

## ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Динамические магнитные структуры в сверхпроводниках и ферромагнетиках

Л.С. Успенская, А.Л. Рахманов

*В сверхпроводниках второго рода в смешанном состоянии наблюдается ряд неустойчивостей различной природы: дендритная неустойчивость, макротурбулентность, образование цепочек макроскопических капель магнитного потока, формирование твистеров. Эти процессы приводят к образованию в смешанном состоянии макроскопических пространственных структур магнитного потока. Анализ показывает, что между динамическими процессами при перемагничивании ферромагнетиков и сверхпроводников прослеживаются определённые аналогии, которые могут быть полезны для более глубокого понимания рассматриваемых эффектов.*

PACS numbers: 74.25.Uv, 74.25.Wx, **74.72. – h**

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201207a.0681

### Содержание

1. Введение (681).
  2. Методы наблюдения магнитной структуры (682).
  3. Динамические эффекты в сверхпроводниках второго рода (682).
    - 3.1. Скачки магнитного потока. 3.2. Дендритная неустойчивость.
    - 3.3. Макротурбулентность. 3.4. Самоорганизующиеся динамические вихревые структуры на дефектах. 3.5. Твистеры.
  4. Динамические эффекты в ферромагнетиках (695).
  5. Заключение (697).
- Список литературы (698).

### 1. Введение

Образование пространственных структур является весьма общим свойством сложных физических систем. Конкуренция вкладов различной природы в свободную энергию зачастую приводит к тому, что неоднородное состояние оказывается термодинамически более выгодным, чем однородное. В частности, образование пространственно неоднородной магнитной структуры характерно для большинства магнитоактивных сред. Примерами таких структур могут служить домены в ферромагнетиках, промежуточное состояние в сверхпро-

водниках первого рода. Пространственный масштаб неоднородной намагниченности может варьироваться в широких пределах — от нескольких постоянных решётки (например, при электронном фазовом расслоении в манганитах) до масштабов порядка размеров макроскопических образцов (например, при возникновении магнитных доменов в ферромагнетиках). Макроскопические магнитные структуры, содержащие большое число вихрей Абрикосова, наблюдаются и в сверхпроводниках второго рода, как в высокотемпературных (ВТСП), так и в традиционных низкотемпературных. Вихри взаимодействуют между собой, а также с границами образца и дефектами. Вокруг образцов с размагничивающим фактором появляются рассеянные магнитные поля. Все эти эффекты способствуют появлению неоднородных магнитных структур в сверхпроводниках, подобно тому как схожие механизмы приводят к образованию доменов в ферромагнетиках.

Магнитные структуры могут двигаться, менять свою форму и масштаб, переводить образец из одной магнитной фазы в другую. Такие динамические эффекты происходят спонтанно или при изменении температуры, магнитного поля, тока, механических напряжений. Важную роль в динамике магнитных структур играют диссипативные процессы, которые определяют не только релаксацию, но часто и топологию неоднородного состояния в ферромагнетиках и сверхпроводниках. Макроскопические динамические эффекты в сверхпроводниках и ферромагнетиках являются важным классом физических явлений, наблюдаемых в этих системах. Их изучение интересно с точки зрения физики, а также различных приложений. В данном обзоре мы дадим довольно полное описание макроскопических динамических эффектов в сверхпроводниках, а в последней главе проведём аналогию между классом подобных явлений в сверхпроводниках и ферромагнетиках.

Л.С. Успенская. Институт физики твёрдого тела РАН,  
ул. Академика Осипяна 2, 142432 г. Черноголовка,  
Московская обл., Российская Федерация

Тел. (496) 522-82-08. E-mail: uspenska@issp.ac.ru

А.Л. Рахманов. Институт теоретической и прикладной  
электродинамики РАН,  
ул. Ижорская 13, 125412 Москва, Российская Федерация  
E-mail: alrahmanov@mail.ru

Статья поступила 29 августа 2011 г.,  
после доработки 13 сентября 2011 г.

Одним из наиболее плодотворных подходов к изучению макроскопических магнитных структур является использование методов прямой визуализации, таких как магнитное декорирование и магнитооптика. В данном обзоре мы будем часто использовать результаты магнитооптических (МО) исследований.

Вихревые структуры в сверхпроводниках второго рода могут испытывать неустойчивости различной природы. Самой известной из них является термомагнитная неустойчивость, или скачок магнитного потока, обнаруженный полвека назад. Отметим, что именно скачки магнитного потока ограничивают токнесущую способность технических сверхпроводников. Поэтому природа скачков потока, критерии их возникновения и методы борьбы с ними изучались в огромном числе экспериментальных и теоретических работ. Однако только использование магнитооптики высокого разрешения позволило обнаружить другие типы макроскопических динамических явлений в сверхпроводниках второго рода в смешанном состоянии. Было открыто, что при определённых условиях термомагнитная неустойчивость развивается пространственно неоднородно. Вихревые нити движутся с огромной скоростью внутри спонтанно образующихся каналов-дендритов. В результате магнитный поток в сверхпроводнике образует сложную фрактальную структуру. Именно магнитооптические наблюдения позволили открыть макротурбулентную неустойчивость в монокристаллах ВТСП, а также ряд других явлений, которые описаны в настоящем обзоре. При этом оказывается, что почти все эти динамические эффекты имеют аналогии в физике ферромагнитных доменов.

## 2. Методы наблюдения магнитной структуры

В данном разделе мы кратко перечислим методы визуализации магнитных структур. Их можно разделить на следующие группы: 1) наблюдение распределения полей рассеяния на поверхности исследуемого объекта и восстановление распределения индукции в образце; 2) наблюдение влияния локальной намагниченности на поляризацию проходящих или отражённых лучей (света, электронов) и восстановление распределения индукции по изменению поляризации; 3) наблюдение искажений решётки из-за наличия локальной намагниченности и восстановление магнитной доменной структуры.

К первой группе относятся: метод порошковых фигур [1] и высокоразрешающее декорирование [2–4], сканирующая зондовая микроскопия, в том числе магнитно-силовая микроскопия [5–11] и сканирование поверхности датчиками Холла [12, 13] или измерения распределения индукции решётками датчиков Холла [14], а также магнитооптическая визуализация с помощью индикаторных плёнок, напыляемых [15, 16] или накладываемых на исследуемый образец [17–21].

Ко второй группе относятся магнитооптические методы наблюдения магнитных доменов, основанные на зависимости оптических констант от направления и величины намагниченности в среде: двулучепреломление поляризованного света — эффект Коттона–Мутона [22–24], вращение плоскости поляризации света при прохождении через магнитоактивную среду — эффект Фарадея [25–29], вращение плоскости поляризации света при отражении — эффект Керра [30–32], а также

лоренцевская микроскопия [33] и дифракция спин-поляризованных нейтронов [34–39].

И, наконец, благодаря магнитоупругим искажениям магнитная доменная структура восстанавливается из картин рентгеновской топографии [40, 41].

Среди всех перечисленных методов именно магнитооптические методы визуализации [15–32] оказываются наиболее подходящими для изучения кинетики перемагничивания и исследования динамических конфигураций магнитного потока, поскольку позволяют наблюдать как локальное (с разрешением до  $\lambda/2$ ), так и макроскопическое распределение намагниченности с чувствительностью по магнитному полю до одного эрстеда. При этом они имеют высокое временное разрешение, лимитируемое лишь длительностью освещающего импульса (до 10 нс).

## 3. Динамические эффекты в сверхпроводниках второго рода

### 3.1. Скачки магнитного потока

Скачки магнитного потока или термомагнитные неустойчивости исторически были первым макроскопическим динамическим процессом, который был обнаружен в сверхпроводниках второго рода. Природа данной неустойчивости обусловлена положительной обратной связью между электромагнитными и тепловыми процессами в сверхпроводнике. Плотность сверхпроводящего тока, экранирующего внешнее магнитное поле, падает с увеличением температуры. Если по какой-то причине в сверхпроводнике возник локальный разогрев, то он приводит к падению локальной плотности тока. Из-за падения экранирующего тока магнитный поток продвигается в глубь сверхпроводника. Движение магнитного потока индуцирует электрическое поле, а следовательно, появление дополнительного джоулева тепла, т.е. дальнейший разогрев и т.д. Такой процесс при определённых условиях принимает лавинообразный характер, приводя к переходу части образца (или даже всего образца) в нормальное состояние. Подробное описание теоретических и экспериментальных исследований скачков магнитного потока можно найти в обзорах [42, 43]. Здесь мы лишь кратко остановимся на основных моментах теории данного явления.

Общепринятая теория термомагнитной неустойчивости предсказывает, что скачки магнитного потока развиваются более или менее однородно, захватывая значительную долю объёма образца, фронт распространяющегося магнитного потока остаётся гладким, а его форма зависит от формы поверхности образца и формы области, затронутой "затравочным" (внешним) возмущением, перерастающим в скачок потока. Другими словами, пространственный масштаб наиболее "опасной" неустойчивости ограничен лишь размерами образца, а мелкомасштабные возмущения стабилизируются за счёт теплопроводности и внешнего охлаждения. Рассмотрим задачу с простейшей геометрией (рис. 1). Пусть пластина сверхпроводника второго рода находится во внешнем магнитном поле  $\mathbf{H}$ , направленном вдоль оси координат  $z$ . Внешнее поле экранировано током, текущим вдоль оси  $y$ , и магнитная индукция  $\mathbf{B}(x)$  спадает в глубь образца. Плотность экранирующего тока определяется вольт-амперной характеристикой (ВАХ) сверх-

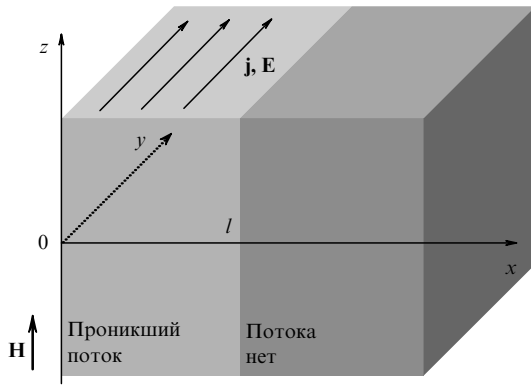


Рис. 1. Геометрия задачи.

проводника, которую мы запишем в виде

$$\mathbf{j} = j_s(T, E) \frac{\mathbf{E}}{E}. \quad (1)$$

Здесь мы для простоты пренебрегли зависимостью плотности сверхпроводящего тока  $j_s$  от магнитного поля, поскольку известно [42, 43], что её учёт не важен для описания физики терромагнитной неустойчивости. Распределение магнитного поля в образце описывается уравнением Максвелла с граничным условием

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}, \quad \mathbf{B}|_{x=0} = \mu_0 \mathbf{H}, \quad (2)$$

которое справедливо, если поле  $H$  много больше первого критического поля  $H_{c1}$ . Температура образца определяется уравнением теплопроводности

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T + \mathbf{j} \mathbf{E}, \quad (3)$$

где  $C$  и  $\kappa$  — теплоёмкость и теплопроводность, а электрическое поле находится из уравнения Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (4)$$

Последние два уравнения следует дополнить соответствующими граничными условиями. Исключим магнитную индукцию из рассматриваемой системы уравнений, записав вместо (2) и (4)

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}. \quad (5)$$

Будем полагать, что в рассматриваемой геометрии все величины зависят только от координаты  $x$ , а исходное состояние системы стационарно, т.е. температура  $T = T_0(x)$  и поле  $E = E_0(x)$  не зависят от времени. Пусть в системе возникло слабое возмущение:

$$T = T_0(x) + \delta T(x, t), \quad E = E_0(x) + \delta E(x, t). \quad (6)$$

Предположим для простоты, что исходное электрическое поле  $E_0$  мало, и будем им пренебрегать. Тогда, подставляя (6) в уравнения (3) и (5), в линейном по возмущениям приближении получаем

$$C \frac{\partial \delta T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 \delta T}{\partial x^2} + j_s \delta E, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \delta E}{\partial x^2} = \mu_0 \left( \frac{\partial j_s}{\partial E} \frac{\partial \delta E}{\partial t} + \frac{\partial j_s}{\partial T} \frac{\partial \delta T}{\partial t} \right).$$

Следуя стандартной процедуре исследования уравнений на устойчивость, будем искать их решения в виде

$$\delta T(x, t) = \delta T \exp(ikx + \lambda t), \quad (8)$$

$$\delta E(x, t) = \delta E \exp(ikx + \lambda t).$$

Подставим эти выражения в первое из уравнений (7) и получим связь между возмущениями температуры и электрического поля,  $\delta E = (\lambda C + k^2 \kappa) \delta T / j_s$ . Пользуясь этим соотношением и формулами (8), с помощью второго из уравнений (7) получим квадратное уравнение для инкремента нарастания неустойчивости  $\lambda$ :

$$\mu_0 \frac{\partial j_s}{\partial E} \lambda^2 + \left( \mu_0 \frac{j_s}{C} \frac{\partial j_s}{\partial T} + \mu_0 \frac{\partial j_s}{\partial E} k^2 \frac{\kappa}{C} + k^2 \right) \lambda + k^4 \frac{\kappa}{C} = 0. \quad (9)$$

Скачок потока развивается, если существуют нарастающие во времени возмущения, т.е. уравнение (9) имеет решения с  $\text{Re}(\lambda) > 0$ . Поскольку дифференциальная проводимость сверхпроводника в малом электрическом поле всегда положительна,  $\sigma(E) = \partial j_s / \partial E > 0$ , то знак действительной части корня уравнения (9) определяется знаком множителя при линейной степени  $\lambda$ . Тогда  $\text{Re}(\lambda) > 0$ , если

$$\mu_0 \frac{j_s}{C k^2} \left| \frac{\partial j_s}{\partial T} \right| > \mu_0 \sigma(E) \frac{\kappa}{C} + 1, \quad (10)$$

где мы учли, что плотность тока в сверхпроводнике падает с температурой,  $\partial j_s / \partial T < 0$ .

Согласно критерию (10), наиболее опасны для устойчивости крупномасштабные возмущения с наибольшим из возможных размеров  $l \sim 1/k$ . В рассматриваемой геометрии таким размером является толщина области, по которой течёт экранирующий ток:  $l = H / j_s$ . Тогда условие (10) можно переписать в виде

$$\mu_0 \frac{H^2}{C j_s} \left| \frac{\partial j_s}{\partial T} \right| > \mu_0 \sigma(E) \frac{\kappa}{C} + 1. \quad (11)$$

Обычно  $j_s / |\partial j_s / \partial T| \sim T_c$ . В левой части критерия устойчивости (11) стоит отношение характерной магнитной энергии  $\mu_0 H^2$  к характерной тепловой энергии  $CT_c$ . В правой части критерия устойчивости стоят два слагаемых, отвечающих за два механизма стабилизации. В первый из них входят теплопроводность и дифференциальная проводимость. Очевидно, что чем выше теплопроводность, тем эффективнее отводится тепло из разогретой области и тем стабильнее сверхпроводящее состояние.

Так же легко понять роль дифференциальной проводимости. Плотность сверхпроводящего тока падает с разогревом, магнитный поток движется и вызывает появление электрического поля. Рост электрического поля приводит к росту плотности тока ( $\partial j_s / \partial E > 0$ ), что, в свою очередь, частично компенсирует падение тока, вызванное разогревом. Это так называемый динамический режим стабилизации. Если первое слагаемое мало по сравнению с единицей, то в игру вступает второй механизм стабилизации, адиабатический. Если отношение характерной магнитной энергии  $\sim \mu_0 H^2$  к характерной тепловой энергии  $\sim CT_c$  мало, то скачки потока не возникают.

С помощью уравнения (9) легко найти, что вблизи границы неустойчивости мнимая часть инкремента  $\lambda$  отлична от нуля. Это означает возможность возникнове-

ния сильных флуктуаций температуры и электрического поля перед скачком потока, а также немонотонный характер развития возмущений при возникновении неустойчивости.

