

пературы для двух линий сильно превышает относительные ошибки измерения направления движения Солнца относительно ЛМС и плотности атомов водорода и гелия.

Весьма вероятно, что различие температур для атомов водорода и гелия связано с прохождением атомов межзвездной среды через транзиентную зону между гелиосферой и "чистым" межзвездным пространством. Можно надеяться, что новые результаты, получаемые со спутника IBEX (Interstellar Boundary EXplorer), позволят уточнить параметры локальной межзвездной среды.

Список литературы

1. Kupperian J E (Jr.) et al. *Planet. Space Sci.* **1** 3 (1959)
2. Morton D C, Purcell J D *Planet. Space Sci.* **9** 455 (1962)
3. Берто Ж Л и др. *Космич. исслед.* **16** 269 (1978) [Bertaux J L et al. *Cosmic Res.* **16** 214 (1978)]
4. Bertaux J L et al. *Astron. Astrophys.* **46** 19 (1976)
5. Курт ВГ, Гермогенова ТА *Астрон. журн.* **44** 352 (1967) [Kurt VG, Germogenova TA *Sov. Astron.* **11** 278 (1967)]
6. Blum P W, Fahr H J *Astron. Astrophys.* **4** 280 (1970)
7. Blum P W, Pfleiderer J, Wulf-Mathies C *Planet. Space Sci.* **23** 93 (1975)
8. Lallement R et al. *Astron. Astrophys.* **426** 875 (2004)
9. Baranov V B *Space Sci. Rev.* **143** 449 (2009)
10. Катушкина О А, Измоденов В В *Письма в Астрон. журн.* **36** 310 (2010) [Katushkina O A, Izmodenov V V *Astron. Lett.* **36** 297 (2010)]
11. Bertaux J L, Lallement R *Astron. Astrophys.* **140** 230 (1984)
12. Bertaux J L, Lallement R, Kurt V G, Mironova E N *Astron. Astrophys.* **150** 1 (1985)
13. Dalaudier F, Bertaux J L, Kurt V G, Mironova E N *Astron. Astrophys.* **134** 171 (1984)
14. Бургин М С и др. *Космич. исслед.* **21** 83 (1983) [Burgin M S et al. *Cosmic Res.* **21** 72 (1983)]
15. Курт В Г, Миронова Е Н, Берто Ж Л, Далодье Ф *Космич. исслед.* **22** 97 (1984) [Kurt V G, Mironova E N, Bertaux J L, Dalaudier F *Cosmic Res.* **22** 86 (1984)]
16. Курт В Г, Миронова Е Н, Берто Ж Л, Далодье Ф *Космич. исслед.* **22** 225 (1984)
17. Witte M et al. *Adv. Space Res.* **13** (6) 121 (1993)
18. Lallement R, Bertaux J L, Kurt V G J. *Geophys. Res.* **90** 1413 (1985)

PACS numbers: 04.20.-q, 04.70.-s, 98.80.-k
DOI: 10.3367/UFNr.0182.201208k.0894

Образование космологических потоков материи в общей теории относительности

В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева, В.Н. Строков

1. Введение

Как известно, принцип Коперника ставит под сомнение уникальность нашей Вселенной. Поэтому представляется вероятным наличие некого физического механизма гравитационного воспроизведения космологических потоков материи, расширяющихся от сверхбольших кривизн и плотностей до малых. Решение проблемы космогенеза (происхождения вселенных) мы связываем с чёрными дырами, в которых области с высокой пространственно-временной кривизной образуются естественным эволюционным путём в ходе гравитационного

В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева, В.Н. Строков. Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, РФ
E-mail: lukash@asc.rssi.ru, strokov@asc.rssi.ru

коллапса. Остаётся продлить возникающие таким образом сингулярные состояния во времени и посмотреть, какие геометрические структуры расположены за ними в будущем.

Аналитическое продолжение решений общей теории относительности (ОТО) через сингулярные гиперповерхности $r = 0$ реализуется в классе моделей "чёрно-белых" дыр с интегрируемыми сингулярностями [1, 2]. В этих моделях пространство-время чёрной дыры удаётся связать с белой дырой, в которой реализуется метрика однородной космологической модели, что позволяет предъявить геометрическую концепцию многолистной вселенной в явном виде. Этому кругу вопросов и посвящена данная статья.

2. Как продолжить метрику Шварцшильда

Чёрная дыра с положительной внешней массой $M > 0$, без вращения и заряда, описывается в ОТО метрикой Шварцшильда в вакууме:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - 2GM/r} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (1)$$

где переменная $r > 0$ определена как радиус внутренней кривизны замкнутого однородного изотропного 2-пространства $dY^2 = \gamma_{ij} dy^i dy^j$, который не зависит от y^i ($i = 1, 2$), G — гравитационная постоянная. Y -пространство инвариантно относительно группы движений G_3 (две трансляции, позволяющие переместиться в любую точку Y , и поворот вокруг точки) и его можно привести к виду $dY^2 = r^2 d\Omega$, где $d\Omega \equiv d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$ — единичная 2-сфера \mathbb{S}^2 , $y^i = (\theta, \varphi)$. В качестве полюса $\theta = 0$ можно выбрать любую из точек \mathbb{S}^2 , а поворот вокруг полюса осуществляется с помощью угла φ .

Перпендикулярное к Y пространство X дано в эйлеровой калибровке, в которой одна из координат x^I совпадает с r . Кроме того, метрика (1) не зависит от координаты $t \in \mathbb{R}^1$. Тем самым чёрная дыра в вакууме имеет группу движений G_4 , действующую на гиперповерхности $\mathbb{C}^3 = \mathbb{R}^1 \times \mathbb{S}^2$ (три трансляции в \mathbb{C}^3 + одномерное вращение в \mathbb{S}^2).

