

КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

**Современные проблемы физических наук**

*Научная сессия Отделения физических наук  
Российской академии наук, 30 ноября 2011 г.*

PACS number: 01.10.Fv

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201208f.0869

30 ноября 2011 г. в конференц-зале Физического института им. П.Н. Лебедева Российской академии наук (РАН) состоялась научная сессия Отделения физических наук РАН.

Объявленная на web-сайте ОФН РАН [www.gpad.ac.ru](http://www.gpad.ac.ru) повестка заседания содержала следующие доклады:

1. **Ивченко Е.Л.** (Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург). *Стиновая физика в полупроводниковых наносистемах.*

2. **Голуб Л.Е.** (Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург). *Стиновый транспорт в гетероструктурах.*

3. **Левченко А.А.** (Институт физики твёрдого тела РАН, Черноголовка, Московская обл.). *Капиллярная турбулентность на поверхности квантовой жидкости.*

4. **Бабин С.А.** (Институт автоматики и электрометрии СО РАН). *Новые режимы генерации в волоконных лазерах.*

5. **Курт В.Г.** (Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, Москва). *Движение Солнца в межзвёздной среде.*

6. **Лукаш В.Н.** (Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, Москва). *Образование космологических потоков материи в общей теории относительности.*

Статьи, написанные на основе докладов 1–3, 5 и 6, публикуются ниже.

PACS numbers: 71.35.-y, 78.47.-p, 78.67.-n

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201208g.0869

**Синовая физика  
в полупроводниковых наносистемах**

Е.Л. Ивченко

**1. Введение**

Бурное развитие нанотехнологий сопровождается в последние два десятилетия неослабевающим ростом интереса к спиновой физике в полупроводниках (см.

Е.Л. Ивченко. Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург, РФ  
E-mail: [ivchenko@coherent.ioffe.ru](mailto:ivchenko@coherent.ioffe.ru)

обзоры [1–3]). Этот интерес подогревается широко обсуждаемой парадигмой квантовой обработки информации с использованием дополнительной степени свободы электрона — спина. В классическом компьютере базовой единицей информации является бит. Независимо от физической реализации бит предполагает два взаимоисключающих значения: или 0, или 1 (да/нет, ян/инь и т.п.). Кубит (q-бит, или квантовый бит), подобно биту, допускает два собственных состояния,  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ . Принципиальное различие между битом и кубитом заключается в том, что бит принимает только одно из двух состояний, а кубит может находиться не только в двух базисных состояниях, но и в любой нормированной суперпозиции этих состояний:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1,$$

с комплексными коэффициентами  $\alpha$  и  $\beta$ . Одна из многих схем реализации кубита предполагает использование спиновых состояний  $\pm 1/2$  носителя заряда, электрона или дырки. Для чистых квантово-механических состояний коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$  связаны со средней проекцией электронного спина на оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  декартовой системы координат известными соотношениями:

$$s_x = \text{Re}\{\alpha^*\beta\}, \quad s_y = \text{Im}\{\alpha^*\beta\}, \quad s_z = \frac{1}{2}(|\alpha|^2 - |\beta|^2). \quad (1)$$

Состояния кубита можно описывать вектором  $s$  на сфере Блоха. В кубите может храниться значительно больше информации, чем в бите, её объём будет зависеть от точности определения положения вектора  $s$ . Область науки, изучающая спин-зависимые оптические и транспортные явления, и её прикладные направления, развивающие предполагаемые технологии на основе спин-электронных приборов и устройств, широко известны под общим называнием спинtronика. Задачами полупроводниковой спинtronики является исследование спиновой ориентации (инжекции), накопления и детектирования спинов, а также изучение возможностей управления ими как оптическими, так и электрическими методами. Сегодня спинtronика ещё находится в младенческом возрасте и нуждается в новых концептуальных идеях, чтобы инициировать реализацию эффективных спиновых приборов. Однако мир спин- зависимых явлений ярок и привлекателен, он заслуживает изучения, и, как это бывало неоднократно в других областях физики, фундаментальные исследования рано или поздно приведут к практическим приложениям. В данном кратком

сообщении вначале будет очерчен "с высоты птичьего полёта" круг спин-зависимых явлений, изучаемых в физике полупроводниковых наноструктур, а затем подробнее будут рассмотрены две группы явлений, связанных с оптическим управлением электронными спинами в планарных массивах квантовых точек и магнитооптикой одиночных квантовых точек.

## 2. Проблемы спинtronики

На рисунке 1 схематически очерчен круг проблем, решение которых может способствовать практическому применению спинtronики. В этом разделе мы рассмотрим последовательно каждую из этих проблем, а в разделах 3–5 проиллюстрируем на примерах современные возможности управления электронными спинами.

**Эффективный  $g$ -фактор.** Ключевым параметром, описывающим взаимодействие спина электрона с магнитным полем (эффект Зеемана), является эффективный  $g$ -фактор, или фактор Ланде. Этот параметр очень чувствителен к ширине запрещённой зоны и величине спин-орбитального расщепления валентной зоны типичных полупроводников. В различных объёмных полупроводниках  $g$ -фактор принимает значения от +2 до –50. В наноструктурах, сверхрешётках, квантовых ямах, квантовых проволоках и квантовых точках  $g$ -фактор сильно зависит от геометрических размеров и формы нанообъекта. В магнитном поле  $\mathbf{B}$  электронный спин вращается вокруг вектора  $\mathbf{B}$  с угловой скоростью  $\Omega_B = g\mu_B B/\hbar$ , где  $\mu_B$  — магнетон Бора (ларморова прецессия).

Теория эффекта Зеемана в гетероструктурах была развита в 1990-х годах [4]. На основе этой теории была выведена формула для поперечного  $g$ -фактора электрона  $g_{xx} = g_{yy}$  в нижней подзоне зоны проводимости квантовых ям (QW), проволок (QWR) и точки (QD) [5]

$$g = g_0 + (g_A(E_{el}) - g_0) w_A + (g_B(E_{el}) - g_0) w_B + (g_B(E_{el}) - g_A(E_{el})) V_{3-d}(R) f^2(R). \quad (2)$$

Здесь  $g_0$  —  $g$ -фактор свободного электрона ( $g_0 \approx 2$ ),  $d$  — размерность наноструктуры,  $d = 0, 1, 2$  для квантовых точек, проволок и ямы соответственно,  $V_n$  — обобщённый объём, который для сферической квантовой точки радиусом  $R_{QD}$  равен  $4\pi R_{QD}^3/3$ , для цилиндрической проволоки с радиусом сечения  $R_{QWR}$  равен  $\pi R_{QWR}^2$ , для квантовой ямы шириной  $a \equiv 2R_{QW}$  равен  $2R_{QW}$ ; композиционные материалы ямы и барьера обозначены как А и В,  $E_{el}$  — энергия размерного квантования электрона в



Рис. 1. Цели (в центре) и проблемы спинtronики.

основном состоянии  $e1$ , отсчитанная от дна зоны проводимости материала А,  $w_A$  и  $w_B$  — вероятности найти электрон в материалах А и В,  $g_A(E) = g(E)$  и  $g_B(E) = g(E - \Delta E_c)$ ,

$$g(E) = g_0 - \frac{4}{3} \frac{|p_{cv}|^2}{m_0} \frac{\Delta}{E_g(E_g + \Delta)} + \Delta g, \quad (3)$$

$E_g$ ,  $\Delta$  — ширина запрещённой зоны и величина спин-орбитального расщепления валентной зоны соответственно,  $\Delta E_c$  — разрыв зоны проводимости на границе материалов А и В,  $p_{cv} = \langle S | \hat{p}_x | X \rangle$  — межзонный матричный элемент оператора импульса, рассчитанный между орбитальными блоховскими функциями  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_{15}$ ,  $\Delta g$  — вносимый далёкими зонами вклад в  $g$ -фактор, рассматриваемый как небольшой подгоночный параметр; наконец,  $f(R)$  — значение огибающей волновой функции электрона на границе.

На рисунке 2 представлено выполненное в [6] сопоставление экспериментальных данных по электронному  $g$ -фактору в структурах с квантовыми ямами с результатами расчёта, основанного на теории [4, 5]. Теория продольного  $g$ -фактора  $g_{zz}$  лёгких дырок в квантовых ямах представлена в недавно опубликованной статье [7].

**Спиновое расщепление подзон размерного квантования.** В средах без центра инверсии размерностью  $d = 1, 2, 3$  состояния свободных носителей расщеплены по спину. В частности, в структурах с квантовыми ямами в эффективном гамильтониане электронов в нижней подзоне размерного квантования  $e1$ , наряду со стандартной параболической дисперсией  $\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)/2m^*$  ( $m^*$  — эффективная масса), присутствуют спин-зависимые, линейные по волновому вектору члены [8, 9]

$$\mathcal{H}_{\mathbf{k}}^{(1)} = \beta_{lm} \sigma_l k_m, \quad (4)$$

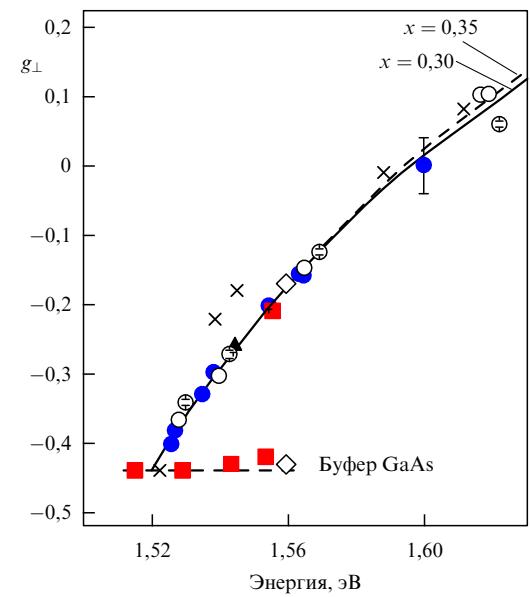


Рис. 2. Зависимость поперечного электронного  $g$ -фактора ( $g_{\perp}$ ) в структурах с квантовыми ямами GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  от энергии оптического резонанса. Разными символами показаны экспериментальные значения, полученные на разных образцах. Сплошные и штриховые кривые рассчитаны для структур с составом  $x = 0,30$  и  $x = 0,35$ . Горизонтальная штриховая линия указывает значение электронного  $g$ -фактора в объёмном кристалле GaAs [6].

где  $\sigma_l$  — матрицы Паули. Вследствие наличия этого дополнительного слагаемого спин электрона в состоянии с волновым вектором  $\mathbf{k}$  прецессирует с угловой частотой  $\Omega_{\mathbf{k}}$  с компонентами  $\Omega_{kl} = 2\beta_{lm}k_m/\hbar$  даже в отсутствие внешнего магнитного поля. Так как компоненты псевдотензора  $\beta_{lm}$  зависят от электрического поля, появляется возможность оказывать воздействие на спин не только магнитным, но и электрическим полем. Теория спинового расщепления электронных подзон и ссылки на основные публикации приведены в книге [10]. В центро-симметричных объёмных полупроводниках, например в кристаллах Si, такого расщепления нет ввиду симметрии. Однако в кремниевой квантовой яме с нечётным числом атомных плоскостей центр инверсии отсутствует и спиновое расщепление отлично от нуля; компоненты соответствующего тензора  $\beta$  рассчитаны микроскопическим методом сильной связи в работе [11].

**Спиновая релаксация.** Время спиновой релаксации — ещё один ключевой параметр спинtronики. В полупроводниковых квантовых ямах основным механизмом спиновой релаксации является механизм Дьяконова — Переля, который обусловлен уже упомянутой прецессией спина с угловой частотой  $\Omega_{\mathbf{k}}$ . После рассеяния электрона из состояния с волновым вектором  $\mathbf{k}$  в состояние с другим волновым вектором  $\mathbf{k}'$  ось вращения меняет направление. Таким образом, при многократном последовательном рассеянии электрона вектор его спина

совершает случайное диффузационное движение по сфере Блоха — это и является спиновой релаксацией, так как при диффузионном блуждании среднее значение спина экспоненциально убывает. До появления работы [12] считалось, что время такой спиновой релаксации определяется транспортным временем релаксации на дефектах или фононах, т.е. временем, определяющим подвижность. В [12–14] показано, что электрон-электронные столкновения, не влияя на подвижность, оказывают влияние на время спиновой релаксации. Действительно, для изменения направления волнового вектора электрона, а значит, и направления оси прецессии спина неважно, рассеивается ли электрон на дефекте, фононе или другом электроне. Как видно из рис. 3, на котором проведено сравнение результатов теории и эксперимента, в совершенных легированных структурах с квантовыми ямами в области температур от 10 К до 100 К спиновая релаксация Дьяконова — Переля контролируется электрон-электронными столкновениями.

**Тонкая структура энергетического спектра экситонов.** Механическим экситоном принято называть связанное состояние электрона и дырки в полупроводнике, рассчитанное при учёте только прямого кулоновского двухчастичного взаимодействия. Вследствие двукратного спинового вырождения состояний электрона и дырки в квантовой яме основное состояние механического экситона четырёхкратно вырождено. Включение

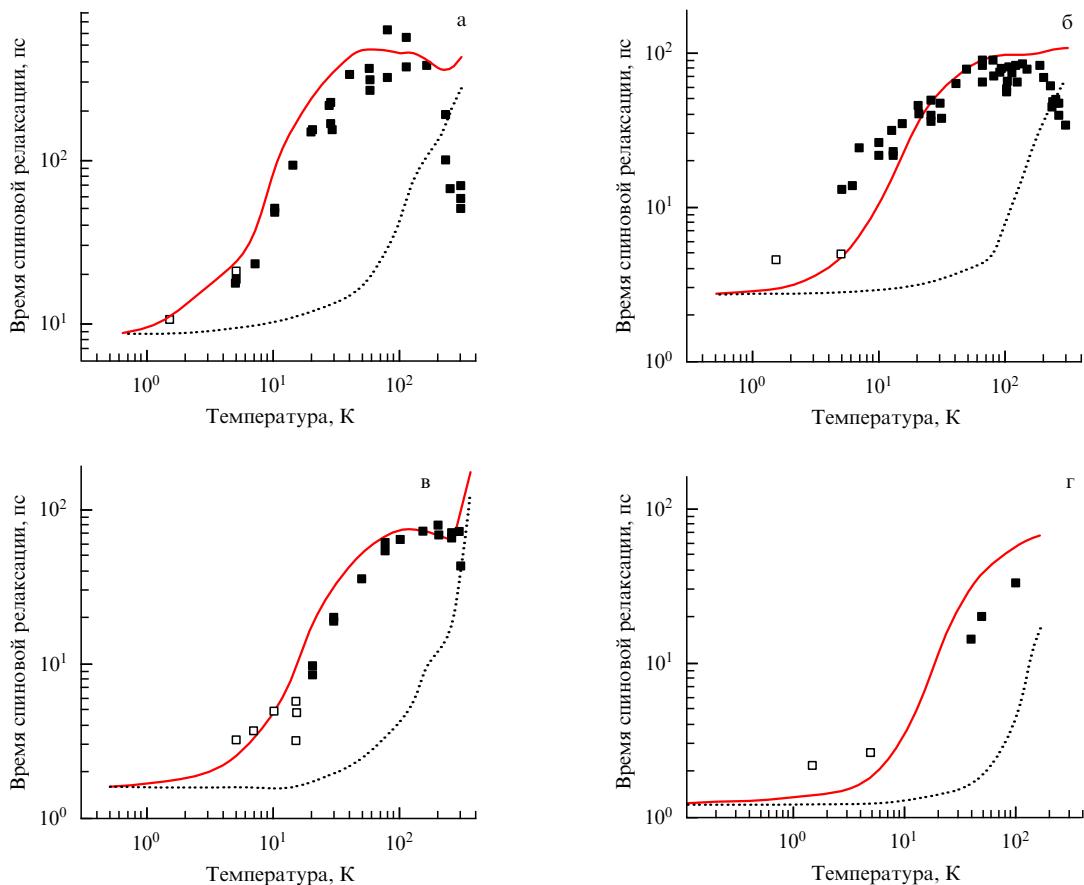


Рис. 3. Температурная зависимость времени спиновой релаксации электронов в четырёх структурах с квантовыми ямами GaAs/AlGaAs с концентрациями:  $1,75 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  (а),  $2,3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  (б),  $3,1 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  (в),  $3,3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  (г). Экспериментальные результаты показаны квадратами. Сплошные и штриховые кривые рассчитаны соответственно с учётом и без учёта электрон-электронных столкновений. В обоих случаях учитывалось рассеяние электронов на статических дефектах и фононах, описываемое временем релаксации по импульсу  $\tau_p$ , найденным независимо из транспортных измерений [14].

обменного электрон-дырочного взаимодействия приводит к снятию (по крайней мере, частичному) вырождения экситонного уровня. Теория тонкой структуры экситонных состояний в полупроводниковых структурах изложена в книгах [10, 15] и обзорной статье [16] (см. также оригинальную статью [17]). В разделе 5 мы обсудим, как характер расщепления экситонных подуровней зависит от формыnanoструктурного потенциала и ориентации квантовой точки относительно кристаллографических осей, и представим новые результаты экспериментального и теоретического изучения спиновых свойств ненапряжённых квантовых точек (111)GaAs/AlGaAs [18].

*Излучение пар запутанных фотонов.* В квантовых точках с симметрией D<sub>2d</sub> (D<sub>3h</sub>, C<sub>3v</sub>) экситонные подуровни, оптически активные в направлениях, перпендикулярных оси роста, двукратно вырождены. Фотолюминесценция биэкситонов в таких точках позволяет генерировать пару запутанных фотонов (entangled photons), описываемых волновой функцией

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left( |\sigma_+\rangle_{\text{biexc}} |\sigma_-\rangle_{\text{exc}} + |\sigma_-\rangle_{\text{biexc}} |\sigma_+\rangle_{\text{exc}} \right), \quad (5)$$

где |σ<sub>±</sub>⟩<sub>biexc</sub> — фотон с поляризацией σ<sub>+</sub> или σ<sub>-</sub>, испускаемый при рекомбинации биэкситона с рождением фотона и экситона, |σ<sub>±</sub>⟩<sub>exc</sub> — второй фотон, излучаемый при рекомбинации оставшегося экситона, с поляризацией, противоположной поляризации первого фотона. Вследствие межчастичного взаимодействия энергии первого и второго фотонов различаются (на 1–2 мэВ) и спектрально разделяются на опыте. В квантовых точках с пониженной симметрией радиационный дублет расщеплён на два линейно поляризованных диполя и, если это расщепление превышает неопределенность ħ/τ (τ — время жизни экситона), запутанность, т.е. когерентность между двумя состояниями в скобках выражения (5), исчезает. В [19, 20] рассмотрены два независимых механизма, парамагнитный и диамагнитный, подавления магнитным полем исходного расщепления радиационного дублета.

*Связанные спин-спиновые системы.* Квантовая точка отличается от квантовых ям (или проволок), в частности, тем, что в ней отсутствует свободное двумерное (или одномерное) движение и механизм спиновой релаксации Дьяконова – Переля не действует. Однако в этом случае электронный спин подвержен воздействию случайного ядерного спина, так как в типичной квантовой точке содержится 10<sup>5</sup>–10<sup>6</sup> ядер основной решётки [21]. В условиях оптической ориентации электронов ядерные спины также могут поляризоваться и возникает связанная спин-спиновая система, активно исследуемая в последние годы (см., например, [22, 23]).

*Спиновый шум.* Шумы определяют нижние пределы величин сигналов, которые могут быть обработаны средствами электроники, в частности спинтранники. Кроме того, изучение спиновых флуктуаций позволяет получать независимую информацию о свойствах спиновой системы в равновесных и неравновесных условиях. Начало теории флуктуаций спиновой поляризации свободных носителей в полупроводниках было положено в 1970-е годы [24]. Однако экспериментально спиновый шум в полупроводниках удалось измерить сравнительно недавно (см. обзор [25]), хотя в атомной физике это было сделано [26] ещё в 1981 г. В равновесных условиях

спектральная плотность флуктуаций имеет вид лоренциана

$$\langle \delta s_i^2 \rangle_\omega = \frac{1}{2} \frac{n\tau_s}{1 + (\omega\tau_s)^2}, \quad (6)$$

где n — концентрация электронов, τ<sub>s</sub> — время их спиновой релаксации, i = x, y, z. В магнитном поле **B** флуктуации поперечных составляющих спиновой поляризации δs ⊥ **B** описываются формулой (6), в которой частоту ω нужно заменить разностью ω – Ω<sub>B</sub>. В результате положение спектрального пика смещается от точки ω = 0 к частоте лармовой прецессии Ω<sub>B</sub>, что и наблюдается экспериментально в газе двумерных электронов [25]. В работе [27] аналогичное явление обнаружено для ансамбля квантовых точек. Особенности спиновых флуктуаций в квантовых проволоках теоретически исследованы в недавно опубликованной статье [28].

*Спиновая фотогальваника.* Гиротропные среды допускают преобразование, прямое и обратное, углового момента в поступательное движение, аналогичное преобразованию вращательного движения пропеллера или колеса в поступательное. Наличие спин-зависимых линейных по **K** членов (4) в электронном гамильтониане предполагает такое преобразование и допускает циркулярный фотогальванический эффект, предсказанный [29] в 1978 г. (см. подробнее статью [30], а также книги [10, 15, 31]).

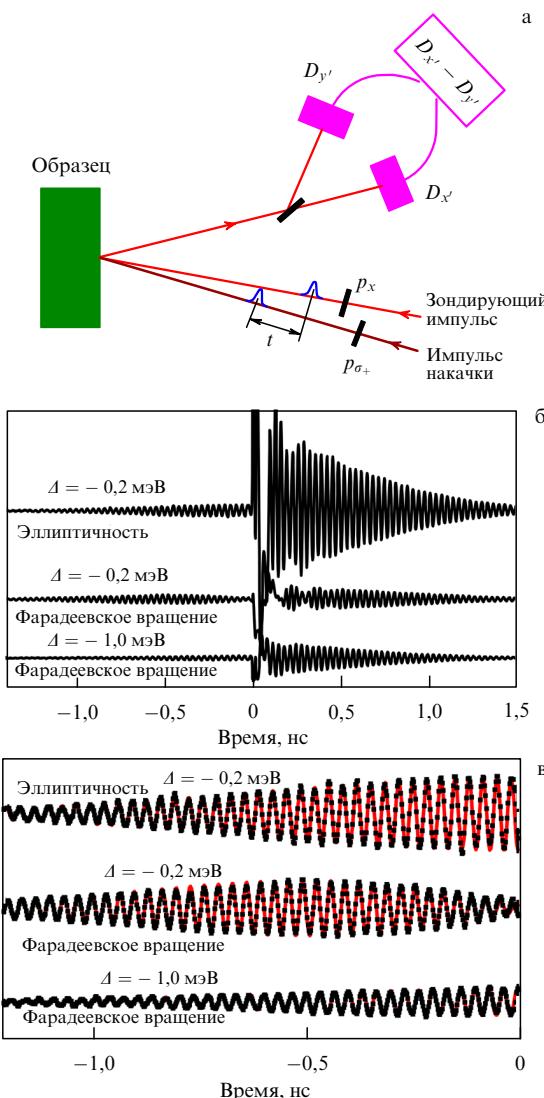
### 3. Спиновые эффекты Фарадея и Керра

В настоящее время в оптической спектроскопии для изучения спиновой ориентации электронов в nanoструктурах широко применяется двухлучевой метод "накачка – зондирование" (pump – probe). Этот метод, по-видимому, впервые предложен для объёмных полупроводников в теоретической работе [32], где рассмотрены два монохроматических пучка: один из них, интенсивный, поляризованный циркулярно, осуществляет оптическую ориентацию электронных спинов, а другой, поляризованный линейно, является зондирующим. Изучается поворот плоскости поляризации зондирующего пучка, пропорциональный наведённому электронному спину, в геометрии на пропускание (так называемый спиновый эффект Фарадея) или на отражение (спиновый эффект Керра). В современной постановке опыта для накачки и зондирования используются короткие (пикосекундные) импульсы и изучается угол вращения θ плоскости поляризации зондирующего импульса в зависимости от времени задержки t между импульсами (рис. 4а).

### 4. Спиновая синхронизация

#### в ансамбле заряженных квантовых точек

На рисунке 4б показаны биения сигнала спин-фарадеевского вращения и наведённой эллиптичности, измеренные при температуре 4 К, в зависимости от задержки t на массиве заряженных квантовых точек InGaAs/GaAs. Образец, к которому прикладывалось поперечное магнитное поле B = 4 Тл (период лармовой прецессии ≈ 33 пс), возбуждался периодически короткими циркулярно поляризованными импульсами накачки с периодом повторения T<sub>R</sub> = 13,2 нс, периодическая последовательность зондирующих импульсов была сдвинута на время t (см. [34]). При проведении опыта можно было



**Рис. 4.** (а) Схема установки для измерения угла вращения плоскости поляризации пробного луча в спин-фарадеевском эффекте, индуцированном циркулярно поляризованным лучом накачки. (б) Временные сигналы эллиптичности и фарадеевского вращения, измеренные при близких частотах накачки и зондирования с расстройкой  $\Delta \equiv \hbar(\omega_p - \omega_{pr}) = -0,2 \text{ мэВ}$  и  $\Delta = -1 \text{ мэВ}$ . (в) Сравнение результатов теории (сплошные кривые) и эксперимента (точки) в области отрицательных временных задержек: точки и кривые почти сливаются [33].

изменять расстройку между несущими частотами импульсов накачки ( $\omega_p$ ) и зондирования ( $\omega_{pr}$ ). Импульс накачки может возбуждать в квантовой точке трион, образованный двумя электронами с противоположными спинами и тяжелой дыркой. Так как время рекомбинации триона составляет  $\approx 0,4 \text{ нс}$ , основное время квантовые точки содержат по одному электрону, оптическая ориентация которого и приводит к спиновому эффекту Фарадея. С возрастанием задержки  $t$  амплитуда спиновых биений убывает. Эта потеря спиновой когерентности связана не с временем реальной спиновой релаксации, которое намного больше периода повторения  $T_R$ , а с разбросом значений частоты ларморовой прецессии электрона в возбужденных квантовых точках, резонансная частота  $\omega_0$  которых отличается от несущей частоты  $\omega_p$  не более чем на величину  $\tau_p^{-1}$ , обратную длительности импульса. На первый взгляд неожидан-

ным представляется появление сигнала при отрицательных значениях  $t$  (рис. 4б). Для описания этого необычного эффекта в [35] была построена микроскопическая теория возбуждения и измерения долгоживущей спиновой когерентности, а также управления ею короткими оптическими импульсами в однократно заряженных квантовых точках в режиме накачка – зондирование. На рисунке 4в представлены результаты расчета, проведенного в рамках развитой теории, для отрицательных значений  $t$ . Как видно, получено хорошее согласие результатов теории и эксперимента. Ниже мы кратко перечислим основные этапы теоретического рассмотрения.

