

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Электрогидродинамика

А.И. Жакин

Дается обзор основных положений электрогидродинамики (ЭГД). Обсуждается основная система ЭГД-уравнений и граничных условий. Рассматриваются условия, при которых справедливы различные ЭГД-модели, а также усредненные уравнения при переменных внешних полях. Даются безразмерные критерии, определяющие основные закономерности электрических и ЭГД-процессов. Приводятся экспериментальные данные и соответствующие теоретические расчёты основных ЭГД-явлений: переходных процессов, звуковых волн в электрическом поле, ЭГД-неустойчивостей, ЭГД-течений и ЭГД-теплообмена.

PACS numbers: 47.65. – d, 66.10.Ed, 82.45. – h

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201205b.0495

Содержание

1. Введение (495).
 2. Система электрогидродинамических уравнений и граничных условий (496).
 - 2.1. Электрогидродинамическое (ЭГД) приближение. Основная система ЭГД-уравнений. 2.2. Термодинамика жидких диэлектриков. Баланс внутренней энергии. 2.3. Контактные процессы. Проблема граничных условий.
 3. Свободная поверхность в электрическом поле (500).
 - 3.1. Баланс зарядов на свободной поверхности. Поверхностная проводимость. 3.2. Ионная структура свободной поверхности. 3.3. Поверхностное натяжение в электрическом поле.
 4. Основные ЭГД-модели (503).
 - 4.1. Омическая модель проводимости. 4.2. Многоионные диссоциационно-инжекционные модели. 4.3. ЭГД-уравнения в переменных внешних полях.
 5. Безразмерные критерии. ЭГД-приближения (506).
 6. Нестационарные и переходные процессы (507).
 - 6.1. Нелинейные ионные волны. 6.2. Смена режимов проводимости. 6.3. Звуковые волны.
 7. ЭГД-неустойчивость и развитие ЭГД-течений при симметричных электродах (510).
 - 7.1. ЭГД-неустойчивость в плоском конденсаторе. 7.2. ЭГД-неустойчивость в цилиндрическом конденсаторе.
 8. Несимметричные электродные системы (513).
 - 8.1. Особенности ЭГД-течений при несимметричных электродах. 8.2. ЭГД-течения в системе плоский – изогнутый электроды. 8.3. Численный анализ ЭГД-течений. 8.4. ЭГД-теплообмен.
 9. Заключение (518).
- Список литературы (518).

1. Введение

Электрогидродинамика (ЭГД) представляет собой междисциплинарный раздел науки, в котором тесно переплелись различные направления: гидродинамика, электростатика, электрохимия, теплофизика и т.д. Объект ЭГД-исследований — это слабопроводящие жидкости (жидкие диэлектрики, углеводородные масла и топлива и т.д.), которые обладают слабой проводимостью ($\sigma \leq 10^{-7} - 10^{-12} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$). Тем не менее именно проводимость обуславливает ряд замечательных эффектов, таких как ЭГД-течения, стабилизация и дестабилизация струй и капель и т.д.

Хотя ЭГД-течения были известны ещё со времён Фарадея, интенсивное развитие электрогидродинамики началось в только 1960-х годах: в США — группой Мелчера [1, 2], в Европе — французским и испанским научными центрами [3–6] и др. [7, 8]. В СССР это направление разрабатывалось в Институте механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова [9] и Харьковском государственном университете [10], где развивались в основном теоретические подходы с точки зрения механики. Интенсивные ЭГД-исследования методами прикладной физики проводились в Институте прикладной физики АН Молдавской ССР [11] и школой Г.А. Остроумова в Ленинградском государственном университете [12] и в настоящее время успешно развиваются в Научно-образовательном центре при Санкт-Петербургском государственном университете [13]. Ряд ЭГД-задач по устойчивости неоднородно нагретой слабопроводящей жидкости и удержанию пузырей и капель электрическим полем был исследован в Пермском государственном университете [14–16]. Большой объём работ по изучению электрофизических процессов в диэлектрических жидкостях, инициированных высоковольтными полями, проведён специалистами по пробой [17–21]. Результаты ЭГД-исследований периода 1960–2000 гг. подытожены в книгах [22, 23] и обзорах [24–26].

Электростатические технологии хорошо изучены, и они нашли широкое применение: производство тонких

А.И. Жакин. Курский государственный технический университет, ул. 50 лет Октября 94, 305040 Курск, Российская Федерация
Тел. (4712) 56-05-90. Факс (4712) 56-18-85
E-mail: zhakin@mail.ru

Статья поступила 16 июня 2011 г.,
после доработки 4 июля 2011 г.

нитей и капилляров [27, 28], электроокраска [1], электростатические пылеуловители [29], струйные принтеры [30] и др. Перспективными являются попытки создания ЭГД-насосов [11, 13, 22] и технологии ЭГД-термостатирования [8, 11].

Однако вплоть до настоящего времени многие электрофизические и электрогидродинамические эффекты являются неожиданными и необъясненными. Так, свободная поверхность в цилиндрическом конденсаторе в области низких полей притягивается к центральному электроду, а в высоких — отталкивается [31]. На заряженной первоначально плоской поверхности формируются устойчивые деформационные образования типа лунок [32], т.е. поверхность прогибается в сторону, противоположную направлению действия поверхностной силы. Дисперсные частицы вблизи электрода, контактирующего с жидким диэлектриком, совершают своеобразные колебательные движения, притягиваясь к электроду и отталкиваясь от него [12]. Довольно неожиданным является кластерообразование заряженных дисперсных частиц (стеклянных сфер) в низкотемпературной плазме низкого давления [33]. При этом возникает вопрос о физическом механизме таких кластеров, а также необходим анализ их устойчивости, подобный известной теореме Ирншоу о неустойчивости равновесного состояния системы зарядов [34]. В биологии не ясна роль электрического разряда в инициации деления яйцеклетки при клонировании [35]. Стандартное объяснение, состоящее в том, что микроразряд эквивалентен процессу проникновения сперматозоида в клетку, не является убедительным, поскольку физико-химические процессы, происходящие в этих случаях, различны. Нельзя также не упомянуть явление шаровой молнии [36], привлекающее постоянное внимание. Этот список можно продолжить, но даже приведённые примеры убедительно свидетельствуют, что электрофизические и электрогидродинамические эффекты недостаточно исследованы и требуется их дальнейшее изучение. Следует отметить, что непредсказуемость многих ЭГД-эффектов обусловлена нелинейным и сложным характером физико-химических процессов, что вызывает известные трудности их исследования.

В данном обзоре мы попытаемся дать картину развития ЭГД-эффектов в жидких диэлектриках в широком диапазоне напряжённостей электрических полей, основываясь на классических представлениях о физико-химических процессах, происходящих как в объёме жидкого диэлектрика, так и на поверхностях раздела жидкость — электрод и жидкость — газ. Настоящий обзор является продолжением цикла работ [24, 25] по исследованию электрофизических и электрогидродинамических свойств жидких диэлектриков и развитию соответствующих приложений.

2. Система электрогидродинамических уравнений и граничных условий

2.1. Электрогидродинамическое (ЭГД) приближение.

Основная система ЭГД-уравнений

В ЭГД-приближении пренебрегают излучением зарядов и предполагают, что энергия электрического поля значительно больше энергии магнитного поля. Для практики, помимо условий нерелятивистского приближения $V \ll c$

и плотности среды $\lambda \ll L$ (V — скорость, λ — длина свободного пробега, L — характерный внешний размер), удобно записать приближение электрогидродинамики в виде неравенств

$$\frac{\varepsilon\omega L}{c} \ll 1, \quad \frac{\sigma L}{\varepsilon c} \ll 1, \quad (1)$$

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость, σ — проводимость среды, ω — частота изменения внешнего электрического поля, c — скорость света. Первое неравенство называют условием электростатического приближения, второе выражает малость магнитной энергии по сравнению с электрической, т.е. токи в среде настолько малы, что индуцированным ими магнитным полем можно пренебречь.

Систему ЭГД-уравнений можно записать в различных видах. Применение аппарата термодинамики необратимых процессов [37, 38] приводит к довольно громоздкой системе уравнений, учитывающей малые добавочные члены, связанные, например, с термо- и бародиффузией, электрокалорическим эффектом и т.д. В случае слабопроводящих сред, таких как жидкие диэлектрики, слабоионизованные плотные газы и т.п., основную систему уравнений обычно записывают в виде [1–12] (система СИ):

$$\rho \left(\frac{\partial V_i}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_i}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} (p_{ik} + T_{ik}) + \rho f_i, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon \varepsilon_0 E_i}{\partial x_i} = q, \quad E_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial j_i}{\partial x_i} = 0. \quad (3)$$

Здесь ρ — массовая плотность среды, V_i — компоненты скорости, f_i — массовая плотность внешних сил, p_{ik} , T_{ik} — компоненты тензоров механических и максвелловских напряжений, E_i , φ — напряжённость и потенциал электрического поля, q — плотность объёмного заряда, j_i — компоненты плотности полного электрического тока \mathbf{j} , ε_0 — электрическая постоянная, $i, k = 1, 2, 3$.

Уравнения (2) — механические; первое определяет баланс импульсов в произвольной точке среды, второе — это уравнение неразрывности. Соотношения (3) являются уравнениями электростатики.

Система уравнений (2), (3) замыкается обычными соотношениями:

$$p_{ik} = -p\delta_{ik} + \tau_{ik}, \quad T_{ik} = -\left(\frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 - p_{\text{str}}\right)\delta_{ik} + \varepsilon\varepsilon_0 E_i E_k, \quad (4)$$

$$p_{\text{str}} = \frac{\varepsilon_0}{2} \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} E^2,$$

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}^* + q\mathbf{V}, \quad (5)$$

где p — механическое давление, τ_{ik} — компоненты тензора вязких напряжений, p_{str} — стрикционное давление, \mathbf{j}^* — миграционный ток, $q\mathbf{V}$ — конвективный ток.

2.2. Термодинамика жидких диэлектриков.

Баланс внутренней энергии

В случае неоднородно нагретой жидкости необходимо составить уравнение баланса внутренней энергии. Определяя термодинамическую систему как систему среда + поле, принимают, что энергетический баланс малого элемента системы в терминах удельных величин записы-

вается в виде [38, 39]

$$\rho du' = \rho T ds - \rho p' d\left(\frac{1}{\rho}\right) + \mathbf{E} d\mathbf{D}. \quad (6)$$

Здесь \mathbf{D} — вектор электрической индукции, T — температура среды, u' и s — внутренняя энергия и энтропия единицы массы термодинамической системы, p' — имеющий размерность давления параметр, подлежащий определению (см. формулы (8) и (10)).

В случае многокомпонентной среды соотношение (6) удобно записать в виде

$$\rho du = \rho T ds - \rho \tilde{p} d\left(\frac{1}{\rho}\right) + \mathbf{E} d\mathbf{P} + \rho \sum_{i=1}^{\kappa} \mu_i c_i dc_i, \quad (7)$$

где $u = u' - \varepsilon_0 E^2/2\rho$, $\tilde{p} = p' + \varepsilon_0 E^2/2$, \mathbf{P} — вектор поляризации, μ_i — химический потенциал единицы массы среды, c_i — концентрация i -го компонента ($c_i = \rho_i/\rho$, ρ_i — массовая плотность i -го компонента), κ — число компонентов, причём индекс $i = \kappa$ относится к несущей жидкости.

В соотношении (7) под u и s следует понимать удельные внутреннюю энергию и энтропию только среды, исключая поле. Вводя плотность свободной энергии $F = F(\rho, T, \mathbf{E}, c_1, c_2, \dots, c_{\kappa-1}) = u - \mathbf{E}\mathbf{P}/\rho - Ts$, из (7) получаем

$$dF = -s dT - \rho p_* d\left(\frac{1}{\rho}\right) - \frac{\mathbf{P} d\mathbf{E}}{\rho} + \sum_{i=1}^{\kappa-1} \zeta_i c_i dc_i, \quad (8)$$

где $\zeta_i = \mu_i - \mu_\kappa$, $p_* = \tilde{p} + \mathbf{E}\mathbf{P}$.

Интегрированием (8) получаем $F = F_0 + F_E$, $u = u_0 + u_E$, $p_* = p + p_E$, $s = s_0 + s_E$, $\zeta_i = \zeta_{0i} + \zeta_{Ei}$, где члены u_0 , s_0 , ζ_{0i} не зависят от поля. Диэлектрическая проницаемость в жидкостях, которая обычно зависит только от плотности и температуры, определяется, например, обобщённой формулой Лоренца – Лоренца [34]

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3m} \beta_0 \rho + \frac{4\pi}{3} \sum_i \beta_i n_i, \quad (9)$$

где β_0 и m — поляризуемость и масса молекул несущей жидкости, β_i — поляризуемость ионов i -го компонента. В этом случае

$$F_E = -\frac{\mathbf{E}\mathbf{P}}{2\rho}, \quad u_E = \frac{\mathbf{E}\mathbf{P}}{2} + Ts_E, \quad s_E = \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} E^2, \quad (10)$$

$$\zeta_{Ei} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial c_i} \frac{E^2}{2\rho}, \quad p_E = p_{\text{str}} + \frac{\mathbf{E}\mathbf{P}}{2}.$$

Для нахождения баланса внутренней энергии необходимо найти уравнение, определяющее баланс энтропии. Для этого постулируется уравнение баланса энергии термодинамической среды "в целом", т.е. системы среда + поле. Поскольку эта система замкнутая, уравнение баланса энергии должно иметь дивергентную форму; на основании физических соображений запишем его в виде [38]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\frac{V^2}{2} + u \right) + \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \right] = -\text{div} \left[\rho \left(\frac{V^2}{2} + u \right) \mathbf{V} + \mathbf{q} + \mathbf{S} + \sum_{i=1}^{\kappa} u_i \mathbf{I}_i - \mathbf{e}_i p_{ij} V_j + p_E \mathbf{V} \right]. \quad (11)$$

Здесь \mathbf{q} , $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ — векторы плотностей потока тепла и электромагнитной энергии, u_i и \mathbf{I}_i — массовая плотность внутренней энергии и плотность потока массы i -го компонента, \mathbf{e}_i — орты декартовой системы координат, p_E — поляризационное давление. Далее, используя уравнение баланса кинетической энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{V^2}{2} \right) = -\text{div} \left[\left(\rho \frac{V^2}{2} \right) \mathbf{V} + \mathbf{e}_i p_{ij} V_j \right] - p_{ij} \frac{\partial V_j}{\partial x_i} + V_i \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}$$

и тождество

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \right) = -\text{div} \mathbf{S} - \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} - \mathbf{j} \mathbf{E},$$

из (11) получаем уравнение баланса внутренней энергии, которое после простых преобразований записывается в стандартном виде [37]:

$$\rho \left(\frac{du_0}{dt} + \frac{d(Ts_E)}{dt} \right) = -\text{div} \left(\mathbf{q} + \sum_{i=1}^{\kappa} u_i \mathbf{I}_i \right) - p \text{div} \mathbf{V} + \dot{\xi}_T + \dot{\xi}_P, \quad (12)$$

$$\dot{\xi}_T = \mathbf{j}^* \mathbf{E} + \tau_{ij} \frac{\partial V_j}{\partial x_i}, \quad \dot{\xi}_P = p_{\text{str}} \text{div} \mathbf{V} + \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

Здесь $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{V}\nabla$ — полная производная, $\dot{\xi}_T$ — джоулево и вязкое тепловыделение, $\dot{\xi}_P$ — тепловыделение за счёт переполаризации среды. Следует отметить, что ограничение на частоты (1) выполняется вплоть до значения 10^9 Гц, но уже в области частот 10^3 Гц предположение о мгновенной релаксации поляризации несправедливо. Это приводит к разогреву среды вследствие вращения диполей. В данном случае диэлектрические потери записывают в виде

$$\dot{\xi}_P = 0,5\omega\varepsilon\varepsilon_0 E^2 \tan \varphi, \quad (13)$$

где $\tan \varphi$ называют тангенсом угла диэлектрических потерь [17, 18].

Комбинируя (7) и (12), можно получить уравнение баланса энтропии, совпадающее с уравнением, приведённым в [37], на основании которого стандартными методами термодинамики необратимых процессов получают замыкающие соотношения для термодинамических потоков \mathbf{q} , \mathbf{I}_i , p_{ij} . Наконец, уравнение (12) в предположении $u_0 = u_0(T)$, $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$ представляет собой уравнение теплопроводности, в котором учитывается диэлектроркалорический эффект (член $\rho d(Ts_E)/dt$), а также тепловыделение за счёт сжимаемости среды и различных физико-химических процессов.

В случае многокомпонентных сред, какими являются жидкие диэлектрики, имеем $u_0 = \sum_{i=1}^{\kappa} u_{0i} c_i$, где u_{0i} — внутренняя энергия i -го компонента. Далее, используя уравнение баланса ионных компонентов [37, 40]

$$\rho \frac{dc_i}{dt} = -\text{div} \mathbf{i}_i^* + \dot{\xi}_i, \quad (14)$$

где \mathbf{i}_i^* — парциальные плотности частичных потоков (см. раздел 2.3), с учётом $c_\kappa \sim 1$, $c_i \ll 1$, $i = 1, \dots, \kappa - 1$ и термодинамического соотношения

$$\frac{du_{\kappa 0}}{dt} = \frac{\partial u_{\kappa 0}}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \frac{\partial u_{\kappa 0}}{\partial p} \frac{dp}{dt} = c_v \frac{dT}{dt} + \left(p - T \frac{\partial p}{\partial T} \right) \frac{1}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}$$

получим

$$\rho c_v \frac{dT}{dt} + \rho \frac{d(Ts_E)}{dt} = -\operatorname{div} \mathbf{q} - \sum_{i=1}^{\kappa} \mathbf{i}_i^* \nabla u_{i0} - T \frac{\partial p}{\partial T} \operatorname{div} \mathbf{V} + \dot{\xi}_T + \dot{\xi}_P + \dot{\xi}_x, \quad (15)$$

$$\dot{\xi}_x = - \sum_{i=1}^{\kappa} u_{i0} \dot{\xi}_i, \quad (16)$$

где $\dot{\xi}_x$ — тепловыделение в результате химических реакций, c_v — удельная теплоёмкость при постоянном объёме. В частности, для мономолекулярной реакции распада ионных пар (см. раздел 3.2) имеем

$$\dot{\xi}_x = -h_0 \dot{\xi}, \quad h_0 = u_{10} + u_{20} - u_{30}, \quad (17)$$

где h_0 , $\dot{\xi}$ — тепловой эффект и скорость реакции распада соответственно, u_{30} — внутренняя энергия ионных пар, u_{10} , u_{20} — внутренние энергии моноионов (продуктов реакции).

2.3. Контактные процессы.

Проблема граничных условий

Для описания электропроводности многокомпонентных сред вводят парциальные плотности частичных потоков i -х компонентов \mathbf{i}_i^* , так что $\mathbf{j}^* = \sum_i e_i \mathbf{i}_i^*$ (здесь и далее символ \sum_i означает суммирование по всем ионным компонентам). Потоки \mathbf{i}_i^* задаются следующими кинетическими соотношениями:

$$\mathbf{i}_i^* = -D_i \nabla n_i + (\operatorname{sign} e_i) b_i n_i \mathbf{E}, \quad (18)$$

где D_i и b_i — коэффициенты диффузии и подвижности ионов соответственно, e_i и n_i — заряд и концентрация ионов i -го сорта.

Уравнения баланса концентраций ионных компонентов n_i определяются уравнениями неразрывности с источниками $\dot{\xi}_i$ (см., например, [37, 40])

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div} (\mathbf{i}_i^* + n_i \mathbf{V}) = \dot{\xi}_i, \quad (19)$$

где $\dot{\xi}_i$ определяются химическими реакциями между заряженными компонентами (см. раздел 4.2).

Одной из самых сложных проблем электрофизики является задача определения граничных условий для уравнений (19). Формулировка универсальных граничных условий в ЭГД невозможна ввиду того, что в области высоковольтных полей в зависимости от свойств поверхности электрода и жидкости могут происходить различные физико-химические процессы. С математической точки зрения существуют два подхода: в первом на границах задают парциальные токи \mathbf{i}_i^* , во втором — концентрации инжектируемых ионных компонентов. Выбор того или иного типа граничных условий требует тщательного изучения контактных процессов, чем и обусловлена вышеупомянутая сложность. Рассмотрим некоторые общепринятые модели инжекционных процессов.

2.3.1. Эмиссия электронов. Сильные электрические поля инициируют два типа электронной эмиссии с поверхности металлических катодов [41, 42].

