

20. Lemonik Y et al. *Phys. Rev. B* **82** 201408(R) (2010)
21. Vafek O, Yang K *Phys. Rev. B* **81** 041401(R) (2010)
22. Abanin D A et al. *Science* **332** 328 (2011)
23. McEuen P L et al. *Phys. Rev. Lett.* **64** 2062 (1990)
24. Haug R J *Semicond. Sci. Technol.* **8** 131 (1993)
25. Tombros N et al. *Nature* **448** 571 (2007)
26. Sinova J et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 126603 (2004)
27. Kato Y K *Science* **306** 1910 (2004)
28. Wunderlich J et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 047204 (2005)
29. Imada M, Fujimori A, Tokura Y *Rev. Mod. Phys.* **70** 1039 (1998)
30. Evers F, Mirlin A D *Rev. Mod. Phys.* **80** 1355 (2008)
31. Ponomarenko L A et al. *Nature Phys.* **7** 958 (2011)
32. Katsnelson M I, Novoselov K S, Geim A K *Nature Phys.* **2** 620 (2006)
33. Cheianov V V, Fal'ko V I *Phys. Rev. B* **74** 041403(R) (2006)
34. Adam S et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **104** 18392 (2007)
35. Cheianov V V et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 176801 (2007)

PACS numbers: 42.25.-p, 42.30.-d, 42.60.Jf
 DOI: 10.3367/UFNr.0182.201204f.0442

Современная оптика гауссовых пучков

В.Г. Волостников

1. Введение

Когерентное световое поле, как любой колебательный процесс, характеризуется амплитудой и фазой. Методы и средства анализа световых полей по измерениям интенсивности составляют основу оптических приборов, и с физической точки зрения решение любой задачи оптического измерения — это установление связи между энергетическими и структурными параметрами оптического излучения.

В силу специфики оптического диапазона регистрации поддаётся не комплексная амплитуда оптического сигнала, а лишь его интенсивность, которая в общем случае не является полной характеристикой светового поля. Традиционные методы интерферометрии представляют принципиальную возможность косвенных фазовых измерений, однако в ряде задач невозможно или трудно реализовать интерферометрический принцип получения информации о комплексной амплитуде или фазе поля. Данная ситуация имеет место в астрономии, рентгеновской и адаптивной оптике. В связи с этим является актуальным поиск и исследование таких связей между интенсивностью и фазой поля, которые дают ответ на вопрос: сколько и каких измерений интенсивности нужно произвести, чтобы по ним восстановить само поле или его определённые характеристики? С другой стороны, существует самостоятельная область исследований, в которой искомое поле необходимо не восстановить, а синтезировать. Это относится к задачам фокусировки излучения в область с заданными пространственными характеристиками, а также внутристимулаторного формирования пучков с заданной структурой выходного излучения. Данные задачи являются родственными задаче анализа световых полей: все они связаны с получением информации о поле по его энергетическим характеристикам. Однако легко увидеть и их существен-

ное различие: физическая реализуемость поля с анализируемой интенсивностью заложена в самой постановке задачи анализа, тогда как для задачи синтеза вопрос о существовании поля с заданной интенсивностью является одним из центральных. Тем не менее оказалось, что результаты исследований, посвящённых анализу световых полей, дают принципиально новые возможности и для их синтеза в различных физических ситуациях. В последнее время получен ряд существенных новых результатов, не нашедших отражения в монографиях. Восполнение этого пробела и составляет основную задачу данного доклада.

В докладе приводятся результаты исследования так называемой одномерной фазовой проблемы в оптике. Найдена явная аналитическая связь между интенсивностью и фазой одномерного поля в зоне Френеля.

Рассмотрена двумерная фазовая проблема в оптике и показано её радикальное отличие от соответствующей одномерной проблемы. Установлено, что векторное поле потока световой энергии в общем случае содержит потенциальную и вихревую компоненты; для безвихревых полей найдена явная аналитическая связь двумерных распределений фазы и интенсивности в зоне Френеля; показано, что вихревая компонента подчиняется закону сохранения, а именно: интеграл от проекции ротора вектора потока световой энергии на направление распространения равен нулю для любой плоскости в зоне Френеля; показана связь между вихревой компонентой вектора потока световой энергии и дислокациями волнового фронта.

Получены явные аналитические зависимости фазы двумерного светового поля от его интенсивности как функции определённых параметров формирующей оптической системы.

Исследовано поведение гауссовых пучков при астигматических воздействиях. Теоретически показано, что определённые астигматические оптические системы осуществляют взаимное преобразование пучков Эрмита–Гаусса (ЭГ) и Лагерра–Гаусса (ЛГ). Найден и экспериментально реализован параметрический класс световых полей — обобщённых пучков Эрмита–Лагерра–Гаусса (ЭЛГ), описываемый полной системой ортогональных функций, зависящих от параметра, причём известные пучки ЭГ и ЛГ являются его частными представителями. Приводятся описание оптических схем, реализующих преобразование пучков ЭГ в пучки ЛГ, и результаты соответствующих экспериментов.

В параксиальном приближении ставится и решается задача поиска световых полей, сохраняющих свою структуру при распространении и фокусировке с точностью до масштаба и вращения. Приводится полное описание таких световых полей, названных спиральными пучками, законы их распространения и вращения. Рассмотрена связь спиральных пучков с квантовой механикой. Описаны некоторые способы экспериментальной реализации спиральных пучков.

Рассмотрены методы синтеза структурно-устойчивых при распространении световых полей с заданным распределением интенсивности. На основе оптики спиральных пучков получены световые поля, распределение интенсивности которых имеет форму произвольной плоской кривой. Исследованы свойства спиральных пучков для замкнутых кривых. Установлено, что такие пучки проявляют характерные свойства квантования: во-пер-

вых, распределение интенсивности претерпевает радиальное изменение при преобразованиях подобия соответствующей кривой и имеет форму этой кривой лишь при определённых значениях коэффициента подобия; во-вторых, для этих же значений коэффициента подобия площадь под кривой пучка связана с гауссовым параметром целочисленным соотношением, при этом число фазовых сингулярностей спирального пучка внутри кривой также квантуется и их число определяется только площадью внутри кривой, но не её формой.

Приводятся результаты приложения оптики спиральных пучков к задаче синтеза фазовых дифракционных оптических элементов для фокусировки светового поля в плоскую кривую и двумерную область заданной формы. Предложены новый итеративный метод решения этой задачи, который основан на использовании фазового распределения спирального пучка в ближней зоне и распределения его интенсивности в дальней зоне для кривых, и соответствующие распределения фурье-инвариантных полей для фокусировки в область в качестве начальных приближений при синтезе соответствующих фазовых дифракционных оптических элементов. Приведены результаты численных и натурных экспериментов.