Изложенная теория и её более сложные варианты позволяют описать экспериментально наблюдаемые эффекты при развитии скачков магнитного потока в различных типах сверхпроводников [43, 44].

### 3.2. Дендритная неустойчивость

Представленная картина развития термомангнитной неустойчивости адекватно описывает многие экспериментальные факты, однако далеко не все. Многочисленные магнитооптические эксперименты показывают, что термомангнитная неустойчивость может приводить к возникновению ветвящейся (дендритной) структуры распределения магнитного потока [45–54]. Особенно часто такое явление наблюдается в тонких плёнках, помещённых в поперечное магнитное поле. Дендритная неустойчивость развивается следующим образом (рис. 2). При увеличении внешнего поля магнитный поток входит в образец. В малых полях фронт входящего магнитного потока ровный. Потом вдруг на фронте появляются пальцеобразные прорывы вихрей в объём образца (рис. 2а), как будто вблизи края проникшего потока начинает расти "трава". Потом в большем внешнем поле возникают отдельные дендриты ("деревья") (рис. 2б). С увеличением внешнего поля "деревья" становятся всё больше (рис. 2в). Постепенно весь образец заполняется "лесом" дендритов, распределение магнитного поля имеет вид типичного фрактала (рис. 2г). Дендрит развивается очень быстро. При наблюдении магнитооптическим методом создаётся впечатление,

что дендрит образуется мгновенно. Дендритная неустойчивость наблюдалась при температурах ниже 10–15 К в плёнках низкотемпературных сверхпроводников (Nb, Nb<sub>3</sub>Sn, NbN), в плёнках диборида магния, в плёнках и монокристаллах ВТСП YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>, BiSr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8</sub>, а также в ряде других материалов.

Описанное поведение, казалось бы, противоречит "классическим" представлениям о развитии термомангнитной неустойчивости. Действительно, поскольку теплопроводность демпфирует развитие такой неустойчивости, то, казалось бы, малый поперечный размер дендрита должен способствовать быстрому отводу тепла из его канала. Следовательно, тепловая флуктуация с большим пространственным масштабом должна развиваться раньше, чем узкий дендрит. Однако детальный анализ эксперимента однозначно указывает на термическую природу появления дендритной структуры (см. работу [55] и цитированную там литературу). На это указывают прямые измерения температуры в канале дендрита с помощью тепловизора, то обстоятельство, что рассматриваемая структура возникает только в области низких температур, где мала теплоёмкость материала, а также детальное сопоставление экспериментов с результатами теории, рассматривающей дендрит как результат локальной термомангнитной неустойчивости [56, 57]. Пространственная структура типа дендритов возникает при развитии скачка потока, если фоновое электрическое поле в сверхпроводнике, создаваемое внешним регулярным источником или случайным воздействием, превышает некую критическую величину  $E_c$ , которая зависит от геометрии образца. При этом из-за геометрического фактора величина  $E_c$  для плёнок меньше, чем для массивных образцов. Соответственно в плёнках развитие дендритной неустойчивости более вероятно.

Физическая причина возникновения дендритной структуры в сверхпроводниках может быть понята из следующих соображений. Если в образце возникает возмущённая область, вытянутая в направлении поперёк вектора тока, то ток не может её обтекать и будет идти через эту возмущённую область, разогревая её. Если электрическое поле  $E$ , вызванное внешним источником, достаточно велико ( $E > E_c$ ), то разогрев возмущённой области превышает теплоотвод и развивается дендрит. Характерная толщина дендрита,  $\Delta d \sim (\kappa/|E \partial j_s / \partial T|)^{1/2}$ , определяется балансом разогрева и теплоотвода. В плёнках скорость роста дендрита определяется электромагнитными процессами в окружающей плёнку пространстве и может достигать гигантских величин, до  $10^5$  м с<sup>-1</sup> и выше.

Следуя [56], найдём, при каких условиях возникает дендритная структура в плёнке. Пусть плёнка толщиной  $d$ , шириной  $2w$  лежит на массивной подложке, а магнитный поток проник в плёнку на глубину  $l$ . Плёнка расположена в плоскости  $xu$ , она длинная в направлении  $y$ , магнитное поле приложено поперёк плёнки вдоль оси  $z$  (рис. 3). Для анализа мы воспользуемся ВАХ сверхпроводника (1), уравнениями Максвелла (2) и теплопроводности (3). Как и ранее, мы пренебрегаем зависимостью плотности тока от магнитного поля. Конкретный вид функции  $j_s(E)$  для нас не важен. Важно только, что ВАХ сверхпроводника очень крутая:

$$n(E) \equiv \frac{\partial \ln E}{\partial \ln j} \approx \frac{j_s}{\sigma(E)E} \gg 1. \quad (12)$$

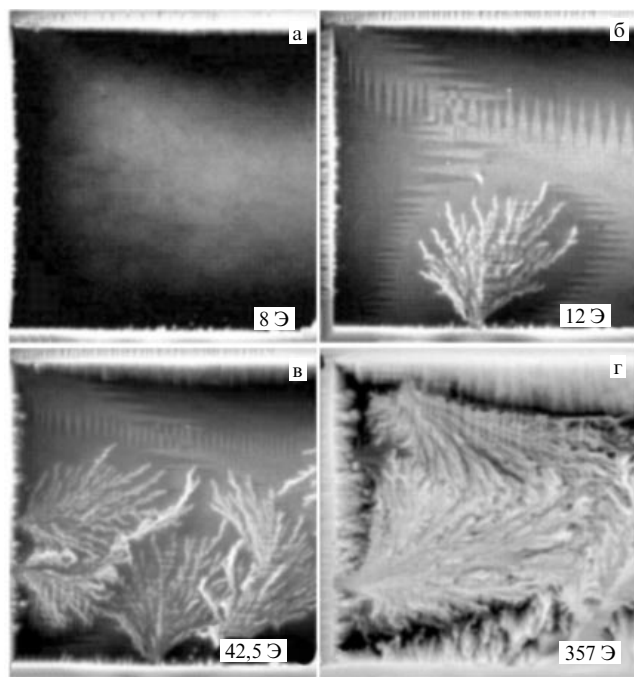


Рис. 2. МО-изображения развития дендритной неустойчивости в плёнке NbN при  $T=4$  К (магнитное поле приложено поперёк плоскости плёнки). Более светлые области соответствуют большей величине магнитного поля. Показана только левая часть образца, её длина 2,4 мм. В правом углу каждого изображения указано приложенное магнитное поле [53].

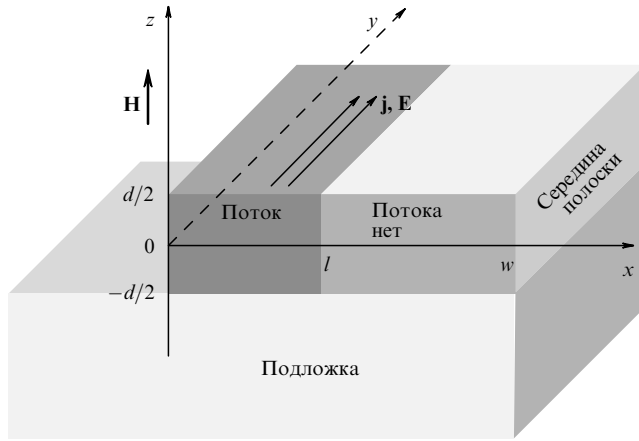


Рис. 3. Плёнка на подложке (левый край образца). Тёмно-серым цветом показана область, в которую проник магнитный поток.

Параметр  $n(E)$  обобщает степенную ВАХ, которую часто используют для аппроксимации экспериментальных данных  $E \propto j^n$ . Ключевой безразмерной величиной теории является отношение коэффициентов тепловой и магнитной диффузии:

$$\tau \equiv \frac{\mu_0 \kappa \sigma(E)}{C}. \quad (13)$$

Чем больше  $\tau$ , тем быстрее распространяется тепло и тем медленнее движется магнитный поток. Следовательно, чем меньше  $\tau$ , тем менее устойчиво сверхпроводящее состояние и тем вероятнее образование дендритов.

Будем считать, что плёнка тонкая и широкая,  $d \leq \lambda_L \ll \sqrt{dw}$  (здесь  $\lambda_L$  — лондоновская глубина проникновения). Тогда магнитный поток входит в длинную плёнку на глубину [58–60]

$$l = \frac{\pi^2 w H^2}{2 d^2 j_c^2}. \quad (14)$$

Здесь  $H$  — приложенное магнитное поле. Мы предполагаем, что  $\lambda_L \ll l \ll w$ .

Решение уравнений (2) и (3) ищем в виде малых возмущений на фоне стационарного состояния  $(T, \mathbf{E}, \mathbf{j})$ . Мы полагаем, что фоновая температура однородна в плёнке, а электрическое поле однородно в слое, куда вошёл магнитный поток. Последнее предположение, конечно, является приближённым. Однако численный анализ показывает, что оно приводит лишь к малым изменениям в конечных результатах [56, 57]. Для возмущения тока с помощью (1) получим:

$$\delta \mathbf{j} = \left( \frac{\partial j_s}{\partial T} \delta T + \sigma \delta E_y \right) \frac{\mathbf{E}}{E} + j_s \frac{\delta \mathbf{E}_x}{E}. \quad (15)$$

Возмущения над стационарным состоянием мы будем искать в виде

$$\begin{aligned} \delta T &= T^* \theta \exp \left( \frac{\lambda t}{t_0} + i k_x \xi + i k_y \eta \right), \\ \delta E_{x,y} &= E \varepsilon_{x,y} \exp \left( \frac{\lambda t}{t_0} + i k_x \xi + i k_y \eta \right), \\ \delta j_{x,y} &= j_s i_{x,y} \exp \left( \frac{\lambda t}{t_0} + i k_x \xi + i k_y \eta \right), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\theta, \varepsilon, i$  — зависящие от  $z$  безразмерные величины,  $\xi = x/a, \eta = y/a, \zeta = z/a, a = \sqrt{CT^*/\mu_0 j_c^2}, T^* = -(\partial \ln j_s / \partial T)^{-1}, t_0 = \mu_0 \sigma a^2$ . Наличие решений с положительной величиной действительной части собственного значения  $\lambda$  означает существование неустойчивости. Тогда из уравнения (15) получим:

$$i_x = \varepsilon_x, \quad i_y = \theta + n^{-1} \varepsilon_y, \quad (17)$$

а из уравнений Максвелла (2) и теплопроводности (3)

$$\mathbf{k} \times [\mathbf{k} \varepsilon] = \lambda n \mathbf{i}, \quad (18)$$

$$\lambda \theta = \tau \left( -k_y^2 \theta + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} \right) + (i_y + \varepsilon_y) n^{-1}.$$

Поскольку нас интересуют решения в виде дендритов, у которых  $k_y \gg k_x$ , мы пренебрегли теплопроводностью вдоль оси дендрита.

Так как плёнка тонкая, то возмущения мало меняются по её толщине. Проинтегрируем (17) поперёк плёнки, полагая, что температура подложки равна  $T$ . Введём обозначение  $h_0 = -(\partial q_0 / \partial T + \partial q_s / \partial T)$ , где  $q_s(T)$  и  $q_0(T)$  — потоки тепла в подложку и в охладитель соответственно. Тогда после интегрирования второго из уравнений (18) получим:

$$\theta = \frac{(1 + n^{-1}) \varepsilon_y}{n \lambda + n \tau (k_y^2 + h) + 1}, \quad (19)$$

где  $h = 2h_0 a^2 / \kappa d$ . Мы ищем решения для возмущений в области, куда проникло поле,  $0 \leq \xi \leq l/a$ . На внешней грани плёнки очевидно, что  $\delta j_x = 0$  и, следовательно,  $\delta E_x = 0$ . В мейснеровском состоянии все возмущения равны нулю или  $\delta E_x = \delta T = \delta j_y = 0$  при  $\xi = l/a$ . Тогда граничные условия на электрическое поле выполняются, только если  $k_x = (\pi a / 2l)(2s + 1)$ ,  $s = 0, 1, 2, \dots$ . После интегрирования первого из уравнений (18) получим

$$\begin{aligned} -i k_y (k_x \varepsilon_y + i k_y \varepsilon_x) - \frac{2a}{d} \varepsilon'_x &= -\lambda n \varepsilon_x, \\ -k_x (k_x \varepsilon_y + i k_y \varepsilon_x) + \frac{2a}{d} \varepsilon'_y &= -\lambda n f(\lambda, k_y) \varepsilon_y. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь

$$f(\lambda, k_y) \equiv \frac{i_y}{\varepsilon_y} \frac{1}{n} - \frac{1 + n^{-1}}{n \lambda + n \tau (k_y^2 + h) + 1}.$$

С помощью уравнения Био–Савара для возмущения магнитного поля в тонкой плёнке ( $(d/a)^2 \ll 1$ ) получим

$$\begin{aligned} \delta B_{x,y} &= \pm \mu_0 \zeta d \int_0^{l/a} d\xi' \int_{-\infty}^{\infty} d\eta' G(\xi - \xi', \eta - \eta') \delta j_{y,x}, \\ G(\xi, \eta) &= \frac{1}{4\pi [\xi^2 + \eta^2 + (d/2a)^2]^{3/2}}. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь интегрирование ведётся и по области мейснеровского состояния, но поскольку функция  $G(\xi, \eta)$  быстро убывает с ростом своих аргументов, этот вклад даёт лишь несущественные численные поправки. Из уравнения Максвелла получаем связь между возмущениями электрического и магнитного полей:  $\delta E'_{x,y} / E = \mp \lambda n \delta B_{y,x} / \mu_0 a j_s$ . Тогда после фурье-преобразования и алгебраических вычислений систему (20) можно предста-

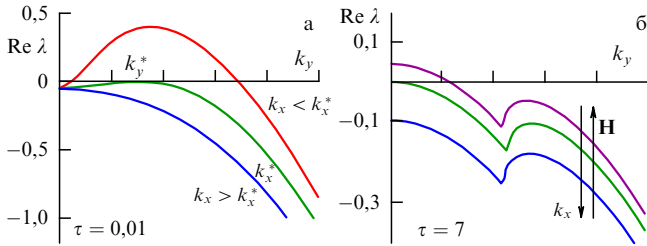


Рис. 4. Результаты численного решения уравнений (22) для малых и больших параметров  $\tau$ ,  $\alpha = 0,001$ ,  $n = 20$  [56].

в виде

$$-i(k_x k_y \varepsilon_y + k_y^2 + \lambda n) \varepsilon_x = \frac{\lambda n d}{2a} \sum_{k'_x} G_x(k_x, k'_x, k_y) \varepsilon_x(k'_x), \quad (22)$$

$$(k_x^2 + \lambda n f) \varepsilon_y + i k_x k_y \varepsilon_x = \frac{\lambda n f}{2a} \sum_{k'_x} G_y(k_x, k'_x, k_y) \varepsilon_y(k'_x),$$

где

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} G_x(k_x, k'_x, k_y) \\ G_y(k_x, k'_x, k_y) \end{pmatrix} &= 4 \int_0^{l/a} d\xi \int_0^{l/a} d\xi' G(\xi - \xi', k_y) \times \\ &\times \begin{pmatrix} \sin(k_x \xi) \sin(k'_x \xi') \\ \cos(k_x \xi) \cos(k'_x \xi') \end{pmatrix}, \\ G(\xi, k_y) &= \frac{k_y a}{2\pi l} \frac{K_1 \left[ k_y \sqrt{\xi^2 + (d/2a)^2} \right]}{\sqrt{\xi^2 + (d/2a)^2}}. \end{aligned}$$

Результат численного расчёта инкремента нарастания возмущений  $\text{Re } \lambda$  для тонкой плёнки ( $\alpha = d/2l \ll 1$ ) показан на рис. 4.