Первый тип эмиссии вызван снижением потенциального барьера на границе металла на величину ΔU_E , которая вычисляется следующим образом. Пусть r_0 — характерный размер атома. Потенциальная энергия электрона на расстоянии $x \gg r_0$ с учётом потенциала сил изображения определяется как [41] $\Pi = U_0 - \Delta U_E(x)$, где $\Delta U_E(x) = e^2/16\pi\epsilon\epsilon_0 x + eEx$, x — координата, направленная в глубь жидкости, с началом на поверхности металла. Функция $\Delta U_E(x)$ достигает минимума при $x_* = \sqrt{e/16\pi\epsilon\epsilon_0 E}$. Отсюда находим $\Delta U_E = \Delta U_E(x_*) = e\sqrt{eE/4\pi\epsilon\epsilon_0} = \Phi_E$, поэтому закономерность усиления инжекции полем определяется законом Шотки

$$j = j_0(T) \exp \frac{\Phi_E}{k_B T}, \quad \Phi_E = e \sqrt{\frac{eE}{4\pi\epsilon\epsilon_0}}, \quad (20)$$

где $j_0(T)$ — ток термоэмиссии, определяемый выражением Ричардсона–Дешмана $j_0(T) = AT^2 \exp(-\Phi_m/k_B T)$. Здесь $A = A_0(1 - \bar{r})$, где \bar{r} — усреднённый по энергиям коэффициент отражения электронов от границы раздела металл–вакуум, $A_0 = 120,4 \text{ А см}^{-2} \text{ К}^{-2}$, Φ_m — работа выхода электрона из металла. Значение коэффициента A , которое существенно зависит от состояния поверхности (наличия оксидных плёнок, адсорбированных ионов, дефектов, пористости и т.д.), находится в пределах $15\text{--}350 \text{ А см}^{-2} \text{ К}^{-2}$ [41]. Работа выхода металлов изменяется в пределах 2,2–4,5 эВ (самые низкие значения у щелочных металлов: Li — 2,5 эВ, Na — 2,3 эВ, K — 2,2 эВ; у типичных металлов: Cu, Ag — 4,5 эВ, Au — 4,9 эВ, Al — 4,2 эВ, Fe — 4,4 эВ, W — 4,5 эВ). При комнатных температурах $k_B T = 1/40 \text{ эВ}$.

Так как множитель $\exp(-\Phi_m/k_B T)$ принимает чрезвычайно малые значения (порядка $\exp(-80) \approx 10^{-35}$), то при комнатных температурах токи термоэмиссии практически отсутствуют. Даже при пробойных напряжениях $E = 10^7 \text{ В м}^{-1}$ понижение потенциала для неполярных диэлектриков ($\epsilon = 2,2$) составляет всего $\Phi_E \sim 0,08 \text{ эВ}$.

Отсюда можно сделать вывод, что инжекция Шотки в жидкий диэлектрик играет существенную роль только в случае чрезвычайно низких значений работы выхода, например, при наличии адсорбционных слоёв или металлизированных оксидных плёнок [41]. На практике поверхности металлических электродов почти всегда покрыты оксидными плёнками. Оксиды наиболее распространённых металлов имеют сравнительно высокие значения работы выхода (оксиды меди — 1,8–5,15 эВ; железа — 3,4–3,8 эВ; титана — 3,0–6,2 эВ; цинка — 3,9–5,0 эВ; алюминия — 3,8–4,7 эВ [32]). Поэтому можно сделать вывод о том, что при отсутствии заряженных адсорбционных слоёв инжекция Шотки с катода в жидкий диэлектрик в допробойных полях несущественна. Этот вывод подтверждается данными о вольтамперных характеристиках (ВАХ), которые в условиях развитой электроконвекции имеют, как правило, квадратичную зависимость [13, 24].

Второй тип электронной эмиссии, наблюдаемый в сильных полях ($E > 10^3 \text{ кВ см}^{-1}$), представляет собой холодную эмиссию электронов с катода, токи которой определяются соотношением Фаулера–Нордгейма

$$j = AE^2 \exp\left(-\frac{B}{E}\right). \quad (21)$$

В электрогидродинамике холодная эмиссия электронов может оказывать влияние только в случае чрезвычайно заострённых отрицательных электродов, которые с точки зрения прикладной ЭГД не являются эффективными инжекторами, поскольку не обеспечивают достаточно развитой электроконвекции.

2.3.2. Инжекция ионов. При наличии на поверхности металла физически адсорбированных ионов, удерживаемых силами изображения, в сильных полях возможна инжекция ионов как с катода, так и с анода [43]. В общем случае поверхностные ионы могут образовываться в результате обратимых окислительно-восстановительных реакций, например на катоде, $X + e^- \leftrightarrow X^-$. Здесь X — электроноакцептор, который, как правило, представляет собой химически активную часть молекулы (в галогеноводородах — йодбензоле, бромбензоле и др. — это атомы йода и брома соответственно) или молекулы йода I_2 в растворах неполярных углеводородных диэлектриков [44–46]. Прямая и обратная реакции характеризуются константами скоростей k_{X1} и k_{X2} соответственно, вычисление которых в общем случае представляет собой очень сложную задачу ввиду отсутствия информации о структуре реальной поверхности (наличие дефектов, шероховатостей, плёнок и т.д.) и необходимости учёта влияния двойного электрического слоя (диффузионного слоя), структура которого в общем случае неизвестна.

Основываясь на общетеоретических положениях и модельных представлениях, проведём следующие рассуждения. Реакция может идти по двум каналам. При отсутствии внешнего поля (либо в слабых полях) электронные переходы происходят вследствие перекрытия электронных орбиталей [47]. В этом случае обычно имеет место сильная хемосорбция ионов X^- . В сильных полях электроны "вытягиваются" из зоны проводимости, образуя двумерные электронные облака [48–51] с поверхностной концентрацией n_{se} . В этом случае скорость прямой реакции $X + e^- \rightarrow X^-$ выражается как [52] $\dot{\xi} = \langle V_e \sigma_e \rangle n_{se} c_X$, где c_X — концентрация нейтральных атомов X , V_e и σ_e — скорость и сечение захвата электронов (угловые скобки означают усреднение по скоростям электронов). Отсюда следует, что константа k_{X1} выражается в виде

$$k_{X1} = \langle V_e \sigma_e \rangle n_{se}. \quad (22)$$

В обоих случаях на поверхностях электродов можно задать концентрации инжектируемых зарядов n_i как функции напряжённости электрического поля на электроде. Например, для реакции $X + e^- \leftrightarrow X^-$ имеем [23, 53]

$$n_i = n_c(E) \equiv \frac{k_{X1} c_X}{b_1 E_{loc} + k_{X2} G(E_{loc})}, \quad (23)$$

$$G(E_{loc}) = \frac{e E_{loc}}{k_B T} \int_{r_0}^{\infty} \frac{g(x)}{g(r_0)} dx, \quad g(x) = \exp \frac{\Pi(x)}{k_B T},$$

$$\Pi(x) = -e E_{loc} + \Pi_i(x), \quad \Pi_i(x) = -\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x}.$$

Здесь b_1 и r_0 — подвижность и эффективный размер ионов X^- , $\Pi_i(x)$ — потенциал сил изображения, E_{loc} — локальное поле на поверхности электрода, которое может существенно отличаться от среднего поля E на поверхности [25]. Например, в случае шероховатых электродов

можно считать, что электрическое поле инициирует инжекционные процессы на остриях микронеоднородностей. В этом случае полагают $E_{loc} = \beta_s E$, где β_s — коэффициент усиления поля, имеющий порядок $10-10^3$ [54].

По существу, соотношение (23) описывает два процесса: электронный переход на адсорбированный электроноакцептор X и последующий активационный переход иона X^- из зоны физической адсорбции поверхности электрода в объём жидкости под действием внешнего электрического поля. При $b_1 E_{loc} \ll k_{X2} G(E_{loc})$ из (23) получаем инжекционную функцию физически адсорбированных зарядов на металлической поверхности [55]:

$$n_i = \frac{n_0}{G(E_{loc})}, \quad (24)$$

где $n_0 = k_{X1} c_X / k_{X2}$ — постоянная концентрация адсорбированных ионов.

Отметим, что для точечных ионов ($r_0 \rightarrow 0$) функция $G(E_{loc})$ трансформируется в модифицированную функцию Бесселя нулевого порядка, $G(E_{loc}) \rightarrow I_0(E_{loc})$, которая в области сильных полей имеет экспоненциальную асимптотику, аналогичную инжекции Шотки (20).

Принято считать [41], что соотношения (20), (21), как и (23), (24), справедливы в идеализированных случаях, в которых поверхность электрода является плоской и не содержит дефектов. В реальных случаях даже тщательно отполированные электроды имеют шероховатости [56] и дефекты, которые являются адсорбционными центрами, обуславливающими инжекционные процессы (рис. 1). Образование инжекционных центров усложняется при наличии активных компонентов, способных к электрохимическому превращению. Так, в тонких слоях ферромагнитного коллоида, стабилизированного олеиновой кислотой, возникают своеобразные спиральные ЭГД-движения, расходящиеся от неподвижных центров [57, 58] (рис. 2). На наш взгляд, геометрические центры этих структур являются участками электрохимической инжек-

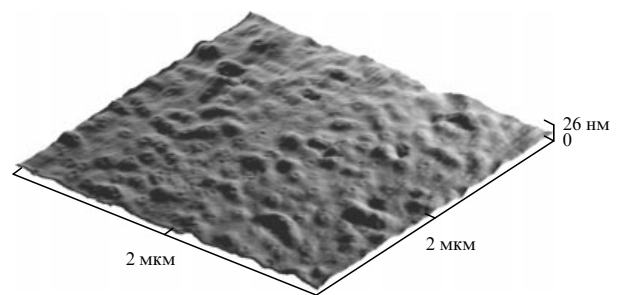


Рис. 1. Хорошо отполированная поверхность меди (размер шероховатостей не более 20 нм). Изображение получено с помощью атомно-силовой микроскопии [56].

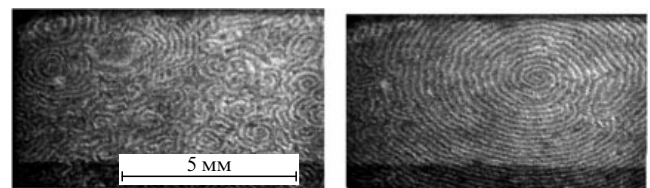


Рис. 2. Картины пульсирующего ЭГД-движения в тонком слое ферромагнитной жидкости: масштаб и формы спиральных структур. (По данным [57, 58].)

ции зарядов, которые инициируют либо ЭГД-движения, либо автоволновые химические реакции [59]. Отметим, что образование инжекционных центров на поверхностях электродов типично для поверхностных электронных процессов, о чём свидетельствуют, например, данные электронной эмиссионной микроскопии [41]. Следует также отметить, что адсорбция примеси на электродах существенно зависит от материала электрода, напряжённости электрического поля и времени пропускания тока. Например, данные по ампер-временным характеристикам растворов трансформаторного масла с йодом в плоском конденсаторе показывают, что при средней напряжённости поля $E = U/d = 7,3 \text{ кВ см}^{-1}$ проводимость в случае медных электродов уменьшается в течение четырёх часов более чем на порядок, а в случае титановых — практически не изменяется за это же время [60].

Хотя уравнения (20), (21), (24) получены для идеализированных условий, тем не менее они удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Так, в [25] показано, что поверхностная концентрация электронов n_{se} , индуцированная высоковольтным полем, пропорциональна квадрату локальной напряжённости: $n_{se} \sim E_{loc}^2$, что согласуется как с квадратичными ВАХ, так и с данными по скоростям ЭГД-течений. В этом случае из (24) при малой скорости обратной реакции следует так называемый линейный закон инжекции [25, 53]

$$n_i = \eta_c E, \quad (25)$$

где η_c — коэффициент инжекции на катоде.

Отметим ещё один, весьма специфичный, тип ионной инжекции из ионитовых мембран в полярную жидкость. Такая инжекция реализуется, когда диэлектрическая проницаемость жидкости настолько высока, что ионы из мембраны "вытягиваются" в объём жидкого диэлектрика. В этом случае концентрацию инжектируемых ионов на мембране считают постоянной, а саму инжекцию называют автономной [3–5].

3. Свободная поверхность в электрическом поле

При исследовании поверхностных эффектов обычно не учитывается конечная поверхностная проводимость, а также предполагается, что коэффициент поверхностного натяжения не зависит от электрического поля. Ниже мы рассмотрим обоснование этих допущений, а также обсудим расхождения в формулировке баланса поверхностного заряда на свободной поверхности (см., например, [1, 2, 23, 38, 61]).

3.1. Баланс зарядов на свободной поверхности.

Поверхностная проводимость

Уравнение баланса концентрации n_{si} поверхностных зарядов i -го компонента выводится стандартным методом [62]. Вначале записывается баланс числа зарядов в интегральной форме для материального объёма ΔW , охватывающего малый участок поверхности $\Delta \Gamma$, в локальной системе координат (рис. 3):

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta \Gamma} n_{si} dS = - \int_{\Delta L} \mathbf{i}_{si}^* \mathbf{n}_t dl - \int_{\Delta S} \mathbf{i}_i^* \mathbf{n} dS + \int_{\Delta \Gamma} \dot{\xi}_{si} dS, \quad (26)$$

где ΔL — контур, охватывающий $\Delta \Gamma$, \mathbf{n}_t — поверхностная внешняя нормаль к ΔL , ΔS — граница объёма ΔW , \mathbf{n} —

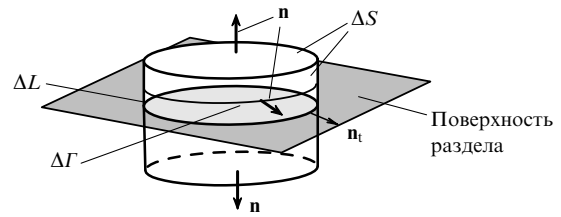


Рис. 3. Выбор контрольного объёма ΔW .

внешняя нормаль к ΔS , \mathbf{i}_{si}^* , \mathbf{i}_i^* — миграционные поверхностный и объёмный потоки, $\dot{\xi}_{si}$ — источник поверхностной генерации зарядов. Далее, используя формулу для производной от материального объёма [63–65]

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta \Gamma} n_{si} dS = \int_{\Delta \Gamma} \left(\frac{\partial n_{si}}{\partial t} + \text{div}_s (n_{si} \mathbf{V}_t) - 2H n_{si} V_n \right) dS$$

и формулу Гаусса – Остроградского

$$\int_{\Delta L} \mathbf{i}_{si}^* \mathbf{n}_t dl = \int_{\Delta \Gamma} \text{div}_s \mathbf{i}_{si}^* dS,$$

после стягивания объёма ΔW в точку из (26) получаем следующее уравнение баланса поверхностной концентрации зарядов:

$$\frac{\partial n_{si}}{\partial t} + \text{div}_s (\mathbf{i}_{si}^* + n_{si} \mathbf{V}_t) - 2H n_{si} V_n = -[i_m^*] + \dot{\xi}_{si}. \quad (27)$$

Здесь \mathbf{V}_t — тангенциальная компонента скорости на поверхности, H — средняя кривизна поверхности, V_n , i_m^* — нормальные компоненты векторов \mathbf{V} , \mathbf{i}_i .

Возникает вопрос об определении поверхностных потоков \mathbf{i}_{si}^* и источников $\dot{\xi}_{si}$ для каждого типа ионов. В случае активационного движения ионов поверхностный поток определяется аналогично (18):

$$\mathbf{i}_i^* = -D_{si} \nabla_s n_{si} + (\text{sign } e_i) b_{si} n_{si} \mathbf{E}_t, \quad (28)$$

где D_{si} , b_{si} — поверхностные коэффициенты диффузии и подвижности, \mathbf{E}_t — тангенциальная компонента поля, ∇_s — градиент на поверхности [63, 64].

Источники $\dot{\xi}_{si}$ можно определить, вводя поверхностные ионные пары и диссоциационно-рекомбинационные взаимодействия. Однако имеются важные особенности в определении источников $\dot{\xi}_{si}$, обусловленные каталитической активностью поверхности [66]. В частности, на поверхности могут происходить химические и адсорбционно-десорбционные процессы с участием вещества из объёма жидкости. Поэтому определение источников $\dot{\xi}_{si}$ представляет собой важную и, вообще говоря, непростою задачу физической химии.

Определяя полный поверхностный заряд $q_s = \sum_i e_i n_{si}$, ток $\mathbf{j}_s^* = \sum_i e_i \mathbf{i}_{si}^*$ и источник $\dot{\xi}_s = \sum_i e_i \dot{\xi}_{si}$, из (27) получим уравнение баланса полного заряда

$$\frac{\partial q_s}{\partial t} + \text{div}_s (\mathbf{j}_s^* + q_s \mathbf{V}_t) - 2H q_s V_n = -[j_n^*] + \dot{\xi}_s. \quad (29)$$

Это уравнение без учёта членов $2H q_s V_n$, $\dot{\xi}_s$ использовалось в многочисленных исследованиях ЭГД-эффектов на заряженных свободных поверхностях (см., например, [2, 61]). Ясно, что в случае плоских поверхностей учёт члена с кривизной необязателен. Однако в случае искривлённых

поверхностей (струй, капель и т.д.), особенно при исследовании нелинейных эффектов или колебательных возмущений, кривизна поверхности может быть определяющим фактором.

Если коэффициенты поверхностной диффузии каждого компонента одинаковы, то с учётом (28) получаем аналог закона Ома для поверхностного тока:

$$\mathbf{j}_s^* = -D_s \nabla_s q_s + \sigma_s \mathbf{E}_t, \quad \sigma_s = \sum_i e_i b_{si} n_{si}. \quad (30)$$

В общем случае коэффициент поверхностной проводимости σ_s не является физической константой. Так же как и в случае объёмной проводимости, постоянство σ_s может обеспечиваться при условии, что поверхностные ионы сильно связаны, например вследствие диссоциационно-рекомбинационной реакции. Если поверхностные ионы не хемосорбируются, т.е. находятся в переходном слое внутри жидкости (см. раздел 3.2), то можно считать, что поверхностные и объёмные подвижности ионов совпадают, $b_{si} = b_i$.

3.2. Ионная структура свободной поверхности

При исследовании ионной структуры свободной поверхности будем считать, что жидкость имеет диссоциационную проводимость, обусловленную распадом ионных пар A^+B^- за счёт обратимой реакции



где k_d — константа скорости распада ионных пар A^+B^- , α_{11} — коэффициент парной рекомбинации моноионов A^+ , B^- . В равновесии концентрации ионов $n_1(A^+)$, $n_2(B^-)$ равны: $n_1 = n_2 = n_0 = \sqrt{k_d N / \alpha_{11}}$, где N — концентрация ионных пар.

Вблизи поверхности концентрации ионов изменяются: $n_i = n_i(x)$, где x — направленная в глубь жидкости нормальная координата, имеющая начало на поверхности. В приближении средних сил \mathbf{F}_i концентрации $n_i(x)$ определяются первыми уравнениями цепочки Боголюбова: $k_B T \nabla n_i + n_i \mathbf{F}_i = 0$ ($i = 1, 2$). Вводя потенциалы средних сил $\mathbf{F}_i = -\nabla \Pi_i$, получим

$$n_i = n_0 \exp\left(-\frac{\Pi_i}{k_B T}\right), \quad i = 1, 2. \quad (32)$$

Потенциал Π_i состоит из двух слагаемых: потенциала короткодействующих сил $\Pi_s(x)$,

$$\Pi_s(x) = \frac{\beta}{x}, \quad \beta = \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1}, \quad (33)$$

и потенциала взаимодействия зарядов с электрическим полем $e_i\varphi$, который формируется ионами и внешним полем:

$$\Pi_i = \Pi_s + e_i\varphi, \quad i = 1, 2. \quad (34)$$

Для однозарядовых ионов $e_1 = e$, $e_2 = -e$, что и будем в дальнейшем учитывать. Распределение потенциала электрического поля определяется уравнением Пуассона

$$\Delta\varphi = \frac{(n_2 - n_1)e}{\epsilon\epsilon_0} = \gamma \exp\left(-\frac{r_d}{x}\right) \sinh \frac{\varphi}{\varphi_0}, \quad (35)$$

$$r_d = \frac{\beta}{k_B T}, \quad \gamma = \frac{2en_0}{\epsilon\epsilon_0}, \quad \varphi_0 = \frac{k_B T}{e}.$$

Граничные условия для уравнения (35) имеют вид

$$E_n = -\epsilon \frac{d\varphi}{dx} \quad \text{при } x = 0, \quad \varphi < \infty \quad \text{при } x \rightarrow \infty, \quad (36)$$

где E_n — нормальная компонента внешнего электрического поля.

Для анализа системы (35), (36) введём безразмерные переменные $\Phi = \varphi/\varphi_0$, $s = x/r_d$, где $r_d = \sqrt{\epsilon\epsilon_0 k_B T / 2e^2 n_0}$ — радиус Дебая. В новых переменных имеем

$$\Delta\Phi = \exp\left(-\frac{p}{s}\right) \sinh \Phi; \quad s = 0: \quad \frac{d\Phi}{ds} = -\eta, \quad \Phi(\infty) < \infty, \quad (37)$$

$$p = \frac{r_d}{r_D}, \quad \eta = \frac{E_n}{E_D}, \quad E_D = \frac{\epsilon\varphi_0}{r_D}.$$

При типичных значениях $\sigma = 10^{-12}$ Ом⁻¹ см⁻¹, $\epsilon = 2,2$ и подвижностях $b_1 \sim b_2 \sim b = 10^{-8}$ м² В⁻¹ с⁻¹ получим $n_0 \approx \sigma/(2eb) = 3 \times 10^{16}$ м⁻³, $r_d = 7 \times 10^{-9}$ м, $r_D = 7,3 \times 10^{-5}$ м, $\varphi_0 = 0,025$ В, $E_D = 7,5$ В м⁻¹, параметр $p \leq 10^{-4}$. Поэтому в уравнении (37) множитель $\exp(-p/s)$ можно опустить. В этом случае

$$\Phi = \ln\left(2u^2 - 1 + \sqrt{(2u^2 - 1)^2 - 1}\right), \quad (38)$$

$$u = \frac{1 + a \exp(-2s)}{1 - a \exp(-2s)}, \quad a = \frac{u_0 - 1}{u_0 + 1},$$

$$u_0 = \cosh \frac{\Phi(0)}{2}, \quad \cosh \Phi(0) = 1 + \frac{\eta^2}{2}.$$

Во избежание недоразумений обратим внимание на то, что общее решение уравнения (37) при $p = 0$ в классической монографии [66] приведено с ошибкой.