Топологически геометрия (1) представляет собой 4-цилиндр с однородной 3-поверхностью \mathbb{C}^3 и радиальной координатой r , определяющей в области $r > 0$ шварцшильдовский сектор чёрной (или белой) дыры. Попытки расширения этого решения неизбежно приводят в области, занятые материей. Поэтому вопрос аналитического продолжения (1) должен решаться на основе более общих метрик ОТО с материей, которые мы ограничим лишь требованием сферической симметрии G_3 в \mathbb{S}^2 .

Рассмотрим класс таких метрик, в ортогональной калибровке ($g_{II} = 0$) имеющих вид

$$ds^2 = dX^2 - dY^2 = -\mathcal{N}\mathcal{K}dt^2 + \frac{d\rho^2}{4\rho\mathcal{K}} - \rho(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (2)$$

где действительная переменная ρ^{-1} не ограничена знаком и определена как скаляр внутренней кривизны Y -пространства, не зависящий от y^i :

$$R_{ij}^{(Y)} = \rho^{-1}\gamma_{ij}, \quad (3)$$

2-тензор Риччи построен по метрике γ_{ij} , которую в силу сферической симметрии всегда можно привести к виду

$dY^2 = \rho d\Omega$. Для общих систем отсчёта $\rho, \mathcal{K}, \mathcal{N}$ — это 4-скаляры, зависящие от координат X -пространства $dX^2 = n_{IJ} dx^I dx^J$, причём \mathcal{K} — это кинетический член ρ , а \mathcal{N} ограничим областью положительных значений:

$$\mathcal{K} = \frac{\rho_{,\mu} \rho^{,\mu}}{4\rho} \equiv -1 - 2\Phi, \quad \mathcal{N} \equiv N^2 > 0, \quad (4)$$

Φ — гравитационный потенциал. Тензор энергии-импульса имеет вид $T_\mu^\nu = \text{diag}(T_I^J, -p_\perp, -p_\perp)$, где $T_I^J = (\epsilon + p) u_I u^J - p \delta_I^J$. При $\rho > 0$ функции ϵ, p, p_\perp и $u^\mu = (u^I, 0, 0)$ описывают плотность энергии, продольное и поперечное напряжения и 4-скорость материи ($u_I u^I = 1$). Метрика (2) переходит в решение (1) в части домена $\sqrt{\rho} = r > 0$, где нет материи. Поэтому T -областью пространства (2) будем, по определению, называть домен $\mathcal{K} > 0$. В нём, в частности, компонента T_t^t описывает давление¹, а смысл других компонент зависит от знака ρ .

Уравнения ОТО связывают метрические и материальные скаляры:

$$\Phi' = 2\pi G P, \quad \dot{\Phi} = 2\pi G T_t^\rho, \quad (5)$$

$$\frac{N'}{N} = \frac{2\pi G(E + P)}{\mathcal{K}}, \quad (6)$$

$$\frac{(\rho NE)'}{N} + p_\perp - \frac{P}{2} = -\frac{(N^3 T^{\prime\rho})'}{4N^3 \mathcal{K}}, \quad \dot{P} = (T_t^\rho)', \quad (7)$$

где штрих и точка означают частную производную по ρ или t соответственно,

$$P \equiv -T_t^t - \frac{\Phi}{4\pi G \rho}, \quad E \equiv T_\rho^\rho + \frac{\Phi}{4\pi G \rho}. \quad (8)$$

Моделируя состояние эффективной материи, можно определить P и E из тождеств Бианки (7), а интегрируя (5) и (6) по линиям dx^I от внешнего решения (1) в будущее, можно восстановить метрические потенциалы. Аналогично уравнения (5) преобразуются для функции массы $m = m(x^I)$:

$$\Phi \equiv -\frac{Gm}{\sqrt{\rho}}, \quad m_{,I} = 4\pi \rho e_{IK} T_J^K \frac{\partial x^J}{N \partial t}, \quad (9)$$

где $(\dots)_{,I} \equiv \partial/\partial x^I$ и абсолютный антисимметричный тензор в X имеет вид

$$e_{IJ} = |\det(n_{IJ})|^{1/2} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$e^{IJ} = |\det(n_{IJ})|^{-1/2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Пространство-время

вблизи интегрируемой сингулярности

Нас интересуют полные в смысле нулевых геодезических решения (2), генерируемые метрикой (1). Достаточным условием для продолжения метрики через $\rho = 0$ является конечность потенциалов Φ и N и их производных. Такие модели мы называем чёрно-белыми (или чёрными/

белыми) дырами с интегрируемой сингулярностью [1]. Они обладают средним по вакуумному состоянию (1) метрическим 4-пространством без выколотых точек, что обеспечивает непрерывное продолжение аффинных параметров мировых линий фотонов через сингулярную гиперповерхность $\rho = 0$. С помощью построенных на этих частицах систем отсчёта мы исследуем геометрии чёрно-белых дыр за границами шварцшильдовского сектора.

Физической причиной существования интегрируемых сингулярностей является эффективная материя, которая генерируется интенсивными гравитационными полями в окрестности сингулярности и в свою очередь изменяет структуру пространства-времени вблизи $\rho = 0$. Образование материи в экстремальных гравитационных полях отвечает принципу Ле Шателье: так природа реагирует на резкое возрастание метрических потенциалов при $\rho \rightarrow 0$ (которые продолжали бы возрастать в отсутствие материи) и препятствует их расходимости. Конкретные квантово-гравитационные механизмы взаимопревращений материальных и гравитационных степеней свободы в экстремальных условиях требуют отдельного рассмотрения. Здесь, развивая работы [1, 2], мы постулируем непрерывность гравитационных потенциалов в присутствии эффективной материи.

В R -области пространства-времени (2) с сигнатурой $(+, -, -, -)$, заданной генерирующей метрикой (1), имеем $\mathcal{K} < 0$, $\rho = r^2 > 0$. Здесь гиперповерхность $r = 0$ является вырожденной и представляет собой времениподобную мировую линию центра сферического распределения вещества (например, центр звезды). При отсутствии материи в R -области из (1) следует $r > 2GM$, т.е. гиперповерхность $r = 0$ не находится в R -области.