Вначале изучается воздействие короткого импульса на одну заряженную квантовую точку. В резонансном приближении такое действие описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{\psi}_{3/2} &= \hbar\omega_0\psi_{3/2} + V_+(t)\psi_{1/2}, & i\hbar\dot{\psi}_{1/2} &= V_+^*(t)\psi_{3/2}, \\ i\hbar\dot{\psi}_{-3/2} &= \hbar\omega_0\psi_{-3/2} + V_-(t)\psi_{-1/2}, & i\hbar\dot{\psi}_{-1/2} &= V_-^*(t)\psi_{-3/2}. \end{aligned}$$

Здесь  $\psi_{\pm 1/2}$  и  $\psi_{\pm 3/2}$  — амплитуды вероятности нахождения в квантовой точке одного электрона со спином  $\pm 1/2$  или триона с дырочным спином  $\pm 3/2$ ,  $V_{\pm}(t) = -\int d(\mathbf{r}) E_{\sigma^{\pm}}(\mathbf{r}, t) d^3r$  — матричные элементы взаимодействия с электрическим полем световой волны  $E_{\sigma^{\pm}}(\mathbf{r}, t)$  с правой и левой циркулярной поляризацией,  $\psi \equiv \partial\psi/\partial t$ . Эффективность взаимодействия характеризуется дипольным моментом оптического перехода

$$d(\mathbf{r}) = -i \frac{ep_{cv}}{\omega_0 m_0} F(\mathbf{r}, \mathbf{r}), \quad (7)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $m_0$  — масса свободного электрона. Двухчастичная огибающая  $F$  определена как

$$F(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \varphi_h(\mathbf{r}) \varphi_e^{(tr)}(\mathbf{r}) \int d^3r' \varphi_e(\mathbf{r}') \varphi_e^{(tr)}(\mathbf{r}'), \quad (8)$$

где  $\varphi_e^{(tr)}$  и  $\varphi_h$  — электронная и дырочная одночастичные огибающие функции в трионе,  $\varphi_e$  — огибающая одиночного (резидентного) электрона в квантовой точке.

Спин электрона после действия импульса накачки  $S^+$  линейно связан со спином  $S^-$  в момент прихода импульса с поляризацией  $\sigma_+$ :

$$S_x^+ = \mathcal{L}_{\alpha\beta} S_\beta^- + \frac{Q^2 - 1}{4} \delta_{xz},$$

$$\hat{\mathcal{L}} = \begin{bmatrix} Q \cos \Phi & Q \sin \Phi & 0 \\ Q \cos \Phi & -Q \sin \Phi & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Q^2 + 1}{2} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Для импульсов прямоугольной формы с  $f(t) \equiv V_{\pm}(t) \times \exp(i\omega_p t)/\hbar = f_0$  при  $|t| < \tau_p/2$  и  $f(t) = 0$  вне этого интервала получаем

$$Q = \sqrt{1 - \frac{\Theta^2}{x^2} \sin^2 \frac{x}{2}}, \quad \Phi = \pi y - \phi, \quad (10)$$

где  $\Theta = 2f_0\tau_p$ ,  $x = \sqrt{(2\pi y)^2 + \Theta^2}$  — эффективная частота Раби,  $y = (\omega_p - \omega_0)\tau_p/2\pi$  — безразмерная расстройка частоты,  $\sin \phi = (y/Qx) \sin(x/2)$ . В магнитном поле  $\mathbf{B} \parallel x$  поперечные компоненты спина осциллируют:  $S_\beta(\Delta t) = \mathcal{M}_\beta(\Delta t) S_\gamma^+$ , где время  $\Delta t$  отсчитывается от момента прихода одного из периодических импульсов накачки,

отличные от нуля компоненты матрицы  $\mathcal{M}$  имеют вид  $\mathcal{M}_{yy} = \mathcal{M}_{zz} = \cos(\Omega_B \Delta t)$ ,  $\mathcal{M}_{yz} = -\mathcal{M}_{zy} = \sin(\Omega_B \Delta t)$ ,  $\mathcal{M}_{xx} = 1$ . В итоге для стационарного значения вектора  $S^+$  получаем замкнутое линейное уравнение

$$S_x^+ = \mathcal{L}_{\alpha\beta} \mathcal{M}_{\beta\gamma} (T_R) S_y^+ + \delta_{xz} \frac{Q^2 - 1}{4}.$$

Аналогично рассчитываются поправки  $\delta\psi_{\pm 1/2}$ ,  $\delta\psi_{\pm 3/2}$  к амплитудам вероятности, линейные по электрическому полю зондирующего импульса. Это позволяет найти спин-зависимые поправки к амплитуде прошедшего или отражённого зондирующего луча, просуммировать их по квантовым точкам и в итоге рассчитать угол поворота  $\theta$ .

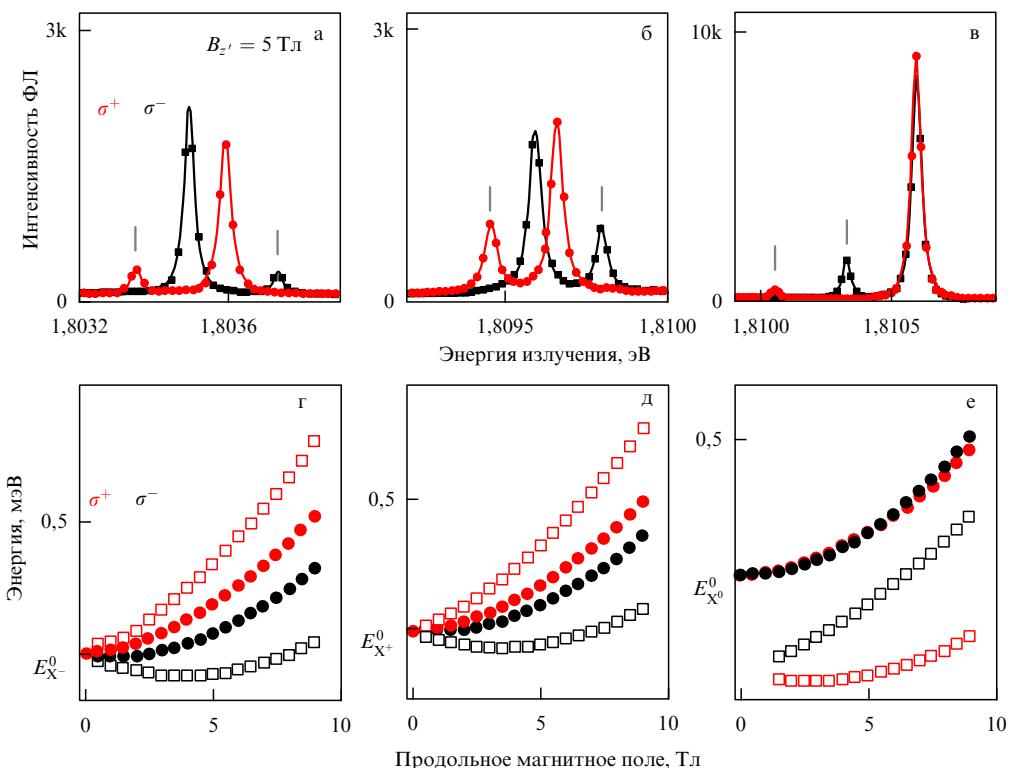
В квантовых точках, у которых период ларморовой прецессии кратен  $T_R$ , т.е.  $\Omega_B T_R = 2\pi N$  ( $N$  — целое число), происходит резонансное накопление спина, и эти точки вносят главный вклад в спин-фарадеевское вращение. Вследствие разброса частоты  $\Omega_B$  условию соизмеримости удовлетворяют квантовые точки со значениями  $N$ , различающимися на  $\pm 1, \pm 2, \dots$ . Таким образом, затухание сигнала при возрастании  $t > 0$  обусловлено тем, что в квантовых точках с различными значениями  $N$  спины электронов врачаются с разными угловыми скоростями. Однако к приходу очередного импульса накачки происходит постепенное выстраивание спинов в направлении  $z$ . Это явление аналогично синхронизации лазерных мод [36].

## 5. Спектроскопия одиночных квантовых точек

В выращенной вдоль оси [001] квантовой точке, характеризующейся точечной симметрией  $C_{2v}$ , основные состояния электрона и дырки преобразуются по эквивалентным

спинорным представлениям  $\Gamma_5$  (или в других обозначениях —  $E'$ ). В отсутствие обменного взаимодействия основное состояние экситона  $e1-hh1$  в квантовой точке четырёхкратно вырождено [37]. Обменное взаимодействие между электроном и дыркой приводит к полному снятию вырождения и расщеплению экситонного уровня на подуровни  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$  (или соответственно  $A_1, B_1, A_2, B_2$  в других обозначениях неприводимых представлений группы  $C_{2v}$ ). В декартовой системе координат ( $x_1 \parallel [110], y_1 \parallel [110], z \parallel [001]$ ) состояния  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_4$  оптически активны при поляризации  $e \parallel x_1$  и  $e \parallel y_1$ , а переходы в два других состояния,  $\Gamma_1, \Gamma_3$ , запрещены при  $e \perp z$ . В продольном магнитном поле  $B \parallel z$  происходит смешивание как состояний  $\Gamma_1, \Gamma_3$ , так и состояний  $\Gamma_2, \Gamma_4$ , но между собой эти пары подуровней не смешиваются. Поэтому в спектрах поглощения или излучения наблюдаются две линии, линейно поляризованные в отсутствие магнитного поля и циркулярно поляризованные в сильном продольном магнитном поле. По аналогичной причине при излучательной рекомбинации триона  $X^-$  (два электрона в синглетном состоянии и тяжёлая дырка) или  $X^+$  (две дырки в синглетном состоянии и электрон) во внешнем продольном магнитном поле из каждой четвёрки процессов  $(X^-, j) \rightarrow (e1, s)$  и  $(X^+, s) \rightarrow (hh1, j)$  разрешены только два и в спектре излучения наблюдаются не квартеты, а дублеты. Здесь  $s, j$  — индексы расщеплённых зеемановских подуровней триона или одиночного носителя в квантовой точке.

Совсем другие правила отбора действуют в квантовых точках GaAs/AlGaAs, выращенных в направлении [111]. На рисунке 5 показаны спектры фотолюминесценции выделенной квантовой точки при стационарном



**Рис. 5.** Спектр фотолюминесценции (ФЛ) одиночной квантовой точки (111) GaAs/AlGaAs, измеренный в магнитном поле  $B_z' = 5$  Тл в области излучения триона  $X^+$  (а), триона  $X^-$  (б) и нейтрального экситона  $X^0$  (в);  $k$  означает условную единицу измерения интенсивности. Кружками и квадратами показаны циркулярно право- и левополяризованные линии излучения соответственно. (г–е) Изменение положения соответствующих линий излучения с возрастанием магнитного поля [18].

надбарьерном оптическом возбуждении. В этом случае в проинтегрированных по времени спектрах присутствуют линии излучения как нейтральных экситонов  $X^0$ , так и трионов  $X^-$  и  $X^+$ . Как видно из рисунка, в продольном магнитном поле  $\mathbf{B} \parallel [111]$  вместо дублетов, состоящих из циркулярно поляризованных линий  $\sigma_+$  и  $\sigma_-$ , наблюдается квартет, две линии которого поляризованы по правому кругу,  $\sigma_+$ , и две другие — по левому кругу,  $\sigma_-$ . Различие в структуре спектров фотолюминесценции квантовых точек, выращенных вдоль осей [001] и [111], естественно объясняется различием их точечных групп симметрии  $C_{2v}$  и  $C_{3v}$ . Напомним, что в группе  $C_{2v}$  состояния тяжёлых дырок  $|\pm 3/2\rangle$  преобразуются по двумерному неприводимому представлению  $\Gamma_5$  и прямое произведение  $\Gamma_5 \times \Gamma_5^* = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4$  содержит лишь одно представление  $\Gamma_3$ , по которому преобразуется компонента магнитного поля  $B_z$ . В группе  $C_{3v}$  состояния  $|\pm 3/2\rangle$  образуют базис приводимого представления  $\mathcal{D} = \Gamma_5 + \Gamma_6$  и прямое произведение  $\mathcal{D} \times \mathcal{D}^* = 2\Gamma_1 + 2\Gamma_2$  включает в себя два представления  $\Gamma_2$ , по которому в данной группе преобразуется компонента  $B_{z'}$  ( $z' \parallel [111]$ ). В результате зеемановский гамильтониан в поле  $\mathbf{B} \parallel [111]$  описывается двумя линейно независимыми параметрами,  $g_{h1}$ ,  $g_{h2}$ , и в базисе  $|\pm 3/2\rangle$  имеет вид  $2 \times 2$ -матрицы:

$$\mathcal{H}_{\mathbf{B}} = \frac{1}{2} \mu_B B_{z'} \begin{bmatrix} g_{h1} & g_{h2} \\ g_{h2} & -g_{h1} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Собственные числа матрицы (11)

$$E_{\pm} = \pm g_h \mu_B B_{z'}, \quad g_h \equiv \sqrt{g_{h1}^2 + g_{h2}^2}, \quad (12)$$

а соответствующие собственные функции можно привести к виду

$$|h, +\rangle = C_1 \left| \frac{3}{2} \right\rangle + C_2 \left| -\frac{3}{2} \right\rangle,$$

$$|h, -\rangle = -C_2 \left| \frac{3}{2} \right\rangle + C_1 \left| -\frac{3}{2} \right\rangle$$

с коэффициентами

$$C_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{g_{h1}}{\sqrt{g_{h1}^2 + g_{h2}^2}} \right)},$$

$$C_2 = \text{sign}(g_{h2}) \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{g_{h1}}{\sqrt{g_{h1}^2 + g_{h2}^2}} \right)}.$$

Заметим, что коэффициенты  $C_1$ ,  $C_2$  не зависят от магнитного поля. При  $C_2 \neq 0$  электрон со спином  $1/2$  (или  $-1/2$ ) может рекомбинировать как с дыркой  $|h, +\rangle$ , так и с дыркой  $|h, -\rangle$  с излучением  $\sigma_-$ -фотона (или  $\sigma_+$ -фотона). Таким образом, все четыре перехода оказываются оптически активными, тогда как в квантовых точках (001) параметр  $g_{h2}$  равен нулю, а значит  $C_2 \equiv 0$ , и разрешены только два рекомбинационных процесса. Подчеркнём, что эффект смешивания состояний  $\pm 3/2$  в продольном магнитном поле может проявляться в тригональных системах с произвольной размерностью  $d = 0-3$ , включая экситон в кристаллах Ge, образованный из электрона в L-долине и дырки  $\Gamma_8^+$  и связанный на нейтральном доноре [38].

6\*

Отличное от нуля значение  $g$ -фактора  $g_{h2}$  можно получить, учитывая, что в объёмных полупроводниках с решёткой цинковой обманки зеемановское взаимодействие дырок  $\Gamma_8$  с магнитным полем описывается гамильтонианом

$$\mathcal{H}_{\mathbf{B}}^{(\Gamma_8)} = -2\mu_B \left[ \kappa \mathbf{J} \mathbf{B} + q(J_x^3 B_x + J_y^3 B_y + J_z^3 B_z) \right], \quad (13)$$

содержащим два безразмерных коэффициента,  $\kappa$  и  $q$ . Здесь  $x$ ,  $y$  и  $z$  — кристаллографические оси [100], [010] и [001],  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $J_z$  — матрицы углового момента в базисе  $\Gamma_8$ . Перейдём в гамильтониане (13) к координатам  $x' \parallel [11\bar{2}]$ ,  $y' \parallel [1\bar{1}0]$ ,  $z' \parallel [111]$  и введём базисные функции  $|3/2\rangle'$ ,  $| -3/2\rangle'$ , которые преобразуются по приводимому представлению  $\mathcal{D} = \Gamma_5 + \Gamma_6$  группы  $C_{3v}$ . Тогда зеемановское расщепление в поле  $\mathbf{B} \parallel [111]$  будет описываться матрицей  $2 \times 2$ , где  $g_{h1} = -6\kappa$ ,  $g_{h2} = 2\sqrt{2}q$ .

Работа поддержана программой Президиума РАН и грантами РФФИ. Автор благодарен М.М. Глазову за полезное обсуждение рукописи.

## Список литературы

1. Dyakonov M I (Ed.) *Spin Physics in Semiconductors* (Berlin: Springer, 2008)
2. Kusrayev Yu, Landwehr G (Guest Eds) *Semicond. Sci. Technol.* **23** (11) (2008), Special issue on optical orientation
3. ФТП **42** (8) (2008), спец. выпуск к 80-летию В.И. Переля
4. Ивченко Е Л, Киселев А А *ФТП* **26** 1471 (1992) [Ivchenko E L, Kiselev A A *Sov. Phys. Semicond.* **26** 827 (1992)]
5. Kiselev A A, Ivchenko E L, Rössler U *Phys. Rev. B* **58** 16353 (1998)
6. Yugova I A et al. *Phys. Rev. B* **75** 245302 (2007)
7. Durnev M V, Glazov M M, Ivchenko E L *Physica E* **44** 797 (2012); arXiv:1111.6837
8. Rashba Э И *ФТТ* **2** 1224 (1960) [Rashba E I *Sov. Phys. Solid State* **2** 1109 (1960)]
9. Бычков Ю А, Rashba Э И *Письма в ЖЭТФ* **39** 66 (1984) [Bychkov Yu A, Rashba E I *JETP Lett.* **39** 78 (1984)]
10. Ivchenko E L *Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures* (Harrow, UK: Alpha Sci. Intern. Ltd, 2005)
11. Nestoklon M O, Golub L E, Ivchenko E L *Phys. Rev. B* **73** 235334 (2006)
12. Глазов М М, Ивченко Е Л *Письма в ЖЭТФ* **75** 476 (2002) [Glazov M M, Ivchenko E L *JETP Lett.* **75** 403 (2002)]
13. Глазов М М, Ивченко Е Л *ЖЭТФ* **126** 1465 (2004) [Glazov M M, Ivchenko E L *JETP* **99** 1279 (2004)]
14. Leyland W J H et al. *Phys. Rev. B* **75** 165309 (2007)
15. Ivchenko E L, Pikus G E *Superlattices and other Heterostructures. Symmetry and Optical Phenomena* (Berlin: Springer-Verlag, 1995); *Superlattices and other Heterostructures. Symmetry and Optical Phenomena* 2nd ed. (Berlin: Springer, 1997)
16. Ivchenko E L *Phys. Status Solidi A* **164** 487 (1997)
17. Гупалов С В, Ивченко Е Л, Кавокин А В *ЖЭТФ* **113** 703 (1998) [Gupalov S V, Ivchenko E L, Kavokin A V *JETP* **86** 388 (1998)]
18. Sallen G et al. *Phys. Rev. Lett.* **107** 166604 (2011)
19. Stevenson R M et al. *Phys. Rev. B* **73** 033306 (2006)
20. Glazov M M et al. *Phys. Rev. B* **76** 193313 (2007)
21. Кусраев Ю Г *УФН* **180** 759 (2010) [Kusrayev Yu G *Phys. Usp.* **53** 725 (2010)]
22. Glazov M M, Yugova I A, Efros Al L *Phys. Rev. B* **85** 041303(R) (2012); arXiv:1103.3249
23. Глазов М М *ФТТ* **54** 3 (2012) [Glazov M M *Phys. Solid State* **54** 1 (2012)]
24. Ивченко Е Л *ФТП* **7** 1489 (1973) [Ivchenko E L *Sov. Phys. Semicond.* **7** 998 (1973)]
25. Müller G M et al. *Physica E* **43** 569 (2010)
26. Aleksandrov E B, Zapasskii V S *ЖЭТФ* **81** 132 (1981) [*Sov. Phys. JETP* **54** 64 (1981)]
27. Crooker S A et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 036601 (2010)
28. Glazov M M, Sherman E Ya *Phys. Rev. Lett.* **107** 156602 (2011)

29. Ивченко Е Л, Пикус Г Е *Письма в ЖЭТФ* **27** 640 (1978) [Ivchenko E L, Pikus G E *JETP Lett.* **27** 604 (1978)]
30. Ивченко Е Л *УФН* **172** 1461 (2002) [Ivchenko E L *Phys. Usp.* **45** 1299 (2002)]
31. Ivchenko E L, Ganichev S D, in *Spin Physics in Semiconductors* (Ed. M I Dyakonov) (Berlin: Springer, 2008) p. 245
32. Аронов А Г, Ивченко Е Л *ФТТ* **15** 231 (1973) [Aronov A G, Ivchenko E L *Sov. Phys. Solid State* **15** 160 (1973)]
33. Glazov M et al. *Phys. Rev. B* **82** 155325 (2010)
34. Greilich A et al. *Science* **313** 341 (2006)
35. Yugova I A et al. *Phys. Rev. B* **80** 104436 (2009)
36. Haken H *Light Vol. 2 Laser Light Dynamics* (Amsterdam: North-Holland, 1985) [Хакен Г *Лазерная светодинамика* (М.: Мир, 1988)]
37. Джюев Р И и др. *Письма в ЖЭТФ* **65** 766 (1997) [Dzhioev R I et al. *JETP Lett.* **65** 804 (1997)]
38. Аверкиев Н С и др. *ФТТ* **23** 3117 (1981) [Averkiev N S et al. *Sov. Phys. Solid State* **23** 1815 (1981)]

PACS numbers: 72.25.Hg, 72.25.Pn, 72.25.Rb, 73.63.Hs  
DOI: 10.3367/UFNr.0182.201208h.0876

## Спиновый транспорт в гетероструктурах

Л.Е. Голуб

### 1. Введение. Спиновые расщепления

В отсутствие внешнего магнитного поля электронные состояния могут быть расщеплены по спину, если в системе нет центра пространственной инверсии. Причиной этих спиновых расщеплений является спин-орбитальное взаимодействие. Простейший пример нецентросимметричной среды представляет собой поверхность. Гамильтониан спин-орбитального взаимодействия в полубесконечной среде имеет вид, предложенный Рашибой [1, 2]:

$$H_{\text{so}} = \alpha(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}) \cdot \mathbf{n}. \quad (1)$$

Здесь  $\boldsymbol{\sigma}$  — вектор, составленный из матриц Паули,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор электрона,  $\alpha$  — некоторое число,  $\mathbf{n}$  — единичный вектор нормали к поверхности. Спин-орбитальное взаимодействие такого вида имеет место в различных нецентросимметричных полупроводниках, металлах и сверхпроводниках.

Помимо взаимодействия (1), в гетероструктурах, выращенных из нецентросимметричных полупроводников (например, GaAs), существует другое взаимодействие — Дрессельхауз. Гамильтонианы любого взаимодействия такого типа имеют вид  $H_{\text{so}} \propto \sigma_i k_j, \sigma_i k_j k_l k_m$ , и их удобно представить в зеемановском виде

$$H_{\text{so}} = \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\sigma} \Omega(\mathbf{k}). \quad (2)$$

Здесь эффективная ларморова частота  $\Omega(\mathbf{k})$  — псевдовектор, нечётный по  $\mathbf{k}$ . Спиновое расщепление  $\Delta_{\text{so}}(\mathbf{k}) = \hbar |\Omega(\mathbf{k})|$ . Направления  $\Omega(\mathbf{k})$  в  $\mathbf{k}$ -пространстве для взаимодействия Рашибы обозначены стрелками на рис. 1а. В реальных гетероструктурах существуют расщепления обоих видов. В результате их интерференции

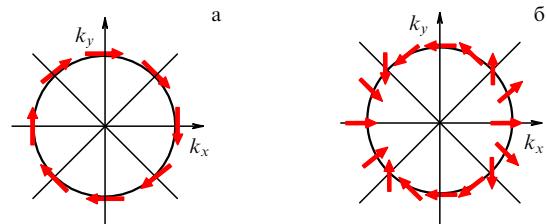


Рис. 1. Эффективное магнитное поле  $\Omega(\mathbf{k})$  для электронов (а) и поляритонов (б).

подавляется спиновая релаксация электронов для одной из ориентаций спина в плоскости структуры, выращенной вдоль направления [001], если величины полей Рашибы и Дрессельхауза равны [3–5]. На основе этих идей была предложена модель спинового транзистора, в котором реализуется диффузионный спиновый транспорт [6].

### 2. Слабая локализация электронов и экситонных поляритонов

Одно из транспортных явлений, в котором ярко выражены спиновые расщепления, — эффект слабой локализации. Слабая локализация — это усиление рассеяния назад, возникающее из-за интерференции падающей и рассеянной волн. Волна может проходить систему рассеивателей различными путями, и среди этих путей есть особый класс — траектории с самопересечением, т.е. содержащие петлю. Траектории с обходом петли по часовой стрелке и против неё учитываются независимо, а фазы, набираемые волной при прохождении этих траекторий, совпадают. В результате волны, отражённые после прохождения двух таких траекторий, интерферируют и вероятность прохождения сквозь систему рассеивателей уменьшается по сравнению с результатом классического расчёта. Такое уменьшение прохождения носит характер локализации, хотя и имеет место для свободно распространяющихся частиц. Поэтому вышеописанное явление — усиление рассеяния назад — получило название *слабой локализации*.

Поскольку электроны обладают волновыми свойствами, эффект в небольшой мере имеет место и для них. В электронных системах слабая локализация проявляется в уменьшении проводимости по сравнению с классической величиной  $\sigma_{\text{cl}}$ , которую даёт теория Друде. Величина поправки к проводимости за счёт слабой локализации  $\Delta\sigma_{WL} \sim (\lambda/l) \sigma_{\text{cl}}$ , где  $\lambda$  — длина волны де Броиля,  $l$  — длина свободного пробега. В результате имеем  $\Delta\sigma_{WL} \sim e^2/\hbar$  [7].

Поправка  $\Delta\sigma_{WL}$  замечательна тем, что она чувствительна к классически-слабому магнитному полю, которое не приводит к существенной силе Лоренца. Зависимость от поля обусловлена тем, что фазы электронных волн, прошедших траекторию с самопересечением в двух противоположных направлениях, различаются на поток магнитного поля сквозь петлю. В результате интерференция волн разрушается полем, а проводимость возвращается к своему классическому значению, т.е. возрастает. Положительная магнитопроводимость или отрицательное магнетосопротивление наблюдаются в различных полупроводниках, металлах и гетероструктурах. Это магнетосопротивление ввиду его резкой зависимости от магнитного поля и температуры называется *аномальным*.

Наличие спиновых расщеплений, рассмотренных во введении, существенно меняет картину слабой локализации. Из рисунка 1а видно, что если спин следует за изменением эффективного поля  $\Omega$ , то при обходе по часовой стрелке и против часовой стрелки электрон приобретает фазу (фазу Берри), равную  $\pm\pi$ . С учётом спина эта разница в знаке существенна, так как волновая функция электрона, рассеивающегося назад, отличается множителем  $\pm i$  от падающей. В результате интерференция из конструктивной превращается в деструктивную, рассеяние назад не усиливается, а подавляется, поправка к проводимости положительна, а магнитное поле, разрушающее эту поправку, вызывает положительное магнетосопротивление. Поскольку всё противоположно бесспиновому случаю, такой режим носит название *слабой антилокализации*. В случае не слишком сильного спин-орбитального взаимодействия, когда  $A_{so}$  много меньше энергии Ферми, спин не успевает между рассеяниями полностью повернуться по полю  $\Omega$  и магнетосопротивление носит знакопеременный характер, представляя собой кривую с максимумом.

