

Космологические сахаровские осцилляции и квантовая механика ранней Вселенной

Л.П. Гришук

Изложено сообщение, представленное на специальной сессии ОФН РАН 25 мая 2011 г., посвящённой 90-летию со дня рождения А.Д. Сахарова. Обсуждается квантово-механическая генерация возмущений метрики (гравитационного поля) в виде стоячих волн, которые впоследствии приводят к возникновению сахаровских колебаний в спектре мощности вещества. Рассматриваются также другие родственные явления, в особенности в области гравитационных волн, и их значение для наблюдений.

PACS numbers: 04.30. – w, 98.70.Vc, 98.80.Cq

DOI: 10.3367/UFN.0182.2012021.0222

Содержание

1. Первая космологическая работа А.Д. Сахарова (222).
2. Волновые поля различной природы в зависящих от времени условиях (224).
3. Современные наблюдения осцилляций в спектре мощности вещества и космического микроволнового излучения (226).
4. Квантовая механика очень ранней Вселенной (227).
5. Ожидаемые результаты современных наблюдений. Заключение (229).

Список литературы (229).

1. Первая космологическая работа А.Д. Сахарова

Идеи и результаты замечательной статьи А.Д. Сахарова "Начальная стадия расширения Вселенной и возникновение неоднородности распределения вещества" [1] оказали огромное влияние на развитие космологии, и они до сих пор остаются в центре внимания теоретических и наблюдательных исследований. Статья была направлена в *ЖЭТФ* 2 марта 1965 г., т.е. ещё тогда, когда космическое фоновое микроволновое (cosmic microwave background, CMB) излучение, или реликтовое излучение (РИ), не было экспериментально обнаружено и даже дискутировалось само понятие нестационарной Вселенной. Уже во втором предложении аннотации к статье [1] читаем: "Предположено, что начальные неоднородности

возникают из-за квантовых флуктуаций холодного барионно-лептонного вещества при плотностях порядка 10^{98} барионов/см³. Выдвинута гипотеза, что при таких плотностях определяющими в уравнении состояния являются гравитационные эффекты...".

Ниже мы обсудим современные попытки объяснения возникновения космологических возмущений (неоднородностей плотности, гравитационных волн и, возможно, вихревых возмущений) как результата квантово-механических процессов. В нашем подходе космологические возмущения возникают как следствие сверхadiaбатического (параметрического) усиления квантово-механических флуктуаций соответствующих степеней свободы самого гравитационного поля. Так что для нас гравитация является решающей не столько из-за её вклада в уравнение состояния первичного вещества, сколько из-за того, что возмущения гравитационного поля (метрики) являются главным объектом квантования. Тем не менее следует подчеркнуть, что потрясающая идея, согласно которой некий микроскопический и квантово-механический процесс может быть ответственным за возникновение полей и наблюдаемых структур в астрономических масштабах, впервые была сформулирована и частично исследована в этой работе А.Д. Сахарова.

Значительная часть статьи [1] посвящена эволюции малых возмущений плотности, а не их возникновению. Пространственная фурье-компонента относительных возмущений плотности обозначена как $z_\kappa(t)$, где κ — волновое число. Функция $z_\kappa(t)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению второго порядка (уравнению (15) в статье [1]), которое вытекает из уравнений Эйнштейна для малых возмущений. Описание расчёта, приводящего к явлению, позднее названному сахаровскими осцилляциями, начинается со слов [1, с. 350]:

Ю.М. Шустов и В.А. Тарасов по нашей просьбе провели с использованием электронной вычислительной машины решение уравнения (15) для различных значений κ . Вычис-

Л.П. Гришук. Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Университетский просп. 13, 119991 Москва, Российская Федерация; School of Physics and Astronomy, Cardiff University, Cardiff, CF24 3YB, United Kingdom
E-mail: Leonid.Grishchuk@astro.cf.ac.uk

Статья поступила 27 июня 2011 г.

ления были проведены для простейшего уравнения состояния, удовлетворяющего $\varepsilon = nM$ при $n^{1/3} \ll M$, и $\varepsilon = An^{4/3}$ с $n^{1/3} \gg M$ (A — постоянная ~ 1)

$$\varepsilon = n(M^2 + A^2 n^{2/3})^{1/2} \quad (16).$$

В работе [1] величина $n = 1/a^3(t)$ — плотность числа частиц, ε — плотность энергии в системе покоя вещества, $p = n d\varepsilon/dn - \varepsilon$ — давление. Очевидно, что интерполяционная формула (16) из [1] описывает переход от релятивистского уравнения состояния вещества $p = \varepsilon/3$, применимого на ранних стадиях эволюции при относительно больших n , к нерелятивистскому уравнению состояния $p = 0$, справедливому при малых n на поздних стадиях. Во время этого перехода скорость звука уменьшается от $c_s = c/\sqrt{3}$ до $c_s = 0$.

Важно осознавать, что физическая природа обсуждаемого перехода от $p = \varepsilon/3$ к $p = 0$ может быть весьма общей. В рамках физических предположений своего времени Сахаров говорит о холодном барионно-лептонном веществе, вырожденном ферми-газе релятивистских невзаимодействующих частиц и т.д. Но важно помнить, что уравнения Эйнштейна для малых возмущений, подобные уравнению (15), не требуют знания микроскопических причин упругости вещества и связанной с ней скорости звука. В уравнения гравитации входит тензор энергии-импульса материи, зависящий от объёмных механических свойств, таких как плотность энергии, давление, и связи между ними — уравнения состояния. Это постулируется уравнением (16) из [1], и тогда результат проведённых вычислений можно рассматривать как качественную модель того, что может происходить при других переходах. Например, при переходе от релятивистской среды, в которой доминирует фотонный газ с уравнением состояния $p = \varepsilon/3$, к нерелятивистской среде, в которой доминирует холодная тёмная материя (cold dark matter — CDM) с уравнением состояния $p = 0$.