В T -области имеем $\mathcal{K} > 0$ и переменная ρ не ограничена знаком, поскольку физика этой области определяется нелинейными квантовыми эффектами и *a priori* нет оснований полагать, что сигнатура остаётся индифинитной [3]. Здесь сингулярная гиперповерхность $\rho = 0$ разделяет 4-пространство на домены с разными сигнатурами: $(-, +, -, -)$ при $\rho > 0$ и $(-, -, +, +)$ при $\rho < 0$. Полная геометрия зависит от распределения и свойств эффективной материи вблизи $\rho = 0$.

Мы исходим из того, что распределение эффективной материи поддерживает симметрию порождающего её поля. Так, область, эволюционно примыкающая к шварцшильдовской метрике (например, $T_{\mu\nu} \neq 0$ при $r \leq r_0 = \text{const} < 2GM$ и $T_{\mu\nu} = 0$ при $r > r_0$), сохраняет t -вектор Киллинга и зависит только от ρ . А область внутри звезды сохраняет сферическую симметрию и однородность её поля. Мы воспользуемся этими ограничениями при построении моделей в разделах 4–6.

Отметим некоторые свойства геометрий (2).

- Из непрерывности потенциала Φ следует интегрируемость функции $P(t, \rho)$ на линиях $t = \text{const}$ (см. (5)):

$$\Phi(t, \rho) = \Phi_0 + 2\pi G \int_0^\rho P d\rho, \quad \Phi_0 = \Phi(t, 0). \quad (11)$$

- Из непрерывности Φ и N следует интегрируемость $E(t, \rho)$ на линиях $t = \text{const}$ (см. (6)):

$$E(t, \rho) = E_0 \exp \left(2\pi G \int_0^\rho \frac{E + P}{\mathcal{K}} d\rho \right), \quad E_0 = E(t, 0). \quad (12)$$

¹ В частности, при условии сопутствия в (2) $T_t^t = -p$.

- При $\mathcal{K}_0 \equiv -1 - 2\Phi_0 = K_0^2 = \text{const} > 0$ структура пространства-времени при $\rho \rightarrow 0$ имеет вид

$$ds^2 = -d\tilde{t}^2 + dUdV - UVK_0^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (13)$$

$$\tilde{t} = K_0 \int N_0 dt, \quad \rho = K_0^2 UV, \quad \theta = \frac{1}{2K_0} \ln \left| \frac{U}{V} \right|.$$

Направлением θ можно считать любое меридиональное направление в \mathbb{S}^2 , отсчитываемое от произвольно выбранного полюса $\theta = 0$.

Таким образом, интегрируемая сингулярность чёрно-белой дыры состоит из гиперповерхностей-горизонтов $U = 0$ и $V = 0$, лежащих в T -области и пересекающихся вдоль пространственноподобной линии бифуркации $U = V = 0$. Они разделяют T -область на конусные секторы чёрной ($U < 0, V < 0$) и белой ($U > 0, V > 0$) дыр и статическую зону ($UV < 0$). Горизонты обладают цилиндрической симметрией $\mathbb{R}^1 \times \mathbb{S}^2$, причём продольная ось $t \in \mathbb{R}^1$ пространственноподобна, а геодезические в \mathbb{S}^2 ($t = \text{const}$) — световые². Фотоны, распространяющиеся в этих направлениях, удерживаются гравитационно в $\rho = 0$, совершая бесконечные осцилляции в Y за конечный интервал аффинного параметра. Траектории других частиц, включая траектории фотонов с проекцией в \mathbb{R}^1 , пересекают особую гиперповерхность $\rho = 0$ и уходят в другие метрические домены.

4. Геодезические карты осциллирующей дыры

Структуру 4-пространства можно описать с помощью 2- и 3-мерных сечений и разрезов, которые можно покрыть сеткой траекторий живущих на них идеализированных пробных частиц. Координаты удобно выбрать таким образом, чтобы световые траектории имели наклон 45° , как в плоском мире [4]. В силу сферической симметрии все геодезические в (2) исчерпываются тремя группами сечений:

- X -плоскости — продольные сечения $(\theta, \varphi) = \text{const}$;
- UV -плоскости — поперечные сечения $(t, \varphi) = \text{const}$;
- tUV -гиперповерхности — продольно-поперечные срезы $\varphi = \text{const}$.

X -плоскости заполняют радиальные или продольные геодезические, на tUV -гиперповерхностях находятся частицы, распространяющиеся как в продольном, так и в поперечных направлениях, а ортогональные к линии бифуркации UV -плоскости заполняются спиральными геодезическими, не выходящими из T -области (см. приложение) (рис. 1).

Рассмотрим в качестве примера метрику (2), не зависящую от t , с материей в T -области $r \leq r_0 = \text{const} < 2GM$. Материя распределена в (U, V) -плоскостях вдоль пучков прямых $(t, \theta, \varphi) = \text{const}$, пересекающихся в точках $U = V = 0$. Интегрируя (9) вдоль линий времени $r = \sqrt{\rho}$ из зоны чёрной дыры (1) в будущее, получаем непрерывные потенциалы

$$\Phi = -\frac{Gm}{r}, \quad m = M - 4\pi \int_{r_0}^r p(r) r^2 dr = -4\pi \int_0^r p\rho dr, \quad (14)$$

² Напрашивается сравнение с горизонтами $r = 2GM$ вечной чёрной (белой) дыры в метрике Крускала, которые в радиальном направлении являются световыми, а в \mathbb{S}^2 — пространственноподобными и пересекаются на пространственноподобной 2-сфере бифуркации.