В сильных полях ($\eta \gg 1$) из (38) имеем

$$u = \frac{\eta[1 + \exp(-2s)]}{\eta - (\eta - 4) \exp(-2s)}, \quad s = \frac{x}{r_D}, \quad (39)$$

что совместно с выражением для Φ в (38) определяет распределение поля в случае плоской поверхности. Из (38) видно, что толщина ионного слоя определяется радиусом Дебая r_D : в случае неполярных слабопроводящих сред $r_D \sim 73$ мкм, а в случае полярных (типа нитробензола, ароматических углеводородов и др.) $r_D \sim 10$ мкм. Таким образом, для заряженных углеводородных капель или тонких струй с микрометровым размером концепция омической проводимости несправедлива, так как перераспределение заряда происходит во всём объёме жидкости. Даже для водопроводной воды при $\epsilon = 81$, $\sigma = 10^{-7}$ Ом⁻¹ см⁻¹ имеем $r_D \sim 1$ мкм и концепция поверхностного заряда справедлива для размеров более 10 мкм.

3.3. Поверхностное натяжение в электрическом поле

Исследование влияния примесей на поверхностное натяжение производится на основе термодинамических и статистических методов [64–66]. Обычно математические выкладки настолько громоздки, что приходится прибегать к различным допущениям, используя, например, комбинации термодинамических и статистических подходов. Различные приближения приводят к расхождениям в результатах вычислений (порядка 30 %) [67]. Поэтому подобные подходы имеют, как правило, качественный характер. Ниже приводятся результаты изуче-

ния влияния электрического поля на основе термодинамического метода изотермы Гиббса.

При наличии примесей изменение коэффициента поверхностного натяжения α описывается изотермой Гиббса [67–69]:

$$d\alpha = - \sum_i \Gamma_i d\mu_i, \quad \Gamma_i = \int_{-\infty}^{\infty} (n_i(x) - n_i^{1,2}) dx, \quad (40)$$

где μ_i — химический потенциал в расчёте на одну молекулу (ион) i -го компонента, Γ_i — адсорбционные параметры, $n_i(x)$ — одночастичные функции распределения, $n_i^{1,2}$ — постоянные концентрации в объёме 1-й (2-й) фазы. При $\Gamma_i > 0$ говорят, что i -й компонент имеет положительную адсорбцию (при этом поверхностное натяжение уменьшается), при $\Gamma_i < 0$ — отрицательную (поверхностное натяжение увеличивается).

Изотерма адсорбции (40) является точным соотношением, т.е. выводится как из квазитермодинамики, так и статистическими методами [67, 68]. Поэтому проблема сводится к вычислению $n_i(x)$. В рамках модели бионной диссоциационной проводимости (31) в приближении средних сил эти функции определяются согласно (34), (35). Далее возникает проблема определения химического потенциала. Например, в случае электрокапиллярного эффекта на поверхности ртути, граничащей с сильным электролитом, полагают [39]

$$\mu_i = \mu_{0i} + k_B T \ln n_i + e_i \varphi_i,$$

где φ_i — потенциал электрического поля на поверхности ртути ($i = 1$) и на внешней границе двойного электрического слоя (ДЭС) ($i = 2$). При вычислении поверхностного натяжения в системе электролит–газ принимают [67]

$$\mu_i = \mu_{0i} + k_B T \ln n_i + e_i \tilde{\varphi}_i,$$

где $e_i \tilde{\varphi}_i$ — энергия взаимодействия иона, имеющего заряд e_i , с ионной оболочкой. Наконец, используют представление $\mu_i = \mu_{0i} + k_B T \ln n_{0i}$, где n_{0i} — концентрация ионов в объёме жидкости [67, 68].

На наш взгляд, подобные представления, которые связаны с различными методами приближённых вычислений, не имеют достаточных обоснований. Поэтому мы будем исходить из физических соображений. Прежде всего, заметим, что термодинамические функции в (40) являются усреднёнными характеристиками. Действительно, Γ_i — это среднее число i -х частиц на единицу поверхности. Следовательно, химический потенциал μ_i должен соответствовать средней энергии частицы в переходном слое. Так как $n_i(x)$ изменяется в переходном слое, то и химический потенциал μ_i' частицы в переходном слое также является переменной функцией — $\mu_i'(x)$. В случае слабопроводящих сред взаимодействие с ионной оболочкой незначительно, поэтому принимаем $\mu_i' = \mu_{0i} + k_B T \ln n_i(x)$. Тогда $\mu_i = \mu_{0i} + k_B T \langle \ln n_i(x) \rangle$, где угловые скобки обозначают усреднение по переходному слою. Используя (32), получаем $\langle \ln n_i(x) \rangle = \ln n_0 - U_i/k_B T$, где $U_i = \langle \Pi_i(x) \rangle$ — усреднённый потенциал. Таким образом, $k_B T \partial \mu_i / \partial n_0 = k_B T / n_0 - \partial U_i / \partial n_0$ и соотношение Гиббса (40) запишется как

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n_0} = -k_B T \sum_i \Gamma_i \left(\frac{1}{n_0} - \frac{1}{k_B T} \frac{\partial U_i}{\partial n_0} \right). \quad (41)$$

В случае слабопроводящих жидкостей ДЭС может иметь макроскопический размер и использовать (40) для вычисления Γ_i некорректно. Поэтому примем, что переходный слой имеет толщину δ_s , которая, во-первых, значительно меньше внешнего характерного размера (радиуса струи или капли, длины волны возмущения и т.д.) и, во-вторых, не меньше толщины переходного слоя в чистой жидкости, состоящего из нескольких молекулярных слоёв [66]. В этом случае

$$\Gamma_i = n_0 \int_{r_0}^{\delta_s} \left[\exp \left(-\frac{\Pi_i(x)}{k_B T} \right) - 1 \right] dx, \quad (42)$$

где r_0 — эффективный размер молекулы жидкости (иона).

Интегрируя (41), получим окончательное выражение для α :

$$\alpha = \alpha_0 + \delta\alpha, \quad (43)$$

$$\delta\alpha = k_B T \sum_{i=1}^2 \int_0^{n_0} F_i(n_0) \left(1 - \frac{n_0}{k_B T} \frac{\partial U_i}{\partial n_0} \right) dn_0,$$

$$F_i(n_0) = \int_{r_0}^{\delta_s} \left[1 - \exp \left(-\frac{\Pi_i(x)}{k_B T} \right) \right] dx,$$

где α_0 — коэффициент поверхностного натяжения чистой жидкости.

Отсюда видно, что проблема влияния примесей и внешних полей на поверхностное натяжение свелась к вычислению потенциала средних сил $\Pi_i(x)$. Параметр δ_s , вообще говоря, не определён. Из физических соображений следует, что $\delta_s \gg r_0$. В случае растворов разбавленных электролитов в качестве δ_s принимают радиус Дебая, $\delta_s = r_D$ [69]. В случае слабопроводящих сред δ_s может зависеть от длины волны возмущений λ . Так, при $\lambda \leq r_D$ величина δ_s определяется толщиной переходного слоя чистой жидкости, и тогда электрическое поле не влияет на поверхностное натяжение. При $\lambda \gg r_D$ следует полагать $\delta_s = r_D$. В этом случае электрическое поле может существенно влиять на поверхностное натяжение. Вычисления проводим в рамках модели бионной проводимости (31) при приближении $\lambda \gg r_D$. Тогда усреднённые потенциалы U_i не зависят от n_0 и для $\delta\alpha$ получаем:

$$\delta\alpha = -\alpha_* F(\eta), \quad \alpha_* = 2k_B T r_D n_0, \quad (44)$$

$$F(\eta) = I_1(\eta) + I_2(\eta), \quad I_1(\eta) = \int_0^\infty (\exp \Phi(s) - 1) ds,$$

$$I_2(\eta) = \int_0^\infty [\exp(-\Phi(s)) - 1] ds.$$

Так как $F(\eta)$ — положительная монотонно возрастающая функция, то из (44) следует, что электрическое поле уменьшает поверхностное натяжение. При $\eta \gg 1$ имеет место асимптотика $F(\eta) = 2\eta$, поэтому в сильных полях [70]

$$\delta\alpha = -2\eta\alpha_*, \quad (45)$$

т.е. уменьшение поверхностного натяжения происходит по линейному закону. Этот эффект объясняется тем, что электрическое поле "вытягивает" ионы на поверхность, что приводит к положительной адсорбции и, следовательно, к уменьшению поверхностного натяжения. Отметим, что данный результат имеет понятное ограничение,

поскольку мы предполагали ионы бесструктурными, а короткодействующие силы обусловлены только поляризационным взаимодействием (33). В общем случае необходимо учитывать дисперсионные силы, водородную связь и т.д. Например, в водных растворах спиртов вследствие водородных связей молекулы спирта сосредоточиваются на поверхности воды в виде адсорбционных слоёв, ориентируясь так, что группа ОН направлена в глубь воды [66].

Проведём оценки. В случае неполярных жидких диэлектриков при типичных вышеприведённых значениях и комнатных температурах имеем $\alpha_* \sim 1,8 \times 10^{-8} \text{ Н м}^{-1}$. В сильных полях ($E_n \sim 1 \text{ МВ см}^{-1}$) $\eta \sim 1,3 \times 10^5$ и $\delta\alpha = -4,8 \times 10^{-3} \text{ Н м}^{-1}$. Так как типичные значения α неполярных диэлектриков порядка $2 \times 10^{-2} \text{ Н м}^{-1}$ (например, у бензола $\alpha \sim 0,029 \text{ Н м}^{-1}$), то можно сделать вывод, что при комнатных температурах влияние поля на поверхностное натяжение незначительно. Поскольку с возрастанием температуры α уменьшается по закону $\alpha = \alpha_0(1 - T/T_c)$, в области критических температур T_c влияние электрического поля может быть существенным.

4. Основные ЭГД-модели

В ранних исследованиях [1, 2, 17, 18] при изучении ЭГД-эффектов обычно использовалась омическая модель проводимости, к которой часто обращаются при ЭГД-исследованиях и в настоящее время. Ревизия этого подхода началась, по-видимому, с работ группы Фелиси [3–6] и далее была продолжена различными исследователями (см., например, [12, 13, 22–26]). Результаты этих работ сформировали устойчивое представление о том, что развитие ЭГД-течений обусловлено диссоциационно-инжекционной проводимостью в условиях неравновесности электрохимических реакций. В связи с этим необходимо дать критерии применимости омической модели проводимости, а также представить наиболее адекватные модели диссоциационно-инжекционной проводимости.

4.1. Омическая модель проводимости

Вводя объёмную плотность заряда $q = \sum_i e_i n_i$ и пренебрегая диффузией, с учётом $\sum_i e_i \xi_i = 0$ из (19) получим уравнение баланса полного тока

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{j}^* + q\mathbf{V}) = 0, \quad \mathbf{j}^* = \sigma \mathbf{E}, \quad \sigma = e \sum_i b_i n_i. \quad (46)$$

Соотношения (46) определяют омический закон проводимости. Видно, что коэффициент омической проводимости является переменной функцией, определяемой уравнениями (19). И только в случае равновесия диссоциационно-рекомбинационных реакций σ является функцией температуры и электрического поля [24]:

$$\sigma = \sigma(T, E) = \sigma_0 \sqrt{F(p)}, \quad p = \frac{e^2}{k_B T} \left(\frac{E}{4\pi\epsilon_0 e} \right)^{1/2}, \quad (47)$$

где σ_0 — коэффициент проводимости на линейном участке ВАХ, независящий от поля, $F(p)$ — фактор Онзагера [24].

При исследовании ЭГД-движений в слабонеоднородных полях (в плоской или сферической геометрии (см. раздел 7)) при небольших градиентах температуры и средних полях ($1\text{--}10 \text{ кВ см}^{-1}$) выражение (47) можно

разложить в ряд, ограничившись линейными членами:

$$\sigma = \sigma_0 [1 + \beta_\sigma (T - T_0) + \beta_E E], \quad (48)$$

где T_0 — начальная температура (например, окружающей среды), а коэффициент $\beta_E = e^3 / [16\pi\epsilon_0 (k_B T)^2]$.

Возрастание проводимости с увеличением температуры и поля обусловлено активационным механизмом движения ионов и усилением диссоциации ионных пар. Коэффициент β_σ уменьшается с понижением проводимости; для неполярных жидкостей $\beta_\sigma \sim 5 \times 10^{-2} \text{ град}^{-1}$ (табл. 1). При комнатных температурах ($T \sim 300 \text{ К}$) в неполярных жидкостях ($\epsilon \sim 2$) для β_E имеем оценку $\beta_E = 2,4 \times 10^{-7} \text{ м В}^{-1}$.

Таблица 1. Значения β_σ для типичных неполярных диэлектриков [71]

Жидкость	$\sigma_0 \times 10^{12} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$	$\beta_\sigma, \text{ град}^{-1}$	$T_0, ^\circ\text{C}$
Трансформаторное масло	430	0,22	25
	21	0,076	
Конденсаторное масло	3,9	0,088	25
	0,5	0,075	
	0,03	0,022	

При слабой температурной неоднородности диэлектрическую проницаемость можно также представить в виде линейной зависимости:

$$\epsilon = \epsilon_{(0)} [1 - \beta_\epsilon (T - T_0)], \quad (49)$$

где $\epsilon_{(0)} = \epsilon(T_0)$. Значения β_ϵ значительно меньше β_σ : $\beta_\epsilon \sim 5 \times 10^{-3} \text{ град}^{-1}$. Например, при комнатных температурах (25°C) для гексана C_6H_{14} , нитробензола $\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}_2$ и этанола $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ имеем соответственно: $\beta_\epsilon = 8,2 \times 10^{-4} \text{ град}^{-1}$, $\beta_\epsilon = 2,25 \times 10^{-3} \text{ град}^{-1}$, $\beta_\epsilon = 6,2 \times 10^{-3} \text{ град}^{-1}$ [72].

Критерий применимости омической модели можно сформулировать следующим образом. Экспериментально [71, 73] и теоретически [23–25, 53, 74–76] установлено, что вблизи электродов образуются зоны неравновесности реакции диссоциация–рекомбинация, толщина которых определяется соотношением [25, 76]

$$\xi_d = f(n_i) \epsilon \epsilon_0 E_0 \frac{b_1 + b_2}{\sigma}, \quad (50)$$

где σ — коэффициент омической проводимости (47), $f(n_i)$ — зависящий от концентрации инжектируемых ионов на электроде монотонно возрастающий множитель, такой, что при отсутствии инъекции ($n_i = 0$) $f(0) = 1$. В полях $E_0 \sim 10^5 \text{ В м}^{-1}$, когда $f(n_i) \sim 1$, для неполярных диэлектриков ($\epsilon \sim 2$) с типичной проводимостью $\sigma \sim 10^{-11} \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$ и подвижностью ионов $b_1 \sim b_2 \sim 10^{-8} \text{ м}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ имеем $\xi_d = 0,2 \text{ мм}$. Эта оценка показывает, что размер неравновесных зон может быть сравнимым с межэлектродным расстоянием d . Отсюда следует критерий: при

$$\xi_d \ll d \quad (51)$$

справедлива омическая модель проводимости (46), (47), а при $\xi_d \geq d$ — диссоциационно-инжекционная модель.

Омическая модель проводимости обычно реализуется в плоских конденсаторах при достаточно большом межэлектродном расстоянии d ($d \geq 1 \text{ см}$) и сравни-

тельно небольших напряжённостях поля ($E \sim 1 \text{ кВ см}^{-1}$). В этих условиях результаты теоретических исследований, например, по термоэлектродинамической (ТЭГД) неустойчивости неравномерно нагретого слоя жидкого диэлектрика [61, 77–79] удовлетворительно описывают экспериментальные данные [78, 79]. Однако при малых d (несколько миллиметров), когда приэлектродные слои начинают оказывать влияние на объёмные процессы, картина ТЭГД-неустойчивости резко меняется. Например, критическое напряжение поля U_* может не зависеть от межэлектродного расстояния [71]. ЭГД-течение в этом случае может быть связано с развитием возмущений (электротермиков) в приэлектродных слоях.

В сильнонеоднородных высоковольтных полях, которые возникают в системах с остриёвыми электродами (иглы, лезвия и др.), характерные значения ξ_d сравнимы с межэлектродными промежутками. Таким образом, в этих случаях ЭГД-течения практически всегда развиваются в условиях диссоциационно-инжекционной проводимости.

4.2. Многоионные

диссоциационно-инжекционные модели

При наличии инжекции с электрода ионов с зарядами одного типа и учёте примесной бионной проводимости ЭГД-процессы описываются многоионной моделью, которая определяется следующим образом. Примесная проводимость обусловлена распадом ионных пар и рекомбинацией примесных ионов, например, по схеме (31). В трёхионной модели проводимости инжекционный процесс происходит на одном из электродов, например катоде, в результате восстановительной реакции $X + e^- \leftrightarrow X^-$, причём инжектируемые ионы X^- рекомбинируют с примесными ионами A^+ согласно реакции

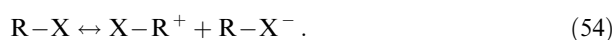


где α_1 — коэффициент парной рекомбинации ионов A^+ , X^- . В этом случае получаем трёхионную модель, в которой источники ξ_i определяются как

$$\dot{\xi}_1 = \dot{\xi}_2 + \dot{\xi}_4, \quad \dot{\xi}_2 = k_d N - \alpha_{11} n_1 n_2, \quad \dot{\xi}_4 = -\alpha_{11} n_1 n_4, \quad (53)$$

где n_1 , n_2 , n_4 — концентрации ионов A^+ , B^- , X^- соответственно, N — концентрация ионных пар $A^+ B^-$. Подобная модель может описывать, например, ЭГД-течения в растворах неполярного жидкого диэлектрика с электронным акцептором, таким как, например, молекулярный йод I_2 [80, 81].

Молекулы полярных диэлектриков всегда содержат электроотрицательный атом или группу и обозначаются как $R-X$, где R — радикал (например, бензольное кольцо в галогеноводородах), X — электроноакцептор [44, 45]. В этом случае возможна ионизация жидкости за счёт термической автодиссоциации



Примерами подобных жидкостей являются галогеноводороды (хлорбензол, бромбензол, йодбензол), спирты, нитробензол и др. Следует отметить, что, в отличие от проводимости неполярных диэлектриков, которую можно уменьшить ультраочисткой до $\sigma = 10^{-19} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ [19], проводимость в полярных

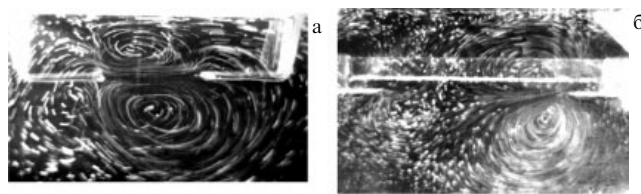


Рис. 4. ЭГД-течения в симметричных системах электродов в растворах трансформаторного масла с йодом [80, 81]: (а) система двух параллельных проволок; (б) система электродов лезвие – лезвие. В обоих случаях течение направлено от отрицательного электрода.

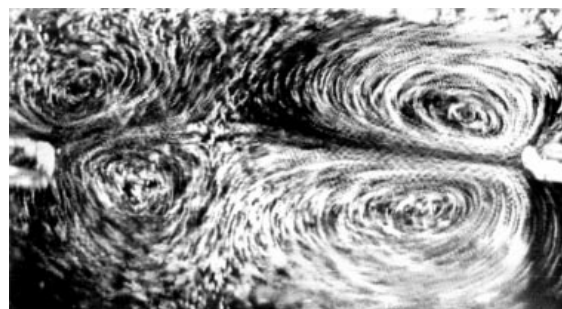
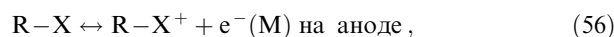
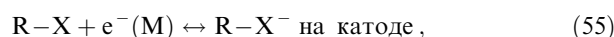


Рис. 5. Четырёхячейчатая структура ЭГД-течения в полярных жидкостях (бромбензол, хлорбензол и др.) в системе двух параллельных проволок [82]. Более крупные вихри образуются вблизи отрицательного электрода.

жидких диэлектриках уменьшается только до $\sigma = 10^{-13} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ и с течением времени повышается вследствие автодиссоциации до $\sigma = (10^{-10} - 10^{-11}) \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ [3, 5]. В сильных электрических полях полярные молекулы участвуют в электрохимических окислительно-восстановительных реакциях, проходящих, например, по схеме [45, 46]:



где $e^-(M)$ — электрон в металле.

