует как $\rho_\varphi \propto a^{-6}$. Промежуточная ситуация, $x \sim 1$, $p \sim 0$, соответствует случаю нерелятивистской материи.

Представив (6.7) в интегральном виде

$$\rho = \rho_0 \exp \left[-3 \int (1 + w_\varphi) \frac{da}{a} \right], \quad (6.11)$$

найдём, что в общем случае плотность энергии скалярного поля ведёт себя как

$$\rho_\varphi \propto a^{-m}, \quad 0 < m < 6. \quad (6.12)$$

Значение $w_\varphi = -1/3$ является границей между режимами замедленного и ускоренного расширения Вселенной. Следовательно, случай ускоренного расширения реализуется при $0 \leq m < 2$. Возникает естественный вопрос: какие потенциалы для скалярных полей могут обеспечить ускоренное расширение Вселенной? Тот же вопрос можно сформулировать несколько иначе: квинтэссенция в каких потенциалах может рассматриваться как ТЭ? Рассмотрим упрощённую версию этой задачи. Найдём потенциал скалярного поля, обеспечивающий степенной закон возрастания масштабного фактора

$$a(t) \propto t^p. \quad (6.13)$$

Для ускоренного расширения необходимо выполнение условия $p > 1$. Напомним, что для Вселенной, заполненной нерелятивистской материи, $p = 2/3$, а для Вселенной, заполненной излучением, $p = 1/2$, поэтому и в том и в другом случае расширение будет замедленным. Используя уравнение Фридмана, можно выразить $V(\varphi)$ и $\dot{\varphi}$ в терминах H и \dot{H} , что позволяет получить систему уравнений, описывающую параметрическую зависимость V от φ :

$$V = 3M_{\text{Pl}}^2 H^2 \left(1 + \frac{\dot{H}}{3H^2} \right), \quad (6.14a)$$

$$\varphi = \int dt (-M_{\text{Pl}}^2 \dot{H})^{1/2}. \quad (6.14b)$$

Исключая время с помощью соотношения $\varphi/M_{\text{Pl}} = \sqrt{2p} \ln t$, для степенного закона (6.13) найдём

$$V(\varphi) = V_0 \exp \left(-\sqrt{\frac{2}{p}} \frac{\varphi}{M_{\text{Pl}}} \right). \quad (6.15)$$

Последний результат означает, что скалярное поле в потенциале (6.15) при условии $p > 1$ может трактоваться как ТЭ, т.е. оно может обеспечить ускоренное расширение Вселенной. Как мы видели выше, в модели квинтэссенции требуемое динамическое поведение может быть достигнуто выбором соответствующего потенциала скалярного поля. Модель ТЭ, реализуемая с помощью скалярного поля за счёт модификации кинетического члена, получила название к-эссенции [30, 31].

Введём величину

$$X \equiv \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\nu}$$

и рассмотрим действие для скалярного поля вида

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} L(\varphi, X), \quad (6.16)$$

где L — вообще говоря, произвольная функция переменных φ и X . Традиционному действию для скалярного поля соответствует

$$L(\varphi, X) = X - V(\varphi). \quad (6.17)$$

Ограничимся подмножеством функций Лагранжа вида

$$L(\varphi, X) = K(X) - V(\varphi), \quad (6.18)$$

где $K(X)$ — положительно определённая функция кинетической энергии X . Для описания однородной Вселен-

ной мы должны выбрать $X = (1/2)\dot{\phi}^2$. Используя стандартное определение (6.5), найдём

$$p_\varphi = L(\varphi, X) = K(X) - V(\varphi), \quad (6.19a)$$

$$\rho_\varphi = 2X \frac{\partial K(X)}{\partial X} - K(X) + V(\varphi). \quad (6.19b)$$

Следовательно, уравнение состояния для k-эссенции

$$w_\varphi = \frac{K(X) - V(\varphi)}{2X \frac{\partial K(X)}{\partial X} - K(X) + V(\varphi)}. \quad (6.20)$$

Основные особенности k-эссенции можно продемонстрировать на примере её упрощённой модели [32], в которой функция Лагранжа $L = F(X)$. Такую модель называют чисто кинетической k-эссенцией (purely kinetic k-essence). В этом случае

$$\rho_\varphi = 2XF_X - F, \quad F_X \equiv \frac{\partial F}{\partial X}, \quad (6.21a)$$

$$p = F, \quad (6.21b)$$

$$w_\varphi = \frac{F}{2XF_X - F}. \quad (6.21c)$$

Уравнения движения для поля можно найти, либо написав уравнения Эйлера–Лагранжа для действия (6.16), либо подставив плотность (6.21a) и давление (6.21b) в уравнение сохранения для k-эссенции. В результате получим

$$FX\ddot{\varphi} + F_{XX}\dot{\varphi}^2\dot{\varphi} + 3HF_X\dot{\varphi} = 0, \quad (6.22)$$

или в терминах кинетической энергии X

$$(FX + 2F_{XX}X)\dot{X} + 6HF_XX = 0. \quad (6.23)$$

Уравнение (6.23) может быть проинтегрировано:

$$XF_X^2 = ka^{-6}, \quad (6.24)$$

где константа $k > 0$.

Решение (6.24) $X(a)$ обладает важным свойством. Поведение всех характеристик k-эссенции (ρ_φ , p_φ , w_φ (см. (6.21a)–(6.21c))) как функций масштабного фактора полностью определяется функцией $F(X)$, и оно не зависит от эволюции других плотностей энергии. Вся зависимость k-эссенции от других компонентов возникает только за счёт $a(t)$. Но $a(t) \propto \rho_{\text{tot}}$, поэтому $a(t)$ определяется доминирующей компонентой плотности энергии. Решения такого типа получили название следящих решений. Их существование позволяет приблизиться к решению проблемы совпадений. Можно показать [33], что подобным свойством обладает не только чисто кинетическая k-эссенция, но и её общий вариант.

Гигантский массив имеющихся в нашем распоряжении космологических наблюдений показывает, что параметр w в уравнении состояния для ТЭ лежит в узкой полосе вблизи $w = -1$. Выше мы рассмотрели область $-1 \leq w < -1/3$. Нижняя граница области $w = -1$ отвечает космологической константе, а весь оставшийся интервал может быть реализован с помощью скалярных полей с каноническим лагранжианом. Напомним, что верхняя граница $w = -1/3$ связана с необходимостью обеспечить наблюдаемое ускоренное расширение Все-

ленной. Можем ли мы выйти за границы этого интервала?

Это сложный вопрос для компоненты энергии, о которой мы знаем так мало. В ОТО принято ограничивать возможные значения компонент тензора энергии-импульса энергетическими условиями (см. раздел 3). Одним из простейших условий такого типа является условие $\rho + p \geq 0$. Физическая мотивация этого условия — предотвращение нестабильности вакуума. Применительно к динамике Вселенной это условие требует, чтобы плотность любой допустимой компоненты энергии не возрастала по мере расширения Вселенной. Космологическая константа, для которой $\dot{\rho}_A = 0$, представляет собой предельный случай. Учитывая наше невежество относительно природы ТЭ, разумно спросить себя: а может ли эта таинственная субстанция отличаться от известных нам "хороших" источников энергии и нарушать условие $\rho + p \geq 0$? С учётом того, что ТЭ должна иметь положительную плотность энергии (это необходимо, чтобы Вселенная была плоской) и отрицательное давление (чтобы объяснить ускоренное расширение Вселенной), нарушение должно приводить к $w < -1$. Некоторое время назад такой компонент, получивший название фантомной энергии, попал в поле зрения физиков [34–38]. Действие для фантомного поля φ , минимально связанного с гравитацией, отличается от канонического действия для скалярного поля знаком кинетического члена. В этом случае плотность энергии и давление фантомного поля определяются выражениями

$$\rho_\varphi = T_{00} = -\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi), \quad p_\varphi = T_{ii} = -\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi), \quad (6.25)$$

а уравнение состояния имеет вид

$$w_\varphi = \frac{p_\varphi}{\rho_\varphi} = \frac{\dot{\varphi}^2 + 2V(\varphi)}{\dot{\varphi}^2 - 2V(\varphi)}. \quad (6.26)$$

Если $\dot{\varphi}^2 < 2V(\varphi)$, то $w_\varphi < -1$.

В качестве примера рассмотрим случай, когда Вселенная содержит только нерелятивистскую материю ($w = 0$) и фантомное поле ($w_\varphi < -1$). Плотности этих компонентов эволюционируют независимо: $\rho_m \propto a^{-3}$ и $\rho_\varphi \propto a^{-3(1+w_\varphi)}$. Если доминирование материи заканчивается в момент t_m , то решение для масштабного фактора при $t > t_m$ выражается как

$$a(t) = a(t_m) \left[-w_\varphi + (1 + w_\varphi) \left(\frac{t}{t_m} \right) \right]^{2/[3(1+w_\varphi)]}. \quad (6.27)$$

Отсюда немедленно следует, что в случае $w_\varphi < -1$ в момент времени

$$t_{\text{BR}} = \frac{w_\varphi}{1 + w_\varphi} t_m$$

масштабный фактор и целый ряд космологических характеристик (например, скалярная кривизна, плотность энергии фантомного поля) Вселенной обратятся в бесконечность. Эта катастрофа получила название Большого разрыва (Big Rip). Большому разрыву предшествует так называемый режим суперускоренного расширения. Поясним причину возникновения режима суперускорения на простом примере. Рассмотрим диф-

ференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = Ax^2. \quad (6.28)$$

В случае $A > 0$ уравнение (6.24) реализует нелинейную положительную обратную связь. Быстрое возрастание функции $x(t)$ приводит к Большому разрыву (обращению функции в бесконечность) на конечных временах. В самом деле, общее решение уравнения (6.28) имеет вид

$$x(t) = -\frac{1}{A(t+B)}, \quad (6.29)$$

где B — константа интегрирования. При $t = -B$ имеет место Большой разрыв.

Легко увидеть, что модель (6.28) представляет собой конкретную версию уравнения Фридмана для $w_\phi < -1$. Так как $\rho_\phi \propto a^{-3(1+w_\phi)}$, первое уравнение Фридмана может быть представлено в виде

$$\dot{a} = Aa^{-(3/2)(1+w_\phi)+1}. \quad (6.30)$$

Например, для $w_\phi = -5/3$ уравнение (6.30) в точности совпадает с (6.28).

7. $f(R)$ -гравитация, космология на бране и модифицированная ньютоновская динамика

Хотя СКМ может объяснить текущее ускоренное расширение Вселенной и в основном согласуется с текущими наблюдательными данными, теоретическое обоснование этой модели можно считать достаточно бедным. Существует несколько предложенных динамических альтернатив тёмной энергии. Мы рассмотрели их в разделе 6. К сожалению, ни одну из них нельзя считать полностью лишённой проблем.

Другой, более радикальный, подход основывается на предположении, что нет никакой ТЭ, а ускорение генерируется вследствие ослабления гравитации на очень больших масштабах благодаря модификации ОТО. В рамках этого широкого подхода можно выделить три направления: $f(R)$ -гравитация, бранная космология и модифицированная ньютоновская динамика (MOND). Кратко рассмотрим эти альтернативы СКМ с точки зрения интересующего нас вопроса — замедленного или ускоренного расширения Вселенной.

7.1. $f(R)$ -гравитация

Теория $f(R)$ -гравитации строится прямым обобщением действия Эйнштейна — Гильберта, осуществляя заменой $R \rightarrow f(R)$. Новое действие:

$$S = -\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} f(R). \quad (7.1)$$

В качестве обобщения выбрана функция $f(R)$ только от скаляра Риччи R , но не включены другие инварианты, такие как $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$, исходя из следующих соображений: действие $f(R)$ является достаточно общим для того, чтобы отразить основные особенности гравитации, и в то же время оно является достаточно простым для того, чтобы вычисления с ним не представляли технической сложности. Заметим, что функция $f(R)$ должна удовле-

творять условиям стабильности

$$f'(R) > 0, \quad f''(R) > 0, \quad (7.2)$$

где штрихом обозначена производная по скалярной кривизне Риччи R . Полное действие для $f(R)$ -гравитации

$$S = -\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} f(R) + S_m(g_{\mu\nu}, \psi). \quad (7.3)$$

Здесь ψ — общее обозначение для полей материи. Вариации по метрике после некоторых преобразований дают:

$$f'(R)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} f(R)g_{\mu\nu} - (\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \square) f'(R) = \frac{T_{\mu\nu}}{M_{\text{Pl}}^2}, \quad (7.4)$$

где

$$T_{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_m}{\delta g^{\mu\nu}}, \quad (7.5)$$

∇_μ — ковариантная производная со связностью, ассоциированной с метрикой $g_{\mu\nu}$; $\square \equiv \nabla_\mu \nabla^\mu$.

Оставляя в стороне усложнения, связанные с варьированием, сфокусируем внимание на полевых уравнениях (7.4). Они представляют собой дифференциальные уравнения в частных производных четвёртого порядка по метрике, так как R уже включает в себя вторые производные от последней. Для действия, линейного по R , производные четвёртого порядка (последние два члена в левой части (7.4)) обнуляются и теория сводится к стандартной ОТО.

Заметим, что штур (7.4)

$$f'(R)R - 2f(R) + 3\square f'(R) = \frac{T}{M_{\text{Pl}}^2}, \quad (7.6)$$

где $T = g^{\mu\nu} T_{\mu\nu}$, связывает R с T дифференциально, а не алгебраически, как в ОТО, где $R = -(1/M_{\text{Pl}}^2)T$. Это прямое указание на то, что полевые уравнения $f(R)$ -теории допускают более широкий класс решений, чем в ОТО. В качестве иллюстрации этого утверждения упомянем, что теорема Джебсена — Биркгофа (Jebsen — Birkhoff), гласящая, что решение Шварцшильда — единственное сферически симметричное вакуумное решение, несправедлива в $f(R)$ -теории. Не вдаваясь в детали, отметим, что теперь равенство $T = 0$ не подразумевает, что R равно нулю или даже константе.

Уравнение (7.6) оказывается очень полезным при рассмотрении различных аспектов $f(R)$ -гравитации, особенно стабильности решений и предела слабого поля. В частности, его удобно использовать для анализа так называемых максимально симметричных решений, т.е. решений, для которых $R = \text{const}$. При $R = \text{const}$ и $T_{\mu\nu} = 0$ уравнение (7.6) сводится к

$$f'(R)R - 2f(R) = 0. \quad (7.7)$$

Для заданной функции $f(R)$ уравнение (7.7) представляет собой алгебраическое уравнение относительно R . Если $R = 0$ — корень этого уравнения, то (7.4) тогда сводится к $R_{\mu\nu} = 0$ и максимально симметричное решение соответствует пространству-времени Минковского. Если корень уравнения (7.7) $R = \text{const} = C$, то (7.4) сводится к $R_{\mu\nu} = (C/4)g_{\mu\nu}$ и максимально симметричное решение

соответствует пространству де Ситтера или анти-де-Ситтера (в ОТО — космологической константе), в зависимости от знака C .

Перейдём теперь непосредственно к описанию динамики Вселенной в $f(R)$ -космологии. Подставляя в (7.4) FRW-метрику и используя в качестве тензора энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}, \quad (7.8)$$

получим

$$H^2 = \frac{1}{3M_{\text{Pl}}^2 f'} \left[\rho + \frac{1}{2}(Rf' - f) - 3H\dot{R}f'' \right], \quad (7.9)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 =$$

$$= -\frac{1}{M_{\text{Pl}}^2 f'} \left[p + \dot{R}^2 f''' + 2H\dot{R}f'' + \ddot{R}f'' + \frac{1}{2}(f - Rf') \right]. \quad (7.10)$$

Как отмечалось выше, основная мотивация перехода к $f(R)$ -гравитации состоит в том, что она приводит к ускоренному расширению Вселенной без введения ТЭ. Впервые такое обобщение ОТО было предложено А.А. Старобинским, который показал, что введение в действие Эйнштейна — Гильберта некоторой функции скалярной кривизны Риччи R эквивалентно введению некоторого скалярного поля — скаларона (scalaron) [39]. В работе [39] также была получена экспоненциальная зависимость масштабного фактора от космологического времени — стандартный пример экспоненциального расширения Вселенной.

Самый простой путь убедиться в том, что $f(R)$ -гравитация приводит к возможности получить ускоренное расширение Вселенной без привлечения ТЭ, состоит во введении эффективной плотности энергии и эффективного давления:

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{Rf' - f}{2f'} - \frac{3H\dot{R}f''}{f'}, \quad (7.11)$$

$$p_{\text{eff}} = \frac{\dot{R}^2 f''' + 2H\dot{R}f'' + \ddot{R}f'' + (f - Rf')/2}{f'}. \quad (7.12)$$

В пространственно плоской Вселенной ρ_{eff} должно быть неотрицательным, как это следует из (7.9) в пределе $\rho \rightarrow 0$. Тогда уравнения (7.9), (7.10) принимают вид стандартных уравнений Фридмана:

$$H^2 = \frac{1}{3M_{\text{Pl}}^2} \rho_{\text{eff}}, \quad (7.13)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_{\text{Pl}}^2} (\rho_{\text{eff}} + 3p_{\text{eff}}). \quad (7.14)$$

Эффективный параметр w_{eff} в уравнении состояния в этом случае имеет вид

$$w_{\text{eff}} \equiv \frac{p_{\text{eff}}}{\rho_{\text{eff}}} = \frac{\dot{R}^2 f''' + 2H\dot{R}f'' + \ddot{R}f'' + (f - Rf')/2}{(Rf' - f)/2 - 3H\dot{R}f''}. \quad (7.15)$$

Знаменатель в (7.15) строго положителен, поэтому знак w_{eff} определяется числителем. В общем случае для метрической $f(R)$ -модели для воспроизведения (имитации) уравнения состояния де Ситтера (космологической

константы) $w_{\text{eff}} = -1$ требуется выполнение условия

$$\frac{f'''}{f''} = \frac{\dot{R}H - \ddot{R}}{\dot{R}^2}. \quad (7.16)$$

Рассмотрим два примера (безотносительно к вопросу об их жизненности). Первый пример — функция $f(R) \propto R^n$. Мы можем легко вычислить w_{eff} как функцию n , если предположим степенную зависимость масштабного фактора $a(t) = a_0(t/t_0)^\alpha$ (произвольная зависимость $a(t)$ приведёт к временной зависимости w_{eff}). Результат для $n \neq 1$

$$w_{\text{eff}} = -\frac{6n^2 - 7n - 1}{6n^2 - 9n + 3}, \quad (7.17)$$

и в терминах n

$$\alpha = \frac{-2n^2 + 3n - 1}{n - 2}. \quad (7.18)$$

Подходящий выбор n даёт желаемое значение w_{eff} . Например, $n = 2$ приводит к

$$w_{\text{eff}} = -1, \quad \alpha = \infty. \quad (7.19)$$

Этот результат ожидаем, если исходить из рассмотрения квадратичных поправок к действию Эйнштейна — Гильберта, которые были использованы в сценарии инфляции Старобинского [39].

Второй пример:

$$f(R) = R - \frac{\mu^{2(n+1)}}{R^n}. \quad (7.20)$$

В этом случае, по-прежнему предполагая степенной закон для масштабного фактора, получим

$$w_{\text{eff}} = -1 + \frac{2(n+2)}{3(2n+1)(n+1)}. \quad (7.21)$$

Условие ускоренного расширения $w_{\text{eff}} < -1/3$ для двух рассмотренных моделей трансформируется в

$$n^2 \mp n - 1 > 0,$$

где знаки $-$ и $+$ отвечают первому и второму примеру соответственно. В частности, во втором случае для $n = 1$ найдём $w_{\text{eff}} = -2/3$. Заметим, что в этом случае положительные n предполагают присутствие членов, обратно пропорциональных R , в отличие от рассмотренного выше случая.

7.2. Бранная космология

Все модели, объясняющие ускоренное расширение Вселенной, объединяет общая идея — ослабление гравитации тем или иным способом: с помощью отрицательного давления в СКМ и моделях со скалярными полями, трансформацией закона всемирного тяготения в модифицированной гравитации, наличием пустот в моделях с неоднородностями. Оригинальный способ подавления гравитации реализуется в бранных сценариях [40]. Согласно этому сценарию, мы живём на трёхмерной бране, которая погружена в объём с большей размер-

ностью D (в простейшем варианте — четырёхмерный). Все материальные поля ограничены браной, тогда как гравитация распространяется как на бране, так и во всём объёме (см. лекцию [41]). Более высокая размерность пространства, в котором действует гравитация, приводит к её ослаблению, $F \propto R^{-(D-1)}$.

В этом сценарии уравнение движения для скалярного поля на бране имеет вид

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0, \quad (7.22)$$

где

$$H^2 = \frac{1}{3M_{\text{Pl}}^2} \rho \left(1 + \frac{\rho}{2\sigma} \right) + \frac{\Lambda_4}{3} + \frac{\varepsilon}{a^4}, \quad (7.23)$$

а ρ — просто плотность энергии скалярного поля, $\rho = \dot{\varphi}^2/2 + V(\varphi)$.

Здесь ε — константа интегрирования, которая трансформирует объёмную гравитацию в гравитацию на бране. Натяжение браны σ обеспечивает связь между четырёхмерной планковской массой M_{Pl} и пятимерной планковской массой $M_{\text{Pl}}^{(5)}$,

$$M_{\text{Pl}} = \sqrt{6} \frac{M_{\text{Pl}}^{(5)^3}}{\sqrt{\sigma}}. \quad (7.24)$$

Натяжение σ также связывает четырёхмерную космологическую константу Λ_4 на бране с пятимерной объёмной космологической константой Λ_b ,

$$\Lambda_4 = \frac{1}{M_{\text{Pl}}^{(5)^3}} \left(\Lambda_b + \frac{\sigma^2}{3M_{\text{Pl}}^{(5)^3}} \right). \quad (7.25)$$

Заметим, что (7.23) содержит дополнительный член $\propto \rho^2/\sigma$, наличие которого связано с условиями на границе объём–брана. Благодаря этому члену затухание, испытываемое скалярным полем при скатывании по потенциалу, драматически увеличивается. В этом случае инфляция может быть реализована для потенциалов, которые в стандартном подходе оказываются слишком крутыми для выполнения условий инфляции медленного скатывания. Действительно, параметры медленного скатывания в банных моделях для $V/\sigma \gg 1$ примут вид

$$\varepsilon \simeq 4\varepsilon_{\text{FRW}} \left(\frac{V}{\sigma} \right)^{-1}, \quad \eta \simeq 2\eta_{\text{FRW}} \left(\frac{V}{\sigma} \right)^{-1}. \quad (7.26)$$

Отсюда следует, что условие инфляции медленного скатывания ($\varepsilon, \eta \ll 1$) достигается легче, чем в FRW-космологии, при выполнении условия $V/\sigma \gg 1$. Инфляция, следовательно, может иметь место в случае очень круtyx потенциалов квинтэссенции, таких как $V \propto \exp(-\lambda\varphi)$, $V \propto \varphi^{-\alpha}$ и т.п. Это в свою очередь даёт надежду, что и инфляция, и квинтэссенция могут порождаться одним и тем же скалярным полем.

Радикально другой подход, обеспечивающий ускоренное расширение Вселенной, был предложен в работах [42–44].

Модель Двали–Габададзе–Поррати (Dvali–Gabadadze–Porrati, DGP) [45] радикально отличалась от рассмотренной выше модели Рэндалл–Сандрума (Randall–Sundrum, RS) тем, что в первой как объёмная космологическая константа, так и бранное натяжение

полагались равными нулю, в то время как в действие для браны вводился член с кривизной. В DGP-модели действие имеет вид

$$S = -\frac{M_{\text{Pl}}^{(5)^3}}{2} \int_{\text{bulk}} R - \frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} \int_{\text{brane}} R + \int_{\text{brane}} L_{\text{matter}}. \quad (7.27)$$

Смысл члена $\int_{\text{brane}} R$: квантовые эффекты, связанные с материальными полями, вероятно, приводят к такому члену в действии Эйнштейна, как впервые заметил Сахаров в своей теории индуцированной гравитации [46].

Хаббловский параметр в DGP-бранном мире

$$H = \sqrt{\frac{\rho_m}{3M_{\text{Pl}}^2} + \frac{1}{l_c^2} + \frac{1}{l_c}}, \quad (7.28)$$

где $l_c = M_{\text{Pl}}^2/M_{\text{Pl}}^{(5)^3}$ — новый масштаб длины, определяемый четырёхмерной M_{Pl} и пятимерной $M_{\text{Pl}}^{(5)}$ планковскими массами. Важное свойство этой модели состоит в том, что ускоренное расширение Вселенной не обязано присутствию ТЭ. Поскольку гравитационное взаимодействие распространяется на пять измерений пространственного масштаба $R > l_c = 2H^{-1}(1 - \Omega_m)^{-1}$, по мере расширения Вселенной масштаб этих изменений возрастает, а интенсивность гравитационного взаимодействия уменьшается, что будет выглядеть как ускоренное расширение Вселенной.

В более общем классе банных моделей, который включает в себя как подклассы RS- и DGP-модели, действие имеет вид

$$S = -\frac{M_{\text{Pl}}^{(5)^3}}{2} \int_{\text{bulk}} (R - 2\Lambda_b) - \frac{1}{2} \int_{\text{brane}} (M_{\text{Pl}}^2 R - 2\sigma) + \int_{\text{brane}} L_{\text{matter}}. \quad (7.29)$$

При $\sigma = \Lambda_b = 0$ действие (7.29) переходит в действие (7.27) DGP-модели, а при $M_{\text{Pl}} = 0$ — в действие RS-модели.