Теория слабой локализации для гетероструктур со спиновыми расщеплениями Рашбы и Дрессельхауза (2), которая была построена в середине 1990-х годов [8], успешно описывала магнетосопротивление в доступных в тот момент низкоподвижных гетероструктурах [9]. Характерные магнитные поля, в которых наблюдалось аномальное магнетосопротивление, были много меньше "транспортного" поля, в котором магнитная длина становится равной длине свободного пробега:  $B_{tr} = \hbar/(2el^2)$ .

Однако с начала 2000-х годов стали появляться экспериментальные работы, в которых аномальное магнетосопротивление наблюдалось в полях  $B \lesssim B_{tr}$ . При описании теорией [8] извлекаемые подгоночные параметры не всегда были осмысленными. Особенно остро вопрос к теоретикам был сформулирован в работе [10], где демонстрировалось, что формулы из работы [8] описывают убывающую часть кривой магнитопроводимости одними подгоночными параметрами, а возрастающую часть — другими. Стало ясно, что для высокоподвижных гетероструктур требуется новое выражение для аномального магнетосопротивления, пригодное как для диффузионного, так и для баллистического режимов слабой антилокализации.

Новая теория была развита в работе [11]. При наличии спин-орбитального взаимодействия (2) электрон, находящийся до обхода петли в одном из спиновых состояний  $|\alpha\rangle$ , из-за поворотов спина в эффективном поле  $\Omega$  после обхода находится, вообще говоря, в другом состоянии,  $|\beta\rangle$ . В соответствии с двумя возможными проекциями спина электрона на ось роста до и после обхода петли ( $\alpha, \beta = \pm 1/2$ ) имеется четыре интерференционных вклада в проводимость. Удобно ввести суммарный момент электрона до и после обхода петли  $S$  и его проекцию на ось роста гетероструктуры  $m$ . Оказывается, что если электронные спиновые состояния до и после обхода петли формируют синглет ( $S = 0, m = 0$ ), то интерференция является конструктивной, а если они образуют триплет ( $S = 1, m = 0, \pm 1$ ) — то деструктивной. Поправка к проводимости рассчитывается методами функций Грина. В магнитном поле вероятность рассеяния назад вычисляется как функция номеров уровней Ландау  $N$ . В синглетном канале все уровни

Ландау вносят независимые вклады, а в триплетном вклады от разных уровней зацепляются. Например, в случае взаимодействия Рашбы независимые вклады вносят состояния  $(N, m)$  с одинаковыми  $N + m$ :  $(N, 1)$ ,  $(N + 1, 0)$  и  $(N + 2, -1)$ , а в случае взаимодействия Дрессельхауза — с одинаковыми  $N - m$ . В обоих случаях триплетный вклад в проводимость описывается следом матрицы третьего ранга [11]. Согласно новой теории минимум магнитопроводимости может находиться в полях, как больших, так и меньших поля  $B_{tr}$ . При  $B \gg B_{tr}$  магнитопроводимость выходит на асимптотику

$$\Delta\sigma_{WL} = -0,25 \sqrt{\frac{B_{tr}}{B}} \frac{e^2}{\hbar}$$

при любой величине спин-орбитального взаимодействия.

Теория успешно описала экспериментальные данные по аномальному магнетосопротивлению в различных гетероструктурах [12, 13]. В обзоре [14] приведены результаты экспериментов, описанные теорией при различных температурах и концентрациях двумерных электронов.

В работе [15] рассмотрен случай анизотропного спинового расщепления, когда присутствуют оба вклада — и Рашбы, и Дрессельхауза. При этом вклады в  $\Delta\sigma_{WL}$  от разных уровней Ландау не разбиваются на группы и триплетный вклад описывается матрицей бесконечного ранга. При кубическом по волновому вектору спиновом расщеплении, которое имеет место при высокой концентрации электронов, триплетный вклад формируется тройками состояний с одинаковыми  $N + 3m$  [15]. Полученные выражения применимы и для квантовых ям дырочного типа, для которых спиновое расщепление также кубично по волновому вектору. Аномальное магнетосопротивление на дырочных гетероструктурах стало изучаться в последнее время сразу несколькими экспериментальными группами.

Явление слабой локализации заключается в интерференции волн, поэтому оно имеет место и для света. В гетероструктурах интерференцию света изучают в микрорезонаторах. В экспериментах по рэлеевскому рассеянию экситонных поляритонов наблюдается усиление рассеяния назад [16]. В поляризационно-разрешённых измерениях свет с различной поляризацией возбуждает различные поляритонные состояния. Их удобно описывать, введя вектор псевдоспина  $S$ , составленный из поляризационных параметров Стокса. Продольно-поперечное расщепление поляритонов описывается таким же гамильтонианом (2), что и спиновое расщепление электронов. Важным отличием является то, что эффективная ларморова частота поляритонов квадратична по их импульсу в плоскости микрорезонатора  $k$ . Её направления в  $k$ -пространстве приведены на рис. 1б. Из-за чётности  $\Omega(k)$  фаза Берри — фаза, набираемая поляритоном при обходе петли, — равна  $2\pi$  (при следовании псевдоспина за направлением  $\Omega$ ), а не  $\pi$ , как у электронов. Поэтому у поляритонов интерференция — конструктивная, рассеяние назад усиливается и имеет место локализация. В результате интенсивность рассеяния назад возрастает по сравнению с интенсивностью рассеяния на другие углы [17].

В поляризационно-разрешённых экспериментах можно по отдельности изучать рассеяние поляритонов с фиксированной проекцией псевдоспина. Этим поляритонная

система выгодно отличается от электронной, в которой измеряется только одна величина — проводимость, равная сумме синглетного и всех триплетных интерференционных вкладов. Оказывается, что для псевдоспина, ориентированного в плоскости микрорезонатора (линейная поляризация света), имеет место усиление интенсивности обратного рассеяния, а для псевдоспина вдоль оси роста (циркулярная поляризация) — провал в интенсивности рассеяния назад [18]. Если резонатор несимметричен, то появляется анизотропия продольно-поперечного расщепления для различных направлений  $\mathbf{k}$  в плоскости структуры и обратное рассеяние для двух линейных поляризаций различается. Более того, имеет место конверсия линейной поляризации в круговую за счёт интерференционных эффектов [18].

Наличие продольно-поперечного расщепления сказывается и на классической динамике поляризации в микрорезонаторах, в которых реализуется режим многократного упругого рассеяния света [19]. Для этого время упругого рассеяния поляритонов  $\tau_1$  должно быть много короче времени жизни  $\tau_0$ . Кинетика поляритонного псевдоспина описывается уравнением [17]

$$\frac{\mathbf{S}_k}{\tau_0} + \mathbf{S}_k \times \Omega(\mathbf{k}) + \frac{\mathbf{S}_k - \langle \mathbf{S}_k \rangle}{\tau_1} = \mathbf{g}_k. \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{S}_k$  — псевдоспин поляритона с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , угловые скобки означают усреднение по направлениям  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{g}_k$  — темп генерации в состояние  $\mathbf{k}$ . За счёт поворотов псевдоспина в поле  $\Omega(\mathbf{k})$  происходит излучение циркулярно поляризованного света при возбуждении линейно поляризованным. Результаты экспериментов, обоснованные в [19] с помощью трудоёмких компьютерных расчётов, могут быть описаны такой кинетической теорией [18].

### 3. Спиновая ориентация электрическим током

Конверсия линейно поляризованного излучения в циркулярно поляризованное — частный случай более общего явления преобразования поступательного движения во вращательное. Примером такого явления в электронных системах является ориентация спина электрическим током.

Феноменологически появление спина  $\mathbf{s}$  при протекании электрического тока плотностью  $\mathbf{j}$  описывается равенством

$$s_i = Q_{im} j_m, \quad (4)$$

где  $\hat{Q}$  — псевдотензор второго ранга. Такое соотношение имеет место только в гиротропных средах. Несмотря на то что объёмные полупроводники типа GaAs не являются гиротропными, в гетероструктурах, выращенных практически из любых материалов,  $\hat{Q}$  имеет ненулевые компоненты. Симметрийный анализ показывает, что если гиротропия обусловлена структурной асимметрией системы (как и расщепление Рашбы), то спин ориентируется в плоскости структуры перпендикулярно току (рис. 2а). Отсутствие центра пространственной инверсии в объёмном материале (например, в GaAs) приводит, помимо расщепления Дрессельхайза, к возможности ориентации спина током. В этом случае эффект чувствителен к кристаллографическим осям. В  $A_3B_5$ -гетероструктурах, выращенных вдоль кубической оси [001], ток ориентирует спин в плоскости, как это показано на

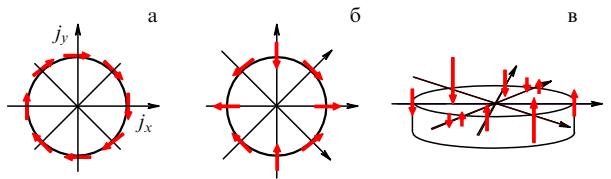


Рис. 2. Спиновая ориентация током в гетероструктурах ( $z$  — ось роста) с сильной структурной асимметрией (а) и в квантовых  $A_3B_5$ -ямах с  $z \parallel [001]$  (б) и  $z \parallel [110]$  (в).

рис. 2б: если ток направлен вдоль осей [100], [010], то спин ему параллелен, а если ток направлен вдоль [110], [110], то спин ему перпендикулярен. В системах, выращенных вдоль направления [110], протекание тока вдоль оси [110] вызывает ориентацию спина вдоль оси роста (рис. 2в).

Экспериментально ориентация спина током исследована в гетероструктурах, выращенных из GaAs, InAs, ZnSe и GaN в различных кристаллографических направлениях [20–22].

Микроскопический механизм спиновой ориентации током связан со спин-орбитальным расщеплением (2). Во внешнем электрическом поле  $\mathbf{E}$  электронная система приобретает дрейфовый квазимпульс  $\mathbf{k}_{dr} = e\mathbf{E}\tau_{tr}/\hbar$ , где  $\tau_{tr}$  — транспортное время релаксации, определяющее подвижность. Наличие конечного квазимпульса формально означает ненулевое спиновое расщепление  $\Delta_{so}(\mathbf{k}_{dr}) = \hbar\Omega(\mathbf{k}_{dr})$ , вызванное эффективным магнитным полем. В результате возникает спиновая поляризация, которая по аналогии с эффектом Зеемана может быть представлена в виде

$$s = -c \frac{\Delta_{so}(\mathbf{k}_{dr})}{\bar{E}}, \quad (5)$$

где  $\bar{E}$  — средняя энергия электронов, равная энергии Ферми или температуре соответственно в вырожденном и больцмановском случаях.

Постоянная  $c$  в реальном магнитном поле равнялась бы 1/4. При ориентации спинов электрическим током этот коэффициент также порядка единицы. Однако здесь проявляется разница между термодинамическим эффектом спиновой ориентации магнитным полем и кинетическим — электрической спиновой ориентации. В присутствии электрического поля электронное распределение в  $\mathbf{k}$ -пространстве смещается в каждой из спиновых веток, и с учётом спин-орбитального расщепления энергетического спектра распределения имеют вид, показан-

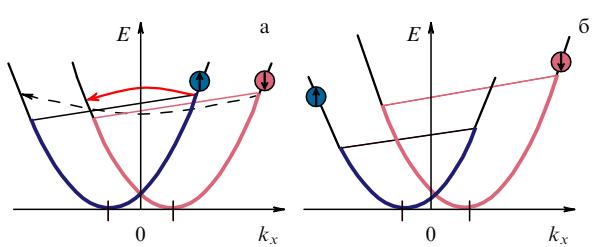


Рис. 3. Микроскопия электрической спиновой ориентации. (а) Заселённости спиновых подзон в присутствии электрического поля с учётом спин-орбитального расщепления, но без учёта процессов спиновой релаксации. Сплошная и штриховая стрелки обозначают процессы с переворотом спина, имеющие разную вероятность. (б) Распределение в спиновых подзонах в результате процессов спиновой релаксации.

ный на рис. 3а. Однако до тех пор пока не существует связь между спиновыми подсистемами, количество электронов со спинами вверх и вниз одинаково, т.е. средний спин не возникает. "Сообщение" между спиновыми подзонами осуществляется спиновая релаксация. На рисунке За стрелками показаны процессы с переворотом спина. Видно, что если вероятность рассеяния с переворотом спина зависит от переданного импульса, то будет происходить генерация спина: переходы из подзоны со спином вверх в подзону со спином вниз и обратные будут идти с разной интенсивностью. Однако и релаксация спина контролируется теми же процессами, поэтому в стационарное значение спина вероятность процессов переворота спина не входит. В результате верна формула (5), однако в большом количестве теоретических работ коэффициент  $c$  различен (в качестве обзора см. работу [23] и приведённые там ссылки). Различие связано с тем, что величина спиновой ориентации зависит от соотношения темпов спиновой и энергетической релаксации. Если процессы энергетической релаксации идут быстрее релаксации спина, то они быстро перемешивают спин между электронами с разными энергиями. Спиновое распределение по энергии в этом случае равновесно, однако  $c = 1/2$ , т.е. в два раза больше, чем в реальном магнитном поле. В обратном пределе медленной энергетической релаксации спин устанавливается при каждой энергии независимо. В результате  $c = 1/4$ , однако энергетическое распределение спина неравновесно [23]. В эксперименте процессы энергетической релаксации идут медленно при температурах 4–10 К, а при более высоких температурах энергетическая релаксация становится быстрее спиновой. При сопоставимых временах энергетической и спиновой релаксации коэффициент  $c$  лежит между 1/4 и 1/2.

Интересен случай симметрично легированных (110) квантовых ям. В таких системах симметрия разрешает ориентацию нормальной компоненты спина током, текущим вдоль оси [110], однако спиновое расщепление Рашбы равно нулю и спиновая релаксация по механизму Дьяконова – Переля отсутствует. Если учесть флуктуации положения легирующей примеси, то локально яма становится несимметричной, что приводит к флуктуациям спин-орбитального взаимодействия и включает спиновую релаксацию [24]. При этом оказывается возможной и спиновая ориентация током, но замечательно, что коэффициент  $c$  в формуле (5) становится функцией длины корреляции флуктуаций спин-орбитального поля [23]. Так же интересна кинетика спиновой ориентации током в такой системе, которая при медленной энергетической релаксации не моноэкспоненциальна [23].

Ещё одним классом систем, в которых возможна спиновая ориентация током, являются двумерные топологические изоляторы, реализующиеся, например, на поверхности трёхмерных соединений  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ . Электронный спектр в таких системах является линейным по двумерному волновому вектору и описывается эффективным гамильтонианом (1). Важно, что в этом случае вклад (1) не является малой поправкой, поскольку квадратичные по  $k$  слагаемые отсутствуют. Спин в топологических изоляторах ориентируется перпендикулярно току, как показано на рис. 2а, а его величина  $s = k_{\text{dr}}/(2k_F)$ , где  $k_F$  — фермиевский волновой вектор [23].

Работа поддержана программами РАН, РФФИ и грантом Президента для молодых учёных.

## Список литературы

1. Rashba Э И *ФТТ* **2** 1224 (1960) [Rashba E I *Sov. Phys. Solid State* **2** 1109 (1960)]
2. Rashba Э И *УФН* **84** 557 (1964) [Rashba E I *Sov. Phys. Usp.* **7** 823 (1965)]
3. Averkiev N S, Golub L E *Phys. Rev. B* **60** 15582 (1999)
4. Averkiev N S, Golub L E *Semicond. Sci. Technol.* **23** 114002 (2008)
5. Аверкиев Н С *УФН* **180** 777 (2010) [Averkiev N S *Phys. Usp.* **53** 742 (2010)]
6. Schliemann J, Egues J C, Loss D *Phys. Rev. Lett.* **90** 146801 (2003)
7. Altshuler B L, Aronov A G, in *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems* (Eds A L Efros, M Pollak) (Amsterdam: Elsevier, 1985) p. 1
8. Iordanskii S V, Lyanda-Geller Yu B, Pikus G E *Письма в ЖЭТФ* **60** 199 (1994) [*JETP Lett.* **60** 206 (1994)]
9. Knap W et al. *Phys. Rev. B* **53** 3912 (1996)
10. Studenikin S A et al. *Phys. Rev. B* **68** 035317 (2003)
11. Golub L E *Phys. Rev. B* **71** 235310 (2005)
12. Guzenko V A et al. *Phys. Status Solidi C* **3** 4227 (2006)
13. Yu G et al. *Phys. Rev. B* **78** 035304 (2008)
14. Glazov M M, Golub L E *Semicond. Sci. Technol.* **24** 064007 (2009)
15. Глазов М М, Голуб Л Е *ФТП* **40** 1241 (2006) [Glazov M M, Golub L E *Semiconductors* **40** 1209 (2006)]
16. Gurioli M et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 183901 (2005)
17. Glazov M M, Golub L E *Phys. Rev. B* **77** 165341 (2008)
18. Glazov M M, Golub L E *Phys. Rev. B* **82** 085315 (2010)
19. Amo A et al. *Phys. Rev. B* **80** 165325 (2009)
20. Ganichev S D et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **300** 127 (2006); cond-mat/0403641
21. Silov A Yu et al. *Appl. Phys. Lett.* **85** 5929 (2004)
22. Sih V et al. *Nature Phys.* **1** 31 (2005)
23. Golub L E, Ivchenko E L *Phys. Rev. B* **84** 115303 (2011)
24. Glazov M M, Sherman E Ya, Dugaev V K *Physica E* **42** 2157 (2010)

PACS numbers: 47.27.Gs, 47.35.Pq, 68.03.Kn  
DOI: 10.3367/UFNr.0182.201208i.0879

## Кинетическая и дискретная турбулентность на поверхности квантовой жидкости

Л. В. Абдурахимов, М. Ю. Бражников,  
А. А. Левченко, И. А. Ремизов, С. В. Филатов

### 1. Введение

Волновой турбулентностью называется неравновесное состояние системы взаимодействующих нелинейных волн, в котором области накачки энергии и её диссипации значительно разнесены по шкале волновых векторов. Турбулентное состояние характеризуется направленным потоком энергии  $P$  в  $k$ -пространстве. Волновые турбулентные состояния реализуются во многих нелинейных системах, например в плазме [1], магнитных системах твёрдых тел [2], а также на поверхности морей и океанов [3]. В наших экспериментах мы исследуем турбулентность в системе капиллярных волн, где основную роль играет поверхностное натяжение. Волны на поверхности воды с длиной волны более 17 мм принято считать гравитационными, а с меньшей длиной — капиллярными.

Частота  $\omega$  капиллярных волн на поверхности жидкости определяется величиной волнового вектора  $k$  и также

Л. В. Абдурахимов, М. Ю. Бражников, А. А. Левченко, И. А. Ремизов, С. В. Филатов. Институт физики твёрдого тела РАН, г. Черноголовка, Московская обл., РФ  
E-mail: levch@issp.ac.ru

зависит от коэффициента поверхностного натяжения  $\sigma$  и плотности жидкости  $\rho$ :

$$\omega = \left( \frac{\sigma}{\rho} \right)^{1/2} k^{3/2}. \quad (1)$$

Закон дисперсии капиллярных волн (1) является распадным, т.е. разрешены трёхволновые процессы распада одной волны на две и слияние двух волн в одну с сохранением энергии и импульса:

$$\omega_1 \pm \omega_2 = \omega_3, \quad k_1 \pm k_2 = k_3. \quad (2)$$

При возбуждении поверхности жидкости внешней силой в системе капиллярных волн может быть сформировано турбулентное состояние, в котором поток энергии  $P$  в  $k$ -пространстве из области накачки направлен в сторону больших векторов (высоких частот), — прямой каскад. В предположении слабости взаимодействия волн, когда основной вклад в перенос энергии вносят трёхволновые процессы, теория волновой (слабой) турбулентности [4] предсказывает степенное распределение энергии волн по шкале частот:  $E(\omega) \sim \omega^{-3/2}$ .

Однако в экспериментах с капиллярными волнами исследовать распределение энергии по шкале частот весьма затруднительно. С экспериментальной точки зрения наиболее удобно исследовать парную корреляционную функцию отклонения поверхности от равновесного состояния  $I(\tau) = \langle \eta(r, t + \tau) \eta(r, t) \rangle$  в точке  $r$ , а не распределение энергии  $E_\omega$ , так как величина отклонения поверхности от плоской  $\eta(r, t)$  может быть измерена непосредственно.

Теория волновой турбулентности [4] для системы капиллярных волн на поверхности жидкости предсказывает формирование турбулентного каскада в инерционном интервале, ограниченном областью накачки на низкой частоте и диссипативным интервалом на высоких частотах. Внутри инерционного интервала парная корреляционная функция  $I(\tau)$  в фурье-представлении описывается степенной функцией частоты (турбулентный каскад):

$$I_\omega \sim \omega^{-m}, \quad (3)$$

при этом  $E(\omega) \sim \omega^{4/3} I_\omega$ . Показатель степени  $m$  зависит от спектральной характеристики возбуждающей силы. При возбуждении поверхности жидкости низкочастотным шумом в широкой полосе  $\Delta\omega$  (ширина полосы превосходит характерную частоту накачки  $\omega_p$ ,  $\Delta\omega \gg \omega_p$ ), турбулентный каскад  $I_\omega$  описывается функцией  $\omega^{-m}$  с показателем степени  $m = 17/6$ . Численный расчёт [5] даёт величину  $m$ , близкую к теоретическому значению. Результаты компьютерного моделирования [6] показали, что по мере уменьшения ширины полосы накачки шумом  $\Delta\omega$  на турбулентном каскаде формируется ряд пиков, равноудалённых друг от друга, а ширина этих пиков линейно зависит от частоты. При накачке в узкой полосе,  $\Delta\omega < \omega_p$ , уменьшение высоты максимумов пиков с возрастанием частоты описывается степенной функцией частоты с показателем степени, который на единицу больше такового при накачке шумом в широкой полосе, т.е.  $m = 23/6$ .

Наши экспериментальные исследования на поверхности жидкого водорода показали, что спектральная харак-

теристика возбуждающей силы определяет величину показателя степенной функции [7]. При возбуждении поверхности низкочастотной гармонической силой корреляционная функция  $I_\omega$  представляет собой ряд узких пиков с частотами, кратными частоте накачки  $\omega_p$ . Положение максимумов пиков хорошо описывается степенной функцией  $\omega^{-m}$  с  $m = 3,7 \pm 0,3$ . Если в дополнение к накачке на одной резонансной частоте проводилось возбуждение гармонической силой на другой резонансной частоте, то показатель степени уменьшался до  $m = 2,8 \pm 0,2$ . Показатель степени также был близок к  $m = 3 \pm 0,3$  при возбуждении поверхности низкочастотным шумом в широкой полосе. В этих экспериментах мы качественно показали, что при переходе от возбуждения поверхности шумом в широкой полосе к накачке гармонической силой на одной резонансной частоте ячейки показатель степени  $m$  увеличивается. Подробные результаты исследования эволюции турбулентного каскада при изменении спектральной характеристики возбуждающей силы, т.е. при переходе от широкополосной накачки к узкополосной, получены в работе [8].

В стационарном турбулентном спектре в системе капиллярных волн энергия переносится в область высоких частот, где она трансформируется в тепло в результате вязких потерь, и турбулентный каскад затухает. Поэтому для того чтобы поддерживать турбулентный каскад в стационарном состоянии, требуется непрерывно вводить энергию на низких частотах. Высокочастотную границу инерционного интервала можно оценить, предположив, что на частоте границы  $\omega_b$  время нелинейного взаимодействия волн  $\tau_{nl}$  становится сравнимым по порядку величины с временем вязкого затухания  $\tau_v$  [3]:

$$\omega_b \sim \left( \frac{P^{1/2}}{v} \right)^{6/5} \sim \left( \frac{\eta_0^2 \omega_0^{17/6}}{v} \right)^{6/5}, \quad (4)$$

где  $\eta_0^2$  — квадрат амплитуды волны на частоте накачки  $\omega_p$ ,  $v$  — кинематическая вязкость жидкости.

На высоких частотах поведение спектра определяется особенностями диссипации энергии и нелинейного взаимодействия волн. Когда волны в диссипативном интервале взаимодействуют в основном с ближайшими соседями, а не с волнами из инерционного интервала, распределение волн на высоких частотах становится близким к экспоненциальному [9]. Детальный анализ [10] даёт квазипланковский спектр корреляционной функции в диссипативной области:

$$P_\omega \sim \omega^s \exp \left( -\frac{\omega}{\omega_d} \right), \quad (5)$$

$\omega_d$  — характерная частота распределения. Результаты численного моделирования для капиллярных волн [10] подтвердили экспоненциальную зависимость в распределении волн в диссипативном интервале. Поэтому в наших исследованиях мы сосредоточились на подробном изучении эволюции турбулентного каскада при изменении ширины полосы  $\Delta\omega$ : от широкополосной шумовой накачки (кинетический режим) до узкополосного шумового возбуждения с последующим переходом к монохроматической накачке (дискретному режиму).

В условиях ограниченной геометрии непрерывный спектр капиллярных волн становится дискретным, причём расстояние между резонансными модами возрастает с увеличением частоты. В случае монохроматического

возбуждения поверхности жидкости турбулентный каскад состоит из гармоник, частота которых кратна частоте возбуждающей силы. Простые рассуждения приводят к выводу, что при таком возбуждении поверхности система уравнений (2) не имеет решений [11, 12]. Однако, как показано в [13], это ограничение снимается, если учесть нелинейное уширение резонансных пиков. Тогда законы сохранения следует представить в следующем виде:

$$||k_1|^{3/2} \pm |k_2|^{3/2} - |k_3|^{3/2}| < \delta, \quad k_1 \pm k_2 - k_3 = 0, \quad (6)$$

где  $\delta$  — характерная величина нелинейного уширения резонансного пика. Кроме того, необходимо принять во внимание, что для классической жидкости на высоких частотах дискретный спектр становится квазинепрерывным вследствие вязкого уширения резонансных пиков. Однако в жидком водороде и особенно в гелии коэффициент кинематической вязкости меньше, чем в воде, в 10 раз — для водорода и в 100 раз — для гелия. Поэтому условия дискретности могут играть существенную роль в переносе энергии по каскаду [14] при монохроматическом возбуждении. В нашей работе [15] представлены результаты, полученные на поверхности сверхтекущего гелия при гармонической накачке, когда дискретность является существенной (дискретная турбулентность). В то же время в случае широкополосной накачки поверхности жидкого водорода и гелия реализована ситуация кинематической турбулентности, которая наиболее близка к модельной системе, развитой в теории [4].

## 2. Экспериментальная методика

В последние годы благодаря значительному развитию экспериментальной техники и компьютерных методов обработки быстременяющихся сигналов достигнут значительный прогресс в исследовании капиллярной турбулентности на поверхности воды [16–19], этанола [20], силиконового масла [21] и даже ртути [22]. Наши предыдущие эксперименты [23] показали, что использование жидкого гелия и водорода в исследовании турбулентности имеет ряд преимуществ по сравнению с использованием традиционных сред благодаря малой плотности и низкой кинематической вязкости гелия и водорода.