2. Восстановление одномерного когерентного монохроматического поля

по измерениям интенсивности в зоне Френеля

Выясним связь между интенсивностью и фазой светового поля в зоне Френеля. Уравнение, описывающее преобразование Френеля, имеет вид

$$F(x) = \sqrt{\frac{k}{2\pi l}} \exp\left(-\frac{1}{4} \pi i\right) \int_a^b \exp\left[\frac{ik}{2l}(x - \xi)^2\right] U(\xi) d\xi. \quad (1)$$

Большинство работ по одномерной фазовой проблеме посвящено алгоритмическим, чисто численным, методам восстановления объектного поля по измерениям интенсивности. С другой стороны, представляет интерес выяснение физической стороны проблемы и её связь с математической постановкой, в частности получение явных формул, выражающих связь между интенсивностью и фазой. Такая постановка задачи оправдана ещё и потому, что использование явных формул даёт ряд преимуществ с практической точки зрения: сокращает время расчёта и позволяет, в принципе, оценить влияние погрешности измерения интенсивности на точность восстановления фазы.

Задача в аналогичной постановке для параболического приближения изучалась в ряде работ (см. [1] и цитируемую там литературу), из которых также следует, что для получения точного решения должна быть известна производная фазы $\partial\varphi/\partial x$ в некоторой точке. При этом утверждается, что возможность нахождения граничного условия для $\partial\varphi/\partial x$ из измерений интенсивности маловероятна.

Покажем, что указанную трудность можно преодолеть и по измерению интенсивности $I(x, l)$ и её производной вдоль направления распространения поля $I_l(x, l)$ в зоне Френеля определить поле $F(x, l)$ и, следовательно, объектное поле $U(\xi)$ [1]. В зоне Френеля $U(\xi) = F(x, 0)$ и $F(x, l)$ связаны соотношением (1). Можно показать [2], что поле $F(x, l)$ из (1) удовлетворяет параболическому

уравнению

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + 2ik \frac{\partial F}{\partial l} = 0. \quad (2)$$

Подставляя $F(x, l)$ в уравнение (2) в виде $F(x, l) = \sqrt{I(x, l)} \exp(i\varphi(x, l))$ и разделяя вещественную и мнимую части, получим систему дифференциальных уравнений для интенсивности и фазы поля $F(x, l)$ в зоне Френеля:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(I \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + k \frac{\partial I}{\partial l} &= 0, \\ 2I \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial I}{\partial x} \right)^2 - 4I^2 \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + 2k \frac{\partial \varphi}{\partial l} \right] &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Первое уравнение является уравнением непрерывности для потока $\mathbf{j} = (j_x, j_l) = (I\partial\varphi/\partial x, kI)$ и выражает закон сохранения световой энергии в дифференциальной форме [1]. Интегрируя это уравнение, получим

$$I(x, l) \frac{\partial \varphi(x, l)}{\partial x} = -k \int_{x_0}^x I_l(t, l) dt + c, \quad (4)$$

где $c = I(x_0) \partial\varphi/\partial x(x_0)$. Повторное интегрирование даёт выражение для фазы поля в зоне Френеля:

$$\varphi(x) = \varphi(a) - k \int_a^x \frac{dt}{I(t)} \int_{x_0}^t I_l(\tau) d\tau + c \int_a^x \frac{dt}{I(t)}. \quad (5)$$

Из (4) видно, что для получения фазы должно быть известно граничное условие для $\partial\varphi/\partial x$ в некоторой точке x_0 , при этом нелинейный характер связи $I(x, l)$ с $\varphi(x, l)$ в (4) делает этот вопрос существенным. Покажем, что граничное условие для $\partial\varphi/\partial x$ можно получить из измерений интенсивности.

Определим дифференциальные операторы

$$L \equiv \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial}{\partial l}, \quad L^* \equiv \frac{\partial^2}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial}{\partial l} \quad (6)$$

и перепишем уравнение (2) в виде

$$LF(z, l) = L^* F^*(z, l) \equiv 0.$$

Действие операторов L , L^* на $I(z, l)$ приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned} LI(z, l) &= 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(F(z, l) \frac{\partial F^*}{\partial z}(z, l) \right), \\ L^* I(z, l) &= 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(F^*(z, l) \frac{\partial F}{\partial z}(z, l) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Оба дифференциальных соотношения (7) доказываются прямой постановкой с использованием (2), например:

$$\begin{aligned} LI &= F^* LF + FLF^* + 2 \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial F^*}{\partial z} = \\ &= 2F \frac{\partial^2 F^*}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial F^*}{\partial z} = 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(F \frac{\partial F^*}{\partial z} \right). \end{aligned}$$

Поэтому, если z_1, z_2 являются нулями функции $F(z, l)$ при некотором фиксированном l , то

$$\int_{z_1}^{z_2} LI(z, l) dz = 0, \quad \int_{\bar{z}_1}^{\bar{z}_2} L^* I(z, l) dz = 0. \quad (8)$$

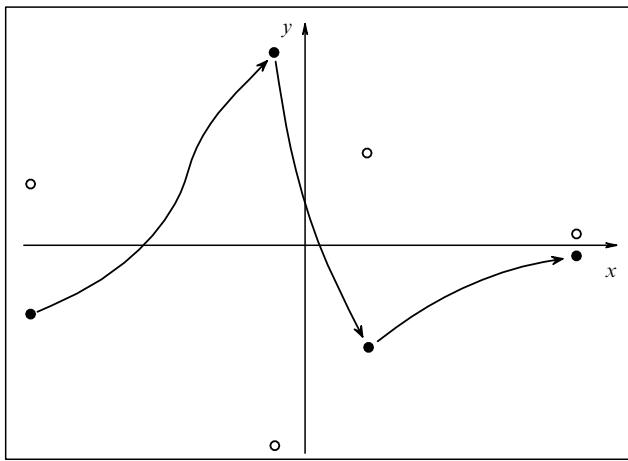


Рис. 1. Пары нулей (z_m, \bar{z}_m) аналитического продолжения интенсивности $I(z, l)$. Чёрными кружками отмечены нули поля $F(z, l)$, для которых имеет место первое из равенств (8).

Использование равенств (8) позволяет определить (рис. 1) все нули функции F по данным интенсивности $I(z, l)$ и её производной $\partial I(z, l)/\partial l$ при некотором $l = l_0 = \text{const}$.

Таким образом, задача выделения множества нулей $F(z)$ из множества нулей $I(z)$ может быть решена по распределениям интенсивности $I(x)$ и её производной $I_l(x)$ на некоторой фиксированной плоскости $l = \text{const}$ с помощью аналитического продолжения и использования свойств функций $I(z)$, $I_l(z)$ в комплексной плоскости.

3. Восстановление двумерного когерентного монохроматического поля

по измерениям интенсивности в зоне Френеля

Связь между интенсивностью и фазой двумерного светового поля $F(x, y)$ изучена гораздо слабее её одномерного аналога. В частности, не вполне ясны природа неединственности решения задачи и объём необходимых измерений для её решения.

Для содержательного анализа различных двумерной и одномерной фазовых проблем целесообразно рассмотреть двумерный вариант задачи, решённой в одномерном случае.

В этом разделе изучается задача в двумерной постановке, или восстановление светового поля $F(x, y)$ при $l = \text{const}$ по измерению интенсивности $I(x, y)$ и её производной вдоль направления распространения излучения $I_l(x, y)$ в зоне Френеля. Такая постановка фазовой проблемы представляет интерес при контроле качества крупногабаритной оптики, синтезе оптических элементов и световых полей и для ряда других приложений.