В первом приближении по  $\alpha \ll 1$  можно найти и аналитическое уравнение для  $\lambda$  [56]:

$$A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda + A_3 = 0, \quad (23)$$

где

$$A_1 = n\gamma\alpha, \quad A_2 = k_y^2(1 + \tau A_1) + nk_x^2 + A_1(h\tau - 1),$$

$$A_3 = k_y^4\tau + nk_x^2 k_y^2\tau + nk_x^2 \left( h\tau + \frac{1}{n} \right) + k_y^2(h\tau - 1),$$

$\gamma$  — медленно меняющаяся функция  $k_x$ ,  $\gamma \approx 5$ .

Если неустойчивость развивается однородно ( $k_y = 0$ ), то из (23) получим, что  $\text{Re } \lambda > 0$ , если

$$h\tau < 1 - \frac{k_x^2}{\gamma\alpha}. \quad (24)$$

Если внешнее поле мало,  $l/w \ll 1$ , то  $k_x \propto 1/l$  велико и система устойчива. С ростом поля может возникнуть неустойчивость. Однако неустойчивость развивается, только если теплоотвод из плёнки мал,  $h\tau < 1$ . Если  $h\tau \ll 1$  (адиабатические условия), то неустойчивость возникнет, если  $k_x^2/\gamma\alpha < 1$ , или, в размерных обозначениях,  $\mu_0 j_c^2 l d > CT^*(\pi^2/2\gamma)$ . Полагая, что поле проникает в плёнку на малую глубину,  $l \ll w$ , с помощью (14) перепишем последнее неравенство в виде  $H > H_{ad}$ , где

$$H_{ad} = \sqrt{\frac{d}{w} \frac{CT^*}{\gamma\mu_0}} \sim \sqrt{\frac{d}{w}} H_{ad}^{sl}. \quad (25)$$

Здесь  $H_{ad}^{sl}$  — поле развития неустойчивости в массивной пластине (slab) в параллельном её поверхности поле в адиабатических условиях.

Из результатов численного решения уравнений (22) для  $\tau \ll 1$ , показанных на рис. 4а, следует, что в малых полях ( $k_x > k_x^*$ ) плёнка устойчива при любых  $k_y$ . В больших полях ( $k_x < k_x^*$ ) неустойчивость возникает в некотором диапазоне  $k_y$ . Следовательно, начинают нарастать возмущения с определённой пространственной структурой. Они имеют форму "пальцев" с повышенной температурой и электрическим полем, вытянутых перпендикулярно фронту входящего магнитного потока. Это и есть начало развития дендритной неустойчивости. Если  $\tau \gg 1$  (рис. 4б), то неустойчивость развивается однородно, поскольку тепловые процессы доминируют над электродинамическими.

Оценим критические значения  $k_y^*$  и  $k_x^*$  (см. рис. 4), при которых начинает развиваться неустойчивость. Величина  $k_x^*$  определяет магнитное поле неустойчивости, а  $k_y^*$  определяет поперечный размер дендритов. Уравнение для  $k_y^*$  и  $k_x^*$  имеет вид  $\max \{ \text{Re } \lambda \} = 0$ . В пределе  $\alpha \ll 1$  в (23) можно положить  $A_1 = 0$ . Тогда

$$\lambda = (k_y^2 + h)\tau + \frac{k_y^2 - k_x^2}{k_y^2 + nk_x^2}. \quad (26)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} k_x^* &= \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{nh\tau}}{n\sqrt{\tau}}, \\ k_y^* &= \frac{[\sqrt{nh\tau+1}(\sqrt{n+1} - \sqrt{nh\tau+1})]^{1/2}}{\sqrt{n\tau}}. \end{aligned} \quad (27)$$

Поскольку для сверхпроводников всегда  $n \gg 1$ , то из этих соотношений следует, что  $k_y^*/k_x^* \geq n^{1/2} \gg 1$ , если  $h\tau < 1$ . Неравенство  $k_y^* \gg k_x^*$  означает, что при развитии неустойчивости возникает продольная структура входящего магнитного потока — "пальцы", которые вытянуты по нормали к граням образца.

При достаточно большой величине  $\tau$  неустойчивость развивается однородно. Критическое значение  $\tau_c$ , которое соответствует переходу от дендритной неустойчивости к однородному развитию скачка магнитного потока, можно найти из условия  $\text{Re } \lambda(k_x = k_x^*, k_y = 0) = 0$ . Тогда  $\tau_c = (1 - k_x^{*2}/\gamma\alpha)/h$ . Подставляя в последнее соотношение  $k_x^*$  и  $\alpha$ , получаем:

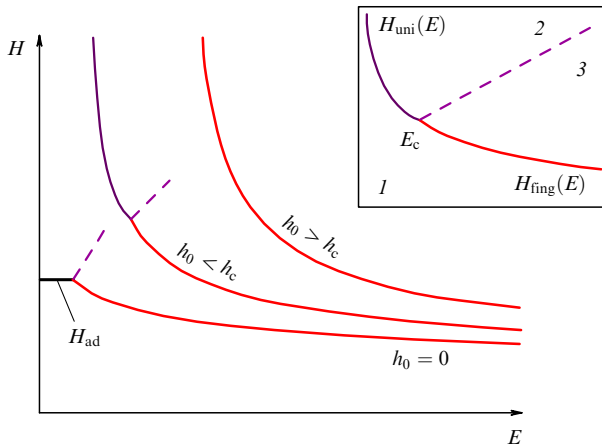
$$\sqrt{n\tau_c} (1 + \sqrt{h\tau_c}) = \frac{\pi a}{\gamma d}. \quad (28)$$

С помощью уравнения (28) и приведённых выше формул получим, что если внешний теплоотвод  $h_0$  велик,  $h_0 > h_c$ , то неустойчивость развивается только в виде дендритов. Параметр  $h_0$  определён в тексте после уравнения (18), а

$$h_c = \frac{2\gamma^2 \mu_0^2 j_c^4 d^3 k n}{\pi^2 T^{*2} C^2}. \quad (29)$$

Если  $h_0 < h_c$ , то, в зависимости от условий, может возникать либо однородный скачок потока, либо дендритная неустойчивость.

Из уравнений (12) и (13) следует, что  $E \approx j_s \mu_0 \kappa / n C \tau$ . С помощью этой формулы и уравнения (28) можно построить диаграмму устойчивости на плоскости  $(E, H)$



**Рис. 5.** Диаграмма устойчивости на плоскости  $(E, H)$  при различных значениях коэффициента теплоотвода  $h_0$ . При заданном  $h_0$  неустойчивость возникает в полях, лежащих выше соответствующей кривой  $H(E)$ . При этом слева от штриховой линии неустойчивость развивается однородно, а справа — в виде дендритов. На вставке показан схематический вид диаграммы устойчивости в более крупном масштабе: область 1 — устойчивое состояние, 2 — однородно-неустойчивое, 3 — дендритная неустойчивость [56].

для различных величин  $h_0$  (рис. 5). Термомагнитная неустойчивость развивается как однородный скачок магнитного потока, если  $H > H_{\text{uni}}(h_0, E)$ . Дендриты возникают, если  $H > H_{\text{fing}}(h_0, E)$ .

С помощью уравнений (14), (24) и (25) получим

$$H_{\text{uni}} = H_{\text{ad}} \left( 1 - \frac{2T^*h_0}{ndj_s E} \right)^{1/2}. \quad (30)$$

При  $ht \ll 1$  и  $n \gg 1$  легко найти

$$H_{\text{fing}} = \left( \frac{j_s d^2}{\pi w} \sqrt{\frac{\kappa T^* j_s}{E}} \right)^{1/2}. \quad (31)$$

Если  $h_0 \leq h_c$ , то кривые  $H_{\text{fing}}(E)$  и  $H_{\text{uni}}(E)$  пересекаются при  $E = E_c(h_0)$ . Если  $h_0 \geq h_c$ , то  $H_{\text{fing}}(E) < H_{\text{uni}}(E)$  при любом  $E$  и возможна только дендритная неустойчивость.

Итак, дендритная неустойчивость развивается в сверхпроводниках, находящихся в хорошем тепловом контакте с внешней средой (подложкой или охладителем), если электрическое поле, наведённое в сверхпроводнике внешними возмущениями, достаточно велико. Наблюдение дендритов в плёнках более вероятно, чем в массивных монокристаллах. При характерных для низких (гелиевых) температур значениях параметров  $j_s = 10^{10} \text{ А м}^{-2}$ ,  $C = 10^3 \text{ Дж К}^{-1} \text{ м}^{-3}$ ,  $\kappa = 10^{-2} \text{ Вт К}^{-1} \text{ м}^{-1}$ ,  $T^* = 10 \text{ К}$  и  $d = 0,3 \text{ мкм}$  мы получим, что  $E_c \approx 4 \times 10^{-4} \text{ В м}^{-1}$ . Аналогичные оценки для электрического поля  $E_c$  в случае массивного образца дают  $E_c^{\text{sl}} \approx 0,1 \text{ В м}^{-1}$  [57]. Магнитное поле дендритной неустойчивости для плёнки много меньше, чем для массивного образца [56, 57]). Такое большое различие в условиях развития неустойчивости в плёнке и массивном образце связано прежде всего с влиянием рассеянных магнитных полей на динамику магнитного потока. Численные оценки показывают, что поле развития дендритной неустойчивости в тонких плёнках составляет от десяти до нескольких десятков эрстед, как это и наблюдается в эксперименте.

Линейный анализ описывает только начальную стадию развития дендритной неустойчивости. Он предсказывает, что сначала возникает периодическая структура типа "пальцев", вытянутая в направлении поперёк входящего фронта магнитного потока (рис. 2а). Можно оценить период этой структуры. При  $E = E_c$ ,  $ht \ll 1$  и  $n \gg 1$  имеем

$$d_y = \frac{\pi^2 C T^*}{2\gamma n^{1/4} \mu_0 j_s^2 d}, \quad (32)$$

что для характерных значений параметров и  $n = 30$  даёт оценку  $d_y \sim 100 \text{ мкм}$ . Численное моделирование показывает, что с увеличением поля начинает расти какой-то один палец, развиваясь в ветвящуюся структуру дендрита. Потом начинает расти следующий дендрит. Боковые отростки на "пальцах" возникают по тем же физическим причинам, по которым вблизи грани плёнки появляется "трава". Наблюдаемая в эксперименте структура имеет поперечный размер порядка 20–50 мкм, что хорошо согласуется с аналитическими оценками и численными расчётами. Термомагнитная неустойчивость, как однородная, так и дендритная, может развиваться только в области низких температур, поскольку параметр  $\tau \sim C(T) \sim T^3$  быстро растёт с температурой и величина  $ht$  становится больше единицы. Действительно, в эксперименте неустойчивости в плёнках наблюдаются при температурах не выше 10–15 К.

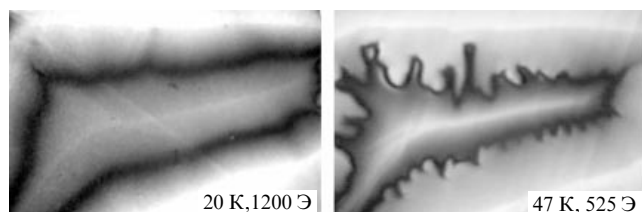
Возьмём для оценок проводимость в режиме течения потока  $\sigma = 10^9 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$ , тогда характерное время развития неустойчивости  $t_0 \approx 0,1 \text{ мкс}$ . Поскольку характерная длина дендрита порядка нескольких миллиметров, то скорость распространения дендрита составляет до 10–100 км с<sup>-1</sup>. Данную оценку подтверждает численный расчёт и более детальный анализ процесса входа магнитного потока в мейснеровскую фазу. В эксперименте с невысоким временным разрешением кажется, что дендриты возникают мгновенно. Высокая скорость входа потока обусловлена тем, что линии магнитного поля сильно искривлены вблизи поверхности плёнки и создают дополнительную силу натяжения, вталкивающую вихри в образец. В случае массивного образца время развития неустойчивости значительно больше.

### 3.3. Макротурбулентность

Макротурбулентность является одним из наиболее интересных эффектов, которые были обнаружены при изучении динамики магнитного потока в ВТСП с помощью магнитооптических наблюдений [61, 62]. Она наблюдается в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$  и других ВТСП-системах типа 1–2–3 в знакопеременном магнитном поле, когда в образце находятся вихри с магнитным потоком, направленным в противоположные стороны (вихри и антивихри). При развитии неустойчивости возникает турбулентное движение магнитного потока вблизи фронта раздела вихрей и антивихрей (рис. 6).

Пусть в сверхпроводнике, помещённом во внешнее магнитное поле, захвачен магнитный поток. Затем внешнее поле меняет знак. Граница с нулевой магнитной индукцией разделяет области, содержащие вихри и антивихри (см. рис. 6). В дальнейшем для определённости мы будем называть "вихрями" ту часть вихрей Абрикосова, которые были изначально захвачены в сверхпроводнике, а "антивихрями" — вновь вошедшие в образец, когда внешнее поле поменяло знак. В определённом диапазоне





**Рис. 6.** Картина проникновения магнитного потока в монокристаллическую пластинку  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  после её охлаждения в магнитном поле. Тёмная линия на изображениях отвечает линии нулевой индукции, разделяющей поток – антипоток. При низкой температуре фронт поток – антипоток гладкий и его форма не меняется во времени (для примера дано изображение, соответствующее приложенному полю  $H = 1200$  Э при  $T = 20$  К). При высокой температуре на фронте перемagnetничивания развивается макротурбулентная неустойчивость: вихри и антивихри скапливаются вблизи фронта (распределение индукции поперёк фронта становится немонотонной функцией координаты [63]), изначально относительно ровный фронт потока изгибается, на изгибах формируются макроскопические капли вихрей и антивихрей, которые скачкообразно "прорываются" через фронт и аннигилируют (показано изображение при  $H = 525$  Э,  $T = 47$  К). (Фото В.К. Власко-Власова, 1993 г.)

температур и магнитных полей такое распределение магнитного потока становится неустойчивым. Вблизи линии нулевой индукции движение магнитного потока становится хаотичным, напоминающим турбулентность в обычной жидкости. Этот процесс развивается, сопровождаясь образованием "пальцев", по которым антивихри проникают в область вихрей. В результате фронт перемagnetничивания, где происходит аннигиляция вихрей и антивихрей, принимает весьма причудливую форму, а его протяжённость растёт. Процесс аннигиляции ускоряется и зачастую завершается полным исчезновением вихрей одного знака. Характерное время развития неустойчивости варьируется от десятых долей секунды до десятков минут, образующиеся пространственные структуры содержат большое число вихрей. К сожалению, фотографии не дают полного представления о макротурбулентности. В динамике она удивительно напоминает турбулентность в обычной жидкости.

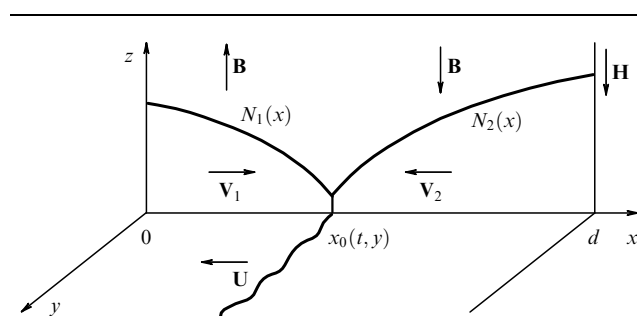
Попытки объяснить макротурбулентность в рамках представления о тепловой неустойчивости (по аналогии с дендритами) оказались несостоятельными. Временные и пространственные масштабы процесса отличаются на порядки от характерных тепловых масштабов и времён. Также противоречит тепловому механизму тот факт, что макротурбулентность развивается при относительно высоких температурах (не ниже 15–20 К и наиболее ярко проявляется при  $T = 40$ –60 К). Учёт вклада в диссипацию аннигиляции вихрей и антивихрей [64] ничего не добавляет, поскольку данная величина крайне мала [65]. В работе [66] было сделано предположение, что процесс аннигиляции вихрей может сопровождаться образованием пространственной области, свободной от вихрей (так называемой мейснеровской дыры). Наличие такой области может вызвать неустойчивость распределения вихрей из-за возбуждения токов высокой плотности, которые должны течь вокруг такой мейснеровской дыры. Однако авторы данной работы не предприняли попытки дать описание развития макротурбулентности в рамках своей гипотезы.