Наличие реакций типа (55), (56) легко устанавливается методом фиксации линий тока в ЭГД-течениях [77] (рис. 4). В полярных диэлектриках катодная инжекция обычно идёт более интенсивно, чем анодная. Об этом свидетельствуют не только данные по ЭГД-течениям (рис. 5), но и измерения распределения напряжённости электрического поля с помощью метода эффекта Керра [82, 83].

Аналогичным образом можно построить многоионные модели проводимости с произвольным числом ионов, однако уже трёхионная модель позволяет выявить все характерные закономерности электрогидродинамических процессов. Например, кажущаяся "пороговость" развития ЭГД-течения в несимметричной системе электродов, когда условия равновесия не выполняются, объясняется сменой диссоциационного режима проводимости инжекционным [53]. Более того, эта модель позволяет учесть влияние технических (неконтролируемых) примесей (различные примесные добавки типа йода, бутилового спирта и др.) на инжекционную проводимость. Дальнейшее развитие трёхионной модели связано с детальным изучением инжекционных про-

цессов, обуславливающих интенсивность ЭГД-течений, и увеличением ресурса работы ЭГД-систем.

4.3. ЭГД-уравнения в переменных внешних полях

Для нивелирования эффектов проводимости можно использовать переменные внешние поля с достаточно высокой частотой (высокочастотное ЭГД-приближение). Так, в работе [84] показано, что ЭГД-течения в жидких диэлектриках с проводимостью $\sigma \sim 10^{-12} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ затухают даже в случае острийковых электродов при частотах $\omega \geq 1 \text{ кГц}$. Порядок частот, при которых прекращается ЭГД-течение, можно определить исходя из следующих соображений.

Предположим, что ЭГД-течение развивается вследствие инжекции зарядов. Размер приэлектродной области δ_i , в которой скапливается объёмный заряд, определяется миграционным смещением ионов за полупериод колебаний, т.е. $\delta_i = b_i E / 2\omega$, где b_i — подвижность инжектируемых ионов. При типичных $b_i = 10^{-8} \text{ м}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ в случае острийковых электродов ($E \sim 10^7 \text{ В м}^{-1}$) и частот $\omega = 50 \text{ с}^{-1}$ имеем $\delta_i = 1 \text{ мм}$. Отсюда видно, что миграционное движение ионов при промышленных частотах заряжает только узкую приэлектродную область. Смещение ионов за счёт ЭГД-течения δ_h выражается аналогично: $\delta_h = V / 2\omega$, где скорость течения на этапе его развития оценивается из уравнения импульсов $\rho \partial V / \partial t \sim qE$, т.е. на полупериоде $V \sim qE / 2\rho\omega$. Полагая $q = en_i$, при типичных значениях $n_i = 10^{11} \text{ см}^{-3}$, $E \sim 10^5 \text{ В см}^{-1}$, $\rho = 1 \text{ г см}^{-3}$, $\omega = 50 \text{ с}^{-1}$ получаем $V \sim 1,6 \text{ м с}^{-1}$, т.е. $\delta_h \sim 1,6 \text{ см}$. Отсюда следует, что при промышленных частотах жидкость заряжается в значительной части межэлектродной области благодаря ЭГД-конвекции и только при $\omega \geq 1 \text{ кГц}$ заряжается лишь узкая приэлектродная область, что и приводит к затуханию ЭГД-течения.

Разумеется, эта оценка приближённая, однако скорость порядка $V \sim 1 \text{ м с}^{-1}$ типична для ЭГД-течений при острийковых электродах [11–13, 85]. Таким образом, условие отсутствия ЭГД-течения при инжекции зарядов можно записать как

$$\max(\delta_i, \delta_h) \ll d, \quad \delta_i = \frac{b_i E}{2\omega}, \quad \delta_h = \frac{qE}{4\rho\omega^2}. \quad (57)$$

В области высоких частот преобладают поляризационные силы, особенно в случае термической неоднородности. Этот эффект используют для моделирования динамики атмосферы в установке с вращающимися относительно друг друга вложенными сферами [86]. При достаточно малых зазорах в области средних полей ($1\text{--}10 \text{ кВ см}^{-1}$) можно исходить из омической модели проводимости (46), (47). При этом возникает ряд вопросов, связанных с выбором частоты. Действительно, при достаточно высоких частотах сказываются диэлектрические потери, а при уменьшении частоты появляются пульсационные силы, обусловленные градиентом омической проводимости. В связи с этим возникает задача вывода усреднённых ЭГД-уравнений в высокочастотных полях.

Усреднённые уравнения удобно выводить в безразмерных переменных, используя методику [87]. Будем предполагать, что выполняется приближение Буссинеска [88], а проводимость и поляризация среды определяются линейными соотношениями (48), (49). Выберем в качестве единиц измерения следующие величины:

$[t] = 1/\omega$, $[r] = d$, $[V] = V_0 = \eta/\rho d$, $[p] = \rho V_0^2$, $[\Phi] = U$, $[q] = \varepsilon_{(0)}\varepsilon_0 E_0/d$ ($E_0 = U/d$), $[T] = \delta T$, где d — межэлектродное расстояние, U — напряжение на электродах, $\delta T = |T_2 - T_1|$ — разность температур на электродах. В безразмерных переменных система ЭГД-уравнений запишется следующим образом:

$$\text{St} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} = -\nabla p + \Delta \mathbf{V} - Gq\nabla\Phi - 0,5G\beta_e^* \varepsilon_{(0)} |\nabla\Phi|^2 \nabla T + R\mathbf{Te}_z, \quad (58)$$

$$\text{div } \mathbf{V} = 0, \quad \text{St} \frac{\partial q}{\partial t} + \text{div}(-\Pi_e \tilde{\sigma} \nabla\Phi + q\mathbf{V}) = 0, \quad (59)$$

$$\text{div}(\tilde{\varepsilon} \nabla\Phi) = -q,$$

$$\text{St} \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla T = \Pi \Delta T + I_d \tilde{\varepsilon} |\nabla\Phi|^2, \quad (60)$$

$$\varepsilon_{(0)} = \varepsilon(T_1), \quad \tilde{\sigma} = 1 + \beta_E^* |\nabla\Phi| + \beta_\sigma^* T, \quad \tilde{\varepsilon} = 1 - \beta_e^* T.$$

Безразмерные параметры определяются выражениями:

$$\text{St} = \frac{\omega d}{V_0}, \quad G = \frac{\varepsilon_{(0)}\varepsilon_0 E_0^2}{\rho_0 V_0^2}, \quad R = \frac{\beta_\rho^* g d}{V_0^2},$$

$$I_d = \frac{\omega \varepsilon_{(0)}\varepsilon_0 E_0^2 d}{2\rho_0 c_p \delta T V_0} \tan \varphi, \quad \Pi = \frac{\lambda}{c_p \eta}, \quad \Pi_e = \frac{d}{\tau_e V_0},$$

$$\tau_e = \frac{\varepsilon_{(0)}\varepsilon_0}{\sigma_0}, \quad \beta_E^* = \beta_E E_0, \quad \beta_\sigma^* = \beta_\sigma \delta T,$$

$$\beta_e^* = \beta_e \delta T, \quad \beta_\rho^* = \beta_\rho \delta T.$$

Здесь учтены диэлектрические потери (13); β_ρ — коэффициент температурного расширения:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_\rho (T - T_1)],$$

λ — коэффициент теплопроводности, c_p — теплоёмкость единицы массы, η — коэффициент динамической вязкости, \mathbf{e}_z — орт оси, направленный против силы тяжести.

Граничные условия в безразмерных переменных имеют вид:

$$S_1 \text{ (анод): } \Phi = \cos t, \quad V = 0, \quad T = 1; \quad (61)$$

$$S_2 \text{ (катод): } \Phi = 0, \quad V = 0, \quad T = 0.$$

Высокочастотное приближение определяется условием $\text{St} \gg 1$. Вводя малый параметр $\mu = 1/\text{St}$, решение ищем в виде

$$\mathbf{V} = \mathbf{u} + \mathbf{V}', \quad p = p_c + p', \quad (62)$$

$$\Phi = \Phi_0 \cos t + \Phi', \quad T = \Theta + T',$$

где $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\tau, \mathbf{r})$, $\Theta = \Theta(\tau, \mathbf{r})$ — средние скорость и температура, штрихом обозначены пульсационные функции, имеющие порядок μ , $\tau = \mu t$ — медленное время. Операция усреднения определяется как

$$\mathbf{u} = \langle \mathbf{V} \rangle = \frac{1}{\text{St}} \int_0^{\text{St}} \mathbf{V}(t, \mathbf{r}) dt, \quad \text{St} \gg 1.$$

В дальнейшем вычисления будем проводить для интересного с прикладной точки зрения случая малого диэлектрического нагрева, $I_d \ll 1$, и малого температурного напора δT . Следствием этих предположений является малость параметров β_ρ^* , β_e^* , β_σ^* и ограничен-

ность частот:

$$\omega \ll \omega_2 = \frac{2\rho_0 c_p \delta T V_0}{\varepsilon_{(0)} \varepsilon_0 E_0^2 d \tan \varphi}. \quad (63)$$

Например, для трансформаторного масла [89] в условиях моделирования [86] при

$$\begin{aligned} T_0 = 20^\circ \text{C}, \quad \rho_0 = 880 \text{ кг м}^{-3}, \quad \lambda = 0,111 \text{ Вт м}^{-3} \text{ град}^{-1}, \\ c_p = 1,7 \text{ кДж кг}^{-1} \text{ град}^{-1}, \quad \eta = 0,021 \text{ Н с м}^{-2}, \quad \delta T = 5^\circ \text{C}, \\ d = 5 \text{ см}, \quad \varepsilon_{(0)} = 2,2, \quad \tan \varphi = 0,02, \quad E_0 = 10 \text{ кВ см}^{-1} \end{aligned} \quad (64)$$

получаем $\omega_2 = 34 \text{ кГц}$ и для $\omega \leq 1 \text{ кГц}$ неравенство $I_d \ll 1$ выполняется.

В рамках сделанных предположений пульсациями температуры можно пренебречь. Подставляя (62) в (58)–(60) и усредняя, получим следующие усреднённые уравнения:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tau} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p_c + \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}_p - \mu^2 \mathbf{f}_\omega + R T \mathbf{e}_z, \quad \text{div } \mathbf{u} = 0, \quad (65)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \mathbf{u} \nabla T = \Pi \Delta T, \quad (66)$$

где \mathbf{f}_p , $\mu^2 \mathbf{f}_\omega$ — поляризационная и пульсационная силы, которые в приближении $\beta_e^* \ll \beta_\sigma^* \ll 1$ определяются как

$$\mathbf{f}_p = 0,5 G \beta_e^* \varepsilon_{(0)} E_0^2 \nabla T, \quad (67)$$

$$\mathbf{f}_\omega = 0,5 \Pi \beta_\sigma^* [G q_{(2)} \mathbf{E}_0 + 2 \Pi \varepsilon (\mathbf{E}_0 \mathbf{E}_{(2)}) \nabla T].$$

Здесь $\mathbf{E}_0 = -\nabla \Phi_0$, $\mathbf{E}_{(2)} = -\nabla \Phi_{(2)}$, $q_{(2)} = \mathbf{E}_0 \nabla T - \nabla (\mathbf{E}_0 \nabla T) \mathbf{u}$, а потенциалы Φ_0 , $\Phi_{(2)}$ определяются уравнениями $\text{div}(\varepsilon \nabla \Phi_0) = 0$, $\text{div}(\varepsilon \nabla \Phi_{(2)}) = q_{(2)}$ при граничных условиях: $S_1 — \Phi_0 = 1$, $\Phi_{(2)} = 0$; $S_2 — \Phi_0 = \Phi_{(2)} = 0$.

Проведём оценки параметров, при которых доминируют поляризационные силы. Для высокоочищенных жидкостей с $\sigma_0 = 10^{-14} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ при параметрах (64) и типичных значениях $\beta_\sigma = 0,02 \text{ град}^{-1}$, $\beta_e = 0,001 \text{ град}^{-1}$ получаем, что поляризационные силы будут доминировать при $\mu^2 \Pi \beta_\sigma^2 \ll \varepsilon_{(0)} \beta_e$, или

$$\omega \gg \omega_1 = \frac{1}{\tau_e} \sqrt{\frac{\beta_\sigma}{\varepsilon_{(0)} \beta_e}}, \quad \tau_e = \frac{\varepsilon_{(0)} \varepsilon_0}{\sigma_0}. \quad (68)$$

Для приведённых выше значений $\omega_1 = 25 \text{ Гц}$. Эти оценки показывают, что эффекты проводимости легко устраняются в высокоочищенных жидкостях ($\sigma_0 \leq 10^{-14} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$) уже при сравнительно низких частотах, $\omega_1 \sim 200 \text{ Гц}$. Однако при высоких проводимостях, например для водных растворов с $\sigma_0 \sim 10^{-7} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$, время релаксации заряда мало: $\tau_e \sim 10^{-6} \text{ с}$, поэтому в водных растворах эффекты проводимости проявляются даже при высоких частотах, $\omega_1 \sim 10 \text{ кГц}$.

5. Безразмерные критерии. ЭГД-приближения

Многоионная диссоциационно-инжекционная ЭГД-модель является многопараметрической и имеет большую общность. В зависимости от напряжённости поля, проводимости и геометрии электродов диссоциационно-инжекционная модель может преобразовываться в различные виды, так называемые ЭГД-приближения.

Для того чтобы определить применимость того или иного приближения, необходимо ввести безразмерные параметры (критерии), значения которых определяют погрешность применяемых приближений.

Для получения ЭГД-критериев достаточно использовать трёхионную модель: примесные ионы A^+ , B^- в соответствии с (31) и инжектируемые ионы X^- , которые генерируются реакцией $X + e^- \leftrightarrow X^-$ и взаимодействуют с примесными ионами согласно (52).

Выберем в качестве единиц измерения следующие характерные величины: для длины — межэлектродное расстояние d , для потенциала — напряжение на электродах U , для скорости — миграционную скорость положительных ионов $V_1 = b_1 E_0$, $E_0 = U/d$, для времени — d/V_1 , для концентрации — равновесную концентрацию n_0 , в случае примесных ионов определяемую согласно (47) при $E_0 = 0$, и значение инжекционной функции $n_c(E_0)$ для инжектируемых ионов, определяемой согласно (23) или (25), для давления — ρV_1^2 . Тогда в безразмерных переменных, обозначения которых остаются прежними, получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p' + \frac{1}{R_e} \Delta \mathbf{V} + C M q \mathbf{E}, \quad \text{div } \mathbf{V} = 0; \quad (69)$$

$$\text{div } \mathbf{E} = C q, \quad \mathbf{E} = -\nabla \Phi, \quad q = n_1 - n_2 - \sigma_c n_4; \quad (70)$$

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \text{div} [(-1)^{j-1} \beta_j n_j \mathbf{E} + n_j \mathbf{V}] = C \xi_j, \quad j = 1, 2; \quad (71)$$

$$\frac{\partial n_4}{\partial t} + \text{div} [-\beta_4 n_4 \mathbf{E} + n_4 \mathbf{V}] = C \xi_4, \quad (72)$$

$$\xi_2 = (1 + \beta_2) [F(p) - n_1 n_2], \quad \xi_1 = \xi_2 - \sigma_c n_1 n_4 (1 + \beta_4),$$

$$\xi_4 = -n_1 n_4 (1 + \beta_4), \quad R_e = \frac{b_1 U}{v}, \quad v = \frac{\eta}{\rho}, \quad M = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\rho b_1^2},$$

$$\sigma_c = \frac{n_c(E_0)}{n_0}, \quad \beta_i = \frac{b_i}{b_1}, \quad i = 1, 2, 4, \quad C = \frac{d}{\xi_d},$$

$$\xi_d = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E_0}{q_0}, \quad q_0 = e n_0 = \frac{\sigma_0}{b_1 + b_2}.$$

Для жидкостей параметр $M \sim 100$ (например, для трансформаторного масла при комнатных температурах $M = 185$), отношения подвижностей $\beta_i = b_i/b_1 \leq 1$, тогда как параметры R_e , C , σ_c в зависимости от напряжения U , межэлектродного расстояния d и проводимости σ_0 могут изменяться в широких пределах. Параметр R_e играет роль числа Рейнольдса. Параметр σ_c определяет режимы проводимости: при $\sigma_c \ll 1$ инжекция является слабой, и проводимость определяется только примесными ионами, при $\sigma_c \gg 1$ доминируют инжектируемые ионы (инжекционный режим проводимости), при $\sigma_c \sim 1$ реализуется смешанная диссоциационно-инжекционная проводимость. Параметр C определяет степень взаимодействия ионов: при $C \ll 1$ концентрация ионов либо размеры ячейки d настолько малы, что взаимодействием ионов и индуцированным ими полем можно пренебречь, напротив, при $C \gg 1$ ионы сильно связаны и реализуется омический режим проводимости.

Рассмотрим сценарий развития ЭГД-течений на примере плоского конденсатора с достаточно большим межэлектродным расстоянием ($d \geq 1 \text{ см}$). В низковольтных полях ($E_0 \leq 1 \text{ кВ см}^{-1}$) $C \gg 1$. В этом случае

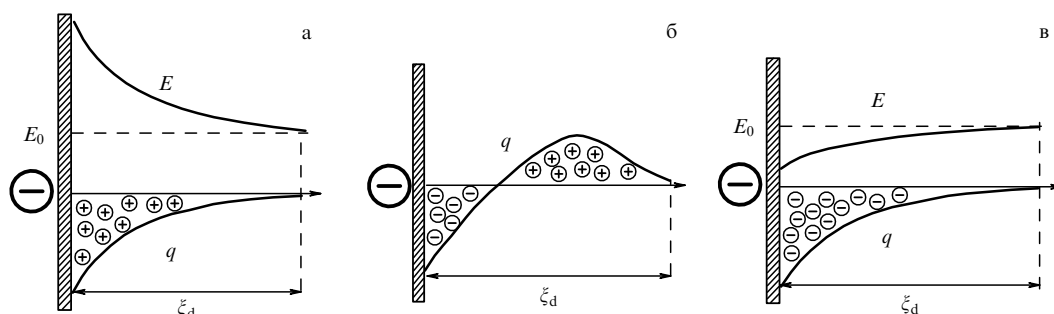


Рис. 6. Формирование ионных структур в приэлектродных слоях вблизи катода: (а) слабая инжекция, $\sigma_c \ll 1$; (б) средний уровень инжекции, $\sigma_c \sim 1$, и низкая подвижность инжектируемых ионов, $b_4 \ll b_1$; (в) сильная инжекция, $\sigma_c \gg 1$.

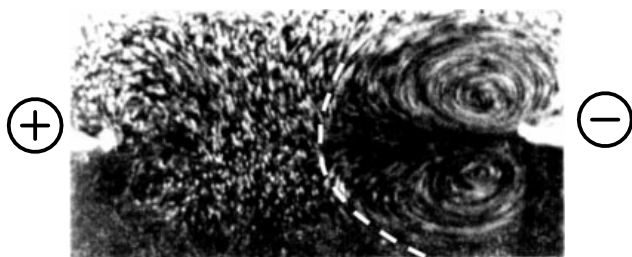


Рис. 7. Развитие электроконвекции в системе двух параллельных медных проволочек диаметром 1 мм [81]. Жидкость — раствор трансформаторного масла с йодом. Штриховая линия обозначает границу между равновесной и неравновесной зонами.

взаимодействие ионов имеет неравновесный характер только в узких приэлектродных слоях, толщина которых определяется согласно (50). Вне неравновесных слоёв проводимость определяется примесными ионами, которые сильно связаны реакциями диссоциации–рекомбинация. В этой области электрогидродинамика описывается омической моделью.

Закономерности формирования объёмного заряда в приэлектродных слоях следующие [25, 70]. При слабом уровне инжекции, $\sigma_c \ll 1$, знак заряда приэлектродных слоёв противоположен полярности электрода (говорят, что вблизи электрода формируется гетерозаряд) и электрическое поле вблизи электродов возрастает (рис. 6а). С возрастанием поля толщина приэлектродного неравновесного слоя ξ становится больше за счёт как увеличения области неравновесности реакции (31), так и усиления инжекции ионов. При этом, в зависимости от величины подвижности инжектируемых ионов, могут реализовываться два случая: при малой подвижности возникает биполярная зарядовая структура, причём на поверхности электрода формируется гомозаряд (рис. 6б). При дальнейшем возрастании поля биполярные структуры исчезают и приэлектродная область заряжается гомозарядом, а электрическое поле вблизи электрода убывает (рис. 6в). С дальнейшим возрастанием поля приэлектродные слои становятся неустойчивыми, что приводит к развитию ЭГД-течений (рис. 7). В этой области полей ЭГД-течения описываются многоионной диссоциационно-инжекционной моделью.

6. Нестационарные и переходные процессы

Будем называть систему, состоящую из двух электродов, между которыми находится жидкий диэлектрик, ЭГД-

ячейкой. При включении высоковольтного поля в ЭГД-ячейке начинают происходить переходные процессы: образуются ионные волны, формируются приэлектродные ионные структуры, развиваются ЭГД-течения и т.д. Переходные процессы, связанные с прохождением тока, можно разделить на два типа: быстрые и медленные. Анализ быстрых переходных процессов дан в работе [25]. В случае мгновенного включения высоковольтного поля при условии $C \ll 1$ в ячейке образуются ионные волны, а при $C \gg 1$ формируются приэлектродные слои. Характерное время таких процессов менее 1 с. Медленные переходные процессы, часто называемые электроочисткой [19], происходят в течение нескольких часов и даже суток и сопровождаются осаждением ионных примесей на электродах.