Известно, что в двумерном случае в области Френеля $U(\xi, \eta)$ и $I(x, y, l)$ связаны соотношением

$$I(x, y, l) = F(x, y, l) \overline{F}(x, y, l) = \\ = \left| \frac{k}{2\pi i l} \iint_{\Omega} \exp\left(\frac{ik}{2l} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right) U(\xi, \eta) d\xi d\eta \right|^2. \quad (9)$$

где Ω — носитель $U(\xi, \eta)$, т.е. $U(\xi, \eta) = 0$ при $(\xi, \eta) \notin \Omega$.

Амплитуда $F(x, y, l)$ из (9) удовлетворяет квазиоптическому параболическому уравнению [1]:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + 2ik \frac{\partial F}{\partial l} = 0. \quad (10)$$

По аналогии с одномерным случаем можно представить $F(x, y, l)$ в виде $F(x, y, l) = \sqrt{I(x, y, l)} \exp(i\varphi(x, y, l))$ и, подставив в (10), разделить вещественную и мнимую части.

Легко проверить, что

$$\frac{i\nabla\varphi}{k} = \frac{\overline{F} \nabla F - F \nabla \overline{F}}{2ik} = \mathbf{j} = (j_x, j_y), \quad (11)$$

где \mathbf{j} — векторная составляющая потока световой энергии в плоскости (x, y) , и получить закон сохранения световой энергии, или уравнение непрерывности, которое можно рассматривать как трёхмерную дивергенцию вектора $\mathbf{j} = (j_x, j_y, I)$ либо как уравнение для плоского поля

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \quad (12)$$

где $\rho = I(x, y, l)$, $\mathbf{j} = (j_x, j_y)$. Подстановка $F(x, y, l) = U(x, y, l) + iV(x, y, l)$ в (11) даёт

$$\mathbf{j} = \frac{U \nabla V - V \nabla U}{k} = \frac{1}{k} \left(U \frac{\partial V}{\partial x} - V \frac{\partial U}{\partial x}, U \frac{\partial V}{\partial y} - V \frac{\partial U}{\partial y} \right). \quad (13)$$

Из (11) видно, что проблема восстановления фазы в данной постановке сводится к задаче восстановления векторного поля по его ротору и дивергенции. Ротор потока определяется как

$$\text{rot}_0 \mathbf{j} = \frac{2}{k} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \right) = \frac{1}{k} \left(\frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial I}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right). \quad (14)$$

Следует отметить принципиальное отличие двумерной фазовой проблемы от аналогичной одномерной. Решение двумерной задачи подобно решению одномерной лишь в случае $\text{rot}_0 \mathbf{j}(x, y) \equiv 0$. Это справедливо, например, для полей $F(x, y, l) = F(g(x, y), l)$, где $g(x, y)$ — вещественная функция. Физический смысл отличия двумерного случая от одномерного можно трактовать следующим образом. Как показал анализ аналогичной одномерной задачи, фазовые, структурные свойства поля непосредственно и полностью могут быть представлены его энергетическими характеристиками, распределение интенсивности и закон сохранения энергии позволили получить явные формулы для фазы поля. Как следует, например, из (12), в двумерном случае структурные, фазовые свойства поля не обязательно представимы непосредственно его энергетическими характеристиками.

Полное определение $\text{rot}_0 \mathbf{j}(x, y)$ через данные интенсивности не представляется возможным. Тем не менее можно доказать ряд результатов, характеризующих локальные и глобальные свойства $\text{rot}_0 \mathbf{j}(x, y)$ [3].

Пусть $F(x, y) = \sqrt{I(x, y)} \exp(i\varphi(x, y))$ — преобразование Френеля при $l = \text{const}$ от некоторой функции с финитным носителем и скалярная функция $\text{rot}_0 \mathbf{j}(x, y)$ определена равенством (14). Тогда:

1) если (x_0, y_0) — экстремальная точка интенсивности и $I(x_0, y_0) \neq 0$, то $\text{rot}_0 \mathbf{j}(x_0, y_0) = 0$; если $I(x_0, y_0) = 0$, то

$$|\text{rot}_0 \mathbf{j}(x_0, y_0)| = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y} \right)^2} (x_0, y_0); \quad (15)$$

2) если (x_0, y_0) — изолированный простой нуль функции $F(x, y)$ и L — некоторый контур, не содержащий других нулей кроме (x_0, y_0) , то

$$\oint_L \nabla \varphi \, d\mathbf{r} = 2\pi \text{sign} \text{rot}_0 \mathbf{j}(x_0, y_0); \quad (16)$$

3) имеет место следующий "закон сохранения" ротора:

$$\iint_{\mathbb{R}^2} \text{rot}_0 \mathbf{j}(x, y) \, dx \, dy = 0. \quad (17)$$

Таким образом, в данном разделе рассмотрен вопрос о связи между интенсивностью и фазой светового поля $F(x, y, l)$. При этом выявлено радикальное различие между решениями двумерной и одномерной фазовых проблем, обусловленное наличием ротора вектора потока световой энергии. Исследованы свойства скалярной функции $\text{rot}_0 \mathbf{j}$, которая и порождает указанное различие.

4. Связь между фазой и интенсивностью светового поля как функциями параметров оптической системы

В разделе 3 показано, что пассивные измерения двумерного распределения интенсивности в зоне Френеля не позволяют в общем случае получить явную аналитическую связь между $I(x, y, l)$ и $\varphi(x, y, l)$. Иными словами, информация о действии оператора распространения поля $L = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + 2ik\partial/\partial l$ на интенсивность не даёт результата, аналогичного полученному для оператора $L = \partial^2/\partial x^2 + 2ik\partial/\partial l$ в одномерном случае. Закономерно поэтому поставить вопрос: существуют ли операторы, описывающие реальные физические ситуации и дающие решение этой задачи для двумерного светового поля?

Рассмотрим процесс преобразования светового поля оптической системой. Для упрощения выкладок в этом разделе положим $x = x_1$, $y = x_2$. Известно, что комплексная амплитуда в плоскости изображения $F(x_1, x_2)$ связана преобразованием Фурье с амплитудой на выходном зрачке оптической системы $U_0(\xi_1, \xi_2)$:

$$F(x_1, x_2) = \iint_{\mathbb{R}^2} \exp[-i(x_1\xi_1 + x_2\xi_2)] U_0(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2, \quad (18)$$

где $U_0(\xi_1, \xi_2) = P(\xi_1, \xi_2) f(\xi_1, \xi_2)$, $P(\xi_1, \xi_2)$ — комплексная функция зрачка оптической системы, $f(\xi_1, \xi_2)$ — фурье-спектр изображения.

Очевидно, что $F(x_1, x_2)$ и $I(x_1, x_2) = F(x_1, x_2) \bar{F}(x_1, x_2)$ зависят от параметров оптической системы, характеризуемых функцией $P(\xi_1, \xi_2)$.

Рассмотрим задачу восстановления $F(x_1, x_2)$ по измерениям интенсивности $I(x_1, x_2)$ как функции этих параметров. По аналогии с теорией aberrаций [1], представим $P(\xi_1, \xi_2)$ в виде

$$P(\xi_1, \xi_2) = \chi(\xi_1, \xi_2) \exp(-iW(\xi_1, \xi_2)), \quad (19)$$

где $\chi(\xi_1, \xi_2)$ — характеристическая функция зрачка Ω ,

$$\chi(\xi_1, \xi_2) = \begin{cases} 1, & (\xi_1, \xi_2) \in \Omega, \\ 0, & (\xi_1, \xi_2) \notin \Omega, \end{cases}$$

$W(\xi_1, \xi_2) = W_{21}\xi_1^2 + W_{22}\xi_2^2$, здесь W_{2n} соответствует астигматизму.