В наших исследованиях использовалась методика [24], основанная на измерении мощности лазерного луча, отражающегося от колеблющейся поверхности жидкости. Измерения проводились на оптических ячейках, расположенных в вакуумной полости гелиевого криостата. Внутри ячеек был установлен плоский горизонтальный конденсатор. Газообразный водород или гелий конденсировались в цилиндрический медный стакан. Диаметр стакана составлял 60 мм в экспериментах с водородом и 30 мм в экспериментах с гелием. Высота стакана варьировалась в пределах 4–6 мм. Над стаканом на расстоянии 3,5 мм размещалась верхняя горизонтальная металлическая обкладка. Набор жидкости производился до тех пор, пока поверхность жидкости не достигала края стакана. Температура измерений составляла  $T = 15,5$  К в опытах с водородом и 1,7 К в опытах с гелием.

На нижней обкладке конденсатора располагалась радиоактивная мишень, которая излучала  $\beta$ -электроны со средней энергией 5 кэВ. Под действием излучения вблизи поверхности мишени образуется ионизирован-

ный слой жидкости. Приложенное к обкладкам электрическое напряжение величиной около 1000 В извлекает из ионизированного слоя положительные ионы и поджигает их к поверхности жидкости. Таким образом, заряженная поверхность жидкости и верхняя металлическая пластина образуют плоский конденсатор.

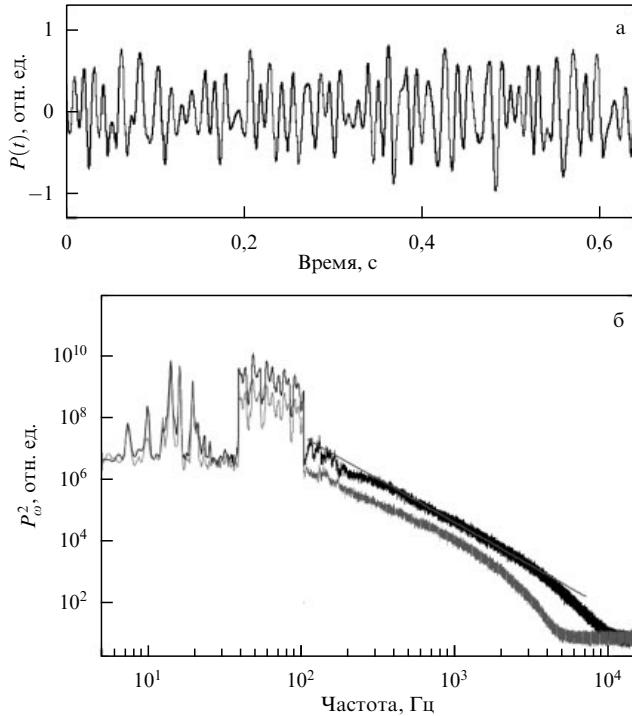
Волны на заряженной поверхности жидкости возбуждаются переменным электрическим полем при подаче на металлический стакан переменного напряжения амплитудой 1–100 В в дополнение к постоянному напряжению. Накачка осуществлялась гармонической силой на частотах, близких к резонансным частотам цилиндрической ячейки, или широкополосным шумом. Шумовой сигнал накачки синтезировался обратным фурье-преобразованием по заданному спектру мощности и случайному набору фаз. Использование электрического поля для возбуждения поверхности жидкости имеет ряд достоинств, а именно: позволяет воздействовать только на поверхность, контролируемым образом изменять симметрию воздействия, а также изменять спектральную характеристику возбуждающей силы.

Изменение мощности в отражённом лазерном луче измеряется полупроводниковым приёмником Hamamatsu s3590-08. Переменное напряжение с фотоприёмника  $P(t)$ , пропорциональное мощности отражённого луча, записывалось в память компьютера на частоте опроса до 100 кГц с помощью скоростного 24-битного аналого-цифрового преобразователя (АЦП). Время записи сигнала  $P(t)$  изменялось от 3 с до 100 с. Зависимости  $P(t)$  обрабатывались программой быстрого фурье-преобразования (FFT). В результате получали распределение квадрата амплитуд гармоник по частоте  $P_\omega^2$ , которое, как показано в [24], для широкого луча пропорционально парной корреляционной функции отклонений поверхности от равновесия,  $I_\omega \sim P_\omega^2$ .

## 3. Модификация турбулентного каскада с уменьшением спектральной ширины возбуждающей силы

На рисунке 1а приведён фрагмент записи сигнала  $P(t)$  при возбуждении поверхности жидкого водорода шумом. Ширина полосы электрического сигнала  $V(t)$ , приложенного к охранному кольцу, составляла 64 Гц (от 39 Гц до 103 Гц), т.е. поверхность возбуждалась широкополосным шумом. Максимальная амплитуда возбуждающего шумового сигнала составляла 10 В, а максимальная крутизна волн (угловая амплитуда) в диапазоне накачки не превышала 0,03.

На рисунке 1б показано распределение  $P_\omega^2$  (тёмная кривая), соответствующее сигналу, приведённому на рис. 1а. В частотном интервале от 200 Гц до 8 кГц сформировался турбулентный каскад, частотную зависимость которого можно описать степенной функцией с показателем  $m = 2,8 \pm 0,1$ . Для сравнения прямой линией показана функция, прямо пропорциональная  $\omega^{-17/6}$ . Отклонение от степенной зависимости на высоких частотах (4–8 кГц) связано с проявлением влияния вязкостных потерь в жидкости на турбулентное распределение [4]. Диссипативный интервал отчётливо проявляется при понижении амплитуды возбуждающей силы. Светлая кривая на рис. 1б соответствует спектру  $P_\omega^2$  при накачке в том же частотном интервале, но в два с половиной раза меньшей амплитудой. Частота высокочастотной границы инерционного интервала уменьшилась до 2,5 кГц.

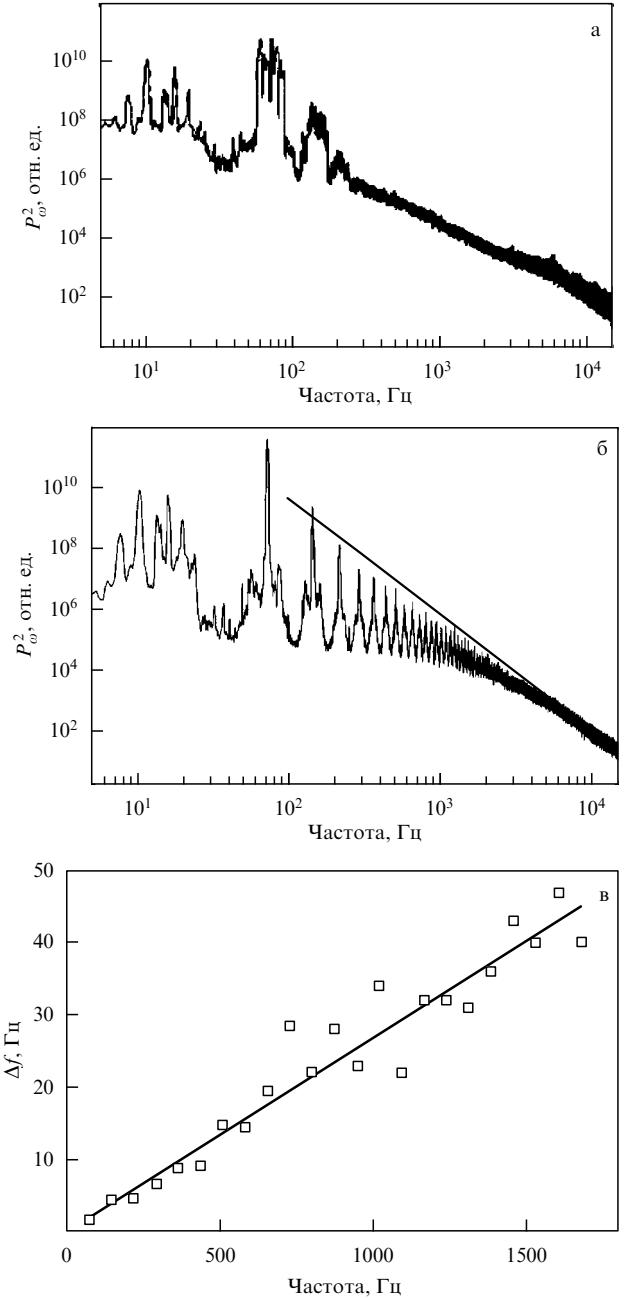


**Рис. 1.** (а) Фрагмент экспериментальной записи  $P(t)$ . Накачка случайной силой в интервале частот 39–103 Гц. (б) Турублентный каскад на поверхности жидкого водорода, возбуждаемый случайной силой в полосе частот 39–103 Гц при двух уровнях накачки. Прямая линия — степенная зависимость  $\omega^{-17/6}$ .

В области частот, превышающих 2,5 кГц, наблюдается резкое уменьшение амплитуд колебаний, характерное для спектра в диссипативной области.

Когда ширина полосы накачки шумом была уменьшена относительно средней частоты накачки, так что выполнялось соотношение  $\Delta\omega \approx \omega/2$ , на турбулентном каскаде появилось несколько пиков. Распределение  $P_\omega^2$  при накачке шумом в частотном интервале 57–89 Гц показано на рис. 2а. Угловая амплитуда волн, так же как и в предыдущем случае, составляла 0,03. Первый пик соответствует области накачки. Второй и третий пики соответствуют волнам, родившимся в результате нелинейного взаимодействия. Расстояние между центрами пиков приблизительно равно средней частоте накачки  $\omega_p = 73$  Гц. Отчётливо видно, что развитый турбулентный каскад сформирован в области частот от 250 Гц до 6 кГц. На частотах, превышающих границу инерционного интервала  $\omega_b = 6$  кГц, наблюдается затухание каскада, обусловленное вязкими потерями.

При дальнейшем уменьшении ширины полосы накачки  $\Delta\omega$  пики на турбулентном каскаде становятся более выраженным, а минимумы — более глубокими. На рисунке 2б показано распределение  $P_\omega^2$  при возбуждении поверхности шумом в полосе частот шириной 4 Гц (от 71 до 75 Гц). На турбулентном каскаде отчётливо проявляется около 30 пиков. Расстояние между пиками осталось прежним ( $\approx 73$  Гц). Инерционный интервал простирается от 200 Гц до 15 кГц. Частотная зависимость положения максимумов пиков в пределах инерционного интервала близка к степенной:  $\omega^{-3,8 \pm 0,1}$ . Отметим, что разность показателей степенной зависимости для случаев узкополосной и широкополосной накачек равняется  $1,0 \pm 0,2$ .



**Рис. 2.** (а) Спектр колебаний  $P_\omega^2$  поверхности при накачке шумом в полосе частот 57–89 Гц. (б) Спектр колебаний  $P_\omega^2$  поверхности при накачке шумом в полосе частот 71–75 Гц. Прямая линия соответствует зависимости  $\omega^{-23/6}$ . (в) Зависимость ширины  $\Delta f$  пиков в спектре от частоты. Сплошная линия — линейная зависимость  $0,027\omega$ .

Ширина пиков  $\Delta f$  с увеличением частоты возрастает. Экспериментальная зависимость ширины пиков от частоты при накачке шумом в частотной полосе 71–75 Гц представлена на рис. 2в. Очевидно, что возрастание  $\Delta f$  с увеличением частоты описывается линейной функцией и наблюдается удовлетворительное согласие между экспериментальными данными и предсказанный теорией линейной зависимостью. Сплошная линия на рис. 2в представляет собой линейную функцию  $\Delta f = 0,027\omega$ . Это означает, что эффективная ширина полосы накачки в системе капиллярных волн составляет около 2 Гц, в то время как ширина полосы шума в электрическом сиг-

нале, поступающем на охранное кольцо, равняется 4 Гц. Такое расхождение связано с дискретностью спектра капиллярных волн в экспериментальной ячейке и конечной шириной резонансных мод. Расстояние между двумя соседними резонансами на частотах около 100 Гц составляет  $\approx 10$  Гц при ширине пика около 1 Гц. Поэтому при накачке поверхности шумом в частотной полосе шириной 4 Гц существует такое положение полосы накачки относительно резонансных частот ячейки, при котором может быть возбуждена только одна резонансная гармоника. По-видимому, именно это и наблюдается в случае, представленном на рис. 2б.

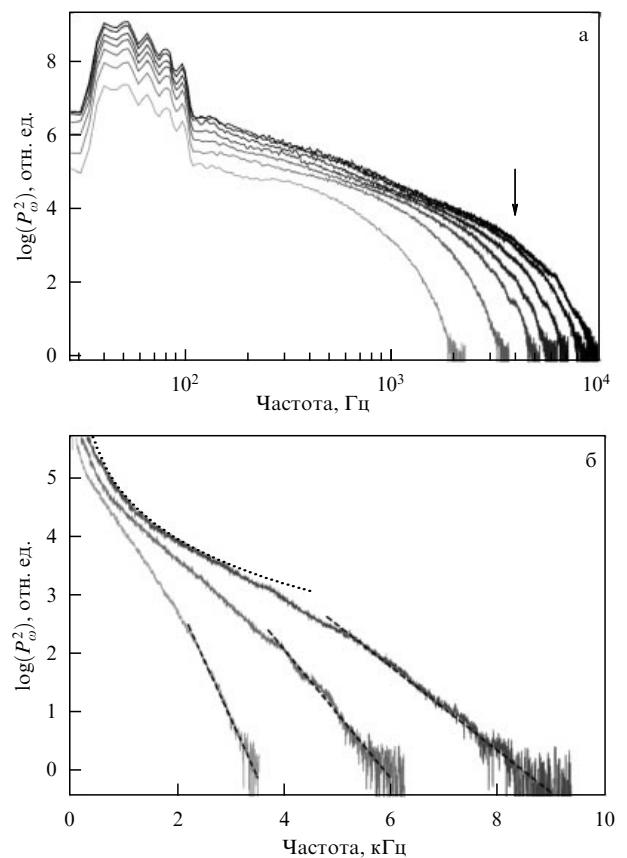
Линейную зависимость ширины пиков от частоты легко объяснить [6]. Действительно, если нелинейные волны возбуждаются в полосе  $\omega_p \pm \Delta\omega$ , то из-за нелинейного взаимодействия между ними появляются волны в частотном интервале  $2\omega_p \pm 2\Delta\omega$  и т.д. Таким образом, линейная зависимость ширины пиков от частоты должна проходить через начало координат. Именно исходя из этих соображений и была построена сплошная прямая на рис. 2в.

Представленные выше результаты экспериментов показали, что изменение спектральной характеристики возбуждающей накачки шумом (ширины полосы) приводит к качественной перестройке турбулентного каскада в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода. При широкополосной накачке турбулентное распределение хорошо описывается монотонно убывающей степенной функцией частоты с показателем, близким к  $m = 2,8 \pm 0,1$ . Напротив, в случае узкополосной накачки на турбулентном каскаде появляется ряд пиков, положение максимумов которых описывается степенной функцией с показателем  $m = 3,8 \pm 0,1$ . Полученные нами экспериментальные результаты находятся в очень хорошем согласии с теорией.

#### 4. Затухание турбулентного каскада в диссипативном интервале

Как и в экспериментах, описанных в разделе 3, капиллярные волны на поверхности жидкого водорода возбуждались случайной силой в диапазоне частот 39–103 Гц. Усреднённая по частотному диапазону амплитуда переменного напряжения (накачка)  $V_p$  изменялась от нуля (отсутствие накачки) до максимальной амплитуды  $V_p = 30$  В, которая ограничивалась в основном максимальной угловой амплитудой волны, допускаемой геометрией нашей низкотемпературной оптической системы.

На рисунке За приведён фурье-спектр мощности отражённого лазерного луча для различных амплитуд возбуждающей силы. Диапазон накачки можно хорошо увидеть в области низких частот. За ним следует инерционный интервал, в котором спектр  $P_\omega^2$  может быть описан степенной зависимостью (3). Ширина инерционного интервала, как хорошо видно, зависит от амплитуды накачки. При возбуждении поверхности силой с амплитудой  $V_p = 4$  В диссипативный интервал начинается сразу же за областью накачки и инерционный интервал не наблюдается. Увеличение амплитуды возбуждающей силы приводит к расширению инерционного интервала, высокочастотная граница  $\omega_b$  сдвигается в сторону высоких частот. Наиболее широкий инерционный интервал, от 0,3 кГц до 4 кГц, наблюдается при максимальной накачке с амплитудой  $V_p = 30$  В. На



**Рис. 3.** (а) Спектр поверхностных колебаний  $P_\omega^2$ , возбуждаемых случайной силой в частотном диапазоне 39–103 Гц, при различных уровнях накачки. Амплитуда накачки изменяется от 4 В (светлая кривая) до 30 В (тёмная кривая). Стрелкой отмечена высокочастотная граница инерционного интервала для максимальной накачки. (б) Спектры  $P_\omega^2$ , полученные при накачках с амплитудой  $V_p = 8, 16$  и 26 В. Пунктирная кривая соответствует степенной функции  $\omega^{-2.8}$ . Штриховые линии — аппроксимация функцией  $\sim \exp(-\omega/\omega_d)$ ,  $\omega_d \approx 0,2, 0,4, 0,6$  кГц для  $V_p = 8, 16$  и 26 В соответственно.

частотах, превышающих границу инерционного интервала, поверхностные колебания затухают вследствие вязких потерь, каскад плавно идет вниз и исчезает в аппаратном шуме. Турбулентные каскады, перестроенные в линейных координатах (рис. 3б), показывают, что уменьшение амплитуд волн в диссипативном интервале можно довольно хорошо аппроксимировать экспоненциальной зависимостью  $P_\omega^2 \sim \exp(-\omega/\omega_d)$ . В процессе подгонки предполагается, что  $\omega \gg \omega_d$ , т.е. характеристическая частота (вязкая граница)  $\omega_d$  значительно меньше частот волн из диссипативного интервала. Например, спектр, полученный при накачке с амплитудой  $V_p = 26$  В, в диапазоне частот 5–9 кГц аппроксимируется экспонентой с  $\omega_d = 0,6$  кГц. К сожалению, интервал подгонки оказывается недостаточно широким для того, чтобы оценить точно показатель предэкспоненты в квазипланковском распределении (5). Полученные значения  $\omega_d$  в несколько раз меньше, чем видимые границы, разделяющие инерционный интервал и диссипативную область (рис. 3б). Это расхождение можно объяснить некоторым произволом в определении частоты высокочастотной границы инерционного интервала, так что значение  $\omega_b$  известно с точностью порядка его величины. Характерная частота  $\omega_d$ , полученная подгонкой спектров экспоненциальной зависимостью, в диссипативной области

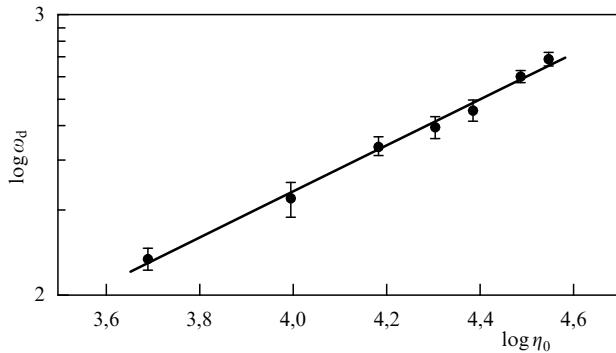


Рис. 4. Зависимость частоты  $\omega_d$  от амплитуды низкочастотной накачки  $\eta_0$ , прямая линия — подгонка зависимостью  $\eta_0^{0.85}$ .

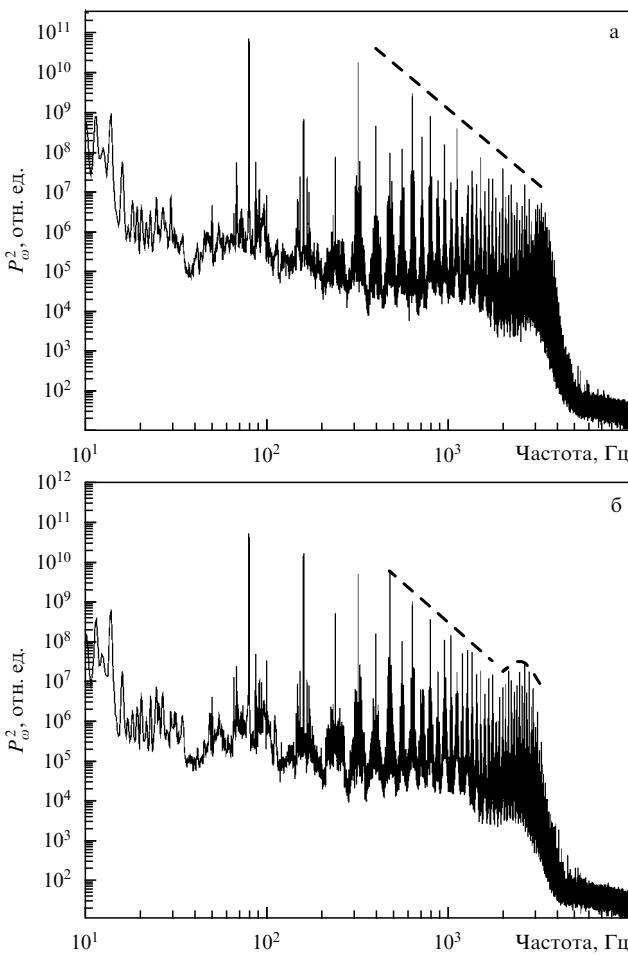


Рис. 5. (а) Распределение  $P_\omega^2$  на поверхности сверхтекущего гелия при температуре  $T = 1,7$  К. Поверхность возбуждалась синусоидальной силой на частоте 79,7 Гц. Амплитуда напряжения накачки 11 В. Штриховая линия соответствует степенному закону  $P_\omega^2 \sim \omega^{-3.7}$ , предсказанному теорией для случайной узкополосной накачки. (б) Тривулентный спектр после снижения амплитуды накачки до 10 В. На частоте около 2,5 кГц наблюдается локальный максимум (выделен штриховой линией).

возрастает с увеличением амплитуды накачки. Для того чтобы корректно построить зависимость  $\omega_d$  от амплитуды возбуждающей силы, мы использовали отклик  $\eta_0 = P$  поверхности на частоте 53 Гц в качестве меры уровня возбуждения. Величина  $\eta_0$  прямо пропорциональна средней амплитуде волны на этой частоте. На рисунке 4 показана зависимость  $\omega_d$  от амплитуды  $\eta_0$ .

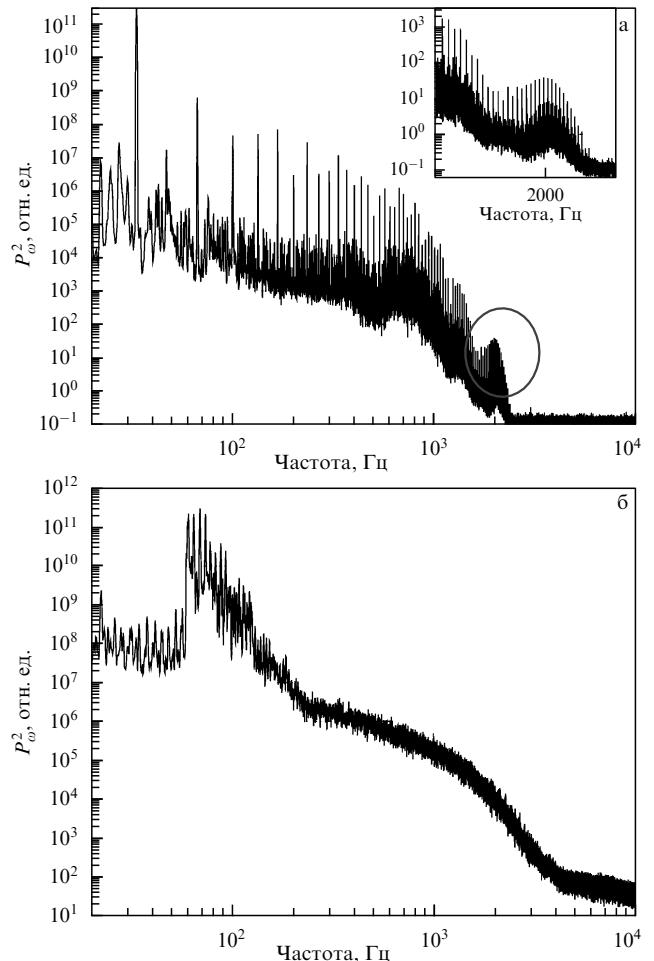


Рис. 6. (а) Тривулентный спектр при накачке на частоте  $\omega/2\pi = 34$  Гц. Локальный максимум, который виден в диссипативной области, показан на вставке в увеличенном масштабе. (б) Тривулентный каскад капиллярных волн при накачке шумом в частотной полосе 60–130 Гц.

Экспериментальная зависимость описывается степенной функцией  $\omega_d(\eta_0) \sim \eta_0^n$  с показателем степени  $n = 0,85 \pm 0,05$ .

Следует отметить, что аппроксимация экспериментальных спектров квазипланковским распределением с малым, не более 2, значением показателя  $s$  не изменяет значительно величину  $\omega_d$  (менее 20 %), а также не влияет на показатель степени  $n$  в амплитудной зависимости характерной частоты  $\omega_d(\eta_0)$ .

Полученное значение показателя степени  $n = 0,85$  значительно отличается от ожидаемой из (4) величины, равной  $12/5$ . И это удивительно, так как для тривулентного каскада, формируемого гармонической силой, измеренная амплитудная зависимость находится в хорошем согласии с теоретической оценкой  $\omega_d(\eta) \sim \eta^{1,3}$ .

Следует специально отметить, что при монохроматической накачке тривулентный каскад в диссипативной области затухает гораздо быстрее, чем в случае широкополосной накачки. На рисунке 5а показан тривулентный каскад на поверхности сверхтекущего гелия при монохроматической накачке на частоте 79,7 Гц. Тривулентный каскад очень похож на распределения, которые наблюдались ранее в экспериментах на поверхности жидкого водорода [7] и в наших первых исследованиях на поверхности сверхтекущего гелия [25]. Спектр состоит из эквиди-

станных гармоник: первая гармоника соответствует волне накачки, другие гармоники генерируются в результате нелинейного взаимодействия волн с частотами, кратными частоте накачки. На частотах, превышающих 4 кГц, каскад катастрофически быстро затухает вследствие вязкостных потерь и исчезает в аппаратном шуме. Значение 4 кГц можно трактовать как высокочастотную границу инерционного интервала  $\omega_p$ . Затухание описывается экспоненциальной зависимостью с характерной частотой  $\omega_d = 170$  Гц, близкой к частоте накачки  $\omega_p$  [26]. Отметим, что при широкополосной накачке поверхности сверхтекущего гелия турбулентное распределение в диссипативной области плавно затухает по экспоненте с характерной частотой  $\omega_b$ , близкой к частоте высокочастотного края инерционного интервала (рис. 6б).

Можно полагать, что при гармоническом возбуждении нарушается условие локальности для волн из диссипативного интервала. Доминирующим для них оказывается взаимодействие с волнами из инерционного интервала. Действительно, нелинейное время взаимодействия для трёх волновых процессов при сильно различающихся значениях волнового вектора ( $k_1 \ll k_2, k_2 \approx k_3$ ) удовлетворяет соотношению  $\tau_{\text{non}} \sim k^{-1/2}$  [10], тогда как для локального взаимодействия ( $k_1 \approx k_2 \approx k_3$ ) время  $\tau_{\text{loc}} \sim k^{1/4}$  [27]. Таким образом, волны из диссипативного интервала наиболее эффективно взаимодействуют с низкочастотными волнами из инерционного интервала, сосредоточенными вблизи области накачки.