Для построения адекватной модели макротурбулентности следует обязательно учитывать два фактора. Во-

первых, эта неустойчивость возникает, только если в образце существуют вихри разных знаков. Во-вторых, она наблюдается только в ВТСП типа 1–2–3, у которых имеется заметная анизотропия в кристаллической плоскости  $ab$ , при движении в которой и возникает турбулентность. Эта анизотропия особенно сильна в кристаллах с двойниками, поскольку они являются центрами пиннинга для вихрей, движущихся поперёк двойников, и каналами для движения вихрей вдоль двойников [67, 68]. Но даже в раздвойникованных монокристаллах типа 1–2–3 анизотропия критического тока в плоскости  $ab$  составляет 1,5–2.

Анизотропия приводит к тому, что вихри движутся под углом к направлению силы Лоренца [69, 70]. В результате вихри и антивихри движутся под углом и к фронту перемagnetничивания. Тогда тангенциальная скорость потока вихрей на этой границе претерпевает разрыв. Согласно классической теории Гельмгольца [71], стационарный гидродинамический поток в таких условиях становится неустойчивым и возникает турбулентность. Именно поэтому температурный диапазон, в котором наблюдается макротурбулентность, шире в образцах с более высокой плотностью двойников [72] и макротурбулентность отсутствует в тех областях объёма кристалла, где вихри движутся по нормали к фронту перемagnetничивания [73]. Мы увидим, что даже небольшая анизотропия может приводить к возникновению макротурбулентности.

Макротурбулентность обычно наблюдается в монокристаллических пластинках, которые помещаются в магнитное поле, перпендикулярное плоскости  $ab$ . Проникновение магнитного потока в сверхпроводник при такой геометрии эксперимента имеет свою специфику [74]. Однако макротурбулентность наблюдается и в кристаллах с небольшим размагничивающим фактором [66, 69]. Поэтому для описания физики неустойчивости мы рассмотрим образец с простейшей геометрией: полубесконечную пластину толщиной  $2d$  в магнитном поле  $H$ , параллельном поверхности образца и направленном вдоль оси  $z$ ; ось  $x$  перпендикулярна пластине, а начало координат находится в центре образца (рис. 7). Магнитное поле сначала увеличивается до некоторой величины, много большей  $H_{c1}$ , потом уменьшается, меняет знак и достигает некоторой отрицательной величины, которая по модулю также много больше  $H_{c1}$ . При этом в объёме появляются две группы вихрей разных знаков: вихри ближе к центру образца и антивихри на периферии.



**Рис. 7.** Распределение магнитного потока в половине пластины ( $0 < x < d$ ). Вихри с плотностью  $N_1(x)$  находятся в центре пластины, а антивихри с плотностью  $N_2(x)$  — на периферии.



Вихри и антивихри запинингованы на дефектах. Они приходят в движение благодаря силе Лоренца и термоактивационному крипу магнитного потока. Существует ещё одна причина, вызывающая движение вихрей. Вихри и антивихри аннигилируют на линии нулевой индукции, что приводит к уменьшению числа вихрей в образце и к росту числа антивихрей, которые продолжают поступать в объём с границы пластины. В результате фронт перемещения со временем сдвигается к центру. Мы будем описывать движение вихрей в рамках гидродинамического подхода, предполагая, что все пространственные масштабы задачи много больше постоянной вихревой решётки  $d_f$ .

Плотности вихрей  $N_1(x, y)$  и антивихрей  $N_2(x, y)$  связаны с магнитной индукцией  $B(x, y)$  соотношениями  $N_\alpha(x, y) = s_\alpha B(x, y)/\Phi_0$ ,  $\alpha = 1, 2$ , где  $s_1 = 1$ ,  $s_2 = -1$ ,  $\Phi_0$  — квант магнитного потока. Плотности  $N_\alpha(x, y)$  должны удовлетворять уравнению непрерывности

$$\frac{\partial N_\alpha}{\partial t} + \text{div}(N_\alpha \mathbf{V}_\alpha) = 0, \quad (33)$$

где  $\mathbf{V}_\alpha(x, y)$  — гидродинамические скорости вихрей и антивихрей. Электрическое поле определяется законом Фарадея (следуя оригинальным работам, вычисления в данном разделе будем выполнять в системе СГСЭ):

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} [\mathbf{V} \mathbf{B}]. \quad (34)$$

Из уравнений (33) и (34) получаем

$$E_x = \frac{N_\alpha s_\alpha \Phi_0}{c} V_{\alpha y}, \quad E_y = \frac{N_\alpha s_\alpha \Phi_0}{c} V_{\alpha x}. \quad (35)$$

Вычисления можно проводить в общем виде. Однако, чтобы избежать излишне громоздких формул, мы воспользуемся модельной ВАХ степенного вида:

$$J_X = \frac{1}{\varepsilon} J_s \left( \frac{E_X}{E_0} \right)^{1/m}, \quad J_Y = J_s \left( \frac{E_Y}{E_0} \right)^{1/m}. \quad (36)$$

Здесь  $X$  и  $Y$  — оси анизотропии в плоскости движения вихрей, показатель степени ( $m > 1$ ) одинаков для обоих направлений,  $\varepsilon < 1$  — параметр анизотропии ВАХ. Также для простоты будем полагать, что оси  $X$  и  $Y$  наклонены под углом  $45^\circ$  к граням кристалла, как это и имеет место в большинстве экспериментов. Тогда, воспользовавшись равенствами (35) и уравнением Максвелла  $[\nabla \mathbf{B}] = 4\pi \mathbf{J}/c$ , из уравнений (36) получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x} - \frac{\partial N_\alpha}{\partial y} &= \frac{4\pi\sqrt{2}J_s}{c\Phi_0\varepsilon} \left| \frac{N_\alpha\Phi_0}{cE_0\sqrt{2}} (-V_{\alpha x} + V_{\alpha y}) \right|^{1/m} \times \\ &\times \text{sgn} \left[ \frac{N_\alpha\Phi_0}{cE_0\sqrt{2}} (-V_{\alpha x} + V_{\alpha y}) \right], \\ \frac{\partial N_\alpha}{\partial x} + \frac{\partial N_\alpha}{\partial y} &= -\frac{4\pi\sqrt{2}J_s}{c\Phi_0\varepsilon} \left| \frac{N_\alpha\Phi_0}{cE_0\sqrt{2}} (V_{\alpha x} + V_{\alpha y}) \right|^{1/m} \times \\ &\times \text{sgn} \left[ \frac{N_\alpha\Phi_0}{cE_0\sqrt{2}} (V_{\alpha x} + V_{\alpha y}) \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

Критический ток  $J_s$  зависит от магнитной индукции. В предыдущих разделах мы пренебрегали этой зависимостью. Однако в данном разделе мы решаем задачу

вблизи фронта перемещения, где магнитная индукция проходит через нуль. Вблизи этой линии плотность критического тока может меняться весьма сильно. Поскольку конкретный вид зависимости  $J_s(B)$  для дальнейшего не слишком важен, мы для определённости воспользуемся одной из часто встречающихся при низких температурах зависимостей,  $J_s \propto 1/B$ , которую удобно представить в виде  $J_s = A/N_\alpha$ .

На поверхности образца необходимо поставить граничные условия:

$$N_2(d) = N_2(-d) = \frac{|H|}{\Phi_0}. \quad (38)$$

Уравнение поверхности раздела вихрей разных знаков запишем в виде  $x = x_0(y, t)$ . Тогда для скорости перемещения этой поверхности  $\mathbf{U}(t, y)$  имеем

$$\begin{aligned} U_x &= \frac{\partial x_0}{\partial t} \frac{1}{1 + (\partial x_0/\partial y)^2}, \\ U_y &= \frac{\partial x_0}{\partial t} \frac{\partial x_0/\partial y}{1 + (\partial x_0/\partial y)^2}. \end{aligned} \quad (39)$$

В невозмущённом состоянии (до возникновения турбулентности) фронт перемещения плоский,  $x = x_0(t)$ , и, следовательно,  $U_y = 0$ .

Условие сохранения магнитного потока означает, что число аннигилирующих вихрей равно числу антивихрей, т.е. потоки вихрей противоположного знака на поверхности раздела компенсируются:

$$N_1(\mathbf{V}_1 - \mathbf{U})_n + N_2(\mathbf{V}_2 - \mathbf{U})_n = 0, \quad (40)$$

где индекс  $n$  относится к компонентам векторов, нормальным к поверхности раздела. Для компонент вектора нормали к этой поверхности имеем:

$$v_x = \frac{1}{\sqrt{1 + (\partial x_0/\partial y)^2}}, \quad v_y = \frac{\partial x_0/\partial y}{\sqrt{1 + (\partial x_0/\partial y)^2}}. \quad (41)$$

Следуя общепринятому в кинетике подходу, положим, что скорость аннигиляции вихрей пропорциональна их концентрациям и определяется некой феноменологической постоянной  $R$ :

$$N_1(\mathbf{V}_1 - \mathbf{U})_n = RN_1N_2. \quad (42)$$

На границе магнитная индукция проходит через нуль, тогда

$$N_1 = N_2 = N_0. \quad (43)$$

Заметим, что это условие автоматически следует из уравнений (33), (40) и начальных условий задачи. При постановке граничных условий на фронте перемещения мы исходили из двух предположений, которые подтверждаются экспериментально. Первое — толщина области, где происходит аннигиляция вихрей, мала по сравнению с остальными характерными масштабами. Второе — в этой области плотность вихрей и антивихрей меняется почти скачком (согласно оценкам и эксперименту  $\Phi_0 N_1 \sim H_{c1}$ ). Более подробно эти приближения обсуждаются в работе [75].

Система уравнений (33), (37) с граничными условиями (38), (40), (42) и (43) имеет стационарное решение:

$$N_x(x) = N_0 \sqrt{1 + s_x C(x_0 - x)/d}, \quad (44)$$

$$C = \frac{8\pi\sqrt{2}dA}{c\Phi_0 N_0^2} \left[ \frac{\sqrt{2}\Phi_0 R N_0^2}{cE_0(1 + \varepsilon^m)} \right]^{1/m}$$

и  $U = 0$ . Поскольку в интересующих нас экспериментах плотность вихрей вблизи поверхности с нулевой индукцией  $N_0$  много меньше, чем на границах образца, единицей под радикалом в первой из формул (44) можно пренебречь. Тогда, принимая во внимание, что  $\varepsilon^m \ll 1$ , получим оценку для плотности вихрей на фронте перемангничивания:

$$N_0 = N_x(x = x_0) \sim \left( \frac{|H|}{H_p} \right)^m \left( \frac{cE_0}{2^{(m+1)/2}\Phi_0 R} \right)^{1/2}, \quad (45)$$

$$H_p = \left( \frac{8\pi d A \Phi_0}{c} \right)^{1/2}.$$

Нас, конечно, интересует нестационарное решение полученных уравнений. Однако, как можно показать, если скорость фронта много меньше, чем скорость вихрей в объёме,  $U \ll V_x$ , то полученное стационарное решение является первым приближением для нестационарного решения.

Введём безразмерные переменные

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{N_x}{N_0}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{\Phi_0^2 N_0^3}{8\pi A E_0}, \\ \xi &= \frac{x}{L}, \quad \zeta = \frac{y}{L}, \quad L = \frac{c\Phi_0 N_0^2}{4\pi\sqrt{2}A}, \\ r &= \frac{R N_0^2 \Phi_0}{\sqrt{2}cE_0}, \quad u = \frac{U t_0}{L}. \end{aligned} \quad (46)$$

Для нормировки использована плотность вихрей на неискривлённом фронте,  $N_0 = N_x(x_0(t))$ . Мы предполагаем, что эта величина изменяется на масштабах времени, много больших, чем характерное время развития неустойчивости. Считая, что скорость фронта перемангничивания мала, мы можем линеаризовать уравнения по этой величине. В результате после простых преобразований получаем

$$\begin{aligned} n'_x(x = x_0) &= -s_x p \left( 1 + s_x \frac{u}{rm} \right), \\ n''_x(x = x_0) &= -(n'_x)^2 - \frac{2u}{(1 + \varepsilon)m(n'_x)^{m-2}}, \\ \varepsilon &= \varepsilon^m, \quad \rho = \left( \frac{2r}{1 + \varepsilon} \right)^{1/m}. \end{aligned} \quad (47)$$

Здесь штрих означает дифференцирование по безразмерной координате  $\xi$ .

Для исследования устойчивости представим плотность вихрей в виде суммы невозмущённого решения задачи с плоской границей раздела  $\tilde{n}_x(\xi, \tau)$  и малого возмущения:

$$n_x = \tilde{n}_x + f_x(\xi - \xi_0(\tau)) \exp(\lambda\tau + ik\zeta). \quad (48)$$

Граничные условия должны быть поставлены на возмущённой границе раздела:

$$\xi = \xi_0(\zeta, \tau) = \xi_0(\tau) + \delta\xi \exp(ik\zeta + \lambda\tau). \quad (49)$$

Из условия (40) следует, что  $\delta\xi = (f_1 - f_2)/2\rho$ . Подставив выражение (48) в уравнение непрерывности (33), мы получим линейные уравнения для возмущений  $f_x$ :

$$\begin{aligned} f''_x + 2f'_x \left[ ik(1 - 2\varepsilon) + \frac{\tilde{n}'_x}{\tilde{n}_x} - u \frac{m-2}{m\tilde{n}_x^{(m-1)}\tilde{n}_x^m} \right] - \\ - \frac{2\lambda}{m\tilde{n}_x^{(m-1)}\tilde{n}_x^m} - \frac{2u}{\tilde{n}_x^{(m-2)}\tilde{n}_x^{m+1}} - \frac{2iuk(m-1)}{m\tilde{n}_x^{(m-1)}\tilde{n}_x^m} - \\ - \frac{\tilde{n}_x'^2}{\tilde{n}_x^2} - k^2 + 2ik \frac{\tilde{n}'_x}{\tilde{n}_x} = 0. \end{aligned} \quad (50)$$

Полагая, что возмущения быстро затухают вдали от границы раздела вихрей и антивихрей, заменим функции  $\tilde{n}_x(\xi)$  и  $\tilde{n}'_x(\xi)$  их значениями на невозмущённой границе  $\xi = \xi_0$ . В результате получаем:

$$f_1(\xi - \xi_0) = f_1 \exp[p_1(\xi - \xi_0)], \quad (51)$$

$$f_2(\xi - \xi_0) = f_2 \exp[p_2(\xi - \xi_0)],$$

где

$$p_{1,2} = \pm\rho - ik + \frac{\rho u}{2r} \pm \Omega_{1,2}, \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \Omega_{1,2} = \left[ 2\rho^2 + \frac{ikup}{mr} + 4\epsilon k^2 \mp \frac{ikup(m-1)u}{m^2 r^2} \pm \right. \\ \left. \pm \frac{2u\rho^2}{mr} \mp \frac{\lambda\rho(m-1)u}{m^2 r^2} \right]^{1/2}, \quad \text{Re } \Omega_{1,2} > 0. \end{aligned} \quad (53)$$

Теперь, подставляя соотношения (51)–(53) в граничные условия (40) и (42), мы найдём систему двух линейных однородных алгебраических уравнений для амплитуд  $f_1$  и  $f_2$ . Приравняв детерминант этой системы нулю, найдём уравнение для инкремента нарастания неустойчивости  $\lambda(k)$ . Отбрасывая слагаемые порядка  $u^2$ , запишем его в виде

$$\lambda = \frac{mr}{\rho} \left( \Omega^2 - 4\epsilon k^2 - iku \frac{\rho}{mr} - 2\rho^2 \right), \quad (54)$$

где  $\Omega$  — корень уравнения

$$\begin{aligned} \Omega^4 + \Omega^3 \rho \frac{m+2}{m} - 2\Omega^2 \rho^2 \frac{m-1}{m} - 4\Omega \frac{\rho^3}{m} - \\ - iku \frac{\rho}{m^2 r} \left( \Omega^2 \frac{m-1}{2} + \Omega \frac{\rho m}{2} + \rho^2 m \right) - \\ - 4\epsilon k^2 \left( \Omega^2 + \Omega \frac{2\rho}{m} + iku \frac{\rho(m-1)}{2m^2 r} \right) = 0, \end{aligned} \quad (55)$$

у которого  $\text{Re } \Omega > 0$ .