Если теперь $W_{2n} = \alpha_{2n}$, то задача сводится к восстановлению $F(x_1, x_2)$ по измерениям интенсивности $I(x_1, x_2)$ и её производных по α_{2n} при $n = 1, 2$.

Уравнение (12) после аналогичных преобразований сводится к следующей системе:

$$\frac{\partial I}{\partial \alpha_{2n}} + 2 \frac{\partial}{\partial x_n} \left(I \frac{\partial \varphi}{\partial x_n} \right) = 0, \quad n = 1, 2. \quad (20)$$

Система уравнений (20) соответствует оптической схеме с цилиндрической фазовой маской $\exp(-ik\alpha_{2n}\xi_n^2)$ на выходном зрачке оптической системы либо системе с цилиндрической дефокусированной освещивающим пучком и регистрацией в дальней зоне излучения. Заметим, что задача в одномерном случае полностью аналогична рассмотренной в разделе 2.

Таким образом, изменение поля при целенаправленном воздействии на него более информативно, чем его изменение при естественном распространении. Видимо, это является иллюстрацией известного факта, что активный эксперимент лучше пассивного наблюдения.

Нужные астигматические воздействия (20) на поле можно реализовать и прямым способом, используя специфические дифракционные элементы [4].

Выберем фазовую функцию $W(\xi_1, \xi_2)$ из (19) в виде

$$W(\xi_1, \xi_2) = T_0 \left(\frac{T}{2\pi} \alpha \xi_1^2 + \xi_1 \right) + T_0 \left(\frac{T}{2\pi} \alpha \xi_2^2 + \xi_2 \right), \quad (21)$$

где $T_0(x)$ — T -периодическая функция аргумента x , α — параметр. Фазовый элемент с профилем (21) можно представить в виде ряда Фурье:

$$\exp(iW(\xi_1, \xi_2)) = \sum_{m,n} c_m c_n \exp \left(im\alpha \xi_1^2 + im \frac{2\pi}{T} \xi_1 \right) \times \exp \left(in\alpha \xi_2^2 + in \frac{2\pi}{T} \xi_2 \right), \quad (22)$$

где

$$c_m = \frac{1}{T} \int_0^T \exp \left(-\frac{2\pi}{T} imx + iT_0(x) \right) dx.$$

Легко увидеть, что такой дифракционный элемент действует как система внеосевых астигматических линз с главными фокусными расстояниями $f_m = \pi/\alpha m\lambda$, $f_n = \pi/\alpha n\lambda$ в (m, n) -м порядке дифракции (рис. 2). Углы дифракции (m, n) -го порядка равны $\beta_m = \arcsin(m\lambda/T)$, $\beta_n = \arcsin(n\lambda/T)$ соответственно, и комплексная амплитуда в плоскости изображения (19) для фазовой функции (21) принимает вид

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2) &= \sum_{m,n} c_m c_n \iint_{\mathbb{R}^2} \exp(-ix_1\xi_1 - ix_2\xi_2) U(\xi_1, \xi_2) \times \\ &\times \exp \left(im\alpha \xi_1^2 + im \frac{2\pi}{T} \xi_1 \right) \exp \left(in\alpha \xi_2^2 + in \frac{2\pi}{T} \xi_2 \right) d\xi_1 d\xi_2 = \\ &= \sum_{m,n} c_m c_n F_{mn} \left(x_1 - \frac{2\pi}{T} m, x_2 - \frac{2\pi}{T} n \right). \end{aligned} \quad (23)$$

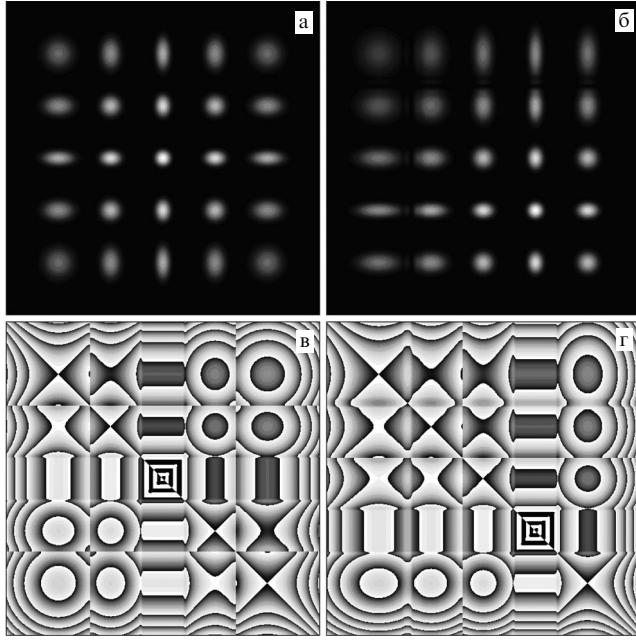


Рис. 2. Картина дифракции гауссова пучка: интенсивность (а, б) и фаза (в, г) на дифракционном элементе (21) без астигматизма на рис. а, в, при наличии астигматизма $\pi(\xi_2^2 - \xi_1^2)/\lambda f_g$, $f_g = \pi/\alpha\lambda$, на рис. б, г.

5. Преобразование пучков Эрмита – Гаусса в пучки Лагерра–Гаусса

Фазовую проблему в оптике можно рассматривать как проблему связи энергетических и структурных характеристик светового поля. В разделах 2–4 исследовалась связь между интенсивностью и фазой светового поля, которое в зоне Френеля удовлетворяет квазиоптическому параболическому уравнению.

Различные модификации данного уравнения описывают широкий класс явлений в квантовой механике и оптике. Очевидно, что поля, обладающие структурной устойчивостью при распространении, занимают особое место и связь между интенсивностью и фазой находит в них характерное воплощение.

С другой стороны, как отмечено в разделе 4, пучок ЭГ при дифракции на астигматическом дифракционном элементе (рис. 3) преобразуется в пучок ЛГ. В связи с этим структурно устойчивые решения параболического уравнения требуют более пристального изучения.

Пучки ЭГ являются хорошо известными семействами устойчивых решений параболического уравнения в оптике:

$$\mathcal{H}_{n,m}(x, y) = \exp(-x^2 - y^2) \mathcal{H}_n(\sqrt{2}x) \mathcal{H}_m(\sqrt{2}y), \quad n, m = 0, 1, \dots, \quad (24)$$

как и пучки ЛГ:

$$\mathcal{L}_{n,\pm m}(x, y) = \exp(-x^2 - y^2)(x \pm iy)^m \mathcal{L}_n^m(2x^2 + 2y^2), \quad n, m = 0, 1, \dots, \quad (25)$$

и играют важную роль в теории резонаторов и световодов.

Таким образом, с точностью до квадратично-фазового множителя изменение пучков ЭГ при дефокусировке сводится лишь к изменению масштаба.