Для простых моделей вещества с уравнением состояния $\varepsilon = n^\gamma$ и $p = (\gamma - 1)\varepsilon$ уравнение (15) решается в элементарных функциях. Сахаров пишет [1, с. 350]:

При $\gamma = \text{const}$ решение этого уравнения выражается через функции Бесселя; например, при $\gamma = 4/3$ имеем возрастающее и убывающее решения вида ($\theta \sim t^{1/2}\kappa$)

$$z \propto \begin{cases} \cos \theta - \theta^{-1} \sin \theta, \\ \sin \theta + \theta^{-1} \cos \theta. \end{cases}$$

Действительно, это хорошо известные решения для $z_\kappa(t)$ в среде с уравнением состояния $p = \varepsilon/3$. Общее решение уравнения (15) из [1] является линейной комбинацией этих двух решений с произвольными (в общем случае комплексными) коэффициентами. Первое решение можно назвать возрастающим, а второе — убывающим, поскольку при очень малых θ они ведут себя как θ^2 и θ^{-1} соответственно. На поздних стадиях, незадолго до перехода к режиму с $p = 0$, функции $z_\kappa(t)$ описывают обычные акустические волны с осциллирующей зависимостью от времени $\cos \theta$ и $\sin \theta$. Ничего нового нельзя получить из сшивания возрастающей/убывающей части решения с осциллирующей частью того же решения; общее решение уже дано приведённой выше формулой. На стадии с $p = 0$ решения для $z_\kappa(t)$ не осциллируют как функции времени, а являются степенными функциями t .

Ключевое наблюдение статьи Сахарова содержится в следующей цитате [1, с. 350]:

Зависимость $a(t)$ в случае уравнения (16) может быть найдена аналитически (Шустов). Шустов и Тарасов находят, интегрируя (15), предельное значение при $t \rightarrow \infty$ вспомогательной переменной

$$\zeta = z \left(1 + \frac{a^2 M^2}{A^2} \right)^{-1/2},$$

положив при $t \rightarrow 0$: $d\zeta/dt = dz/dt \sim z_0$. Очевидно $\zeta(\infty) \propto z_0 B$.

В соответствии с результатами следующих параграфов было положено $z_0 \sim \kappa$. $\zeta(\infty)$ — функция параметра $A^{1/2}\kappa$. Эта функция носит осциллирующий знакопеременный характер, но быстро затухает с ростом κ .

Последнее предложение в этой цитате является удивительным утверждением огромной важности. Оно говорит о том, что после перехода на стадию с $p = 0$ ($t \rightarrow \infty$) флуктуации плотности $z_\kappa(t)$ становятся осциллирующей и знакопеременной функцией волнового числа κ . Квадрат этой функции может быть назван спектром мощности возмущений. Сахаров использует $z_\kappa(t) = z_{0\kappa}/\dot{a}^2$ на самых ранних стадиях и берёт $z_{0\kappa}$ как $z_0 \sim \kappa$ исходя из квантово-механических соображений. Таким образом, утверждается, что начальный плавный спектр мощности $z_{0\kappa}^2$ преобразуется в окончательный осциллирующий спектр мощности, который имеет набор нулей и максимумов при некоторых значениях волнового числа κ . Если предположить, что в эпоху до перехода в режим с $p = 0$ поле звуковых волн представлялось множеством гармонических осцилляторов с различными частотами, то утверждение заключается в том, что после этого перехода некоторые осцилляторы оказались "удачливыми", в том смысле, что они появляются в максимумах результирующего спектра мощности, в то время как другие оказались "неудачливыми", поскольку они находятся в нулях результирующего спектра мощности.

Конечно, столь удивительное заключение не может быть безусловно верным. В конце концов, можно провести подобный расчёт на компьютере обратно во времени. В таком расчёте можно взять плавный спектр мощности возмущений на поздней стадии с $p = 0$ и проследить за эволюцией спектра обратно во времени, для того чтобы найти функции $z_\kappa(t)$ на ранней стадии с $p = \varepsilon/3$. Полученные таким образом функции не будут совпадать с теми, которые выбирались в качестве начальных условий в фактически выполненном расчёте [1], но такие новые начальные условия в принципе возможны. По построению, эти новые начальные условия не приведут к осцилляциям в итоговом спектре мощности возмущений. С другой стороны, если колебания всё же возникают из физически обоснованных начальных условий, то мы имеем дело с важнейшим явлением. Оно требует появления периодической структуры в фурье-пространстве ("стандартной линейки" с характерными пространственными масштабами), которая может быть найдена в наблюдениях и может использоваться как инструмент для других измерений.

Главная цель этого замечания состоит в том, чтобы подчеркнуть, как будет показано в дальнейшем более детально, что появление сахаровских колебаний неизбежно, если первичные космологические возмущения действительно имели квантово-механическую природу.

Осциллирующая передаточная функция $B(\kappa)$ участвует в дальнейших расчётах [1], однако она не играет в

них решающей роли. Сам Сахаров в более поздних публикациях не разрабатывал обнаруженного явления. Однако мне кажется, что он прекрасно понимал всю важность этого феномена и внимательно следил за дальнейшим развитием событий. Некоторые свидетельства этому приведены в разделе 4.