Если  $m = 1$ , то образец имеет чисто омическую проводимость, что не характерно для сверхпроводников. Однако данный случай интересен с методической точки зрения. Он подробно проанализирован в работе [72]. Приведём результаты анализа уравнений (54) и (55) при  $m = 1$ . Эти уравнения имеют решение с  $\text{Re } \lambda > 0$ , если  $\varepsilon \ll 1$ . При этом  $k \gg 1$ . Максимальное значение инкремента нарастания неустойчивости  $\lambda_m$  и соответствующая

величина  $k_m$  равны:

$$\operatorname{Re} \lambda_m \approx \frac{|u|r}{8\varepsilon^{1/2}} - 4r^2, \quad k_m \approx \frac{(|u|r)^{1/2}}{(4\varepsilon)^{3/4}}. \quad (56)$$

Существование решений с  $\operatorname{Re} \lambda > 0$  и  $k \gg 1$  означает неустойчивость однородного вдоль оси течения потока, искривление фронта переманичивания и турбулизацию течения [71]. Характерный пространственный масштаб турбулентности  $l_c$  на начальном этапе её развития определяется наиболее быстро растущими возмущениями  $l_c \sim 1/k_m$ . Неустойчивость возникает только в случае, если анизотропия тока  $1/\varepsilon$  велика:

$$\varepsilon \leq 0,019 \left( \frac{U}{2RN_0} \right)^2 \ll 1. \quad (57)$$

Это весьма жёсткое ограничение.

Теперь рассмотрим случай  $m \gg 1$ , который больше подходит для описания реального эксперимента (для ВТСП при температурах, при которых наблюдается неустойчивость, обычно  $m > 10$ ). Теперь параметр  $\varepsilon = \varepsilon^m$  в уравнении (55) становится пренебрежимо малым, и оно приобретает вид

$$\begin{aligned} X^4 + \frac{m+2}{m} X^3 - 2 \frac{m-1}{m} X^2 - \frac{4}{m} X + \\ + i\kappa \left( \frac{m-1}{m} X^2 + X + 2 \right) = 0, \end{aligned} \quad (58)$$

$$X = \frac{\Omega}{\rho}, \quad \kappa = \frac{k|u|}{2mr\rho}.$$

Если  $k \gg 1$ , то

$$X \approx \kappa^{1/2} \exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right) - \frac{1}{2m} - \frac{2}{\kappa^{1/2}} \exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right). \quad (59)$$

Инкремент нарастания неустойчивости

$$\lambda \approx mr\rho \left( i\kappa + 2 - \frac{\kappa^{1/2}}{2^{1/2}m} \right) \quad (60)$$

имеет большую мнимую составляющую. Это означает, что неустойчивость нарастает на фоне осцилляций возмущений электромагнитного поля, как это и наблюдается в эксперименте. Самое важное, что при  $m \gg 1$  для возникновения неустойчивости достаточно относительно небольшой анизотропии. Численный анализ уравнений (54) и (55) показывает, что для каждого набора значений параметра  $m$  и отношения  $u/r$  существует критическое значение параметра анизотропии  $\varepsilon_c$ : если  $\varepsilon > \varepsilon_c$ , то фронт переманичивания устойчив, если  $\varepsilon < \varepsilon_c$ , то возникает макротурбулентность.

Отметим, что в монокристаллах ВТСП системы 1–2–3 существует значительная анизотропия критического тока даже после того, как они подвергаются процедуре устранения двойников [76]. Поэтому нет ничего удивительного, что и в таких монокристаллах возникает макротурбулентность. Однако турбулентность не наблюдается ни при наличии в образце скрещённых двойников, ни в текстурированных плавлением материалах, где велика плотность микротрещин и микровключений [63].

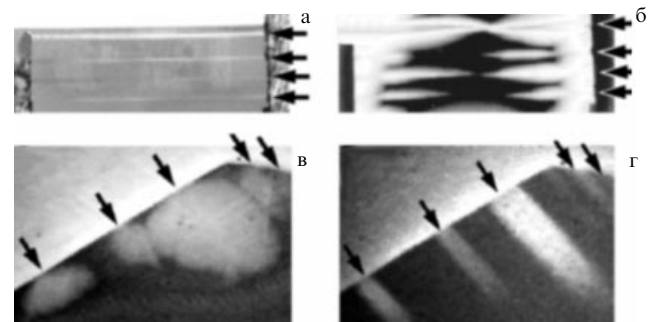
### 3.4. Самоорганизующиеся динамические вихревые структуры на дефектах

Выше, когда речь шла о ВТСП, мы обсуждали динамические вихревые структуры, возникающие в однородных монокристаллах. Однако характерные для этих систем протяжённые дефекты также могут приводить к весьма своеобразной картине входа магнитного потока [77–83].

На рисунке 8а,б показано проникновение магнитного потока в образец YBCO с развитой системой двойников. Как видно из этой иллюстрации, магнитное поле значительно глубже входит в объём образца вдоль границ двойников. На рисунке 8в,г показано проникновение поперечного магнитного потока в монокристалл BSCCO (BiSrCaCuO) [82]. Вихри проникают в образец через дефекты, расположенные вблизи края пластины. Если образец поместить в постоянное поле, направленное в плоскости образца (плоскость  $ab$ ), то при низкой температуре вихри будут выстраиваться вдоль направления поля. При температуре выше 30 К температурные флуктуации разрушают джозефсоновскую связь между плоскостями  $SiO$ , и магнитное поле в плоскости перестаёт влиять на распределение компоненты магнитного потока, направленного вдоль оси  $c$ .

На протяжённых дефектах происходят и необычные динамические явления. В качестве примера обсудим своеобразные структуры в виде "капель" (или "пузырей") и рядов таких капель ("бус"), которые наблюдаются при магнитооптическом изучении динамики магнитного потока в монокристаллах  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$  (B2212) (рис. 9). Капли и бусы возникают в определённых местах образца, помещённого в низкочастотное поперечное магнитное поле.

В экспериментах исследовались высококачественные монокристаллы B2212, имеющие форму пластины. Если кристаллы поместить в поперечное постоянное магнитное поле  $H_a$ , то при низких температурах,  $T < 30$  К, магнитный поток проникает в образцы однородно со всех граней. При  $T > 30$  К в B2212 теряется межплоскостная корреляция, сила пиннинга резко уменьшается и поток равномерно распределяется по монокристаллу за доли секунды. Более детальное изучение проникнове-



**Рис. 8.** Влияние дефектов на картину проникновения магнитного потока в сверхпроводник. Двойниковая структура пластины YBCO (а) и обусловленное ею неоднородное проникновение потока (б) (границы двойников отмечены стрелками; видно, что по ним поток проникает значительно глубже); дефекты на краю кристалла (их положение отмечено стрелками) и их влияние на вход потока в пластину: проникновение перпендикулярного магнитного потока в пластину BSCCO при температуре  $T < 30$  К:  $H_z = 58$  Э (в) и наклонного поля,  $H_{ab} = 432$  Э,  $H_z = 77$  Э (г) (вход потока начинается с дефектов на краю образца, перпендикулярное поле проникает в виде раздувающихся пузырей, а наклонное — в виде полос).

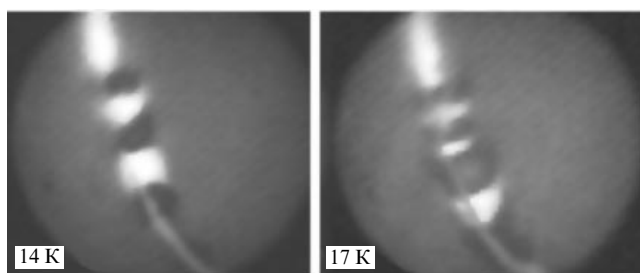


Рис. 9. Знакопеременные макроскопические капли магнитного потока, зародившиеся в BSCCO на линейном дефекте при циклическом перемагничивании образца перпендикулярным его плоскости переменным магнитным полем при температурах 14 и 17 К. Чёрные и светлые капли-бусины соответствуют потокам противоположного знака.

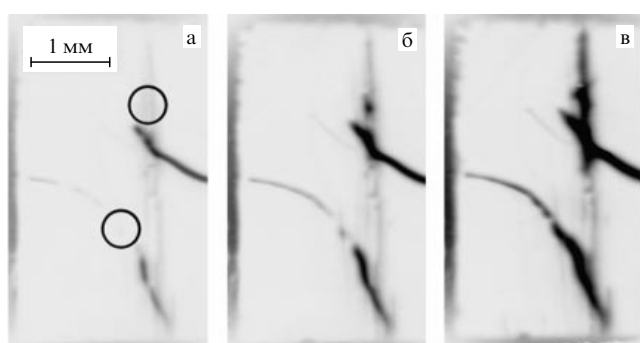


Рис. 10. МО-изображение монокристалла B2212 в постоянном поперечном магнитном поле при  $T = 15$  К: изображения (а–в) соответствуют возрастающему магнитному полю. Тёмные области заняты магнитным потоком. Кружки на изображении (а) показывают места накачки пузырей в переменном магнитном поле.

ния магнитного потока в образец в малых полях показывает, что на начальном этапе вихри движутся в объём вдоль нескольких характерных планарных дефектов, которые параллельны кристаллографической оси  $c$ . Эти дефекты невидимы в оптике, но хорошо видны на МО-изображениях. На рисунке 10 тёмные области заняты магнитным потоком. В образце также существуют некие точки, в которых крупный дефект пересекается с более мелким, видимым при большем увеличении. Эти точки показаны на рис. 10 кружками. Именно в этих точках, которые мы для краткости будем называть "слабыми", и возникают динамические структуры магнитного потока в виде капель.

Если при  $T < 30$  К мы увеличим постоянное магнитное поле так, чтобы фронт проникновения потока вдоль дефекта приблизился к слабой точке, то окажется, что со временем магнитный поток начнёт накапливаться вблизи этой точки. На рисунке 11 показана временная зависимость магнитной индукции в слабой точке. Видно, что она растёт (нижняя кривая), в то время как в планарном дефекте вблизи грани магнитное поле убывает (верхняя кривая). Следовательно, сверхпроводимость в слабой точке заметно подавлена.

Предположим, что внешнее поле осциллирует с низкой частотой и малой амплитудой  $\omega$ ,  $H_a(t) = H_0 \cos(\omega t)$ . Пусть амплитуда поля такова, что магнитный поток проникает в объём только вдоль дефектов, а фронт

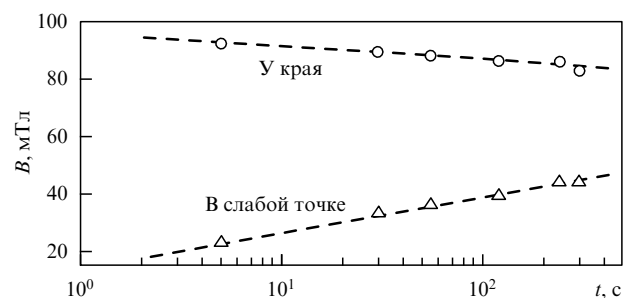


Рис. 11. Изменение во времени магнитной индукции  $B(t)$  в постоянном поле 460 Э, приложенном к пластине B2212 при  $T = 13$  К около грани образца (кружки) и в центре слабой точки (треугольники).

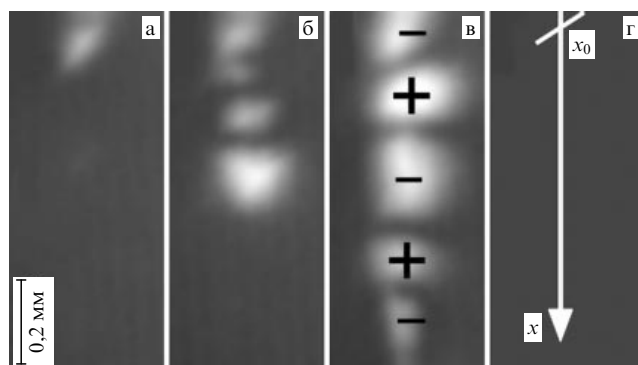


Рис. 12. Знакопеременные макроскопические капли магнитного потока в монокристалле BSCCO, зародившиеся на линейном дефекте вблизи слабой точки при накачке перпендикулярным плоскости образца переменным магнитным полем; амплитуда поля 250 Э, частота 15 Гц при температуре 18 К. (а) Начало процесса зарождения капли, (б, в) картина после многих циклов изменения поля, (г) схема расположения планарного дефекта со слабой точкой [81].

проникновения потока оказывается вблизи слабой точки (рис. 12). При совсем низких частотах магнитный поток меняет свой знак вместе со знаком внешнего поля во всех точках образца. Как только частота поля превышает 10 Гц, возникает заметное изменение картины. Магнитный поток определённого знака начинает накапливаться вблизи слабой точки (рис. 12а). Размер возникающего макроскопического вихревого пузыря растёт с ростом числа циклов магнитного поля, растёт и магнитная индукция в его середине. При этом пузырь "дышит" вместе с изменением магнитного поля: размер пузыря и магнитная индукция в нём больше, когда знак внешнего поля совпадает со знаком накапливающегося магнитного потока. Когда размер пузыря достигает определённой критической величины, он срывается со слабой точки, теряя часть захваченного магнитного потока, и сдвигается вдоль линейного дефекта в глубь образца. В слабой точке начинает надуваться пузырь с потоком противоположного знака. И так далее. В результате вдоль дефекта выстраивается структура макроскопических вихревых капель чередующегося знака, напоминающая бусы (рис. 12б, в).

Данный эффект самоорганизации воспроизводится и наблюдается в каждой слабой точке образца, локализованной на линейном дефекте. Описанный процесс формирования капель напоминает эффект генерации доменных стенок и блоховских линий в ферромагнетиках

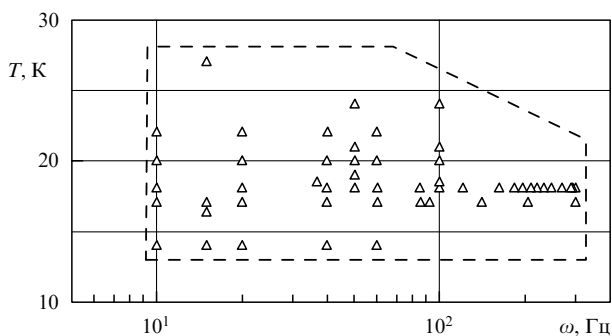


Рис. 13. Область на плоскости  $(T, \omega)$ , в которой возникает накачка пузырей [81].

[84–86], а также накачку магнитного потока в сверхпроводниках первого рода [87].

Накачка пузырей наблюдается в ограниченном диапазоне амплитуд и частот магнитного поля и лишь в определённой области температур. На рисунке 13 показана область на плоскости  $(T, \omega)$ , в которой существует данное явление. Область температур, где наблюдается эффект,  $12 < T < 30$  К. При более высоких температурах магнитный поток легко входит в объём ВТСП, а не движется вдоль дефекта. Область частот, в которой возникают пузыри, лежит в пределах от 10 до примерно 100–300 Гц (в зависимости от температуры).