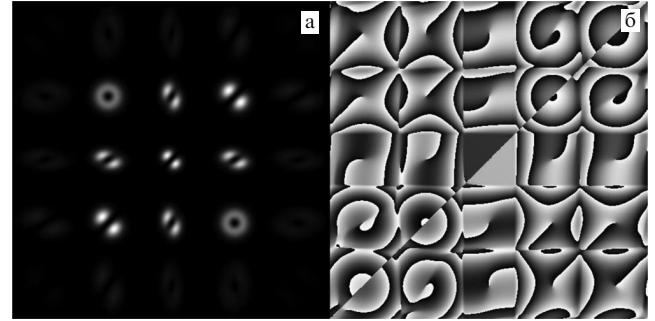


Рис. 3. Картина дифракции пучка Эрмита – Гаусса: интенсивность (а) и фаза (б) на дифракционном элементе (21).

С другой стороны, астигматизм общего вида описывается выражением

$$\psi(\xi, \eta, a, \alpha) = a[(\xi^2 - \eta^2) \cos 2\alpha + 2\xi\eta \sin 2\alpha]. \quad (26)$$

Из (26) видно, что в отличие от дефокусировки, инвариантной к вращениям, вид поля

$$F(x, y, a) = \int \int_{R^2} \exp(-i(x\xi + y\eta) + i\psi(\xi, \eta, a, \alpha)) \times U(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (27)$$

при распространении в "астигматическом" пространстве зависит от угла поворота α .

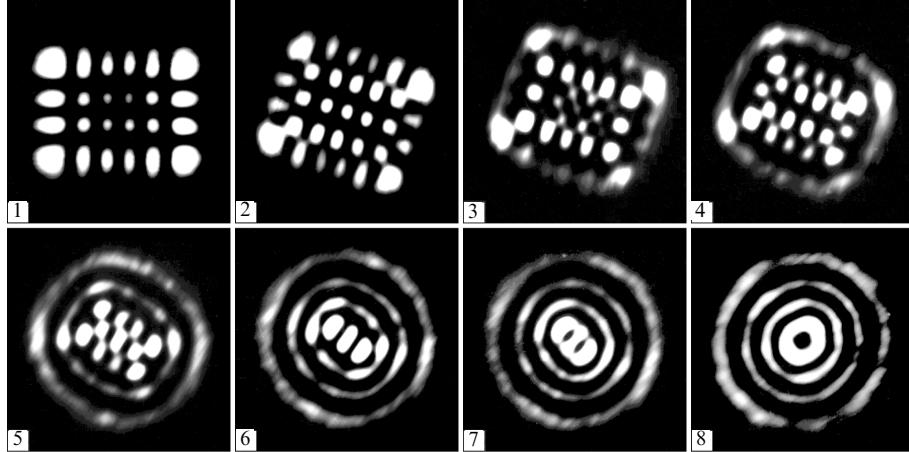
Рассмотрим теперь преобразование пучков ЭГ при общем астигматическом воздействии (см. также [1]):

$$F_{n,m}(x, y, a, \alpha) = \int \int_{R^2} \exp(-i(x\xi + y\eta) + i\psi(\xi, \eta, a, \alpha)) \times \mathcal{H}_{n,m}\left(\frac{\xi}{\rho}, \frac{\eta}{\rho}\right) d\xi d\eta. \quad (28)$$

Частный случай преобразования (28) представляет особый интерес: при $a = 1/\rho^2$, $\alpha = \pi/4$ пучки ЭГ переходят в пучки ЛГ [4]:

$$\begin{aligned} & \int \int_{R^2} \exp\left[-i(x\xi + y\eta) + \frac{2i\xi\eta}{\rho^2}\right] \mathcal{H}_{n,m}\left(\frac{\xi}{\rho}, \frac{\eta}{\rho}\right) d\xi d\eta = \\ &= \frac{\pi\rho^2}{\sqrt{2}} (-1)^{n+m} \exp\left(-\frac{1}{4}i\rho^2 xy\right) \times \\ & \times \begin{cases} (2i)^n m! \mathcal{L}_{m,n-m}\left(\frac{\rho x}{2\sqrt{2}}, \frac{\rho y}{2\sqrt{2}}\right) & \text{при } n \geq m, \\ (2i)^m n! \mathcal{L}_{n,m-n}\left(\frac{\rho y}{2\sqrt{2}}, \frac{\rho x}{2\sqrt{2}}\right) & \text{при } n \leq m. \end{cases} \end{aligned} \quad (29)$$

Для любого фиксированного α набор полей является таким же полноценным семейством ортогональных структурно устойчивых пучков как семейства мод ЭГ $\{\mathcal{H}_{n,m}(x, y), n, m = 0, 1, \dots\}$ и ЛГ $\{\mathcal{L}_{n,m}(x, y), n, \pm m = 0, 1, \dots\}$. Эти поля, которые были названы обобщенными пучками Эрмита – Лагерра – Гаусса, при различных α были получены экспериментально. При повороте цилиндрической линзы вокруг оптической оси на угол α осуществлялась последовательная реализация данных полей. Пример экспериментально полученных обобщенных пучков для случая $n = 5, m = 4$ приведен на рис. 4.

Рис. 4. Пучки Эрмита – Лагерра – Гаусса при изменении угла α от 0 до $\pi/4$.

6. Поля с вращением и их свойства

Как правило, изменение пучков при распространении и фокусировке ассоциируется с деформациями расширения – сжатия: сходящиеся и расходящиеся пучки. С другой стороны, очевидно, что даже при простой анизотропии фазы пучка его расходимость (деформация) также становится неоднородной. Закономерен вопрос: существует ли некая аналогия деформации кручения в случае пучка с неоднородной расходимостью? Как показано в разделе 2, поток световой энергии состоит в общем случае из двух компонент: дивергентной и вихревой. В определённом смысле первая компонента соответствует деформациям растяжения – сжатия, а вторая — деформациям кручения.

В разделе 5 были рассмотрены связи между пучками ЭГ и ЛГ. Характерным свойством этих пучков является сохранение структуры при распространении и фокусировке с точностью до масштаба. Принимая во внимание вихревую компоненту вектора потока световой энергии, можно расширить понятие структурной устойчивости световых полей, а именно исследовать вопрос существования световых полей, сохраняющих свою структуру с точностью до масштаба и характера вращения.

Условие структурной устойчивости при этом может быть определено следующим образом:

$$I(x, y, l) = D(l) \times I_0 \left(\frac{x \cos \theta(l) - y \sin \theta(l)}{d(l)}, \frac{x \sin \theta(l) + y \cos \theta(l)}{d(l)} \right), \quad (30)$$

где $\theta(l)$ — вращение интенсивности при распространении поля $F(x, y, l)$, $d(l) > 0$ — масштабное изменение интенсивности. Определим вещественные переменные равенством $X + iY = (x + iy) \exp(i\theta(l)/d(l))$. Экспоненциальное убывание интенсивности на бесконечности (28) позволяет выявить структуру фазы $\phi_0(X, Y, l)$ и переписать представление для светового поля в виде

$$F(x, y, l) = \frac{1}{d(l)} F_0(X, Y) \times \times \exp \left(\frac{1}{2} ikd(l) d'(l)(X^2 + Y^2) + i\gamma(l) \right), \quad (31)$$

где $F_0(X, Y) = \sqrt{I_0(X, Y)} \exp(i\phi_0(X, Y, 0))$. Тем самым структурная устойчивость интенсивности порождает структурную устойчивость фазы.