Я.Б. Зельдович понимал важность этого открытия, и именно он предложил назвать этот эффект сахаровскими осцилляциями. В беседах, на семинарах, а также в статьях с Р.А. Сюняевым, А.Г. Дорошкевичем и в монографии с И.Д. Новиковым Зельдович обсуждал физику этого явления и его возможные наблюдательные приложения. В своих работах Зельдович с соавторами отдавали должное работе Сахарова [1], подчёркивали её значимость и ссылались на неё. Например, в одной из первых работ на эту тему в рамках модели "горячей" Вселенной [2] отмечается: "...на поздней стадии расширения амплитуда возмущений плотности оказывается периодической функцией длины волны (массы). Такая картина была прежде получена Сахаровым (1965) для модели холодной Вселенной". И далее: "Представленная здесь картина является только грубым приближением, так как фазовые соотношения между возмущениями плотности и скорости в стоячих волнах в ионизованной плазме не рассматривались. Как отмечалось во введении, Сахаров (1965) показал, что амплитуда возмущений вещества на поздней стадии, когда давление не играет никакой роли (в нашем случае — после рекомбинации), оказывается периодической функцией длины волны". Зельдович и Новиков [3] достаточно подробно обсуждают это явление и замечают: "Распределение астрономических объектов по массам, таким образом, будет отражать сахаровские осцилляции только в очень сглаженной форме. Не исключено, что они не будут обнаружены в спектре масс". К счастью, как мы увидим ниже, в выявлении сахаровских осцилляций был достигнут значительный прогресс.

В вышедшей одновременно с работой [2], более детальной статье П.Дж. Пиблза и Дж. Ю [4] на рис. 5 явно приводится промодулированный спектр мощности с нулями и максимумами и отмечается значимость "первого большого пика на рис. 5" для будущих экспериментальных исследований неоднородностей реликтового излучения. Спектральная модуляция была получена в результате численных расчётов. Дальнейшая частная переписка по физической интерпретации колебаний спектра мощности возмущений неизбежно закончилась "удачливыми" и "неудачливыми" осцилляторами [5]: «Сахаровские осцилляции, о которых Вы упоминаете, также рассматривались Джером Ю и мной (несколько лет спустя после Сахарова)... Здесь действительно есть "неудачливые" моды, в том смысле, что их энергия пренебрежимо мала».

Для того чтобы лучше понять сахаровские осцилляции и другие тесно связанные с ними явления, следует несколько формализовать проблему. Мы займёмся этим в разделе 2. Но прежде интересно отметить, что в ходе своих квантово-механических построений Сахаров обсуждает "начальную стадию расширения Вселенной", в частности с масштабным фактором $a = \exp(\lambda t)$ при $t \rightarrow -\infty$. Он находит такую эволюцию в двух случаях, с и d, из четырёх рассмотренных в [1]. Такое поведение масштабного фактора сейчас декларируется как инфляция. Однако сам Сахаров был настроен скептически по

отношению к случаям с и d. Он приводит аргументы против них и заключает: "По этим причинам мы возвращаемся к графикам а и b". (Критический анализ современных утверждений инфляционной теории см. в работах [6, 7].)

2. Волновые поля различной природы в зависящих от времени условиях

Основная физическая причина сахаровских осцилляций, а также многих других подобных явлений заключается во временной зависимости параметров, характеризующих среду, в которой заданы волновые поля. Это может быть изменяющаяся скорость звука или переменное гравитационное поле, или и то и другое вместе. В космологии центральное место занимают возмущения гравитационного поля (метрики). Другие величины, такие как флуктуации плотности и скорости вещества (если они есть — в случае гравитационных волн они отсутствуют), могут быть вычислены из возмущений метрики с помощью уравнений Эйнштейна для малых возмущений. Только при специальных условиях и для относительно коротковолновых флуктуаций возмущения гравитационного поля можно пренебречь.

Возмущения гравитационного поля h_{ij} определяются как

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t)(\delta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j = a^2(\eta) [-d\eta^2 + (\delta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j]. \quad (1)$$

Для каждого из трёх типов космологических возмущений (возмущения плотности, гравитационные волны и вихревые возмущения) поле h_{ij} может быть разложено по пространственным фурье-модам с волновым вектором \mathbf{n} :

$$h_{ij}(\eta, \mathbf{x}) = \frac{c}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{n} \sum_{s=1,2} p_{ij}^s(\mathbf{n}) \frac{1}{\sqrt{2n}} \times [h_n^s(\eta) \exp(i\mathbf{n}\mathbf{x}) c_n^s + h_n^{s*}(\eta) \exp(-i\mathbf{n}\mathbf{x}) c_n^{s\dagger}]. \quad (2)$$

Спектр мощности (дисперсия) данного поля является квадратичной комбинацией поля, усреднённой по пространству или по известной классической функции плотности вероятности, или по известному квантовому состоянию. Во всех случаях получается выражение следующего вида:

$$\langle 0 | h_{ij}(\eta, \mathbf{x}) h^{ij}(\eta, \mathbf{x}) | 0 \rangle = \frac{c^2}{2\pi^2} \int_0^{\infty} n^2 \sum_{s=1,2} |h_n^s(\eta)|^2 \frac{dn}{n}. \quad (3)$$

Величина

$$h^2(n, \eta) = \frac{c^2}{2\pi^2} n^2 \sum_{s=1,2} |h_n^s(\eta)|^2 \quad (4)$$

называется спектром мощности возмущений метрики. В каждый момент времени спектр мощности определяется абсолютным значением модовых (вообще говоря, комплексных) функций $h_n^s(\eta)$. (Часто мы будем опускать индекс $s = 1, 2$, который помечает две поляризации возмущений метрики в каждом типе космологических возмущений.) Для вычисления спектра мощности других величин, принимающих участие в нашей задаче, требуется разложить эти величины, как в формуле (2), и

затем подставить их модовые функции в выражения для их спектра мощности, аналогичные уравнению (4).