Как показано в [44], действие (7.29) описывает Вселенную, обладающую стадией ускоренного расширения на поздних этапах эволюции с параметром Хабbla, определяемым соотношением

$$\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\sigma + 2\Omega_l \mp 2\sqrt{\Omega_l} \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\sigma + \Omega_l + \Omega_{A_b}}, \quad (7.30)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega_l &= \frac{1}{l_c^2 H_0^2}, & \Omega_m &= \frac{\rho_{0m}}{3M_{\text{Pl}}^2 H_0^2}, \\ \Omega_\sigma &= \frac{\sigma}{3M_{\text{Pl}}^2 H_0^2}, & \Omega_{A_b} &= -\frac{\Lambda_b}{6H_0^2}. \end{aligned} \quad (7.31)$$

Знаки \mp отвечают двум способам, с помощью которых брана может быть погружена в объём. Как и в DGP-модели, $l_c \sim H_0^{-1}$, если $M_{\text{Pl}}^{(5)} \sim 100$ МэВ. На малых масштабах, $r \ll l_c$, и ранних временах в этом подходе переоткрывается ОТО, в то время как при больших пространственных масштабах, $r \gg l_c$, и поздних временах банные эффекты начинают играть важную роль.

Действительно, при $M_{\text{Pl}}^{(5)} = 0$ ($\Omega_l = 0$) (7.30) редуцируется к модели Λ CDM (Lambda-Cold Dark Matter),

$$\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\sigma, \quad (7.32)$$

тогда как в случае $\sigma = \Lambda_b = 0$ (7.30) сводится к DGP-модели. Важной особенностью действия (7.29) является то, что оно приводит к эффективному уравнению состояния $w_{\text{eff}} \leq -1$. Это легко увидеть [44] из выражения для текущего значения эффективного уравнения состояния

$$w_0 = \frac{2q_0 - 1}{3(1 - \Omega_m)} = -1 \pm \frac{\Omega_m}{1 - \Omega_m} \sqrt{\frac{\Omega_l}{\Omega_m + \Omega_\sigma + \Omega_l + \Omega_{A_b}}}. \quad (7.33)$$

При выборе нижнего знака $w_0 < -1$.

Интересно отметить, что в этой модели фаза ускоренного расширения Вселенной представляет собой переходное явление, которое заканчивается, если Вселенная возвращается к фазе доминирования материи.

Более детальное обсуждение рассмотренных в этом разделе моделей читатель может найти в обзоре [47].

7.3. Модифицированная ньютоновская динамика

Модифицированную ньютоновскую динамику иногда рассматривают как альтернативу гипотезе тёмной материи (ТМ). MOND [48] — это такая модификация ньютоновской физики, которая позволяет объяснить плоские вращательные кривые галактик без привлечения каких бы то ни было предположений о ТМ. MOND предполагает, что второй закон Ньютона $F = m\alpha$ (здесь α — ускорение) должен быть модифицирован для достаточно малых ускорений ($\alpha \ll \alpha_0$) так, что

$$\mathbf{F} = m\alpha\mu\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right), \quad (7.34)$$

где $\mu(x) = x$, если $x \ll 1$, и $\mu(x) = 1$, если $x \gg 1$. Легко увидеть, что этот закон приводит к модификации традиционной формулы для гравитационного ускорения $\mathbf{F} = mg_N$, где $g_N = GM/r^2$. Соотношение между "правильным" и ньютоновским ускорениями

$$\alpha = \sqrt{\alpha_0 g_N}. \quad (7.35)$$

Для вращающейся точечной массы $\alpha = v^2/r$ (это чисто кинематическое соотношение не зависит от выбора варианта динамики). Но в качестве α в последнее соотношение надо подставить "правильное" ускорение. Отсюда

$$v^4 = GM\alpha_0, \quad (7.36)$$

т.е. для достаточно малых ускорений вращательные кривые изолированного тела массой M не зависят от радиального расстояния r , на котором измеряется скорость. Другими словами, эта теория предсказывает не только плоские вращательные кривые, но и то, что индивидуальное гало, ассоциированное с галактикой, имеет бесконечную протяжённость. Это предсказание может явиться серьёзной проблемой для MOND, так как недавние наблюдения с помощью галактического линзирования привели к результату, что максимальная

протяжённость гало около 0,5 Мпк. Значение α_0 , необходимое для объяснения наблюдений,

$$\alpha_0 \sim 10^{-8} \text{ см с}^{-2}, \quad (7.37)$$

того же порядка, что и cH_0 . Это поддерживает гипотезу, наводя на мысль, что MOND может отражать влияние космологии на локальную динамику частиц.

Хотя результаты MOND хорошо согласуются с наблюдениями для индивидуальных галактик, неясно, могут ли они столь же успешно объяснить структуры кластеров, для которых сильное гравитационное линзирование указывает на большую концентрацию масс в их центрах, чем это предсказывает MOND. Другая трудность, связанная с MOND, состоит в том, что проблематично встроить её в более общую релятивистскую теорию гравитации. В настоящее время неясно, что предсказывают теории типа MOND для сложных гравитационных эффектов наподобие гравитационного линзирования.

8. Динамика Вселенной со взаимодействием в тёмном секторе

В СКМ тёмную материю и тёмную энергию рассматривают как независимые составляющие энергетического бюджета Вселенной. Роль ТЭ играет космологическая постоянная, введённая ещё А. Эйнштейном для создания стационарной модели Вселенной. Предположение об отсутствии взаимодействия между компонентами означает, что плотности энергии каждого компонента подчиняются независимым уравнениям сохранения

$$\dot{\rho}_i + 3H(\rho_i + p_i) = 0.$$

Связь между компонентами приведёт к модификации эволюции Вселенной. В частности, плотность энергии нерелятивистского компонента не будет изменяться по закону a^{-3} , а плотность ТЭ (в форме космологической константы) не будет оставаться постоянной. С одной стороны, такая модификация теории открывает перед нами новые возможности решения ключевых проблем космологии. Так, например, решение проблемы совпадений³ состоит в выборе параметров взаимодействия, обеспечивающих выполнение в настоящее время условия

$$\frac{\Omega_{\text{DE}}}{\Omega_m} = O(1)$$

при соблюдении условия $\ddot{a} > 0$. С другой стороны, введение взаимодействия приведёт к модификации соотношений между наблюдаемыми параметрами. В частности, модификации подвергнется фундаментальное соотношение между фотометрическим расстоянием и красным смещением, на котором в значительной степени основано доказательство ускоренного расширения Вселенной. Это накладывает строгие ограничения как на вид взаимодействия, так и на его параметры.

³ Суть проблемы совпадений заключается в том, что, поскольку на протяжении всей истории Вселенной две плотности уменьшаются по разным законам, нужно наложить очень точные условия на их значения в ранней Вселенной, чтобы сегодня они были сравнимыми по величине.

Неминимальная связь в тёмном секторе может существенно повлиять на историю космологического расширения Вселенной и эволюцию возмущений плотности, изменяя темп роста космологических структур. Возможность того, что ТМ и ТЭ взаимодействуют друг с другом, в последнее время широко обсуждается в литературе [49–60]. С помощью различных (и независимых) наблюдательных данных, таких как данные WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), результаты наблюдений SNe-Ia и барионных акустических осцилляций (Baryon Acoustic Oscillations, BAO), был проведён ряд исследований, посвящённых анализу ограничений на интенсивность и вид взаимодействия в тёмном секторе.

8.1. Модель Вселенной с космологической постоянной, зависящей от времени

Простейшим примером модели со взаимодействующими ТМ и ТЭ является космологическая модель с распадающимся вакуумом. В действительности, $\Lambda(t)$ -CDM-космология представляет собой один из тех случаев, в которых параметр w для ТЭ равен -1 .

Эта модель основана на предположении о том, что в роли ТЭ выступает физический вакуум, плотность энергии которого вычисляется на фоне искривлённого пространства. Из вычисленной плотности вычитается перенормированная плотность энергии физического вакуума в плоском пространстве [61]. В результате эффективная плотность энергии физического вакуума становится зависящей от кривизны пространства-времени и уменьшается от больших начальных значений в ранней Вселенной (при больших кривизнах) до почти нулевой величины в настоящее время.

Вследствие тождества Бианки распад вакуума должен сопровождаться рождением или увеличением массы частиц ТМ, что является общим свойством моделей с распадающимся вакуумом или в более общем случае моделей со взаимодействующими ТМ и ТЭ.

Перейдём к описанию модели $\Lambda(t)$ -CDM. В этом разделе будем использовать систему единиц, в которой редуцированная планковская масса $M_{\text{Pl}} = (8\pi G)^{-1/2} = 1$.

Для плоской Вселенной, описываемой FRW-метрикой, первое уравнение Фридмана (3.16) и уравнение сохранения можно записать в виде

$$\rho_{\text{tot}} = 3H^2, \quad \dot{\rho}_{\text{tot}} + 3H(\rho_{\text{tot}} + p_{\text{tot}}) = 0,$$

где $\rho_{\text{tot}} = \rho_m + \rho_\Lambda$. Учитывая, что $p_m = 0$ и $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$, представим уравнение сохранения в виде

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = -\dot{\rho}_\Lambda. \quad (8.1)$$

В правой части уравнения (8.1) появилось дополнительное слагаемое, которое играет роль источника — распадающейся космологической постоянной. Проблема, возникающая при таком подходе, заключается в том, что мы остаёмся с тем же числом уравнений, но с дополнительной неизвестной функцией $\Lambda(t)$. Описанный выше способ определения плотности физического вакуума, хотя он и является интуитивно понятным, сталкивается с принципиальными трудностями [62]. В связи с этим в литературе в основном распространён феноменологический подход. Ниже мы рассмотрим простую, но поддающуюся полному анализу модель.

Рассмотрим случай, в котором Λ зависит от времени как [63]

$$\Lambda = \sigma H. \quad (8.2)$$

Интересно отметить, что при выборе $\sigma \approx m_\pi^3$ (m_π — это энергетический масштаб вакуумного конденсата в квантовой хромодинамике) соотношение (8.2) обеспечивает значение Λ , очень близкое к наблюдаемому.

Для рассматриваемых компонентов первое уравнение Фридмана принимает вид

$$\rho_\gamma + \Lambda = 3H^2. \quad (8.3)$$

Уравнения (8.1) и (8.3) совместно с уравнением состояния

$$p_\gamma = w\rho_\gamma \equiv (\gamma - 1)\rho_\gamma$$

и законом распада космологической константы (8.1) полностью определяют эволюцию масштабного фактора. Комбинируя эти уравнения, получим эволюционное уравнение в виде

$$2\dot{H} + 3\gamma H^2 - \sigma H = 0.$$

При $H > 0$ это уравнение имеет решение

$$a(t) = C \left[\exp \left(\frac{\sigma \gamma t}{2} \right) - 1 \right]^{2/(3\gamma)}.$$

Здесь C — одна из двух констант интегрирования (уравнение для масштабного фактора является уравнением второго порядка), вторая константа интегрирования определяется из условия $a(t = 0) = 0$. Используя это решение, найдём для плотностей материи (излучения) и зависящей от времени космологической константы

$$\rho_\gamma = \frac{\sigma^2}{3} \left(\frac{C}{a} \right)^{3\gamma/2} \left[1 + \left(\frac{C}{a} \right)^{3\gamma/2} \right], \quad (8.4)$$

$$\Lambda = \frac{\sigma^2}{3} \left[1 + \left(\frac{C}{a} \right)^{3\gamma/2} \right]. \quad (8.5)$$

Проанализируем теперь в рассматриваемом сценарии историю расширения Вселенной. В эпоху доминирования излучения $\gamma = w + 1 = 4/3$, следовательно,

$$a(t) = C \left[\exp \left(\frac{2}{3} \sigma t \right) - 1 \right]^{1/2}.$$

Для малых времён ($\sigma t \ll 1$) возвращаемся к известной зависимости $a \propto t^{1/2}$,

$$a(t) = C \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma t^{1/2}.$$

Плотности ρ_γ (8.4) и Λ (8.5) в эпоху доминирования излучения трансформируются следующим образом:

$$\rho_\gamma \rightarrow \rho_r = \frac{\sigma^2 C^4}{3} \frac{1}{a^4} + \frac{\sigma^2 C^2}{3} \frac{1}{a^2},$$

$$\Lambda = \frac{\sigma^2}{3} + \frac{\sigma^2 C^2}{3} \frac{1}{a^2}.$$

В пределе $a \rightarrow 0$ ($t \rightarrow 0$)

$$\rho_r = \frac{\sigma^2 C^4}{3} \frac{1}{a^4} = \frac{3}{4t^2},$$

$$\Lambda = \frac{\sigma^2 C^2}{3} \frac{1}{a^2} = \frac{\sigma}{2t}.$$

Перейдём теперь к эре доминирования материи. В этом случае $\gamma = w + 1 = 1$ и

$$a(t) = C \left[\exp \left(\frac{1}{2} \sigma t \right) - 1 \right]^{2/3}.$$

При $\sigma t \ll 1$ мы возвращаемся к стандартному закону эволюции материи

$$a(t) = C \left(\frac{\sigma}{2} \right)^{2/3} t^{2/3}.$$

Для плотностей ρ_γ и Λ в эпоху доминирования материи найдём

$$\rho_\gamma \rightarrow \rho_m = \frac{\sigma^2 C^3}{3} \frac{1}{a^3} + \frac{\sigma^2 C^{3/2}}{3} \frac{1}{a^{3/2}},$$

$$\Lambda = \frac{\sigma^2}{3} + \frac{\sigma^2 C^{3/2}}{3} \frac{1}{a^{3/2}}.$$

Заметим, что в пределе больших времён ($\sigma t \gg 1$) масштабный фактор возрастает экспоненциально,

$$a(t) = C \exp \left(\frac{\sigma}{3} t \right).$$

В этом же пределе плотность материи стремится к нулю, а зависящая от времени функция $\Lambda(t)$ превращается в "настоящую" космологическую константу.

В эпоху доминирования материи уравнение Фридмана (8.3) можно представить в виде

$$H(z) = H_0 \left[1 - \Omega_{m0} + \Omega_{m0} (1+z)^{3/2} \right].$$

Последнее выражение можно использовать для вычисления параметра замедления ($q = (1+z)/H(dH/dz) - 1$),

$$q(z) = \frac{(3/2)\Omega_{m0}(1+z)^{3/2}}{1 - \Omega_{m0} + \Omega_{m0}(1+z)^{3/2}} - 1. \quad (8.6)$$

Для текущего значения параметра замедления отсюда найдём

$$q(z=0) = \frac{3}{2} \Omega_{m0} - 1.$$

Следовательно, ускоренное расширение Вселенной реализуется при условии

$$\Omega_{m0} < \frac{2}{3}.$$

Данному условию удовлетворяет наблюдаемое значение $\Omega_{m0} \approx 0,23$. Из (8.6) следует, что переход от замедленного расширения к ускоренному произошёл при

$$z^* = \left(2 \frac{1 - \Omega_{m0}}{\Omega_{m0}} \right)^{2/3} - 1.$$

Это значение ($z^* \approx 1,2$) превосходит (оставаясь того же порядка, $O(1)$) соответствующее значение в СКМ

($z^* \approx 0,75$), что является следствием процесса образования материи при распаде вакуума.

Таким образом, основывающаяся на зависящей от времени космологической константе модель, в которой плотность вакуумной энергии линейно зависит от параметра Хаббла, оказывается вполне конкурентоспособной. Эта модель достаточно точно воспроизводит "канонические" результаты, относящиеся как к эре доминирования излучения, так и к эре доминирования материи. Текущее расширение Вселенной в этой модели является ускоренным. Тестирование модели с использованием последних наблюдательных данных по SNe-Ia приводит к результатам (например, $0,27 \leq \Omega_{m0} \leq 0,37$), которые хорошо согласуются с текущим ускоренным расширением.

По-видимому, одно из самых интересных свойств ТМ — её возможное взаимодействие с ТЭ. Несмотря на то что наиболее реалистичные модели (в частности, СКМ) предполагают, что ТМ и ТЭ не связаны между собой, нет серьёзных оснований возводить это предположение в закон. В настоящее время ведутся активные исследования возможных следствий взаимодействия ТМ и ТЭ [49–60, 64–66]. Как мы отмечали ранее, их взаимодействие сможет по крайне мере смягчить некоторые острые космологические проблемы, например проблему совпадений. Плотность ТЭ примерно в три раза больше плотности ТМ. Такое соотношение можно объяснить, если ТМ каким-либо образом является чувствительной к ТЭ.

Заметим, что возможность взаимодействия между ТЭ в форме скалярного поля и ТМ лежит в основе сценария тёплой инфляции. Этот сценарий, в отличие от сценария холодной инфляции, не предполагает, что скалярное поле в период инфляции изолировано от остальных полей (не взаимодействует с ними). Поэтому вместо переохлаждения Вселенной в период инфляции во Вселенной поддерживается определённое количество излучения, достаточно заметное для того, чтобы оно могло проявиться в постинфляционной динамике.

Взаимодействие кванта скалярного поля (инфлатаона), вызвавшего инфляцию, с другими полями подразумевает, что уравнение эволюции инфлатаона содержит члены, которые описывают процесс диссипации энергии от инфлационной системы к другим частицам. В работе [67] первоначально предположили, что для согласованного описания инфлационного поля с диссипацией энергии эволюционное уравнение должно иметь вид уравнения Ланжевена, в котором имеется флукутационно-диссипационное соотношение, однозначно связывающее поля флукутации и диссилирующую энергию. Такое уравнение лежит в основе описания процесса тёплой инфляции.

Взаимодействие между компонентами во Вселенной нужно вводить таким образом, чтобы не нарушить ко-вариантность тензора энергии-импульса $T_{\text{tot};\nu}^{\mu\nu} = 0$, следовательно $T_{\text{m};\nu}^{\mu\nu} = -T_{\text{DE};\nu}^{\mu\nu} \neq 0$. Уравнения сохранения в таком случае имеют вид

$$u_\nu T_{\text{m};\mu}^{\mu\nu} = -u_\nu T_{\text{DE};\mu}^{\mu\nu} = -Q, \quad (8.7)$$

где u_ν — 4-скорость. Для FRW-метрики уравнения (8.7) примут вид

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = Q, \quad (8.8)$$

$$\dot{\rho}_{\text{DE}} + 3H\rho_{\text{DE}}(1+w_{\text{DE}}) = -Q, \quad (8.9)$$

где ρ_m и ρ_{DE} — плотности ТМ и ТЭ, w_{DE} — параметр уравнения состояния ТЭ, $H \equiv \dot{a}/a$ — параметр Хаббла. Если $Q < 0$, то ТМ непрерывно распадается в ТЭ, если $Q > 0$, то происходит обратный процесс,

$$\begin{aligned} Q < 0, & \quad TM \rightarrow TE, \\ Q > 0, & \quad TE \rightarrow TM. \end{aligned}$$

Заметим, что уравнения (8.8) и (8.9) удовлетворяют уравнению сохранения

$$\dot{\rho}_{tot} + 3H\rho_{tot}(\rho_{tot} + p_{tot}) = 0, \quad (8.10)$$

где $\rho_{tot} = \rho_{DE} + \rho_m$ — полная плотность энергии.

Введение взаимодействия между ТМ и ТЭ эффективно эквивалентно изменению уравнения состояния взаимодействующих компонентов. Действительно, уравнениям (8.8), (8.9) можно придать стандартный вид уравнений закона сохранения для невзаимодействующих компонентов:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{DE} + 3H\rho_{DE}(1 + w_{DE,eff}) &= 0, \\ \dot{\rho}_m + 3H\rho_{m,eff} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$w_{DE,eff} = w_{DE} - \frac{Q}{3H\rho_{DE}}, \quad w_{m,eff} = \frac{Q}{3H\rho_m} \quad (8.11)$$

играют роль эффективных уравнений состояния ТЭ и ТМ соответственно.

Так как природа ТЭ и ТМ нам пока неизвестна, мы не можем построить взаимодействие Q исходя из первых принципов [68]. Однако из размерных соображений следует, что эта величина должна быть функцией одной из плотностей энергии (или их комбинацией, имеющей размерность плотности энергии), умноженной на величину с размерностью обратного времени. В качестве последней естественно выбрать параметр Хаббла H .

В литературе можно встретить различные выражения для Q , наиболее часто используемые:

$$Q = 3H\gamma\rho_m, \quad Q = 3H\gamma\rho_{DE}, \quad Q = 3H\gamma(\rho_m + \rho_{DE}). \quad (8.12)$$

В качестве примера рассмотрим простейший случай такой модели:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_m + 3H\rho_m &= \delta H\rho_m, \\ \dot{\rho}_{DE} + 3H(\rho_{DE} + p_{DE}) &= -\delta H\rho_m, \end{aligned}$$

где δ — безразмерная константа связи. Проинтегрировав последние уравнения, получим

$$\begin{aligned} \rho_{DE} &= \rho_{m0} a^{-[3(1+w_{DE})+\delta]}, \\ \rho_m &= \frac{-\delta\rho_{m0}}{3w_{DE}+\delta} a^{-[3(1+w_{DE})+\delta]} + \left(\rho_{m0} + \frac{\delta\rho_{m0}}{3w_{DE}+\delta} \right) a^{-3}. \end{aligned} \quad (8.13)$$

Подставим плотности (8.13) в первое уравнение Фридмана (3.16) и перейдём от масштабного фактора к красному смещению, тогда для $H^2(z)$ можно записать

$$H^2 = \frac{(1+z)^3 H_0^2}{3(3w_{DE}+\delta)} [3w_{DE}\Omega_{DE}(1+z)^{3w_{DE}+\delta} + \Omega_m(3w_{DE}+\delta)]. \quad (8.14)$$

В этом случае для нахождения $q(z)$ также воспользуемся формулой

$$q(z) = \frac{1+z}{2H^2} \frac{dH^2}{dz} - 1. \quad (8.15)$$

Используя (8.14) и (8.15), приходим к зависимости параметра замедления от красного смещения:

$$\begin{aligned} q(z) &= -1+ \\ &+ \frac{3}{2} \frac{w_{DE}\Omega_{DE}[3(1+w_{DE})+\delta](1+z)^{3w_{DE}+\delta} + \Omega_m+\delta/w_{DE}}{3w_{DE}\Omega_{DE}(1+z)^{3w_{DE}+\delta} + \Omega_m+\delta/w_{DE}}. \end{aligned} \quad (8.16)$$

При $w_{DE} = -1$ и $\delta = 0$ (8.16) совпадает с выражением для параметра замедления, полученным в рамках СКМ. Заметим, что в этой модели, подбирая подходящие значения параметра δ , можно существенно смягчить или вообще устранить проблему сопоставимости плотностей ТМ и ТЭ. Действительно, используя плотности (8.13), найдём отношение $R = \rho_m/\rho_{DE}$:

$$R = -\frac{\delta}{3w_{DE}+\delta} + \left(R_0 + \frac{\delta}{3w_{DE}+\delta} \right) a^{3w_{DE}+\delta},$$

где $R_0 = \rho_{m0}/\rho_{D0}$ — отношение плотностей в настоящий момент. В СКМ, как известно, $R \sim a^{-3}$. Мы можем воспроизвести эту зависимость, положив $\delta = 0$.

Теперь рассмотрим обратную задачу: постулируется взаимодействие, а отношение

$$\frac{\rho_m}{\rho_{DE}} = f(a), \quad (8.17)$$

где $f(a)$ — любая дифференцируемая функция масштабного фактора. Таким образом, имеем

$$\rho_m = \rho_{DE}f(a), \quad (8.18)$$

$$\rho_{DE} = \frac{\rho_m}{f(a)}, \quad (8.19)$$

$$\dot{\rho}_m = \dot{\rho}_{DE}f + \rho_{DE}f'\dot{a}, \quad (8.20)$$

$$\dot{\rho}_{DE} = \frac{\dot{\rho}_m}{f} - \frac{\rho_m\dot{a}f'}{f^2}. \quad (8.21)$$

Подставляя в уравнение (8.8) выражения (8.18) и (8.20), получим

$$\dot{\rho}_{DE}f + \rho_{DE}f'\dot{a} + 3H\rho_{DE}f = Q, \quad (8.22)$$

где штрих означает производную по масштабному фактору. Подставив в (8.22) выражение для $\dot{\rho}_{DE}$, найденное из (8.9), имеем

$$Q = \frac{H\rho_{DE}f}{1+f} \left(\frac{f'a}{f} - 3w_{DE} \right). \quad (8.23)$$

Первое уравнение Фридмана принимает вид

$$3H^2 = \rho_{DE} + \rho_m = \rho_{cr}, \quad (8.24)$$

где ρ_{cr} — критическая плотность. Следовательно, можно записать

$$\Omega_{DE} = \frac{\rho_{DE}}{\rho_{cr}} = \frac{1}{1+f}, \quad (8.25)$$

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_{cr}} = \frac{f}{1+f}. \quad (8.26)$$

Теперь, подставляя (8.26) в (8.23), окончательно находим

$$Q = H\rho_{\text{DE}}\Omega_m \left(\frac{f'a}{f} - 3w_{\text{DE}} \right) = H\rho_m\Omega_{\text{DE}} \left(\frac{f'a}{f} - 3w_{\text{DE}} \right). \quad (8.27)$$

Отметим, что в случае $f(a) \propto a^\xi$ мы получим

$$Q = H\rho_m\Omega_{\text{DE}}(\xi - 3w_{\text{DE}}) = H\rho_{\text{DE}}\Omega_m(\xi - 3w_{\text{DE}}), \quad (8.28)$$

Из уравнения (8.10) найдём

$$\frac{d \ln \rho_{\text{tot}}}{d \ln a} = -3(1 + w_{\text{eff}}), \quad (8.29)$$

где

$$w_{\text{eff}} = \frac{\rho_{\text{tot}}}{\rho_{\text{tot}}} = \frac{\rho_{\text{DE}} w_{\text{DE}}}{\rho_{\text{DE}} + \rho_m} = \frac{w_{\text{DE}}}{1+f} = \Omega_{\text{DE}} w_{\text{DE}}, \quad (8.30)$$

следовательно,

$$\frac{d \ln \rho_{\text{tot}}}{d \ln a} = -3(1 + \Omega_{\text{DE}} w_{\text{DE}}). \quad (8.31)$$

Из последнего уравнения получим

$$\rho_{\text{tot}} = Ca^{-3} \exp \left(- \int 3\Omega_{\text{DE}} w_{\text{DE}} d \ln a \right), \quad (8.32)$$

где C — постоянная интегрирования, которая может быть определена, если потребовать выполнения соотношения $\rho_{\text{tot}}(a=1) = \rho_{\text{tot},0} = 3H_0^2 M_{\text{Pl}}^2$. Используя выражение для ρ_{tot} , можно легко найти $E \equiv H/H_0$ из уравнений Фридмана; данное выражение применяется для тестирования космологических моделей и нахождения ограничений на космологические параметры. Выражения для $\rho_{\text{DE}} = \Omega_{\text{DE}}\rho_{\text{tot}}$ и $\rho_m = \Omega_m\rho_{\text{tot}}$ также легко находятся из уравнений (8.25) и (8.32).