Подставляя (31) в параболическое уравнение, получим уравнение для функции $F_0(X, Y)$:

$$\nabla^2 F_0 + 4i\theta_0 \left(X \frac{\partial F_0}{\partial Y} - Y \frac{\partial F_0}{\partial X} \right) - 4F_0(X^2 + Y^2 - \gamma_0) = 0. \quad (32)$$

При $\theta_0 = 0$ уравнение (32) является стационарным уравнением Шрёдингера для гармонического осциллятора и его решения хорошо известны. Это функции Эрмита – Гаусса $\mathcal{H}_{n,m}(X, Y)$, $\gamma_0 = n + m + 1$ при $n, m = 0, 1, \dots$ и Лагерра – Гаусса $\mathcal{L}_{n,m}(X, Y)$, $\gamma_0 = 2n + |m| + 1$ при $n, \pm m = 0, 1, \dots$

Будем искать решения уравнения (32) в виде

$$F_0(X, Y) = \sum_{n, \pm m=0}^{\infty} c_{nm} \mathcal{L}_{n,m}(X, Y). \quad (33)$$

Разложение (33) всегда возможно благодаря конечности энергии поля $F_0(X, Y)$ и полноте системы функций $\{\mathcal{L}_{n,m}(X, Y), n, \pm m = 0, 1, \dots\}$ в $L_2(\mathbb{R}^2)$. Подставляя (33) в (32), получим

$$\sum_{n, m} c_{nm} \mathcal{L}_{n,m}(X, Y) (2n + |m| + \theta_0 m - \gamma_0 + 1) = 0,$$

и в силу полноты системы функций ЛГ

$$c_{nm} (2n + |m| + \theta_0 m - \gamma_0 + 1) = 0 \quad \text{для всех } n, m.$$

Таким образом, проблема поиска $F_0(X, Y)$ сводится к определению целых чисел n, m из уравнения

$$2n + |m| + \theta_0 m = \gamma_0 - 1. \quad (34)$$

Таким образом, завершено полное описание вращающихся структурно-устойчивых решений параболического уравнения, которые получили название "спиральные пучки света" [2].

Уравнение Шрёдингера для волновой функции заряженной частицы с массой M и зарядом e в однородном магнитном поле H имеет вид

$$\nabla^2 \psi + 4i \operatorname{sign}(eH) \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} - 4\psi \left(R^2 - \frac{2cME_1}{\hbar|eH|} \right) = 0,$$

где $E_1 = E - p_z^2/2M$, E — энергия частицы, p_z — компонента импульса частицы вдоль направления поля. Видна эквивалентность последнего уравнения и уравнения (32).

7. Спиральные пучки

с заданным распределением интенсивности

Из различных работ по фазовой проблеме хорошо известно, что связи между интенсивностью и фазой в одномерном и двумерном случаях радикально различаются. Физические стороны этого различия рассматривались в разделах 2 и 3, где было показано, что оно тесно связано с возможностью появления вихревой составляющей у вектора потока световой энергии в двумерном случае. Ненулевой ротор вектора потока световой энергии значительно осложняет связь между интенсивностью и фазой в этом случае. С другой стороны, эта сложность порождает новые возможности.

Из результатов, представленных в разделе 6, следует, что в двумерном случае существует класс когерентных световых полей — спиральных пучков — вида

$$F(x, y, l) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\rho^2 \sigma}\right) f\left(\frac{x \pm iy}{\rho \sigma}\right), \quad (35)$$

Из данного представления видно, что класс полей достаточно широк, однако доказательство существования пучка с заданными свойствами и конструктивный способ выделения его из этого класса является нетривиальной задачей. Этот раздел посвящён исследованию возможностей целенаправленного синтеза пучков (35).

Рассмотрим некоторые вытекающие из представления (35) свойства данного класса спиральных пучков, используемые в дальнейшем.

Свойство А. Если $\mathcal{S}_n(z, \bar{z}) = \exp(-z\bar{z}/\rho^2) f_n(z/\rho)$ — некоторая совокупность спиральных пучков, то их линейная комбинация

$$\mathcal{S}(z, \bar{z}) = \sum_n c_n \mathcal{S}_n(z, \bar{z})$$

также является спиральным пучком. Вообще, если $\mathcal{S}_n(z, \bar{z}, a) = \exp(-z\bar{z}/\rho^2) f_n(z/\rho, a)$ — параметрическое семейство спиральных пучков, то

$$\mathcal{S}(z, \bar{z}) = \int \mathcal{S}(z, \bar{z}, a) da$$

— также спиральный пучок.

Свойство Б. Если $\mathcal{S}_0(z, \bar{z}) = \exp(-z\bar{z}/\rho^2) f(z/\rho)$ — некоторый спиральный пучок, то

$$\mathcal{S}(z, \bar{z}) = \exp\left(-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}\right) f\left(\frac{z \exp(-i\alpha)}{\rho}\right)$$

представляет собой спиральный пучок, обладающий тем же распределением интенсивности, что и $\mathcal{S}_0(z, \bar{z})$, но повёрнутым на угол α .

Свойство В. Если $\mathcal{S}_0(z, \bar{z}) = \exp(-z\bar{z}/\rho^2) f(z/\rho)$ — некоторый спиральный пучок, то

$$\mathcal{S}(z, \bar{z}) = \exp\left(-\frac{z\bar{z} - 2z\bar{z}_0 + z_0\bar{z}_0}{\rho^2}\right) f\left(\frac{z - z_0}{\rho}\right) \quad (36)$$

также представляет собой спиральный пучок, обладающий тем же распределением интенсивности, что и $\mathcal{S}_0(z, \bar{z})$, но смешённым в точку z_0 . Полученные результаты, естественно, порождают следующий вопрос. Пусть имеется некоторая кривая на плоскости, заданная в комплексной параметрической форме $\zeta = \zeta(t)$, где па-

метр t пробегает некоторый интервал $[0, T]$. Существует ли спиральный пучок $\mathcal{S}(z, \bar{z}|\zeta(t), t \in [0, T])$, имеющий форму этой кривой? Оказывается, такой пучок существует и имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(z, \bar{z}|\zeta(t), t \in [0, T]) &= \\ &= \exp\left(-\frac{z\bar{z}}{\rho^2}\right) \int_0^T \exp\left[-\frac{\zeta(t)\bar{\zeta}(t)}{\rho^2} + \frac{2z\bar{\zeta}(t)}{\rho^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho^2} \int_0^t (\bar{\zeta}(\tau) \zeta'(\tau) - \zeta(\tau) \bar{\zeta}'(\tau)) d\tau\right] |\zeta'(t)| dt. \end{aligned} \quad (37)$$

Характерно, что для практических применений, т.е. при представлении плоской кривой в дискретном виде более удобными оказываются не дифференциалы, а конечные приращения, поскольку в последнем случае не требуется нахождения производных, что является не слишком приятной задачей.

Пучки для замкнутых кривых занимают особое место и заслуживают отдельного рассмотрения. Пусть функция $\zeta(t)$, $t \in [0, T]$, описывает замкнутую кривую без самопересечений. Без ограничения общности можно считать, что с возрастанием t кривая обходится в направлении против часовой стрелки. Определим $\zeta(t)$ для всех вещественных t , продолжая её периодически за пределы отрезка $[0, T]$. Тогда функции $\zeta(t+a)$, $t \in [0, T]$, при различных a описывают одну кривую. Совпадают ли спиральные пучки для кривых $\zeta(t+a)$ при различных a ?