Гравитационные фурье-компоненты $h_n^*(\eta)$, так как и фурье-компоненты других величин в нашей задаче, удовлетворяют той или иной версии "основного" дифференциального уравнения второго порядка [8]

$$f'' + f \left[n^2 \frac{c_s^2}{c^2} - W(\eta) \right] = 0, \quad (5)$$

где "скорость звука" c_s и "потенциал" $W(\eta)$ являются в общем случае функциями времени. В частности, сахаровские функции $z_\kappa(t)$ для возмущений плотности подчиняются уравнению такого типа (записанному в обычном t -времени). Приведённые выше сахаровские решения для $\gamma = 4/3$, выраженные через функции Бесселя от аргумента θ , являются частным случаем, в котором $c_s = c/\sqrt{3}$, в то время как $W(\eta)$ — это простая функция масштабного фактора $a(\eta)$. Уравнения для гравитационных волн также являются уравнениями такого вида с $c_s = c$.

Два линейно независимых высокочастотных (т.е. при пренебрежении $W(\eta)$ и в предположении, что $c_s = \text{const}$) решения "основного" уравнения (5) обычно берутся в виде $f_n(\eta) = \exp[\pm in(c_s/c)\eta]$. Если эти моды $f_n(\eta)$ представляют собой звуковые волны незадолго до перехода на стадию с $p = 0$, то, используя их для вычисления спектра мощности возмущений, находим $|f_n|^2 = 1$, что означает отсутствие осцилляций в спектре мощности возмущений плотности. Таким образом, после перехода не ожидается никакого разделения осцилляторов на "удачливые" или "неудачливые". Следует посмотреть на общее разложение (2) более пристально.

Общее высокочастотное решение уравнения (5) (для простоты мы пока положим $c_s/c = 1$) имеет вид $f_n(\eta) = A_n \exp(-in\eta) + B_n \exp(in\eta)$, где комплексные коэффициенты A_n, B_n в общем случае являются произвольными функциями n . Мода \mathbf{n} поля

$$h_n(\eta, \mathbf{x}) = f_n(\eta) \exp(i\mathbf{n}\mathbf{x}) + f_n^*(\eta) \exp(-i\mathbf{n}\mathbf{x})$$

является суммой двух бегущих волн, распространяющихся в противоположных направлениях, с произвольными амплитудами и произвольными фазами. Одна из бегущих волн выбирается при предположении $|A_n| = 0$ или $|B_n| = 0$. Выбор $|A_n| = |B_n|$ превращает поле в стоячую волну, т.е. в произведение функции от η и функции от $\mathbf{n}\mathbf{x}$:

$$h_n(\eta, \mathbf{x}) = 4\rho_A \cos\left(n\eta + \frac{\phi_B - \phi_A}{2}\right) \cos\left(\mathbf{n}\mathbf{x} + \frac{\phi_B + \phi_A}{2}\right),$$

где мы использовали $A_n = \rho_{A_n} \exp(i\phi_{A_n}), B_n = \rho_{B_n} \exp(i\phi_{B_n})$ без индекса n .

Спектр мощности общего решения имеет вид

$$|f_n|^2 = \rho_A^2 + \rho_B^2 + 2\rho_A \rho_B \cos(2n\eta + \phi_B - \phi_A).$$

Очевидно, что в каждый фиксированный момент времени η спектр промодулирован как функция n . Для того чтобы модуляция имела вид строго периодических осцилляций, фаза $\phi_B - \phi_A$ должна быть линейной функцией от n . Осцилляции исчезают для бегущих волн и имеют максимальную глубину, вплоть до появления нулей, для стоячих волн. В принципе ρ_A и ρ_B сами могут быть сложными функциями n , однако пока мы не рассматриваем такую возможность.

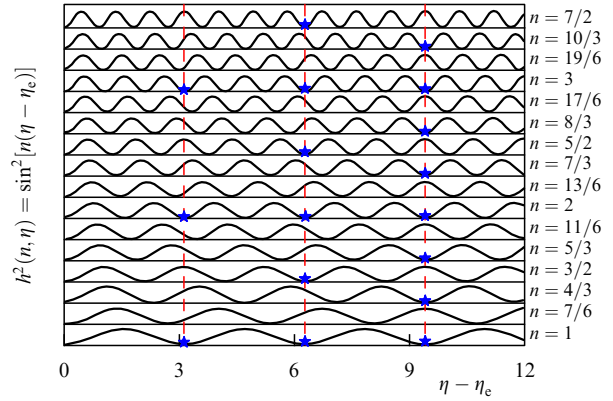


Рис. 1. Модельный спектр мощности волнового поля с движущимися (множащимися) нулями.