К невременному переходному процессу мы отнесём смену режимов проводимости при варьировании напряжённости электрического поля. Определяющим параметром в этом случае является отношение $\sigma_c = n_c(E_0)/n_0$, где $n_c(E_0)$ — концентрация инжектируемых ионов, задаваемая инжекционной функцией, n_0 — концентрация примесных ионов. Так как $n_c(E_0)$ — монотонно возрастающая функция напряжённости поля, то в слабых полях $\sigma_c \ll 1$ и проводимость определяется примесными ионами, а при $\sigma_c \gg 1$ — инжекционными ионами.

В том случае, когда преобладает инжекция зарядов, определяющую роль в развитии ЭГД-течения играют нелинейные ионные волны, которые мы рассмотрим более детально в разделе 6.1.

6.1. Нелинейные ионные волны

Заряды в жидкость обычно инжектируются извне либо образуются в ней под действием ионизирующего излучения. При этом, как правило, формируется неоднородное распределение зарядов, что в свою очередь вызывает ЭГД-неустойчивость жидкости и, как следствие, значительную погрешность в измерении b_i [90]. ЭГД-неустойчивость ионных волн влияет не только на структуру ЭГД-течений, но и на закономерность формирования разряда при пробое жидкости [23]. В связи с этим возникает задача об исследовании движения униполярно заряженного облака зарядов в нелинейной постановке, а также его устойчивости. Последовательность действий такова: вначале решаем задачу о движении ионов в неподвижной жидкости, а затем исследуем ЭГД-неустойчивость.

Движение облака положительных зарядов в неподвижной безграничной жидкости описывается следующей

краевой задачей:

$$\varepsilon\varepsilon_0 \operatorname{div} \mathbf{E} = q, \quad q_t + b \operatorname{div} (q\mathbf{E}) = 0; \quad (73)$$

$$t = 0: \quad q = q_0, \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_{(0)}; \quad |\mathbf{r}| \rightarrow \infty: \quad \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_i. \quad (74)$$

Здесь (и в дальнейшем) нижний индекс t обозначает частную производную по времени, q_0 — начальное распределение объёмного заряда, $\mathbf{E}_{(0)}$ — начальная напряжённость поля, образованного внешним полем \mathbf{E}_0 и полем \mathbf{E}_i , индуцированным зарядом q_0 .

Основные закономерности движения облака зарядов можно выявить на примере плоского слоя шириной $2d$ при $q_0 = \text{const}$ и ориентации внешнего поля перпендикулярно слою. В этом случае в приближении $E_i = q_0 d / \varepsilon\varepsilon_0 \ll E_0$, $t \ll \tau_e = \varepsilon\varepsilon_0 / bq_0$ можно получить точное решение [25, 91], которое здесь приводить не будем. Исследование ЭГД-неустойчивости ионного слоя будем проводить в вышеуказанном приближении (в котором q_0 — средняя плотность заряда) при произвольном, вообще говоря, распределении невозмущённого заряда внутри слоя $q_{(0)} = q_{(0)}(x)$, где начало координаты x берётся в середине слоя, а ось x направлена поперёк слоя. В этом случае уравнения для малых возмущений в системе координат, движущейся вместе со слоем, записываются в виде

$$\rho \mathbf{V}_t = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{V} + q \mathbf{E}_0, \quad \operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \quad (75)$$

$$q_t = -q'_0 V_x, \quad q'_0 = \frac{dq_{(0)}}{dx},$$

где V_x — x -компонента скорости.

Граничные условия определяются непрерывностью скорости и тензора вязких напряжений на границах слоя и затуханием возмущений на бесконечности.

Устойчивость изучаем первым методом Ляпунова, полагая $\mathbf{V} = \mathbf{V}(\mathbf{r}) \exp(\lambda t)$, где λ — спектральный параметр, подлежащий определению. При $\operatorname{Re} \lambda > 0$ движение ионного облака неустойчиво, а при $\operatorname{Re} \lambda \leq 0$ — устойчиво для любых начальных возмущений. Величина $\delta_r = \operatorname{Re} \lambda$ называется декрементом нарастания возмущения. Так как произвольное возмущение является суперпозицией нормальных мод, то достаточно изучить устойчивость по отношению к одной моде: $\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \mathbf{V}(x) \exp[i(k_y y + k_z z)]$, где y, z — декартовы координаты, ортогональные оси x . Элементарными преобразованиями относительно компоненты $V = V_x$ получаем следующую задачу для собственных значений относительно λ :

$$\lambda(\eta \hat{L}^2 V - \rho \lambda \hat{L} V) = -E_0 q'_0 k^2 V; \quad (76)$$

$$x = \pm d: \quad \langle V \rangle = \langle V' \rangle = \langle V'' \rangle = \langle V''' \rangle = 0, \quad (77)$$

$$|x| \rightarrow \infty: \quad V \rightarrow 0,$$

где $\hat{L} = d^2/dx^2 - k^2$, $k^2 = k_y^2 + k_z^2$, E_0 — проекция \mathbf{E}_0 на ось x .

Умножая уравнение (76) на комплексно сопряжённую функцию V^* и интегрируя от $x = -\infty$ до $x = +\infty$ с учётом граничных условий (77), можно получить, что неустойчивость развивается при $q'_0 > 0$. Отсюда следует: если градиент заряда уменьшается вдоль направления движения зарядов, $\nabla q_0 \uparrow \downarrow \mathbf{E}_0$, то ионное облако неустойчиво, и оно устойчиво в противном случае, $\nabla q_0 \uparrow \uparrow \mathbf{E}_0$ [91].

Задача (76), (77) исследуется в аналитическом виде при $q'_0 = \text{const}$. Вводя безразмерные параметры $p = \lambda d^2 / v$, $v = \eta / \rho$, $B = -q'_0 E_0 d^4 / v \eta$, $\kappa = kd$, получим, что спектральный параметр p определяется следующими уравнениями:

$$|r_4| \tan |r_4| + r_3 \tanh r_3 = 0, \quad |r_4| \cot |r_4| + r_3 \coth r_3 = 0, \quad (78)$$

$$r_3 = \left(\kappa^2 + \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{\kappa^2 B}{p} + \frac{p^2}{4}} \right)^{1/2},$$

$$|r_4| = \left(\sqrt{\frac{\kappa^2 B}{p} + \frac{p^2}{4}} - \kappa^2 - \frac{p}{2} \right)^{1/2}.$$

Первое уравнение соответствует симметричным возмущениям, второе — антисимметричным. Анализ уравнений (78) показывает, что параметр p ограничен сверху: $p < p_* = \sqrt{\kappa^4/4 + B} - \kappa^2/2$. Используя это неравенство, можно доказать, что в случае высоковязких сред либо малых градиентов плотности заряда и полей ($B \ll 1$) неустойчивость имеет место только в случае антисимметричных возмущений, причём спектральный параметр λ при $4B \ll \kappa^4$ выражается как

$$\lambda = -0,08 q'_0 \frac{E_0 l^2}{\eta}, \quad B \ll 1, \quad (79)$$

где $l = 2\pi/k$ — длина волны возмущений. Отсюда видно, что наиболее быстро возрастают длинноволновые возмущения.

В предельном случае слабовязких сред либо сильных полей и больших градиентов объёмного заряда ($B \gg 1$) при $\kappa^2 \ll B^{1/2}$ получаем

$$\lambda = \frac{\sqrt{-q'_0 E_0 / \rho} \kappa^2}{\kappa^2 + \zeta}, \quad B \gg 1, \quad (80)$$

где параметр $\zeta \sim 1$. Оценка (80) справедлива как для симметричных, так и для несимметричных возмущений, причём в данном случае наиболее быстрорастущими являются коротковолновые возмущения, для которых $\lambda \sim \sqrt{-q'_0 E_0 / \rho}$.

Закономерности (79), (80) подтверждаются многочисленными экспериментальными данными. Мы приведём три наиболее характерных примера, которые иллюстрируют роль неустойчивости ионных облаков в развитии ЭГД-движений жидкостей на начальных этапах инжекции униполярных зарядов.

1. При изучении пробоя в системе электродов острё-плоскость с острия инжектируются заряды, которые движутся от электрода в виде ионного облака. Вследствие диффузионного размытия на границе фронта выполняется условие $\nabla q_0 \uparrow \downarrow \mathbf{E}_0$, т.е. условие неустойчивости. Эксперименты показывают [23], что на малых промежутках времени (≤ 3 мкс) в случае мало-вязких жидкостей наблюдается развитие коротковолновых возмущений (рис. 8а), а в сильновязких жидкостях — длинноволновых (рис. 8б).

2. При сильной униполярной инжекции зарядов из ионитовой мембраны в нитробензол возникает ЭГД-неустойчивость плоского фронта зарядов, так что в заряженной области в жидкости наблюдается мелко-масштабное турбулентное движение, в то время как незаряженная область неподвижна [23] (рис. 9).

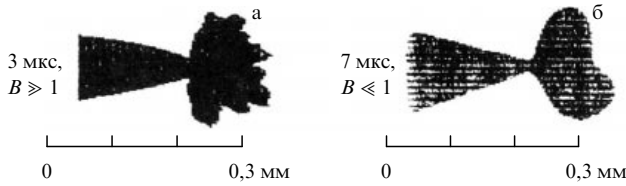


Рис. 8. Теневые картины развития ЭГД-неустойчивости ионных облаков в силиконовой жидкости DC-200 [23] вблизи острия: (а) маловязкая жидкость, $\eta = 0,02$ Ст, $U = 11,5$ кВ; (б) вязкая жидкость, $\eta = 10$ Ст.

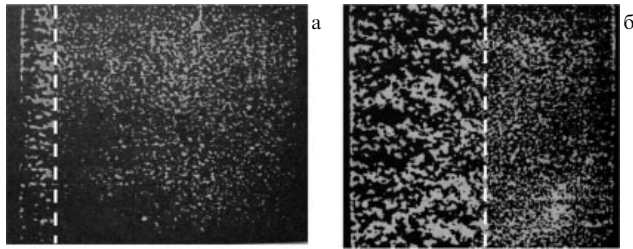


Рис. 9. Теневые картины развития ЭГД-неустойчивости ионного облака при сильной униполярной инжекции зарядов [23]. Штриховая линия показывает границу между заряженной (слева) и незаряженной областями. Расстояния между электродами 5,6 мм, $U = 18$ кВ, $t = 0,95$ мс (а), $t = 2,9$ мс (б).

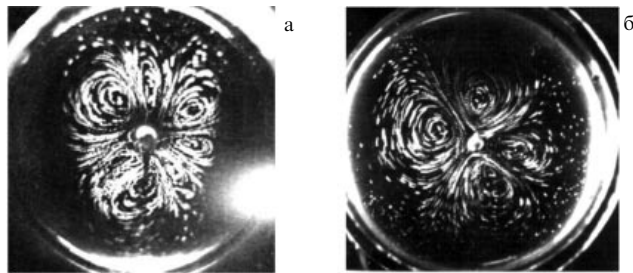


Рис. 10. Картины течения в растворе трансформаторного масла с йодом [92]: (а) в начальный момент времени; (б) стационарное состояние.

3. В растворе трансформаторного масла с йодом в системе коаксиальных цилиндрических электродов при малом радиусе центрального электрода в начальный момент включения высокого напряжения наблюдается вихревое ЭГД-течение, в котором число вихрей всегда больше четырёх [92] (рис. 10а), тогда как в стационарном состоянии число вихрей равно четырём (рис. 10б).

Данный эффект объясняется неустойчивостью облака отрицательных зарядов, инжектируемых с центрального электрода (катода).

6.2. Смена режимов проводимости

В разделе 6.1 были рассмотрены переходные процессы во времени. Если варьировать параметр σ_0 , определяющий примесную проводимость, то наблюдается переходный процесс, который определяет смену режимов проводимости. Основные закономерности этого переходного процесса можно выявить на примере плоского конденсатора в условиях безындукционного приближения и слабого уровня инжекции, $C = d/\xi_d \ll 1$, $C_i = \sigma_c C = \epsilon n_c d / (\epsilon \epsilon_0 E_0) \ll 1$. Равновесное распределение поля и

зарядов в линейном приближении по малым параметрам C , C_i в стационарном случае тогда определяется следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} (-1)^{j-1} \beta_j \nabla n_{j1} \mathbf{E}_0 &= (1 + \beta_1) F_0, \quad j = 1, 2, \\ -\nabla n_{41} \mathbf{E}_0 &= 1, \end{aligned} \quad (81)$$

где \mathbf{E}_0 — внешнее поле, $F_0 = F(p)$ при $E = E_0$.

Граничные условия на электродах имеют вид:

$$n_{11} = 0 \text{ на аноде; } n_{21} = n_{41} = 0 \text{ на катоде.} \quad (82)$$

Отметим, что граничное условие для инжектируемых отрицательных зарядов с катода удовлетворено в нулевом приближении, а граничные условия для примесных ионов являются следствием условия отсутствия тока положительных (отрицательных) зарядов на аноде (катоде).

Безразмерный объёмный заряд определяется как

$$q_0 = C(n_{11} - n_{21}) - \sigma_c(1 + C_i n_{41}),$$

$$F_0 = F(p) \text{ при } E = E_0.$$

Приведём решения задачи (81), (82) в случае плоского конденсатора ($x = 0$ — катод, $x = d$ — анод, x — размерная переменная):

$$\begin{aligned} q_0 &= q_* \left[F_0 \frac{b_1 + b_2}{b_1} \left(1 - \frac{b_1 + b_2}{b_2} \frac{x}{d} \right) + \frac{n_c^2}{n_0^2} \frac{x}{d} \right] - \epsilon n_c, \\ q_* &= \frac{e^2 n_0^2 d}{\epsilon \epsilon_0 E_0}, \quad E_0 = \frac{U}{d}, \end{aligned} \quad (83)$$

и в случае цилиндрического конденсатора ($r = R_1$ для катода, $r = R_2$ для анода, r — радиальная координата с началом в центре симметрии):

$$\begin{aligned} q_0 &= q_* \left[\frac{b_1 + b_2}{R_1^2 b_2} \left(\frac{b_2}{b_1} \int_{R_1}^{R_2} F_0 r dr - \int_{R_1}^r F_0 r dr \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{n_c^2}{2n_0^2} \left(1 - \frac{r^2}{R_1^2} \right) \right] - \epsilon n_c, \\ q_* &= \frac{e^2 n_0^2 R_1}{\epsilon \epsilon_0 E_0}, \end{aligned} \quad (84)$$

где $E_0 = U / (R_1 \ln h^{-1})$, $h = R_1 / R_2$.

Выражения (83), (84) показывают, что при преобладании примесной проводимости, $n_0 \gg n_c$, вблизи электродов формируется объёмный заряд со знаком, противоположным полярности электрода (гетерозаряд). Такое распределение объёмного заряда стабилизирует жидкость, т.е. электрическое поле подавляет малые возмущения скорости. Наоборот, при высоком уровне инжекции, $n_c \gg n_0$, вблизи инжектируемого электрода формируется гомозаряд, что в конце концов приводит к неустойчивости равновесного состояния жидкости и развитию ЭГД-течений.

6.3. Звуковые волны

Взаимодействие звуковых и ионных волн тесно связано с ультразвуковым методом изучения свойств растворов [93]. Например, по зависимости коэффициента поглощения от частоты определяют константы скоростей хими-

ческих реакций [44, 93]; по электрическому полю, наведённому ультразвуковой волной, можно найти массу ионов [94] или заряд мицелл в коллоидном растворе [95].

Будем предполагать, что звуковое зондирование происходит на малом промежутке времени, так что инжекционные заряды не влияют на объёмные процессы. В этом случае можно принять модель бионной проводимости, в которой свободные ионы A^+ , B^- образуются в результате распада ионных пар A^+B^- . Далее считаем, что период звуковых колебаний значительно больше времени блуждания зарядов τ_i : $\omega^{-1} \ll \tau_i$, где ω — частота звуковой волны, и инерцией движения ионов можно пренебречь. Звуковые волны рассматриваем на фоне однородного неподвижного состояния ρ_0 , $V_0 = 0$, T_0 ; $E_0 = E_0 e_x$, $n_{10} = n_{20} = n_0 = \sqrt{k_d N / \alpha_{11}}$, где коэффициенты k_d , α_{11} берутся при значениях T_0 , E_0 , e_x — орт оси x , направленной вдоль поля. Пренебрегаем малыми эффектами: диэлектростатическим эффектом, зависимостью $\varepsilon(T)$ и др.

Отыскивая решение в виде бегущих волн $(V, \rho, T, \Phi, n_i) \sim \exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$, для комплексной частоты можно получить [91]

$$\omega^2 = a^2 k^2 + i\gamma, \quad a^2 = c_s^2 + a_E^2,$$

$$a_E^2 = \rho_0 \left(\frac{\varepsilon_\rho^2}{\varepsilon} \cos^2 \theta - 0,5 \rho_0 \varepsilon_{\rho\rho} \right) \varepsilon_0 E_0^2,$$

где c_s , a — изоэнтропическая и полная скорости звука, θ — угол между направлением распространения плоской волны и вектором напряжённости внешнего поля (угол между \mathbf{k} и E_0), ε_ρ , $\varepsilon_{\rho\rho}$ — производные по ρ , $\gamma = \gamma_0 + \gamma_{ch} + \gamma_I$ — декремент затухания, определяемый суммой декрементов вязкой γ_0 , джоулевой γ_I и химической γ_{ch} диссипаций. Таким образом, коэффициент затухания $\alpha = \gamma / (2a\omega)$ будет состоять из трёх вышеуказанных членов.

Простые оценки показывают, что влияние поля на скорость звука даже в сильных полях ($E \sim 100$ кВ см $^{-1}$) незначительно — составляет несколько долей процента. Наиболее интересным, на наш взгляд, является влияние поля на энергию звуковой волны, обусловленное химической реакцией диссоциация–рекомбинация:

$$\alpha_{ch} = c_v h_0 \frac{c_s^2}{2a^3} \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \left(\frac{\xi_T}{\rho_0 c_v} - \frac{\varepsilon_\rho}{\varepsilon} \xi_E E_0 \cos^2 \theta \right) \frac{\omega^2}{\omega^2 + 4\omega_c^2},$$

$$\omega_c = 2\alpha_{11} n_0,$$

где h_0 определяется согласно (17). Отсюда видно, что если волна движется вдоль направления поля ($\theta = 0$), то в достаточно сильных полях, $\xi_E E_0 \varepsilon_\rho / \varepsilon > \xi_T / (\rho_0 c_v)$, энергия электрического поля переходит в энергию звуковой волны и амплитуда звуковой волны возрастает вдоль направления её распространения. Причём максимальное возрастание имеет место в области высоких частот ($\omega \gg \omega_c$). Отметим, что этот эффект может наблюдаться только в области сильных полей, где имеет место значительное усиление диссоциации ионных пар электрическим полем. Применительно к водным растворам или полярным жидкостям для исключения джоулева нагрева или пробоя обычно используют сильные импульсные поля [93].

7. ЭГД-неустойчивость и развитие ЭГД-течений при симметричных электродах

К симметричным электродным системам относятся плоский, цилиндрический и сферический конденсаторы. В таких системах выполняется условие гидростатического равновесия, которое выводится следующим образом. Из уравнения баланса импульсов (2) при $V = 0$ получаем уравнение $-\nabla p' + qE = 0$, применяя к которому операцию rot , находим, что равновесное состояние возможно при $\nabla q \times E = 0$, т.е. в равновесии векторы ∇q и E коллинеарны. Ясно, что в симметричных электродных системах это условие выполняется. Далее, из принципа Рэлея [88] следует, что при однонаправленности векторов ∇q и E ($\nabla q \uparrow \uparrow E$) равновесное состояние устойчиво, а при их взаимно противоположном направлении ($\nabla q \downarrow \downarrow E$) возможно развитие неустойчивости. Так, для плоского и цилиндрического конденсаторов в безындукционном приближении из (83), (84) следует, что неустойчивость возможна при достаточно высоком уровне инжекции:

$$n_c > n_0 \sqrt{\frac{F_0(b_1 + b_2)^2}{b_1 b_2}}. \quad (85)$$

При исследовании ЭГД-неустойчивости представляет интерес не только сам факт развития течения, но и вычисление пороговых напряжений U_* , при превышении которых развивается ЭГД-течение, и выявление критических возмущений, определяющих структуру течения. Эти данные позволяют сделать выводы о механизме проводимости жидкости, а также получить распределение ионных компонентов без прямых (например, зондовых) измерений. Именно в такой последовательности будет проведено дальнейшее рассмотрение.