Покажем, что пучки, построенные для замкнутых кривых, проявляют характерные свойства квантования. Это выражается в том, что, во-первых, распределение интенсивности таких пучков претерпевает радикальные изменения при преобразовании подобия $\zeta(t) \rightarrow v\zeta(t)$ и обладает топологией кривой $v\zeta(t)$ лишь при определённых дискретных значениях параметра v . Во-вторых, только при этих же значениях v интенсивности пучков, построенных по кривым $v\zeta(t+a)$ при различных a , одинаковы.

Найдём условие, при котором спиральные пучки, построенные для кривых $\zeta(t)$ и $\zeta(t+a)$, совпадают:

$$|\mathcal{S}(z, \bar{z}|\zeta(t), t \in [a, a+T])|^2 \equiv |\mathcal{S}(z, \bar{z}|\zeta(t), t \in [0, T])|^2.$$

Перепишем последнее тождество в виде

$$\begin{aligned} \exp(i\Phi(a)) \mathcal{S}(z, \bar{z}|\zeta(t), t \in [a, a+T]) &\equiv \\ &\equiv \mathcal{S}(z, \bar{z}|\zeta(t), t \in [0, T]), \end{aligned} \quad (38)$$

где $\Phi(a)$ — некоторая вещественная функция, независящая от z (иначе, сокращая обе части (38) на гауссову функцию, получаем, что Φ является аналитической функцией от z и, следовательно, не может быть вещественной при всех z). Дифференцируя (38) по a и используя периодичность $\zeta(t)$, получим

$$\begin{aligned} \exp(i\Phi(a)) \mathcal{S}(z, \bar{z}|\zeta(t), t \in [a, a+T]) &\times \\ &\times \left[i\Phi'(a) - \frac{\bar{\zeta}(a) \zeta'(a) - \zeta(a) \bar{\zeta}'(a)}{\rho^2} \right] + \\ &+ \exp\left[i\Phi(a) - \frac{z\bar{z} - 2z\bar{\zeta}(a) + \zeta(a) \bar{\zeta}(a)}{\rho^2}\right] \times \\ &\times \left[\exp\left(\frac{1}{\rho^2} \int_0^T (\bar{\zeta} \zeta' - \zeta \bar{\zeta}') d\tau\right) - 1 \right] |\zeta'(a)| = 0. \end{aligned}$$

Заменяя спиральный пучок в первом слагаемом в соответствии с (38) и сокращая на гауссову функцию, пере-

пишем последнее уравнение в символическом виде:

$$f(z) F_1(a) + \exp\left(\frac{2z\bar{\zeta}(a)}{\rho^2}\right) F_2(a) = 0,$$

где $f(z)$ — целая аналитическая функция, $F_1(a), F_2(a)$ — некоторые функции от a . Это равенство имеет место для всех z, a только при $F_1(a) = F_2(a) \equiv 0$ (если $f(z)$ имеет нуль, это следует немедленно; случай, в котором $f(z)$ не имеет нулей, также прост). Поэтому

$$\Phi(a) = \frac{1}{i\rho^2} \int_0^a (\bar{\zeta}\zeta' - \zeta\bar{\zeta}') d\tau, \exp\left(\frac{1}{\rho^2} \int_0^T (\bar{\zeta}\zeta' - \zeta\bar{\zeta}') d\tau\right) = 1$$

и, следовательно, [4]:

$$\frac{1}{i\rho^2} \int_0^T (\bar{\zeta}(\tau)\zeta'(\tau) - \zeta(\tau)\bar{\zeta}'(\tau)) d\tau = \frac{4S}{\rho^2} = 2\pi N,$$

где S — площадь, ограниченная контуром $\zeta(t)$.

Таким образом, интенсивность пучка не зависит от начала интегрирования a лишь для кривых, площадь которых удовлетворяет условию квантования:

$$S = \frac{1}{2} \pi \rho^2 N, \quad \text{где } N = 1, 2, \dots \quad (39)$$

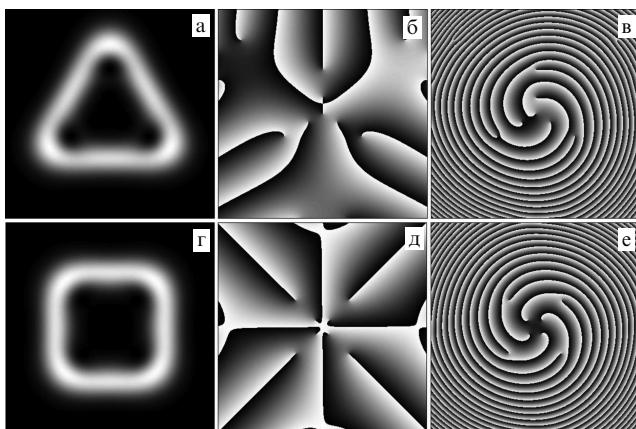


Рис. 5. Интенсивность (а, г), фаза (б, д) и фаза вне перетяжки (в, е) спирального пучка в форме границы треугольника на рис. а–в и квадрата на рис. г–е.

Будем называть замкнутые кривые, которые удовлетворяют равенству (39), N -квантованными кривыми, а спиральные пучки для таких кривых — N -квантованными пучками¹.

Квантованному пучку соответствует строго определенное количество оптических вихрей внутри области, ограниченной порождающей кривой, которое зависит от площади области, но не от её формы (рис. 5) [3, 4]. Отсюда следует, что при изменении площади области, например от $S = (1/2) \pi \rho^2 N$ до $S = (1/2) \pi \rho^2 (N+1)$, происходит увеличение числа нулей внутри области в результате прихода одного нуля извне. На рисунке 6, где показана эволюция спирального пучка для окружности $\zeta(t) = R \exp(it)$, $t \in [0, 2\pi]$, при $2R^2/\rho^2 \in [4, 0, 5, 0]$, виден процесс проникновения нуля внутрь контура. Зона проникновения нуля определяется, как уже отмечалось, началом интегрирования.

8. Заключение

Цель заключения — дать суммарный и сопоставительный анализ представленных новых результатов, а также сформулировать некоторые не решённые до конца проблемы.

Обобщённые пучки Эрмита–Лагерра–Гаусса, найденные при исследовании астигматических преобразований гауссовых пучков, представляют собой параметрическое семейство, в котором известные ранее пучки ЭГ и ЛГ являются частными представителями, соответствующими некоторым двум значениям параметра. Кроме того, астигматические преобразования гауссовых пучков позволили предложить новый подход к синтезу фазовых элементов для формирования световых полей в виде областей произвольной формы. Данная задача сейчас находится в стадии исследования, и уровень её решения пока далёк от результатов, полученных для световых полей в виде кривых. Причиной этого, на наш взгляд, являются два взаимосвязанных обстоятельства: во-первых, область, в отличие от кривой, не является

¹ Если обратиться к квантово-механической аналогии, отмеченной в разделе 6, то спиральным пучкам с $\theta_0 = \pm 1$, $\gamma_0 = 1$ соответствуют волновые функции частицы в постоянном магнитном поле в основном состоянии. При этом условие (39) соответствует квантованному магнитному потоку через контур $\zeta(t)$: $\Phi = (2\pi\hbar c/e) N$ (см. также [2]).