Наконец, отметим, что, учитывая (8.17), имеем

$$f_0 = f(a=1) = \frac{\rho_{\text{m0}}}{\rho_{\text{DE0}}} = \frac{\Omega_{\text{m0}}}{1 - \Omega_{\text{m0}}}. \quad (8.33)$$

Пусть теперь

$$f(a) = f_0 a^\xi, \quad (8.34)$$

где ξ — постоянная, f_0 определено выше. Подставляя (8.34) в уравнение (8.32) и требуя выполнения равенства $\rho_{\text{tot}}(a=1) = \rho_{\text{tot},0}$, определим постоянную интегрирования и найдём

$$\rho_{\text{tot}} = \rho_{\text{tot},0} a^{-3} [\Omega_{\text{m0}} + (1 - \Omega_{\text{m0}})a^\xi]^{-3w_X/\xi}. \quad (8.35)$$

Подставляя (8.35) в уравнение Фридмана, получим

$$\begin{aligned} E^2 &= \frac{H^2}{H_0^2} = a^{-3} [\Omega_{\text{m0}} + (1 - \Omega_{\text{m0}})a^\xi]^{-3w_X/\xi} = \\ &= (1+z)^3 [\Omega_{\text{m0}} + (1 - \Omega_{\text{m0}})(1+z)^{-\xi}]^{-3w_X/\xi}. \end{aligned} \quad (8.36)$$

Воспользовавшись полученными ранее формулами, нетрудно найти выражение для параметра замедления в этой модели

$$q = 1 + \frac{3}{2}(w_{\text{DE}}\Omega_{\text{DE}} + w_m\Omega_m), \quad (8.37)$$

где относительные плотности Ω_{DE} , Ω_m имеют вид

$$\Omega_{\text{DE}} = \frac{\Omega_{\text{m0}}}{\Omega_{\text{m0}} + (1 - \Omega_{\text{m0}})a^\xi}, \quad \Omega_m = \frac{(1 - \Omega_{\text{m0}})a^\xi}{\Omega_{\text{m0}} + (1 - \Omega_{\text{m0}})a^\xi}, \quad (8.38)$$

отсюда окончательно получим

$$q = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{w_{\text{DE}}\Omega_{\text{m0}}}{\Omega_{\text{m0}} + \Omega_m(1+z)^\xi}. \quad (8.39)$$

Поскольку в данной модели плотность ТЭ не является постоянной, в отличие от таковой в СКМ, то при условии $\xi < 3$ решение проблемы совпадений облегчается. В этой модели фаза ускоренного расширения начинается с красного смещения z^* , которое определяется из соотношения $q(z^*) = 0$,

$$z^* = \left[\frac{1 - \Omega_{\text{m0}}}{(1 + 3w_{\text{DE}})\Omega_{\text{m0}}} \right]^{1/\xi} - 1. \quad (8.40)$$

Это выражение является естественным обобщением выражения (5.2), полученного в рамках СКМ. Отличие значения (8.40) от соответствующего для СКМ зависит от того, насколько велико отличие параметров ξ и w_{DE} от значений 3 и -1 соответственно. При $\xi = 3$ и $w_{\text{DE}} = -1$ выражения (5.2) и (8.40) совпадают. Заметим, что при $z \rightarrow \infty$ Вселенная расширялась замедленно ($q \rightarrow 1/2$), случай $z \rightarrow -1$ отвечает $q \rightarrow 1/2 - (3/2)w_{\text{DE}}$. Таким образом, как и следовало ожидать, динамика этой модели асимптотически (при $z \rightarrow \infty$ и $z \rightarrow -1$) не отличается от динамики модели двухкомпонентной Вселенной, заполненной нерелятивистским веществом и ТЭ с уравнением состояния $p = w_{\text{DE}}\rho$.

8.2. Космологические модели с новым видом взаимодействия

В этом разделе мы рассмотрим ещё один вид взаимодействия Q [69], знак которого (т.е. направление перехода энергии) изменяется при смене режима замедленного расширения режимом ускоренного расширения и наоборот.

В последнее время появляются работы [70, 71], в которых предпринимаются попытки на основе анализа наблюдательных данных определить не только саму возможность взаимодействия в тёмном секторе, но и его конкретный вид и знак. При этом анализ весь набор красных смещений z разделяется на интервалы, в каждом из которых функция $\delta(z) = Q/(3H)$ считается постоянной. Такой анализ позволил определить, что $\delta(z)$, скорее всего, принимает нулевое значение, $\delta = 0$, в интервале красных смещений $0.45 \lesssim z \lesssim 0.9$. Оказывается, что этот замечательный результат порождает новые проблемы. Действительно, как мы отмечали в разделе 8.1, в литературе взаимодействие в основном рассматривается в трёх видах: $Q = 3H\gamma\rho_m$, $Q = 3H\gamma\rho_{\text{DE}}$, $Q = 3H\gamma(\rho_m + \rho_{\text{DE}})$, и оно всегда является (для данной модели) либо положительным, либо отрицательным, т.е. не может менять свой знак. Изменение знака возможно только в случае $\gamma = f(t)$, когда γ может менять знак Q , или в случае $Q = 3H(\alpha\rho_m + \beta\rho_{\text{DE}})$, где α и β имеют разные знаки.

Как замечают авторы [70], решение этой проблемы требует введения нового типа взаимодействия, способного менять свой знак в течение эволюции Вселенной.

В работе [69] предложен один из таких видов взаимодействия Q и рассмотрены его космологические следствия. В этой работе было замечено, что интервал красных смещений, в пределах которого функция $\delta(z)$ должна сменить знак, включает в себя момент, в который расширение Вселенной перестало замедляться и начало ускоряться (см. (5.2)). Следовательно, простейшим видом взаимодействия, которое может объяснить это, является взаимодействие Q , пропорциональное параметру замедления q :

$$Q = q(\alpha\dot{\rho} + 3\beta H\rho), \quad (8.41)$$

где α и β — безразмерные постоянные; знак Q будет изменяться, по мере того как Вселенная будет переходить от стадии замедленного ($q > 0$) расширения к стадии ускоренного ($q < 0$). Авторы [69] рассматривают также случаи

$$Q = q(\alpha\dot{\rho}_m + 3\beta H\rho_m), \quad (8.42)$$

$$Q = q(\alpha\dot{\rho}_{tot} + 3\beta H\rho_{tot}), \quad (8.43)$$

$$Q = q(\alpha\dot{\rho}_{DE} + 3\beta H\rho_{DE}). \quad (8.44)$$

В работе [72] рассматривается модель Вселенной с распадающейся космологической постоянной

$$\dot{\rho}_A = -Q.$$

Уравнения Фридмана и Райчаудхури (Raychaudhuri) будут иметь вид

$$H^2 = \frac{1}{3M_{Pl}^2} \rho_{tot} = \frac{1}{3M_{Pl}^2} (\rho_A + \rho_m), \quad (8.45)$$

$$\dot{H} = -\frac{1}{2M_{Pl}^2} (\rho_{tot} + p_{tot}) = -\frac{\rho_m}{2M_{Pl}^2}. \quad (8.46)$$

В разделах 8.2.1–8.2.3, следуя [72], мы рассмотрим космологические модели со взаимодействием вида (8.42)–(8.44).

8.2.1. Случай $Q = q(\alpha\dot{\rho}_m + 3\beta H\rho_m)$. Вначале рассмотрим случай, когда взаимодействие имеет вид (8.42). Подставив это выражение в уравнение сохранения (8.8), получим

$$\dot{\rho}_m = \frac{\beta q - 1}{1 - \alpha q} 3H\rho_m. \quad (8.47)$$

Подставляя (8.47) в (8.42), окончательно запишем

$$Q = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha q} 3qH\rho_m. \quad (8.48)$$

Из уравнения (8.46) имеем

$$\rho_m = -2M_{Pl}^2 \dot{H}. \quad (8.49)$$

Подставляя (8.49) в уравнение (8.47), найдём, что

$$\ddot{H} = \frac{\beta q - 1}{1 - \alpha q} 3H\dot{H}. \quad (8.50)$$

Таким образом, мы получили уравнение второго порядка для функции $H(t)$. Перейдём от производной по времени к производной по масштабному фактору (будем пока обозначать её штрихом), тогда уравнение (8.50)

примет вид

$$aH'' + \frac{a}{H} H'^2 + H' = \frac{\beta q - 1}{1 - \alpha q} 3H'. \quad (8.51)$$

Последнее уравнение является уравнением второго порядка относительно функции $H(a)$. Заметим, что параметр замедления

$$q = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2} = -1 - \frac{a}{H} H'$$

также является функцией H и H' , следовательно, если $\alpha \neq 0$, то уравнение (8.51) представляет собой трансцендентное дифференциальное уравнение второго порядка, не имеющее аналитического решения. По этой причине мы рассмотрим только случай $\alpha = 0$. Тогда взаимодействие (8.42) примет вид

$$Q = 3\beta qH\rho_m.$$

При $\alpha = 0$ уравнение (8.51) имеет решение вида

$$H(a) = C_{12} \left[3C_{11}(1 + \beta) - (2 + 3\beta) a^{-3(1+\beta)} \right]^{1/(2+3\beta)}, \quad (8.52)$$

где C_{11} и C_{12} — постоянные интегрирования, которые будут определены ниже. Найдём относительную плотность ТМ,

$$\Omega_m \equiv \frac{\kappa^2 \rho_m}{3H^2} = -\frac{2\dot{H}}{3H^2} = -\frac{2aH'}{3H}. \quad (8.53)$$

Подставляя (8.52) в (8.53), получим

$$\Omega_m = \frac{2(1 + \beta)}{2 + 3\beta - 3C_{11}(1 + \beta) a^{3(1+\beta)}}. \quad (8.54)$$

При наложении условий $\Omega_m(a = 1) = \Omega_{m0}$ и $H(a = 1) = H_0$ постоянные интегрирования примут вид

$$C_{11} = \frac{\Omega_{m0}(2 + 3\beta) - 2(1 + \beta)}{3\Omega_{m0}(1 + \beta)}, \quad (8.55)$$

$$C_{12} = H_0 \left[3C_{11}(1 + \beta) - (2 + 3\beta) \right]^{-1/(2+3\beta)}. \quad (8.56)$$

Подставляя выражения (8.55) и (8.56) в (8.52), окончательно найдём

$$E \equiv \frac{H}{H_0} = \left\{ 1 - \frac{2 + 3\beta}{2(1 + \beta)} \Omega_{m0} \left[1 - (1 + z)^{3(1+\beta)} \right] \right\}^{1/(2+3\beta)}. \quad (8.57)$$

В этой модели имеются два свободных параметра, Ω_{m0} и β . Заметим, что при $\beta = 0$ выражение (8.57) сводится к $E(z) = [\Omega_{m0}(1 + z)^3 + (1 - \Omega_{m0})]^{1/2}$, что эквивалентно Λ CDM-модели. Используя соотношение

$$q(z) = -\frac{1+z}{E(z)} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{E(z)} \right) - 1,$$

найдём зависимость параметра замедления от красного смещения в этой модели

$$q(z) = -1 + \frac{3}{2} \Omega_{m0} \frac{(1+z)^{3(1+\beta)}}{E^{2+3\beta}}. \quad (8.58)$$

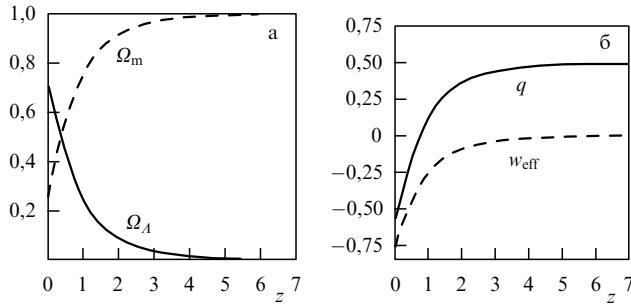


Рис. 4. Ω_m , Ω_A , q и w_{eff} как функции красного смещения z при $\Omega_{m0} = 0,2738$ и $\beta = -0,010$ в случае $Q = 3\beta qH\rho_m$.

Эффективный параметр уравнения состояния, как известно, имеет вид

$$w_{\text{eff}} \equiv \frac{p_{\text{tot}}}{\rho_{\text{tot}}} = \frac{2q - 1}{3}.$$

На рисунке 4 приведены зависимости некоторых космологических параметров от красного смещения z . Свободные параметры Ω_{m0} и β выбраны так, чтобы обеспечивалось наилучшее соответствие с наблюдениями. Можно найти, что в этой модели переход от замедленного расширения ($q > 0$) к ускоренному ($q < 0$) произошёл при $z_t = 0,7489$. Параметр β выбран отрицательным, следовательно, ТМ распадается в ТЭ, когда $z > z_t$, а ТЭ распадается в ТМ при $z < z_t$. При $z = z_t$ взаимодействие в тёмном секторе во Вселенной отсутствует.

8.2.2. Случай $Q = q(a\dot{\rho}_{\text{tot}} + 3\beta H\rho_{\text{tot}})$. Теперь рассмотрим случай (8.43). Действуя так же, как и в случае, представленном в разделе 8.2.1, получим

$$Q = 3M_{\text{Pl}}^2 q H^3 \left(2\alpha \frac{\dot{H}}{H^2} + 3\beta \right). \quad (8.59)$$

Подставляя выражения (8.49) и (8.59) в уравнение (8.8) и сразу переходя к производной по масштабному фактору, найдём

$$aH'' + \frac{a}{H} H'^2 + (4 + 3\alpha q) H' + \frac{9\beta q H}{2a} = 0. \quad (8.60)$$

Как и в разделе 8.2.1, мы получили дифференциальное уравнение второго порядка относительно функции $H(a)$. Аналитическое решение удается найти только при $\alpha = 0$:

$$H(a) = C_{22} a^{-3(2-3\beta+r_1)/8} (a^{3r_1/2} + C_{21})^{1/2}, \quad (8.61)$$

где C_{21} , C_{22} — постоянные интегрирования, $r_1 \equiv \sqrt{4 + \beta(4 + 9\beta)}$. Подставляя (8.61) в (8.53), получим

$$\Omega_m = \frac{1}{4} \left[2 - 3\beta + \left(\frac{2C_{21}}{a^{3r_1/2} + C_{21}} - 1 \right) r_1 \right]. \quad (8.62)$$

Постоянные интегрирования, как обычно, определяются из условий $\Omega_m(a = 1) = \Omega_{m0}$, $H(a = 1) = H_0$:

$$C_{21} = -1 + \frac{2r_1}{2 - 3\beta - 4\Omega_{m0} + r_1}, \quad (8.63)$$

$$C_{22} = H_0(1 + C_{21})^{-1/2}.$$

Окончательно получим

$$E \equiv \frac{H}{H_0} = (1 + z)^{3(2-3\beta+r_1)/8} \left[\frac{(1 + z)^{-3r_1/2} + C_{21}}{1 + C_{21}} \right]^{1/2}. \quad (8.64)$$

В этой модели также имеются два свободных параметра, Ω_{m0} и β . Используя условие $0 \leq \Omega_m \leq 1$ при $a \rightarrow 0$, из (8.62) получим $\beta \geq 0$. Наилучшее соответствие этой модели наблюдательным данным имеет место при $\Omega_{m0} = 0,2701$ и $\beta = 0$. Это означает, что данная модель взаимодействия хуже соответствует наблюдениям, чем Λ CDM-модель. Детальное обсуждение читатель может найти в работе автора рассматриваемой модели [72]. Переход от фазы замедленного расширения ($q > 0$) к фазе ускоренного ($q < 0$) происходит при $z_t = 0,7549$.

8.2.3. Случай $Q = q(a\dot{\rho}_A + 3\beta H\rho_A)$. Наконец, рассмотрим случай (8.44). Сделав выкладки, аналогичные проведённым в разделах 8.2.1, 8.2.2, получим

$$Q = \frac{3\beta q H\rho_A}{1 + \alpha q}. \quad (8.65)$$

Принимая во внимание уравнение (8.49), находим

$$\rho_A = 3M_{\text{Pl}}^2 H^2 - \rho_m = M_{\text{Pl}}^2 (3H^2 + 2\dot{H}). \quad (8.66)$$

Следовательно, уравнение для параметра Хаббла в терминах масштабного фактора будет иметь вид

$$aH'' + \frac{a}{H} H'^2 + \left(4 + \frac{3\beta q}{1 + \alpha q} \right) H' + \frac{9\beta q H}{2a(1 + \alpha q)} = 0. \quad (8.67)$$

Аналитическое решение удаётся получить в случае $Q = 3\beta q H\rho_A$:

$$H(a) = C_{32} a^{-3(2-5\beta+r_2)/[4(2-3\beta)]} (a^{3r_2/2} + C_{31})^{1/(2-3\beta)}, \quad (8.68)$$

где C_{31} , C_{32} — постоянные интегрирования, $r_2 \equiv [(2 - \beta)^2]^{1/2} = |2 - \beta|$. Подставляя (8.68) в (8.53), получим

$$\Omega_m = \frac{1}{2(2 - 3\beta)} \left[2 - 5\beta + \left(\frac{2C_{31}}{a^{3r_2/2} + C_{31}} - 1 \right) r_2 \right]. \quad (8.69)$$

Предполагая, что $\Omega_m(a = 1) = \Omega_{m0}$ и $H(a = 1) = H_0$, находим

$$C_{31} = -1 + \frac{2r_2}{2 - 5\beta + r_2 + 2\Omega_{m0}(3\beta - 2)}, \quad (8.70)$$

$$C_{32} = H_0(1 + C_{31})^{1/(3\beta - 2)}.$$

Окончательно получим

$$E \equiv \frac{H}{H_0} = (1 + z)^{3(2-5\beta+r_2)/[4(2-3\beta)]} \times$$

$$\times \left[\frac{(1 + z)^{-3r_2/2} + C_{31}}{1 + C_{31}} \right]^{1/(2-3\beta)}. \quad (8.71)$$

Эта модель также имеет два свободных параметра, Ω_{m0} , β . Метод максимального правдоподобия для этих параметров и данной модели даёт [72] $\Omega_{m0} = 0,2717$, $\beta = 0,0136$. Анализ наблюдательных данных, проведённый в [72], также свидетельствует в пользу $\beta > 0$, что вступает в противоречие с моделями, рассмотренными в разделах 8.2.1, 8.2.2.

Зависимости параметра замедления и эффективного параметра уравнения состояния практически не отличаются от таковых в случае, рассмотренном в разделе 8.2.1. Нетрудно показать, что переход от фазы замедленного расширения ($q > 0$) к фазе ускоренного ($q < 0$) происходит при $z_t = 0,7398$. Поскольку значение параметра β , полученное из наблюдений, больше нуля, ТЭ распадается в ТМ ($Q > 0$) при $z > z_t$, обратный процесс ($Q < 0$) происходит при $z < z_t$.

9. Определители состояния для взаимодействующей тёмной энергии

Рассмотрим Вселенную, заполненную двумя компонентами: нерелятивистским веществом с пренебрежимо малым давлением, т.е. $p_m \ll \rho_m$, и ТЭ с уравнением состояния $p_{DE} = w\rho_{DE}$, где $w < 0$. ТЭ распадается на ТМ в соответствии с (8.8), (8.9). Для дальнейшего удобства представим взаимодействие между компонентами в виде $Q = -3\Pi H$, где Π — новая величина, имеющая размерность давления. Легко показать, что параметр Хаббла и его первая производная по времени, а следовательно, и параметр замедления не зависят явно от наличия или отсутствия взаимодействия между компонентами, $q = -1 - (\dot{H}/H^2) = (1 + 3w\Omega_{DE})/2$.

Тем не менее, дифференцируя \dot{H} , получим

$$\frac{\ddot{H}}{H^3} = \frac{9}{2} \left(1 + \frac{p_{DE}}{\rho} \right) + \frac{9}{2} \left[w(1+w) \frac{\rho_{DE}}{\rho} - w \frac{\Pi}{\rho} - \frac{\dot{w}}{3H} \frac{\rho_{DE}}{\rho} \right]. \quad (9.1)$$

В отличие от H и \dot{H} , вторая производная \ddot{H} зависит от взаимодействия между компонентами. Следовательно, чтобы иметь возможность различать модели с разными типами взаимодействия или модели со взаимодействием и без него, необходимо проанализировать космологическую динамику Вселенной с рассмотрением параметров, которые зависят от \ddot{H} .

В работах [73, 74] введены два новых параметра (так называемые определители состояния), которые содержат в себе вторую производную от параметра Хаббла по времени:

$$r = \frac{\ddot{a}}{aH^3}, \quad s = \frac{r-1}{3(q-1/2)}. \quad (9.2)$$

В случае взаимодействия в тёмном секторе эти параметры имеют вид

$$r = 1 + \frac{9}{2} \frac{w}{1+\kappa} \left[1 + w - \frac{\Pi}{\rho_{DE}} - \frac{\dot{w}}{3wH} \right], \quad (9.3)$$

где $\kappa \equiv \rho_m/\rho_{DE}$,

$$s = 1 + w - \frac{\Pi}{\rho_{DE}} - \frac{\dot{w}}{3wH}. \quad (9.4)$$

Для моделей без взаимодействия, т.е. при $\Pi = 0$, выражения для параметров r и s сводятся к выражениям, которые были изучены в [73, 74]. Покажем, как с помощью определителей состояния можно анализировать космологические модели, в которых доминирующие компоненты взаимодействуют между собой. Отметим, что третья производная от масштабного фактора, как

правило, необходима для описания любых изменений в общем уравнении состояния космической среды [13]. Это становится очевидным из общего соотношения [74]

$$r - 1 = \frac{9}{2} \frac{\rho + P}{P} \frac{\dot{P}}{\dot{\rho}}, \quad (9.5)$$

где P — полное давление космической среды. В рассматриваемом случае $P \approx p_{DE}$. Так как

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P}{\rho} \right) = \frac{\dot{\rho}}{\rho} \left(\frac{\dot{P}}{\dot{\rho}} - \frac{P}{\rho} \right), \quad (9.6)$$

очевидно, что член взаимодействия в $\dot{P} \approx \dot{p}_{DE} = \dot{w}\rho_{DE} + w\dot{\rho}_{DE}$ в соответствии с (8.8), (8.9) будет дополнительно изменять зависимость общего параметра состояния P/ρ от времени.

В случае, когда в космологических моделях $\kappa \sim 1$ на поздних этапах эволюции Вселенной, проблема совпадений может быть решена строго. По крайней мере, это отношение должно медленно изменяться на временах порядка H^{-1} . Уравнения (8.8), (8.9) в терминах κ примут вид

$$\dot{\kappa} = -3H \left[\left(\frac{\rho_{DE} + \rho_m}{\rho_m \rho_{DE}} \right) \Pi - w \right] \kappa. \quad (9.7)$$

Далее рассмотрим решение уравнения (9.7) в некоторых космологических моделях.