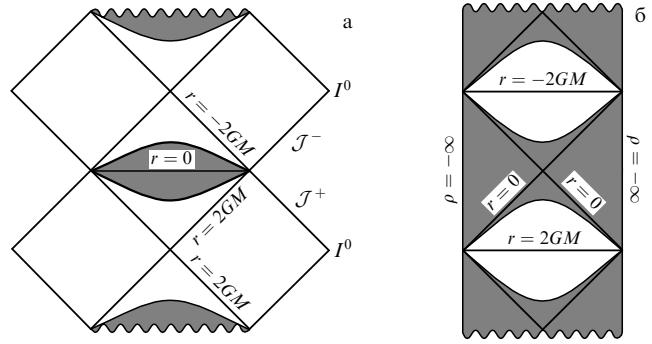


Рис. 1. Продольное (а) и поперечное (б) сечения осциллирующей чёрно-белой дыры. \mathcal{J}^+ — световая бесконечность будущего для наблюдателей в области $r > 0$, \mathcal{J}^- — световая бесконечность прошлого в области $r < 0$, I^0 — пространственные бесконечности R -областей.

непосредственно связывающие обе дыры. Метрика чёрной дыры находится в секторе $r > 0$, а белая дыра получается продолжением решения (14) в область $r < 0$ при условии конечности $\rho\rho = \Phi_0/4\pi G = \text{const}$ при $\rho = 0$. Полную геометрию можно восстановить интегрированием от точек линии бифуркации вдоль всех пучков прямых, включая области $\rho < 0$.

Для иллюстрации возьмём модель осциллирующей чёрно-белой дыры с триггерным распределением материи, зависящим от $\rho \leq \rho_0 \equiv r_0^2$ (см. [1, 2], случай Б). Другими словами, поперечное давление возрастает скачком: $p_\perp = \lambda_0(\rho_0 - \rho)$. Продольное давление, которое выбрано вакуумноподобным ($p = -\epsilon$), вычисляется с помощью тождества Бианки (7):

$$\rho \leq \rho_0 : \quad P = -E = \frac{2}{3}\lambda_0, \quad \Phi = \frac{1}{2}H_1^2(\rho - 3\rho_0), \quad (15)$$

$$\rho > \rho_0 : \quad P = -E = \frac{M}{4\pi|r|^3}, \quad \Phi = -\frac{GM}{|r|}, \quad (16)$$

где $H_1^2 \equiv 8\pi G\lambda_0/3 \equiv GM/r_0^3 = \text{const}$. Подставляя (15) и (16) в (2), получаем метрику с материей ($\rho \leq \rho_0$)

$$ds^2 = -\mathcal{K}dt^2 + \frac{d\rho^2}{4\rho\mathcal{K}} - \rho d\Omega^2 = \frac{-(1-\tilde{\rho})^2 d\tilde{t}^2 + H_1^{-2}\tilde{\rho}^{-1} d\tilde{\rho}^2 - 4r_1^2 \tilde{\rho} d\Omega^2}{(1+\tilde{\rho})^2} \quad (17)$$

и метрику в вакууме ($\rho = r^2 > \rho_0$)

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{|r|}\right)dt^2 - \frac{dr^2}{1 - 2GM/|r|} - r^2 d\Omega^2, \quad (18)$$

где $\tilde{t} = K_0 t$, $\rho = 4r_1^2 \tilde{\rho}(1+\tilde{\rho})^{-2}$, $\mathcal{K} = K_0^2 - H_1^2 \rho$, $r_1 = K_0/H_1 = r_0(3 - r_0/GM)^{1/2}$, $K_0^2 = -1 - 2\Phi_0$, $\Phi_0 = \Phi(0) = -3GM/2r_0$. Величина потенциала интегрируемой сингулярности в полтора раза меньше, чем на границе материи, и это отношение не зависит от значения параметра r_0 .

Представим (17) с помощью собственного интервала на оси ρ :

$$\rho = r^2 \in [0, \rho_0] : \quad ds^2 = d\tau^2 - \cos^2(H_1\tau) d\tilde{t}^2 - r_1^2 \sin^2(H_1\tau) d\Omega^2, \quad (19)$$

$$\rho \leq 0 : ds^2 = -dx^2 - \cosh^2(H_1 x) dt^2 + r_1^2 \sinh^2(H_1 x) d\Omega^2, \quad (20)$$

где $r = -r_1 \sin(H_1 \tau) \in [-r_0, r_0]$ и $\rho = -r_1^2 \sinh^2(H_1 x) \leq 0$. Пространство-время статических доменов — асимптотически анти-де-Ситтеровское:

$$\rho \ll -r_0^2 : T_v^\mu = -\lambda_0 \delta_v^\mu, \quad R_v^\mu = 3H_1^2 \delta_v^\mu. \quad (21)$$

По этой причине области $\rho < 0$ мы будем также называть зонами анти-де-Ситтера (АДС).

5. Источник вечной чёрной (белой) дыры

Вечные дыры, в которых материя отсутствует почти всюду, получаются как предел малых $r_0 \rightarrow 0$ в формулах (15)–(18):

$$r \in \mathbb{R}^1 : \epsilon = -p = 2p_\perp = M \frac{\delta(r)}{2\pi r^2}, \quad (22)$$

$$\rho < 0 : p = -\epsilon = p_\perp = \lambda_0 \equiv \frac{3M}{8\pi r_0^3}. \quad (23)$$

Зоны АДС сильно искривлены плотным вакуумом λ_0 (см. (20)):

$$\rho \ll -r_0^2 : ds^2 = -dx^2 + \frac{3}{4} r_0^2 \exp(2H_1 x) \times \\ \times (-H_1^2 dt^2 + d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (24)$$

который создаёт δ -образный материальный источник геометрии вечной дыры (18) в области $r \in \mathbb{R}^1$. Этот источник, локализованный при $|r| \leq r_0$, имеет плотность $\sim \lambda_0$ и полную массу M . Величина r_0 может быть вычислена в квантовой теории. В данном классическом рассмотрении r_0 является свободным параметром задачи. Отметим также, что соотношение между продольным и поперечным натяжениями в (22) не является универсальным, оно связано с выбранным условием модели $p = -\epsilon$.