## 5. Дискретная турбулентность

В экспериментах по изучению турбулентных распределений на поверхности сверхтекущего гелия использовались два типа возбуждающей силы для генерации поверхностных волн. В экспериментах первого типа поверхность возбуждалась синусоидальной силой на одной из резонансных частот ячейки. В экспериментах второго типа возбуждение поверхности производилось шумом в ограниченном частотном диапазоне.

На рисунке 5а приведён полученный в эксперименте спектр капиллярных волн  $P_\omega^2$ , в котором поверхность сверхтекущего гелия возбуждалась переменным напряжением на частоте 79,7 Гц с амплитудой 11 В. В инерционном интервале амплитуды гармоник уменьшаются с увеличением частоты по степенному закону  $P_\omega^2 \sim \omega^{-m}$  с  $m \approx 3,7$  в соответствии с предсказанием теории для узкополосной накачки [6].

Если незначительно, до 10 В, уменьшить амплитуду возбуждающей силы, то форма турбулентного каскада качественно изменится. Высокочастотная граница инерционного интервала сдвигается в сторону низких частот в соответствии с результатами наших предыдущих экспериментов [7]. Однако наблюдается новое явление — формирование отчётливо выраженного локального максимума вблизи высокочастотной границы инерционного интервала  $\omega_b$  (отмечено пунктирной линией на рис. 5б). При дальнейшем уменьшении амплитуды накачки локальный максимум сдвигается в сторону низких частот. При минимальной накачке спектр состоит из нескольких гармоник и локальный максимум не наблюдается.

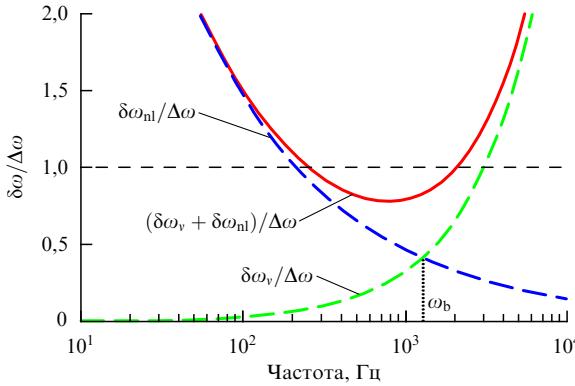
Отметим общие особенности полученных экспериментальных результатов. Во-первых, локальный максимум формируется на высоких частотах вблизи границы инерционного интервала. Во-вторых, форма и положение максимума зависят от частоты накачки  $\omega_p$  и ампли-

туды возбуждающей волны. В качестве примера на рис. 6а показан спектр  $P_\omega^2$ , полученный при возбуждении поверхности гелия синусоидальной силой на частоте 34 Гц, с хорошо выраженным максимумом в диссипативной области, а не в инерционном диапазоне, как на рис. 5б.

В случае возбуждения поверхности шумом локальный максимум не наблюдается. Для иллюстрации на рис. 6б приведено турбулентное распределение при возбуждении поверхности гелия шумом в частотной полосе 60–130 Гц. Амплитуда накачки подбиралась таким образом, чтобы граница инерционного интервала находилась на тех же частотах, что и на рис. 5б. Видно, что этот спектр качественно отличается от спектров, полученных при гармонической накачке, — он непрерывный и плавный.

Формирование локального максимума можно интерпретировать как накопление энергии в узком частотном диапазоне вблизи границы инерционного интервала, где начинается переход от нелинейного распространения энергии по каскаду к вязкому затуханию. Возможной причиной такого накопления может быть наличие узкого горла, препятствующего переносу энергии в диссипативный интервал. В работе [10] было показано, что недостаточная скорость диссипации энергии вследствие вязкостных потерь в принципе может приводить к существенному изменению формы каскада на высоких частотах в инерционном интервале. Однако, судя по частотной и амплитудной зависимостям положения максимума, формирование каскада не связано с тривиальным влиянием вязкости. С другой стороны, мы имеем дело со слабо взаимодействующей нелинейной дискретной волновой системой и, как показано в работах [11, 12], можно ожидать влияния дискретности на взаимодействие волн. В более поздней работе [13] была предложена модель замороженной турбулентности и было показано, что дискретность может приводить к осциллирующему турбулентному спектру в случае волн на поверхности с квадратными граничными условиями, когда пространство волновых векторов является двумерным. В наших экспериментах граничные условия — цилиндрические, колебания поверхности описываются функциями Бесселя, а пространство волновых векторов является одномерным. Так как форма и размеры ячейки определяют плотность резонансных мод, мы сделали некоторые оценки, чтобы понять влияние дискретности в спектрах на турбулентный каскад в наших экспериментах. Мы полагаем, что основная причина формирования узкого горла и, как следствие, формирования максимума, заключается в расстройке частот двух дискретных спектров, а именно дискретного спектра поверхностных колебаний в ячейке конечных размеров и спектра гармоник турбулентного каскада. При возбуждении поверхности гармонической силой частота первого пика в турбулентном каскаде совпадает с частотой резонансной гармоники  $\omega_p$ , удовлетворяющей дисперсионному соотношению (1).

Для поверхностных волн в цилиндрической ячейке диаметром  $D$  резонансные значения волновых векторов удовлетворяют уравнению  $J_1(kD/2) = 0$ , где  $J_1(x)$  — функция Бесселя первого порядка. Для больших значений волнового вектора  $k$  расстояния между резонансами являются эквидистантными с шагом  $\Delta k \approx 2\pi/D$ . Следовательно, расстояние между двумя ближайшими резонансами в частотном пространстве возрастает с увеличе-



**Рис. 7.** Оценка относительного уширения  $\delta\omega/\Delta\omega$  при умеренной амплитуде гармонической накачки. Возрастающая штриховая кривая — вязкое относительное уширение  $\delta\omega_v/\Delta\omega$ , убывающая штриховая кривая — нелинейное относительное уширение  $\delta\omega_{nl}/\Delta\omega$ , сплошная кривая с минимумом — полное относительное уширение  $\delta\omega/\Delta\omega$ .

нием частоты:

$$\Delta\omega = \frac{\delta\omega}{\Delta k} \Delta k \approx 2\pi \frac{\delta\omega}{\Delta k} \frac{1}{D} = \frac{3\pi}{D} \left( \frac{\sigma}{\rho} \right)^{1/3} \omega^{1/3}. \quad (7)$$

То есть в случае капиллярных волн резонансы не эквидистантны, в отличие от частот гармоник в турбулентном каскаде, которые кратны частоте накачки  $\omega_p$ .

Очевидно, что расстройка по частоте может быть существенной тогда, когда уширение резонанса  $\delta\omega$  мало по сравнению с расстоянием между резонансами  $\Delta\omega$  (рис. 7):

$$\frac{\delta\omega}{\Delta\omega} < 1. \quad (8)$$

Уширение резонанса  $\delta\omega$  может быть представлено как сумма вязкого  $\delta\omega_v$  и нелинейного  $\delta\omega_{nl}$  уширений:

$$\delta\omega = \delta\omega_v + \delta\omega_{nl}. \quad (9)$$

Уширение резонансного пика вследствие вязкостных потерь возрастает с увеличением частоты:

$$\delta\omega_v = 4v\kappa_\omega^2 = 4v \left( \frac{\rho}{\sigma} \right)^{2/3} \omega^{4/3}, \quad (10)$$

а характерное время вязкого затухания убывает:  $\delta\omega_v = \tau_v^{-1}$ .

Уширение, обусловленное нелинейным транспортом энергии волн по турбулентному каскаду, можно определить из характерного времени нелинейного взаимодействия  $\tau_{nl}$  как  $\delta\omega_{nl} = \tau_{nl}^{-1}$ . В случае гармонической накачки мы полагаем, что нелинейное время  $\tau_{nl} \sim \omega^{1/6}$  [7] и, следовательно,  $\delta\omega_{nl} \sim \omega^{-1/6}$ . С увеличением амплитуды возбуждающей силы  $A$  нелинейность волн на фиксированной частоте возрастает. Поэтому можно записать

$$\delta\omega_{nl} \approx \varepsilon(A) \omega^{-1/6}, \quad (11)$$

где  $\varepsilon(A)$  — возрастающая функция амплитуды волны  $A$  на частоте накачки. Подставляя (7) и (9)–(11) в (8), получаем условие, когда расстройка по частоте является важной:

$$\frac{4v(\rho/\sigma)^{2/3} \omega^{4/3} + \varepsilon(A) \omega^{-1/6}}{(3\pi/D)(\sigma/\rho)^{1/3} \omega^{1/3}} < 1.$$

На частоте высокочастотной границы инерционного интервала  $\omega_b$  нелинейный перенос энергии по каскаду

сменяется вязким затуханием. Поэтому, как отмечено выше, предполагается, что на частоте  $\omega_b$  характерное время вязкого затухания близко к времени нелинейного взаимодействия,  $\tau_v(\omega_b) \approx \tau_{nl}(\omega_b)$ . Хотя точный вид функции  $\varepsilon(A)$  неизвестен, можно заключить, что на частоте  $\omega_b$  уширение резонансного пика вследствие нелинейного взаимодействия и наличия вязкого затухания также близки,  $\delta\omega_v(\omega_b) \approx \delta\omega_{nl}(\omega_b)$ .

Из оценок следует, что в наших экспериментах полное относительное уширение резонансного пика удовлетворяет условию (8) в конечном частотном диапазоне вблизи высокочастотной границы  $\omega_b$  (см. рис. 7). В этом диапазоне расстройка по частоте между гармониками в турбулентном каскаде и резонансными пиками становится существенной и реализуется дискретный режим капиллярной турбулентности. Следуя логике работы [10], полагаем, что именно в этой области формируется узкое горло для потока энергии, что и определяет специфическую форму распределения  $P_\omega^2$ . При высоких амплитудах накачки (или на высоких частотах) относительное уширение больше единицы, система становится квазинепрерывной и реализуется кинетический режим турбулентности. Однако на основании этого простого предположения невозможно точно рассчитать положение локального максимума и его форму. Необходимы подробные теоретические исследования и численные расчёты.

Предложенная модель предполагает выполнение следующих условий, необходимых для наблюдения конденсации энергии в системе капиллярных волн: незначительное вязкое уширение резонансного пика, не очень большое нелинейное уширение (умеренные амплитуды накачки), большое расстояние между соседними резонансными частотами (относительно малые размеры ячейки). Подчеркнём, что в наших экспериментах использование сверхтекущего гелия с экстремально низкой вязкостью [28] позволило нам наблюдать конденсацию энергии на турбулентном каскаде.

## 6. Заключение

Переход от широкополосной накачки к узкополосной и далее к гармонической при формировании турбулентного состояния в системе капиллярных волн приводит к качественному изменению в турбулентном распределении: на каскаде формируется ряд пиков и изменяется частотная зависимость корреляционной функции. В диссипативной области формируется квазипланковское распределение волн по частоте с характерной частотой, определяемой спектральной характеристикой возбуждающей силы.

Использование сверхтекущего гелия с экстремально низким значением коэффициента кинематической вязкости позволило наблюдать дискретный режим капиллярной турбулентности. Влияние дискретности в спектре поверхностных колебаний на турбулентное распределение проявляется в формировании локального максимума вблизи границы инерционного края — конденсации энергии в узком частотном диапазоне. Фундаментальная причина этого явления заключается в расстройке по частоте между гармониками в турбулентном каскаде и резонансными модами цилиндрического резонатора, а также в формировании узкого горла для потока энергии в сторону высоких частот.

Авторы благодарны Л.П. Межову-Деглину, Е.А. Кузнецовой и Г.В. Колмакову за полезные дискуссии. Иссле-

дования выполнены при частичной поддержке грантом РФФИ 11-02-12147.

## Список литературы

1. Musher S L, Rubenchik A M, Zakharov V E *Phys. Rep.* **252** 177 (1995)
2. L'vov V S *Wave Turbulence under Parametric Excitation: Applications to Magnets* (Berlin: Springer-Verlag, 1994)
3. Захаров В Е, Филоненко Н Н *Журн. приклад. мех. и тех. физ.* **8** 37 (1967) [Zakharov V E, Filonenko N N *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **8** 62 (1967)]
4. Zakharov V E, L'vov V S, Falkovich G *Kolmogorov Spectra of Turbulence* Vol. 1 (Berlin: Springer-Verlag, 1992)
5. Pushkarev A N, Zakharov V E *Phys. Rev. Lett.* **76** 3320 (1996)
6. Фалькович Г Е, Шафаренко А Б *ЖЭТФ* **94** 172 (1988) [Fal'kovich G E, Shafarenko A B *Sov. Phys. JETP* **67** 1393 (1988)]
7. Бражников М Ю, Колмаков Г В, Левченко А А *ЖЭТФ* **122** 521 (2002) [Brazhnikov M Yu, Kolmakov G V, Levchenko A A *JETP* **95** 447 (2002)]
8. Абдурахимов Л В, Бражников М Ю, Левченко А А *Письма в ЖЭТФ* **89** 139 (2009) [Abdurakhimov L V, Brazhnikov M Yu, Levchenko A A *JETP Lett.* **89** 120 (2009)]
9. Малкин В М *ЖЭТФ* **86** 1263 (1984) [Malkin V M *Sov. Phys. JETP* **59** 737 (1984)]
10. Рыженкова И В, Фалькович Г Е *ЖЭТФ* **98** 1931 (1990) [Ryzenkova I V, Fal'kovich G E *Sov. Phys. JETP* **71** 1085 (1990)]
11. Kartashova E A *Physica D* **46** 43 (1990)
12. Kartashova E A *Physica D* **54** 125 (1991)
13. Pushkarev A N, Zakharov V E *Physica D* **135** 98 (2000)
14. Zakharov V E et al. *Письма в ЖЭТФ* **82** 544 (2005) [*JETP Lett.* **82** 487 (2005)]
15. Abdurakhimov L V, Brazhnikov M Yu, Remizov I A, Levchenko A A *Письма в ЖЭТФ* **91** 291 (2010) [*JETP Lett.* **91** 271 (2010)]
16. Wright W B, Budakian R, Puttermann S J *Phys. Rev. Lett.* **76** 4528 (1996)
17. Henry E, Alström P, Levinse M T *Europhys. Lett.* **52** 27 (2000)
18. Punzmann H, Shats M G, Xia H *Phys. Rev. Lett.* **103** 064502 (2009)
19. Brazhnikov M Yu, Kolmakov G V, Levchenko A A, Mezhov-Deglin L P *Europhys. Lett.* **58** 510 (2002)
20. Falcón C et al. *Europhys. Lett.* **86** 14002 (2009)
21. Westra M-T *Patterns and Weak Turbulence in Surface Waves* (Eindhoven: Technische Univ. Eindhoven, 2001)
22. Falcon É, Laroche C, Fauve S *Phys. Rev. Lett.* **98** 094503 (2007)
23. Kolmakov G V et al. *Prog. Low Temp. Phys.* **16** 305 (2009)
24. Бражников М Ю, Левченко А А, Межов-Деглин Л П *ПТЭ* (6) 31 (2002) [Brazhnikov M Yu, Levchenko A A, Mezhov-Deglin L P *Instrum. Exp. Tech.* **45** 758 (2002)]
25. Абдурахимов Л В, Бражников М Ю, Левченко А А *ФНТ* **35** 127 (2009) [Abdurakhimov L V, Brazhnikov M Yu, Levchenko A A *Low Temp. Phys.* **35** 95 (2009)]
26. Abdurakhimov L V, Brazhnikov M Yu, Levchenko A A *J. Phys. Conf. Ser.* (2012), accepted
27. Колмаков Г В *Письма в ЖЭТФ* **83** 64 (2006) [Kolmakov G V *JETP Lett.* **83** 58 (2006)]
28. Donnelly R J, Barenghi C F *J. Phys. Chem. Ref. Data* **27** 1217 (1998)

PACS numbers: **95.75.-z, 96.50.-e, 96.60.-j**  
DOI: 10.3367/UFNr.0182.201208j.0887

## Движение Солнца в межзвездной среде

В.Г. Курт, Е.Н. Миронова

### 1. Введение

Движение Солнца состоит из многих компонент, различающихся скоростью, направлением и системой отсчета. Например, Солнце описывает сложную незамкнутую

**В.Г. Курт, Е.Н. Миронова.** Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, РФ  
E-mail: vkurt@asc.rssi.ru

траекторию относительно барицентра Солнечной системы. Максимальная амплитуда этого движения иногда даже превышает радиус Солнца. Это движение связано главным образом с движением двух самых больших планет Солнечной системы — Юпитера и Сатурна с периодами обращения 11,859 и 29,428 лет соответственно. Солнце также движется относительно 100 ближайших звезд в направлении созвездия Геркулеса со скоростью  $19,2 \text{ км с}^{-1}$ . Это движение было открыто В. Гершелем (1738–1822) в конце XVIII в. на основе анализа собственных движений ярких (и соответственно ближайших) звезд. Естественно, В. Гершель не мог выразить величину скорости, например, в единицах [ $\text{км с}^{-1}$ ], поскольку он не знал расстояний до этих звезд. Расстояния до звезд были измерены лишь в начале тридцатых годов XIX в. практически одновременно В.Я. Струве (1793–1864) (Россия), Ф. Бесселем (1784–1846) (Пруссия) и Т. Гендерсоном (1798–1844) (Англия) по годичным параллаксам звезд, равным всего лишь нескольким долям угловой секунды даже для самых ближайших звезд. Направление на апекс этого движения  $\alpha = 270^\circ$  и  $\delta = 30^\circ$ .

Солнце участвует также в орбитальном, близком к круговому, движении относительно центра нашей Галактики со скоростью  $220 \text{ км с}^{-1}$  под прямым углом к направлению на центр Галактики. При расстоянии до центра Галактики 7,9 кпк период этого обращения составляет около 200 млн лет, и за время своего существования (5 млрд лет) Солнце уже совершило около 25 полных оборотов.

Солнце вместе с Галактикой имеет и пекулярную скорость относительно ближайших галактик Местного скопления. Так, например, Галактика сближается с центром туманности Андромеды (M31) со скоростью  $112 \text{ км с}^{-1}$ , или со скоростью  $290 \text{ км с}^{-1}$  относительно барицентра Солнечной системы.

Наконец, Солнце вместе с Галактикой и местной группой галактик движется относительно реликтового (космологического (3 K)) изотропного фона со скоростью  $(627 \pm 22) \text{ км с}^{-1}$  в направлении  $l = 276^\circ \pm 3^\circ$  и  $b = 30^\circ \pm 3^\circ$  (галактическая система координат). В некотором смысле эта система координат является особой, выделенной, системой. Именно это движение и является причиной наличия дипольной компоненты в разложении по сферическим функциям анизотропии реликтового излучения. Амплитуда дипольной компоненты равна  $6,706 \text{ мК}$ .

Темой представленного сообщения является исследование движения Солнца относительно локальной межзвездной среды (ЛМС) в масштабе менее одного или нескольких парсеков, но выше 1000 астрономических единиц (а.е.).

### 2. Краткая история открытия движения Солнца относительно локальной межзвездной среды

В 1959 г. группа астрономов из Военно-морской исследовательской Обсерватории (Naval Research Laboratory (NRL)) (США) во главе с Г. Фридманом с ракеты Aerobee-χ, способной достигать высоты всего 140 км, обнаружила яркое ультрафиолетовое свечение неба в линии атомарного водорода  $L_\alpha$  ( $\lambda = 1215,7 \text{ \AA}$ ), интенсивность которого достигала  $20 \text{ кРл}$  ( $1 \text{ рэлей (Рл)} = 10^6 \text{ фотонов см}^{-2} \text{ с}^{-1} (4\pi \text{ср})^{-1}$ ). Минимум этого свечения находился в антисолнечном направлении, и его интенсив-

ность на расстоянии от Земли, превышающем 90 км, медленно убывала с увеличением высоты [1]. Используя наполненную молекулярным водородом кювету с нитью накаливания для его диссоциации, что обеспечивало достаточное для поглощения линии  $L_\alpha$  количество нейтральных атомов водорода, Д. Мортон в том же году определил, что 7 % указанного излучения имеет температуру, превышающую 7000 К [2]. Это могло объясняться наличием как горячей компоненты атомарного водорода в верхней атмосфере Земли, так и внеатмосферной "горячей" компоненты излучения.

Почти в то же самое время, с 1961 г., в нашей стране начала выполняться программа изучения Луны, Венеры и Марса с помощью автоматических межпланетных станций (АМС).

В 1961 г. наша группа из Государственного астрономического института им. П.К. Штернберга Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова проводила аналогичные исследования свечения верхней атмосферы Земли на высотах до 500 км с использованием геофизических ракет Р5. Для этой цели нами был разработан двухканальный ультрафиолетовый фотометр ЛА-2 (рис. 1) для наблюдений как в линии атомарного водорода  $L_\alpha$ , так и в триплете атомарного кислорода  $OI$   $\lambda = 1302, 1304$  и  $1305 \text{ \AA}$ . В качестве детектора нами использовался специально разработанный гейгеровский счётчик фотонов с NO-наполнением и окном диаметром 2 мм из фтористого лития (LiF) или фтористого кальция (CaF<sub>2</sub>). С коротковолновой стороны спектральная чувствительность детектора ограничивалась пропусканием окон  $\lambda = 1050 \text{ \AA}$  для LiF и  $\lambda = 1225 \text{ \AA}$  для CaF<sub>2</sub>, тогда как с длинноволновой стороны чувствительность этих детекторов ограничивалась потенциалом ионизации оксида азота величиной 9,23 эВ ( $\lambda = 1340 \text{ \AA}$ ). Таким образом, первый счётчик измерял суммарную интенсивность в линии  $L_\alpha$  и в линиях триплета атомарного кислорода, тогда как счётчик с окном из CaF<sub>2</sub> — только интенсивность триплета атомарного кислорода.

Когда появилась возможность установить наши фотометры на АМС, запускаемые к Венере и Марсу, мы смогли измерить протяжённую водородную корону Земли на расстояниях вплоть до 125000 км, т.е. до 20 радиусов Земли [3, 4]. К нашему удивлению, оказалось, что

интенсивность на больших расстояниях (вплоть до 100 млн километров от Земли) не уменьшалась до нуля, а оставалась почти постоянной на уровне 300–500 Рл, что при чувствительности наших фотометров соответствовало скорости счёта детектора около 1000 импульсов в 1 с. Счётчик с окном из фтористого кальция давал возможность измерить фон космических лучей, равный примерно 20–30 импульсов в 1 с. Используя схему подавления фона заряженных частиц, нам удалось снизить этот фон до 2–3 импульсов в секунду. Теоретические оценки зависимости плотности атомарного водорода в межпланетном пространстве от потока частиц солнечного ветра и от диссипации атомарного водорода из верхних атмосфер больших планет не могли объяснить столь большую интенсивность или высокую плотность атомов нейтрального водорода в межпланетном пространстве. Детальный расчёт интенсивности этого излучения даже от самых ближайших звёзд также никак не мог объяснить наблюдаемый эффект, поскольку наличие межзвёздной пыли и атомов межзвёздной среды с низкими потенциалами ионизации (щелочные металлы) из-за поглощения полностью исключало излучение в линии  $L_\alpha$  с такой большой интенсивностью. Единственной возможностью объяснить наблюдаемый эффект оставалось приписать его рассеянию солнечного  $L_\alpha$ -излучения межзвёздным нейтральным газом в окрестности Солнца. Однако было очевидно, что в окрестности Солнца должна существовать зона Н II, аналогичная зонам Стрёмгrena (полость с полностью ионизованным водородом) около горячих гигантов спектральных классов O, B, A.

Результаты выполненного в [5] расчёта показали, что наблюдаемая нами интенсивность может быть обеспечена образованием пустой сферической области вокруг Солнца (каверны) радиусом около 100 а.е. в бесконечной области (задача Милна) с плотностью атомарного водорода около  $0,01 \text{ см}^{-3}$ .

Действительно, вокруг горячих голубых гигантов ранних спектральных классов (O, B, A) существуют именно такие зоны полностью ионизованного водорода. Размер такой стационарной зоны Стрёмгrena определяется потоком фотонов, излучаемых звездой, с  $\lambda < 912 \text{ \AA}$  и электронной плотностью среды  $n_e$ .

Исходя из равенства числа фотонов, излучаемых звездой за 1 с, и числа рекомбинаций на все уровни минус первый в полном объёме зоны Стрёмгrena (зона Н II) можно вычислить радиус зоны Стрёмгrena:

$$R_S = n_e^{-2/3} \left[ \frac{4\pi F_*(L_c)(3/4)\pi}{\alpha_\Sigma - \alpha_1} \right]^{1/3},$$

где  $4\pi F_*(L_c)$  — полный поток квантов, излучаемых звездой, с энергией  $h\nu > 13,56 \text{ эВ}$  ( $L_c$  — обозначение лаймановского континуума),  $\alpha_\Sigma$  — коэффициент рекомбинации на все уровни,  $\alpha_1$  — коэффициент рекомбинации на первый уровень.

Масса газа, заключённая внутри зоны Стрёмгrena, в 100 или даже в 1000 раз превосходит массу самой звезды, а радиус зоны Стрёмгrena достигает нескольких парсеков.

Граница между зоной Н II и зоной нейтрального водорода Н I очень узка ( $\sim 0,05 \text{ пк}$ ), её ширина равняется  $\Delta R_S = 1/n_H \sigma_i$ , где  $n_H$  — плотность нейтрального водорода в межзвёздной среде, порядка  $1 \text{ см}^{-3}$ ,  $\sigma_i$  —

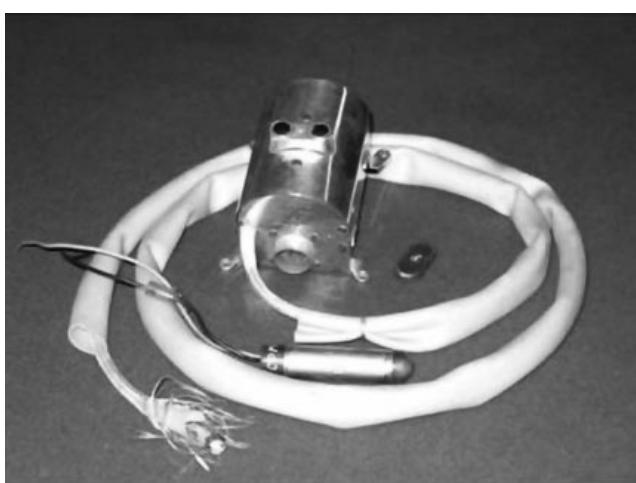


Рис. 1. Двухканальный ультрафиолетовый (УФ) фотометр ЛА-2: блок детектирования и гейгеровский счётчик.

сечение ионизации атомарного водорода вблизи порога ионизации, равное  $8 \times 10^{-18} \text{ см}^2$ .

Однако очевидно, что теория Стрёмгrena совершенна неприменима к карликовым холодным звёздам типа Солнца. Действительно, время ионизации атома водорода на расстоянии 1 а.е. от Солнца составляет около  $3 \times 10^6$  с, тогда как время рекомбинации в 100 или даже в 1000 раз больше. Очевидно, что даже при скорости движения Солнца относительно нейтральной среды порядка  $10 - 30 \text{ км с}^{-1}$  Солнце "пролетит" за время рекомбинации расстояние порядка  $10^4$  а.е. и за ним "протянется" ионизованный хвост размером, близким к 0,1 пк или даже большим.