9.1. Скейлинг-решения

В статье [75] показано, что скейлинг-решения (scaling solutions), т.е. решения вида $\rho_m/\rho_{DE} \propto a^{-\xi}$, где ξ — постоянный параметр, лежащий в пределах $[0, 3]$, могут быть получены в случае, когда ТЭ распадается в ТМ. Эти решения представляют интерес, поскольку они дают возможность разрешить проблему совпадений [76]. Действительно, модель с $\xi = 3$ сводится к Λ CDM-модели с $w = -1$ и $\Pi = 0$. В случае $\xi = 0$ отношение плотностей замораживается, $\kappa = \text{const}$, тем самым проблемы совпадений не возникает [77]. Можно показать, что при $w = \text{const}$ взаимодействие, которое позволяет получить скейлинг-решения, находится как

$$\frac{\Pi}{\rho_{DE}} = \left(w + \frac{\xi}{3} \right) \frac{\kappa_0(1+z)^\xi}{1 + \kappa_0(1+z)^\xi}, \quad (9.8)$$

где κ_0 обозначает текущее отношение плотностей энергии. Подставляя (9.8) в выражения (9.3) и (9.4), для определителей состояния получим

$$r = 1 + \frac{9}{2} \frac{w}{1 + \kappa_0(1+z)^\xi} \left[1 + w - \left(w + \frac{\xi}{3} \right) \frac{\kappa_0(1+z)^\xi}{1 + \kappa_0(1+z)^\xi} \right], \quad (9.9)$$

$$s = 1 + w - \left(w + \frac{\xi}{3} \right) \frac{\kappa_0(1+z)^\xi}{1 + \kappa_0(1+z)^\xi}. \quad (9.10)$$

На рисунке 5 представлена функция $r(s)$ для различных значений ξ . Чем меньше ξ , тем ниже лежит соответствующая кривая в $s-r$ -области и тем менее актуальной становится проблема совпадений. Отметим, что качественно эти кривые ничем не отличаются от кривых, построенных для моделей с невзаимодействующими

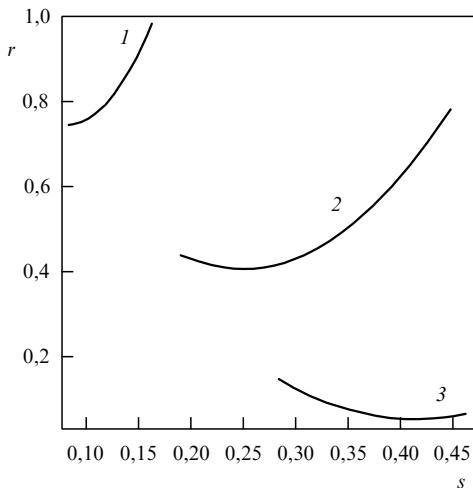


Рис. 5. Пространство $r(s)$ в интервале красного смещения $[0, 6]$ для значений параметра ξ : 2,5 (кривая 1), 1,5 (кривая 2) и 0,5 (кривая 3), при $w = -0,95$ и $\kappa_0 = 3/7$.

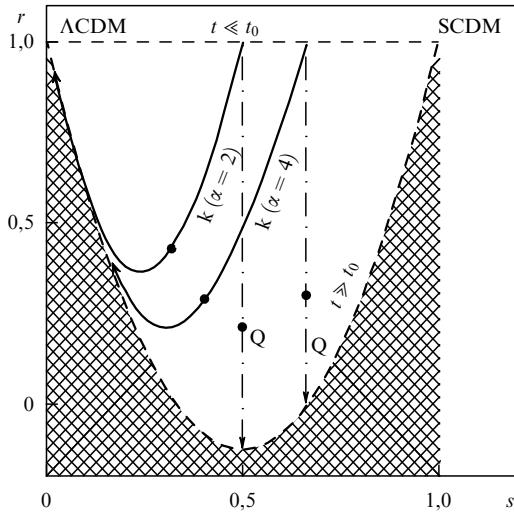


Рис. 6. Определители состояния (r, s) для разных форм ТЭ. В моделях с квантэссенцией (Q) ($w = \text{const} \neq -1$) значение s постоянно, $s = 1 + w$, в то время как r асимптотически уменьшается, стремясь к $r(t \gg t_0) \simeq 1 + (9w/2)(1+w)$. Представлены результаты для двух моделей с квантэссенцией, в которых $w_Q = -0,25, -0,5$; двух моделей с k -эссенцией (k), в которых потенциал скалярного поля имеет вид $V(\phi) \propto \phi^{-\alpha}$, $\alpha = 2, 4$; Λ CDM-модели ($r = 1, s = 0$) и модели с ТМ SCDM (Standard Cold Dark Matter) при отсутствии Λ ($r = 1, s = 1$). Заштрихованная область запрещена для моделей с квантэссенцией и k -эссенцией, которые рассмотрены в [73]. Кружками показаны современные значения определителей состояния (r, s) для Q - и k -моделей при $\Omega_{m0} = 0,3$.

компонентами (рис. 6) [73]. Для сравнения отметим, что Λ CDM-модель ($\Lambda = 0$, $w = -1$) соответствует точке (не показанной на рисунке) $s = 0$, $r = 1$. Для модели со скейлинг-решением найдём текущие значения определителей состояния:

$$r_0 = 1 + \frac{9}{2} \frac{w}{1 + \kappa_0} s_0, \quad s_0 = 1 + w - \left(w + \frac{\xi}{3} \right) \frac{\kappa_0}{1 + \kappa_0}. \quad (9.11)$$

Принимая во внимание, что

$$q_0 = \frac{1}{2} \frac{1 + \kappa_0 + 3w}{1 + \kappa_0}, \quad (9.12)$$

И ВВОДЯ

$$q_{0A} \equiv q_0(w = -1) = -\frac{1}{2} \frac{2 - \kappa_0}{1 + \kappa_0} \Leftrightarrow \frac{3}{2} \frac{\kappa_0}{1 + \kappa_0} = 1 + q_{0A}, \quad (9.13)$$

мы можем классифицировать различные модели по их зависимости $s_0(q_0)$, которая имеет вид

$$s_0 = \frac{2}{3} \left[(q_0 - q_{0A}) + \left(\frac{\xi}{3} - 1 \right) (1 + q_{0A}) \right]. \quad (9.14)$$

В правой части (9.14) разность $q_0 - q_{0A}$ показывает, на сколько значение w в рассматриваемой модели отличается от аналогичного значения в СКМ, слагаемое $(\xi/3 - 1)(1 + q_{0A})$ отвечает за отклонение от $\xi = 3$. Для моделей с $w = -1$, т.е. для моделей, в которых $q_0 = q_{0A}$, имеем

$$s_0 = \frac{2}{3} \left(\frac{\xi}{3} - 1 \right) (1 + q_{0A}).$$

Значение $\xi = 3$ соответствует Λ CDM-модели с $s_0 = 0$. При $\kappa_0 = 3/7$ имеем $s_0(\xi = 1) = -0,2$, в то же время $s_0(\xi = 0) = -0,3$. Аналогичные соображения справедливы и для других значений w . Таким образом, с помощью параметра s_0 можно различать космологические модели со скейлинг-решениями, которые имеют один и тот же параметр замедления.

10. Голографическая динамика — энтропийное ускорение

В разделах 2–9 мы познакомились с описанием динамики Вселенной на основе ОТО и некоторых её обобщений. Теперь покажем, что существует принципиально другой подход, позволяющий как воспроизвести достижения традиционного описания, так и разрешить ряд проблем, с которыми оно столкнулось.

Традиционная точка зрения предполагала, что доминирующую часть степеней свободы нашего мира составляют поля, заполняющие пространство. Постепенно, однако, стало понятным, что такая оценка затрудняет построение теории квантовой гравитации: для придания смысла последней требуется обрезание всех входящих в теорию интегралов на малых расстояниях. Как следствие, наш мир следует описывать на трёхмерной дискретной решётке с периодом порядка планковской длины. В последнее время часть физиков придерживается ещё более радикальной точки зрения: полное описание природы требует не трёхмерной, а только двумерной решётки, расположенной на пространственной границе нашего мира. Такой подход основывается на так называемом голографическом принципе [78–85]. Название принципа связано с оптической голограммой, представляющей собой двумерную запись трёхмерного объекта.

Голографический принцип состоит из двух основных утверждений:

1) вся информация, содержащаяся в некой области пространства, может быть "записана" (представлена) на границе этой области;

2) теория на границах исследуемой области пространства должна содержать не более одной степени

свободы на планковскую площадь,

$$N \leq \frac{Ac^3}{G\hbar}. \quad (10.1)$$

Таким образом, центральное место в голографическом принципе занимает предположение о том, что вся информация о Вселенной может быть закодирована на некоторой двумерной поверхности — голографическом экране. Такой подход приводит к возможности новой интерпретации космологического ускорения и совершенно новому представлению о гравитации. Гравитация понимается как энтропийная сила, вызываемая изменением информации, связанной с положениями материальных тел. Более точно, количество информации, связанное с материей и её положением, измеряется в терминах энтропии. Связь между энтропией и информацией состоит в том, что изменение информации I представляет собой отрицательное изменение энтропии S , $\Delta I = -\Delta S$. Изменение энтропии при смещении материи приводит к так называемой энтропийной силе, которая имеет вид гравитационной силы. Происхождение энтропийной силы, следовательно, обусловлено универсальной тенденцией любой микроскопической теории максимизировать энтропию. Динамика может быть построена в терминах изменения энтропии, и она не зависит от деталей микроскопической теории. В частности, не имеется фундаментального поля, которое ассоциируется с энтропийной силой. Энтропийные силы типичны для макроскопических систем, таких как коллоиды или биофизические системы. Большие колloidные молекулы, взвешенные в тепловом окружении частиц меньшего размера, испытывают энтропийные силы. Другое явление, управляемое энтропийными силами, — осмос.

Вероятно, наиболее известный пример проявления энтропийной силы — упругость полимерной молекулы. Отдельная полимерная молекула может быть представлена как объединение многих мономеров с фиксированной длиной. Каждый мономер может свободно вращаться вокруг точки прикрепления и выбирать любое пространственное направление. Каждая из таких конфигураций имеет одну и ту же энергию. Когда полимерная молекула погружается в тепловой резервуар, она стремится свернуться в кольцо, поскольку такая конфигурация энтропийно предпочтительна: конфигураций, в которых полимерная молекула является короткой, намного больше, чем тех, в которых она растянута. Статистическая тенденция перейти в состояние с максимальной энтропией транслируется в макроскопическую силу, в рассматриваемом случае — в упругую силу.

Рассмотрим малую область голографического экрана и частицу массой m , приближающуюся к ней. Согласно голографическому принципу, частица влияет на количество информации (и, следовательно, на энтропию), которое запасено на экране. Естественно предположить, что изменение энтропии вблизи экрана линейно по смещению Δx ,

$$\Delta S = 2\pi k_B \frac{mc}{\hbar} \Delta x. \quad (10.2)$$

Множитель 2π введён из соображений удобства. Для того чтобы понять, почему величина ΔS пропорциональна массе, представим, что частица расщепилась на две или более частиц с меньшей массой. Каждая из

частиц тогда переносит собственное изменение энтропии при сдвиге на Δx . Так как энтропия аддитивна, а в космологическом контексте массу также можно считать аддитивной, естественно, что энтропия пропорциональна массе. В силу первого закона термодинамики энтропийная сила, связанная с изменением информации, подчиняется соотношению

$$F\Delta x = T\Delta S. \quad (10.3)$$

Если нам известен градиент энтропии (его можно найти, используя (10.2)), то, зная температуру экрана, мы можем вычислить энтропийную силу. Как известно, наблюдатель, движущийся с ускорением a , ощущает температуру [86] (температуру Унру),

$$k_B T = \frac{1}{2\pi} \frac{\hbar}{c} a. \quad (10.4)$$

Предположим, что полная энергия системы E равномерно распределена по всем N битам информации на голографическом экране. Температура тогда определяется как средняя энергия на бит,

$$E = \frac{1}{2} N k_B T. \quad (10.5)$$

Формулы (10.1)–(10.5) позволяют построить голографическую динамику и как частный случай — динамику Вселенной, не используя понятия гравитации. Такая интерпретация голографического принципа принадлежит Э. Верлинде [87].

Изложенная выше идеология в значительной мере основана на успешном описании физики чёрных дыр [88–91]. На первый взгляд, между крайне разрежённой Вселенной с плотностью $\rho \sim 10^{-29}$ г см⁻³ и "типичной" чёрной дырой звёздной массы с критической плотностью $\rho \sim 10^{14}$ г см⁻³ ($M = 10M_\odot$) нет ничего общего. Однако ситуация резко меняется при переходе к более массивным чёрным дырам. Так как $r_g \propto M$, критическая плотность чёрной дыры $\rho \propto M^{-2}$. Масса чёрных дыр в ядрах галактик может достигать значений до $10^{10} M_\odot$, а их гравитационный радиус может примерно в пять раз ($r_g \sim 3 \times 10^{15}$ см) превышать размеры Солнечной системы. Критическая плотность в этом случае $\rho \sim 10^{-4}$ г см⁻³, что почти на порядок меньше плотности воздуха ($1,3 \times 10^{-3}$ г см⁻³). Оценим, насколько параметры наблюдаемой Вселенной близки к параметрам чёрной дыры. Массу наблюдаемой Вселенной оценим, используя в качестве её радиального размера хаббловский радиус H^{-1} . Масса, заключённая внутри хаббловской сферы, имеет вид

$$M_{\text{univ}} = \frac{4\pi}{3} R_H^3 \rho. \quad (10.6)$$

Для плоской, ограниченной хаббловским радиусом части Вселенной (как мы неоднократно отмечали, отклонения от плоскости малы), в качестве ρ разумно выбрать критическую плотность (3.3) $\rho = 3M_{\text{Pl}}^2 H^2$, тогда (10.6) примет вид

$$M_{\text{univ}} = \frac{R_H}{2G}.$$

Подставляя это значение массы в выражение для гравитационного радиуса Вселенной $r_g = 2GM_{\text{univ}}$, найдём

$$r_g = R_H. \quad (10.7)$$

К результату (10.7) по многим причинам следует относиться только как к оценке, однако эта оценка явно благоприятствует применению аргументации, разработанной для чёрных дыр, к наблюдаемой Вселенной. Заметим, что для Солнца отношение физического радиуса $R_\odot = 695\,500$ км к гравитационному $r_{g\odot} = 3$ км составляет более пяти порядков.

Отождествляя голографический экран с хаббловской сферой, имеющей радиус $R = H^{-1}$ (что справедливо для плоской Вселенной), и используя голографический принцип, попробуем воспроизвести уравнения Фридмана, не прибегая ни к уравнениям Эйнштейна, ни к ньютоновской динамике. Голографический экран площадью $A = 4\pi R^2$ несёт информацию (максимальную) $N = 4\pi R^2 / L_{\text{Pl}}^2$ бит. Изменение количества информации dN за время dt , связанное с расширением Вселенной, $R \rightarrow R + dR$, выражается в виде

$$dN = \frac{dA}{L_{\text{Pl}}^2} = \frac{8\pi R}{L_{\text{Pl}}^2} dR.$$

Здесь $c = k_B = 1$. Изменение хаббловского радиуса приведёт к изменению температуры Хокинга ($T = \hbar/(2\pi R)$),

$$dT = -\frac{\hbar}{2\pi R^2} dR.$$

Из закона равнораспределения следует

$$dE = \frac{1}{2} N dT + \frac{1}{2} T dN = \frac{\hbar}{L_{\text{Pl}}^2} dR = \frac{dR}{G}, \quad (10.8)$$

где $L_{\text{Pl}}^2 = \hbar G/c^3$. Величину dR можно представить в виде

$$dR = -H\dot{H}R^3 dt. \quad (10.9)$$

С другой стороны, поток энергии через хаббловскую сферу может быть вычислен, если известен тензор энергии-импульса субстанции, заполняющей Вселенную. Считая эту субстанцию идеальной жидкостью и учитывая $T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + pg_{\mu\nu}$, получим

$$dE = A(\rho + p) dt. \quad (10.10)$$

Сопоставляя (10.8) и (10.10), с учётом (10.11) найдём

$$\dot{H} = -\frac{1}{2M_{\text{Pl}}^2}(\rho + p).$$

Хорошо известно, что система уравнений

$$\dot{H} = -\frac{1}{2M_{\text{Pl}}^2}(\rho + p), \quad \dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (10.11)$$

эквивалентна системе (3.1а), (3.1б). Следовательно, поставленная цель достигнута. Заметим, что ещё в 1995 г. была решена более общая задача [92]: на основе термодинамических соображений были получены урав-

нения Эйнштейна. Этот важный результат следует из пропорциональности энтропии площади горизонта и предположения, что соотношение (10.4) справедливо для каждого ускоренно движущегося наблюдателя, находящегося внутри своего причинного горизонта, если под температурой T понимать температуру Унру.

Вывод уравнений Фридмана из голографического принципа — безусловно, важный результат, однако он представляет собой всего лишь воспроизведение хорошо известного. Возникает естественный вопрос: можно ли на основе этого принципа развить новый подход к описанию динамики Вселенной? Если да, то можно ли в рамках нового подхода преодолеть неразрешимые трудности традиционного подхода? Начнём с логической схемы, на которой основывается голографическая динамика Вселенной.

Наиболее важное наблюдение в космологии после открытия Хаббла — обнаружение в 1998 г. ускоренного расширения Вселенной. Огромное число последующих наблюдений подтвердило этот факт. Однако не прекращаются попытки опровергнуть это заключение, базирующиеся в основном на крайне искусственных допущениях *ad hoc*, противоречащих космологическому принципу. Если считать ускоренное расширение твёрдо установленным фактом, то этот феномен следует интерпретировать с минимальным числом дополнительных предположений. Наиболее популярный в настоящее время подход — включение в уравнение Фридмана дополнительного слагаемого, получившего название тёмной энергии. Включение ТЭ приводит к плодотворной Стандартной космологической модели. Однако природа ТЭ остаётся неизвестной. Голографическая динамика представляет альтернативную схему описания эволюции Вселенной. В рамках этой схемы в уравнения ОТО вводятся дополнительные члены, связанные с вкладом поверхностных слагаемых, которыми пренебрегали в традиционном подходе. Такая идеология соответствует духу голографического принципа, основанному на особой роли поверхности. В таком сценарии вообще отсутствует понятие тёмной энергии. Её заменяет действующая на горизонт энтропийная сила, приводящая к ускоренному расширению Вселенной. Рассмотрим этот сценарий более подробно.

При построении любой теории поля стандартным подходом является получение уравнений движения исходя из некоторого эффективного действия, соответствующего тому масштабу энергии, который характерен для описываемого этой теорией явления. ОТО не является исключением из правил. Уравнения движения ОТО получаются посредством вариации действия по динамическим переменным, входящим в эффективное действие. Стандартным приёмом, позволяющим вычислить интегралы, получающиеся при вариации действия, является интегрирование по частям, которое даёт возможность выделить полные производные, содержащие вариацию динамической переменной. При этом предполагается, что граничные условия заданы, следовательно, исчезают вариации динамических переменных и соответствующие полные производные не влияют на уравнения движения. В голографической физике основное действие разворачивается именно на поверхности и предположение о фиксированности граничных условий кажется не вполне обоснованным. Естественно, напрашивается вывод о необходимости учёта вклада степеней

свободы голографического экрана в виде поверхностных слагаемых.

Покажем, что рассмотрение граничных членов в действии Эйнштейна–Гильberta эквивалентно введению в стандартные уравнения Эйнштейна ненулевого тензора энергии-импульса. Действие для гравитационного поля имеет вид

$$S_{\text{EH}} = -\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} R. \quad (10.12)$$

Варьируя это действие по метрике $g_{\mu\nu}$ в компактной области Ω , получим

$$\delta \int_{\Omega} d^4x \sqrt{-g} R = \int_{\Omega} d^4x \sqrt{-g} \left[(g^{\mu\nu} \nabla^2 \delta g_{\mu\nu} - \nabla^\mu \nabla^\nu \delta g_{\mu\nu}) - \left(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R \right) \delta g_{\mu\nu} \right], \quad (10.13)$$

где $\nabla^2 = g^{z\beta} \nabla_z \nabla_\beta$. Полная производная в (10.13) может быть представлена в виде вклада границы области $\partial\Omega$, на которой эти вклады не исчезают. Для того чтобы получить уравнения Эйнштейна из принципа наименьшего действия, не содержащего граничных слагаемых, к действию Эйнштейна–Гильберта необходимо добавить некоторый функционал, компенсирующий вклад полных производных в (10.13). Обозначим этот функционал как $S_{\text{boundary}}[g]$. Полное действие тогда будет иметь вид

$$S = -\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} \int_{\Omega} d^4x \sqrt{-g} R + S_{\text{boundary}}[g] + S_{\text{source}}, \quad (10.14)$$

где S_{source} — возможные источники гравитационного поля, связанные с полями материи. Вариация функционала $S_{\text{boundary}}[g]$, таким образом, выражается как

$$\delta S_{\text{boundary}}[g] = -\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} \int_{\Omega} d^4x \sqrt{-g} (g^{\mu\nu} \nabla^2 \delta g_{\mu\nu} - \nabla^\mu \nabla^\nu \delta g_{\mu\nu}). \quad (10.15)$$

В контексте голографической физики, где решающую роль играют границы, функционал $S_{\text{boundary}}[g]$ можно трактовать как действие голографической ТЭ. Уравнения Эйнштейна, включающие в себя вклад полей материи и граничных слагаемых, имеют вид

$$\begin{aligned} R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R &= \frac{1}{M_{\text{Pl}}^2} (T_{\text{source}}^{\mu\nu} + T_{\text{boundary}}^{\mu\nu}), \\ T_{\text{source}}^{\mu\nu} &= -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{\text{source}}}{\delta g_{\mu\nu}}, \quad T_{\text{boundary}}^{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{\text{boundary}}}{\delta g_{\mu\nu}}. \end{aligned} \quad (10.16)$$

Заметим, что в случае плоского пространства, когда $g_{\mu\nu} = 0$, граничное действие $S_{\text{boundary}}[g] = 0$ и уравнения Эйнштейна принимают стандартный вид. Заметим также, что такая модификация уравнений Эйнштейна не разрушает общей структуры уравнений, что обусловливает, как следствие, сохранение структуры уравнений Фридмана.

Появление дополнительных слагаемых в уравнениях Эйнштейна требует "голографической коррекции" уравнений Фридмана. Такую коррекцию проще всего осуществить, добавив во второе уравнение Фридмана энтропийную силу [93]. Структуру энтропийного слагаемого

можно восстановить исходя из размерных соображений:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_{\text{Pl}}^2} (\rho + 3p) + \frac{a_e}{L_b}. \quad (10.17)$$

Здесь $a_e = F_e/m$ — ускорение, вызванное энтропийной силой, L_b — масштаб длины, определяемый положением голографического экрана. При выборе в качестве голографического экрана хаббловской сферы этот масштаб длины совпадает с хаббловским радиусом, $L_b = R_H = H^{-1}$. Энтропийное ускорение может быть выражено через температуру голографического экрана T_b ,

$$a_e = \frac{F_e}{m} = T_b \frac{\Delta S}{\Delta x} \frac{1}{m} = 2\pi T_b. \quad (10.18)$$

Согласуется ли рассматриваемая схема по крайней мере с основными наблюдениями? Как мы видели, в СКМ абсолютная величина космологического ускорения хаббловской сферы $\dot{V} \simeq 4 \times 10^{-10} \text{ м с}^{-2}$. Оценим эту величину в голографическом подходе.

Естественно приписать голографическому экрану температуру Унру, $T_b = T_U$. Связем эту температуру с температурой излучения Хокинга T_H ,

$$T_H = \frac{\hbar}{8\pi k_B GM} = \frac{\hbar g}{2\pi k_B}, \quad (10.19)$$

где g — ускорение свободного падения на хаббловской сфере. Сравнивая (10.19) с выражением для температуры Унру

$$T_U = \frac{\hbar a}{2\pi k_B}, \quad (10.20)$$

получим

$$T_H = T_U(a = g). \quad (10.21)$$

Таким образом, температура излучения Унру совпадает с температурой излучения Хокинга, но зависит не от поверхностной гравитации (ускорения свободного падения), а от ускорения системы отсчёта. Вследствие принципа эквивалентности ускорение свободного падения на хаббловской сфере равно ускорению системы отсчёта, которое мы можем найти. Рассматривая хаббловскую сферу как аналог горизонта событий чёрной дыры, мы можем представить (10.19) в виде

$$T_H = \frac{\hbar}{k_B} \frac{H}{2\pi} \sim 3 \times 10^{-30} \text{ К}. \quad (10.22)$$

Сравнивая (10.22) с (10.20), найдём, что ускорение хаббловской сферы составляет

$$a_H = H \simeq 10^{-9} \text{ м с}^{-2}. \quad (10.23)$$

Последний результат находится в хорошем качественном согласии с результатом, полученным в СКМ.

Разумеется, достоинство любой новой модели стоит не столько в воспроизведении результатов предшествующих моделей (это всего лишь обязательная программа), сколько в решении проблем, недоступных для моделей-предшественников. С этой точки зрения го-

лографическая динамика является перспективной, так как она порождает надежду на решение двух основных проблем СКМ — проблемы космологической константы и проблемы совпадений. Заметим, что энтропийная интерпретация гравитации, как и голографический принцип, вызвала большой резонанс в физическом сообществе, однако в настоящее время этот подход не является общепринятым. В частности, в работах Кобахидзе [94, 95] указаны противоречия, к которым приводит энтропийная трактовка гравитации.

Начнём с первой проблемы. Проблема космологической константы состоит в гигантском отлинии (на 120 порядков) наблюдаемой плотности ТЭ в форме космологической константы от её "ожидаемого" значения. Ожидания основаны на достаточно естественных предположениях о параметре обрезания интеграла, представляющего собой плотность нулевых колебаний вакуума. Голографический принцип позволяет заменить "естественные предположения" более строгими количественными оценками.

10.1. Вселенная с голографической тёмной энергией

В любой эффективной, определённой в пространственной области с характерным размером L квантовой теории поля, использующей ультрафиолетовое обрезание Λ , энтропия системы имеет вид $S \propto \Lambda^3 L^3$. Например, фермионы, размещённые в узлах пространственной решётки с характерным размером L и периодом Λ^{-1} , находятся в одном из $2^{(L\Lambda)^3}$ состояний. Следовательно, энтропия такой системы $S \propto \Lambda^3 L^3$. Согласно голографическому принципу, последняя величина должна удовлетворять неравенству [96]

$$L^3 \Lambda^3 \leq S_{\text{ВН}} \equiv \frac{1}{4} \frac{A_{\text{ВН}}}{l_{\text{Pl}}^2} = \pi L^2 M_{\text{Pl}}^2, \quad (10.24)$$

где $S_{\text{ВН}}$ — энтропия чёрной дыры, $A_{\text{ВН}}$ — площадь поверхности горизонта событий чёрной дыры, которая в простейшем случае совпадает с поверхностью шара радиусом L . Таким образом, соотношение (10.24) показывает, что величину инфракрасного (ИК) обрезания нельзя выбирать независимо от величины ультрафиолетового (УФ) обрезания.