Решение (22)–(24) показывает, что источником вечной дыры является поляризованный вакуум в статических зонах АДС. Гравитационная масса эффективной материи каждой из АДС-зон служит источником шварцшильдовской метрики чёрно-белой дыры в вакууме, которая находится за световой гиперповерхностью будущего $\rho = 0$ и продолжается вплоть до следующей интегрируемой сингулярности $\rho = 0$, где процесс повторяется вновь (см. рис. 1). Полная геометрия инвариантна относительно инверсии $r \rightarrow -r$ сферической системы отсчёта относительно линий бифуркации. В этом смысле фазовые переходы между гравитационными и материальными степенями свободы в этой модели обратимы.

В разделе 6 мы построим ещё один пример обратимой геометрии, в которой источником чёрной дыры будет родительская звезда, сколлапсированная из R -области с образованием сингулярности в T -области. В ходе эволюции эта модель проходит стадию эффективной материи и трансформируется в белую дыру с метрикой однородной космологической модели.

6. Астрофизическая чёрно-белая дыра

Рассмотрим модель чёрно-белой дыры с интегрируемой сингулярностью, предполагая, что чёрная дыра образовалась в ходе коллапса звезды из родительской вселен-

ной. Звезду моделируем однородным шаром радиусом $r(T, R = 1) = a(T)$, который покоялся в плоском пространстве-времени и имел массу M ($a \gg 2GM$ при $T \rightarrow -\infty$), а затем начал сжиматься под действием собственного тяготения, обладая изначально ничтожным давлением. Здесь T и R — лагранжевы координаты, сопутствующие движению оболочек шара, причём собственное время $T \in \mathbb{R}^1$, а радиальные метки сферических оболочек $R \geq 0$ нормируем таким образом, что на поверхности звезды $R = 1$.

Симметрия поля задана начальными и граничными условиями задачи. Внутри шара ($R \leq 1$) симметрия $\mathbb{R}^1 \times \mathbb{E}^3$ с 6-параметрической группой G_6 на \mathbb{E}^3 и потенциалы a, H, ϵ, p являются функциями T . Вне шара ($R > 1$) группа движений G_4 на \mathbb{C}^3 и все потенциалы зависят от r . Во избежание пересечений потоков материи будем считать, что продольное натяжение, возникающее вне звезды при больших кривизнах, вакуумноподобно. Тогда при $R > 1$ $N = 1$ и тензор энергии-импульса инвариантен относительно движений в X : $T_v^\mu = -\text{diag}(p, p, p_\perp, p_\perp)$. В $R \leq 1$ материя паскаleva, $T_v^\mu = (\epsilon + p) u_v u^\mu - p \delta_v^\mu$ (где 4-скорость $u_v = T_{v,v}$), и её состояние вычисляется из граничных условий. Из требования однородности шара следует непрерывность Φ и p на границе $R = 1$ ($r = a$), тогда как плотность и поперечное давление могут изменяться скачкообразно.

Внутри шара метрика имеет вид [5]

$$ds^2 = dT^2 - a^2(dR^2 + R^2 d\Omega^2) = \\ = \frac{a^4 H^2 dt^2 - dr^2}{1 + 2\Phi} - r^2 d\Omega^2, \quad (25)$$

где эйлеровы и лагранжевы координаты связаны между собой:

$$R \leq 1 : r = aR, \quad t = -\int \frac{dT}{a^2 H} - \frac{R^2}{2}, \quad (26)$$

а хаббловская функция $H = da/a dT$ находится из уравнений Фридмана:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \epsilon = \frac{2Gm}{r^3} = -\frac{2\Phi}{r^2}, \quad \frac{d\epsilon}{dT} + 3H(\epsilon + p) = 0. \quad (27)$$

Вначале давление отсутствует и шар свободно сжимается ($H < 0, a^3 H^2 = 2GM$). Ньютоновский потенциал в этом пределе $\Phi_N = GM(R^2 - 3)/2a$. Внутреннее натяжение в шаре возникает при $a \leq r_0 < 2GM$, оно и вычисляется из условий сшивания с эффективной материи на границе $R = 1$.

Вне шара метрика имеет вид

$$ds^2 = (1 + 2\Phi) dt^2 - \frac{dr^2}{1 + 2\Phi} - r^2 d\Omega^2 = \\ = dT^2 + 2\Phi dR^2 - r^2 d\Omega^2, \quad (28)$$

где лагранжева система отсчёта сопутствует оболочкам свободных пылинок, падающих вслед за поверхностью шара:

$$R > 1 : R - T = \int \frac{dr}{\sqrt{-2\Phi}}, \quad t = T - \int \frac{\sqrt{-2\Phi} dr}{1 + 2\Phi}, \quad (29)$$

$$\Phi = -\frac{Gm}{r} \equiv -\frac{1}{2} H^2 r^2, \quad m = M - 4\pi \int_{r_0}^r p(r) r^2 dr. \quad (30)$$

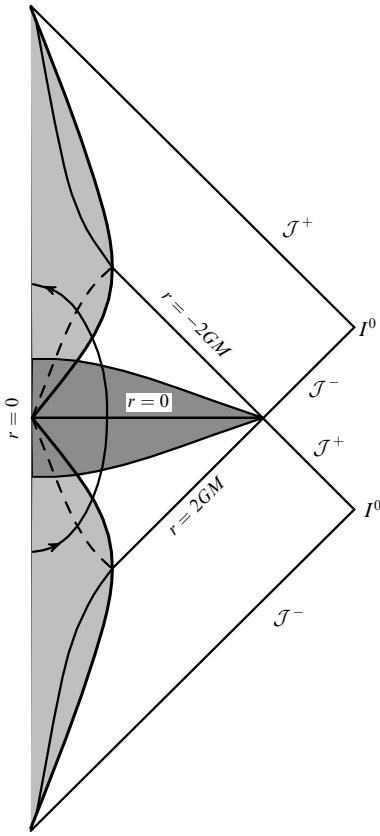


Рис. 2. Диаграмма Пенроуза астрофизической чёрно-белой дыры. Светло-серая область — тело звезды, тёмно-серая — эффективная материя, штриховая линия разделяет R - и T -области внутри звезды, кривая со стрелками — контур $t = \text{const}$.