На это обстоятельство впервые обратили внимание теоретики П.В. Блум и Х.Дж. Фар [6] из Боннского университета.

Ионизация пролетающих мимо Солнца нейтральных атомов водорода в свою очередь определяется двумя механизмами: фотоионизацией жёстким излучением солнечной короны и хромосферы с  $h\nu > 13,56 \text{ эВ}$  и перезарядкой с протонами солнечного ветра. Эффективное сечение резонансного процесса перезарядки нейтральных атомов водорода с протонами солнечного ветра весьма велико — в максимуме (вблизи энергий 15 эВ) оно достигает  $1,5 \times 10^{-15} \text{ см}^2$  — и этот процесс в 2–3 раза более эффективен, чем фотоионизация.

Атомы нейтрального межзвёздного водорода, очевидно, движутся по гиперболической траектории, параметры которой зависят от прицельного параметра траектории  $P$  и относительной скорости на бесконечности  $V_\infty$ . В полярных координатах траектория запишется как

$$\frac{1}{r} = \frac{GM_{\text{eff}}(1 + \cos\theta)}{V_\infty^2 P^2} + \frac{\sin\theta}{P},$$

где  $M_{\text{eff}} = M_\odot(1 - \mu)$ ,  $G$  — гравитационная постоянная. Множитель  $(1 - \mu)$  учитывает роль светового давления на атом водорода, которое, как и гравитация, обратно пропорционально квадрату расстояния от Солнца. Благодаря этому в уравнение движения можно вместо массы Солнца ввести эффективную массу  $M_{\text{eff}}$ , где  $\mu$  равно отношению светового давления в линии  $L_\alpha$  к силе притяжения. При  $\mu = 1$  атомы водорода будут продолжать двигаться по прямолинейным траекториям. В этом случае из двух ранее упомянутых эффектов останется лишь ионизация.

Величина критической интенсивности в центре линии  $L_\alpha$ , при которой  $\mu = 1$ , равна  $3,32 \times 10^{11}$  фотонов на  $1 \text{ см}^2 \text{ с}$ . Столь большой величины интенсивность вряд ли могла достигать даже в эпоху максимума солнечной активности. Однако модель прямолинейных траекторий весьма удобна для аналитических приближённых вычислений интенсивности наблюдаемого рассеянного  $L_\alpha$ -излучения.

Далее, для вычисления объёмной светимости межпланетной среды в линии  $L_\alpha$  необходимо учсть доплеровский сдвиг от проекции скорости движения атома водорода по гиперболической траектории на радиус-вектор (с центром в Солнце) точки в межпланетной среде. При этом надо также учсть сложный профиль солнечной эмиссионной линии  $L_\alpha$  с небольшим минимумом в центре линии и экспоненциальным спаданием интенсивности в её крыльях. Полная ширина линии  $L_\alpha$

равняется примерно 1 Å, тогда как доплеровское смещение при скорости порядка  $30 \text{ км с}^{-1}$  может достигать 0,1 Å на расстоянии от Солнца порядка 1 а.е., что весьма существенно.

Вероятность  $p$ , что атом долетит без ионизации до точки с полярными координатами  $(r, \theta)$ , выражается в виде

$$p = \exp\left(-\frac{r_0^2 \theta}{V_\infty \tau P}\right),$$

где  $r_0 = 1$  а.е.,  $V_\infty$  — скорость атома "на бесконечности",  $\tau$  — время жизни,  $1/\tau = 1/\tau_1 + 1/\tau_2$ , где  $\tau_1$  и  $\tau_2$  — времена жизни атома на расстоянии 1 а.е., определяемые соответственно фотоионизацией и перезарядкой с протонами солнечного ветра.

В каждую точку пространства, очевидно, попадают два типа атомов, различающихся знаком прицельного параметра  $P$ , плотности которых имеют вид

$$n_1 = n_\infty \frac{(\sqrt{A} + 1)^2}{4\sqrt{A}},$$

$$n_2 = n_\infty \frac{(\sqrt{A} - 1)^2}{4\sqrt{A}},$$

где  $A = 1 + 4M_{\text{eff}}G/[V_\infty r(1 + \cos\theta)]$ .

Очевидно, что при  $\mu = 1$ , т.е. когда гравитация полностью компенсируется давлением излучения на атом водорода,  $n_2 = 0$ , что соответствует модели "прямолинейных траекторий".

Для объёмной светимости  $j(r, \lambda)$  [ $\text{см}^{-3} 4\pi \text{ср}$ ] будем использовать выражение

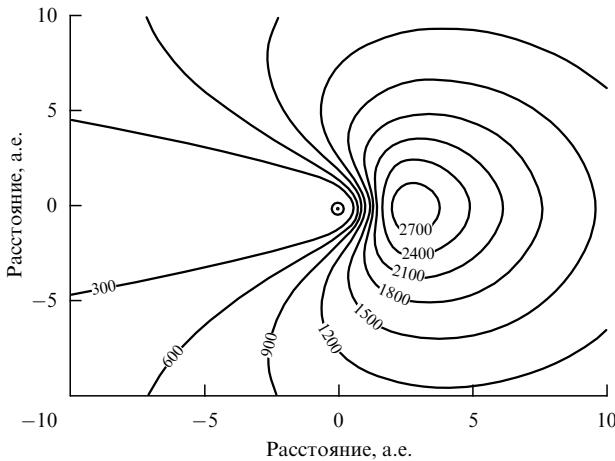
$$J(r, \lambda) = n(r, |\dot{r}|) \pi \Phi_S(\lambda) p(\theta) \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \sigma,$$

где  $n(r, |\dot{r}|)$  — плотность атомов водорода как функция координат и радиальной скорости,  $\pi \Phi_S(\lambda)$  — поток солнечного излучения в зависимости от длины волны,  $p(\theta)$  — индикаторика рассеяния,

$$p(\theta) = \frac{1}{16\pi} \left(\frac{11}{3} + \cos^2\theta\right).$$

Для получения наблюдаемой интенсивности следует проинтегрировать объёмную светимость по лучу зрения и по длинам волн в пределах ширины солнечной линии  $L_\alpha$ .

Такая примитивная модель предполагает, очевидно, что "на бесконечности" скорости всех атомов равны  $V_\infty$  и параллельны, что соответствует нулевой температуре атомов локальной межзвёздной среды. Эта модель, которая получила наименование "холодной модели", может применяться с достаточной для сравнения с наблюдениями точностью лишь в области, находящейся впереди по движению Солнца относительно ЛМС в пределах угла  $\theta_{\text{ср}} = \arctan(V_T/V_\infty)$ , что примерно соответствует углу  $\theta = 27^\circ$ , где  $V_T$  — тепловая скорость атомов, равная  $\sqrt{2k_B T/m_p}$ . Для больших углов, несомненно, требуется учитывать максвелловское распределение атомов водорода как по модулю скорости, так и по направлению. Для этого приходится интегрировать "холодные модели" с весом, соответствующим максвелловскому распределению по скорости и равномерному распределению по углам.



**Рис. 2.** Распределение объёмной светимости [ $\text{см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ ] в линии  $L_\alpha$ , модель:  $V_\infty = 20 \text{ км с}^{-1}$ ,  $\tau = 1,2 \times 10^6 \text{ с}$ ,  $\mu = 1$ . Плоскость рисунка является одним из сечений, проходящих через направление прихода ветра и Солнце. Наветренное направление — справа. Область с максимальной объёмной светимостью находится между 2 а.е. и 4 а.е. со стороны наветренного направления.

Таким образом, для подгонки "холодной модели" к наблюдательным данным приходится определять следующие параметры движения Солнца в ЛМС:

$V_\infty$  — модуль скорости движения Солнца;

$\lambda$  и  $\beta$  — два угла, характеризующие направление движения Солнца в эклиптической системе координат, которые затем нетрудно пересчитать в галактические координаты;

$n_\infty$  — концентрацию атомов водорода "на бесконечности";

$\mu$  — отношение силы светового давления к силе притяжения;

$\pi\Phi(0)$  — интенсивность в центре солнечной эмиссионной линии  $L_\alpha$ ;

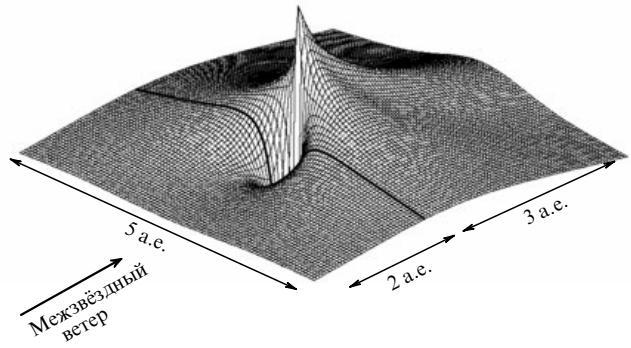
$T_\infty$  — температуру атомов водорода "на бесконечности".

Таким образом, минимальное число искомых параметров равно 7. Однако согласие результатов теории и наблюдений может быть улучшено введением дополнительных параметров, например анизотропии потока протонов солнечного ветра в зависимости от гелиографической широты, так как именно процесс перезарядки является основным при учёте ионизации атомов водорода.

На рисунке 2 показано распределение объёмной светимости в линии  $L_\alpha$  внутри Солнечной системы.

В "горячей модели" в [7] удалось также получить аналитическое выражение для плотности атомов гелия на оси движения Солнца, что позволяет "склеить" данные о плотности атомов гелия в области, находящейся впереди по движению Солнца, с плотностью в остальной части пространства и тем самым получить полную картину плотности внутри Солнечной системы. На рисунке 3 представлена плотность атомарного гелия для расстояний вплоть до 10 а.е. [8]. Резкий минимум (порядка 0,3 а.е.) связан с фотоионизацией атомов гелия вблизи Солнца.

Кроме того, необходимо, хотя и не совсем ясно, как это сделать, учесть взаимодействие атомов водорода с зоной высокотемпературной плазмы между двумя



**Рис. 3.** Объёмная светимость в линии  $\text{He I } \lambda = 584 \text{ \AA}$  в плоскости, включающей в себя Солнце и ось ветра (модель:  $V_\infty = 25,5 \text{ км с}^{-1}$ ,  $T = 7000 \text{ К}$ ,  $\tau = 1,0 \times 10^7 \text{ с}$ ,  $W_D = 35,5 \text{ км с}^{-1}$  — доплеровская полуширина солнечной линии  $\lambda = 584 \text{ \AA}$ ). Солнечные параметры изотропны.

отошедшими ударными волнами (вероятно, сверхзвуковыми), образовавшимися при остановке солнечного ветра на расстоянии около 100 а.е. и остановке межзвёздной среды (на расстоянии около 200 а.е.). Ясно, что этот эффект не будет определяющим, так как эффективная условная "оптическая толщина" при плотности порядка  $10^{-3}$  или  $10^{-4} \text{ см}^{-3}$ , сечении менее  $10^{-15} \text{ см}^2$  и протяжённости промежуточной области между ЛМС и гелиосферой порядка  $10^{15} \text{ см}$  не превышает  $10^{-3}$  или  $10^{-2}$ . Тем не менее эта проблема остаётся не до конца решённой (см. [9, 10]), и, возможно, её решение немого изменит приводимые ниже параметры ЛМС.

Важным вопросом является определение профиля рассеянного излучения в линии  $L_\alpha$ , что позволило бы независимо определить температуру набегающего потока межзвёздного ветра. Однако создание требуемого для решения этой задачи оптического дисперсионного или интерферометрического спектрометра весьма сложно при интенсивности всего лишь 500 Рл в максимуме и ширине линии менее 0,1 Å. Для решения этой проблемы мы использовали, подобно Р. Вуду при его опытах с парами натрия, поглощающую кювету с атомарным водородом, аналогичную ранее применённой Д. Мортоном в первых экспериментах по наблюдению  $L_\alpha$ -излучения с ракет.

Очевидно, что наблюдаемая интегральная (по длиной волн) интенсивность после прохождения через наполненную атомарным водородом кювету выражается как

$$I(\tau_0, T_E, T_A) =$$

$$= I(0) \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp \left\{ -x^2 - \tau_0 \exp \left[ -\frac{T_E}{T_A} \left( x - \frac{V_r}{c} \right) \right]^2 \right\} dx,$$

где  $\tau_0$  — оптическая толщина кюветы в центре линии  $L_\alpha$ ,  $T_E$  и  $T_A$  — температуры соответственно излучения ЛМС и атомарного водорода в кювете,  $V_r$  — радиальная компонента скорости атома водорода,  $c$  — скорость света в вакууме. Для формы линии излучения ЛМС нами была выбрана в качестве первого приближения доплеровская форма. Температура кюветы (близкая к 300 К) измерялась датчиком температуры на поверхности кюветы. Для отношения  $T_E/T_A \gg 1$  и  $\tau_0 = 10$  справедливо приближён-

ное выражение

$$RF = \frac{I}{I_0} = 1 - \frac{32,2}{\sqrt{T_E}} \exp \left( -\frac{60,6 V_r^2}{T_E} \right),$$

верное для  $T_E = 7000$  К с точностью, лучшей, чем 5 %.

Более точное выражение с учётом не только поглощения  $L_\alpha$ -излучения внутри кюветы, но и рассеяния в ней приведено в работе [11].

### 3. Наблюдения и обработка данных

Наблюдения интенсивности рассеянного  $L_\alpha$ -излучения с помощью дифракционного спектрометра и фотометров как с поглощающей водородной кюветой, так и без неё проводились нами с АМС "Венера" и "Марс". Однако наилучшими, по-видимому, являются совместные российско-французские наблюдения на двух аналогичных спутниках "Прогноз-5" и "Прогноз-6" (рис. 4). Оба спутника вращались по сильно вытянутым орбитам с апогеем около 200000 км, перигеем  $\approx 1000$  км и периодом обращения около 4 сут. Спутники были ориентированы главной осью момента инерции на Солнце и вращались вокруг неё с периодом 2 мин, что соответствует угловой скорости 3 град  $s^{-1}$ . При вращении специальные оптические датчики периодически регистрировали прохождение через их поле зрения Земли, Луны и Солнца, что позволяло вычислять эйлеровы углы и экстраполировать ориентацию спутника для последующего 12-часового интервала. Затем производилось новое определение параметров вращения. Переориентация главной оси на Солнце проводилась один раз в 4–10 дней. Контроль правильности определения ориентации проводился по "стыковке" результатов для конца предыдущего определения параметров вращения и начала следующего 12-часового периода. Система вычисления ориентации осей аппарата контролировалась по регистрации ультрафиолетовым (УФ) фотометром

ярких горячих звёзд. Благодаря такому методу удалось получать ориентацию оптической оси фотометра с точностью не хуже  $1^\circ$ – $2^\circ$ , а иногда и лучше. Фотометры имели две оптические оси: одна — главная с тремя детекторами на линии  $H I L_\alpha$ , линиях  $He I$  ( $\lambda = 584$  Å) и  $He II$  ( $\lambda = 304$  Å) с поглощающей кюветой и узкополосным интерференционным фильтром в  $L_\alpha$ -канале. Для каналов  $He I$  и  $He II$  использовались широкополосные фильтры из тонких металлических плёнок с шириной полосы порядка 100 Å. Оптические оси этих каналов были ориентированы под прямым углом к оси вращения спутника, т.е. к направлению на Солнце. Ещё один дополнительный канал  $He I$  был ориентирован под углом  $10^\circ$  к антисолнечному направлению. Спутник "Прогноз-5" активно работал четыре месяца, а "Прогноз-6" — шесть месяцев. Опрос телеметрии проводился один раз за 10,7 с, но так как период вращения спутника (120 с) и время опроса были несизмеримыми, кривые зависимости интенсивности и фактора редукции (reduction factor) RF (отношение показаний  $H I L_\alpha$ -детектора с включённой и выключенной кюветой) от угла вращения спутника получались непрерывными, с высоким пространственным разрешением (около  $1^\circ$ – $3^\circ$ ). Очевидно, что все траектории визирования проходили через оба полюса эклиптики, что позволяло постоянно контролировать стабильность чувствительности аппаратуры. На рисунках 5, 6 приведены примеры сканов в линии  $H I L_\alpha$  и RF. Хорошо видно прохождение полей зрения через земную водородную корону.

Для обработки данных использовался алгоритм, отбрасывающий все точки, для которых прицельный параметр оптической оси проходил на расстояниях, меньших 50000 км для линии  $L_\alpha$  и 7000 км для линии  $He I$  ( $\lambda = 584$  Å). Тем самым исключалось влияние водородной и гелиевой протяжённой атмосферы Земли. Канал  $He II$  ( $\lambda = 304$  Å) использовался нами как "фоновый", регистрирующий космические лучи и наведённую радиацию от космического аппарата. Его показания вычитались из всех остальных отсчётов. Надо заметить, что сигнал в канале  $H I L_\alpha$  давал в 100 раз больше показаний, чем сигнал в канале  $He I$  ( $\lambda = 584$  Å). На рисунке 7 хорошо видно, как оптическая ось прибора пересекает конус фокусировки атомов гелия "за Солнцем".

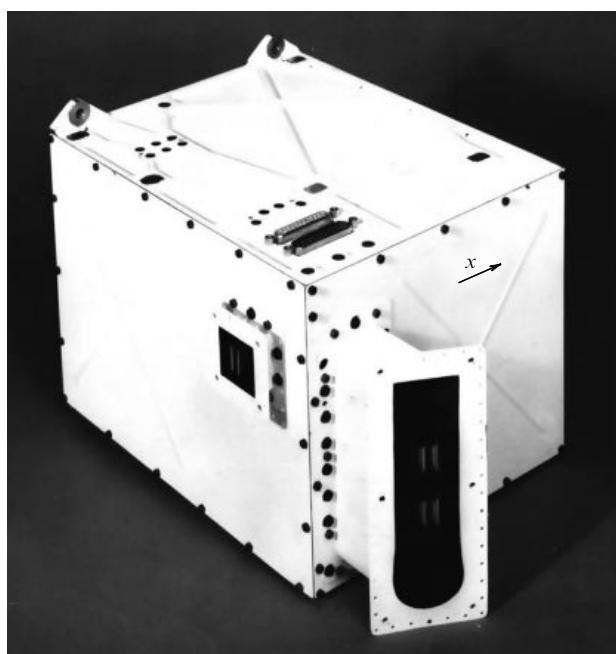


Рис. 4. Общий вид четырёхканального УФ-фотометра, установленного на спутниках "Прогноз-5" и "Прогноз-6".

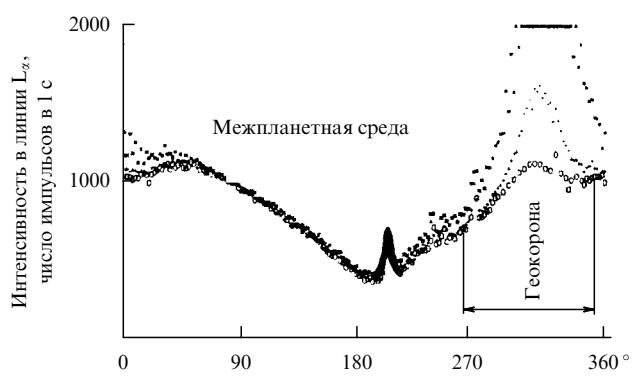
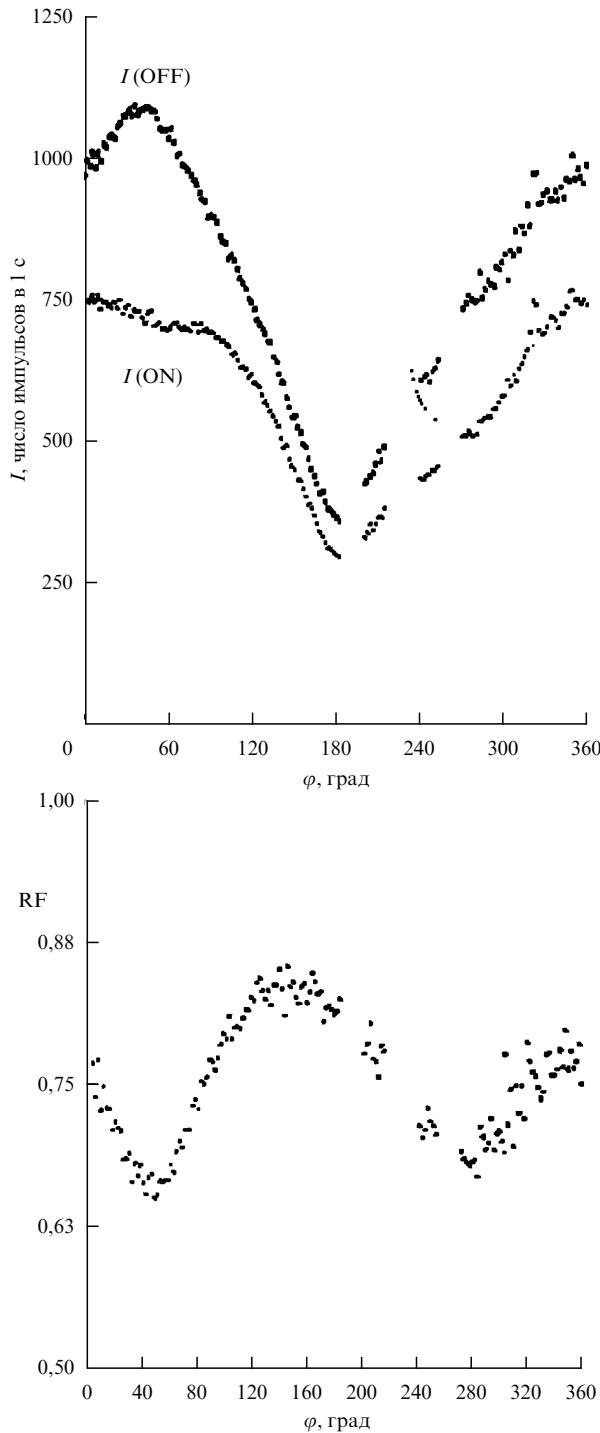


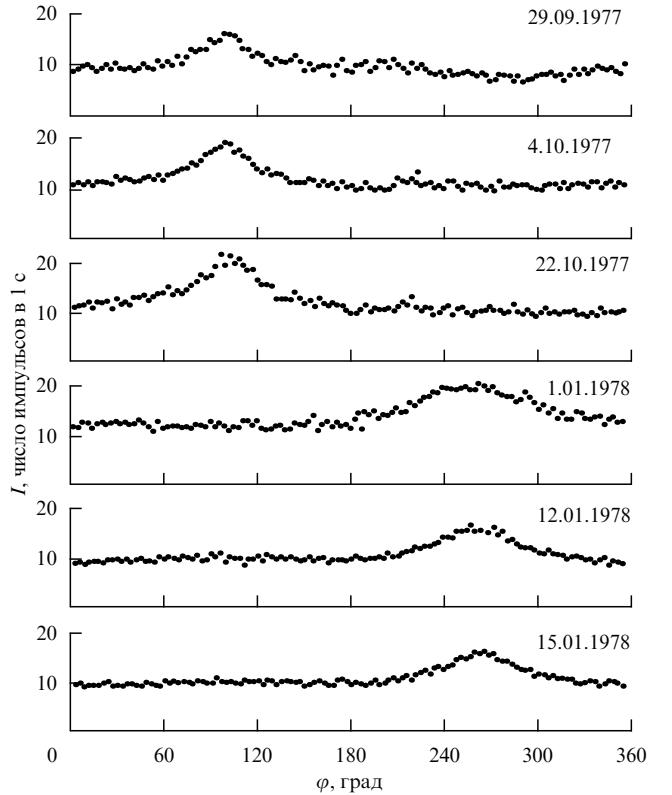
Рис. 5. Распределение интенсивности в линии  $L_\alpha$  для трёх кругов сканирования, соответствующих трём положениям спутника на орбите. Узкий пик — горячая звезда, широкие максимумы вблизи  $310^\circ$  — геокорона. Сигнал между  $50^\circ$  и  $150^\circ$  обусловлен межпланетной эмиссией в линии  $L_\alpha$ .



**Рис. 6.** Наблюдаемая интенсивность на круге сканирования в линии  $\text{L}_\alpha$  с включённой,  $I(\text{ON})$ , и выключенной,  $I(\text{OFF})$ , кюветой. Фактор редукции  $RF = I(\text{ON})/I(\text{OFF})$ .

#### 4. Результаты измерений параметров ЛМС

При интерпретации наблюдений по Н I фитировались все данные с целью одновременно получить все параметры ЛМС [12]. Точно так же французская группа обрабатывала результаты по He I [13]. Наша группа разделила все параметры ЛМС на две части. Солнечные данные (ширина линии He I и время жизни атома гелия на расстоянии 1 а.е.) брались из литературных данных. Направление движения Солнца относительно ЛМС (два угла в эклиптической системе координат) определялось



**Рис. 7.** Распределение интенсивности в линии  $\text{He I} \lambda = 584 \text{ \AA}$  на шести кругах сканирования при прохождении через конус максимальной плотности атомов гелия.

по легко наблюдаемому максимуму свечения в линии He I (с  $\lambda = 584 \text{ \AA}$ ), т.е. когда оптическая ось пересекала ось конуса фокусировки. Подгонялись два параметра: температура ЛМС и модуль скорости движения Солнца [14–16]. По нашему мнению, подгонка с использованием только двух параметров даёт более надёжные результаты, чем подгонка с использованием большего числа параметров. Заметим, что ошибка в определении скорости движения Солнца относительно ЛМС не превышает  $2 \text{ км с}^{-1}$ , тогда как температура определяется с гораздо худшей точностью.

В таблицах 1, 2 приведены результаты, полученные нами, и результаты со спутников EUVE (Extreme Ultraviolet Explorer) и SOHO (Solar and Heliospheric Observatory) (прибор SWAN (Solar Wind ANisotropy)).

Координаты подветренного направления, измеренные со спутников "Прогноз-5" и "Прогноз-6", относятся к эпохе 1950,0, а измеренные со спутников EUVE и SOHO, — к эпохе 2000,0.

Что касается плотности как водорода, так и гелия, то обе эти величины входят в качестве множителей в наблюдаемую интенсивность. Очевидно, что точность их определения зависит лишь от абсолютной калибровки аппаратуры, т.е. от пересчёта наблюдаемой величины отсчёта в импульсах в секунду в единицы [ $\text{эрг см}^{-2} \text{ ср}^{-1}$ ] или в рэлеи. Для калибровки мы использовали два источника, интенсивность которых можно вычислить, зная некоторые параметры: для абсолютно чёрного тела (АЧТ) это всего один параметр, а именно температура. Однако для наших наблюдений в области вакуумного ультрафиолетового диапазона требовался источник с температурой в 10000 К или

**Таблица 1.** Параметры ЛМС по наблюдениям в линии Не I ( $\lambda = 584 \text{ \AA}$ )

Аппарат	$ V , \text{ км с}^{-1}$	$\lambda, \text{ град}$	$\beta, \text{ град}$	$T, \text{ К}$	$n (\text{He I}), \text{ см}^{-3}$
"Прогноз-6" (наши результаты [12])	$25,3 \pm 1,9$	$77,5 \pm 2,6$	$-6,2 \pm 2,1$	$13500 \pm 1700$	$0,018 \pm 0,002$
"Прогноз-6" (результаты французской группы [13])	$27 \pm 3$	$74,5 \pm 3$	$-6 \pm 3$	$11000 - 24000$	$0,015 \pm 0,0023$
EUVE (США)	24,5	$74,7 \pm 0,5$	$-5 \pm 0,1$	7000	$0,0135 \pm 0,08$

**Таблица 2.** Параметры ЛМС по наблюдениям в линии  $L_\alpha$ 

Аппарат	$ V , \text{ км с}^{-1}$	$\lambda, \text{ град}$	$\beta, \text{ град}$	$T, \text{ К}$	$n (\text{H}), \text{ см}^{-3}$
"Прогноз-5" и "Прогноз-6"	$20 \pm 1$	$71 \pm 2$	$-7,5 \pm 3$	$8000 \pm 1000$	$0,065 \pm 0,015$
SOHO (SWAN)	$21,5 \pm 0,5$	$72,3 \pm 0,7$	$-8,7 \pm 0,9$	$11500 \pm 500$	?