Мы получили важный результат [96]: в рамках голографической динамики величина ИК-обрезания жёстко связана с величиной УФ-обрезания. Другими словами, физика на малых УФ-масштабах зависит от физических параметров на больших ИК-масштабах. В частности, в случае, когда неравенство (10.24) стремится к точному равенству,

$$L \sim \Lambda^{-3} M_{\text{Pl}}^2. \quad (10.25)$$

Эффективные теории поля с УФ-обрезанием (10.25) обязательно включают в себя множество состояний, имеющих гравитационный радиус, превышающий размер области, в которой определена теория. Другими словами, для любого параметра обрезания существует достаточно большой объём, в котором энтропия в квантовой теории поля превзойдёт предел Бекенштейна. Для того чтобы проверить это, заметим, что обычно эффективная квантовая теория поля должна быть способна описывать систему при температуре $T \leq \Lambda$. До тех пор пока $T \gg 1/L$, эта система имеет тепловую энергию

5*

$M \sim L^3 T^4$ и энтропию $S \sim L^3 T^3$. Условие (10.24) удовлетворяется при $T \leq (M_{\text{Pl}}^2/L)^{1/3}$, что отвечает гравитационному радиусу $r_g \sim L(LM_{\text{Pl}}) \gg L$. Для того чтобы преодолеть эту трудность, предполагают [96] ещё более жёсткое ограничение на ИК-обрезание, $L \sim \Lambda^{-1}$, которое исключает все состояния, находящиеся в пределах их гравитационных радиусов. Учитывая, что

$$\rho_{\text{vac}} \approx \frac{\Lambda^4}{16\pi^2}, \quad (10.26)$$

условие (10.24) можно переписать в виде

$$L^3 \rho_{\Lambda} \leq LM_{\text{Pl}}^2 \equiv 2M_{\text{ВН}}, \quad (10.27)$$

где $M_{\text{ВН}}$ — масса чёрной дыры с гравитационным радиусом L . Таким образом, полная энергия, заключённая в области размером L , по порядку величины не превышает массы чёрной дыры того же размера. Это следствие удивительным образом согласуется с выражением (10.7) при условии отождествления масштаба ИК-обрезания с хаббловским радиусом H^{-1} , кроме того, такой выбор логичен в контексте космологии.

В интересующем нас космологическом аспекте, постулируя, что полная энергия, заключённая в области размером L , не должна превышать массы чёрной дыры того же размера, т.е.

$$L^3 \rho_{\Lambda} \leq M_{\text{ВН}}, \quad (10.28)$$

мы естественным образом воспроизведём связь малых и больших масштабов. В случае нарушения неравенства (10.28) Вселенная состояла бы только из чёрных дыр. Применяя это соотношение ко Вселенной в целом, естественно отождествить ИК-масштаб с хаббловским радиусом H^{-1} . Тогда для верхней границы плотности энергии получим

$$\rho_{\Lambda} \sim L^{-2} M_{\text{Pl}}^2 \sim H^2 M_{\text{Pl}}^2. \quad (10.29)$$

Величину ρ_{Λ} принято называть голографической ТЭ. В дальнейшем будем обозначать плотность ТЭ как ρ_{DE} . Учитывая, что

$$M_{\text{Pl}} \simeq 1,2 \times 10^{19} \text{ ГэВ}, \quad H_0 \simeq 1,6 \times 10^{-42} \text{ ГэВ},$$

найдём

$$\rho_{\text{DE}} \sim 10^{-46} \text{ ГэВ}^4. \quad (10.30)$$

Последняя величина хорошо согласуется с наблюдаемым значением плотности ТЭ $\rho_{\text{DE}} \simeq 3 \times 10^{-47} \text{ ГэВ}^4$. Таким образом, проблема космологической константы в рамках голографической динамики отсутствует.

Хотя значение плотности ТЭ получается правильное, при выборе в качестве ИК-масштаба хаббловского радиуса возникает проблема с уравнением состояния: в этом случае голографическая ТЭ не обеспечивает ускоренного расширения Вселенной [97], в чём легко убедиться с помощью следующих простых соображений.

Рассмотрим Вселенную, состоящую из голографической ТЭ с плотностью, задаваемой соотношением (10.29), и материи. В этом случае $\rho = \rho_{\text{DE}} + \rho_m$. Из первого уравнения Фридмана следует, что $\rho \propto H^2$. Если

$\rho_{\text{DE}} \propto H^2$, то динамическое поведение голографической ТЭ и поведение ТМ совпадают, следовательно, ускоренное расширение невозможно. Если первоначально во Вселенной доминировала материя, то фактически введённая с помощью (10.29) ТЭ является следящим решением, так как она воспроизводит динамику доминирующего компонента. Существование в рамках голографических моделей следящих решений даёт надежду на решение проблемы совпадений, но противоречит наблюдаемой динамике Вселенной.

Для того чтобы голографическая ТЭ обеспечивала ускоренное расширение Вселенной, попробуем использовать в качестве ИК-обрезания пространственные масштабы, отличные от хаббловского радиуса. Первое, что приходит на ум, — заменить хаббловский радиус горизонтом частиц R_p ,

$$R_p = a \int_0^t \frac{dt}{a} = a \int_0^a \frac{da}{Ha^2}. \quad (10.31)$$

К сожалению, такая замена не приводит к желаемому результату. Убедимся в этом, вначале опять используя модель Вселенной с доминированием материи. В силу принципа причинности влияние гравитации не может распространяться на области, расстояние между которыми превосходит размер причинного горизонта. Следовательно, плотность вакуумной энергии, входящей в уравнения Фридмана, не может быть произвольной функцией L . В эпоху доминирования материи причинный горизонт (горизонт частиц) возрастает как $a^{3/2}$, поэтому $\rho_{\text{DE}}(L) \sim a^{-3}$. Так как $\rho(t) \sim a(t)^{-3(1+w)}$, отсюда немедленно следует, что для голографической ТЭ с ИК-обрезанием на горизонте частиц $w = 0$, и мы опять приходим к явному противоречию с наблюдениями. Представим плотность голографической ТЭ в виде [97]

$$\rho_{\text{DE}} = 3b^2 M_{\text{Pl}}^2 L^{-2}. \quad (10.32)$$

Коэффициент $3b^2$ ($b > 0$) введен для удобства, а под M_{Pl} ниже будем понимать приведенную планковскую массу, $M_{\text{Pl}}^{-2} = 8\pi G$. В эпоху доминирования этого вида голографической ТЭ первое уравнение Фридмана, учитывая (10.32), можно переписать в виде

$$R_p H = b, \quad (10.33)$$

откуда непосредственно следует

$$\frac{1}{Ha^2} = b \frac{d}{da} \left(\frac{1}{Ha} \right), \quad (10.34)$$

что даёт возможность найти зависимость этого вида голографической ТЭ от масштабного фактора

$$\rho_{\text{DE}} = 3\alpha^2 M_{\text{Pl}}^2 a^{-2(1+1/b)}, \quad (10.35)$$

и получить параметр уравнения состояния

$$w = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3b} > -\frac{1}{3}. \quad (10.36)$$

Убедимся теперь, что обнаруженная проблема сохраняется и в случае Вселенной с доминированием голографической ТЭ. Делая в (10.32) замену $L \rightarrow R_h$, получим

первое уравнение Фридмана в виде

$$R_h H = b, \quad (10.37)$$

что опять приводит нас к соотношению (10.34), откуда следует

$$H^{-1} = \alpha a^{1+1/b}, \quad (10.38)$$

где α — константа. Так как $R_h = bH^{-1}$, а $\rho_A = 3b^2 M_{\text{Pl}}^2 R_h^{-2}$, отсюда

$$\rho_{\text{DE}} = 3\alpha^2 M_{\text{Pl}}^2 a^{-2(1+1/b)}. \quad (10.39)$$

Как найти параметр w в уравнении состояния, если известна зависимость $\rho = f(a)$? Можно, например, поступить следующим образом. Воспользуемся уравнением сохранения

$$\dot{\rho} + 3H\rho(1+w) = 0. \quad (10.40)$$

В случае $\rho = f(a)$ оно принимает вид

$$f'(a)\dot{a} + 3Hf(a)(1+w) = 0. \quad (10.41)$$

Отсюда

$$w = -\frac{1}{3} \frac{f'(a)}{f(a)} a - 1 = -\frac{1}{3} \frac{d \ln f(a)}{da} a - 1. \quad (10.42)$$

Легко убедиться в том, что для известных случаев материи $\rho \propto a^{-3}$, излучения $\rho \propto a^{-4}$ и космологической константы $\rho = \text{const}$ мы получаем правильные значения: $w = 0, 1/3, -1$ соответственно. Из (10.42) следует выражение для w (10.36). Таким образом, этот вид энергии не заслуживает звания "тёмной энергии", так как не выполняет её основной функции — обеспечивать ускоренное расширение Вселенной. Корень трудностей связан с тем, что, как следует из (10.34), производная $d/da(H^{-1}/a) > 0$. Чтобы получить ускоряющуюся Вселенную, следует "замедлить" возрастание масштаба ИК-обрезания. Оказывается [98], что этого можно добиться, заменив горизонт частиц горизонтом событий. Напомним, что размер области пространства, испущенные из которой в момент времени t сигналы достигнут неподвижного наблюдателя в сколь угодно далёком будущем,

$$R_e = a(t) \int_t^\infty \frac{dt'}{a(t')} . \quad (10.43)$$

Опять предполагая, что ТЭ доминирует, и решая первое уравнение Фридмана в виде

$$\int_a^\infty \frac{da}{Ha^2} = \frac{b}{Ha}, \quad (10.44)$$

найдём

$$\rho_{\text{DE}} = 3b^2 M_{\text{Pl}}^2 R_e^{-2} = 3\alpha^2 M_{\text{Pl}}^2 a^{-2(1-1/b)}, \quad (10.45)$$

или $w = -1/3 - 2/3b < -1/3$. Мы получили компонент, который ведёт себя как ТЭ, т.е. обеспечивает ускоренное расширение Вселенной. Если $b = 1$, то этот компонент ведёт себя как космологическая константа. Если $b < 1$, то

$w < -1$. Такое значение w в традиционном подходе отвечало фантомной модели.

Выше мы исследовали свойства голографической ТЭ в двух предельных случаях: доминирования материи и доминирования ТЭ. Рассмотрим теперь ситуацию общего положения, т.е. динамику Вселенной при произвольном соотношении между плотностями обоих компонентов [99]. Для простоты ограничимся случаем плоской Вселенной и используем в качестве масштаба ИК-обрезания радиус горизонта событий R_e . Вводя относительную плотность голографической ТЭ $\Omega_{DE} = \rho_{DE}/\rho_{cr}$ ($\rho_{cr} = 3M_{Pl}^2 H^2$), представим (10.32) при $L = R_e$ в виде

$$HR_e = \frac{b}{\sqrt{\Omega_{DE}}} . \quad (10.46)$$

Разумеется, при $\Omega_{DE} = 1$ и замене $R_e \rightarrow R_h$ уравнение (10.46) переходит в (10.37). Взяв производную по времени от обеих частей (10.43), получим

$$\dot{R}_e = HR_e - 1 = \frac{b}{\sqrt{\Omega_{DE}}} - 1 . \quad (10.47)$$

Из определения (10.32) следует, что

$$\frac{d\rho_{DE}}{dt} = -6b^2 M_{Pl}^2 R_e^{-3} \dot{R}_e = -2H \left(1 - \frac{\sqrt{\Omega_{DE}}}{b} \right) \rho_{DE} . \quad (10.48)$$

В силу закона сохранения энергии

$$\frac{d}{da}(a^3 \rho_{DE}) = -3a^2 p_{DE} , \quad (10.49)$$

отсюда

$$p_{DE} = -\frac{1}{3} \frac{d\rho_{DE}}{d \ln a} - \rho_{DE} . \quad (10.50)$$

Следовательно, уравнение состояния имеет вид

$$w_{DE} = \frac{p_{DE}}{\rho_{DE}} = -\frac{1}{3} \frac{d \ln \rho_{DE}}{d \ln a} - 1 = -\frac{1}{3} \left(1 + \frac{2}{b} \sqrt{\Omega_{DE}} \right) . \quad (10.51)$$

Мы использовали соотношение $d \ln a = H dt$. Этот результат может быть получен без вычисления давления p_A с помощью соотношения (10.41). Полученное выражение для w_{DE} является следствием определения голографической ТЭ (10.32), поэтому оно не зависит от других компонентов энергии. Из этого результата следует, что $w_{DE} \simeq -1/3$, если доминируют другие компоненты энергии, и $w_{DE} = -(1/3)(1 + 2/b)$, если доминирует ТЭ. Последний результат совпадает с выражением (10.42), полученным для Вселенной, заполненной только голографической ТЭ.

На первый взгляд, мы выполнили поставленную задачу. Голографическая ТЭ с плотностью (10.32), с одной стороны, обеспечивает соответствие между наблюдаемой плотностью и теоретической оценкой, а с другой стороны, приводит к уравнению состояния, генерирующему ускоренное расширение Вселенной. Однако голографическая ТЭ с горизонтом событий в качестве масштаба ИК-обрезания всё ещё не решает всех проблем, связанных с принципом причинности: согласно определению горизонта событий, динамика голографической

ТЭ зависит от будущей эволюции масштабного фактора. Такую зависимость трудно назвать причинно-следственной.

В поиске путей выхода из тупика снова обратимся к проблеме космологической константы, которая состоит в гигантской пропасти между теоретическими оценками и наблюдаемым значением плотности ТЭ. Простейший вариант ТЭ — космологическая константа, которая связана с вакуумным средним квантованных полей и может быть измерена с помощью гравитационных экспериментов. Следовательно, проблема космологической константы — это проблема квантовой гравитации. Хотя полная теория квантовой гравитации отсутствует, объединение квантовой механики и ОТО может пролить свет на эту проблему.

С первых дней возникновения квантовой механики концепция измерений (реальных или мысленных) играла фундаментальную роль для понимания физической реальности. ОТО утверждает, что законы классической физики могут быть верифицированы без ограничения точности. Обнаруженная выше связь между макроскопическими (ИК) и микроскопическими масштабами диктует необходимость более глубокого анализа процесса измерений. Соотношение неопределённостей в комбинации с ОТО порождает фундаментальный масштаб пространства-времени — планковскую длину $L_{Pl} \sim 10^{-33}$ см.

Существование фундаментальной длины критическим образом сказывается на процессе измерения [100]. Предположим, что существует фундаментальная длина L_f . Так как пространственно-временная координатная система должна быть физически осмысленной, она должна быть привязана к физическим телам. Поэтому постулирование фундаментальной длины эквивалентно ограничению на реализуемость точных координатных систем. В терминах экспериментов со световыми сигналами это, например, означает, что время, требующееся для того, чтобы световой сигнал прошёл от тела А до тела В и обратно, измеренное по часам в системе А, подвержено неконтролируемым флуктуациям. Флуктуации в экспериментах со световыми сигналами должны рассматриваться как указания на флуктуации метрики, т.е. гравитационного поля. Поэтому постулат о фундаментальной длине эквивалентен постулату о флуктуациях гравитационного поля.

Прямыми следствием существования квантовых флуктуаций метрики [101–104] является следующий вывод, относящийся к проблеме измерения расстояний в пространстве Минковского: расстояние t (напомним, мы используем систему, в которой скорость света $c = \hbar = 1$, так что $L_{Pl} = t_{Pl} = M_{Pl}^{-1}$) не может быть измерено с точностью, превосходящей [101]

$$\delta t = \beta t_{Pl}^{2/3} t^{1/3} , \quad (10.52)$$

где β — коэффициент порядка единицы. Следуя [96], мы можем рассматривать результат (10.52) как соотношение между УФ- и ИК-масштабами в рамках эффективной квантовой теории поля, удовлетворяющей энтропийным особенностям чёрных дыр. В самом деле, переписав соотношение (10.29) в терминах длин и сделав замену $L \rightarrow \delta t$, мы воспроизведём (10.52) уже в голографической трактовке.

Соотношение (10.52) вместе с квантово-механическим соотношением неопределённостей энергия–время

даёт возможность оценить плотность энергии квантовых флюктуаций пространства-времени Минковского. Согласно (10.52), мы можем рассматривать область объёмом t^3 как состоящую из ячеек объёмом $\delta t^3 \sim t_{\text{Pl}}^2 t$. Следовательно, каждая такая ячейка представляет собой минимально детектируемую единицу пространства-времени для масштаба t . Если возраст выбранной области равен t , то её существование, согласно соотношению неопределённостей время–энергия, не может быть реализовано с энергией, меньшей $\sim t^{-1}$. Итак, мы приходим к выводу: если время жизни (возраст) некоторой пространственной области с линейным размером t равен t , то существует минимальная ячейка объёмом δt^3 , энергия которой не может быть менее чем

$$E_{\delta t^3} \sim t^{-1}. \quad (10.53)$$

Из (10.52) и (10.53) немедленно следует, что, согласно принципу неопределённости энергия–время, плотность энергии метрических (квантовых!) флюктуаций в пространстве Минковского [102, 104]

$$\rho_q \sim \frac{E_{\delta t^3}}{\delta t^3} \sim \frac{1}{t_{\text{Pl}}^2 t^2}. \quad (10.54)$$

Принципиально важным является тот факт, что динамическое поведение плотности метрических флюктуаций (10.54) совпадает с поведением введённой в (10.29), (10.32) голограмической ТЭ, хотя выводы этих выражений основаны на совершенно разных физических принципах. Плотность голограмической ТЭ получена на основе энтропийных ограничений (голограмический принцип), в то время как плотность энергии метрических флюктуаций пространства Минковского связана только с их квантовой природой, а именно с принципом неопределённости.

Соотношение (10.54) позволяет ввести альтернативную модель голограмической ТЭ [105–108], в которой в качестве ИК-масштаба используется возраст Вселенной T . В такой модели

$$\rho_q = \frac{3n^2 M_{\text{Pl}}^2}{T^2}. \quad (10.55)$$

Здесь n — свободный параметр модели, а численный коэффициент введён для удобства. Плотность энергии (10.55) с $T \sim H_0^{-1}$, где H_0 — текущее значение параметра Хаббла, приводит к наблюдаемому значению плотности ТЭ при значении коэффициента n порядка единицы. Так, в СКМ, где $H_0 \simeq 72$ км (с Мпк) $^{-1}$, $\Omega_{\text{DE}} \simeq 0,73$, $T \simeq 13,7$ млрд лет, найдём, что $n \simeq 1,15$.

Ответим теперь на ключевой вопрос: приводит ли плотность голограмической энергии в форме (10.55) к ускоренному расширению Вселенной? Для простоты рассмотрим Вселенную, в которой другие энергетические компоненты отсутствуют. В этом случае первое уравнение Фридмана принимает вид

$$H^2 = \frac{\rho_q}{3M_{\text{Pl}}^2}. \quad (10.56)$$

Возраст Вселенной T , входящий в (10.55), связан с масштабным фактором соотношением

$$T = \int_0^a \frac{da'}{Ha'}. \quad (10.57)$$

Решение уравнения (10.56) с плотностью энергии (10.55) имеет вид

$$a = [n(H_0 t + \alpha)]^n. \quad (10.58)$$

Константа интегрирования может быть определена из условия $a_0 = 1$. Вычислив вторую производную от масштабного фактора, можно показать, что ускоренное расширение Вселенной обеспечивается условием $n > 1$. Отметим, что полученное выше значение $n \simeq 1,15$, приводящее к наблюдаемому значению плотности ТЭ, удовлетворяет данному условию. Это же условие может быть получено из уравнения сохранения для ТЭ, которое легко привести к виду

$$w_q = -1 - \frac{\dot{\rho}}{3H\rho}. \quad (10.59)$$

Используя (10.55) и (10.56), представим (10.59) в виде

$$w_q = -1 + \frac{2}{3n}. \quad (10.60)$$

Как неоднократно отмечалось, для ускоренного расширения Вселенной требуется $w < -1/3$, что эквивалентно полученному выше условию $n > 1$.

Как и в предыдущей модели голограмической ТЭ, перейдём к более общему случаю: во Вселенной, помимо ТЭ, присутствует материя с плотностью ρ_m . Такая Вселенная описывается уравнением Фридмана

$$H^2 = \frac{1}{3M_{\text{Pl}}^2} (\rho_q + \rho_m). \quad (10.61)$$

Переходя к относительным плотностям

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{3H^2 M_{\text{Pl}}^2}, \quad \Omega_q = \frac{\rho_q}{3H^2 M_{\text{Pl}}^2} = \frac{n^2}{T^2 H^2},$$

представим уравнение Фридмана (10.61) в виде

$$\frac{d\Omega_q}{d \ln a} = \left(3 - \frac{2}{n} \sqrt{\Omega_q} \right) (1 - \Omega_q) \Omega_q. \quad (10.62)$$

Уравнение (10.62) может быть проинтегрировано:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \ln a + c_0 &= -\frac{1}{3n-2} \ln (1 - \sqrt{\Omega_q}) - \\ &- \frac{1}{3n+2} \ln (1 + \sqrt{\Omega_q}) + \frac{1}{3n} \ln \Omega_q + \\ &+ \frac{8}{3n(9n^2-4)} \ln \left(\frac{3n}{2} - \sqrt{\Omega_q} \right). \end{aligned} \quad (10.63)$$

Константу интегрирования можно определить из условия $\Omega_q \simeq 0,73$ при $a = 1$. Проанализируем динамику относительной плотности ТЭ в двух предельных случаях: доминирования материи и доминирования ТЭ. В первом случае из (10.62) следует

$$\Omega_q \approx c_1 a^3. \quad (10.64)$$

Быстрое возрастание относительной доли ТЭ, независящее от n , приведёт к эпохе доминирования ТЭ. В этот

период

$$\Omega_q \approx 1 - c_2 a^{-(3n-2)/n}. \quad (10.65)$$

Уравнение состояния для ТЭ может быть получено с помощью соотношения (10.59),

$$w_q = -1 + \frac{2}{3n} \sqrt{\Omega_q}. \quad (10.66)$$

В ранней Вселенной в эпоху доминирования материи $\Omega_q \rightarrow 0$ и $w_q \rightarrow -1$, т.е. в эту эпоху голографическая ТЭ в рассматриваемой модели ведёт себя как космологическая константа. В более позднюю эпоху доминирования ТЭ, когда $\Omega_q \rightarrow 1$, уравнение состояния (10.66) естественным образом переходит в соотношение (10.60). Заметим, что судьба Вселенной, заполненной материей и голографической ТЭ с плотностью (10.55), — это постоянное ускоренное расширение со степенной зависимостью масштабного фактора от времени (10.58). Таким образом, голографическая модель ТЭ, в которой в качестве масштаба ИК-обрезания выбран возраст Вселенной, позволяет:

- 1) получить наблюдаемое значение плотности ТЭ;
- 2) обеспечить режим ускоренного расширения на поздних стадиях эволюции Вселенной;
- 3) разрешить противоречия, связанные с принципом причинности.

Однако не следует спешить с окончательными выводами. Первые успехи применения голографического принципа, с одной стороны, породили надежды построить на его основе адекватное описание динамики Вселенной, в котором отсутствует целый ряд проблем, присущих традиционному подходу. С другой стороны, эти же успехи явились источником неоправданного, с нашей точки зрения, оптимизма. Представляется, что статьи с названием наподобие "Решение проблемы тёмной энергии" [109] являются проявлением своеобразного "голографического экстремизма". Следует помнить высказывание У. Черчилля: "Успех — это умение двигаться от неудачи к неудаче, не теряя энтузиазма". Голографическая динамика — одно из самых молодых направлений теоретической физики. На этом направлении физики испытали ещё слишком мало неудач, чтобы претендовать на окончательный успех.

11. Переходное ускорение

В отличие от фундаментальных теорий, физические модели отражают только наше текущее понимание процесса или явления, для описания которых они созданы. Эффективность модели в значительной мере определяется её гибкостью, т.е. способностью к модернизации при появлении новой информации. Именно поэтому эволюция любой активно действующей модели сопровождается многочисленными обобщениями, которые направлены как на решение концептуальных проблем, так и на описание всей возрастающего массива наблюдений. В случае СКМ эти обобщения могут быть разделены на два основных класса. Первый класс включает в себя замену космологической константы более сложными динамическими формами ТЭ, для которых следует учесть возможность их взаимодействия с ТМ. Обобщения второго класса носят более радикальный характер и претендуют на очередную замену космологической парадигмы. Конечная цель этих обобщений

(явная или скрытая) — отказ от тёмных компонентов за счёт модификации уравнений Эйнштейна и, как следствие, уравнений Ньютона. Обобщения как первого, так и второго класса можно продемонстрировать на примере явления, получившего название "переходное ускорение".

Как мы видели в разделе 5, характерной особенностью зависимости параметра замедления q от красного смещения z в СКМ является монотонное стремление к предельному значению $q(z) = -1$ при $z \rightarrow -1$. Физически это означает, что после того как ТЭ стала доминирующим компонентом (при $z \sim 1$), Вселенная в СКМ обречена на вечное ускоренное расширение.

Далее мы рассмотрим некоторые космологические модели с динамическими формами ТЭ, которые приводят к переходному ускорению, а также обсудим, что говорят наблюдательные данные о современном темпе расширения Вселенной.