Источником метрики Шварцшильда является масса звезды M с непрерывным потенциалом $\Phi = -GM/r$ на границе звезды. Разрыв функций N , t и g_{RR} связан со скачком плотности в $R = 1$. Эффективная материя вне тела звезды возникает при $r \leq r_0$, сохраняя симметрию родительской метрики. Из непрерывности Φ получаем $m(0) = 0$ и формулы раздела 4.

Распространяя систему отсчёта свободных частиц на весь конус $\rho = r^2 \geq 0$, мы продолжаем метрику из области чёрной дыры ($r > 0$) в область белой ($r < 0$), минуя тело самой звезды ($R > 1$) (см. (14)–(18)). Замкнув внешнюю метрику, мы далее восстанавливаем полное решение на всём многообразии $R \geq 0$, сшивая ρ на границе шара (рис. 2). В результате всюду в зоне эффективной материи получаем $P = 2\lambda_0/3$ и

$$\begin{aligned} |r| \leq r_0 \tilde{R} : \quad r &= -\sqrt{3}r_0 \tilde{R} \sin(H_1 \tilde{T}), \\ \Phi &= \frac{3}{2} \Phi_0 \tilde{R}^2 \cos^2(H_1 \tilde{T}), \end{aligned} \quad (31)$$

где $\tilde{R} \equiv \min(R, 1)$, $\tilde{T} \equiv T + (1-R)\theta(R-1)$. Состояние эффективной материи внутри звезды удовлетворяет уравнению $\epsilon + 3p = 2\lambda_0$.

Свободно падающие оболочки шара пересекаются одновременно в одной точке $r = 0$, разделяющей временнеподобную и пространственноподобную части оси $r = 0$ (см. рис. 2). В этой точке бифуркации состояние эффективной материи $p = -\epsilon/3$ и движение прямолинейно: $a \propto T$. Гравитация "отключается" по причине нулевой массы шара, что обеспечивает конечность прилив-

ных сил и продолжение мировых линий материи в будущее.

7. Физическая природа интегрируемых сингулярностей

Концепция интегрируемых сингулярностей позволила нам кардинально продвинуться в решении проблем космогенеза с помощью нового класса моделей чёрно-белых дыр в ОТО. Являются ли эти решения лишь инструментом исследования, или они существуют в действительности? Если да, то почему и как они образуются? Эти вопросы требуют отдельного изучения. Здесь мы высажем некоторые соображения по поводу физической природы интегрируемых сингулярностей.

Причины формирования сингулярных структур с конечным гравитационным потенциалом связаны с процессами перераспределения материальных и пространственно-временных степеней свободы в сильных гравитационных полях самих сингулярностей. (При больших интенсивностях и малых размерах ключевую роль играют, по всей видимости, квантовые эффекты.) Поэтому мы говорим об *эффективной материи*, содержащей не только материальные, но и гравитационные степени свободы, оставшиеся после усреднения метрики по квантовому состоянию. Однако мы сохраняем понятия энергии-импульса и законов движения в форме тождеств Бианки. Это позволяет описать обратное влияние с помощью уравнений Эйнштейна с левой частью, определённой по средней метрике $g_{\mu\nu}$, и правой — с тензором энергии-импульса эффективной материи T_v^μ , включающим в себя все поляризационные, гравитационно-модифицированные и другие члены квантовой теории, подлежащие вычислению.

Проиллюстрируем метод на примере развития одной степени свободы в заданной фридмановской симметрии коллапсирующей звезды. Пусть физическая переменная описывается безмассовым полем φ , минимально связанным с метрикой (25). Вторичное квантование приводит к следующему уравнению для амплитуд фурье-гармоник $\varphi_k = v_k(\eta)/a$ [5]:

$$v_k'' + (k^2 - U) v = 0, \quad (32)$$

$$U = U(\eta) = \frac{a''}{a} = a^2 H^2 + (aH)' = -2\Phi + \frac{\Phi'}{\sqrt{-2\Phi}}, \quad (33)$$

здесь штрих означает производную по конформному времени $\eta = \int dT/a$, k — волновое число, Φ — гравитационный потенциал на поверхности шара.

До тех пор пока давление в звезде мало, приливной потенциал возрастает с уменьшением радиуса: $U = GM/a = a^2 H^2/2$. При больших a состояние поля — вакуумное: осциллятор совершает колебания вблизи равновесия в адиабатической зоне $U < k^2$.

В ходе коллапса поле оказывается в параметрической зоне и его амплитуда неограниченно возрастает с увеличением $U > k^2$.

$$\varphi_k = \frac{\exp(-ik\eta)}{a\sqrt{2k}} \rightarrow \frac{H}{k^{3/2}}, \quad \varphi_{,\mu}\varphi^{\cdot\mu} \simeq H^4 \ln U. \quad (34)$$

На этой стадии давлением уже пренебрегать нельзя, вакуум поляризуется, оказывая в свою очередь влияние на метрику, что изменяет гравитационный потенциал и темп сжатия вблизи $a = 0$ (для солнечной массы и числа

степеней свободы ~ 100 это происходит при $H \simeq \simeq 0,1 M_P (\ln U_0)^{-1/2} \sim 10^{17}$ ГэВ).

Можно предположить, что обратное влияние, описываемое уравнениями Фридмана, приводит к такой перестройке решения, при которой приливной потенциал (33) перестаёт неограниченно возрастать и достигает насыщения: $U(r \rightarrow 0) = U_0 = -2\Phi_0 = \text{const}$. Это пресечёт ультрафиолетовую катастрофу и спасёт осцилляторы от разрушения, поскольку высокочастотные моды с $k^2 > U_0$ остаются в адиабатической зоне и не поляризуются. Тем самым сохраняется понятие гейзенберговского вектора состояния, соответствовавшее вакууму Минковского в R -области, и выполняется основное требование метрической теории о конечности гравитационного потенциала на сингулярной гиперповерхности. Такую структуру мы и называем интегрируемой сингулярностью.