В качестве иллюстрации на рис. 1 показан модельный спектр мощности $h^2(n, \eta) = \sin^2[n(\eta - \eta_e)]$ ($\eta_e = \text{const}$) для поля стоячих волн перед переходом на стадию $p = 0$ при дискретном наборе волновых чисел n . Нули в спектре, отмеченные звёздочками, движутся и множатся со временем, в том смысле, что они постепенно возникают на новых частотах, а расстояние между ними уменьшается. Движущиеся нули и максимумы остаются и зафиксированы (возможно, с фазовым сдвигом) после перехода на стадию $p = 0$.

Общее решение уравнения (5) после перехода имеет вид $f_n(\eta) = C_n + D_n\eta$. Именно коэффициенты C_n, D_n становятся осциллирующими функциями n . Движущиеся особенности в спектре становятся фиксированными при некоторых значениях волнового числа, таким образом выделяются "удачливые" и "неудачливые" осцилляторы. Если этот (вообще говоря, плавный) переход от $p = \epsilon/3$ к $p = 0$ может быть приближённо описан как резкий переход при некотором времени η_{eq} , то сшивая общие решения для $f_n(\eta)$ и их первые производные $f_n'(\eta)$ при $\eta = \eta_{\text{eq}}$, находим для коэффициента в возрастающем решении

$$|D_n|^2 = n^2 \left(\frac{c_s}{c}\right)^2 \times \left[\rho_A^2 + \rho_B^2 - 2\rho_A \rho_B \cos\left(2n\left(\frac{c_s}{c}\right)\eta_{\text{eq}} + \phi_B - \phi_A\right) \right].$$

Как видно из этой формулы, модуляций в финальном спектре мощности не возникает вообще, если входящее поле состоит из бегущих волн ($\rho_A = 0$ или $\rho_B = 0$), и модуляция с максимальной глубиной получается, если входящие волны — стоячие ($\rho_A = \rho_B$). Множество максимумов определяется множеством n , при которых функция $\sin^2[(c_s/c)n\eta_{\text{eq}} + (\phi_B - \phi_A)/2]$ имеет максимум, начиная с $(c_s/c)n\eta_{\text{eq}} + (\phi_B - \phi_A)/2 = \pi/2$. Можно ожидать, что наименьшее n , а значит, и наибольший пространственный масштаб $\lambda = 2\pi a(\eta)/n$ будут наиболее отчётливо представлены в наблюдениях. Для таких длинных волн нельзя пренебрегать возмущениями метрики. Заметим, что если в стадии с $p = 0$ доминирует CDM, то должны быть осцилляции в спектре мощности возмущений CDM.

Таким образом, только очень высокая степень организации поля до перехода, а именно в виде стоячих волн с фазами, пропорциональными n , может привести после перехода на стадию без давления к появлению периодических сахаровских осцилляций в спектре мощности возмущений в холодном веществе и в соответствующем спектре мощности возмущений метрики.

Спектры мощности космологических полей в эпоху рекомбинации определяют и наблюдаемый сегодня угловой спектр мощности флуктуаций реликтового излучения. Угловые спектры мощности РИ будут значительно различаться в зависимости от того, существовали ли возмущения в виде бегущих или стоячих волн. Это лучше всего иллюстрируется с помощью гравитационных волн. В этом случае важна только гравитация, так что можно не беспокоиться об "акустической физике" и роли различных компонентов вещества. Отделение фотонов от барионов на поверхности последнего рассеяния при $\eta = \eta_{\text{dec}}$ никак не влияет на сами гравитационные волны, но для реликтовых фотонов очень важно, в каком гравитационном поле они отделились от вещества и стали свободно распространяться.

На рисунке 2 приведены два спектра мощности гравитационных волн в момент $\eta = \eta_{\text{dec}}$ и два соответствующих угловых спектра мощности температуры РИ (см. подробнее в [8]). Волнистая кривая описывает физический спектр, сформированный стоячими (квантово-механически сгенерированными) волнами, а плавная кривая — альтернативный спектр, состоящий из бегущих волн. Спектр альтернативного фона был выбран как огибающая физического спектра, так что мощность в широкополосных участках обоих спектров примерно одинакова, за исключением участка с очень малыми волновыми числами n . Угловой спектр РИ помещён непосредственно над создающим его спектром гравитационных волн, для того чтобы продемонстрировать почти взаимно однозначное соответствие их осо-

бенностей в n - и l -пространстве. Похожее соответствие имеет место и для спектра мощности первой производной по времени от поля h_{ij} и генерируемого им спектра поляризации РИ [9]. Важно отметить, что планируемые новые чувствительные измерения поляризации РИ и флуктуаций температуры РИ (например, проект [10]), возможно, смогут идентифицировать первый цикл осцилляций в спектре физического гравитационно-волнового фонового излучения.

3. Современные наблюдения осцилляций в спектре мощности вещества и космического микроволнового излучения

Из обсуждения в разделе 2 должно быть ясно, что сахаровские колебания — это отнюдь не тривиальные акустические волны в релятивистской плазме. Такие волны как переменность в пространстве и времени всегда присутствуют, в том смысле, что они являются общим решением уравнения для возмущений плотности. Сахаровские колебания — это нечто значительно более тонкое. Они представляют собой переменность в спектре мощности материи после перехода в режим $p = 0$, т.е. они являются осцилляциями в фурье-пространстве. На поздних стадиях после перехода осцилляционный характер спектра не изменяется. Осцилляции определяют специальные волновые числа и пространственные масштабы, в согласии с характеристиками поля стоячих волн в допереходный период.