11.1. Теоретические предпосылки

Одним из первых на принципиальную возможность переходного ускорения указал Дж. Барроу (J. Barrow) [110]. Барроу показал, что во многих хорошо обоснованных сценариях, позволяющих объяснить текущее ускоренное расширение Вселенной, не исключена возможность возврата к эре доминирования нерелятивистского вещества и, следовательно, к режиму замедленного расширения. Таким образом, переход к ускоренному расширению ещё не означает вечного ускоренного расширения.

Для того чтобы показать это, мы, следуя работе [110], рассмотрим однородную и изотропную плоскую Вселенную, заполненную нерелятивистским веществом и скалярным полем с потенциалом $V(\varphi)$.

Рассмотрим потенциал скалярного поля вида

$$V(\varphi) = V_p(\varphi) \exp(-\lambda\varphi). \quad (11.1)$$

В некоторых вариантах низкоэнергетических пределов теории струн в качестве $V_p(\varphi)$ выступает полином. Экспоненциальный потенциал с небольшим минимумом впервые был предложен в [111]. Этот минимум на фоне экспоненциального потенциала обеспечивался с помощью полинома $V_p(\varphi)$ простейшего вида:

$$V_p(\varphi) = (\varphi - \varphi_0)^2 + A. \quad (11.2)$$

В этом случае потенциал примет вид

$$V(\varphi) = \exp(-\lambda\varphi)(A + (\varphi - \varphi_0)^2). \quad (11.3)$$

Для соответствия потенциала (11.3) потенциалам теории струн постоянные параметры A и φ_0 должны быть порядка единицы (в планковских единицах). В этих моделях квинтэссенции ускоренное расширение Вселенной на поздних этапах эволюции обеспечивается без начальной подгонки параметров, т.е. отсутствует проблема тонкой настройки.

Ускоренное расширение начинается, когда поле скатывается при $\varphi = \varphi_0 + [1 \pm (1 - \lambda^2 A)^{1/2}]/\lambda$ в локальный минимум потенциала, который возникает благодаря квадратичному сомножителю в (11.3), где $\lambda^2 A \leq 1$. До тех пор пока поле находится в состоянии фальшивого вакуума, его кинетическая энергия пренебрежимо мала ($\varphi \approx \text{const}$), и последующее доминирование ρ_φ обусловлено

лено почти постоянным значением потенциальной энергии, что запускает период ускоренного расширения Вселенной, который никогда не заканчивается.

В работе [110] было показано, что это не единственno возможный и не наиболее вероятный сценарий.

Переходное вакуумное доминирование появляется в двух случаях. Когда $A\lambda^2 < 1$, поле φ достигает локального минимума с достаточной для преодоления локального минимума кинетической энергией и продолжает скатываться вниз по экспоненциальному части потенциала в область, где $\varphi \gg \varphi_0$. Кинетическая энергия, таким образом, определяется параметрами потенциала, но не начальными условиями. Переходное ускорение возникает также в случае выполнения условия $A\lambda^2 > 1$. Так как A увеличивается пропорционально λ^{-2} , потенциал теряет свой локальный минимум и уплощается около точки изгиба. Этого достаточно, чтобы вызвать период ускоренного расширения Вселенной, однако поле никогда не перестанет скатываться по потенциалу, и однажды во Вселенной вновь начнёт доминировать материя с зависимостью $a(t) \propto t^{2/3}$.

Таким образом Вселенная выходит из режима ускоренного расширения и возвращается к режиму замедленного расширения. Кроме того, как показано в [110], для хорошо мотивированного семейства потенциалов вида (11.2) возможность режима переходного ускорения является более вероятной, чем вечное ускоренное расширение.

11.2. Модели с переходным ускорением

Для того чтобы явно продемонстрировать, что переходное ускорение является неотъемлемой чертой различных космологических моделей, кратко рассмотрим некоторые из них.

Барроу в работе [110] рассматривал модель Вселенной, в которой роль ТЭ играет скалярное поле в потенциале (11.3). Для примера рассмотрим ещё некоторые космологические модели, обеспечивающие смену фазы ускоренного расширения фазой замедленного.

11.2.1. Скалярное поле, многомерная космология и переходное ускорение. В работе [112] показано, что фаза переходного ускорения может реализовываться и в экспоненциальном потенциале, кроме того, рассмотрен случай многомерной (d -мерной) космологической модели. Действие в этой модели имеет вид

$$S = \int d^d x \sqrt{-g} \left[-\frac{R}{2M_{Pl,d}^2} + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi - V_0 \exp(-\lambda \varphi) \right], \quad (11.4)$$

где $M_{Pl,d}^2 = 8\pi G_d$, G_d — гравитационная постоянная в пространстве размерностью d , $V_0 > 0$, $\lambda > 0$ (случай $\lambda < 0$ связан со случаем $\lambda > 0$ заменой $\varphi \rightarrow -\varphi$). Вслед за [112] рассмотрим далее плоскую FRW-метрику для плоской Вселенной ($k = 0$)

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) dx^i dx^i, \quad i = 1, \dots, d-1. \quad (11.5)$$

В этом случае действие примет вид

$$S = \int d^d x \left[(d-1)(d-2)a^{d-3}\dot{a}^2 + a^{d-1} \left(\frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 - V(\varphi) \right) \right], \quad (11.6)$$

в переменных u, v

$$\varphi = M_{Pl,d} \sqrt{\frac{d-2}{d-1}} (v-u), \quad a^{d-1} = \exp(v+u), \quad (11.7)$$

отсюда получим

$$S = \int d^{d-1}x dt \exp(u+v) \times \\ \times \left\{ \frac{2(d-2)}{M_{Pl,d}^2(d-1)} \dot{u}\dot{v} - V_0 \exp[-2\alpha(v-u)] \right\}, \\ \alpha \equiv \frac{M_{Pl,d}}{2} \sqrt{\frac{d-2}{d-1}} \lambda. \quad (11.8)$$

Перейдём к новой временнóй переменной τ :

$$\frac{dt}{d\tau} = M_{Pl,d} \sqrt{\frac{(d-1)V_0}{2(d-2)}} \exp[\alpha(u-v)], \quad (11.9)$$

тогда

$$S = \frac{1}{M_{Pl,d}} \sqrt{\frac{2(d-2)V_0}{d-1}} \times \\ \times \int d^{d-1}x d\tau \exp(u+v) \exp[\alpha(u-v)] (u'v' - 1). \quad (11.10)$$

Используя (11.7)–(11.9), можно показать [112], что общее решение (11.10) в случае $\alpha < 1$ имеет вид

$$ds^2 = \frac{2(d-2)}{M_{Pl,d}^2(d-1)V_0} \exp\left(\frac{4\alpha^2\tau}{w}\right) \times \\ \times \frac{[1+m \exp(-2w\tau)]^{2\alpha/(1-\alpha)}}{[1-m \exp(-2w\tau)]^{2\alpha/(1+\alpha)}} d\tau^2 - \\ - \exp\left(\frac{4\tau}{sw}\right) [1+m \exp(-2w\tau)]^{2/[s(1-\alpha)]} \times \\ \times [1-m \exp(-2w\tau)]^{2/[s(1+\alpha)]} dx^i dx^i, \quad (11.11)$$

$$\varphi = M_{Pl,d} \sqrt{\frac{d-2}{d-1}} \left\{ \frac{2\alpha\tau}{w} - \frac{1}{1+\alpha} \log[1-m \exp(-2w\tau)] + \right. \\ \left. + \frac{1}{1-\alpha} \log[1+m \exp(-2w\tau)] \right\},$$

где $s = d-1$; m — постоянная интегрирования.

Асимптотики этого решения:

$$a \sim t^{1/(d-1)}, \quad \varphi = -M_{Pl,d} \sqrt{\frac{d-2}{d-1}} \log t \text{ для } t \approx 0, \\ a \sim t^{4/[(d-2)M_{Pl,d}^2\lambda^2]}, \quad \varphi = \frac{2}{\lambda} \log t \text{ для } t \gg 1. \quad (11.12)$$

На первых стадиях эволюции уравнение состояния является предельно жёстким, $p = \rho$, на поздних стадиях нетрудно получить

$$p = \omega\rho, \quad \omega = \frac{d-2}{2(d-1)} M_{Pl,d}^2 \lambda^2 - 1. \quad (11.13)$$

В соответствии с уравнением (11.2) ускоренное расширение будет продолжаться вечно, если $\lambda < 2/(M_{Pl,d} \sqrt{d-2})$.

Покажем, что при выполнении условия

$$\frac{2}{M_{\text{Pl},d} \sqrt{d-2}} < \lambda < 2M_{\text{Pl},d}^{-1} \sqrt{\frac{d-1}{d-2}}$$

решение (11.11) с $m > 0$ обладает периодом переходного ускорения. Найдём $da/dt = (da/d\tau)(d\tau/dt)$, используя (11.11); можно показать, что \dot{a} пропорционально положительно определённым величинам m и τ . Полагая $|m| = 1$, что может быть достигнуто сдвигом вдоль оси τ , найдём

$$\ddot{a} = -(\text{positive}) \left\{ [(d-1)\alpha^2 - 1]Z^2 - 2(d-2) \text{sign}(m) \alpha Z + d - 1 - \alpha^2 \right\}, \quad (11.14)$$

где $Z \equiv \cosh(2w\tau)$. Если $(d-1)\alpha^2 < 1$ (что соответствует $\lambda < 2/(M_{\text{Pl},d} \sqrt{d-2})$), то мы получим вечное ускоренное расширение при любых m , так как на поздних стадиях эволюции доминирует первое слагаемое. Заметим, что это решение является атTRACTором. Если $(d-1)\alpha^2 > 1$ при больших временах, то решение всегда соответствует замедленному расширению Вселенной. При $(d-1)\alpha^2 > 1$ и $m < 0$ правая часть (11.14) отрицательно определена, что соответствует замедленному расширению Вселенной на протяжении всего периода эволюции. Наконец, в случае $(d-1)\alpha^2 > 1$ и $m > 0$ решение всегда обеспечивает период переходного ускорения [113]. В самом деле, уравнение $\ddot{a} = 0$ имеет два корня,

$$Z_{\pm} = \frac{(d-2)\alpha \pm \sqrt{d-1}(1-\alpha^2)}{(d-1)\alpha^2 - 1}, \quad (11.15)$$

определенных в интервале $\tau_-(\alpha) < \tau < \tau_+(\alpha)$, соответствующем ускоренному расширению. Границы интервала τ_{\pm} вещественны и положительны, так как на интервале $\alpha \in (1/\sqrt{d-1}, 1)$ мы получим $Z_{\pm} > 1$. В пределе $\alpha \rightarrow 1$ корни Z_+ и Z_- совпадают и продолжительность ускоренного расширения стремится к нулю. В противоположном пределе, $\alpha \rightarrow 1/\sqrt{d-1}$, получим $Z_- = d/(2\sqrt{d-1})$, $Z_+ \rightarrow \infty$, что соответствует бесконечному периоду ускоренного расширения. При высших размерностях пространства

$$Z_{\pm} = \frac{1}{\alpha} \pm \frac{1-\alpha^2}{\alpha^2 \sqrt{d}} + O\left(\frac{1}{d}\right),$$

откуда следует, что продолжительность переходного ускорения во Вселенной с большим числом пространственных измерений уменьшается.

11.2.2. Переходное ускорение в моделях с несколькими скалярными полями. Космологические модели с неограниченной по времени фазой ускоренного расширения вступают в противоречие с теорией струн, так как в этих моделях существует горизонт событий, что делает невозможной их формулировку в терминах S -матрицы [114–116].

Проблема космологического горизонта событий является основной технической проблемой в физике высоких энергий ввиду определения релятивистской квантовой теории в терминах набора амплитуд рассеяния, называемого S -матрицей. Одним из фундаментальных предположений квантовых релятивистских теорий и

теорий струн является то, что приходящие и уходящие состояния бесконечно разделены во времени и поэтому они ведут себя как свободные, невзаимодействующие, состояния.

Однако наличие горизонта событий предполагает конечную хокинговскую температуру, поэтому условия для определения S -матрицы уже не могут быть выполнены. Отсутствие S -матрицы является формальной математической проблемой, которая возникает не только в струнной теории, но и в теориях элементарных частиц.

Модели с переходным ускорением дают возможность избежать этого противоречия, поскольку они обеспечивают ускоренное расширение сейчас (и в недалёком прошлом) и не приводят к противоречиям в будущем. В работе [117] рассмотрена динамика однородной и изотропной Вселенной, в которой роль ТЭ играют (вообще говоря, поочерёдно) два скалярных поля, φ и ψ . Запишем уравнения движения для этой системы

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_b &= -3H\gamma_b \rho_b, \\ \ddot{\varphi} &= -3H\dot{\varphi} - \partial_{\varphi} V, \\ \ddot{\psi} &= -3H\dot{\psi} - \partial_{\psi} V, \end{aligned} \quad (11.16)$$

а также первое уравнение Фридмана

$$H^2 = \frac{1}{3M_{\text{Pl}}^2} (\rho_b + \rho_Q) - \frac{k}{a^2}.$$

Здесь точка означает производную по времени t , индекс b соответствует фоновым компонентам, таким как ТМ (m) или излучение (r), а индекс Q обозначает тёмную энергию в виде двух скалярных полей. Удобно также определить

$$p_{b,Q} = (\gamma_{b,Q} - 1) \rho_{b,Q},$$

тогда $\gamma_m = 1$ и $\gamma_r = 4/3$, где для любого i -го компонента $\gamma_i \equiv 1 + w_i$. Плотность энергии и давление полей квинтэсенции в потенциале $V(\varphi, \psi)$ имеют вид

$$\begin{aligned} \rho_Q &= \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} \dot{\psi}^2 + V(\varphi, \psi), \\ p_Q &= \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} \dot{\psi}^2 - V(\varphi, \psi). \end{aligned}$$

Как и прежде, возможность переходного ускорения критически зависит от вида потенциала. Рассмотрим несколько возможностей получить переходное ускорение. В работе [117] рассмотрено большое количество примеров, в том числе случай, когда оба поля взаимодействуют через свой потенциал $V(\varphi, \psi)$, и случай, когда одно из полей является свободным. Здесь мы рассмотрим модели лишь с потенциалами, зависящими от двух полей. Прямое обобщение потенциала (11.3) для случая минимальной связи между двумя скалярными полями даёт возможность получить переходное ускорение.

Рассмотрим потенциал вида

$$V(\varphi, \psi) = M^4 \exp(-\lambda\varphi) [P_0 + f(\psi)(\varphi - \varphi_c)^2 + g(\psi)], \quad (11.17)$$

где φ_c , λ , P_0 — некоторые постоянные. Введённое дополнительное скалярное поле ψ будет контролировать наличие или отсутствие минимума потенциала по φ . Основная идея заключается в том, что, с одной

стороны, первоначально существует минимум потенциала для скалярного поля φ , который обеспечивает ускоренное расширение Вселенной, с другой стороны, эволюция поля ψ приводит к тому, что этот минимум исчезает и Вселенная возвращается к режиму замедленного расширения. Модель [111] восстанавливается при $f \equiv 1$ и $g \equiv 0$. Для потенциала (11.17) положение минимума определяется выражением

$$\varphi_{\pm} = \varphi_c + \frac{1}{\lambda} \left(1 \pm \sqrt{1 - \lambda^2 \frac{P_0 + g(\psi)}{f(\psi)}} \right). \quad (11.18)$$

Функция g ($g > 0$), которая отвечает за массу скалярного поля, обычно имеет вид $g \propto \psi^2$, но поскольку она не влияет на динамику системы, для простоты мы будем полагать $g \equiv 0$.

Минимум (11.18) исчезает при выполнении условия

$$f(\psi) < \lambda^2 P_0 \equiv f(\psi_c). \quad (11.19)$$

Заметим, что потенциал (11.17) можно представить как

$$V(\varphi, \psi) = \frac{M^4}{\lambda^2} \exp(-\lambda\varphi) [f(\psi_c) + f(\psi)(\lambda\varphi - \lambda\varphi_c)^2]. \quad (11.20)$$

Будем считать, что f — положительная, непрерывная и монотонная функция при $\psi > 0$ и (или) $\psi < 0$. Из условия (11.19) нетрудно увидеть, что если f уменьшается (увеличивается), то при ψ , меньших, чем ψ_i (больших, чем ψ_c) (ψ_i — начальное значение скалярного поля), осуществляется ускоренное расширение, поскольку существует минимум (11.18). Для получения переходного ускорения можно использовать различные функции f , например $f = 1 + \alpha\psi^p$, $f = \tanh(\alpha\psi^p)$, где $p, \alpha \geq 0$, а также $f = \exp(\alpha\psi^p)$, $f = \cosh(\alpha\psi^p)$ для произвольных p и α . В течение эволюции Вселенной скалярное поле φ спускается вдоль потенциала и доминирует в экспоненциальной части, так что $M_{\text{Pl}}^2 m_{\varphi}^2 \sim M_{\text{Pl}}^2 m_{\psi}^2 \sim V \sim \dot{\varphi}^2 \sim M_{\text{Pl}}^2 H^2$ с $\Omega_Q = 4/\lambda^2$, $w_Q = 1/3$ на протяжении эры доминирования излучения и с $\Omega_Q = 3/\lambda^2$, $w_Q = 0$ при доминировании материи, пока φ приближается к минимуму. Когда поле φ находится в минимуме (11.18) и осциллирует около него, Вселенная расширяется ускоренно с $V \gg \dot{\varphi}^2$ и, следовательно, $w_Q \simeq -1$, до тех пор пока для ψ выполняется условие $\psi \leq \psi_c$, ($\psi \geq \psi_c$), если f возрастает (уменьшается). Когда минимум (11.18) исчезает и поле φ начинает свободно скатываться, принимая большие значения (набирая скорость), расширение Вселенной становится замедленным, $q > 0$.

В качестве конкретного примера рассмотрим простейший случай:

$$f(\psi) = \psi^2. \quad (11.21)$$

В этом случае минимум φ исчезает, если $-\psi_c \leq \psi \leq \psi_c$, где $\psi_c \equiv \lambda\sqrt{P_0}$. Так же как и в модели (11.3), можно получить $\lambda \gtrsim 9$, что согласуется с ограничениями, накладываемыми космологическими наблюдениями, в случае, если φ_i фиксировано, а значение φ_c должно быть тонко настроено, для того чтобы квинтэссенция доминировала в настоящий момент.

На рисунке 7 приведён параметр уравнения состояния w_Q , значение которого в настоящий момент $w_{Q,0} \simeq -0,491$, $w_{\text{eff},0} = -0,874$. Когда поле φ попадёт в мини-

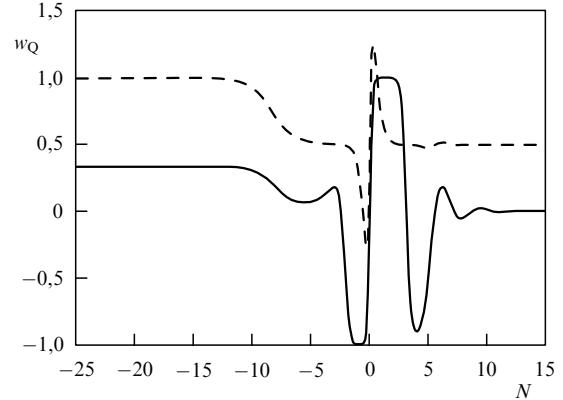


Рис. 7. Зависимости параметра уравнения состояния w_Q (сплошная кривая) и параметра замедления q (штриховая кривая) для модели, результаты которой представлены на рис. 8. Здесь $w_{Q,0} \simeq -0,491$, $q_0 = 0,013$ и $w_{\text{eff}} \simeq -0,874$.

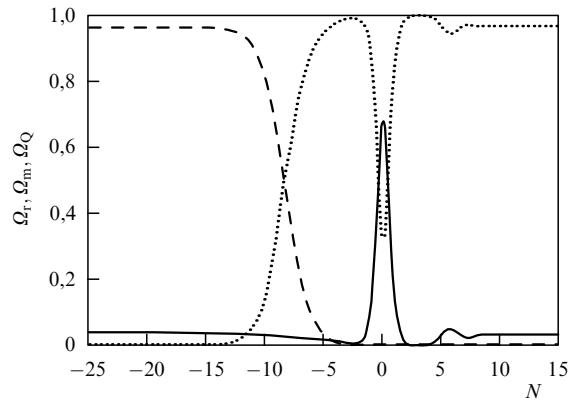


Рис. 8. Зависимость относительной плотности от логарифма масштабного фактора $\ln a = N$ для излучения Ω_r (штриховая кривая), материи Ω_m (пунктирная кривая) и квинтэссенции Ω_Q (сплошная кривая) в случае потенциала (11.20) при $\lambda = 10$, $P_0 = 0,164$, $\varphi_c = 23,8$ ($\varphi_i = 0$ и $\psi_i = 5$). Современное значение относительной плотности квинтэссенции $\Omega_{Q,0} \simeq 0,661$. Когда возраст Вселенной достигает значения $t_{\text{end}} \simeq 0,996 t_0$, где $t_0 \simeq 0,912 H_0^{-1}$, ускоренное расширение прекращается.

мум, $w_Q \simeq -1$. Параметр замедления q , также приведённый на рис. 7, указывает на то, что в настоящий момент Вселенная уже прошла стадию переходного ускорения и расширяется замедленно, $q_0 \simeq 0,013$. Ускоренное расширение ($q < 0$) начинается при $z \simeq 0,658$ и заканчивается при $z \simeq 0,0035$, когда возраст Вселенной равняется $t_{\text{end}}/t_0 \simeq 0,996$ (в настоящее время $H_0 t_0 \simeq 0,912$).

11.2.3. Распадающаяся тёмная энергия как скалярное поле. Космологические модели, в которых ТЭ распадается, приводят к многочисленным возможностям, одной из которых является наличие переходного ускорения — смены периода ускоренного расширения Вселенной периодом замедленного. Динамика такой Вселенной, очевидно, будет отличаться от эволюции в рамках СКМ. Рассмотренная нами модель распадающейся ТЭ является прообразом общепринятой инфляционной модели, в которой поле, вызвавшее инфляционное расширение Вселенной, испытывает распад.

Рассмотрим модель скалярного поля с потенциалом, принимающим как положительные, так и отрицательные

значения [118]:

$$V(\varphi) = V_0 \cos \frac{\varphi}{f}, \quad f = \frac{\sqrt{V_0}}{m}. \quad (11.22)$$

Предположение о том, что потенциал скалярного поля может принимать отрицательные значения, является очень любопытным, но следует помнить, что, кроме принципиальной возможности дать объяснение наблюдаемому переходному ускорению, эта модель не следует из каких-либо наблюдательных данных. Тем не менее такие эффективные потенциалы часто возникают в супергравитации и М-теории [118]. Будет показано, что в рамках этой модели можно получить переходное ускорение. Заметим также, что в космологии с отрицательными потенциалами эволюция Вселенной коренным образом отличается от таковой в СКМ. Так, например, в случае, когда в уравнении Фридмана доминирует потенциальная энергия (11.22), принимающая отрицательное значение,

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{1}{3M_{\text{Pl}}^2} \left(\rho + \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right), \quad (11.23)$$

становится возможным коллапс даже пространственно плоской Вселенной (которого в принципе не может быть в СКМ), но это может случиться только на поздних этапах эволюции Вселенной, гораздо позднее момента окончания фазы переходного ускорения. Моменту, при котором Вселенная начнёт коллапсировать, может предшествовать несколько стадий переходного ускорения (рис. 9), которые становятся более частыми при приближении к моменту коллапса.

11.2.4. Переходное ускорение во Вселенной со взаимодействующими компонентами. Рассмотрим пространственно плоскую Вселенную, состоящую из трёх компонентов: ТЭ, ТМ и барионов. Первое уравнение Фридмана для такой Вселенной имеет вид

$$3M_{\text{Pl}}^2 H^2 = \rho_{\text{DE}} + \rho_m + \rho_b, \quad (11.24)$$

где, как обычно, ρ_{DE} — плотность ТЭ, ρ_m — плотность энергии ТМ, ρ_b — плотность энергии барионов, $H = \dot{a}/a$

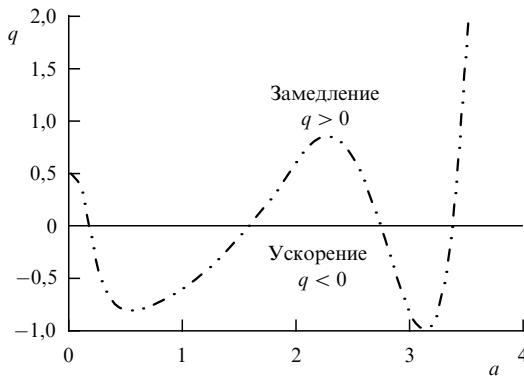


Рис. 9. Зависимость параметра замедления q от масштабного фактора для Вселенной, заполненной материей и ТЭ в форме скалярного поля в потенциале $V(\varphi) = V_0 \cos(\varphi m/\sqrt{V_0})$ при $m = 0,74$, $V_0 = 150$, $\varphi(0) = 0,23$, $\varphi'(0) = 0$. Настоящему времени соответствует $a = 1$. Параметры потенциала подобраны так, чтобы значение q было тоже, что и в СКМ, $q(1) \approx -0,6$.

— параметр Хаббла. Уравнение состояния для ТЭ имеет вид $p_{\text{DE}} = w\rho_{\text{DE}}$.