То, что капли образуются лишь в определённом диапазоне амплитуд поля, является довольно очевидным фактом. Действительно, для образования капель амплитуда поля должна быть достаточно велика, чтобы магнитный поток подошёл вплотную к слабой точке. Однако если амплитуда будет слишком велика, то слабая точка окажется за фронтом входящего магнитного потока. Тогда при изменении знака магнитного поля вихри противоположного знака начнут свободно поступать в слабую точку и аннигилировать с уже существующими там вихрями.

Модель для описания эффекта накачки пузырей была предложена в работах [80, 81]. Вихри, движущиеся вдоль планарного дефекта, создают магнитное поле  $\mathbf{B}_v$ , которое зависит от координаты вдоль дефекта и от времени. Вне дефекта  $\mathbf{B}_v = 0$ . Мы будем полагать, что в окрестности слабой точки, расположенной при  $x = x_0$ , сверхпроводимость подавлена до нуля в области  $x_0 < x < x_0 + \Delta x$ . Планарный дефект пересекает грань образца при  $x = 0$ . Положение фронта магнитного потока при данной амплитуде поля мы обозначим как  $x_1(H_a)$ . Пусть  $x_1 - x_0 \ll x_0$ .

После первого полуцикла изменения переменного поля некоторое число вихрей попадает в слабую точку из-за термоактивационного крипа магнитного потока (ТКМП) и захватывается там. Скорость ТКМП пропорциональна  $\exp(-U/k_B T)$ , где  $U$  — высота соответствующего потенциального барьера,  $k_B$  — постоянная Больцмана. Для того чтобы выйти из слабой точки, вихри должны преодолевать более высокий барьер  $U + \Delta U$ , поскольку пребывание вихрей в слабой точке энергетически более выгодно. Вихри могут накапливаться в слабой точке, если только отношение  $U/k_B T$  не слишком велико. Если же температура слишком низкая, то скорость ТКМП мала и аккумуляция вихрей не будет наблюдаться, по крайней мере, за разумное для экспери-

мента время. Напротив, для накопления вихрей в слабой точке необходимо, чтобы  $U + \Delta U \gg k_B T$ . Из этого рассуждения ясно, почему накачка пузырей магнитного потока происходит только в определённом температурном окне.

При изменении знака поля фронт проникновения вихрей противоположного знака (антивихрей) оказывается также в позиции  $x_1$ . Антивихри поступают в каплю благодаря ТКМП, происходит аннигиляция вихрей разных знаков, что препятствует росту капли. Следовательно, мы должны заключить, что накачка капли будет возможна только в случае, если потенциальный барьер  $U_f$  для входа вихрей в слабую точку (т.е. потока с той же поляризацией, что и у ранее захваченного) будет меньше, чем барьер  $U_a$  для антивихрей (т.е. потока с противоположной поляризацией).

Барьер  $U$  состоит из трёх слагаемых: вклад сил пиннинга ( $U_p$ ), вклад экранирующих токов ( $U_v$ ) и третье слагаемое  $U_m$  — это вклад от рассеянного магнитного поля, которое возникает из-за того, что образец имеет ненулевой размагничивающий фактор. Вклад от пиннинга не зависит от взаимной поляризации вихрей и, следовательно, не может объяснить эффект накачки капель. Это слагаемое быстро растёт с увеличением расстояния между слабой точкой и фронтом потока. Поэтому наблюдение накачки капель возможно, если только расстояние  $x_0 - x_1$  достаточно мало. Вклад в барьер  $U_v$ , который возникает из-за взаимодействия вихрей с экранирующими токами, включает в себя, в частности, и взаимодействие между вихрями. Вихри одной поляризации отталкиваются, а противоположных поляризаций — притягиваются. Следовательно, это слагаемое стимулирует вход антивихрей в каплю и её аннигиляцию. Однако взаимодействие между вихрями экспоненциально затухает на расстояниях порядка лондоновской глубины проникновения  $\lambda$ . Для ВТСП В2212 в плоскости  $ab$  эта величина порядка 200 нм. В экспериментах характерный масштаб  $x_0 - x_1$  превышает  $\lambda_{ab}$  почти на три порядка (см. рис. 12). Очевидно, что в условиях эксперимента роль величины  $U_v$  незначительна.

Вклад в барьер от рассеянных полей  $U_m$  зависит от взаимной ориентации вихрей в капле и во входящем фронте (рис. 14). По аналогии с доменами в ферромагнетиках, величина рассеянных полей меньше в случае, когда магнитные потоки в капле и на фронте имеют противоположные знаки. Сверхпроводник — диамагнетик, и его магнитный момент убывает при входе в образец магнитного потока. Следовательно,  $U_m$  имеет отрицательный знак, что приводит к понижению барьера. Вход вихрей в каплю ведёт к понижению полного магнитного момента образца, а вход антивихрей и аннигиляция ведут к понижению магнитной индукции в капле и, следовательно, к увеличению энергии рассеян-

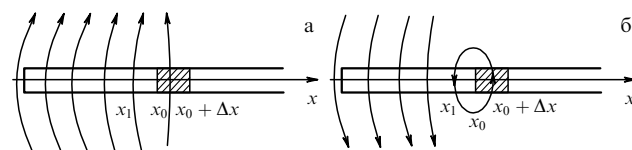


Рис. 14. Рассеянные магнитные поля вблизи слабой точки ( $x = x_0$ ) и фронта магнитного потока ( $x = x_1$ ): (а) направления магнитной индукции в капле и на фронте совпадают; (б) направления индукции в капле и на фронте противоположны.

ных магнитных полей. Таким образом, именно энергия рассеянных полей, или магнитостатическая энергия, ответственна за накачку капель.

Для иллюстрации рассмотрим следующую упрощённую модель. Пусть распределения магнитного поля для конфигураций, показанных на рис. 14а, б, совпадают, за исключением области вблизи слабой точки. Обозначим одинаковые вклады в магнитное поле как  $\mathbf{H}_0(x)$ . Магнитный поток, захваченный в слабой точке, создаёт поле  $\pm \mathbf{H}_{\text{in}}(x)$ , где знак плюс соответствует случаю (а) (конфигурация поток–поток), а знак минус — случаю (б) (конфигурация поток–антипоток). Энергия Гиббса для этих двух случаев может быть записана в виде

$$\mathcal{F} = \int_V dV \left\{ \frac{[\mathbf{H}_0(x) \pm \mathbf{H}_{\text{in}}(x)]^2}{8\pi} - \frac{[\mathbf{H}_0(x) \pm \mathbf{H}_{\text{in}}(x)] \mathbf{H}_a}{4\pi} \right\}, \quad (61)$$

где верхние знаки соответствуют случаю поток–поток, а нижние — случаю поток–антипоток,  $\mathbf{H}_a$  — внешнее поле,  $\mathbf{H}_a = \mathbf{H}_0(x)$ , если  $x \rightarrow \infty$ , а интегрирование ведётся по всему пространству.

Пусть небольшое число вихрей (малый магнитный поток  $\delta\Phi$ ) перемещается из точки  $x$ , близкой к  $x_1$ , в слабую точку. При этом поле меняется на величину  $\delta\mathbf{H}_{\text{ff}}$  или  $\delta\mathbf{H}_{\text{af}}$  в случаях поток–поток или поток–антипоток соответственно. Новые распределения магнитных полей имеют вид:  $\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{\text{in}} + \delta\mathbf{H}_{\text{ff}}$  или  $\mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_{\text{in}} + \delta\mathbf{H}_{\text{af}}$ . Тогда значения  $U_m$  для двух рассматриваемых случаев выражаются как

$$U_{\text{ff}}^m = \mathcal{F}_{\text{ff}}(\mathbf{H}_0, \mathbf{H}_{\text{in}}, \delta\mathbf{H}_{\text{ff}}) - \mathcal{F}_{\text{ff}}(\mathbf{H}_0, \mathbf{H}_{\text{in}}, 0), \quad (62)$$

$$U_{\text{af}}^m = \mathcal{F}_{\text{af}}(\mathbf{H}_0, \mathbf{H}_{\text{in}}, \delta\mathbf{H}_{\text{af}}) - \mathcal{F}_{\text{af}}(\mathbf{H}_0, \mathbf{H}_{\text{in}}, 0).$$

Вычтем второе уравнение из первого и отбросим квадратично малые (по  $\delta\Phi$ ) слагаемые. Тогда с помощью (61) получим:

$$U_{\text{ff}}^m - U_{\text{af}}^m = \int_V \frac{dV}{4\pi} [\mathbf{H}_{\text{in}}(\delta\mathbf{H}_{\text{ff}} + \delta\mathbf{H}_{\text{af}}) - (\mathbf{H}_a - \mathbf{H}_0)(\delta\mathbf{H}_{\text{ff}} - \delta\mathbf{H}_{\text{af}})]. \quad (63)$$

Как легко понять из сравнения рис. 14а, б, справедливо неравенство

$$\left| \int_V \frac{dV}{4\pi} \delta\mathbf{H}_{\text{ff}} \right| \gg \left| \int_V \frac{dV}{4\pi} \delta\mathbf{H}_{\text{af}} \right|. \quad (64)$$

Интеграл

$$\left| \int_V \frac{dV}{4\pi} (\mathbf{H}_a - \mathbf{H}_0) \right| \quad (65)$$

— порядка полного диамагнитного момента образца, который много больше, чем малый вклад, создаваемый слагаемым  $H_{\text{in}}$ . Следовательно,  $U_{\text{ff}}^m - U_{\text{af}}^m < 0$ , что и означает накачку пузырей.

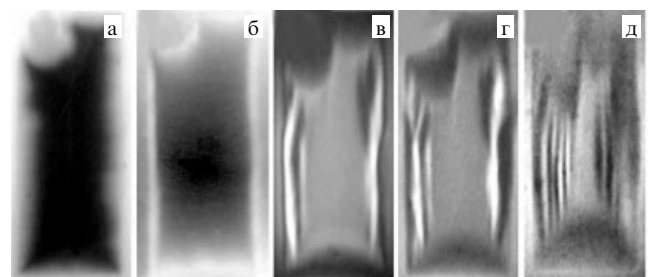
### 3.5. Твистеры

Процесс намагничивания сверхпроводника второго рода в скрещённых полях весьма своеобразен из-за возникновения в нём вихрей с разной ориентацией магнитного потока. Отметим здесь такой нетривиальный эффект, как коллапс намагниченности, или подавление постоянного магнитного момента сверхпроводника при воздействии

на него поперечного низкочастотного магнитного поля [88–91].

В скрещённых полях в ВТСП  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$  наблюдаются своеобразные динамические структуры, которые получили название твистеров [92, 93]. Данный эффект довольно подробно исследован экспериментально [94–96].

Твистеры обычно наблюдают в монокристаллических образцах, имеющих форму пластины. При температуре выше  $T_c$  образец помещают в постоянное магнитное поле  $H_{\text{dc}}$ , лежащее в плоскости пластины (кристаллическая плоскость  $ab$ ). Затем образец охлаждают до заданной температуры  $T < T_c$  и прикладывают поперечное магнитное поле  $H_{\text{tr}} < H_{\text{dc}}$ . Поперечный магнитный поток входит в пластину анизотропно: на большее расстояние вдоль плоскостного поля и на меньшее расстояние поперёк плоскостного поля (рис. 15а, б). Степень асимметрии зависит от величины плоскостного поля и от температуры. Чем больше  $H_{\text{dc}}$ , тем сильнее асимметрия. Если теперь изменять поперечное поле в пределах  $\pm H_{\text{tr}}$ , то возникает картина, чем-то напоминающая образование пузырей на дефектах, описанное в разделе 3.4. Вблизи краёв пластины (параллельных плоскостному полю) идёт постепенное, цикл за циклом, накопление поперечного магнитного потока. По достижении некоторой критической ширины полосы с захваченным потоком отрывается от края пластины и начинается накачка полосы с поперечным потоком другого знака и т.д. (рис. 15в, г). Со временем полос становится много. Они продвигаются к центру пластины, где аннигилируют (рис. 15д). Твистеры формируются, когда амплитуда поперечного поля превышает некоторое пороговое значение. По мере увеличения амплитуды поля процесс продвижения твистеров в глубь кристалла сначала становится периодическим, а затем, при ещё больших амплитудах, стохастизуется. Твистеры наблюдаются в диапазоне температур от 20 до 70–75 К в монокристаллах  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$  с высокой и низкой плотностью двойников [94–96]. В ВТСП с большей кристаллографической анизотропией (например, BSCCO или  $\text{YBa}_2\text{Cu}_4\text{O}_x$ ) твистеры не обнаружены.



**Рис. 15.** МО-изображение распределения магнитной индукции в монокристалле YBCO при  $T = 36$  К. (а) Постоянное поперечное поле  $H_{\text{tr}} = 1280$  Э. (б) Несимметричная картина проникновения наклонного поля, постоянное поле в плоскости образца  $H_{\text{dc}} = 1250$  Э, поперечное  $H_{\text{tr}} = 250$  Э. Вдоль линий поля в плоскости  $H_{\text{dc}}$ , приложенного по вертикали на рисунке, поток проникает значительно глубже, чем поперёк линий. (в, г) Изменение картины проникновения потока после нескольких циклов изменения поперечного поля,  $-250 < H_{\text{tr}} < 250$  Э. (д) После циклирования  $H_{\text{tr}}$  с частотой 100 Гц в течение 10 с. Тёмные и светлые полосы вдоль длинных сторон образца — распределение знакопеременного поперечного магнитного потока, захваченного в пластине.

Природа твистеров до конца не понята. Предположительно, твистер образуют спиралеобразные вихри Абрикосова (отсюда и название "твистер"), возникающие из-за пересечения вихрей, лежащих в плоскости  $ab$ , и вихрей, направленных поперёк пластины, вдоль оси  $c$  [92]. Об этом свидетельствует тот факт, что твистеров нет в BSCCO, где в плоскости лежат джозефсоновские вихри, а в поперечном направлении образуются стопки двумерных вихрей-панкейков. Ясно, что механизм самодостройки данной динамической структуры (т.е. образование чередующихся по своей поляризации полос и их динамика) должен включать в себя и эффекты, связанные с рассеянными магнитными полями, как это было в случае пузырей или капель (см. предыдущий раздел). Построение теоретической модели твистеров требует дальнейших исследований.

#### 4. Динамические эффекты в ферромагнетиках

Ферромагнетики обладают спонтанной намагниченностью, и магнитные домены в них возникают без приложения внешнего магнитного поля. Доменная структура в ферромагнетиках бывает равновесной или метастабильной. Вид равновесной доменной структуры может быть найден с помощью минимизации свободной энергии (хотя во многих случаях такой расчёт весьма сложен). Хорошо известно, что период доменной структуры определяется балансом энергий: обменной  $W_e$ , магнитостатической  $W_m$ , кристаллографической анизотропии  $W_a$  и зеемановской  $W_H$  [97, 98]. Энергия обменного взаимодействия определяет взаимную ориентацию спинов близко расположенных атомов и приводит к возникновению спонтанной намагниченности  $M_s$  в макроскопических областях ферромагнетика. Энергия кристаллографической анизотропии задаёт направление вектора спонтанной намагниченности  $\mathbf{M}_s$ . Магнитостатическая энергия — это энергия полей рассеяния. Именно её минимизация и определяет разбиение магнетика на домены. И наконец, во внешнем магнитном поле появляется зеемановский член, описывающий взаимодействие магнитных моментов с внешним магнитным полем.

Как и в сверхпроводниках, в динамике, в процессе быстрого перемагничивания, в ферромагнетиках могут формироваться состояния, принципиально отличные от тех, что возникают в квазистатических условиях [99–105]. Появление таких магнитных структур изменяет макроскопические характеристики материала, приводит к скачкам намагниченности, усилению шумов и т.п. Динамические структуры в ферромагнетиках весьма многообразны. Здесь мы опишем те из них, которые имеют определённые аналоги среди динамических магнитных структур в сверхпроводниках.