Данный пример иллюстрирует отличие нашей теории от моделей с отскоками (см., например, [6]), у которых нет сингулярности, $a > 0$ и в момент отскока $H = \dot{\Phi} = 0$. Последнее требование, на наш взгляд, представляется избыточным и не является необходимым. В наших моделях потенциал Φ достигает экстремума в сингулярности $r = 0$, что ослабляет её, но не ликвидирует полностью. При малых размерах шара $a \propto T$ и ситуация напоминает взрывную модель негравитирующих частиц Милна. В момент пересечения частицы движутся по инерции, не испытывая притяжения центральной массы. Гравитация в этот момент отключается ($m(0) = 0$), поэтому пространство не прогибается, хотя плотность энергии и расходится.

8. Стрела времени и естественный отбор

Гравитационно-приливные модели чёрно-белых дыр, содержащие расширяющиеся потоки материи, позволяют ответить на многие фундаментальные вопросы, не имеющие пока ответов в современной физике. Один из них — принцип причинности, ставящий причинно-следственную цепочку событий в соответствие со стрелой времени. В контексте нашей работы речь идёт о происхождении космологической стрелы времени, под которой мы понимаем ориентацию светового конуса будущего в направлении объёмного расширения крупномасштабного потока материи.

Как известно, динамические уравнения, описывающие микроскопические процессы, инвариантны относительно изменения знака времени. Однако локальную динамику приходится дополнять внешней по отношению к ней стрелой времени, поскольку инвариантность относительно направления времени теряется при предельном переходе к глобальной геометрии.

Геодезически полные геометрии с интегрируемыми сингулярностями дают нам подсказку о происхождении стрелы времени. Они содержат разные пространственно-временные домены, разделённые горизонтами событий $r = 0$ и $r = 2GM$: нестационарные области чёрных и белых дыр (лежащие между шварцшильдовским и сингулярным горизонтами) и перемежающие их статические R -зоны (соединяющие шварцшильдовские горизонты белой и чёрной дыр) и АДС-зоны (соединяющие сингулярные горизонты чёрной и белой дыр). Здесь реализуются все возможности. Есть свои времена как у колапсирующей области, так и у антиколапсирующей (космологической). Статические области не

зависят от времени, но они пространственно неоднородны.

Мы имеем дело с единой геометрией, разделённой на секторы с временнóй и пространственной чётностями. При пересечении любого из горизонтов изменяется смысл координаты r , от которой зависит метрика [7]. В одних доменах r — это временная координата (и тогда получаем чёрные дыры и/или космологические модели), а в других — пространственная (статические зоны). При этом полная геометрия может оставаться инвариантной относительно замены $r \rightarrow -r$.

Таким образом, ответ на вопрос о происхождении космологической стрелы времени кроется в начальных условиях. Мы (наблюдатели) принадлежим космологическому потоку материи и живём по его собственному времени, которое началось с момента $r = 0$ и существует уже 14 млрд лет. Временную координату можно продлить в прошлое, в докосмологическую эпоху, но там она описывала время в T -области родительской чёрной дыры. А ещё дальше представляла собой радиальную координату асимптотически плоского пространства родительской вселенной, в котором звезда находилась до того, как она сколапсировала и образовала чёрную дыру. Возникшая в ходе коллапса интегрируемая сингулярность $r = 0$ "зажгла" нашу Вселенную, и через несколько миллиардов лет начала развиваться нелинейная крупномасштабная структура, запустившая процесс звёздной активности. В результате возникли новые чёрные дыры, которые могут быть входами в новые вселенные.

Этот процесс эволюции многолистного пространства-времени напоминает рост дерева (генеалогического дерева, если угодно). Такое дерево может процветать, а может и зачахнуть, если в дочерних вселенных не оказалось новых чёрных дыр. Критическая ситуация возникает, когда условия развития не обеспечивают производство затравочных возмущений плотности для формирования гравитационно-связанных сгустков материи и их коллапса в чёрные дыры. Но может развиться и иная история: одно событие коллапса при благоприятных обстоятельствах, реализующих параметры инфляции и фазовых переходов в белой дыре, может привести к расцвету целого дерева с незатухающими цепочками новых вселенных. Благодаря этим процессам работает космологический естественный отбор [8]: выживают и развиваются те вселенные, в которых образуются чёрные дыры, а для этого предпочтителен определённый набор параметров, мировых констант и т.д.

Основой этой концепции многолистной вселенной являются процессы гравитационной неустойчивости, напоминающие осциллирующие приливы. Антиколапсирующие пространственно-временные области (белые дыры) развиваются из колапсирующих систем чёрных дыр, и наоборот, расширяющийся квазиоднородный поток материи белой дыры распадается на сгустки, колапсирующие в чёрные дыры. Если первый процесс связан с горизонтом $r = 0$, то второй — с $r = 2GM$. На обоих горизонтах гравитационный потенциал — релятивистский и необходимо учитывать квантово-гравитационные процессы поляризации вакуума и рождения частиц [9]. Однако если на шварцшильдовском горизонте эти эффекты подавлены по параметру массы (испарение Хокинга), то при $r = 0$ они доминируют и создают структуры интегрируемых сингулярностей.

9. Заключение

В рамках предложенной нами концепции интегрируемых сингулярностей получен новый класс моделей чёрно-белых дыр в ОТО, который может быть ключом к решению проблемы космогенеза. Интегрируемую сингулярность $r = 0$ можно сравнить с классическим каспом, в котором плотность энергии или продольное натяжение материи расходятся, но масса — нулевая³, $m(0) = 0$, и гравитационный потенциал Φ_0 ограничен. Вследствие этого свойства приливные силы конечны и любые геодезические свободно продолжаются из чёрной дыры в белую, где геометрия эквивалентна геометрии расширяющейся космологической модели.

Масса материи в многолистной вселенной может быть сколь угодно большой, поскольку она компенсируется отрицательной гравитационной энергией связи. Так что полная энергия дыр, измеряемая в статических зонах, постоянна во времени. Интегрируемые сингулярности напоминают машины по переработке гравитационных степеней свободы в материальные, однако количественные характеристики этого процесса можно определить только в последовательной квантовой теории.