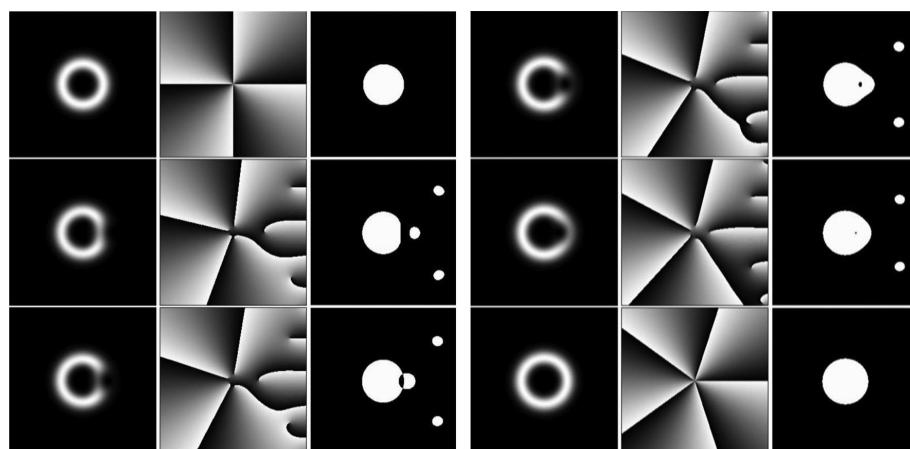


Рис. 6. Эволюция спирального пучка при изменении радиуса порождающей окружности.

упорядоченным множеством. Во-вторых, световые поля в виде областей содержат фазовые сингулярности обоих знаков и не являются структурно устойчивыми в зоне Френеля. В связи с этим синтез соответствующих фазовых элементов осложняется рядом факторов: формой области, способом синтеза и т.п.

Сингулярной оптикой в последние годы называют область исследований, касающуюся световых полей с дислокациями волнового фронта, или оптическими вихрями. Поля такого вида, которые формируются и наблюдаются как в линейных, так и в нелинейных оптических средах, являются предметом достаточно интенсивного изучения, поэтому потребность в адекватных теоретических и экспериментальных подходах для исследования полей с оптическими вихрями представляет собой актуальную задачу.

Конечно, с формальной точки зрения, любое когерентное световое поле можно представить в виде суперпозиций известных пучков ЭГ и ЛГ, однако такой подход оказывается неоптимальным для анализа и синтеза полей с фазовыми сингулярностями.

Вихревые световые поля, сохраняющие свою структуру с точностью до масштаба и характера вращения при распространении, или спиральные пучки, которым посвящён раздел 7, являясь своеобразными "вихревыми модами" в классе полей с фазовыми сингулярностями, заслуживают отдельного внимания как объект когерентной оптики.

На наш взгляд, это обусловлено следующими основными причинами. Во-первых, спиральные пучки, несмотря на то что они обладают весьма разнообразной формой распределения интенсивности, описываются явными аналитическими выражениями, что делает их эффективным инструментом исследования закономерностей формирования и преобразования световых полей с фазовыми сингулярностями общего вида.

Во-вторых, имеется прямой аналог спиральным пучкам в квантовой механике — волновые функции заряженной частицы в однородном магнитном поле, а законы преобразования спиральных пучков имеют своё представление в теории когерентных состояний. Вполне возможно, эти аналогии будут взаимно полезны и для квантовой механики, и для оптики. Наконец, возможность гибкого изменения распределений интенсивности спиральных пучков с сохранением их структурной устойчивости при распространении и фокусировке представляет интерес для лазерных технологий, создания специфических атомных ловушек, а ненулевой угловой момент этих пучков открывает новые возможности для манипулирования микрообъектами.

Список литературы

1. Волостников В Г, Препринт № 93 (М.: ФИАН, 1990); Volostnikov V G *J. Sov. Laser Res.* **11** 601 (1990)
2. Абрамочкин Е Г, Волостников В Г УФН **174** 1273 (2004) [Abramochkin E G, Volostnikov V G *Phys. Usp.* **47** 1177 (2004)]
3. Абрамочкин Е Г, Волостников В Г *Современная оптика гауссовых пучков* (М.: Физматлит, 2010)
4. Волостников В Г, Дисс. ... докт. физ.-мат. наук (Саратов: Саратовский гос. ун-т, 1997)

PACS numbers: 75.30.-m, 75.50.-y, 81.05.Bx
DOI: 10.3367/UFNr.0182.201204g.0450

Магнитные материалы на основе интерметаллических соединений

Н.В. Мушников

1. Введение

Интерметаллические соединения переходных f- и d-металлов интересны тем, что в них могут существовать различные по своей природе системы электронов, ответственные за магнетизм: локализованная и коллективизированная. В редкоземельных атомах 4f-электроны пространственно и энергетически локализованы. Взаимодействие орбитального момента с кристаллическим полем решётки обеспечивает высокие значения магнитной анизотропии и магнитострикции. В то же время косвенное обменное взаимодействие между 4f-электронами относительно слабо и температуры магнитного упорядочения редкоземельных металлов низки. В отличие от энергетического спектра 4f-металлов энергетический спектр переходных 3d-металлов имеет квазинепрерывный, зонный характер. Для 3d-металлов группы железа характерны высокие температуры магнитного упорядочения, но небольшая анизотропия. Редкоземельные интерметаллические соединения, которые часто сочетают в себе магнитные параметры, характерные для чистых 4f- и 3d-металлов, могут иметь одновременно высокую температуру упорядочения и гигантскую анизотропию или магнитострицию. Это обеспечивает возможности их применения в качестве материалов для постоянных магнитов и для магнитного охлаждения, а также магнитострикционных и магниторезистивных материалов.

Магнитные свойства редкоземельных интерметаллидов являются предметом интенсивных исследований с конца 1960-х годов. ПIONерские результаты были получены под руководством К.П. Белова в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова. Исследования магнетизма редкоземельных интерметаллидов были инициированы С.В. Вонсовским и Я.С. Шуром в Институте физики металлов (ИФМ) УрО РАН (Екатеринбург) и А.В. Дерягиным в Уральском государственном университете им. А.М. Горького. За прошедшие годы в мире получено огромное количество интересных результатов. Данное сообщение не претендует на то, чтобы показать все достижения в этом обширном разделе физики магнитных явлений. Речь пойдёт лишь о результатах в области магнетизма интерметаллидов, полученных в последнее время преимущественно в ИФМ УрО РАН в тесной кооперации с учёными других научных центров страны и зарубежья.

2. Материалы для постоянных магнитов

Начиная с середины 1970-х гг. все материалы для постоянных магнитов с максимальными значениями удельной магнитной энергии основаны на высокоанизотропных интерметаллических фазах: SmCo₅, Sm₂Co₁₇, Nd₂Fe₁₄B и др. [1]. Наиболее важным для применения

Н.В. Мушников. Институт физики металлов УрО РАН, Екатеринбург, РФ
E-mail: mushnikov@imp.uran.ru