даже 20000 К. Такие источники были нами созданы совместно с Институтом высоких температур РАН на основе газонаполненных (например, ксеноном) ламп высокого давления. Однако определение температуры с требуемой точностью (порядка 25 К) представляет собой очень сложную задачу. Очевидно, что приближение АЧТ может быть использовано только в линиях, так как в континууме излучение горячего газа является оптически тонким и формулой для АЧТ пользоваться нельзя. Только в эмиссионных линиях излучение является оптически толстым и соответствует интенсивности АЧТ. Мы использовали метод определения ширин бальмеровских линий водорода, который добавлялся к инертному газу в малом количестве (1 – 3 %), что позволяло оценить электронную плотность в лампе, которая в свою очередь определяется формулой Саха, что и позволяло вычислить температуру. К сожалению, полученная нами точность абсолютной калибровки этим методом была невелика (более 50 %) из-за ошибки определения температуры. Кроме того, весьма сложным оказалось учесть огромный радиальный градиент температуры в газоразрядной трубке с температурой от 25000 К на её оси и 300 К на стенке, охлаждаемой проточной водой.

Второй источник с известной абсолютной интенсивностью — синхротронное излучение. Для вычисления интенсивности должны быть известны радиус кривизны траектории электрона, напряжённость магнитного поля, энергия электрона и число электронов в канале ускорителя. Мы использовали электронно-позитронный ускоритель ВЭПП-2М Института ядерной физики Сибирского отделения РАН, куда наша группа была приглашена тогдашним директором института А.М. Будкером. Использование этого метода позволило достичь точности абсолютной калибровки 15 % – 20 %.

Наконец, во время полёта спутника мы могли проверять или уточнять калибровку по наблюдениям ярких голубых и горячих звёзд при их случайном попадании в поле зрения приборов.

## 5. Прямые (неоптические) методы регистрации параметров локальной межзвёздной среды

Насколько нам известно, первые успешные результаты по измерениям плотности атомов гелия были получены коллективом исследователей из Института аэрономии им. Макса Планка (г. Линдау, Германия) с помощью аппаратуры, установленной на внеэклпитической станции "Улисс" Европейского космического агентства,

**Таблица 3.** Параметры ЛМЗ по данным, полученным с аппарата "Улисс" по измерениям потока атомов гелия

$ V , \text{ км с}^{-1}$	$\lambda, \text{ град}$	$\beta, \text{ град}$	$T, \text{ К}$
$26 \pm 1$	$72 \pm 2$	$-2,5 \pm 2,7$	$6700 \pm 1500$

запущенной 6 октября 1990 г. и проработавшей вплоть до 1 июля 2008 г., т.е. 17 лет [17]. "Улисс" четыре раза пересёк плоскость эклиптики и смог наблюдать оба полюса Солнца. В частности, им была измерена широтная асимметрия солнечного ветра, непосредственно подтвердившая наши результаты, полученные со спутников "Прогноз" [18].

Для регистрации атомов гелия, проникающих в Солнечную систему из межзвёздной среды, в Институте аэрономии им. Макса Планка был разработан под руководством Х. Розенбауэра прибор, основанный на взаимодействии атомов гелия с энергией около 15 эВ (что соответствует скорости  $25 \text{ км с}^{-1}$ ) с тонкой золотой фольгой. Выбитые из фольги электроны регистрировались канальным фотоумножителем, что при известной скорости электронов позволяло оценить их локальную плотность (в отличие от этого, в нашем интегральном методе регистрировалось излучение в линии  $\lambda = 584 \text{ \AA}$  на всём пути от точки измерения и до бесконечности). Аппарат сканировал практически всю небесную сферу, что позволило определить направление прихода атомов гелия. Измерения проводились из разных точек Солнечной системы, благодаря чему они имели высокую точность (табл. 3). Полученные совершенно другим методом данные хорошо согласуются с нашими результатами, полученными "оптическими" методами.

## 6. Заключение

Приведённое выше краткое рассмотрение проблемы движения Солнца относительно локальной межзвёздной среды позволяет заключить, что основные параметры ЛМС определены достаточно хорошо. Речь идёт о плотности атомов водорода и гелия в ближайших окрестностях Солнечной системы (на расстояниях, превышающих 200 а.е.) и направлении движения Солнца относительно ЛМС. Несколько хуже дело обстоит с температурой ЛМС. Несомненно, что найденные нами значения температуры по измерениям в линиях водорода  $L_\alpha$  ( $\lambda = 1215,7 \text{ \AA}$ ) и гелия ( $\lambda = 584 \text{ \AA}$ ) различаются, и это требует объяснения. Во-вторых, ошибка измерения тем-

пературы для двух линий сильно превышает относительные ошибки измерения направления движения Солнца относительно ЛМС и плотности атомов водорода и гелия.

Весьма вероятно, что различие температур для атомов водорода и гелия связано с прохождением атомов межзвездной среды через транзиентную зону между гелиосферой и "чистым" межзвездным пространством. Можно надеяться, что новые результаты, получаемые со спутника IBEX (Interstellar Boundary EXplorer), позволят уточнить параметры локальной межзвездной среды.

## Список литературы

1. Kupperian J E (Jr.) et al. *Planet. Space Sci.* **1** 3 (1959)
2. Morton D C, Purcell J D *Planet. Space Sci.* **9** 455 (1962)
3. Берто Ж Л и др. *Космич. исслед.* **16** 269 (1978) [Bertaux J L et al. *Cosmic Res.* **16** 214 (1978)]
4. Bertaux J L et al. *Astron. Astrophys.* **46** 19 (1976)
5. Курт ВГ, Гермогенова ТА *Астрон. журн.* **44** 352 (1967) [Kurt VG, Germogenova TA *Sov. Astron.* **11** 278 (1967)]
6. Blum P W, Fahr H J *Astron. Astrophys.* **4** 280 (1970)
7. Blum P W, Pfleiderer J, Wulf-Mathies C *Planet. Space Sci.* **23** 93 (1975)
8. Lallement R et al. *Astron. Astrophys.* **426** 875 (2004)
9. Baranov V B *Space Sci. Rev.* **143** 449 (2009)
10. Катушкина О А, Измоденов В В *Письма в Астрон. журн.* **36** 310 (2010) [Katushkina O A, Izmodenov V V *Astron. Lett.* **36** 297 (2010)]
11. Bertaux J L, Lallement R *Astron. Astrophys.* **140** 230 (1984)
12. Bertaux J L, Lallement R, Kurt V G, Mironova E N *Astron. Astrophys.* **150** 1 (1985)
13. Dalaudier F, Bertaux J L, Kurt V G, Mironova E N *Astron. Astrophys.* **134** 171 (1984)
14. Бургин М С и др. *Космич. исслед.* **21** 83 (1983) [Burgin M S et al. *Cosmic Res.* **21** 72 (1983)]
15. Курт В Г, Миронова Е Н, Берто Ж Л, Далодье Ф *Космич. исслед.* **22** 97 (1984) [Kurt V G, Mironova E N, Bertaux J L, Dalaudier F *Cosmic Res.* **22** 86 (1984)]
16. Курт В Г, Миронова Е Н, Берто Ж Л, Далодье Ф *Космич. исслед.* **22** 225 (1984)
17. Witte M et al. *Adv. Space Res.* **13** (6) 121 (1993)
18. Lallement R, Bertaux J L, Kurt V G J. *Geophys. Res.* **90** 1413 (1985)

PACS numbers: 04.20.-q, 04.70.-s, 98.80.-k  
DOI: 10.3367/UFNr.0182.201208k.0894

## Образование космологических потоков материи в общей теории относительности

В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева, В.Н. Строков

### 1. Введение

Как известно, принцип Коперника ставит под сомнение уникальность нашей Вселенной. Поэтому представляется вероятным наличие некого физического механизма гравитационного воспроизведения космологических потоков материи, расширяющихся от сверхбольших кривизн и плотностей до малых. Решение проблемы космогенеза (происхождения вселенных) мы связываем с чёрными дырами, в которых области с высокой пространственно-временной кривизной образуются естественным эволюционным путём в ходе гравитационного

**В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева, В.Н. Строков.** Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, РФ  
E-mail: lukash@asc.rssi.ru, strokov@asc.rssi.ru

коллапса. Остаётся продлить возникающие таким образом сингулярные состояния во времени и посмотреть, какие геометрические структуры расположены за ними в будущем.

Аналитическое продолжение решений общей теории относительности (ОТО) через сингулярные гиперповерхности  $r = 0$  реализуется в классе моделей "чёрно-белых" дыр с интегрируемыми сингулярностями [1, 2]. В этих моделях пространство-время чёрной дыры удаётся связать с белой дырой, в которой реализуется метрика однородной космологической модели, что позволяет предъявить геометрическую концепцию многолистной вселенной в явном виде. Этому кругу вопросов и посвящена данная статья.

### 2. Как продолжить метрику Шварцшильда

Чёрная дыра с положительной внешней массой  $M > 0$ , без вращения и заряда, описывается в ОТО метрикой Шварцшильда в вакууме:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - 2GM/r} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (1)$$

где переменная  $r > 0$  определена как радиус внутренней кривизны замкнутого однородного изотропного 2-пространства  $dY^2 = \gamma_{ij} dy^i dy^j$ , который не зависит от  $y^i$  ( $i = 1, 2$ ),  $G$  — гравитационная постоянная.  $Y$ -пространство инвариантно относительно группы движений  $G_3$  (две трансляции, позволяющие переместиться в любую точку  $Y$ , и поворот вокруг точки) и его можно привести к виду  $dY^2 = r^2 d\Omega$ , где  $d\Omega \equiv d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$  — единичная 2-сфера  $\mathbb{S}^2$ ,  $y^i = (\theta, \varphi)$ . В качестве полюса  $\theta = 0$  можно выбрать любую из точек  $\mathbb{S}^2$ , а поворот вокруг полюса осуществляется с помощью угла  $\varphi$ .

Перпендикулярное к  $Y$  пространство  $X$  дано в эйлеровой калибровке, в которой одна из координат  $x^I$  совпадает с  $r$ . Кроме того, метрика (1) не зависит от координаты  $t \in \mathbb{R}^1$ . Тем самым чёрная дыра в вакууме имеет группу движений  $G_4$ , действующую на гиперповерхности  $\mathbb{C}^3 = \mathbb{R}^1 \times \mathbb{S}^2$  (три трансляции в  $\mathbb{C}^3$  + одномерное вращение в  $\mathbb{S}^2$ ).

Топологически геометрия (1) представляет собой 4-цилиндр с однородной 3-поверхностью  $\mathbb{C}^3$  и радиальной координатой  $r$ , определяющей в области  $r > 0$  шварцшильдовский сектор чёрной (или белой) дыры. Попытки расширения этого решения неизбежно приводят в области, занятые материей. Поэтому вопрос аналитического продолжения (1) должен решаться на основе более общих метрик ОТО с материей, которые мы ограничим лишь требованием сферической симметрии  $G_3$  в  $\mathbb{S}^2$ .

Рассмотрим класс таких метрик, в ортогональной калибровке ( $g_{II} = 0$ ) имеющих вид

$$ds^2 = dX^2 - dY^2 = -\mathcal{N}\mathcal{K}dt^2 + \frac{d\rho^2}{4\rho\mathcal{K}} - \rho(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (2)$$

где действительная переменная  $\rho^{-1}$  не ограничена знаком и определена как скаляр внутренней кривизны  $Y$ -пространства, не зависящий от  $y^i$ :

$$R_{ij}^{(Y)} = \rho^{-1}\gamma_{ij}, \quad (3)$$

2-тензор Риччи построен по метрике  $\gamma_{ij}$ , которую в силу сферической симметрии всегда можно привести к виду

$dY^2 = \rho d\Omega$ . Для общих систем отсчёта  $\rho, \mathcal{K}, \mathcal{N}$  — это 4-скаляры, зависящие от координат  $X$ -пространства  $dX^2 = n_{IJ} dx^I dx^J$ , причём  $\mathcal{K}$  — это кинетический член  $\rho$ , а  $\mathcal{N}$  ограничим областью положительных значений:

$$\mathcal{K} = \frac{\rho_{,\mu} \rho^{,\mu}}{4\rho} \equiv -1 - 2\Phi, \quad \mathcal{N} \equiv N^2 > 0, \quad (4)$$

$\Phi$  — гравитационный потенциал. Тензор энергии-импульса имеет вид  $T_\mu^\nu = \text{diag}(T_I^J, -p_\perp, -p_\perp)$ , где  $T_I^J = (\epsilon + p) u_I u^J - p \delta_I^J$ . При  $\rho > 0$  функции  $\epsilon, p, p_\perp$  и  $u^\mu = (u^I, 0, 0)$  описывают плотность энергии, продольное и поперечное напряжения и 4-скорость материи ( $u_I u^I = 1$ ). Метрика (2) переходит в решение (1) в части домена  $\sqrt{\rho} = r > 0$ , где нет материи. Поэтому  $T$ -областью пространства (2) будем, по определению, называть домен  $\mathcal{K} > 0$ . В нём, в частности, компонента  $T_t^t$  описывает давление<sup>1</sup>, а смысл других компонент зависит от знака  $\rho$ .

Уравнения ОТО связывают метрические и материальные скаляры:

$$\Phi' = 2\pi G P, \quad \dot{\Phi} = 2\pi G T_t^\rho, \quad (5)$$

$$\frac{N'}{N} = \frac{2\pi G(E + P)}{\mathcal{K}}, \quad (6)$$

$$\frac{(\rho NE)'}{N} + p_\perp - \frac{P}{2} = -\frac{(N^3 T^{\prime\rho})'}{4N^3 \mathcal{K}}, \quad \dot{P} = (T_t^\rho)', \quad (7)$$

где штрих и точка означают частную производную по  $\rho$  или  $t$  соответственно,

$$P \equiv -T_t^t - \frac{\Phi}{4\pi G \rho}, \quad E \equiv T_\rho^\rho + \frac{\Phi}{4\pi G \rho}. \quad (8)$$

Моделируя состояние эффективной материи, можно определить  $P$  и  $E$  из тождеств Бианки (7), а интегрируя (5) и (6) по линиям  $dx^I$  от внешнего решения (1) в будущее, можно восстановить метрические потенциалы. Аналогично уравнения (5) преобразуются для функции массы  $m = m(x^I)$ :

$$\Phi \equiv -\frac{Gm}{\sqrt{\rho}}, \quad m_{,I} = 4\pi \rho e_{IK} T_J^K \frac{\partial x^J}{N \partial t}, \quad (9)$$

где  $(\dots)_{,I} \equiv \partial/\partial x^I$  и абсолютный антисимметричный тензор в  $X$  имеет вид

$$e_{IJ} = |\det(n_{IJ})|^{1/2} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$e^{IJ} = |\det(n_{IJ})|^{-1/2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

### 3. Пространство-время

#### вблизи интегрируемой сингулярности

Нас интересуют полные в смысле нулевых геодезических решения (2), генерируемые метрикой (1). Достаточным условием для продолжения метрики через  $\rho = 0$  является конечность потенциалов  $\Phi$  и  $N$  и их производных. Такие модели мы называем чёрно-белыми (или чёрными/

белыми) дырами с интегрируемой сингулярностью [1]. Они обладают средним по вакуумному состоянию (1) метрическим 4-пространством без выколотых точек, что обеспечивает непрерывное продолжение аффинных параметров мировых линий фотонов через сингулярную гиперповерхность  $\rho = 0$ . С помощью построенных на этих частицах систем отсчёта мы исследуем геометрии чёрно-белых дыр за границами шварцшильдовского сектора.

Физической причиной существования интегрируемых сингулярностей является эффективная материя, которая генерируется интенсивными гравитационными полями в окрестности сингулярности и в свою очередь изменяет структуру пространства-времени вблизи  $\rho = 0$ . Образование материи в экстремальных гравитационных полях отвечает принципу Ле Шателье: так природа реагирует на резкое возрастание метрических потенциалов при  $\rho \rightarrow 0$  (которые продолжали бы возрастать в отсутствие материи) и препятствует их расходимости. Конкретные квантово-гравитационные механизмы взаимопревращений материальных и гравитационных степеней свободы в экстремальных условиях требуют отдельного рассмотрения. Здесь, развивая работы [1, 2], мы постулируем непрерывность гравитационных потенциалов в присутствии эффективной материи.

В  $R$ -области пространства-времени (2) с сигнатурой  $(+, -, -, -)$ , заданной генерирующей метрикой (1), имеем  $\mathcal{K} < 0$ ,  $\rho = r^2 > 0$ . Здесь гиперповерхность  $r = 0$  является вырожденной и представляет собой времениподобную мировую линию центра сферического распределения вещества (например, центр звезды). При отсутствии материи в  $R$ -области из (1) следует  $r > 2GM$ , т.е. гиперповерхность  $r = 0$  не находится в  $R$ -области.

В  $T$ -области имеем  $\mathcal{K} > 0$  и переменная  $\rho$  не ограничена знаком, поскольку физика этой области определяется нелинейными квантовыми эффектами и *a priori* нет оснований полагать, что сигнатура остаётся индифинитной [3]. Здесь сингулярная гиперповерхность  $\rho = 0$  разделяет 4-пространство на домены с разными сигнатурами:  $(-, +, -, -)$  при  $\rho > 0$  и  $(-, -, +, +)$  при  $\rho < 0$ . Полная геометрия зависит от распределения и свойств эффективной материи вблизи  $\rho = 0$ .

Мы исходим из того, что распределение эффективной материи поддерживает симметрию порождающего её поля. Так, область, эволюционно примыкающая к шварцшильдовской метрике (например,  $T_{\mu\nu} \neq 0$  при  $r \leq r_0 = \text{const} < 2GM$  и  $T_{\mu\nu} = 0$  при  $r > r_0$ ), сохраняет  $t$ -вектор Киллинга и зависит только от  $\rho$ . А область внутри звезды сохраняет сферическую симметрию и однородность её поля. Мы воспользуемся этими ограничениями при построении моделей в разделах 4–6.

Отметим некоторые свойства геометрий (2).

- Из непрерывности потенциала  $\Phi$  следует интегрируемость функции  $P(t, \rho)$  на линиях  $t = \text{const}$  (см. (5)):

$$\Phi(t, \rho) = \Phi_0 + 2\pi G \int_0^\rho P d\rho, \quad \Phi_0 = \Phi(t, 0). \quad (11)$$

- Из непрерывности  $\Phi$  и  $N$  следует интегрируемость  $E(t, \rho)$  на линиях  $t = \text{const}$  (см. (6)):

$$E(t, \rho) = E_0 \exp \left( 2\pi G \int_0^\rho \frac{E + P}{\mathcal{K}} d\rho \right), \quad E_0 = E(t, 0). \quad (12)$$

<sup>1</sup> В частности, при условии сопутствия в (2)  $T_t^t = -p$ .

- При  $\mathcal{K}_0 \equiv -1 - 2\Phi_0 = K_0^2 = \text{const} > 0$  структура пространства-времени при  $\rho \rightarrow 0$  имеет вид

$$ds^2 = -d\tilde{t}^2 + dUdV - UVK_0^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (13)$$

$$\tilde{t} = K_0 \int N_0 dt, \quad \rho = K_0^2 UV, \quad \theta = \frac{1}{2K_0} \ln \left| \frac{U}{V} \right|.$$

Направлением  $\theta$  можно считать любое меридиональное направление в  $\mathbb{S}^2$ , отсчитываемое от произвольно выбранного полюса  $\theta = 0$ .

Таким образом, интегрируемая сингулярность чёрно-белой дыры состоит из гиперповерхностей-горизонтов  $U = 0$  и  $V = 0$ , лежащих в  $T$ -области и пересекающихся вдоль пространственноподобной линии бифуркации  $U = V = 0$ . Они разделяют  $T$ -область на конусные секторы чёрной ( $U < 0, V < 0$ ) и белой ( $U > 0, V > 0$ ) дыр и статическую зону ( $UV < 0$ ). Горизонты обладают цилиндрической симметрией  $\mathbb{R}^1 \times \mathbb{S}^2$ , причём продольная ось  $t \in \mathbb{R}^1$  пространственноподобна, а геодезические в  $\mathbb{S}^2$  ( $t = \text{const}$ ) — световые<sup>2</sup>. Фотоны, распространяющиеся в этих направлениях, удерживаются гравитационно в  $\rho = 0$ , совершая бесконечные осцилляции в  $Y$  за конечный интервал аффинного параметра. Траектории других частиц, включая траектории фотонов с проекцией в  $\mathbb{R}^1$ , пересекают особую гиперповерхность  $\rho = 0$  и уходят в другие метрические домены.

#### 4. Геодезические карты осциллирующей дыры

Структуру 4-пространства можно описать с помощью 2- и 3-мерных сечений и разрезов, которые можно покрыть сеткой траекторий живущих на них идеализированных пробных частиц. Координаты удобно выбрать таким образом, чтобы световые траектории имели наклон  $45^\circ$ , как в плоском мире [4]. В силу сферической симметрии все геодезические в (2) исчерпываются тремя группами сечений:

- $X$ -плоскости — продольные сечения  $(\theta, \varphi) = \text{const}$ ;
- $UV$ -плоскости — поперечные сечения  $(t, \varphi) = \text{const}$ ;
- $tUV$ -гиперповерхности — продольно-поперечные срезы  $\varphi = \text{const}$ .

$X$ -плоскости заполняют радиальные или продольные геодезические, на  $tUV$ -гиперповерхностях находятся частицы, распространяющиеся как в продольном, так и в поперечных направлениях, а ортогональные к линии бифуркации  $UV$ -плоскости заполняются спиральными геодезическими, не выходящими из  $T$ -области (см. приложение) (рис. 1).

Рассмотрим в качестве примера метрику (2), не зависящую от  $t$ , с материей в  $T$ -области  $r \leq r_0 = \text{const} < 2GM$ . Материя распределена в  $(U, V)$ -плоскостях вдоль пучков прямых  $(t, \theta, \varphi) = \text{const}$ , пересекающихся в точках  $U = V = 0$ . Интегрируя (9) вдоль линий времени  $r = \sqrt{\rho}$  из зоны чёрной дыры (1) в будущее, получаем непрерывные потенциалы

$$\Phi = -\frac{Gm}{r}, \quad m = M - 4\pi \int_{r_0}^r p(r) r^2 dr = -4\pi \int_0^r p\rho dr, \quad (14)$$

<sup>2</sup> Напрашивается сравнение с горизонтами  $r = 2GM$  вечной чёрной (белой) дыры в метрике Крускала, которые в радиальном направлении являются световыми, а в  $\mathbb{S}^2$  — пространственноподобными и пересекаются на пространственноподобной 2-сфере бифуркации.

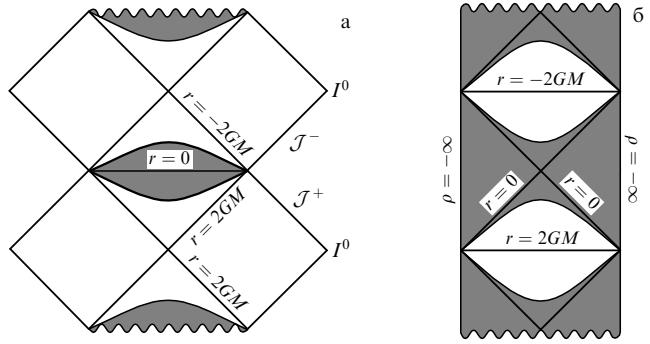


Рис. 1. Продольное (а) и поперечное (б) сечения осциллирующей чёрно-белой дыры.  $\mathcal{J}^+$  — световая бесконечность будущего для наблюдателей в области  $r > 0$ ,  $\mathcal{J}^-$  — световая бесконечность прошлого в области  $r < 0$ ,  $I^0$  — пространственные бесконечности  $R$ -областей.

непосредственно связывающие обе дыры. Метрика чёрной дыры находится в секторе  $r > 0$ , а белая дыра получается продолжением решения (14) в область  $r < 0$  при условии конечности  $\rho\rho = \Phi_0/4\pi G = \text{const}$  при  $\rho = 0$ . Полную геометрию можно восстановить интегрированием от точек линии бифуркации вдоль всех пучков прямых, включая области  $\rho < 0$ .

Для иллюстрации возьмём модель осциллирующей чёрно-белой дыры с триггерным распределением материи, зависящим от  $\rho \leq \rho_0 \equiv r_0^2$  (см. [1, 2], случай Б). Другими словами, поперечное давление возрастает скачком:  $p_\perp = \lambda_0(\rho_0 - \rho)$ . Продольное давление, которое выбрано вакуумноподобным ( $p = -\epsilon$ ), вычисляется с помощью тождества Бианки (7):

$$\rho \leq \rho_0 : \quad P = -E = \frac{2}{3}\lambda_0, \quad \Phi = \frac{1}{2}H_1^2(\rho - 3\rho_0), \quad (15)$$

$$\rho > \rho_0 : \quad P = -E = \frac{M}{4\pi|r|^3}, \quad \Phi = -\frac{GM}{|r|}, \quad (16)$$

где  $H_1^2 \equiv 8\pi G\lambda_0/3 \equiv GM/r_0^3 = \text{const}$ . Подставляя (15) и (16) в (2), получаем метрику с материей ( $\rho \leq \rho_0$ )

$$ds^2 = -\mathcal{K}dt^2 + \frac{d\rho^2}{4\rho\mathcal{K}} - \rho d\Omega^2 = \frac{-(1-\tilde{\rho})^2 d\tilde{t}^2 + H_1^{-2}\tilde{\rho}^{-1} d\tilde{\rho}^2 - 4r_1^2 \tilde{\rho} d\Omega^2}{(1+\tilde{\rho})^2} \quad (17)$$

и метрику в вакууме ( $\rho = r^2 > \rho_0$ )

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{|r|}\right)dt^2 - \frac{dr^2}{1 - 2GM/|r|} - r^2 d\Omega^2, \quad (18)$$

где  $\tilde{t} = K_0 t$ ,  $\rho = 4r_1^2 \tilde{\rho}(1+\tilde{\rho})^{-2}$ ,  $\mathcal{K} = K_0^2 - H_1^2 \rho$ ,  $r_1 = K_0/H_1 = r_0(3 - r_0/GM)^{1/2}$ ,  $K_0^2 = -1 - 2\Phi_0$ ,  $\Phi_0 = \Phi(0) = -3GM/2r_0$ . Величина потенциала интегрируемой сингулярности в полтора раза меньше, чем на границе материи, и это отношение не зависит от значения параметра  $r_0$ .