Подчеркнём, что колебания в финальном спектре не возникают просто как результат "фотоснимка" колебаний в барионно-фотонной среде или как "отпечаток" звуковых волн в горячей плазме ранней Вселенной на распределении плотности. Они также не являются результатом распространения сферических звуковых волн вплоть до "звукового горизонта" в эпоху рекомбинации. Событие просветления плазмы для реликтовых фотонов может сделать сахаровские осцилляции видимыми, но не в этом заключается причина их существования. Периодическая структура в финальном спектре мощности возникает только при условии, что звуковые волны в релятивистской плазме (так же как и ассоциируемые с ними возмущения метрики) являлись стоячими волнами со специальными фазами. Колебания в спектре не возникнут вообще, если звуковые волны были бегущими. Из приведённого выше обсуждения также ясно, что феномен колебаний не является специфическим только для барионных возмущений. Например, осцилляции присутствуют и в спектре мощности возмущений метрики, связанных с возмущениями вещества, и в гравитационных волнах.

Похоже, современные наблюдения находят довольно убедительные свидетельства в пользу наличия сахаровских осцилляций в пространственном распределении галактик. В современных (и в будущих) обзорах галактик исследуется распределение светящегося вещества (барионов), поэтому найденные спектральные особенности часто называют барионными акустическими осцилляциями (БАО). Периодичность в спектре мощности возмущений связана фурье-преобразованием с пиками двухточечной корреляционной функции в пространственном распределении галактик. Обе характеристики измерены в различных обзорах галактик, таких как [11–14]. (В последней работе содержится много ссылок на более ранние исследования.)

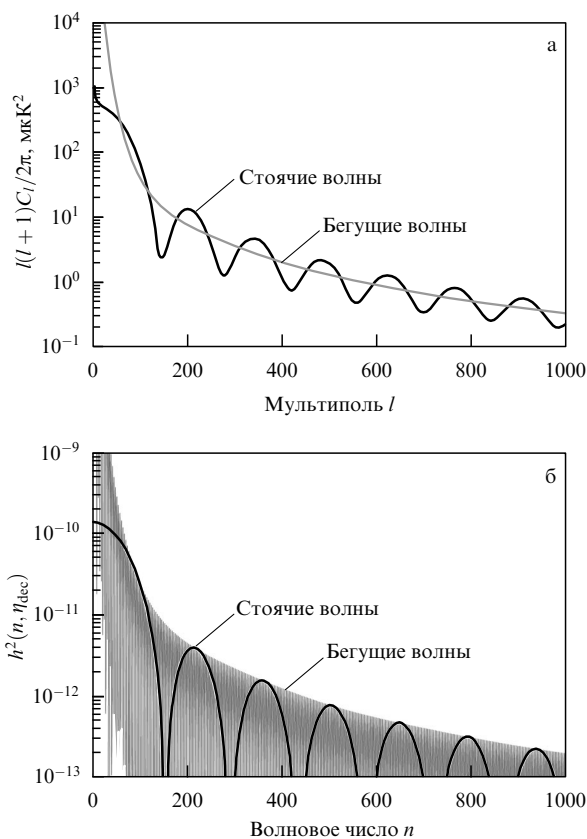


Рис. 2. Угловой спектр мощности флуктуаций температуры РИ (а), генерируемый спектром мощности стоячих или бегущих гравитационных волн (б).

Конечно, идеальная картина стоячих волн в плазме ранней Вселенной значительно размывается из-за многокомпонентной природы космической среды и различных астрофизических процессов, происходящих на пути к наблюдаемому пространственному распределению нерелятивистского вещества. По этим причинам осцилляционные особенности в спектре являются гораздо более плавными и трудно обнаружимыми. Более того, измерение нашей конкретной реализации по своей природе случайного поля даёт только оценку статистически усреднённого спектра мощности возмущений, типа уравнения (4). Тем не менее впечатляющий прогресс, достигнутый в наблюдениях последних лет, показывает реальность существования сахаровских колебаний.

Похожая ситуация также имеет место в изучении температуры и поляризации РИ. Разница между гладким и осциллирующим спектром волнового поля, создающего анизотропию РИ, была проиллюстрирована на примере гравитационных волн (см. рис. 2). Степень свободы, называемая возмущениями плотности (так называемые скалярные возмущения), является более сложной, поскольку она включает в себя спектры отдельных компонентов космической среды, скорость среды, излучающей и рассеивающей фотоны РИ (скорость и соответствующие доплеровские слагаемые требуют аккуратного определения), а также возмущения гравитационного поля. Разумеется, наблюдаемые пики и минимумы в угловом спектре мощности флуктуаций температуры РИ C_l^{TT} , которые в настоящее время измерены [15] до высоких мультиполей, являются отражением осцилляций в определяющих их спектрах мощности возмущений в момент отделения излучения от вещества η_{dec} . (Их связь с феноменом сахаровских осцилляций в некотором общем смысле упоминалась в работах [16, 8].) Очень вероятно, что осцилляции в спектре C_l^{TT} при относительно высоких l являются прямым отражением флуктуаций плотности в виде стоячих волн в самой барионно-фотонно-лептонной плазме, так что они являются "акустическими" особенностями. Напротив, амплитуда особенностей в спектре РИ на самых низких l , по-видимому, во многом определяется возмущениями метрики до перехода на нерелятивистскую стадию, которые в момент перехода η_{eq} в основном отражаются в спектре возмущений гравитационно-доминирующей холодной тёмной материи, так что эти пики и провалы имеют скорее "гравитационную", а не "акустическую" природу [8]. (Современная космологическая литература, подчёркивая "акустическую" сторону проблемы, неправильно утверждает, что не должно быть осцилляций в спектре мощности холодной тёмной материи.)