Уравнения сохранения при наличии взаимодействия примут вид

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{\text{DE}} + 3H(1+w)\rho_{\text{DE}} &= -Q, \\ \dot{\rho}_m + 3H\rho_m &= Q, \end{aligned} \quad (11.25)$$

где Q характеризует взаимодействие. Уравнение сохранения для барионного компонента

$$\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0 \Rightarrow \rho_b = \rho_{b0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3. \quad (11.26)$$

Общая плотность $\rho = \rho_m + \rho_b + \rho_{\text{DE}}$. Не ограничивая общности, примем, что плотность энергии ρ_m выражается в виде

$$\rho_m = \tilde{\rho}_{m0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 f(a), \quad (11.27)$$

где $\tilde{\rho}_{m0}$ и a_0 — константы, $f(a)$ — произвольная дифференцируемая функция, зависящая от масштабного фактора. Из (11.25) и (11.27) получим

$$Q = \rho_m \frac{\dot{f}}{f} = \tilde{\rho}_{m0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 \dot{f}. \quad (11.28)$$

Пусть

$$f(a) = 1 + g(a), \quad (11.29)$$

в отсутствие взаимодействия $f(a) = 1$, таким образом, за взаимодействие отвечает функция $g(a)$. Тогда, принимая во внимание, что

$$\dot{f} = \dot{g} = \frac{dg}{da} \dot{a} = \frac{dg}{da} \dot{a} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3, \quad (11.30)$$

получим

$$Q = \tilde{\rho}_{m0} \frac{dg}{da} \dot{a} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3. \quad (11.31)$$

Это означает, что

$$\rho_m = \tilde{\rho}_{m0} (1+g) \left(\frac{a_0}{a}\right)^3, \quad (11.32)$$

где $\rho_{m0} = \rho_m(a_0)$ при наличии взаимодействия, $\tilde{\rho}_{m0} = \tilde{\rho}_m(a_0)$ в отсутствие взаимодействия. Две начальные величины плотности ТМ связаны следующим образом:

$$\rho_{m0} = \tilde{\rho}_{m0} (1+g_0), \quad (11.33)$$

где $g_0 \equiv g(a_0)$. Как видно из (11.28), в случае, когда $Q > 0$, происходит распад ТЭ в ТМ, $dg/da > 0$. При $dg/da < 0$ распад происходит в обратном направлении. Исходя из уравнений (11.25) и (11.31) получим

$$\dot{\rho}_{\text{DE}} + 3H(1+w)\rho_{\text{DE}} = -\tilde{\rho}_{m0} \frac{dg}{da} \dot{a} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3. \quad (11.34)$$

При $w = \text{const}$ решение уравнения (11.34) имеет вид

$$\rho_{\text{DE}} = (\rho_{m0} + \tilde{\rho}_{m0}g_0)\left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w)} - \tilde{\rho}_{m0}\left(\frac{a_0}{a}\right)^3 g + 3w\tilde{\rho}_{m0}a_0^3a^{-3(1+w)} \int_{a_0}^a da ga^{3w-1}. \quad (11.35)$$

Перепишем второе уравнение Фридмана в терминах $g(a)$:

$$\ddot{a} = -\frac{1}{6} \left\{ \tilde{\rho}_{m0}(1+g)\left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \rho_{b0}\left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + (1+3w)\left[(\rho_{m0} + \tilde{\rho}_{m0}g_0)\left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w)} - \tilde{\rho}_{m0}\left(\frac{a_0}{a}\right)^3 g + 3w\tilde{\rho}_{m0}a_0^3a^{-3(1+w)} \int_{a_0}^a da ga^{3w-1} \right] \right\}. \quad (11.36)$$

Для решения уравнения (11.36) необходимо определить функцию $g(a)$. Поскольку неизвестна природа как ТЭ, так и ТМ, невозможно указать вид функции $g(a)$ исходя из первых принципов, поэтому для данной модели введём взаимодействие таким образом, чтобы динамика модели соответствовала наблюдательным данным.

Рассмотрим взаимодействие, для которого функция $g(a)$ представлена в виде $g(a) = a^n \exp(-a^2/\sigma^2)$, где n — натуральное число, σ — положительное вещественное число. Наличие переходного ускорения подразумевает, что плотность ТЭ начинает уменьшаться, т.е. происходит её распад, $dg/da > 0$. Это условие требует, чтобы n и σ удовлетворяли неравенству $n\sigma^2 > 2$.

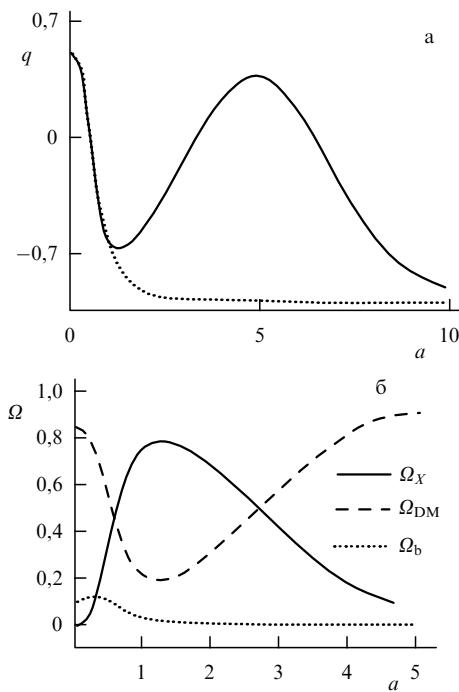


Рис. 10. (а) Зависимость параметра замедления от масштабного фактора $q(a)$ в модели со взаимодействующими ТЭ и ТМ (сплошная кривая) при $n = 7$, $\sigma = 1,5$, а также в СКМ (пунктирная кривая). (б) Зависимости относительных плотностей от масштабного фактора при $n = 7$ и $\sigma = 1,5$.

На рисунке 10 приведены зависимости относительных плотностей от масштабного фактора при $n = 7$ и $\sigma = 1,5$. Рассмотренная модель позволяет обеспечить переходное ускорение при определённом выборе параметров взаимодействия, однако при больших (как и при малых) значениях масштабного фактора она неотличима от СКМ.

11.2.5. Переходное ускорение во Вселенной с распадающейся космологической постоянной. В качестве простого примера переходного ускорения рассмотрим модель с распадающейся космологической постоянной:

$$\dot{\rho}_m + 3 \frac{\dot{a}}{a} \rho_m = -\dot{\rho}_A, \quad (11.37)$$

где ρ_m и ρ_A — плотности энергии ТМ и космологической постоянной Λ . На ранних этапах расширения Вселенной, когда ρ_A достаточно мала, такой распад никак не влияет на космологическую эволюцию. На более поздних стадиях по мере увеличения вклада ТЭ влияние распада всё больше изменяет стандартную зависимость плотности энергии ТМ $\rho_m \propto a^{-3}$ от масштабного фактора a . Будем считать, что данное отклонение описывается функцией масштабного фактора $\epsilon(a)$, тогда

$$\rho_m = \rho_{m0} a^{-3+\epsilon(a)}, \quad (11.38)$$

где в современную эпоху $a = a_0 = 1$. Другие поля материи (излучение, барионы) эволюционируют независимо и сохраняются. Таким образом, плотность ТЭ будет иметь вид

$$\rho_A = \rho_{m0} \int_a^1 \frac{\epsilon(\tilde{a}) + \tilde{a}\epsilon' \ln \tilde{a}}{\tilde{a}^{4-\epsilon(a)}} d\tilde{a} + X, \quad (11.39)$$

где штрих означает производную по масштабному фактору, X — постоянная интегрирования. При пренебрежении излучением первое уравнение Фридмана примет вид

$$H = H_0 [\Omega_{b,0} a^{-3} + \Omega_{m0} \varphi(a) + \Omega_{X,0}]^{1/2}. \quad (11.40)$$

Функция $\varphi(a)$ запишется как

$$\varphi(a) = a^{-3+\epsilon(a)} + \int_a^1 \frac{\epsilon(\tilde{a}) + \tilde{a}\epsilon' \ln \tilde{a}}{\tilde{a}^{4-\epsilon(a)}} d\tilde{a}, \quad (11.41)$$

где $\Omega_{X,0}$ — относительный вклад постоянной X в общую относительную плотность. Для того чтобы продвинуться дальше, необходимо сделать некоторые предположения относительно конкретного вида функции $\epsilon(a)$. Здесь мы, следуя оригинальной работе [119], рассмотрим простейший случай:

$$\epsilon(a) = \epsilon_0 a^\xi = \epsilon_0 (1+z)^{-\xi}, \quad (11.42)$$

где ϵ_0 и ξ могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Из выражения (11.39) следует

$$\rho_A = \rho_{m0} \epsilon_0 \int_a^1 \frac{1 + \ln(\tilde{a}^\xi)}{\tilde{a}^{4-\xi-\epsilon_0 \tilde{a}^\xi}} d\tilde{a} + X. \quad (11.43)$$

Заметим, что случай $\epsilon_0 = 0$ соответствует СКМ, т.е. $X \equiv \rho_A$.

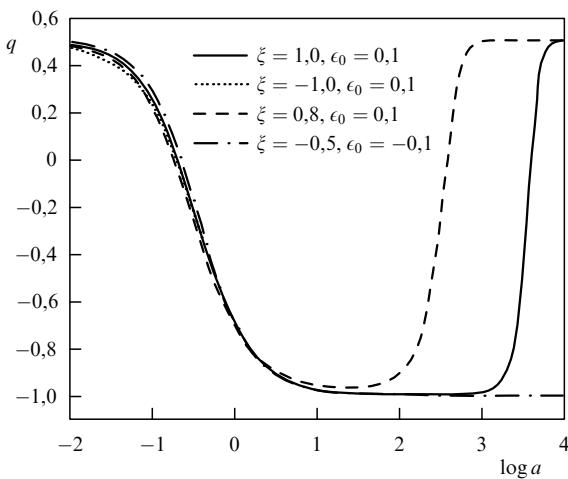


Рис. 11. Параметр замедления как функция $\log a$ для значений ϵ_0 и ξ , указанных на рисунке.

Используя приведённые выше формулы, нетрудно получить зависимость и для относительных плотностей $\Omega_b(a)$, $\Omega_m(a)$ и $\Omega_A(a)$:

$$\Omega_b(a) = \frac{a^{-3}}{A + a^{-3} + B^{-1}\varphi(a)}, \quad (11.44a)$$

$$\Omega_m(a) = \frac{a^{-3+\epsilon(a)}}{D + Ba^{-3} + \varphi(a)}, \quad (11.44b)$$

$$\Omega_A(a) = \frac{D + \varphi(a) - a^{-3+\epsilon(a)}}{D + Ba^{-3} + \varphi(a)}, \quad (11.44c)$$

где $A = \Omega_{X,0}/\Omega_{b,0}$, $B = \Omega_{b,0}/\Omega_{m0}$ и $D = \Omega_{X,0}/\Omega_{m0}$.

В этой простой модели с помощью соответствующего выбора параметров ϵ_0 и ξ можно получить практически любую динамику Вселенной. В контексте нашей статьи непосредственный интерес представляет случай, когда $\epsilon_0 > 0$ и ξ принимает большие положительные значения ($\xi \gtrsim 0,8$). Сплошной кривой на рис. 11 показана зависимость параметра замедления при $\xi = 1,0$ и $\epsilon_0 = 0,1$. Заметим, что при этих параметрах в настоящее время, $a \sim 1$, Вселенная расширяется ускоренно, но доминирование ТЭ не будет вечным, в отличие от такового в СКМ, и при $a \gg 1$ Вселенная вступит в новую эру доминирования нерелятивистского вещества. Такой вид динамического поведения не свойствен большему количеству моделей с $\Lambda(t)$ или моделям со взаимодействующей квантэссенцией, обсуждаемых в литературе, но свойствен так называемым тающим (thawing) [120–122] и гибридным [123] потенциалам, которые следуют из теории струн или М-теории [114, 115, 124] (см. также [125]).

Для того чтобы лучше представить явление переходного ускорения, найдём явный вид параметра замедления $q = -a\ddot{a}/a^2$ в этой модели:

$$q(a) = \frac{3}{2} \frac{\Omega_{b,0}a^{-3} + \Omega_{m0}a^{\epsilon(a)-3}}{\Omega_{b,0}a^{-3} + \Omega_{m0}\varphi(a) + \Omega_{X,0}} - 1, \quad (11.45)$$

Параметр q как функция $\log a$ при различных значениях ξ и ϵ_0 приведён на рис. 11. Заметим, что в далёком прошлом ($\alpha \ll 1$) параметр замедления $q(a) \rightarrow 1/2$, что соответствует материально доминирующей Вселенной. Однако

при некоторых значениях параметра ξ наступает длительная (но конечная, в отличие от таковой в СКМ) эра ускоренного расширения. В далёком будущем ($\alpha \gg 1$) Вселенная опять возвращается к замедленному расширению ($q > 0$).

11.3. Переходное ускорение

в моделях с голографической тёмной энергией

В литературе обычно рассматриваются модели, в которых необходимая динамика Вселенной обеспечивается тем или иным (каким-то одним) видом ТЭ. Голографический подход, рассмотренный в разделе 10, приводит к серьёзным ограничениям на динамику Вселенной. Для объяснения наблюдаемой динамики Вселенной к действию для гравитационного поля, помимо полей обычной материи (как тёмной, так и барионной), принято добавлять либо космологическую постоянную, которая в СКМ выступает в роли физического вакуума, либо более сложные динамические объекты — скалярные поля, к-эссенцию и т.д. В контексте голографической космологии этими вторыми слагаемыми принято пренебрегать, учитывая только вклад граничных слагаемых. Тем не менее, на наш взгляд, нет никаких теоретических предпосылок для такого ограничения.

В этом разделе мы рассмотрим космологическую модель, в которой присутствуют как объёмные, так и поверхностные слагаемые. Роль первых возложена на однородное скалярное поле в экспоненциальном потенциале, взаимодействующее с ТМ. В роли граничного члена выступает голографическая ТЭ в форме (10.62). Показано, что в этой модели присутствует фаза переходного ускорения периода эволюции, во время которой ускоренное расширение Вселенной сменяется замедленным, после чего Вселенная вновь переходит в стадию уже вечного ускоренного расширения. Ради простоты будем считать, что голографического вклада от скалярного поля нет или он полностью учитывается вкладом ТЭ в форме (10.62).

Для описания динамических свойств такой Вселенной удобно перейти к следующим безразмерным переменным:

$$x = \frac{\dot{\varphi}}{\sqrt{6}M_{\text{Pl}}H}, \quad y = \frac{1}{M_{\text{Pl}}H} \sqrt{\frac{V(\varphi)}{3}}, \quad (11.46)$$

$$z = \frac{1}{M_{\text{Pl}}H} \sqrt{\frac{\rho_m}{3}}, \quad u = \frac{1}{M_{\text{Pl}}H} \sqrt{\frac{\rho_q}{3}}.$$

Эволюция скалярного поля описывается уравнением Клейна–Гордона, которое в случае взаимодействия скалярного поля с материи имеет вид

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{dV}{d\varphi} = -\frac{Q}{\dot{\varphi}}. \quad (11.47)$$

Здесь мы рассмотрим случай, когда параметр взаимодействия Q является линейной комбинацией плотностей энергии скалярного поля и ТЭ,

$$Q = 3H(\alpha\rho_\varphi + \beta\rho_m), \quad (11.48)$$

где α, β — постоянные параметры. Для данной модели, вне зависимости от вида потенциала $V(\varphi)$ скалярного

поля, система динамических уравнений примет вид

$$\begin{aligned} x' &= \frac{3x}{2} g(x, z, u) - 3x + \sqrt{\frac{3}{2}} \lambda y^2 - \gamma, \\ y' &= \frac{3y}{2} g(x, z, u) - \sqrt{\frac{3}{2}} \lambda xy, \\ z' &= \frac{3z}{2} g(x, z, u) - \frac{3}{2} z + \gamma \frac{x}{z}, \\ u' &= \frac{3u}{2} g(x, z, u) - \frac{u^2}{n}, \end{aligned} \quad (11.49)$$

где

$$g(x, z, u) = 2x^2 + z^2 + \frac{2}{3n} u^3, \quad \lambda \equiv -\frac{1}{V} \frac{dV}{d\varphi} M_{\text{Pl}}, \quad (11.50)$$

$$\begin{aligned} Q &= 9H^3 M_{\text{Pl}}^2 [\alpha(x^2 + y^2) + \beta z^3], \\ \gamma &= \frac{\alpha(x^2 + y^2) + \beta z^3}{x}. \end{aligned} \quad (11.51)$$

Как отмечалось, мы рассмотрим простейший случай экспоненциального потенциала:

$$V = V_0 \exp \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\mu \varphi}{M_{\text{Pl}}} \right), \quad (11.52)$$

где μ — постоянная. С учётом (11.51) система уравнений (11.49) примет вид

$$\begin{aligned} x' &= \frac{3x}{2} \left[g(x, z, u) - \frac{\alpha(x^2 + y^2) + \beta z^2}{x^2} \right] - 3x - \mu y^2, \\ y' &= \frac{3y}{2} g(x, z, u) + \mu xy, \\ z' &= \frac{3z}{2} \left[g(x, z, u) + \frac{\alpha(x^2 + y^2) + \beta z^2}{z^2} \right] - \frac{3}{2} z, \\ u' &= \frac{3u}{2} g(x, z, u) - \frac{u^2}{n}. \end{aligned} \quad (11.53)$$

В этой модели параметр замедления выражается как

$$q = -1 + \frac{3}{2} \left(2x^2 + z^2 + \frac{2}{3n} u^3 \right). \quad (11.54)$$

Заметим, что космологические параметры не зависят явно от вида взаимодействия, а только определяют

динамику переменных. Данный факт существенно усложняет анализ системы уравнений (11.53). Сделаем некоторые замечания относительно этой системы уравнений. Вначале рассмотрим случай $y = 0$, который соответствует свободному скалярному полю, при этом нетрудно получить некоторые ограничивающие соотношения для параметров взаимодействия, являющиеся следствием требования вещественности плотности энергии:

$$2\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} > 1 + \alpha + \beta, \quad (11.55)$$

что в свою очередь требует выполнения условий $0 > \beta > \alpha$, $|\alpha| + |\beta| < 1$. Такая неустойчивая критическая точка системы уравнений (11.53) соответствует Вселенной, заполненной ТМ. Случай нескольких подобных точек также возможен, но не представляет интереса. В заключение заметим: можно показать, что любая из этих критических точек существует также в интервале $x_0 < 0$. При $z \neq 0$ и ограничениях, накладываемых (11.55), получим

$$x_c = \left[\left(a + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \right)^{1/2} + a \right] z_c, \quad (11.56)$$

где $a = [2\sqrt{\beta/\alpha} - (1 + \alpha + \beta)]^{1/4}$.

11.3.1. Случай $Q = 0$. Теперь более детально рассмотрим случай отсутствия взаимодействия между скалярным полем и ТМ. Критические точки системы (11.53) в случае $\alpha = \beta = 0$ приведены в таблице. Фазовое пространство, которое породила система уравнений (11.53), содержит шесть физически допустимых критических точек, последняя из которых является атTRACTором. Первая критическая точка $(1, 0, 0, 0)$ является неустойчивой и соответствует Вселенной, в которой доминирует скалярное поле с экстремально жёстким уравнением состояния ($w_\varphi = 1$), вторая, также неустойчивая, соответствует периоду эволюции, при котором скалярное поле динамически эквивалентно космологической постоянной.

Следующая точка $(0, 0, 1, 0)$ не представляет интереса, она соответствует Вселенной, состоящей только из ТМ, и также является неустойчивой. Четвёртая критическая точка $(0, 0, 0, 1)$, которая соответствует Вселенной, состоящей только из голографической ТЭ в форме (10.62), подробно рассматривалась ранее. Физический интерес представляет последняя, шестая, критическая точка,

Таблица. Критические точки автономной системы уравнений (11.53)

Координаты (x_c, y_c, z_c, u_c)	Тип критической точки	q	w_φ	w_{tot}
$(1, 0, 0, 0)$	Неустойчивая	2	1	1
$(0, 1, 0, 0)$	Неустойчивая	-1	-1	-1
$(0, 0, 1, 0)$	Неустойчивая	$\frac{1}{2}$	—	0
$(0, 0, 0, 1)$	Устойчивая	$-1 + \frac{1}{n}$	—	$-1 + \frac{2}{3n}$
$\left(-\frac{3}{2\mu}, \frac{3}{2\mu}, \sqrt{1 - \frac{3}{2\mu^2}}, 0 \right)$	Неустойчивая	$\frac{1}{2}$	—	0
$(x_*, y_*, 0, u_*)$	АтTRACTор	$q_* < 0$	w_φ^*	w_{tot}^*

которая является аттрактором и соответствует Вселенной, заполненной скалярным полем и голографической ТЭ. Эта критическая точка полностью определяется параметром потенциала скалярного поля μ и значением n :

$$\begin{aligned} x_* &= \frac{2}{3n\mu} u_*, & y_* &= \sqrt{1 - \left(1 + \frac{4}{9n^2\mu^2}\right)u_*^2}, \\ z_* &= 0, & u_* &= \frac{3}{2n\mu^2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4n^2\mu^4}{9}}\right). \end{aligned} \quad (11.57)$$

То, что $x_* \propto u_*$, свойственно так называемому следящему решению [126]. Заметим также, что между скалярным полем и ТЭ имеется так называемое фоновое взаимодействие, являющееся следствием того, что на динамику скалярного поля влияет голографическая ТЭ, которая, обладая отрицательным давлением, влияет на скорость расширения Вселенной — параметр Хаббла, входящий в уравнение движения для скалярного поля.

В точке аттрактора плотность ТМ обращается в нуль. Для соответствия наблюдениям в этой модели необходимо строго задать начальные условия, так чтобы ускоренное расширение Вселенной началось прежде, чем будет достигнута эта фаза эволюции.

11.3.2. Случай $Q = 3H\alpha\varphi$. В приведённом в разделе 11.3.1 примере переходное ускорение не возникает. Для объяснения этого возможного феномена рассмотрим модель, в которой скалярное поле взаимодействует с ТМ. В этом разделе мы рассмотрим случай, когда параметр взаимодействия (11.48) $\beta = 0$. На рисунке 12 изображены зависимости Ω_q , Ω_m и Ω_φ в случае $\alpha = 0,005$, $\mu = -5$ и $n = 3$.

Из вида уравнений и характера взаимодействия не трудно понять, что ни природа, ни положение критических точек, найденных выше, не изменяются при включении взаимодействия. Взаимодействие влияет только на поведение динамических переменных, что соответствует различным траекториям в фазовом пространстве между критическими точками. Это соответствует тому факту, что параметры взаимодействия входят только в производные параметра Хаббла по времени второго и более высоких порядков.

При данных значениях параметров взаимодействия переходное ускорение начинается почти в настоящую эру. Как и в стандартных космологических моделях, где ТЭ реализуется в форме скалярных полей, доминирование последних при определённых условиях ($\dot{\varphi} \approx V(\varphi)$) вызывает фазу ускоренного расширения Вселенной. По мере расширения Вселенной вклад Ω_q возрастает, что приводит к тому, что фон (пространство) начинает изменяться быстрее поля. Это эквивалентно тому, что скалярное поле становится асимптотически свободным. Такое поле, как известно, обладает сверхжёстким уравнением состояния и заставляет Вселенную уменьшать темп её расширения. Однако затем, когда вклад Ω_q возрастает настолько, что скалярное поле уже не может больше препятствовать расширению Вселенной, её расширение вновь начинает ускоряться.

11.4. Переходное ускорение — намёки наблюдений

А. Старобинский с соавторами [127] на основе независимых наблюдательных данных, включающих в себя

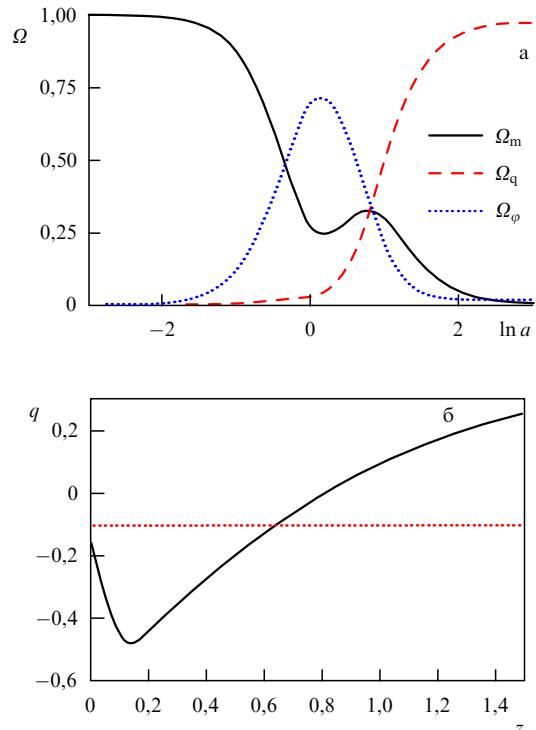


Рис. 12. (а) Относительные плотности скалярного поля Ω_φ (пунктирная кривая), голографической ТЭ Ω_q (штриховая кривая) и Ω_m (сплошная кривая) как функции логарифма масштабного фактора $N = \ln a$ при $n = 3$, $\alpha = 0,005$ и $\mu = -5$. (б) Зависимость параметра замедления $q(z)$ при тех же значениях n , α и μ .