Представим (17) с помощью собственного интервала на оси  $\rho$ :

$$\rho = r^2 \in [0, \rho_0] : \quad ds^2 = d\tau^2 - \cos^2(H_1\tau) d\tilde{t}^2 - r_1^2 \sin^2(H_1\tau) d\Omega^2, \quad (19)$$

$$\rho \leq 0 : ds^2 = -dx^2 - \cosh^2(H_1 x) dt^2 + r_1^2 \sinh^2(H_1 x) d\Omega^2, \quad (20)$$

где  $r = -r_1 \sin(H_1 \tau) \in [-r_0, r_0]$  и  $\rho = -r_1^2 \sinh^2(H_1 x) \leq 0$ . Пространство-время статических доменов — асимптотически анти-де-Ситтеровское:

$$\rho \ll -r_0^2 : T_v^\mu = -\lambda_0 \delta_v^\mu, \quad R_v^\mu = 3H_1^2 \delta_v^\mu. \quad (21)$$

По этой причине области  $\rho < 0$  мы будем также называть зонами анти-де-Ситтера (АДС).

### 5. Источник вечной чёрной (белой) дыры

Вечные дыры, в которых материя отсутствует почти всюду, получаются как предел малых  $r_0 \rightarrow 0$  в формулах (15)–(18):

$$r \in \mathbb{R}^1 : \epsilon = -p = 2p_\perp = M \frac{\delta(r)}{2\pi r^2}, \quad (22)$$

$$\rho < 0 : p = -\epsilon = p_\perp = \lambda_0 \equiv \frac{3M}{8\pi r_0^3}. \quad (23)$$

Зоны АДС сильно искривлены плотным вакуумом  $\lambda_0$  (см. (20)):

$$\rho \ll -r_0^2 : ds^2 = -dx^2 + \frac{3}{4} r_0^2 \exp(2H_1 x) \times \\ \times (-H_1^2 dt^2 + d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (24)$$

который создаёт  $\delta$ -образный материальный источник геометрии вечной дыры (18) в области  $r \in \mathbb{R}^1$ . Этот источник, локализованный при  $|r| \leq r_0$ , имеет плотность  $\sim \lambda_0$  и полную массу  $M$ . Величина  $r_0$  может быть вычислена в квантовой теории. В данном классическом рассмотрении  $r_0$  является свободным параметром задачи. Отметим также, что соотношение между продольным и поперечным натяжениями в (22) не является универсальным, оно связано с выбранным условием модели  $p = -\epsilon$ .

Решение (22)–(24) показывает, что источником вечной дыры является поляризованный вакуум в статических зонах АДС. Гравитационная масса эффективной материи каждой из АДС-зон служит источником шварцшильдовской метрики чёрно-белой дыры в вакууме, которая находится за световой гиперповерхностью будущего  $\rho = 0$  и продолжается вплоть до следующей интегрируемой сингулярности  $\rho = 0$ , где процесс повторяется вновь (см. рис. 1). Полная геометрия инвариантна относительно инверсии  $r \rightarrow -r$  сферической системы отсчёта относительно линий бифуркации. В этом смысле фазовые переходы между гравитационными и материальными степенями свободы в этой модели обратимы.

В разделе 6 мы построим ещё один пример обратимой геометрии, в которой источником чёрной дыры будет родительская звезда, сколлапсированная из  $R$ -области с образованием сингулярности в  $T$ -области. В ходе эволюции эта модель проходит стадию эффективной материи и трансформируется в белую дыру с метрикой однородной космологической модели.

### 6. Астрофизическая чёрно-белая дыра

Рассмотрим модель чёрно-белой дыры с интегрируемой сингулярностью, предполагая, что чёрная дыра образовалась в ходе коллапса звезды из родительской вселен-

ной. Звезду моделируем однородным шаром радиусом  $r(T, R = 1) = a(T)$ , который покоялся в плоском пространстве-времени и имел массу  $M$  ( $a \gg 2GM$  при  $T \rightarrow -\infty$ ), а затем начал сжиматься под действием собственного тяготения, обладая изначально ничтожным давлением. Здесь  $T$  и  $R$  — лагранжевы координаты, сопутствующие движению оболочек шара, причём собственное время  $T \in \mathbb{R}^1$ , а радиальные метки сферических оболочек  $R \geq 0$  нормируем таким образом, что на поверхности звезды  $R = 1$ .

Симметрия поля задана начальными и граничными условиями задачи. Внутри шара ( $R \leq 1$ ) симметрия  $\mathbb{R}^1 \times \mathbb{E}^3$  с 6-параметрической группой  $G_6$  на  $\mathbb{E}^3$  и потенциалы  $a, H, \epsilon, p$  являются функциями  $T$ . Вне шара ( $R > 1$ ) группа движений  $G_4$  на  $\mathbb{C}^3$  и все потенциалы зависят от  $r$ . Во избежание пересечений потоков материи будем считать, что продольное натяжение, возникающее вне звезды при больших кривизнах, вакуумноподобно. Тогда при  $R > 1$   $N = 1$  и тензор энергии-импульса инвариантен относительно движений в  $X$ :  $T_v^\mu = -\text{diag}(p, p, p_\perp, p_\perp)$ . В  $R \leq 1$  материя паскаleva,  $T_v^\mu = (\epsilon + p) u_v u^\mu - p \delta_v^\mu$  (где 4-скорость  $u_v = T_{v,v}$ ), и её состояние вычисляется из граничных условий. Из требования однородности шара следует непрерывность  $\Phi$  и  $p$  на границе  $R = 1$  ( $r = a$ ), тогда как плотность и поперечное давление могут изменяться скачкообразно.

Внутри шара метрика имеет вид [5]

$$ds^2 = dT^2 - a^2(dR^2 + R^2 d\Omega^2) = \\ = \frac{a^4 H^2 dt^2 - dr^2}{1 + 2\Phi} - r^2 d\Omega^2, \quad (25)$$

где эйлеровы и лагранжевы координаты связаны между собой:

$$R \leq 1 : r = aR, \quad t = -\int \frac{dT}{a^2 H} - \frac{R^2}{2}, \quad (26)$$

а хаббловская функция  $H = da/a dT$  находится из уравнений Фридмана:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \epsilon = \frac{2Gm}{r^3} = -\frac{2\Phi}{r^2}, \quad \frac{d\epsilon}{dT} + 3H(\epsilon + p) = 0. \quad (27)$$

Вначале давление отсутствует и шар свободно сжимается ( $H < 0, a^3 H^2 = 2GM$ ). Ньютоновский потенциал в этом пределе  $\Phi_N = GM(R^2 - 3)/2a$ . Внутреннее натяжение в шаре возникает при  $a \leq r_0 < 2GM$ , оно и вычисляется из условий сшивания с эффективной материи на границе  $R = 1$ .

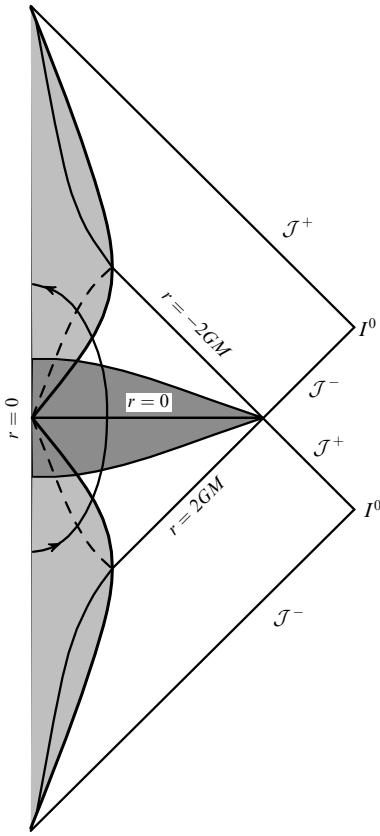
Вне шара метрика имеет вид

$$ds^2 = (1 + 2\Phi) dt^2 - \frac{dr^2}{1 + 2\Phi} - r^2 d\Omega^2 = \\ = dT^2 + 2\Phi dR^2 - r^2 d\Omega^2, \quad (28)$$

где лагранжева система отсчёта сопутствует оболочкам свободных пылинок, падающих вслед за поверхностью шара:

$$R > 1 : R - T = \int \frac{dr}{\sqrt{-2\Phi}}, \quad t = T - \int \frac{\sqrt{-2\Phi} dr}{1 + 2\Phi}, \quad (29)$$

$$\Phi = -\frac{Gm}{r} \equiv -\frac{1}{2} H^2 r^2, \quad m = M - 4\pi \int_{r_0}^r p(r) r^2 dr. \quad (30)$$



**Рис. 2.** Диаграмма Пенроуза астрофизической чёрно-белой дыры. Светло-серая область — тело звезды, тёмно-серая — эффективная материя, штриховая линия разделяет  $R$ - и  $T$ -области внутри звезды, кривая со стрелками — контур  $t = \text{const}$ .

Источником метрики Шварцшильда является масса звезды  $M$  с непрерывным потенциалом  $\Phi = -GM/r$  на границе звезды. Разрыв функций  $N$ ,  $t$  и  $g_{RR}$  связан со скачком плотности в  $R = 1$ . Эффективная материя вне тела звезды возникает при  $r \leq r_0$ , сохраняя симметрию родительской метрики. Из непрерывности  $\Phi$  получаем  $m(0) = 0$  и формулы раздела 4.

Распространяя систему отсчёта свободных частиц на весь конус  $\rho = r^2 \geq 0$ , мы продолжаем метрику из области чёрной дыры ( $r > 0$ ) в область белой ( $r < 0$ ), минуя тело самой звезды ( $R > 1$ ) (см. (14)–(18)). Замкнув внешнюю метрику, мы далее восстанавливаем полное решение на всём многообразии  $R \geq 0$ , сшивая  $\rho$  на границе шара (рис. 2). В результате всюду в зоне эффективной материи получаем  $P = 2\lambda_0/3$  и

$$\begin{aligned} |r| \leq r_0 \tilde{R} : \quad r &= -\sqrt{3}r_0 \tilde{R} \sin(H_1 \tilde{T}), \\ \Phi &= \frac{3}{2} \Phi_0 \tilde{R}^2 \cos^2(H_1 \tilde{T}), \end{aligned} \quad (31)$$

где  $\tilde{R} \equiv \min(R, 1)$ ,  $\tilde{T} \equiv T + (1-R)\theta(R-1)$ . Состояние эффективной материи внутри звезды удовлетворяет уравнению  $\epsilon + 3p = 2\lambda_0$ .

Свободно падающие оболочки шара пересекаются одновременно в одной точке  $r = 0$ , разделяющей временнеподобную и пространственноподобную части оси  $r = 0$  (см. рис. 2). В этой точке бифуркации состояние эффективной материи  $p = -\epsilon/3$  и движение прямолинейно:  $a \propto T$ . Гравитация "отключается" по причине нулевой массы шара, что обеспечивает конечность прилив-

ных сил и продолжение мировых линий материи в будущее.

## 7. Физическая природа интегрируемых сингулярностей

Концепция интегрируемых сингулярностей позволила нам кардинально продвинуться в решении проблем космогенеза с помощью нового класса моделей чёрно-белых дыр в ОТО. Являются ли эти решения лишь инструментом исследования, или они существуют в действительности? Если да, то почему и как они образуются? Эти вопросы требуют отдельного изучения. Здесь мы высажем некоторые соображения по поводу физической природы интегрируемых сингулярностей.

Причины формирования сингулярных структур с конечным гравитационным потенциалом связаны с процессами перераспределения материальных и пространственно-временных степеней свободы в сильных гравитационных полях самих сингулярностей. (При больших интенсивностях и малых размерах ключевую роль играют, по всей видимости, квантовые эффекты.) Поэтому мы говорим об *эффективной материи*, содержащей не только материальные, но и гравитационные степени свободы, оставшиеся после усреднения метрики по квантовому состоянию. Однако мы сохраняем понятия энергии-импульса и законов движения в форме тождеств Бианки. Это позволяет описать обратное влияние с помощью уравнений Эйнштейна с левой частью, определённой по средней метрике  $g_{\mu\nu}$ , и правой — с тензором энергии-импульса эффективной материи  $T_v^\mu$ , включающим в себя все поляризационные, гравитационно-модифицированные и другие члены квантовой теории, подлежащие вычислению.

Проиллюстрируем метод на примере развития одной степени свободы в заданной фридмановской симметрии коллапсирующей звезды. Пусть физическая переменная описывается безмассовым полем  $\varphi$ , минимально связанным с метрикой (25). Вторичное квантование приводит к следующему уравнению для амплитуд фурье-гармоник  $\varphi_k = v_k(\eta)/a$  [5]:

$$v_k'' + (k^2 - U) v = 0, \quad (32)$$

$$U = U(\eta) = \frac{a''}{a} = a^2 H^2 + (aH)' = -2\Phi + \frac{\Phi'}{\sqrt{-2\Phi}}, \quad (33)$$

здесь штрих означает производную по конформному времени  $\eta = \int dT/a$ ,  $k$  — волновое число,  $\Phi$  — гравитационный потенциал на поверхности шара.

До тех пор пока давление в звезде мало, приливной потенциал возрастает с уменьшением радиуса:  $U = GM/a = a^2 H^2/2$ . При больших  $a$  состояние поля — вакуумное: осциллятор совершает колебания вблизи равновесия в адиабатической зоне  $U < k^2$ .

В ходе коллапса поле оказывается в параметрической зоне и его амплитуда неограниченно возрастает с увеличением  $U > k^2$ .

$$\varphi_k = \frac{\exp(-ik\eta)}{a\sqrt{2k}} \rightarrow \frac{H}{k^{3/2}}, \quad \varphi_{,\mu}\varphi^{\cdot\mu} \simeq H^4 \ln U. \quad (34)$$

На этой стадии давлением уже пренебрегать нельзя, вакуум поляризуется, оказывая в свою очередь влияние на метрику, что изменяет гравитационный потенциал и темп сжатия вблизи  $a = 0$  (для солнечной массы и числа

степеней свободы  $\sim 100$  это происходит при  $H \simeq \simeq 0,1 M_P (\ln U_0)^{-1/2} \sim 10^{17}$  ГэВ).

Можно предположить, что обратное влияние, описываемое уравнениями Фридмана, приводит к такой перестройке решения, при которой приливной потенциал (33) перестаёт неограниченно возрастать и достигает насыщения:  $U(r \rightarrow 0) = U_0 = -2\Phi_0 = \text{const}$ . Это пресечёт ультрафиолетовую катастрофу и спасёт осцилляторы от разрушения, поскольку высокочастотные моды с  $k^2 > U_0$  остаются в адиабатической зоне и не поляризуются. Тем самым сохраняется понятие гейзенберговского вектора состояния, соответствовавшее вакууму Минковского в  $R$ -области, и выполняется основное требование метрической теории о конечности гравитационного потенциала на сингулярной гиперповерхности. Такую структуру мы и называем интегрируемой сингулярностью.

Данный пример иллюстрирует отличие нашей теории от моделей с отскоками (см., например, [6]), у которых нет сингулярности,  $a > 0$  и в момент отскока  $H = \dot{\Phi} = 0$ . Последнее требование, на наш взгляд, представляется избыточным и не является необходимым. В наших моделях потенциал  $\Phi$  достигает экстремума в сингулярности  $r = 0$ , что ослабляет её, но не ликвидирует полностью. При малых размерах шара  $a \propto T$  и ситуация напоминает взрывную модель негравитирующих частиц Милна. В момент пересечения частицы движутся по инерции, не испытывая притяжения центральной массы. Гравитация в этот момент отключается ( $m(0) = 0$ ), поэтому пространство не прогибается, хотя плотность энергии и расходится.

## 8. Стрела времени и естественный отбор

Гравитационно-приливные модели чёрно-белых дыр, содержащие расширяющиеся потоки материи, позволяют ответить на многие фундаментальные вопросы, не имеющие пока ответов в современной физике. Один из них — принцип причинности, ставящий причинно-следственную цепочку событий в соответствие со стрелой времени. В контексте нашей работы речь идёт о происхождении космологической стрелы времени, под которой мы понимаем ориентацию светового конуса будущего в направлении объёмного расширения крупномасштабного потока материи.

Как известно, динамические уравнения, описывающие микроскопические процессы, инвариантны относительно изменения знака времени. Однако локальную динамику приходится дополнять внешней по отношению к ней стрелой времени, поскольку инвариантность относительно направления времени теряется при предельном переходе к глобальной геометрии.

Геодезически полные геометрии с интегрируемыми сингулярностями дают нам подсказку о происхождении стрелы времени. Они содержат разные пространственно-временные домены, разделённые горизонтами событий  $r = 0$  и  $r = 2GM$ : нестационарные области чёрных и белых дыр (лежащие между шварцшильдовским и сингулярным горизонтами) и перемежающие их статические  $R$ -зоны (соединяющие шварцшильдовские горизонты белой и чёрной дыр) и АДС-зоны (соединяющие сингулярные горизонты чёрной и белой дыр). Здесь реализуются все возможности. Есть свои времена как у колапсирующей области, так и у антиколапсирующей (космологической). Статические области не

зависят от времени, но они пространственно неоднородны.

Мы имеем дело с единой геометрией, разделённой на секторы с временнóй и пространственной чётностями. При пересечении любого из горизонтов изменяется смысл координаты  $r$ , от которой зависит метрика [7]. В одних доменах  $r$  — это временная координата (и тогда получаем чёрные дыры и/или космологические модели), а в других — пространственная (статические зоны). При этом полная геометрия может оставаться инвариантной относительно замены  $r \rightarrow -r$ .

Таким образом, ответ на вопрос о происхождении космологической стрелы времени кроется в начальных условиях. Мы (наблюдатели) принадлежим космологическому потоку материи и живём по его собственному времени, которое началось с момента  $r = 0$  и существует уже 14 млрд лет. Временную координату можно продлить в прошлое, в докосмологическую эпоху, но там она описывала время в  $T$ -области родительской чёрной дыры. А ещё дальше представляла собой радиальную координату асимптотически плоского пространства родительской вселенной, в котором звезда находилась до того, как она сколапсировала и образовала чёрную дыру. Возникшая в ходе коллапса интегрируемая сингулярность  $r = 0$  "зажгла" нашу Вселенную, и через несколько миллиардов лет начала развиваться нелинейная крупномасштабная структура, запустившая процесс звёздной активности. В результате возникли новые чёрные дыры, которые могут быть входами в новые вселенные.

Этот процесс эволюции многолистного пространства-времени напоминает рост дерева (генеалогического дерева, если угодно). Такое дерево может процветать, а может и зачахнуть, если в дочерних вселенных не оказалось новых чёрных дыр. Критическая ситуация возникает, когда условия развития не обеспечивают производство затравочных возмущений плотности для формирования гравитационно-связанных сгустков материи и их коллапса в чёрные дыры. Но может развиться и иная история: одно событие коллапса при благоприятных обстоятельствах, реализующих параметры инфляции и фазовых переходов в белой дыре, может привести к расцвету целого дерева с незатухающими цепочками новых вселенных. Благодаря этим процессам работает космологический естественный отбор [8]: выживают и развиваются те вселенные, в которых образуются чёрные дыры, а для этого предпочтителен определённый набор параметров, мировых констант и т.д.

Основой этой концепции многолистной вселенной являются процессы гравитационной неустойчивости, напоминающие осциллирующие приливы. Антиколапсирующие пространственно-временные области (белые дыры) развиваются из колапсирующих систем чёрных дыр, и наоборот, расширяющийся квазиоднородный поток материи белой дыры распадается на сгустки, колапсирующие в чёрные дыры. Если первый процесс связан с горизонтом  $r = 0$ , то второй — с  $r = 2GM$ . На обоих горизонтах гравитационный потенциал — релятивистский и необходимо учитывать квантово-гравитационные процессы поляризации вакуума и рождения частиц [9]. Однако если на шварцшильдовском горизонте эти эффекты подавлены по параметру массы (испарение Хокинга), то при  $r = 0$  они доминируют и создают структуры интегрируемых сингулярностей.

## 9. Заключение

В рамках предложенной нами концепции интегрируемых сингулярностей получен новый класс моделей чёрно-белых дыр в ОТО, который может быть ключом к решению проблемы космогенеза. Интегрируемую сингулярность  $r = 0$  можно сравнить с классическим каспом, в котором плотность энергии или продольное натяжение материи расходятся, но масса — нулевая<sup>3</sup>,  $m(0) = 0$ , и гравитационный потенциал  $\Phi_0$  ограничен. Вследствие этого свойства приливные силы конечны и любые геодезические свободно продолжаются из чёрной дыры в белую, где геометрия эквивалентна геометрии расширяющейся космологической модели.

Масса материи в многолистной вселенной может быть сколь угодно большой, поскольку она компенсируется отрицательной гравитационной энергией связи. Так что полная энергия дыр, измеряемая в статических зонах, постоянна во времени. Интегрируемые сингулярности напоминают машины по переработке гравитационных степеней свободы в материальные, однако количественные характеристики этого процесса можно определить только в последовательной квантовой теории.

Работа поддержана Министерством образования и науки РФ (контракт 16.740.11.0460 от 13.05.2011) и РФФИ (офи-11-02-00857). В.Н.С. благодарит за поддержку FAPEMIG.

## 10. Приложение.

### Движение пробных частиц в чёрно-белой дыре

Рассмотрим движение частиц в метрике (2), независящей от  $t$ . Пусть  $k^\mu = dx^\mu/d\lambda$  и  $\lambda$  — касательный вектор и аффинный параметр вдоль траектории  $x^\mu = x^\mu(\lambda)$ . Из уравнений геодезических  $k^\mu k_{;\mu} = 0$  получаем

$$k \equiv k_t = \text{const}, \quad k_\perp \equiv k_\theta + \frac{k_\phi}{\sin^2 \theta} = \text{const}, \quad (35)$$

где  $k_\phi = \text{const}$  — азимутальный угловой момент. В отличие от инвариантов движения для продольного и поперечного импульсов, значение азимутального числа зависит от ориентации полярной системы координат. Совмещая полюс  $\theta = 0$  с одной из точек траектории, имеем  $\varphi = \text{const}$  и  $k_\phi = 0$  всюду на мировой линии частицы. В проекции на 2-сферу частица движется по меридиану с монотонным возрастанием угла  $\theta$  в интервале значений  $2\pi$  на число оборотов в  $\mathbb{S}^2$ :

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = -\frac{k_\perp}{\rho}, \quad \left( \frac{d\rho}{2d\lambda} \right)^2 - (k_\perp^2 + n\rho) \mathcal{K} = \frac{k^2 \rho}{N^2}. \quad (36)$$

Уравнение для  $\lambda(\rho)$  следует из нормировочного интеграла  $k_\mu k^\mu \equiv n = \text{const}$ , где  $n = 0$  для нулевой и  $n = 1$  для

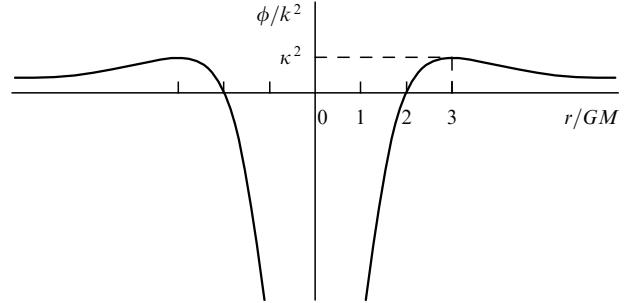


Рис. 3. Потенциал  $\phi(r)$  световых геодезических в чёрно-белой дыре.

времениподобной геодезических. В конусе  $\rho = r^2 \geq 0$  чёрно-белой дыры уравнение (36) имеет вид

$$\left( \frac{dr}{d\lambda} \right)^2 + \phi = \frac{k^2}{N^2} - n, \quad \phi = \frac{k_\perp^2}{r^2} (1 + 2\Phi) + 2n\Phi, \quad (37)$$

где потенциал  $\phi = \phi(r)$  стремится к нулю при  $r \rightarrow \infty$  (рис. 3).

Продольные световые ( $n = k_\perp = 0$ ) распространяются непосредственно из чёрной дыры в белую с непрерывным аффинным временем  $\lambda = -k^{-1} \int N dr$ . Спиральные световые на поперечных срезах ( $n = k = 0$ ) находятся в  $T$ -области или чёрной, или белой дыры,  $\mathcal{K} = K^2 \geq 0$ , приходя из АДС-зон и уходя обратно в АДС-зоны:  $\theta = -k_\perp \int d\lambda/\rho = \pm \int dr/(2\rho K)$ . Особый интерес представляют фотоны с  $n = k = k_\perp = 0$ , живущие на горизонтах  $\rho = 0$ :

$$\theta = \pm \frac{\ln |\lambda - \lambda_0|}{2K_0}, \quad \rho = \mp 2K_0(\lambda - \lambda_0) k_\perp \rightarrow 0, \quad (38)$$

где  $\lambda_0$  — значение аффинного параметра на линии бифуркации.

Траектории фотонов с прицельным параметром  $\kappa \equiv k_\perp (3\sqrt{3}GMk)^{-1} < 1$  соединяют обе области,  $R$  и  $T$ . Фотоны с  $\kappa = 1$  вращаются в  $R$ -области на радиусе  $r = 3GM$ . При  $\kappa > 1$  имеются фотоны двух типов: в  $R$ -области с  $r > 3GM$  и в зоне  $r < 3GM$ , объединяющей  $T$ -область и примыкающую к ней внутреннюю часть  $R$ -области.

## Список литературы

1. Lukash V N, Strokov V N, arXiv:1109.2796; подано в *Phys. Rev. D*
2. Лукаш В Н, Михеева Е В, Строков В Н УФН **182** 216 (2012) [Lukash V N, Mikheeva E V, Strokov V N *Phys. Usp.* **55** 204 (2012)]
3. Сахаров А Д ЖЭТФ **87** 375 (1984) [Sakharov A D Sov. Phys. JETP **60** 214 (1984)]
4. Hawking S, Penrose R *The Nature of Space and Time* (Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1996)
5. Лукаш В Н, Михеева Е В *Физическая космология* (М.: Физматлит, 2010)
6. Новиков И Д Письма в ЖЭТФ **3** 223 (1966) [Novikov I D *JETP Lett.* **3** 142 (1966)]
7. Новиков И Д Астрон. журн. **38** 564 (1961) [Novikov I D Sov. Astron. **5** 423 (1961)]
8. Smolin L *The Life of the Cosmos* (Oxford: Oxford Univ. Press, 1999)
9. Frolov V P, Shapiro I L *Phys. Rev. D* **80** 044034 (2009)

<sup>3</sup> Времениподобная ось нулевой массы (линия центра звезды) лежит в  $R$ -области, и функция массы находится интегрированием плотности по радиальным оболочкам (см. (9)):  $m = 4\pi \int_0 r^2 dr$ . Пространственноподобная ось нулевой массы (линия бифуркации (см. (13))) лежит в  $T$ -области, и функция массы чёрно-белой дыры получается интегрированием продольного натяжения по времени:  $m = -4\pi \int_0 p(r) r^2 dr$ .