7.1. ЭГД-неустойчивость в плоском конденсаторе

Рассмотрим вначале ЭГД-неустойчивость в плоском конденсаторе при выполнении условий безындукционного приближения

$$C = \frac{d}{\xi_d} \ll 1, \quad C_i = \sigma_c C = \frac{en_c d}{\varepsilon \varepsilon_0 E_0} \ll 1.$$

Вычисления проводим в безразмерных переменных, используя систему уравнений (69)–(72). В этом случае равновесные распределения зарядов определяются соотношениями

$$\begin{aligned} n_{10} &= Ca_1(1 - x), & n_{20} &= Ca_2x, & n_{40} &= 1 - C_ix, \\ a_1 &= (1 + \beta_2)F_0, & a_2 &= \left(1 + \frac{1}{\beta_2}\right)F_0. \end{aligned} \quad (86)$$

Далее представляем решение в виде суммы равновесных распределений и малых возмущений, зависимость которых от времени t и продольной координаты y определяется плоскими нормальными возмущениями вида

$$\begin{aligned} V(t, x, y) &= u(x) \exp(\lambda t -iky), \\ n_j(t, x, y) &= CN_j(x) \exp(\lambda t -iky), \quad j = 1, 2, \\ n_4(t, x, y) &= C_i N_j(x) \exp(\lambda t -iky), \\ \tilde{p}(t, x, y) &= P(x) \exp(\lambda t -iky). \end{aligned}$$

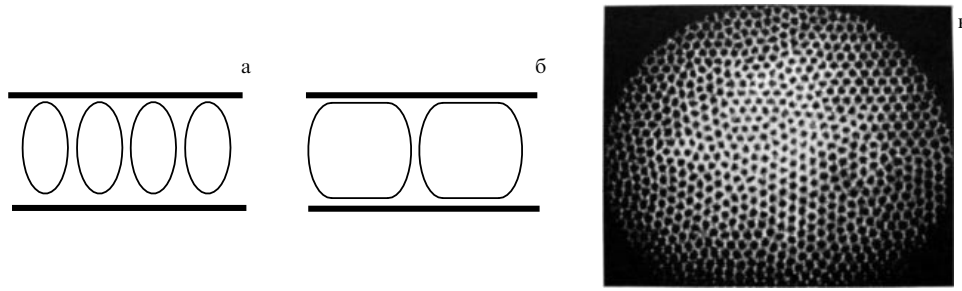


Рис. 11. Формы ЭК-ячеек: (а) при униполярной инжекции и (б) при наличии инжекции и примесной проводимости. (в) Теневое изображение ЭК-ячеек в плоском конденсаторе при униполярной инжекции в пиралине-1460 [23]. Расстояние между электродами 0,6 мм, $U = 60$ В.

Для амплитуд малых возмущений получаем следующую задачу:

$$\lambda \mathbf{u} = -\left(\mathbf{e}_x \frac{d}{dx} - ik\mathbf{e}_y\right)P + R_e^{-1}\hat{L}\mathbf{u} - CMq\mathbf{e}_x, \quad \text{div } \mathbf{u} = 0, \quad (87)$$

$$\lambda N_1 - \beta_1 \frac{dN_1}{dx} = -a_1 u_x, \quad \lambda N_2 + \frac{dN_2}{dx} = -a_2 u_x, \quad (88)$$

$$\lambda N_4 + \beta_4 \frac{dN_4}{dx} = u_x;$$

$$q = C(N_1 - N_2) - \sigma_c C_i N_4, \quad \hat{L} \equiv \frac{d^2}{dx^2} - k^2,$$

с граничными условиями:

$$x = 0: \mathbf{u} = 0, N_2 = N_4 = 0; \quad x = 1: \mathbf{u} = 0, N_1 = 0. \quad (89)$$

Система (87)–(89) представляет собой краевую задачу для собственных значений λ . Вследствие несамосопряжённости задачи спектр λ может быть как вещественным (монотонные возмущения), так и комплексным (колебательные возмущения). Как показывают экспериментальные исследования [4, 23, 92], изотермическая ЭГД-неустойчивость обычно развивается в случае монотонных возмущений. В этом случае критическое напряжение U_* находится из условия $\lambda = 0$ и после некоторых преобразований из (35)–(37) получаем следующую спектральную задачу относительно параметра B :

$$\begin{aligned} \hat{L}^2 u &= k^2 B \left(\int_0^x u dx - a \int_x^1 u dx \right), \quad u = u_x; \\ x = 0, \quad x = 1: \quad u &= \frac{du}{dx} = 0; \\ B &= R_e C^2 M \left(\frac{\sigma_c^2}{\beta_4} - a_2 \right), \quad a = \frac{a_1}{\beta_1 (\sigma_c^2 / \beta_4 - a_2)}. \end{aligned} \quad (90)$$

Используя явные выражения для безразмерных параметров (см. (69)–(72)), можно увидеть, что монотонная ЭГД-неустойчивость будет развиваться только в инжекционном режиме проводимости, когда $\sigma_c^2 > \beta_4 a_2$, что согласуется с условием (85). Задача (90) решалась численно методом Бубнова–Галёркина посредством разложения решения по базисным функциям $u_n = x^n(1-x)^2$ [96]. Фиксировался параметр a и варьировалось волновое число k так, чтобы функция $B(k)$ принимала минимальное значение. Результаты расчётов минимальных величин $B_*(k_*)$ и соответствующих им k_* при некоторых значениях a представлены в табл. 2.

Таблица 2

a	0	0,1	0,2
k_*	4,5	4,3	3,8
B_*	221	270	374

Значению $a = 0$ отвечает случай униполярной инжекции, возрастание a означает увеличение примесной проводимости. Из приведённых данных видно, что с возрастанием примесной проводимости критическая длина волны возмущений $l_* = 2\pi d/k_*$ увеличивается, так что при выравнивании примесной и инжекционной проводимостей, когда $a \rightarrow \infty$, имеем $k_* \rightarrow 0$, $l_* \rightarrow \infty$, т.е. электроконвективные (ЭК) ячейки "расплываются" на всё межэлектродное пространство. Форму ЭК-ячеек удобно определять отношением длин их сторон $d : (l_*/2) = k_*/\pi$. Используя численные данные, можно увидеть, что при униполярной инжекции ЭК-ячейки вытянуты в поперечном направлении ($d : (l_*/2) = 1,4$) (рис. 11а), а с возрастанием примесной проводимости они растягиваются в продольном направлении (рис. 11б).

С увеличением примесной проводимости, помимо изменения геометрии ЭК-ячеек, возрастает критическое значение пороговых напряжений U_* . Таким образом, примесная проводимость существенно затрудняет наблюдение изотермической электроконвекции в плоском конденсаторе. Устойчивое ЭК-движение в плоском конденсаторе получают при униполярной инжекции с ионитовых мембран в полярные жидкости типа нитробензола или пиридина [32, 33]. Следует отметить, что, как и в случае термической неустойчивости в поле сил тяжести, плоские возмущения неустойчивы и ЭК-ячейки приобретают гексагональную форму типа ячеек Бенара (рис. 11в).

В случае слабой униполярной инжекции ($C_i \ll 1$) по пороговому значению напряжения на электродах U_* можно определить закон инжекции. Действительно, в этом случае $B_* = R_e C^2 M \sigma_c^2 / \beta_4 = 221$, откуда следует

$$B_* = \frac{e^2 d^3}{\varepsilon \varepsilon_0 b_4 \eta} \frac{n_c^2(E_*)}{E_*} = 221, \quad E_* = \frac{U_*}{d}. \quad (91)$$

Соотношение (91) представляет собой уравнение относительно U_* . Так как функция $n_c(E_*)$ не зависит явно от d , то, измеряя E_* при различных d , по (91) можно определить закон инжекции. Разумеется, экспериментальная реализация предложенной методики требует довольно высокого качества экспериментальных измерений и прецизионной аппаратуры.

Соотношение (91) позволяет сделать принципиальный вывод о так называемом автономном уровне инжекции, который был положен в основу расчётов [4, 23]. Если считать, что $n_c = \text{const}$, то из (91) следует, что при $U > U_*$ выполняется условие $B < B_*$, т.е. электроконвекция не развивается, что противоречит экспериментальным данным. На наш взгляд, предположение об автономности инжекции требует более тщательного обоснования и применять эту гипотезу в расчётах некорректно.

В заключение отметим, что в случае высокого уровня инжекции ($C_i \gg 1$) критерий устойчивости можно записать в виде [4, 23]

$$T_* = \frac{U_*}{U_0} = 161, \quad U_0 = \frac{\eta b}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (92)$$

где b — подвижность инжектируемых ионов.

Соотношения (92) показывают, что при высоком уровне инжекции пороговая напряжённость поля не зависит, во-первых, от закона инжекции, а во-вторых, от межэлектродного расстояния d . Независимость от d довольно часто встречается в экспериментах [4, 23, 71, 92]. Однако применять (92) к объяснению этого эффекта необходимо с осторожностью, так как при мгновенном включении высокого напряжения возможно развитие ЭГД-течения из-за неустойчивости фронта ионного облака инжектируемых зарядов (см. раздел 6), на которую параметр d не оказывает влияния.

7.2. ЭГД-неустойчивость

в цилиндрическом конденсаторе

ЭГД-неустойчивость в цилиндрическом конденсаторе вызывает интерес прежде всего потому, что в этом случае электроконвекция легко наблюдаема даже при слабой инжекции и наличии примесной проводимости. Стабильность ЭГД-течения объясняется тем, что при малых радиусах центрального электрода значительно усиливается напряжённость поля на поверхности электрода, что в конце концов приводит к преобладанию инжекционной проводимости и тем самым обеспечивает устойчивость течения.

В данном случае плоским возмущениям соответствуют зависимости $f(t, r, \varphi) = f(r) \exp(\lambda t - in\varphi)$, где r, φ — радиальная и угловая координаты цилиндрической системы координат, $n = 1, 2, 3, \dots$. Проводя вычисления, аналогичные таковым в случае плоского конденсатора, получаем, что в безындукционном приближении

критическое напряжение определяется следующей спектральной задачей относительно параметра B :

$$\hat{L}^2 u = n^2 B \left(\int_1^s u s \, ds - \alpha_1 \int_s^H F_0 u s \, ds - \alpha_2 \int_1^s F_0 u s \, ds \right); \quad (93)$$

$$s = 1, \quad s = \frac{1}{h} = \frac{R_2}{R_1}; \quad u = \frac{du}{ds} = 0;$$

$$\hat{L} = \frac{1}{s} \frac{d}{ds} \left(s \frac{d}{ds} \right) - \frac{n^2}{s^2}, \quad s = \frac{r}{R_1}, \quad u = s u_r,$$

$$B = R_e C^2 M \frac{\sigma_c^2}{\beta_4}, \quad \alpha_1 = \frac{a_1 \beta_4}{\beta_1 \sigma_c^2}, \quad \alpha_2 = \frac{a_2 \beta_4}{\sigma_c^2},$$

где безразмерные параметры имеют тот же смысл, что и в (69)–(72) при $R_1 = d, E_0 = U/(R_1 \ln h^{-1})$.

Задача (93) решалась методом Бубнова–Галёркина [96]. Точность расчётов проверялась другим методом: преобразованием дифференциального уравнения в интегральное, минимальное собственное число которого находилось итерациями по алгоритму [65]. Результаты вычислений $B_* = B(n_*)$, где n_* — значение n , при котором величина $B(n)$ минимальна, для различных значений отношения радиусов электродов $h = R_1/R_2$ при униполярной инжекции с центрального электрода представлены в табл. 3.

Таблица 3

h	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
B_*	0,00496	0,0825	1,55	10,1	44,7	617
n_*	2	3	3	4	5	7

Критическая напряжённость поля на центральном электроде E_* или напряжение на электродах U_* определяются соотношениями

$$B_*(h) = \frac{e^2 R_1^3}{\varepsilon \varepsilon_0 b_4 \eta} \frac{n_c^2(E_*)}{E_*}, \quad E_* = \frac{U_*}{R_1 \ln h^{-1}}, \quad (94)$$

где значение $B_*(h)$ определяется приведёнными выше численными данными.

Из представленных данных следует, что при малых отношениях радиусов электродов, $h \leq 0,05$, число ЭК-ячеек равно четырём, а с возрастанием h число ЭК-ячеек последовательно увеличивается на две ячейки. Эти выводы хорошо согласуются с результатами экспериментальных наблюдений электроконвекции в трансформа-

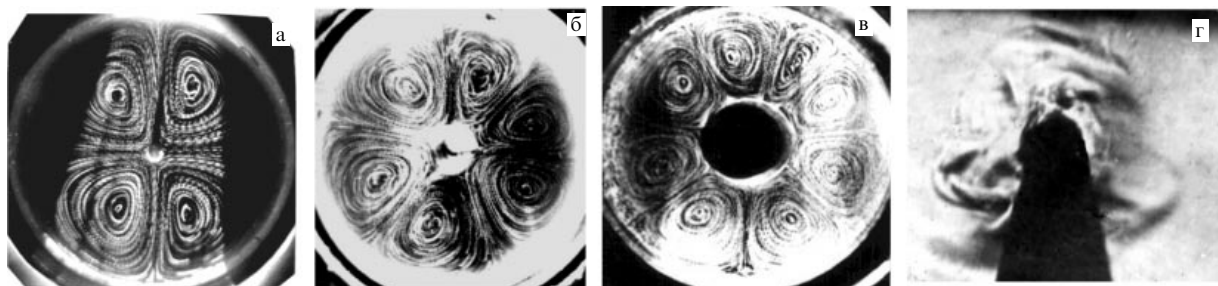


Рис. 12. Линии тока ЭГД-течений трансформаторного масла в цилиндрическом конденсаторе [97]. Стационарные картины линий тока при различных диаметрах R_1 внутреннего электрода: (а) $h = 0,027, R_1 = 0,025$ см; (б) $h = 0,09, R_1 = 0,1$ см; (в) $h = 0,15, R_1 = 0,25$ см. Число ЭГД-ячеек с возрастанием R_1 увеличивается, оставаясь чётным. (г) Теневая картина развития ЭГД-течения.

Таблица 4

$h \backslash C_i$	0,1	1	10	20	100
0,1	0,88(2)	35,6(3)	$30,3 \times 10^2(3)$	$30,1 \times 20^2(3)$	$30 \times 10^4(3)$
0,2	4,48(3)	75,4(3)	$57,2 \times 10^2(3)$	$56,21 \times 20^2(3)$	$54 \times 10^4(4)$
0,3	17,28(4)	167,2(4)	$91,4 \times 10^2(4)$	$88 \times 20^2(4)$	$85 \times 10^4(5)$
0,5	212(7)	763(7)	$222 \times 10^2(7)$	$200 \times 20^2(7)$	$185 \times 10^4(8)$

торном масле с технической степенью чистоты с проводимостью $\approx 10^{-13} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ [97] (рис. 12). Измеренные ВАХ и пороговые напряжения показывают [98], что электроконвекция развивается в смешанном диссоциационно-инжекционном режиме проводимости, причём усиление диссоциации электрическим полем играет существенную роль. По этой причине отсутствует согласие экспериментальных пороговых напряжений и теоретических оценок (94). Отметим, что по результату (94) можно определить закон инъекции, т.е. функциональную зависимость $n_c(E)$, причём в более широком диапазоне напряжённости поля, чем в случае плоского конденсатора. В связи с этим были проведены расчёты критических параметров при униполярной инъекции произвольного уровня с центрального электрода [96]. Принимался линейный закон инъекции $n_c(E) = \eta_c E$. В этом случае неустойчивость характеризуется тремя параметрами:

$$C_i = \frac{e\eta_c R_1}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad B = \frac{e^2 R_1^3}{\varepsilon\varepsilon_0 b \eta} \frac{n_c^2(E_0)}{E_0}, \quad E_0 = \frac{U}{R_1 \ln h^{-1}}.$$

Результаты расчётов $B_* = B(n_*, h)$ для различных уровней инъекции C_i и различных h представлены в табл. 4 (в скобках приведены значения n_*).

Приведённые численные данные показывают, что при высоких уровнях инъекции ($C_i \gg 1$) имеет место асимптотика $B = TC_i^2$, где $T = U/U_0$, $U_0 = \eta b/(\varepsilon\varepsilon_0 \ln h^{-1})$, т.е., так же как и в случае плоского конденсатора, пороговое напряжение не зависит от закона инъекции, но зависит от отношения радиусов электродов.

8. Несимметричные электродные системы

В несимметричных электродных системах типа игла–плоскость, лезвие–плоскость и др. условие равновесия $\nabla q \times \mathbf{E} = 0$ не выполняется. Тем не менее и в этом случае наблюдается пороговость развития ЭГД-течений [12, 13]. Данное обстоятельство долгое время представлялось в каком-то смысле загадочным, однако подход, основанный на диссоциационно-инжекционной модели проводимости [53], показал, что это явление объясняется сменой диссоциационного режима проводимости инжекционным. По этой причине ЭГД-течения при несимметричных электродах, как правило, развиваются, особенно на начальных этапах, в смешанном диссоциационно-инжекционном режиме модели проводимости. С этим связана известная сложность исследований, обусловленная не только громоздкостью системы уравнений, но и, прежде всего, их нелинейностью.

Ниже рассматриваются основные закономерности ЭГД-течений при несимметричных электродах. Рассмотрение будет проводиться на конкретных примерах с применением как аналитических, так и численных методов. Выбор тех или иных моделей будет основываться на экспериментальных данных.

8.1. Особенности ЭГД-течений

при несимметричных электродах

Визуализация ЭГД-течений эффективно осуществляется с помощью пузырьков воздуха, выдаваемых из полихлорвиниловой трубки диаметром $\approx 50 \text{ мкм}$ [13]. Используя стробоскопическую подсветку, по длине треков можно вычислить скорость движения пузырьков и тем самым оценить скорость движения жидкости. Отметим, что пузырьки не проводят электрического тока и обладают малой присоединённой массой, поэтому их влияние на ЭГД-течение должно быть несущественным. Однако пузырьки могут заряжаться, поэтому, естественно, возникает вопрос о возможности инициации ЭГД-движения пузырьками или дисперсными частицами. В связи с этим были проведены эксперименты по фиксированию ЭГД-течения теньевым методом [92].

Результаты исследований в системе игла–плоскость представлены на рис. 13, из которого видно, что ЭГД-движение развивается и в отсутствие пузырьков, т.е. имеет место инъекция зарядов с иглы. Фиксировались ЭГД-движения как на начальном этапе при мгновенном включении высокого напряжения (рис. 13а), так и в режиме развитого течения (рис. 13б). Как видно из рис. 13а, в начальный момент развития ЭГД-течения инъекция зарядов происходит со всей поверхности иглы, а не только в окрестности её кончика, где напряжённость электрического поля максимальна. Наличие объёмного заряда приводит к зарядке пузырьков, что формирует их характерные винтовые треки.

8.2. ЭГД-течения

в системе плоский–изогнутый электроды

Если понятие "диссоциационная проводимость" является общепринятым, то представление об инъекции ионов с электродов, обуславливающей инжекционную проводимость, сложилось только в последнее время и, по-видимому, ещё не стало распространённым подходом при изучении ЭГД-явлений. Характерным примером ЭГД-течений при диссоциационно-инжекционной про-

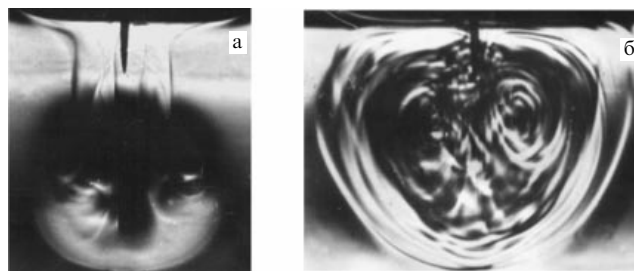


Рис. 13. Теньевые картины ЭГД-течений в системе игла–плоскость [92]: (а) ЭГД-течение в момент включения высокого поля, (б) развитое ЭГД-течение.

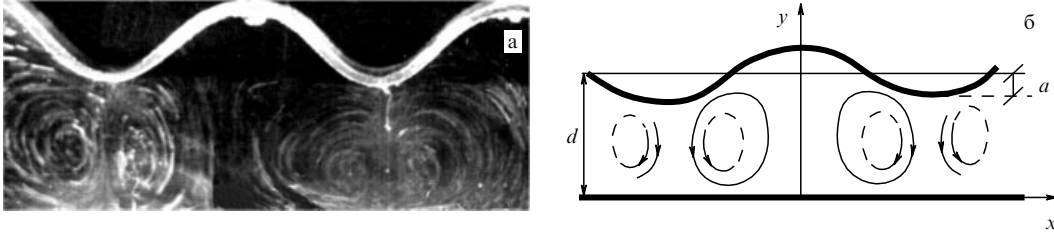


Рис. 14. (а) Электроконвекция в системе плоский электрод – изогнутый электрод [80]; изогнутый электрод отрицательный, расстояние между электродами ≈ 2 см, напряжение 5 кВ. (б) Выбор системы координат.

димости является ячеистая электроконвекция в электродной системе плоский электрод – изогнутый электрод [80, 98] (рис. 14). Доказательство наличия ионной инжекции было проведено следующим образом [80]. Трансформаторное масло очищалось стеклянными фильтрами до достижения проводимости 10^{-14} Ом $^{-1}$ см $^{-1}$, а затем добавлялся йод (I_2) до получения проводимости раствора 10^{-12} Ом $^{-1}$ см $^{-1}$. Раствор заливался в ячейку с плоским и изогнутым электродами. Если изогнутый электрод — отрицательный, то скорость течения является высокой, при смене полярности электроконвекция выражена слабо. Аналогичная закономерность выполняется и для тока. Эти закономерности можно объяснить инжекцией отрицательных ионов с катода в результате восстановительной электрохимической реакции с участием йода. Соответствующие расчёты подтверждают экспериментальные закономерности [80]. Приведём результаты расчётов для различных предельных случаев.