построенные кривые блеска SNe-Ia, данные о температурной анизотропии КМФ и измерения ВАО, показали (рис. 13), что ускорение, с которым Вселенная расширяется, достигло максимального значения и сейчас уменьшается. На языке параметра замедления это означает, что этот параметр достиг своего минимального значения и сейчас увеличивается. Таким образом, основной результат анализа, проведённого в [127]: СКМ — не единственное (хотя и самое простое) объяснение наблю-

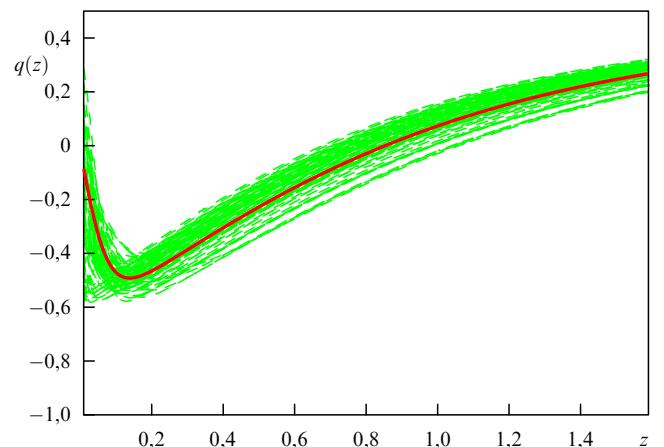


Рис. 13. Параметр замедления $q(z)$, восстановленный по независимым наблюдательным данным, включавшим в себя кривые блеска SNe-Ia, данные о температурной анизотропии КМФ и барионных акустических осцилляциях, с использованием параметризации (11.59). Жирной кривой показана наилучшая аппроксимация на доверительном уровне 1σ [127].

дательных данных, а ускоренное расширение Вселенной, в которой в настоящее время доминирует ТЭ, — всего лишь переходное явление.

Отметим, что в статье [127] также показано, что при использовании параметризации Шевалье–Поларски–Линдера (Chevallier–Polarski–Linder, CPL)

$$w(z) = w_0 + \frac{w_a z}{1+z} \quad (11.58)$$

для параметра уравнения состояния невозможно непротиворечиво объединить данные, полученные из наблюдений близких сверхновых типа SNe-Ia и анизотропии реликтового излучения. Одним из вариантов разрешения этого противоречия является отказ от такой параметризации и переход к новой. В работе [127] была предложена параметризация, способная объединить эти массивы данных:

$$w(z) = -\frac{1 + \tanh[(z - z_t)A]}{2}. \quad (11.59)$$

При этом приближении $w = -1$ на ранних временах эволюции Вселенной и w увеличивается до максимального значения $w \sim 0$ при малых z .

На рисунке 13 показана зависимость параметра замедления q , восстановленного с использованием параметризации (11.59).

В 2010 г. в рамках проекта SCP (Supernova Cosmology Project) был опубликован [128] последний массив данных о вспышках сверхновых, который включает в себя 557 событий, являясь крупнейшим на сегодняшний день. Кроме того, в нём существенно расширен массив данных, относящихся к сверхновым с небольшим красным смещением ($z < 0,3$).

В настоящий момент уже существует несколько работ [129, 130], анализирующих эти наблюдения с целью проверки гипотезы о переходном ускорении.

Все авторы сходятся во мнении, что окончательный ответ могут дать только повторные, более точные наблюдения. Более того, для получения непротиворечивого результата, по-видимому, придётся корректировать всю методику обработки данных. Так, как показано в [129, 130] (рис. 14), существует противоречие между данными, полученными из наблюдений SNe-Ia и BAO для малых красных смещений и из наблюдений КМФ для больших z .

Противоречие заключается в том, что при анализе двух рядов данных по отдельности получаются противоположные результаты. Так, например, при использовании только данных по SNe-Ia и BAO вероятность того, что темп ускорения расширения Вселенной уже достиг максимума ($z \sim 0,3$) и в настоящее время начинает уменьшаться, достаточно велика. Однако если к этим данным добавить КМФ-наблюдения, то результаты анализа коренным образом меняются и никаких отклонений от Λ CDM-модели не проявляется.

Таким образом, восстановление эволюционной зависимости ТЭ и ответ на вопрос о том, будет ли наша Вселенная расширяться замедленно или ускоренное расширение будет продолжаться вечно (как в СКМ), сильно зависят от данных, полученных при наблюдении SNe-Ia, их качества, метода восстановления космологических параметров (таких как $q(z)$, $w(z)$ и Ω_{DE}) и формы параметризации уравнения состояния. Для детального ответа на этот вопрос мы должны дождаться получения

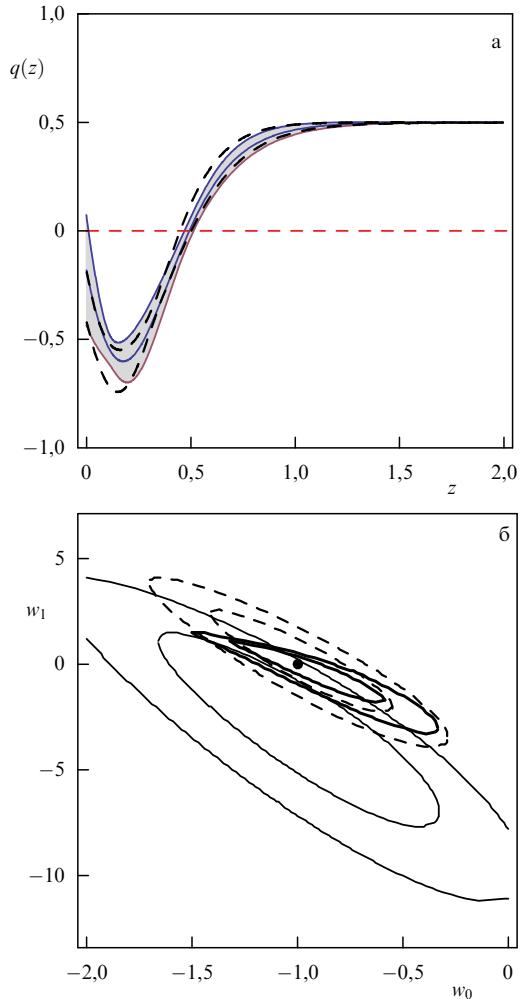


Рис. 14. (а) Восстановленный по результатам наблюдений Union2+BAO параметр замедления $q(z)$ на доверительном уровне 2σ . Затемнённая область и область между двумя штриховыми кривыми соответствуют наличию и отсутствию систематической ошибки в наблюдениях SNe-Ia. (б) Доверительные области 68,3 % и 95 % для w_0 и w_1 в параметризации CPL, $w = w_0 + w_1 z/(1+z)$. Результаты Union2S показаны штриховой линией, Union2S+BAO — жирной сплошной линией, Union2S+BAO+CMB — тонкой сплошной линией. Точка $w_0 = -1$, $w_1 = 0$ соответствует пространственно плоской Λ CDM-модели.

более точных наблюдательных данных и найти менее модельно зависимые способы их анализа.

12. Заключение

За предыдущее столетие произошла ошеломляющая эволюция наших представлений о Вселенной: от статичной системы, включающей в себя только одну галактику, до Вселенной, расширяющейся миллиарды лет из начальной сингулярности и содержащей в себе несколько сотен миллиардов галактик. Хотя первые представления об устройстве Вселенной появились одновременно с мыслящим человеком, тем не менее основной объём космологических знаний был получен в XX в., называемом золотым веком космологии. Это произошло по двум причинам. С одной стороны, ОТО обеспечила концептуальную базу современной картины мира. С другой стороны, появление всё более и более мощных телескопов, действующих в различных участках спектра электромагнитных волн, позволило существенно расши-

рить масштаб наблюдений (как наземных, так и космических) и тем самым надёжнее установить адекватность используемых моделей. Переход к цифровому кодированию информации, получаемой телескопами, оказался не менее революционным шагом, чем само изобретение телескопа. Гигантский объём полученной информации трансформировался в Стандартную космологическую модель. Согласно этой модели, мы живём в пространственно плоской, ускоренно расширяющейся Вселенной, которая на три четверти состоит из новой формы энергии (тёмной энергии) и на одну пятую из новой формы материи (тёмная материя) с небольшими добавками обычной (барионной) материи и релятивистского компонента (фотоны, нейтрино).

Ещё всего несколько десятков лет назад космология могла быть определена как наука, занимающаяся изучением двух величин: текущей скорости расширения Вселенной H_0 и параметра замедления q_0 . До конца 1990-х годов полагали, что именно эти две величины определяют окончательную судьбу Вселенной. Начиная с 1998 г. это представление полностью изменилось. Теперь мы знаем эти величины с разумной точностью, но оказывается, что они имеют малое отношение к судьбе Вселенной. Неожиданно появилась третья величина — тёмная энергия, которая, как теперь кажется, управляет всем. Тёмная энергия (в форме космологической константы или в различных динамических формах, генерируемых скалярными полями) окончательно сбалансировала энергетический бюджет, сделав полную плотность энергетического содержания Вселенной равной критической плотности, предсказываемой теорией инфляции. Новый энергетический компонент имеет отрицательное давление и, как следствие, вызывает ускоренное расширение Вселенной. Тёмная энергия влияет как на прошлую, так и на будущую эволюцию Вселенной. Если для тёмной энергии в форме космологической постоянной это будущее является достаточно прозрачным, представляя собой монотонное ускоренное расширение, то для динамических форм ТЭ возможен целый ансамбль различных сценариев: Большой разрыв (Big Rip), Большое хныканье (Big Whimper), Большой распад (Big Decay), Большой треск (Big Crunch), Большой поздний завтрак (Big Brunch), Большой всплеск (Big Splat) и т.д.

Ещё раз подчеркнём, что в основе Новой космологии лежит открытое в конце XX в. ускоренное расширение Вселенной. Хотя присуждение в 2011 г. Нобелевской премии за открытие ускоренного расширения Вселенной формально перевело этот эффект (язык не поворачивается называть это грандиозное явление прозаическим термином "эффект") в достоверно установленный наблюдательный факт.

Подводя итог текущему состоянию дел, следует честно признать: мы всё ещё плохо понимаем, почему расширение Вселенной ускоряется. Остающиеся сомнения могут быть устраниены проверкой кинематики расширения, опирающейся на различные физические механизмы. Если фундаментальный вывод об ускоренном расширении Вселенной окажется ложным, то трудно рассчитывать на согласованность результатов, полученных различными способами (кроме маловероятного случайного совпадения). Пока наиболее впечатляющий аспект космологического ускорения состоит в том, что различные стратегии его исследования приводят к одинаковому выводу: Вселенная вступила в период ускоренного расширения. Однако история учит, что не следует терять бдительности. К концу XX в. мы уже находились под впечатлением, что мы не только

владеем пониманием основ строения Вселенной, но и можем достаточно точно предсказывать удалённые этапы её эволюции. Так, например, авторы обзора [131] смело утверждали: "С нашим текущим пониманием физики и астрофизики многие вопросы конечной судьбы Вселенной могут быть качественно решены. Наша цель — продолжить развитие качественной теории будущего". Авторы обзора проследили несколько десятков этапов эволюции Вселенной вплоть до фантастических времён $\sim 10^{100-200}$ лет. Созданная ими классификация по точности намного превзошла ту, которая пародируется в высказывании, приписываемом А. Аверченко: "История мидян темна и непонятна, учёные делят её, тем не менее, на три периода". Столь благостная картина рухнула как карточный домик под напором наблюдений, оценённых в 2011 г. Нобелевской премии.

А. Эддингтону приписываются высказывание: "Не слишком доверяйте наблюдениям, пока они не подтверждены теорией". Это замечание — не теоретическая заносчивость, а понимание того, что наука — не только набор фактов, но и их объяснение. ОТО допускает ускоренное расширение Вселенной, заполненной субстанцией с отрицательным давлением, но пока не обеспечивает глубокого понимания этого явления. Дальнейшее изучение кинематики и динамики расширения Вселенной надолго обеспечит работой как космологов-экспериментаторов (наблюдателей), так и теоретиков.

Список литературы

1. Francis M J et al. *Publ. Astron. Soc. Australia* **24** (2) 95 (2007); arXiv:0707.0380
2. Rees M, Weinberg S *New Scientist* (1869) 32 (1993)
3. Riess A G et al. *Astron. J.* **116** 1009 (1998)
4. Perlmutter S et al. *Astrophys. J.* **517** 565 (1999)
5. Silvestri A, Trodden M *Rep. Prog. Phys.* **72** 096901 (2009); arXiv:0904.0024
6. Smolin L *The Trouble with Physics: the Rise of String Theory, the Fall of a Science, and What Comes Next* (London: Penguin Book, 2007)
7. Wiltshire D, arXiv:1102.2045
8. Buchert T, gr-qc/0001056
9. Ishibashi A, Wald R M *Class. Quantum Grav.* **23** 235 (2006); gr-qc/0509108
10. Räsänen S *Class. Quantum Grav.* **28** 164008 (2011); arXiv:1102.0408
11. Weinberg S *Gravitation and Cosmology* (New York: Wiley, 1972) [Вейнберг С *Гравитация и космология* (М.: Мир, 1975)]
12. Visser M *Gen. Relat. Grav.* **37** 1541 (2005); gr-qc/0411131
13. Visser M *Class. Quantum Grav.* **21** 2603 (2004); gr-qc/0309109
14. Capozziello S, Cardone V F, Salzano V *Phys. Rev. D* **78** 063504 (2008); arXiv:0802.1583
15. Lima J A S, arXiv:0708.3414
16. Hawking S W, Ellis G F R *The Large Scale Structure of Space-time* (Cambridge: Univ. Press, 1973)
17. Carroll S M *Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity* (San Francisco: Addison Wesley, 2004)
18. Visser M, Barcelo C, in *COSMO-99. Proc. of the 3rd Intern. Workshop on Particle Physics and the Early Universe, ICTP, Trieste, Italy, 27 September – 2 October 1999* (Eds U Cotti et al.) (Singapore: World Scientific, 2000) p. 98; gr-qc/0001099
19. Santos J et al. *Phys. Rev. D* **75** 083523 (2007); astr-ph/0702728
20. Zhang M-J, Ma C, Zhang T-J, arXiv:1009.4513
21. Riess A G et al. *Astrophys. J.* **607** 665 (2004); astro-ph/0402512
22. Cunha J V, Lima J A S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **390** 210 (2008); astro-ph/0805.1261
23. Bonamente M et al. *Astrophys. J.* **647** 25 (2006); astro-ph/0512349
24. Lima J A S, Holanda R F L, Cunha J V, arXiv:0905.2628
25. Jimenez R, Loeb A *Astrophys. J.* **573** 37 (2002); astro-ph/0106145
26. Zhang T-J, Ma C, Lan T *Adv. Astron.* **2010** 184284 (2010); arXiv:1010.1307
27. Ma C, Zhang T-J *Astrophys. J.* **730** 74 (2011); arXiv:1007.3787
28. Carvalho J C, Alcaniz J S *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **418** 1873 (2011); arXiv:1102.5319
29. Amati L *Nuovo Cimento C* **28** 251 (2005)
30. Armendáriz-Picón C, Damour T, Mukhanov V *Phys. Lett. B* **458** 209 (1999)

31. Chiba T, Okabe T, Yamaguchi M *Phys. Rev. D* **62** 023511 (2000)
32. de Putter R, Linder E V *Astropart. Phys.* **28** 263 (2007); arXiv:0705.0400
33. Armendariz-Picon C, Mukhanov V, Steinhardt P J *Phys. Rev. D* **63** 103510 (2001)
34. Turner M S, White M *Phys. Rev. D* **56** R4439 (1997); astro-ph/9701138
35. Caldwell R R *Phys. Lett. B* **545** 23 (2002); astro-ph/9908168
36. Erickson J K et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 121301 (2002); astro-ph/0112438
37. Nojiri S, Odintsov S D *Phys. Lett. B* **562** 147 (2003); hep-th/0303117
38. Caldwell R R, Kamionkowski M, Weinberg N N *Phys. Rev. Lett.* **91** 071301 (2003); astro-ph/0302506
39. Starobinsky A A *Phys. Lett. B* **91** 99 (1980)
40. Randall L, Sundrum R *Phys. Rev. Lett.* **83** 4690 (1999)
41. Maartens R *Living Rev. Relativity* **7** 7 (2004); gr-qc/0312059
42. Deffayet C, Dvali G, Gabadadze G *Phys. Rev. D* **65** 044023 (2002); astro-ph/0105068
43. Deffayet C et al. *Phys. Rev. D* **66** 024019 (2002); astro-ph/0201164
44. Sahni V, Shtanov Yu V *JCAP* (11) 014 (2003); astro-ph/0202346
45. Dvali G, Gabadadze G, Porrati M *Phys. Lett. B* **485** 208 (2000)
46. Сахаров А Д *ДАН СССР* **177** 70 (1967) [Sakharov A D *Sov. Phys. Dokl.* **12** 1040 (1968)]; reprinted in: УФН **161** (5) 64 (1991) [*Sov. Phys. Usp.* **34** 394 (1991)]; *Gen. Relat. Grav.* **32** 365 (2000)
47. Барвинский А О УФН **175** 569 (2005) [Barvinskii A O *Phys. Usp.* **48** 545 (2005)]
48. Milgrom M *Astrophys. J.* **270** 365 (1983)
49. Amendola L *Phys. Rev. D* **60** 043501 (1999); astro-ph/9904120
50. Amendola L *Phys. Rev. D* **62** 043511 (2000); astro-ph/9908023
51. Zimdahl W, Pavón D, Chimento L P *Phys. Lett. B* **521** 133 (2001); astro-ph/0105479
52. Zimdahl W, Pavón D *Gen. Relat. Grav.* **35** 413 (2003); astro-ph/0210484
53. Chimento L P et al. *Phys. Rev. D* **67** 083513 (2003); astro-ph/0303145
54. Gumjudpai B et al. *JCAP* (06) 007 (2005); hep-th/0502191
55. Amendola L et al. *Phys. Rev. D* **74** 023525 (2006); astro-ph/0605488
56. Berger M S, Shojaei H *Phys. Rev. D* **73** 083528 (2006); gr-qc/0601086
57. Mohseni Sadjadi H, Alimohammadi M *Phys. Rev. D* **74** 103007 (2006); gr-qc/0610080
58. Cruz N, Lepe S, Pena F, arXiv:0910.1307
59. Böhmer C G et al. *Phys. Rev. D* **78** 023505 (2008); arXiv:0801.1565
60. Guo Z-K, Cai R-G, Zhang Y-Z *JCAP* (05) 002 (2005); astro-ph/0412624
61. Carneiro S et al., arXiv:0711.2686
62. Bertolami O, Gil Pedro F, Le Delliou M *Phys. Lett. B* **654** 165 (2007); astro-ph/0703462
63. Carneiro S et al. *Phys. Rev. D* **77** 083504 (2008)
64. Baldi M, Lee J, Macciò A V *Astrophys. J.* **732** 112 (2011); arXiv:1101.5761
65. Chimento L P *Phys. Rev. D* **81** 043525 (2010); arXiv:0911.5687
66. Guimarães A C C, Lima J A S *Class. Quantum Grav.* **28** 125026 (2011); arXiv:1005.2986
67. Berera A, Moss I G, Ramos R O *Rep. Prog. Phys.* **72** 026901 (2009); arXiv:0808.1855
68. Micheletti S, Abdalla E, Wang B *Phys. Rev. D* **79** 123506 (2009)
69. Wei H *Nucl. Phys. B* **845** 381 (2011); arXiv:1008.4968
70. Abdalla E et al. *Phys. Lett. B* **673** 107 (2009); arXiv:0710.1198
71. Abdalla E, Abramo L R, de Souza J C C *Phys. Rev. D* **82** 023508 (2010); arXiv:0910.5236
72. Wei H *Commun. Theor. Phys.* **56** 972 (2011); arXiv:1010.1074
73. Sahni V et al. *Письма в ЖЭТФ* **77** 243 (2003) [*JETP Lett.* **77** 201 (2003)]; astro-ph/0201498
74. Alam U et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **344** 1057 (2003); astro-ph/0303009
75. Zimdahl W, Pavón D *Gen. Relat. Grav.* **35** 413 (2003)
76. Dalal N et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 141302 (2001)
77. Zimdahl W, Pavón D, Chimento L P *Phys. Lett. B* **521** 133 (2001)
78. Maldacena J M, hep-th/0309246
79. Maldacena J M *Int. J. Mod. Phys. A* **15** 840 (2000); hep-ph/0002092
80. Padmanabhan T, Paranjape A *Phys. Rev. D* **75** 064004 (2007); gr-qc/0701003
81. Susskind L *J. Math. Phys.* **36** 6377 (1995); hep-th/9409089
82. 't Hooft G, gr-qc/9310026
83. Maldacena J M *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** 231 (1998); hep-th/9711200
84. Gubser S S, Klebanov I R, Polyakov A M *Phys. Lett. B* **428** 105 (1998); hep-th/9802109
85. Witten E *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** 505 (1998); hep-th/9803131
86. Unruh W G *Phys. Rev. D* **14** 870 (1976)
87. Verlinde E *JHEP* (04) 029 (2011); arXiv:1001.0785
88. Bekenstein J D *Phys. Rev. D* **7** 2333 (1973)
89. Bekenstein J D, gr-qc/9409015
90. Bekenstein J D *Phys. Rev. D* **9** 3292 (1974)
91. Bekenstein J D *Phys. Rev. D* **49** 1912 (1994)
92. Jacobson T *Phys. Rev. Lett.* **75** 1260 (1995); gr-qc/9504004
93. Cai Y-F, Liu J, Li H *Phys. Lett. B* **690** 213 (2010); arXiv:1003.4526
94. Kobakhidze A *Phys. Rev. D* **83** 021502(R) (2011); arXiv:1009.5414
95. Kobakhidze A, arXiv:1108.4161
96. Cohen A G, Kaplan D B, Nelson A E *Phys. Rev. Lett.* **82** 4971 (1999); hep-th/9803132
97. Hsu S D *Phys. Lett. B* **594** 13 (2004); hep-th/0403052
98. Li M *Phys. Lett. B* **603** 1 (2004); hep-th/0403127
99. Huang Q-G, Li M *JHEP* (08) 013 (2004); astro-ph/0404229
100. Alden Mead C *Phys. Rev.* **135** B849 (1964)
101. Karolyhazy F *Nuovo Cimento A* **42** 390 (1966)
102. Sasakura N *Prog. Theor. Phys.* **102** 169 (1999); hep-th/9903146
103. Maziashvili M *Int. J. Mod. Phys. D* **16** 1531 (2007); gr-qc/0612090
104. Maziashvili M *Phys. Lett. B* **652** 165 (2007); arXiv:0705.0924
105. Cai R-G *Phys. Lett. B* **657** 228 (2007); arXiv:0707.4049
106. Wei H, Cai R-G *Phys. Lett. B* **660** 113 (2008); arXiv:0708.0884
107. Wei H, Cai R-G *Eur. Phys. J. C* **59** 99 (2009); arXiv:0707.4052
108. Sheykhi A *Phys. Lett. B* **680** 113 (2009)
109. Frampton P H, arXiv:1004.1285
110. Barrow J D, Bean R, Magueijo J *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **316** L41 (2000); astro-ph/0004321
111. Albrecht A, Skordis C *Phys. Rev. Lett.* **84** 2076 (2000); astro-ph/9908085
112. Russo J G *Phys. Lett. B* **600** 185 (2004); hep-th/0403010
113. Townsend P K, Wohlfarth M N R *Phys. Rev. Lett.* **91** 061302 (2003); hep-th/0303097
114. Hellerman S, Kaloper N, Susskind L *JHEP* (06) 003 (2001)
115. Fischler W et al. *JHEP* (07) 003 (2001)
116. Witten E, hep-th/0106109
117. Blais D, Polarski D *Phys. Rev. D* **70** 084008 (2004); astro-ph/0404043
118. Alam U, Sahni V, Starobinsky A A *JHEP* (04) 002 (2003); astro-ph/0302302
119. Costa F E M, Alcaniz J S, arXiv:0908.4251
120. Caldwell R R, Linder E V *Phys. Rev. Lett.* **95** 141301 (2005)
121. Scherrer R J *Phys. Rev. D* **73** 043502 (2006)
122. Chiba T *Phys. Rev. D* **73** 063501 (2006)
123. Alcaniz J S et al. *Class. Quantum Grav.* **26** 105023 (2009)
124. Cline J M *JHEP* (08) 035 (2001)
125. Halyo E *JHEP* (10) 025 (2001)
126. Steinhardt P J, Wang L, Zlatev I *Phys. Rev. D* **59** 123504 (1999); astro-ph/9812313
127. Shahfelloo A, Sahni V, Starobinsky A A *Phys. Rev. D* **80** 101301(R) (2009); arXiv:0903.5141
128. Barbary K et al. (and Supernova Cosmology Project) *Astrophys. J.* **745** 32 (2012); arXiv:1010.5786
129. Li Z, Wu P, Yu H *Phys. Lett. B* **695** 1 (2011); arXiv:1011.1982
130. Li Z, Wu P, Yu H *JCAP* (11) 031 (2010); arXiv:1011.2036
131. Adams F C, Laughlin G *Rev. Mod. Phys.* **69** 337 (1997)

Expanding Universe: slowdown or speedup?

Yu.L. Bolotin, D.A. Erokhin, O.A. Lemets

A.I. Akhiezer Institute for Theoretical Physics, National Scientific Center "Kharkov Institute of Physics and Technology", ul. Akademicheskaya 1, 61108 Kharkov, Ukraine. E-mail: ybolotin@gmail.com, denyerokhin@gmail.com, oleg.lemets@gmail.com

The kinematics and dynamic interpretation of the cosmological expansion is reviewed in a widely accessible manner with emphasis on the acceleration aspect. Virtually all the approaches that can in principle account for the accelerated expansion of the Universe are reviewed, including dark energy as an item in the energy budget of the Universe; modified Einstein equations; and, on a fundamentally new level, the use of the holographic principle.

PACS numbers: 04.50.Kd, **95.36.+x**, **98.80.-k**

Bibliography — 131 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **182** (9) 941–986 (2012)

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201209c.0941

Received 25 May 2011, revised 24 February 2012

Physics – Uspekhi **55** (9) (2012)