Напомним, однако, что декомпозиция полной амплитуды флуктуаций РИ на различные компоненты не является однозначной и интерпретация может зависеть от выбора системы координат (калибровки), используемой для описания флуктуаций. В так называемой ньютоновской калибровке декомпозиция полного сигнала представлена на рис. 3 [17]. Доминирующая SW-компонента является комбинацией флуктуаций метрики и плотности фотонов.

Можно сделать следующие промежуточные выводы. Во-первых, для появления сахаровских колебаний в финальном спектре мощности они должны были быть "закодированы" с самого начала в спектре первичных космологических возмущений как следствие стоячих

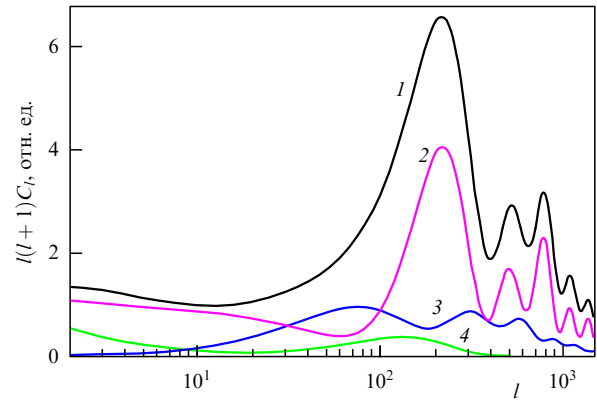


Рис. 3. Вклады различных компонент в спектр мощности (кривая 1) флуктуаций температуры РИ. (Из работы [17]). Кривая 2 — вклад, обусловленный эффектом Сакса–Вольфа (Sachs–Wolfe, SW), кривая 3 — доплеровский вклад, кривая 4 — вклад от интегрального эффекта Сакса–Вольфа (ISW).

волн. Поэтому сахаровские колебания должны иметь истинно первичное происхождение (квантово-механическое, как мы будем аргументировать ниже). Во-вторых, само существование периодических структур в спектре мощности материи и флуктуаций температуры РИ несёт ничуть не менее важную информацию о Вселенной, чем те открытия, которые планируются сделать с помощью этих "стандартных линеек". В частности, в случае обзоров галактик важно быть уверенным, что мы имеем дело именно с сахаровскими осцилляциями, а не с чем-либо иным. Если это сахаровские осцилляции, то фазы колебаний поддерживались в спектре в течение 13 млрд лет. В-третьих, на некотором элементарном уровне сахаровские колебания могут быть проверены в лабораторных условиях. Такой проверкой является разная судьба бегущих и стоячих волн в среде, в которой скорость звука уменьшается от больших значений до нуля. Представляется полезным провести подобный лабораторный эксперимент.

4. Квантовая механика очень ранней Вселенной

Уместно начать этот раздел с одной из последних фотографий А.Д. Сахарова (рис. 4). Снимок сделан в перерыве заседания под председательством А.Д. Сахарова, на котором автор настоящей статьи (среди других активных докладчиков) доказывал, что если первичные космологические возмущения были созданы квантово-механически, то в результате возникает не просто "ничто", а весьма специфические квантовые состояния, известные как сжатые вакуумные состояния, и обсуждал, почему этот факт важен для наблюдений. Понятия вакуума, сжатого вакуума и смешённого вакуума (когерентные состояния) звучали подозрительно для аудитории, но Сахаров молчал. В критический момент он удивил меня, задав вопрос: "А какая именно переменная сжимается?" Такой вопрос мог задать только тот, кто прекрасно был знаком с обсуждаемым предметом и глубоко понимал его положения.

Действительно, как видно из схемы, приведённой на рис. 5, простые квантовые состояния гармонического осциллятора могут сильно различаться по средним зна-



Рис. 4. Одна из последних фотографий А.Д. Сахарова.

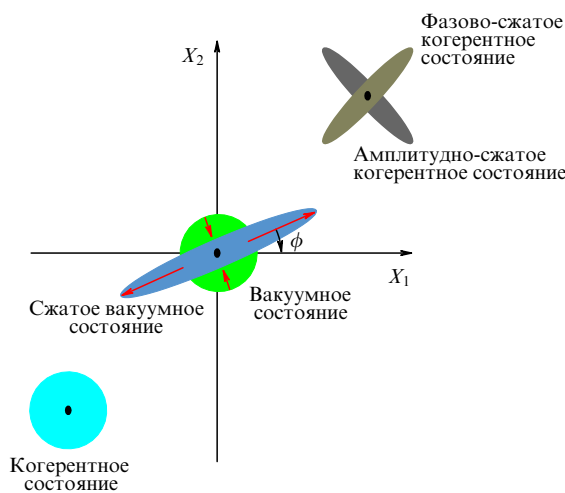


Рис. 5. Различные квантовые состояния гармонического осциллятора.