Примеры трансформации статической доменной структуры под воздействием переменного поля приведены на рис. 16. Как известно [98], в плёнках с перпендикулярной анизотропией формируется лабиринтная доменная структура (рис. 16а), период которой определяется параметрами материала и толщиной плёнки. В переменном поле такая структура начинает "дышать" (границы колеблются синхронно с полем), и в определённых условиях структура может менять свой вид [99] (рис. 16б). При наличии в образце макроскопических точечных дефектов в ферромагнитных плёнках могут

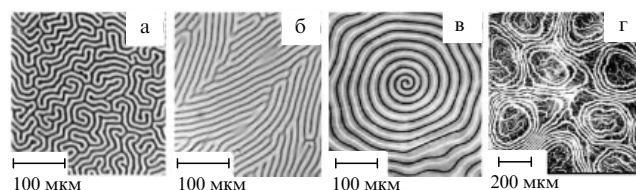


Рис. 16. Трансформация статической доменной структуры под воздействием переменного поля в ферромагнитных плёнках: (а) лабиринтная магнитная структура без поля; (б) переориентация структуры при приложении к ней переменного магнитного поля, (в, г) спиральные магнитные доменные структуры, формирующиеся при возбуждении плёнок переменным магнитным полем. Фото (в, г) — из работы [100].

появляться спиралевидные структуры, которые не наблюдаются при квазистатическом перемагничивании [100, 101] (рис. 16в, г). Такого типа динамические структуры возникают в ограниченной области амплитуд и частот возбуждающего поля, как и капли магнитного потока в ВТСП (см. раздел 3.4). Подробное описание многообразия спиральных структур в ферромагнитных плёнках можно найти в [100].

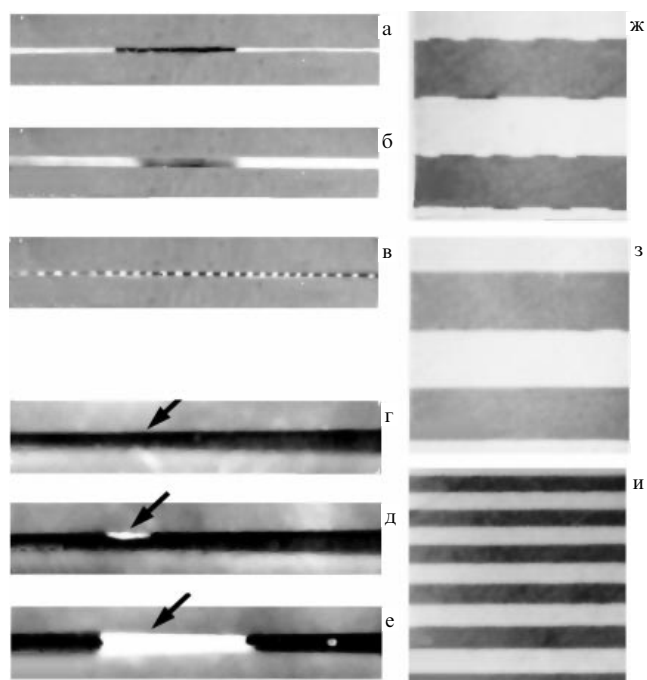
Более близкой аналогией с рождением макроскопических капель магнитного потока в ВТСП является эффект нерезонансной генерации блоховских линий в плёнках и тонких пластинках феррогранатов [106–110]. На рисунке 17а показана доменная граница блоховского типа, разделяющая домены с антипараллельными векторами намагниченности в плоскости пластины, которые параллельны доменной границе. Видны три сегмента границы (в белых и чёрном сегментах направления намагниченности в центре границы противоположны). При приложении переменного магнитного поля в доменной границе возбуждаются небольшие по амплитуде, синхронные с полем колебания блоховских линий (смещения границ между сегментами, рис. 17б), а вблизи точечных дефектов наблюдаются также синхронные с полем локальные колебания вектора намагниченности.

После многих циклов изменения внешнего поля на дефекте, локализованном на границе, возникает кинк (рис. 17г, д): вектор намагниченности в доменной границе в окрестности дефекта меняет знак. Образуется новый сегмент доменной границы (рис. 17е), который растёт со временем, достигает некоторого критического размера, после чего на дефекте формируется новый сегмент доменной границы, уже другого знака. Существующие сегменты границ смещаются, уплотняются, некоторые из них аннигилируют или выходят из границы на краю пластины. В результате такого процесса на доменной границе возникает плотная цепочка сегментов с чередующимся направлением вектора намагниченности (рис. 17в).

Данный эффект наблюдается в широком диапазоне частот возбуждающего поля, если его амплитуда выше некоторой критической  $h_c$ . Эффект существует при любой ориентации приложенного магнитного поля относительно плоскости образца. Ориентация влияет только на величину  $h_c$ . Описанный процесс генерации приводит к скачкам магнитной проницаемости и увеличению диссипации [106, 111].

В ферромагнетиках наблюдается и явление, аналогичное твистерам в ВТСП. На рисунке 17ж показана типичная регулярная доменная структура пластинки





**Рис. 17.** Изменение структуры доменной границы под действием переменного магнитного поля, направленного вдоль оси лёгкого намагничивания, ориентированной в плоскости пластины: (а) граница до включения поля, (б) граница, движущаяся со скоростью  $\sim 6 \text{ м с}^{-1}$ , (в) структура границы после длительного возбуждения границы переменным полем (плотность блоховских линий возросла в несколько раз), (г) увеличенный тёмный сегмент границы (стрелка показывает положение точечного дефекта на границе), (д) зарождение на дефекте нового сегмента границы (белого в чёрном), (е) разросшийся сегмент границы (белый). Изменение доменной структуры под действием переменного магнитного поля: (ж) статическая структура, (з) при включении переменного поля, перпендикулярного доменным границам и оси лёгкого намагничивания, (и) изображение того же участка структуры после выключения возбуждающего поля. Масштаб на фото (а, б, в) — 100 мкм, (г, д, е) — 20 мкм, (ж, з, и) — 200 мкм. Фото (г, д, е) — В.С. Горнакова.

феррограната с плоскостной анизотропией. При приложении к пластине переменного плоскостного магнитного поля доменные границы и тонкая структура границ (блоховские линии) приходят в движение (рис. 17з). Однако в определённом диапазоне амплитуд и частот магнитного поля [85, 109, 110, 112] начинается процесс генерации новых границ на краю пластины (а при больших амплитудах и в одной или нескольких слабых точках образца), причём формирование новых границ происходит за много периодов колебания возбуждающего поля, так же как и описанная выше генерация новых блоховских линий в доменных границах и так же как формирование твистеров. Генерация границ возбуждается, если амплитуда переменного поля превышает некий порог. Порог зависит от частоты поля и его направления, скорость и регулярность генерации зависят и от амплитуды, и от частоты поля. Динамика процесса также напоминает динамику рождения твистеров. Появившиеся новые границы продвигают в глубь пластины уже существующие, и число доменов увеличивается (рис. 17и).

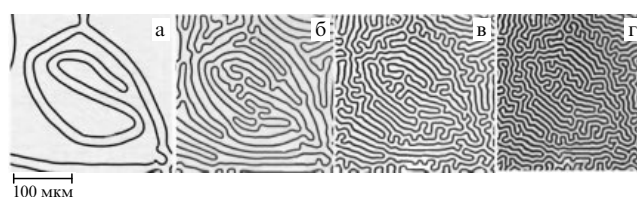
Если амплитуда переменного поля порядка пороговой, то генерация новых границ происходит изредка, нерегулярно, и часть зародившихся границ схлопывается. По мере увеличения амплитуды генерация уча-

щается и становится квазипериодической, а вновь зародившиеся доменные границы необратимо смещаются от точки зарождения. Происходит направленный дрейф доменных границ [109]. По мере увеличения амплитуды поля возникают новые центры генерации доменных границ и поступательное движение границ становится нерегулярным, стохастизуется. И, наконец, при ещё более высоких амплитудах переменного поля генерация сначала происходит цугами, а затем исчезает совсем. Точно такая же картина наблюдается и при генерации твистеров в ВТСП.

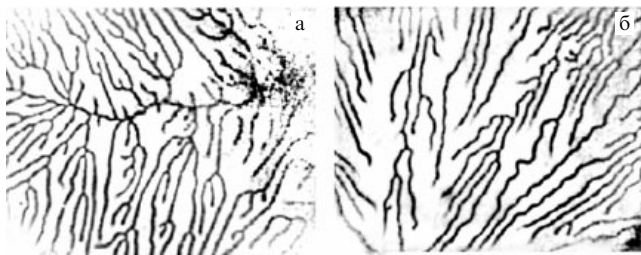
Аналогичный эффект наблюдался и в плёнках с перпендикулярной анизотропией при накачке полем с частотой вблизи ферромагнитного резонанса [103]. Численными методами было показано [113], что образование новых доменов может быть обусловлено локальным опрокидыванием магнитных моментов при накачке резонансным полем. Возможно, аналогичный процесс имеет место и при генерации новых доменных границ, хотя частоты возбуждающего поля далеки от резонансных для движения границ.

В реальных кристаллах всегда имеются дефекты, приводящие к неоднородности концентрации локального магнитостатического поля. Именно на таких дефектах может начаться процесс опрокидывания магнитного момента и зарождения пар границ (или блоховских линий), а магнитостатические поля будут способствовать их разрастанию и провоцировать движение остальных границ для выравнивания периода доменной структуры. Как уже было сказано, природа образования твистеров пока не выяснена. Возможно, просматривающаяся аналогия эффектов поможет решить эту проблему.

При медленном перемagnetивании пластин с перпендикулярной анизотропией доменные границы прорастают спрямлёнными, а затем, по мере заполнения кристалла, испытывают изгибную неустойчивость (рис. 18а–в), в результате чего формируется типичная лабиринтная доменная структура (рис. 18г). Однако при быстром переключении магнитного поля сценарий прорастания границ меняется: новая магнитная фаза начинает прорастать ветвящимися полосками — дендритами (рис. 19). Как показано в работе [114], дендритное прорастание доменов наблюдается в плёнках при достаточно быстрой развёртке поля, когда доменные границы прорастают из перегретого состояния, т.е. с существенной временной задержкой переворота намагниченности по отношению к изменению знака приложенного магнитного поля. Петли гистерезиса при этом оказываются расширенными по сравнению с квазистатическими, а прорастание границ проявляется на них как гигантский



**Рис. 18.** Эволюция магнитных доменов в плёнке с перпендикулярной анизотропией при медленном уменьшении поля от насыщающего, 91 Э, до минимального значения  $H_{\text{min}}$ . (а–г)  $H_{\text{min}} = 47,6, 35,7, 18,5, 1 \text{ Э}$  соответственно.



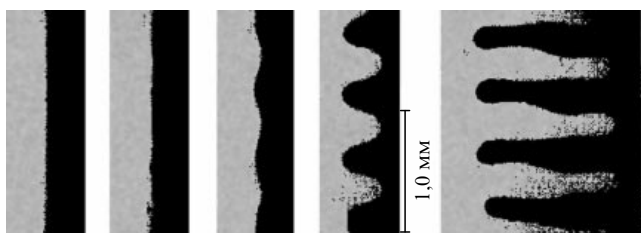
**Рис. 19.** Доменная структура плёнки железистого граната с умеренной анизотропией при эволюции доменной структуры из насыщенного состояния: (а) поле насыщения  $H_0 = 102$  Э, изображение снято в поле  $H = 23$  Э, частота развёртки поля  $f = 25$  кГц; (б) поле насыщения  $H_0 = 61$  Э, изображение снято в поле  $H = 24$  Э, частота развёртки  $f = 6,8$  кГц [114].

скачок намагниченности. При этом скорость прорастающих границ близка к максимальной для данного материала. Здесь также просматривается прямая аналогия с дендритной неустойчивостью в сверхпроводниках: дендриты в сверхпроводниках прорываются только в перегретое мейснеровское состояние и только при быстром изменении внешних условий (вызывающих достаточно большое электрическое поле). Скорость прорастания дендритов в сверхпроводниках также близка к теоретическому максимуму.

Теория дендритной неустойчивости в сверхпроводниках хорошо разработана (см. раздел 3.2). Известно, что она имеет тепловую природу. По-видимому, быстрое прорастание магнитных доменов также сопровождается существенным локальным разогревом, поскольку быстрое перемагничивание с необходимостью вызывает диссипацию. Возможно, что аналогия между дендритной неустойчивостью в сверхпроводниках и ферромагнетиках позволит понять механизм образования дендритных структур в последних.

Как уже говорилось, в плёнках с перпендикулярной анизотропией домены имеют вид лабиринтной структуры. Эта структура возникает вследствие изгибной неустойчивости доменных границ, обусловленной взаимодействием полей рассеяния [98]. Неустойчивость можно временно подавить, либо охлаждая образец в поле, приложенном в его плоскости [86], либо удерживая одну доменную границу прямой в градиентном магнитном поле [115]. В первом случае искривление границы наступит при частичном перемагничивании, во втором (рис. 20) — когда градиент магнитного поля станет ниже критического [115, 116].

На наш взгляд, изгибная неустойчивость имеет определённую аналогию с развитием макротурбулент-



**Рис. 20.** Спряmlённая градиентным полем доменная граница в плёнке  $\text{Yb}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  с перпендикулярной анизотропией и развитие изгибной неустойчивости по мере ослабления градиента [115].

ности в ВТСП [61]. Для описания зарождения макротурбулентной неустойчивости в ВТСП оказалось достаточно гидродинамического подхода [72]. Однако дальнейшее развитие макротурбулентности во многом должно контролироваться магнитоэлектростатическими взаимодействиями на фронте перемагничивания, как это имеет место в ферромагнетиках. Данная аналогия также может быть полезна для понимания динамики развитой фазы макротурбулентности.

## 5. Заключение

Итак, в сверхпроводниках второго рода в смешанном состоянии могут возникать неустойчивости различной природы. Эти неустойчивости являются следствием нелинейной электродинамики сверхпроводников, а также следствием зависимости свойств сверхпроводников от температуры. Неустойчивости сверхпроводящего состояния весьма разнообразны. Они приводят к образованию сложных пространственных магнитных структур, как стационарных, так и динамических. Изучение подобных процессов интересно не только с точки зрения физики сверхпроводимости, но имеет и прикладное значение. Например, именно термомагнитная неустойчивость ограничивает токнесущую способность технических сверхпроводников.

Изучению различных неустойчивостей смешанного состояния посвящено большое число экспериментальных и теоретических работ. В результате физическая природа многих из них выяснена. Так, достаточно хорошо изучены термомагнитные неустойчивости (или скачки магнитного потока), родственная им по природе дендритная неустойчивость, выяснена природа зарождения макротурбулентной неустойчивости, показано, что рассеянные магнитные поля и термоактивационный крип магнитного потока играют существенную роль при образовании пространственных магнитных структур в смешанном состоянии (макроскопические вихревые капли на дефектах в ВТСП). Вместе с тем ряд динамических эффектов ещё не нашёл должного физического объяснения. К ним, прежде всего, относятся так называемые твистеры (пространственные магнитные структуры, наблюдающиеся в скрещённых магнитных полях).

Образование пространственно неоднородной магнитной структуры характерно для магнитоактивных сред. Наиболее известным примером тому служат домены в ферромагнетиках. Как и в сверхпроводниках, в ферромагнетиках в процессе быстрого перемагничивания возникают состояния, отличные от тех, которые наблюдаются в статике. Как и в сверхпроводниках, важную роль в динамике магнитных структур играет диссипация. Диссипация определяет характерное время релаксации намагниченности (скорость движения вихрей в сверхпроводниках, доменных границ в магнетиках), её определяется разогрев образца в нестационарных процессах. Оба эти фактора могут существенно повлиять на характерное время развития неустойчивости и пространственную структуру возникающих неоднородных состояний.