Выберем систему координат так, как показано на рис. 14б. Уравнение изогнутого электрода примем в виде $y(x) = d + a \cos(\Omega x)$, где Ω определяет степень изогнутости электрода, a — амплитуду. Аналитические вычисления можно провести в линейной постановке при малости амплитуды изогнутости электрода $\xi = a/d \ll 1$ в безындукционном приближении ($C \ll 1$, $C_i \ll 1$). Приведём два выражения для продольной компоненты скорости V_y .

При инжекции с изогнутого электрода в случае сильной изогнутости, $\omega = \Omega d \gg 1$, в его окрестности $y \sim d$ имеем

$$V_1 \equiv V_y = \frac{ed^2 E_0}{\eta} \frac{\xi}{\omega^2} \times \left[-n_0 C \left(1 + \frac{1}{\beta_2} \right) (2F - F'_E E_0) + \omega \frac{dn_c}{dE_0} E_0 \right] \cos(\Omega x), \quad (95)$$

$$F = F(E_0), \quad F'_0 = \frac{dF}{dE_0}, \quad n_c = n_c(E_0).$$

При униполярной проводимости и инжекции с плоского электрода ($y = 0$) получаем

$$V_2 \equiv V_y = \frac{ed^2 E_0^2}{\eta} \frac{dn_c(E_0)}{dE_0} \frac{\exp(-\omega)}{\omega} \times \left[1 - \left(1 + \omega \frac{y}{d} \right) \exp \left(-\omega \frac{y}{d} \right) \right] \cos(\Omega x). \quad (96)$$

Отсюда можно сделать следующие выводы.

1. В области слабых полей, когда доминирует примесная проводимость, $2F > F'_E E_0$, $2n_0 C(1 + 1/\beta_2)F > \omega(dn_c/dE_0)E_0$, жидкость течёт к выпуклостям изогну-

того электрода, причём скорость течения при условии $C \ll 1$ не зависит от поля. При возрастании поля, когда $F'_E E_0 > 2F$, и слабой инжекции наблюдается реверс течения и жидкость течёт от выпуклостей изогнутого электрода. В этом случае скорость течения возрастает экспоненциально по полю.

2. При достаточно высоком уровне инжекции с изогнутого электрода, когда $\omega(dn_c/dE_0)E_0 > n_0 C(1 + 1/\beta_2) \times |2F - F'_E E_0|$, жидкость течёт от выпуклостей изогнутого электрода. Скорость течения определяется законом инжекции. Например, при линейной инжекции, $n_c = \eta_c E$, скорость течения квадратична по полю:

$$V_y = \frac{ed^2}{\eta} \frac{\xi}{\omega} \eta_c E_0^2 \cos(\Omega x). \quad (97)$$

3. В достаточно сильных полях, когда преобладает инжекционная проводимость, скорость течения при инжекции с плоского электрода значительно меньше скорости электроконвекции при инжекции с изогнутого электрода, $V_1 \gg V_2$, что подтверждается экспериментами по наблюдению ЭГД-течений в растворах трансформаторного масла с йодом при медных электродах [80].

Как показывают расчёты [99], отмеченные закономерности имеют общий характер для любых несимметричных электродных систем. Например, при острейковых электродах (иглы, лезвия и т.п.) в области слабых полей, когда инжекция незначительна, жидкость течёт к остриям, т.е. в область концентрации поля. Это объясняется тем, что вблизи остриёв формируется гетерозаряд, поэтому кулоновская сила направлена к электроду. Численные расчёты показывают, что такие течения являются чрезвычайно медленными. При смене режима проводимости, когда преобладают инжектируемые ионы, вблизи остриёв формируется гомозаряд. В этом случае кулоновская сила направлена от острия, вследствие чего происходит реверс направления течения. Скорость таких течений настолько велика, что они легко наблюдаются визуально. Именно это обстоятельство создаёт впечатление о пороговости развития течения в случае несимметричных электродных систем.

8.3. Численный анализ ЭГД-течений

Рассмотрим систему электродов лезвие – плоскость (рис. 15). Ясно, что инжекционный процесс доминирует на острейковом электроде из-за чрезвычайно высокой напряжённости поля на кончике острия. Таким образом, электроконвекцию в электродной системе лезвие – плоскость можно описывать на основе трёхионной модели в безразмерных переменных, т.е. на основе стационарных уравнений (69) – (72).

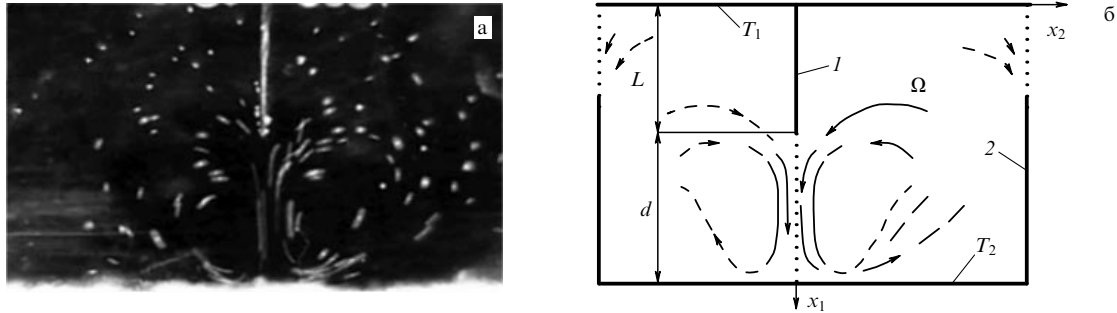


Рис. 15. Электроконвекция в системе лезвие–плоскость. (а) Фотография линий тока: межэлектродное расстояние 1,5 см, напряжение $U = 10$ кВ. (б) Геометрия расчётной области при численном моделировании, выбранная в виде прямоугольника Ω , образуемого электродами 1 (катод) и 2 (анод) (жирные линии) и линиями симметрии (пунктирные прямые), T_1 (T_2) — температура верхнего (нижнего) электрода.

Не ограничивая общности, можно считать, что острый электрод является катодом. Вследствие существенной нелинейности уравнений и сложности геометрии области течения задача в полной постановке может быть исследована только численными методами. В связи с этим мы сформулируем более полную систему граничных условий для ионных компонентов, учитывающую инжекцию примесных ионов за счёт участия ионных пар в электрохимических реакциях на электродах, а также конечную скорость разрядки ионов.

Как показывают эксперименты [13], при достаточно высоких напряжениях ЭГД-течения в системах острейковых электродов могут развиваться и в отсутствие специальных активирующих добавок типа йода, бутилового спирта и др. Этот эффект может быть обусловлен незначительными примесями воды либо растворённого кислорода и т.д. Поэтому примесные ионы могут также инжектироваться с электродов в результате электрохимических реакций. Скорость их образования можно описать инжекционными функциями $n_A(E)$ для ионов A^+ и $n_B(E)$ для ионов B^- . Одновременно с инжекцией ионов на электродах происходит разрядка ионов с противоположной полярностью (противоионов). При конечной скорости разрядки противоионы накапливаются в диффузионных приповерхностных слоях толщиной [25]

$$\xi_D = \frac{\varphi_0}{E_v}, \quad (98)$$

где $\varphi_0 = k_B T/e$, E_v — напряжённость поля на границе ДЭС–жидкость. Накопление противоионов на электродах приводит к двум важным эффектам: 1) снижению ионной инжекции вследствие изменения каталитической активности поверхности; 2) экранированию внешнего поля, что вызывает уменьшение напряжённости внешнего поля в объёме жидкости и, как следствие, затухание электроконвекции. Напряжённость поля на границе ДЭС E_v и локальная напряжённость E_{loc} на поверхности связаны соотношением $E_v = \beta_D E_{loc}$, где β_D — коэффициент усиления двойным электрическим слоем [25]. Экранирование внешнего поля полем ДЭС в граничных условиях можно задать падением напряжения на электроде:

$$\Delta U = \int_{r_0}^{\xi_D} E dx \approx (E_{loc} - E_v) \xi_D = (\beta_D - 1) E_v, \quad (99)$$

где r_0 — эффективный размер иона.

Граничные условия для противоионов задаются связью между концентрацией зарядов на электроде $n_i = n_i(r_0)$ и на границе ДЭС n_{iv} [25]

$$n_i = K_r n_{iv}, \quad K_r = \frac{b_i E_v}{k_r}, \quad (100)$$

где k_r — константа скорости разрядки противоионов.

Из (100) видно, что при больших скоростях разрядки (при мгновенной разрядке) $K_r \ll 1$, т.е. концентрация разряжающихся ионов на электроде равна нулю. В этом случае $\beta_D = 1$ [25] и падения напряжения на электроде нет.

Таким образом, граничные условия для безразмерных переменных имеют вид:

на аноде

$$V = 0, \quad \Phi = 1, \quad n_1 = \frac{n_A(E)}{n_0} \equiv f_A(E), \quad (101)$$

на катоде

$$V = 0, \quad \Phi = 0, \quad n_2 = \frac{n_B(E)}{n_0} \equiv f_B(E), \quad n_4 = \frac{n_c(E)}{n_c(E_0)} \equiv f_c(E).$$

Задача (69)–(72), (101) решалась численно в плоской постановке по алгоритму [100], модификация которого описана в [99]. Геометрия расчётной области ввиду симметрии системы выбиралась так, как показано на рис. 15б. Такой выбор электродной системы удобен тем, что, во-первых, увеличивает площадь разряжающей поверхности 2 (ионосорника) и, во-вторых, позволяет исследовать в одном расчёте два процесса: ЭГД-течения при инжекции с катода 1 и при отсутствии инжекции с анода 2, в окрестности которого преобладает диссоциационная проводимость. В качестве рабочей жидкости принимался раствор трансформаторного масла с йодом, в котором имеет место интенсивная инжекция отрицательных ионов с катода при сравнительно невысоких напряжениях. Расчёты показали, что согласование вольт-амперных и гидродинамических характеристик происходит только при линейном законе инжекции, т.е. при $f_c(E) = E$ в (101), и малых подвижностях инжектируемых ионов. Это также согласуется с выводами о том, что инжектируемые ионы в насыщенном растворе йода являются кластерами с эффективными радиусами порядка 120 нм [24], подвижность которых значительно меньше подвижности моноионов. Учитывая вышесказанное и то, что подвижности положительных и отрицательных примесных моноионов близки по

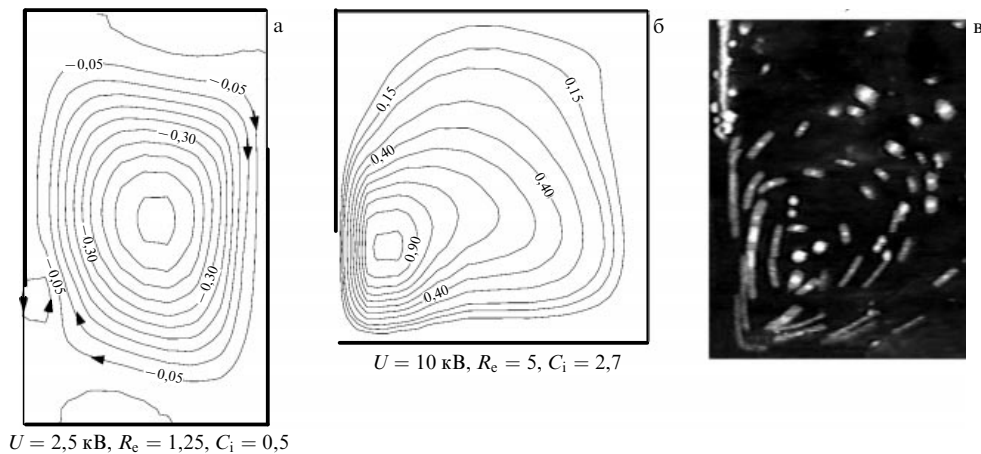


Рис. 16. (а) Расчётные линии тока при слабой униполярной инжекции ионов X^- с катода в отсутствие инжекции примесных ионов в трансформаторном масле с йодом, разрядка ионов мгновенная; (б) развитое течение; (в) кадр ЭГД-течения (выдержка 0,04 с), напряжение 10 кВ, межэлектродное расстояние 1 см.

величине [19, 24], в расчётах принимались следующие значения параметров: $\rho = 1$ г см $^{-3}$, $b_4 = 0,2b_1$, $b_1 = b_2 = 10^{-8}$ м 2 В $^{-1}$ с $^{-1}$, $\sigma = 10^{-11}$ Ом $^{-1}$ м $^{-1}$, $\varepsilon = 2,1$, $\eta = 0,2$ Пз, $\lambda = 0,119$ Вт м $^{-1}$ град $^{-1}$, $c_p = 2 \times 10^3$ Дж кг $^{-1}$ град $^{-1}$. При линейном законе инжекции безразмерные параметры удобно записать в виде

$$C_i = \frac{e\eta_c d}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad \sigma_c = C_i S R_e, \quad S_c = (1 + \beta_2)S, \quad S = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 V}{\sigma_0 d^2},$$

так что параметр C_i определяет уровень инжекции ионов X^- , S , R_e определяют соответственно влияние примесной проводимости и напряжения на электродах. Значение коэффициента инжекции находилось из соотношений $en_c(E_*) \mu_4 E_* = j_*$, $n_c(E_*) = \eta_c E_*$, в которых, например, для подвергнутого сушке в течение четырёх суток чистого трансформаторного масла по экспериментальной ВАХ в плоском конденсаторе при $E = 10$ кВ см $^{-1}$ величина $\eta_c = 2,4 \times 10^{-9}$ А с В $^{-1}$ м $^{-2}$. Численные расчёты проводились при $d = 1$ см и различных значениях напряжений: от $U = 2$ кВ (начало интенсивного ЭГД-течения) до $U = 15$ кВ (развитое ЭГД-течение). Приведём типичные значения безразмерных параметров для чистого трансформаторного масла: $C_i = 1,1$, $S = 0,37$, $M = 185$, $R_e = 5$ ($U = 10$ кВ). Расчёты подтвердили все выводы и закономерности, полученные при исследова-

нии электроконвекции в системе плоский электрод – периодически изогнутый электрод (см. раздел 4.2).

Картина развития электроконвекции в области слабых полей представлена на рис. 16. Вычисления показали, что при $U \leq 1$ кВ, когда инжекция слаба, течение направлено к остриям электродов, однако скорости течения чрезвычайно малы (менее 1 мм с $^{-1}$). При $U \sim 2$ кВ вблизи инжектирующего электрода появляется небольшой вихрь (рис. 16а) с быстро увеличивающимися при возрастании поля размерами, который распространяется на всю межэлектродную область между инжектирующим электродом и противозлектродом (рис. 16б). При этом вблизи острия, где отсутствует инжекция, течение сохраняет своё направление на острие. Вычисления показали, что согласование результатов расчётов и экспериментальных данных [13] по линиям тока и скорости течения вдоль оси симметрии от инжектирующего электрода (центральной струи) имеет место только при высоком уровне инжекции и малой подвижности инжектируемых ионов. Независимые экспериментальные измерения распределения скоростей течения в высушенном трансформаторном масле, проведённые А.Е. Кузько (рис. 17а), также показали качественное согласие с результатами расчётов (рис. 17б). Так, длина струи l связана с расстоянием d соотношением $l \approx 0,7d$. Поряд-

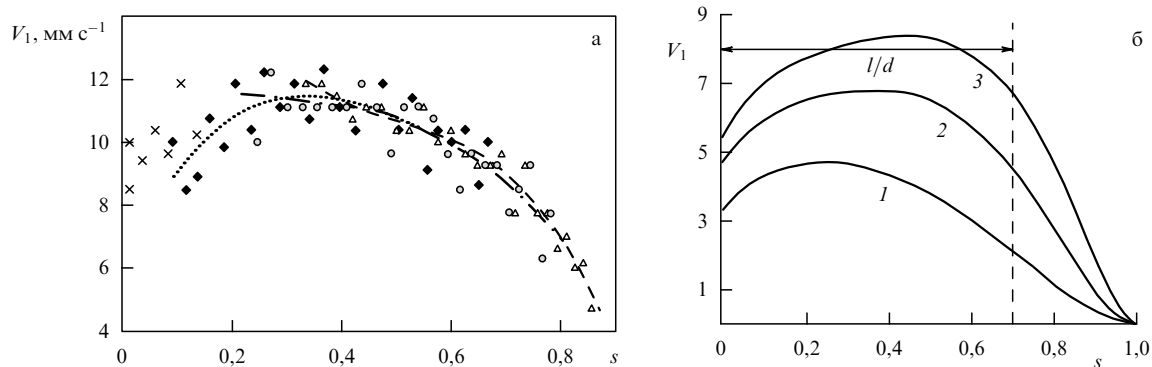


Рис. 17. (а) Экспериментальная зависимость скорости вдоль оси струи V_1 при $d = 1,5$ см, $U = 5$ кВ. (б) Результаты расчёта продольной компоненты безразмерной скорости вдоль оси симметрии (координаты $s = (x_1 - L)/d$ (рис. 15б)) от инжектирующего электрода (центральной струи), случай сильной инжекции, $C_i = 2,7$: 1 – $U = 5$ кВ, 2 – $U = 10$ кВ, 3 – $U = 15$ кВ. Разрядка ионов мгновенная.

док скоростей течения также совпадает, например, при слабой инжекции (рис. 17а) при $U = 5$ кВ в центре струи $V_1 = 1,5$ см с^{-1} , а при сильной инжекции $V_1 = 5$ см с^{-1} , что согласуется с результатами расчётов (рис. 17б). Однако для полного количественного согласования необходимо более тщательное исследование инжекционных параметров и коэффициентов разрядки ионов. Расчёты показали, что при конечной скорости разрядки ионов заметно снижается скорость ЭГД-течения. Так, при $K_r \sim 3$ и $U = 5$ кВ скорость V_1 уменьшается на 30 %.

Проведённые вычисления позволяют сделать следующие выводы.

1. В отсутствие инжекции (диссоциационный режим проводимости) жидкость течёт к острому лезвию, при этом скорости течения чрезвычайно малы (менее 1 мм с^{-1}). При достаточно большом напряжении, когда начинает преобладать инжекционная проводимость, жидкость течёт от инжектирующего электрода (см. рис. 16). При этом скорости течения достигают величины более 10 см с^{-1} . Этот эффект объясняет кажущуюся пороговость развития течения в несимметричной электродной системе.

2. Линейный закон инжекции согласуется как с полем скоростей, так и с ВАХ.

3. Согласование расчётных и экспериментальных линий тока имеет место при малой подвижности инжектируемых ионов по сравнению с подвижностью моноионов.

4. При конечной скорости разрядки ионов скорость ЭГД-течения снижается.

5. Изучение структуры ЭГД-течений и распределения поля скоростей совместно с анализом ВАХ позволяют выявить закономерности инжекции зарядов на электродах.

8.4. ЭГД-теплообмен

Одним из важных приложений ЭГД-течений является усиление теплоотдачи от нагретого электрода благодаря образованию пограничных ЭГД-слоёв. В инженерной практике теплоперенос характеризуется коэффициентом теплоотдачи α , который определяется как $\dot{Q} = \alpha \Delta T$, где \dot{Q} — тепловой поток со всей поверхности в

единицу времени, $\Delta T = T_2 - T_1$ — температурный напор ($T_2 > T_1$). В приближении Буссинеска распределение поля температур в безразмерных переменных ($\theta = (T - T_1)/\Delta T$) записывается в виде

$$\text{Pr} \, \text{Re} \, \nabla \nabla \theta = \Delta \theta, \quad (102)$$

где $\text{Pr} = \nu/\kappa$ — число Прандтля (κ — коэффициент температуропроводности). Считая нижний электрод горячим (рис. 15б) и пренебрегая теплопередачей через тонкие лезвия, граничные условия можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{верхний электрод } (x_1 = 0): \quad & \theta = 0; \\ \text{нижний электрод } (x_1 = L_1): \quad & \theta = 1; \\ \text{линии симметрии } (x_2 = 0, x_1 = L_2): \quad & \frac{\partial \theta}{\partial x_2} = 0. \end{aligned} \quad (103)$$

Определим коэффициент усиления теплоотдачи как отношение теплового потока в электрическом поле $\dot{Q}_E = \alpha_E \Delta T$, $\alpha_E = \lambda \int_0^{L_2} \partial \theta / \partial x_1 dx_2$, вычисленного на нижнем электроде, к тепловому потоку в неподвижной жидкости $\dot{Q}_0 = \alpha_0 \Delta T$, $\alpha_0 = \lambda (L_2/L_1)$: $\eta_E = \dot{Q}_E/\dot{Q}_0$. Результаты расчётов коэффициента η_E представлены на рис. 18а, из которого видно, что при мгновенной разрядке ионов усиление теплоотдачи полем весьма эффективно: при слабой инжекции $\eta_E \sim 10$, при сильной — $\eta_E \sim 20$. Анализ изотерм (рис. 18б) показывает, что теплопередача происходит в основном через пограничные слои, а температура жидкости на границах пограничных слоёв примерно постоянна. В экспериментальных исследованиях для увеличения площади инжектирующих поверхностей и исключения пробоя обычно используют систему проволочных электродов, расположенных в шахматном порядке [56, 101] (рис. 19). Измеренный коэффициент ЭГД-усиления теплоотдачи сравнительно невелик — не превышает значения $\eta_E \approx 4$ при довольно больших напряжениях ($U \approx 20$ кВ). Столь малые значения η_E , по-видимому, обусловлены конечной скоростью разрядки ионов. В связи с этим возникает важная задача нахождения буферного переносчика зарядов от инжектора к ионосборнику, т.е. нахождения такой примеси, которая

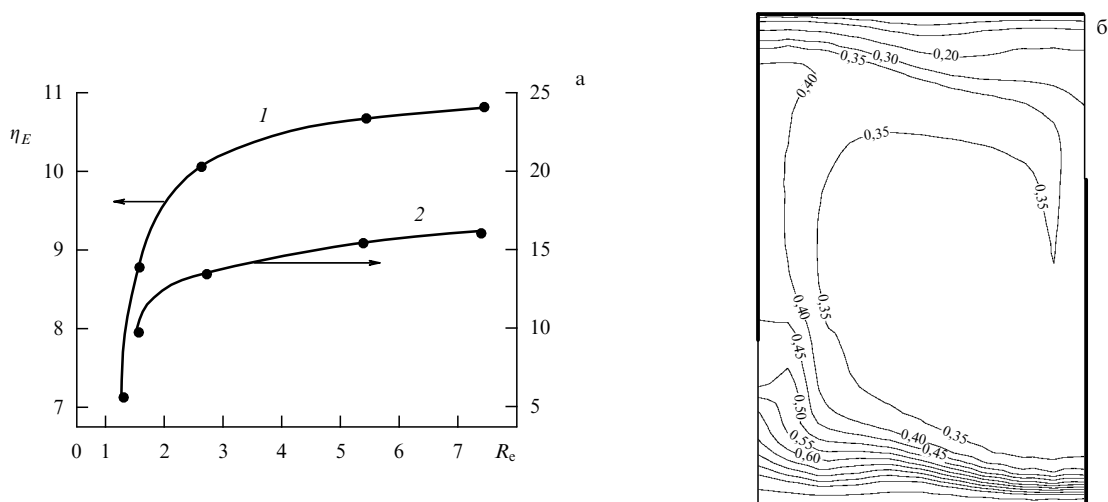


Рис. 18. (а) Зависимость коэффициента ЭГД-теплоотдачи от прикладываемого напряжения (разрядка ионов мгновенная): 1 — слабая инжекция, $C_i = 0,5$; 2 — сильная инжекция, $C_i = 2,7$. (б) Изотермы при $C_i = 0,5$ и $R_e = 1,25$.