Работа поддержана Министерством образования и науки РФ (контракт 16.740.11.0460 от 13.05.2011) и РФФИ (офи-11-02-00857). В.Н.С. благодарит за поддержку FAPEMIG.

10. Приложение.

Движение пробных частиц в чёрно-белой дыре

Рассмотрим движение частиц в метрике (2), независящей от t . Пусть $k^\mu = dx^\mu/d\lambda$ и λ — касательный вектор и аффинный параметр вдоль траектории $x^\mu = x^\mu(\lambda)$. Из уравнений геодезических $k^\mu k_{;\mu} = 0$ получаем

$$k \equiv k_t = \text{const}, \quad k_\perp \equiv k_\theta + \frac{k_\phi}{\sin^2 \theta} = \text{const}, \quad (35)$$

где $k_\phi = \text{const}$ — азимутальный угловой момент. В отличие от инвариантов движения для продольного и поперечного импульсов, значение азимутального числа зависит от ориентации полярной системы координат. Совмещая полюс $\theta = 0$ с одной из точек траектории, имеем $\varphi = \text{const}$ и $k_\phi = 0$ всюду на мировой линии частицы. В проекции на 2-сферу частица движется по меридиану с монотонным возрастанием угла θ в интервале значений 2π на число оборотов в \mathbb{S}^2 :

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = -\frac{k_\perp}{\rho}, \quad \left(\frac{d\rho}{2d\lambda} \right)^2 - (k_\perp^2 + n\rho) \mathcal{K} = \frac{k^2 \rho}{N^2}. \quad (36)$$

Уравнение для $\lambda(\rho)$ следует из нормировочного интеграла $k_\mu k^\mu \equiv n = \text{const}$, где $n = 0$ для нулевой и $n = 1$ для

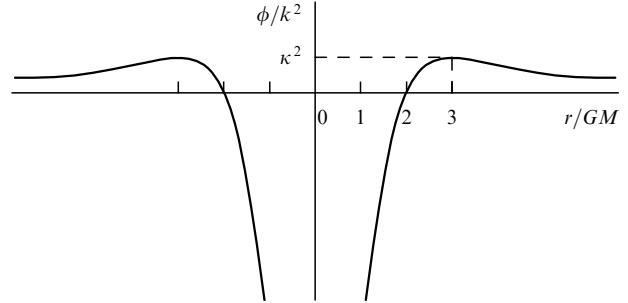


Рис. 3. Потенциал $\phi(r)$ световых геодезических в чёрно-белой дыре.

времениподобной геодезических. В конусе $\rho = r^2 \geq 0$ чёрно-белой дыры уравнение (36) имеет вид

$$\left(\frac{dr}{d\lambda} \right)^2 + \phi = \frac{k^2}{N^2} - n, \quad \phi = \frac{k_\perp^2}{r^2} (1 + 2\Phi) + 2n\Phi, \quad (37)$$

где потенциал $\phi = \phi(r)$ стремится к нулю при $r \rightarrow \infty$ (рис. 3).

Продольные световые ($n = k_\perp = 0$) распространяются непосредственно из чёрной дыры в белую с непрерывным аффинным временем $\lambda = -k^{-1} \int N dr$. Спиральные световые на поперечных срезах ($n = k = 0$) находятся в T -области или чёрной, или белой дыры, $\mathcal{K} = K^2 \geq 0$, приходя из АДС-зон и уходя обратно в АДС-зоны: $\theta = -k_\perp \int d\lambda/\rho = \pm \int dr/(2\rho K)$. Особый интерес представляют фотоны с $n = k = k_\perp = 0$, живущие на горизонтах $\rho = 0$:

$$\theta = \pm \frac{\ln |\lambda - \lambda_0|}{2K_0}, \quad \rho = \mp 2K_0(\lambda - \lambda_0) k_\perp \rightarrow 0, \quad (38)$$

где λ_0 — значение аффинного параметра на линии бифуркации.

Траектории фотонов с прицельным параметром $\kappa \equiv k_\perp (3\sqrt{3}GMk)^{-1} < 1$ соединяют обе области, R и T . Фотоны с $\kappa = 1$ вращаются в R -области на радиусе $r = 3GM$. При $\kappa > 1$ имеются фотоны двух типов: в R -области с $r > 3GM$ и в зоне $r < 3GM$, объединяющей T -область и примыкающую к ней внутреннюю часть R -области.

Список литературы

1. Lukash V N, Strokov V N, arXiv:1109.2796; подано в *Phys. Rev. D*
2. Лукаш В Н, Михеева Е В, Строков В Н УФН **182** 216 (2012) [Lukash V N, Mikheeva E V, Strokov V N *Phys. Usp.* **55** 204 (2012)]
3. Сахаров А Д ЖЭТФ **87** 375 (1984) [Sakharov A D *Sov. Phys. JETP* **60** 214 (1984)]
4. Hawking S, Penrose R *The Nature of Space and Time* (Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1996)
5. Лукаш В Н, Михеева Е В *Физическая космология* (М.: Физматлит, 2010)
6. Новиков И Д *Письма в ЖЭТФ* **3** 223 (1966) [Novikov I D *JETP Lett.* **3** 142 (1966)]
7. Новиков И Д *Астрон. журн.* **38** 564 (1961) [Novikov I D *Sov. Astron.* **5** 423 (1961)]
8. Smolin L *The Life of the Cosmos* (Oxford: Oxford Univ. Press, 1999)
9. Frolov V P, Shapiro I L *Phys. Rev. D* **80** 044034 (2009)

³ Времениподобная ось нулевой массы (линия центра звезды) лежит в R -области, и функция массы находится интегрированием плотности по радиальным оболочкам (см. (9)): $m = 4\pi \int_0 r^2 dr$. Пространственноподобная ось нулевой массы (линия бифуркации (см. (13))) лежит в T -области, и функция массы чёрно-белой дыры получается интегрированием продольного натяжения по времени: $m = -4\pi \int_0 p(r) r^2 dr$.