В обзоре мы обращаем внимание на тот факт, что между динамическими процессами при перемагничивании ферромагнетиков и сверхпроводников существуют аналогии. Определённая аналогия существует между такими эффектами в ферромагнетиках, как образование лабиринтной магнитной структуры и нерезонансная

генерация блоховских линий в плёнках и тонких пластинках, с одной стороны, и генерация вихревых капель на дефектах в ВТСП, с другой. Ещё одним примером подобной аналогии служат явления в скрещённых магнитных полях, твистеры в пластинках ВТСП и генерация доменных границ в пластинках феррограната с плоскостной анизотропией. Возможно, что существует физическая аналогия в природе дендритной неустойчивости в ВТСП и эффекте ветвящегося прорастания доменных границ в ферромагнетиках при быстром перемагничивании, который, в отличие от дендритной неустойчивости, ещё не получил адекватного теоретического описания. Возможна также аналогия между хорошо изученной изгибной неустойчивостью доменных границ в ферромагнитных плёнках с поперечной анизотропией и развитием макротурбулентности в ВТСП после нагнетания вихрей на фронте перемагничивания — появлением изгибной неустойчивости фронта, приводящей к последующей релаксации неустойчивого состояния путём прорыва вихрей через фронт на изгибах. Перечисленные аналогии могут быть полезны для более глубокого понимания описанных выше непростых и важных эффектов, влияющих на макроскопические характеристики магнитоактивных сред.

## Список литературы

1. Bitter F *Phys. Rev.* **38** 1903 (1931)
2. Essmann U, Träuble H *Phys. Lett. A* **24** 526 (1967)
3. Sarma N V, Moon J R *Philos. Mag.* **16** 443 (1967)
4. Винников Л Я и др. *Письма в ЖЭТФ* **90** 325 (2009) [Vinnikov L Ya et al. *JETP Lett.* **90** 299 (2009)]
5. Kaczér J *Czech. J. Phys.* **5** 239 (1955)
6. Binnig G, Quate C F, Gerber Ch *Phys. Rev. Lett.* **56** 930 (1986)
7. Martin Y, Wickramasinghe H K *Appl. Phys. Lett.* **50** 1455 (1987)
8. Sáenz J J et al. *J. Appl. Phys.* **62** 4293 (1987)
9. Grütter P et al. *J. Vac. Sci. Technol. A* **6** 279 (1988)
10. Нургазизов Н И, Ждан П А, Овчинников Д В *Письма в ЖЭТФ* **34** (11) 74 (2008) [Nurgazizov N I, Zhdan P A, Ovchinnikov D V *Tech. Phys. Lett.* **34** 489 (2008)]
11. Giessibl F J *Rev. Mod. Phys.* **75** 949 (2003)
12. Oral A, Bending S J, Henini M J *Vac. Sci. Technol. B* **14** 1202 (1996)
13. Thiaville A et al. *J. Appl. Phys.* **82** 3182 (1997)
14. Zeldov E et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 1428 (1994)
15. Alers P B *Phys. Rev.* **105** 104 (1957)
16. DeSorbo W *Phys. Rev. Lett.* **4** 406 (1960)
17. Червоненкис А Я, Кубраков Н Ф *Письма в ЖЭТФ* **8** 696 (1982) [Chervonenkis A Ya, Kubrakov N F *Sov. Tech. Phys. Lett.* **8** 303 (1982)]
18. Полянский А А и др. *Письма в ЖЭТФ* **15** (20) 11 (1989) [Polyanskii A A et al. *Sov. Tech. Phys. Lett.* **15** 872 (1989)]
19. Власко-Власов В К и др. *ФНТ* **17** 1410 (1991) [Vlasco-Vlasov V K et al. *Sov. J. Low Temp. Phys.* **17** 762 (1991)]
20. Indenbom M V et al. *Trans. Magn. Soc. Jpn.* **2** 244 (2002)
21. Jooss Ch et al. *Rep. Prog. Phys.* **65** 651 (2002)
22. Cotton A, Mouton H *Ann. Chim. Phys.* **8** 11 145 (1907)
23. Voigt W *Gött. Nachr. Math.-Phys. Kl.* 355 (1898)
24. Писарев Р В, Синий И Г, Смоленский Г А *Письма в ЖЭТФ* **9** 294 (1969) [Pisarev P V, Sinii I G, Smolenskii G A *JETP Lett.* **9** 172 (1969)]
25. Faraday M *Philos. Trans. R. Soc. London* **136** 1 (1846)
26. Fowler C A (Jr.), Fryer E M *Phys. Rev.* **104** 552 (1956)
27. Dillon J F J. *Appl. Phys.* **29** 1286 (1958)
28. Ghosh A, Hill W, Fischer P *Phys. Rev. A* **76** 055402 (2007)
29. Никитин П И, Савчук А И *УФН* **160** (11) 167 (1990) [Nikitin P I, Savchuk A I *Sov. Phys. Usp.* **33** 974 (1990)]
30. Kerr J *Philos. Mag.* **5** 3 321 (1877)
31. Williams H J, Foster F G, Wood E A *Phys. Rev.* **82** 119 (1951)
32. Fowler C A (Jr.), Fryer E M *Phys. Rev.* **86** 426 (1952)
33. Hirsch P B et al. *Electron Microscopy of Thin Crystals* (London: Butterworths, 1965) [Хирш П и др. *Электронная микроскопия тонких кристаллов* (М.: Мир, 1968)]
34. Schlenker M et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **15** – **18** 1507 (1980)
35. Schillinger B, Lehmann E, Vontobel P *Physica B* **276** 59 (2000)
36. Pfeiffer F et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 215505 (2006)
37. Kardjilov N et al. *Nature Phys.* **4** 399 (2008)
38. Овчинников С Г *УФН* **169** 869 (1999) [Ovchinnikov S G *Phys. Usp.* **42** 779 (1999)]
39. Rogalev A et al. *Lect. Notes Phys.* **697** 71 (2006)
40. Polcarova M, Lang A R *Appl. Phys. Lett.* **1** 13 (1962)
41. Baruchel J, Schlenker M, in *X-Ray and Neutron Dynamical Diffraction: Theory and Applications* (Eds A Authier, Lagomarsino S, B K Tanner) (New York: Plenum Press, 1996) p. 187
42. Минц Р Г, Рахманов А Л *УФН* **121** 499 (1977) [Mints R G, Rakhmanov A L *Sov. Phys. Usp.* **20** 249 (1977)]
43. Mints R G, Rakhmanov A L *Rev. Mod. Phys.* **53** 551 (1981)
44. Гуревич А В, Минц Р Г, Рахманов А Л *Физика композитных сверхпроводников* (М.: Наука, 1987) [Gurevich A V, Mints R G, Rakhmanov A L *The Physics of Composite Superconductors* (New York: Begell House, 1997)]
45. Wertheimer M R, Gilchrist J le G J. *Phys. Chem. Solids* **28** 2509 (1967)
46. Leiderer P et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 2646 (1993)
47. Durán C A et al. *Phys. Rev. B* **52** 75 (1995)
48. Vlasko-Vlasov V et al. *Physica C* **341** – **348** 1281 (2000)
49. Johansen T H et al. *Europhys. Lett.* **59** 599 (2002)
50. Bobyl A V et al. *Appl. Phys. Lett.* **80** 4588 (2002)
51. Barkov F L et al. *Phys. Rev. B* **67** 064513 (2003)
52. Rudnev I A et al. *Cryogenics* **43** 663 (2003)
53. Yurchenko V V et al. *Phys. Rev. B* **76** 092504 (2007)
54. Albrecht J et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 117001 (2007)
55. Denisov D V et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 077002 (2006)
56. Denisov D V et al. *Phys. Rev. B* **73** 014512 (2006)
57. Rakhmanov A L et al. *Phys. Rev. B* **70** 224502 (2004)
58. Zeldov E et al. *Phys. Rev. B* **49** 9802 (1994)
59. Brandt E H, Indenbom M *Phys. Rev. B* **48** 12893 (1993)
60. Norris W T *J. Phys. D* **3** 489 (1970)
61. Vlasko-Vlasov V K et al. *Physica C* **222** 361 (1994)
62. Vlasko-Vlasov V K et al. *Phys. Rev. B* **58** 3446 (1998)
63. Uspenskaya L S, Naumenko I G, Zhokhov A A *Physica C* **402** 188 (2004)
64. Bass F et al. *Phys. Rev. B* **58** 2878 (1998)
65. Рахманов А Л и др. *ЖЭТФ* **122** 886 (2002) [Rakhmanov A L et al. *JETP* **95** 768 (2002)]
66. Vlasko-Vlasov V K et al. *Phys. Rev. B* **56** 5622 (1997)
67. Vlasko-Vlasov V K et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 3246 (1994)
68. Волошин И Ф и др. *ЖЭТФ* **111** 2158 (1997) [Voloshin I F et al. *JETP* **84** 1177 (1997)]
69. Frello T et al. *Phys. Rev. B* **59** R6639 (1999)
70. Pastoriza H, Candia S, Nieva G *Phys. Rev. Lett.* **83** 1026 (1999)
71. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Физматлит, 2001) [Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1987)]
72. Fisher L M et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 247005 (2001)
73. Fisher L M et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 037002 (2004)
74. Brandt E H *Phys. Rev. Lett.* **76** 4030 (1996)
75. Fisher L M et al. *Physica C* **403** 219 (2004)
76. Welp U et al. *Phys. Rev. B* **42** 10189 (1990)
77. Welp U et al. *Physica C* **235** – **240** 241 (1994)
78. Turchinskaya M et al. *Physica C* **221** 62 (1994)
79. Polyanskii A A et al. *Phys. Rev. B* **53** 8687 (1996)
80. Uspenskaya L S, Rakhmanov A L *Phys. Rev. Lett.* **100** 137002 (2008)
81. Uspenskaya L S, Rakhmanov A L *Phys. Rev. B* **79** 144525 (2009)
82. Uspenskaya L S, Kulakov A B, Rakhmanov A L *Phys. Rev. B* **68** 104506 (2003)
83. Успенская Л С, Кулаков А Б, Рахманов А Л *Письма в ЖЭТФ* **76** 214 (2002) [Uspenskaya L S, Kulakov A B, Rakhmanov A L *JETP Lett.* **76** 180 (2002)]
84. Dötsch H, Schmitt H J *Appl. Phys. Lett.* **24** 442 (1974)

85. Власко-Власов В К, Успенская Л С *ЖЭТФ* **91** 1483 (1986) [Vlasko-Vlasov V K, Uspenskaya L S *Sov. Phys. JETP* **64** 874 (1986)]
86. Успенская Л С, Власко-Власов В К *ЖЭТФ* **101** 944 (1992) [Uspenskaya L S, Vlasko-Vlasov V K *Sov. Phys. JETP* **74** 506 (1992)]
87. Долгополов В Т, Мурзин С С *ЖЭТФ* **73** 2281 (1977) [Dolgopolov V T, Murzin S S *Sov. Phys. JETP* **46** 1195 (1977)]
88. Fisher L M et al. *Solid State Commun.* **97** 833 (1996)
89. Fisher L M et al. *Physica C* **278** 169 (1997)
90. Fisher L M et al. *Solid State Commun.* **103** 313 (1997)
91. Mikitik G P, Brandt E H *Phys. Rev. B* **67** 104511 (2003)
92. Indenbom M V et al. *Nature* **385** 702 (1997)
93. D'Anna G et al. *Physica C* **281** 278 (1997)
94. Uspenskaya L S, Korolev K S, Yarykin P N *Physica C* **423** 181 (2005)
95. Uspenskaya L, Korolev K, Kontuganov D J. *Phys. Conf. Ser.* **43** 599 (2006)
96. Uspenskaya L S, Kontuganov D N *Physica C* **460–462** 1288 (2007)
97. Landau L D, Lifshitz E M *Phys. Z. Sowjetunion* **8** 153 (1935) [Ландау Л Д, Лифшиц Е М, в кн. Ландау Л Д *Собрание трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1969) с. 128]
98. Hubert A *Theorie der Domänenwände in geordneten Medien* (Berlin: Springer-Verlag, 1974) [Хуберт А *Теория доменных стенок в упорядоченных средах* (М.: Мир, 1977)]
99. Власко-Власов В К, Хапиков А Ф *ЖТФ* **59** (7) 91 (1989) [Vlasko-Vlasov V K, Khapikov A F *Sov. Phys. Tech. Phys.* **34** 767 (1989)]
100. Кандаурова Г С *УФН* **172** 1165 (2002) [Kandaurova G S *Phys. Usp.* **45** 1051 (2002)]
101. Kudo K *Phys. Rev. E* **80** 016209 (2009)
102. Дикштейн И Е и др. *ЖЭТФ* **100** 205 (1991) [Dikshtein I E et al. *Sov. Phys. JETP* **73** 114 (1991)]
103. Dötsch H J. *Magn. Magn. Mater.* **4** 180 (1977)
104. Dötsch H *AIP Conf. Proc.* **29** 78 (1976)
105. Schlömann E *IEEE Trans. Magn.* **11** 1051 (1975)
106. Дедух Л М и др. *Письма в ЖЭТФ* **26** 452 (1977) [Dedukh L M et al. *JETP Lett.* **26** 324 (1977)]
107. Горнаков В С и др. *ЖЭТФ* **82** 2007 (1982) [Gornakov V S et al. *Sov. Phys. JETP* **55** 1154 (1982)]
108. Горнаков В С, Дедух Л М, Никитенко В И *ЖЭТФ* **86** 1505 (1984) [Gornakov V S, Dedukh L M, Nikitenko V I *Sov. Phys. JETP* **59** 881 (1984)]
109. Власко-Власов В К, Успенская Л С *ЖЭТФ* **90** 1755 (1986) [Vlasko-Vlasov V K, Uspenskaya L S *Sov. Phys. JETP* **63** 1029 (1986)]
110. Vlasko-Vlasov V K, Uspenskaya L S *J. Magn. Magn. Mater.* **44** 269 (1984)
111. Власко-Власов В К, Успенская Л С, Хапиков А Ф *ФТТ* **36** 2253 (1994) [Vlasko-Vlasov V K, Uspenskaya L S, Khapikov A F *Phys. Solid. State* **36** 1227 (1994)]
112. Vlasko-Vlasov V K et al. *Acta Phys. Pol. A* **68** 53 (1985)
113. Artman J, Charap S, Seagle D *IEEE Trans. Magn.* **19** 1814 (1983)
114. Кандаурова Г С, Пашко А Г, Осадченко В Х *ФММ* **108** (1) 41 (2009) [Kandaurova G S, Pashko A G, Osadchenko V Kh *Phys. Met. Metallogr.* **108** 38 (2009)]
115. Hagedorn F B J. *Appl. Phys.* **41** 1161 (1970)
116. Лисовский Ф В *Физика цилиндрических магнитных доменов* (М.: Сов. радио, 1979)

### Dynamical magnetic structures in superconductors and ferromagnets

**L.S. Uspenskaya**

*Institute of Solid State Physics, Russian Academy of Sciences,  
ul. Ossipyana 2, 142432 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation  
Tel. + 7 (496) 522 82 08. E-mail: uspenska@issp.ac.ru*

**A.L. Rakhmanov**

*Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics, Russian Academy of Sciences,  
ul. Izhorskaya 13, 125412 Moscow, Russian Federation  
E-mail: alrakhmanov@mail.ru*

The mixed state of type-II superconductors exhibits various types of instability (such as the dendrite instability, macroturbulence, chains of macroscopic flux droplets, and twister nucleation), resulting in macroscopic-scale spatial magnetic structures. Analysis reveals a definite analogy between remagnetization dynamics in superconductors and ferromagnets, thus allowing a deeper insight into the subject.

PACS numbers: 74.25.Uv, 74.25.Wx, **74.72. –h**

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201207a.0681

Bibliography — 116 references

*Received 29 August 2011, revised 13 September 2011*

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **182** (7) 681–699 (2012)

*Physics – Uspekhi* **55** (7) (2012)