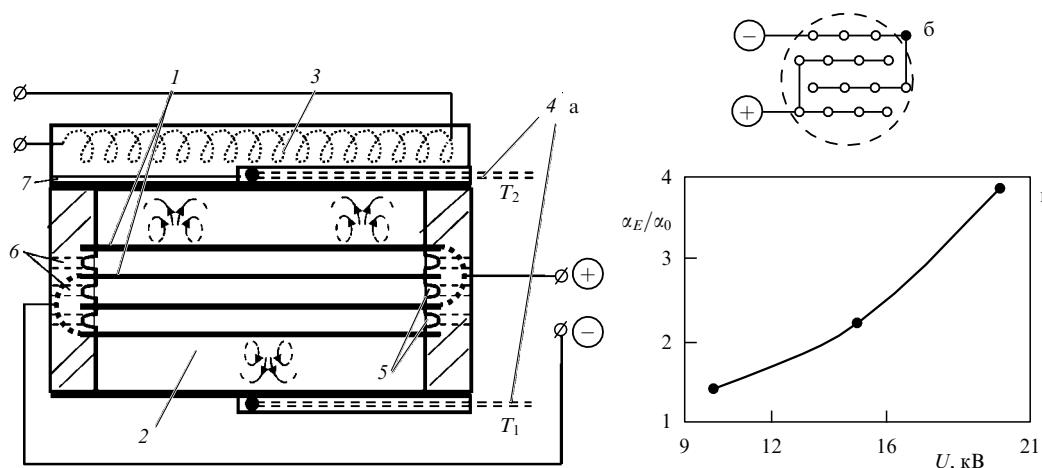


Рис. 19. (а) Схема проволочного ЭГД-теплообменника: 1 — проволочные электроды, 2 — жидкость, 3 — спираль нагревателя, 4 — выводы термопар, 5 — межэлектродные вырезы, 6 — каналы для прокачки жидкости, 7 — слюдяная пластина. (б) Расположение электродов. (в) Результат измерений [56].

бы легко ионизировалась на инжекторе и достаточно быстро разряжалась на коллекторе, превращаясь в исходную нейтральную примесь.

9. Заключение

В настоящее время можно утверждать, что электрогидродинамика сформировалась как самостоятельная наука и она интенсивно развивается. Регулярно проводятся научные конференции в России (в Санкт-Петербургском государственном университете и Ярославском государственном университете им. П.Г. Демидова), а также в различных странах Европы, Юго-Восточной Азии и в США. Сформировалось устойчивое представление о том, что ионная проводимость при наличии инжекционных и диссоциационно-рекомбинационных процессов играет определяющую роль в основных ЭГД-явлениях. На основе многоионных моделей проводимости удалось объяснить практически всё многообразие ЭГД-процессов как на этапе их развития, так и в стационарных режимах при различных геометриях электродных систем и напряжённостей высоковольтного поля. Несмотря на иногда кажущуюся парадоксальность ЭГД-явлений, нелинейный анализ, в том числе с привлечением численных методов, в рамках развитых ЭГД-моделей даёт их объяснение на основе классических представлений.

Ясно, что ЭГД-эффекты могут найти широкое применение в различных технологиях. Например, возможно использование ЭГД-течения для перекачки жидкостей (ЭГД-насос без движущихся механических частей) или интенсификации теплообмена. Такие устройства могли бы найти применение в космической промышленности, так как они обладают рядом преимуществ (отсутствие вибраций, шумов и т.д.). Однако вплоть до настоящего времени не решена основная проблема электрогидродинамики — небольшой ресурс работы ЭГД-систем. Проблемы, встающие на этом пути, сходны с теми, которые возникали в своё время при разработке полупроводниковых устройств. Это необходимость высокой очистки жидкости и подбор инжекционных примесей (в полупроводниках — легирование), обеспечивающих обратимые окислительно-восстановительные реакции на электро-

дах. Нам представляется, что эти проблемы будут решены в ближайшее время, что даст начало новому этапу развития электростатических технологий.

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программой "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России", 2009–2013 гг. (государственный контракт П913).

Список литературы

1. Мелчер Дж *Магнитная гидродинамика* (2) 3 (1974)
2. Melcher J R, Taylor G I *Annu. Rev. Fluid Mech.* **1** 111 (1969) [Мелчер Дж, Тейлор Дж, в сб. *Механика. Периодический сборник переводов иностранных статей* Вып. 5 (М.: Мир, 1971) с. 68]
3. Felici N *J Direct Current* (2) 90 (1971)
4. Atten P, Gosse J *J. Chem. Phys.* **51** 2804 (1969)
5. Felici N, Lacroix J C *J. Electrostatics* **5** 135 (1978)
6. Castellanos A *IEEE Trans. Electr. Insul.* **26** 1201 (1991)
7. Mackey A M, Gibbings J C *J. Electrostatics* **10** 257 (1981); Gibbings J C, Mackey A M *J. Electrostatics* **11** 119 (1981)
8. Jones T B *Adv. Heat Transfer* **14** 107 (1979)
9. Гогосов В В, Полянский В А, в кн. *Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа* Т. 10 (М.: ВИНТИ, 1976)
10. Тарапов И Е *Теория функций, функциональный анализ и их приложения* **17** 221 (1973)
11. Болога М К, Гросу Ф П, Кожухарь И А *Электроконвекция и теплообмен* (Кишинев: Штиинца, 1977)
12. Остроумов Г А *Взаимодействие электрических и гидродинамических полей* (М.: Наука, 1979)
13. Стишков Ю К, Остапенко А А *Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках* (Л.: Изд-во ЛГУ, 1989)
14. Габдукаев Г А, Косвинцев С Р, Семенов В А *Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук* (4) 95 (1990)
15. Бережнов В В, Семенов В А *ЖТФ* **65** (9) 197 (1995) [Berezhnov V V, Semenov V A *Tech. Phys.* **40** 973 (1995)]
16. Семенов В А *ЖТФ* **69** (6) 127 (1999) [Semenov V A *Tech. Phys.* **44** 722 (1999)]
17. Сканави Г И *Физика диэлектриков: область слабых полей* (М.: ГИТТЛ, 1949)
18. Сканави Г И *Физика диэлектриков: область сильных полей* (М.: Физматгиз, 1958)
19. Adamczewski I *Jonizacja i Przewodnictwo Cieklych Dielektryków* (Warszawa: Państwowe Wydawn. Naukowe, 1965) [Ionization, Conductivity and Breakdown in Dielectric Liquids (London: Taylor & Francis, 1969); Адамчевский И *Электрическая проводимость жидких диэлектриков* (Л.: Энергия, 1972)]
20. Ушаков В Я *Импульсный электрический пробой жидкостей* (Томск: Изд-во Томского ун-та, 1975)

21. Ушаков В Я и др. *Пробой жидкостей при импульсном напряжении* (Томск: Изд-во науч.-техн. лит., 2005)
22. Рубашов И Б, Бортников Ю С *Электрогазодинамика* (М.: Атомиздат, 1971)
23. Castellanos A (Ed.) *Electrohydrodynamics* (CISM Courses and Lectures, No. 380) (Wien: Springer, 1998)
24. Жакин А И *УФН* **173** 51 (2003) [Zhakin A I *Phys. Usp.* **46** 45 (2003)]
25. Жакин А И *УФН* **176** 289 (2006) [Zhakin A I *Phys. Usp.* **49** 275 (2006)]
26. Zhakin A I *Electrohydrodynamics: Basic Concepts, Problems and Applications* (Kursk: Univ. Press, 1998)
27. Дружинин Э А *Производство и свойства фильтрующих материалов Петрянова из ультратонких полимерных волокон* (М.: ИздАТ, 2007)
28. Алонцева Н М и др., в сб. *Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей*. Сб. докладов IX Международ. научной конф., 22 июня–26 июня 2009 года (СПб.: Соло, 2009)
29. Верещагин И П и др. *Основы электрогазодинамики дисперсных систем* (М.: Энергия, 1974)
30. Безруков В И *Основы электрокаплярных технологий* (СПб: Судостроение, 2001)
31. Мицкевич П К, Солодовниченко И М, Сигарев М Т *Электрохимия* **1** 1072 (1965)
32. Жакин А И *Магнитная гидродинамика* (4) 41 (1983)
33. Нефедов А П, Петров О Ф, Фортвов В Е *УФН* **167** 1215 (1997) [Nefedov A P, Petrov O F, Fortov V E *Phys. Usp.* **40** 1163 (1997)]
34. Тамм И Е *Основы теории электричества* (М.: Наука, 1966) [Tamm I E *Fundamentals of the Theory of Electricity* (Moscow: Mir Publ., 1979)]
35. Campbell K H S et al. *Nature* **380** 64 (1996)
36. Смирнов Б М *УФН* **162** (8) 43 (1992) [Smirnov B M *Phys. Usp.* **35** 650 (1992)]
37. de Groot S R, Mazur P *Non-equilibrium Thermodynamics* (Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1962) [де Гроот С, Мазур П *Неравновесная термодинамика* (М.: Мир, 1964)]
38. Тарапов И Е, Жакин А И, Иевлев И И *Неравновесная термодинамика и ее приложения к механике намагничивающихся и поляризующихся сред* (Харьков: Харьковский гос. ун-т, 1986)
39. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982) [Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)]
40. Жакин А И *Физико-химическая гидродинамика многокомпонентных дисперсных сред* (Курск: КГТУ, 1999)
41. Добрецов Л Н, Гомоюнова М В *Эмиссионная электроника* (М.: Наука, 1966) [Dobretsov L N, Gomoynova M V *Emission Electronics* (Jerusalem: Israel Program for Sci. Translations, 1971)]
42. Фоменко В С, Подчерняева И А *Эмиссионные и адсорбционные свойства веществ и материалов* (М.: Атомиздат, 1975)
43. Gosse B, Gosse J P, Felici N J J. *Appl. Electrochem.* **5** 329 (1975)
44. Измайлов Н А *Электрохимия растворов* (М.: Химия, 1966)
45. Жданов С И, Грачева Н П, в кн. *Жидкие кристаллы* (Под ред. С И Жданова) (М.: Химия, 1979)
46. Voinov M, Dunnett J S J. *Electrochem. Soc.* **120** 922 (1973)
47. Волькенштейн Ф Ф *Электронные процессы на поверхности полупроводников при хемосорбции* (М.: Наука, 1987) [Wolkenstein T *Electronic Processes on Semiconductor Surfaces During Chemisorption* (New York: Consultants Bureau, 1991)]
48. Киселев В Ф, Козлов С Н, Затеев А В *Основы физики поверхности твердого тела* (М.: Изд-во Моск. ун-та, Физ. фак. МГУ, 1999)
49. Maissel L I, Glang R *Handbook of Thin Film Technology* (New York: McGraw-Hill, 1970) [Майссел Л, Глэнг Р (Ред.) *Технология тонких пленок* Справочник Т. 2 (М.: Сов. радио, 1977)]
50. Партенский М Б *УФН* **128** 69 (1979) [Partenskii M B *Sov. Phys. Usp.* **22** 330 (1979)]
51. Комник Ю Ф *Физика металлических пленок: Размерные и структурные эффекты* (М.: Атомиздат, 1979)
52. Morrison S R *The Chemical Physics of Surfaces* (New York: Plenum Press, 1977) [Моррисон С *Химическая физика поверхности твердого тела* (М.: Мир, 1980)]
53. Жакин А И *Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа* (4) 3 (1986) [Zhakin A I *Fluid Dyn.* **21** 507 (1986)]
54. Месяц Г А *УФН* **165** 601 (1995) [Mesyats G A *Phys. Usp.* **38** 567 (1995)]
55. Filici N, Gosse J P *Rev. Phys. Appl.* **14** 629 (1979)
56. Кузько А Е, Жакин А И, в сб. *Необратимые процессы в природе и технике: Труды 6-й Всеросс. конф. 26–28 января, 2011 г., Москва* (М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011) с. 271
57. Диканский Ю И и др. *Коллоидный журн.* **67** 161 (2005) [Dikanskii Yu I et al. *Colloid J.* **67** 134 (2005)]
58. Кожевников В М и др. *ЖТФ* **78** (2) 51 (2008) [Kozhevnikov V M et al. *Tech. Phys.* **53** 192 (2008)]
59. Васильев В А, Романовский Ю М, Яхно В Г *Автоволновые процессы* (М.: Наука, 1987)
60. Жакин А И *Вестн. Харьковского гос. ун-та. Механика и управление динамическими системами* (241) 3 (1983)
61. Саранин В А *Устойчивость равновесия, зарядка, конвекция и взаимодействие жидких масс в электрических полях* (М.–Ижевск: РХД, 2009)
62. Седов Л И *Механика сплошной среды* Т. 1 (М.: Наука, 1973) [Sedov L I *A Course in Continuum Mechanics* Vol. 1 (Groningen: Wolters-Noordhoff, 1971)]
63. McConnell A J *Application of Tensor Analysis* (New York: Dover Publ., 1957) [Мак-Коннел А Дж *Введение в тензорный анализ с приложениями к геометрии, механике и физике* (М.: Физматгиз, 1963)]
64. Жакин А И *Тензорный анализ. Механика. Гравитация* (Курск: КГТУ, 1998)
65. Бабский В Г и др. *Гидромеханика невесомости* (Под ред. А Д Мышкиса) (М.: Наука, 1976)
66. Adamson A W *Physical Chemistry of Surfaces* (New York: Wiley, 1976) [Адамсон А *Физическая химия поверхностей* (М.: Мир, 1979)]
67. Ono S, Kondo S *Molecular Theory of Surface Tension in Liquids* (Handbuch der Physik, Ed. S Flügge, Vol. 10) (Berlin: Springer-Verlag, 1960) [Оно С, Кондо С *Молекулярная теория поверхностного натяжения в жидкостях* (М.: ИЛ, 1963)]
68. Rowlinson J S, Widom B *Molecular Theory of Capillarity* (Oxford: Clarendon Press, 1982) [Роулинсон Дж, Уидом Б *Молекулярная теория капиллярности* (М.: Мир, 1986)]
69. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* Ч. 1 (М.: Наука, 1976) [Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics* Vol. 1 (Oxford: Pergamon Press, 1980)]
70. Жакин А И *Электронная обработка материалов* (4) 39 (1989)
71. Косвинцев С Р, Дисс. ... канд. физ.-мат. наук (Пермь: Пермский гос. ун-т, 1993)
72. Castellanos A, Atten P, Velarde M G *Phys. Fluids* **27** 1607 (1984)
73. Рычков Ю М, Стишков Ю К *Коллоидный журн.* **41** 1204 (1978)
74. Thomson J J, Thomson G P *Conduction of Electricity through Gases* Vol. 1, 3rd ed. (Cambridge: Univ. Press, 1928) p. 193
75. Семенхин Н М, Жолковский Э К *Электрохимия* **18** 691 (1982)
76. Жакин А И *Электронная обработка материалов* (2) 48 (1988)
77. Turnbull R J, Melcher J R *Phys. Fluids* **12** 1160 (1969)
78. Turnbull R J *Phys. Fluids* **11** 2597 (1968)
79. Roberts P H *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **22** 211 (1969)
80. Жакин А И *Магнитная гидродинамика* (2) 70 (1982)
81. Жакин А И, Федоненко А И *Электронная обработка материалов* (4) 41 (1983)
82. Жакин А И, Тарапов И Е, Федоненко А И *Электронная обработка материалов* (5) 37 (1983)
83. Казацкая Л С, Солодовниченко И М *Электронная обработка материалов* (2) 68 (1979)
84. Стишков Ю К, Остапенко А А *Магнитная гидродинамика* (3) 139 (1980)
85. Pohl H A *J. Appl. Phys.* **29** 1182 (1958)
86. Yavorskaya I M, Fomina N I, Belyaev Yu N *Acta Astronautica* **11** 179 (1984)
87. Боголюбов Н Н, Митропольский Ю А *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний* (М.: Наука, 1974) [Bogoliubov N N, Mitropolsky Y A *Asymptotic Methods in the Theory of Non-linear Oscillations* (New York: Gordon and Breach, 1961)]
88. Гершуни Г З, Жуховицкий Е М *Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости* (М.: Наука, 1972)

89. Варгафтик Н Б *Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей* (М.: Наука, 1972) [Vargaftik N B *Tables on the Thermophysical Properties of Liquids and Gases* (Washington: Hemisphere Pub. Corp., 1975)]
90. Gallagher T J *Simple Dielectric Liquids. Mobility, Conduction, and Breakdown* (Oxford: Clarendon Press, 1975)
91. Жакин А И *Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа* (1) 98 (1983) [Zhakin A I *Fluid Dyn.* **18** 78 (1983)]
92. Федоненко А И, Жакин А И *Магнитная гидродинамика* (3) 74 (1982)
93. Caldin E *Fast Reactions in Solution* (New York: Wiley, 1964) [Колдин Е *Быстрые реакции в растворе* (М.: Мир, 1966)]
94. Debye P J. *Chem. Phys.* **1** 13 (1933)
95. Enderby J A *Proc. R. Soc. London A* **207** 329 (1951)
96. Жакин А И *Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа* (1) 34 (1989) [Zhakin A I *Fluid Dyn.* **24** 27 (1989)]
97. Жакин А И, Тарапов И Е, Федоненко А И *Магнитная гидродинамика* (4) 139 (1981)
98. Жакин А И *Вестник Харьковского ун-та. Математика, механика и вопросы управления* (298) 7 (1987)
99. Жакин А И *Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа* (2) 14 (1988) [Zhakin A I *Fluid Dyn.* **23** 168 (1988)]
100. Gosman A D et al. *Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows* (London: Academic Press, 1969) [Гросмен А Д и др. *Численные методы исследования течений вязкой жидкости* (М.: Мир, 1972)]
101. Болога М К, Кожевников И В, Мардарский О И *Электронная обработка материалов* (1) 17 (2009) [Bologa M K, Kozhevnikov I K, Mardarskii O I *Surf. Eng. Appl. Electrochem.* **45** 13 (2009)]

Electrohydrodynamics

A.I. Zhakin

*Kursk State Technical University,
ul. 50-let Oktyabrya 94, 305040 Kursk, Russian Federation
Tel. + 7 (4712) 56 05 90. Fax + 7 (4712) 56 18 85
E-mail: zhakin@mail.ru*

The basic principles of electrohydrodynamics (EHD) are reviewed, including governing equations and boundary conditions, the applicability of EHD models and averaging equations over external field variations. Nondimensional criteria for key aspects of electric and EHD processes are given. Experimental data on and theoretical treatments of basic EHD phenomena, such as transient processes, sound waves in an electric field, EHD instabilities, EHD flows and EHD heat transfer, are discussed.

PACS numbers: **47.65** – d, 66.10.Ed, **82.45** – h

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201205b.0495

Bibliography — 101 references

Received 16 June 2011, revised 4 July 2011

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **182** (5) 495 – 520 (2012)

Physics – Uspekhi **55** (5) (2012)