чениям и дисперсиям сопряжённых переменных. Например, сжатые когерентные состояния могут быть сжатыми, т.е. иметь очень малые неопределённости, либо по числу квантов, либо по фазе. Это приводит к различным наблюдательным следствиям. Я был рад ответить на вопрос А.Д. Сахарова, потому что сжатое вакуумное состояние может быть сжато только по фазе. Возникающая при этом корреляция между \mathbf{n} - и $-\mathbf{n}$ -модами эквивалентна генерации стоячей волны (двухмодовому сжатому квантовому состоянию (см. подробнее в [6, 18])). Возникновение стоячей волны неудивительно, если представлять себе процесс генерации как рождение пары частиц с равными энергиями и противоположно направленными импульсами. Более того, фаза сжатого вакуумного состояния, почти не имеющая неопределённости в сильно сжатом состоянии, монотонно зависит от n , поскольку осцилляторы с разными частотами n последовательно начинают свободную эволюцию (т.е. сильно сжатый эллипс начинает вращаться в плоскости X_1, X_2) после завершения процесса генерации (т.е. после окончания сжатия вакуумной окружности в сильно вытянутый эллипс). Этот механизм и создаёт необходимые предпосылки для возникновения в дальнейшем сахаровских колебаний.

Генерация возбуждений двух физически различных степеней свободы — реликтовых гравитационных волн и первичных возмущений плотности — описывается, по

сути, одинаковыми уравнениями. Уравнение для гравитационно-волновых функций имеет вид

$$h'' + 2 \frac{a'}{a} h' + n^2 h = 0, \quad (6)$$

в то время как уравнение для возмущений метрики, связанных с флуктуациями плотности, выглядит так:

$$\zeta'' + 2 \frac{(a\sqrt{\gamma})'}{a\sqrt{\gamma}} \zeta' + n^2 \zeta = 0, \quad (7)$$

где переменная $\zeta(\eta)$ также известна как возмущение кривизны. Разумеется, уравнения (6), (7) могут быть также записаны в виде "основного" уравнения (5). Функция $\gamma(\eta) \equiv 1 + (a/a')'$ в уравнении (7) — это не константа γ , которую использовал Сахаров [1] в уравнении состояния, но для простых уравнений состояния масштабный фактор $a(\eta)$ является степенной функцией, и тогда $\gamma(\eta)$ представляет собой константу. В этом случае уравнения (6) и (7) оказываются идентичными и имеют решения в виде функций Бесселя.

Двухмодовый гамильтониан

$$H = nc_n^\dagger c_n + nc_{-n}^\dagger c_{-n} + 2\sigma(\eta) c_n^\dagger c_{-n}^\dagger + 2\sigma^*(\eta) c_n c_{-n} \quad (8)$$

является общим для этих двух степеней свободы, причём функция связи записывается как $\sigma(\eta) = (i/2)[a'/a]$ для гравитационных волн и как $\sigma(\eta) = (i/2)[(a\sqrt{\gamma})'/(a\sqrt{\gamma})]$ для возмущений плотности. Функции связи совпадают, если $\gamma(\eta) = \text{const}$. В результате шрёдингеровской эволюции начальное вакуумное состояние космологических возмущений (основное состояние соответствующего зависящего от времени гамильтониана) эволюционирует в двухмодовое сжатое вакуумное (многочастичное) состояние. Другими словами, космологические возмущения генерируются квантово-механически в виде стоячих волн [6, 18].

Простейшие модели начального состояния расширяющейся Вселенной описываются степенными масштабными факторами $a(\eta)$. (Четыре случая для начальной стадии, рассмотренные Сахаровым в работе [1], также принадлежат этой категории.) Такое гравитационное поле накачки $a(\eta) \propto |\eta|^{1+\beta}$ генерирует реликтовые гравитационные волны (t) и первичные скалярные возмущения плотности (s) с примерно степенными спектрами мощности:

$$P_t(k) = A_t \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_t}, \quad P_s(k) = A_s \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_s-1}, \quad (9)$$

где $n_s - 1 = n_t = 2(\beta + 2)$ и принимается $k_0 = 0,002 \text{ Мпк}^{-1}$. Амплитуды $A_t^{1/2}$ и $A_s^{1/2}$ являются независимыми неизвестными, но согласно теории, основанной на уравнениях (6)–(8), они должны быть одного порядка величины: $A_s^{1/2} \sim A_t^{1/2} \sim H/H_{\text{Pl}}$, где H — хаббловский параметр на начальной стадии расширения. (Инфляционная теория также использует тот же механизм сверхадиабатического (параметрического) усиления, который был первоначально найден и разработан для гравитационных волн [19, 6]. Однако после слепых блужданий между переменными и калибровками "инфляционисты" пришли к тому, что они называют "стандартным" или даже "классическим" результатом инфляционной теории, а именно — к предсказанию произвольно большого A_s в пределе спектра Гэрисона–Зельдовича–Пиблса $n_s = 1$, и более того, для любой интенсивности генерирующего

гравитационного поля, т.е. для любого значения хаббловского параметра H , характеризующего инфляционное де-ситтеровское расширение.) Вклад гравитационных волн в спектр мощности РИ часто характеризуют отношением $r \equiv A_t(k_0)/A_s(k_0)$.

Наш анализ [19] данных семи лет наблюдений спутником WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) (WMAP-7) привёл к значениям $r = 0,285$ и $r = 0,2$ при трёхпараметрическом и однопараметрическом поиске методом максимального правдоподобия соответственно. Неопределённости всё ещё велики, в связи с чем эти значения следует рассматривать только как указания на возможное наличие реального сигнала. Реликтовые гравитационные волны очень трудно зарегистрировать, но они являются самым прямым средством изучения процесса рождения нашей Вселенной и её ранней эволюции. Именно поэтому регистрация реликтовых гравитационных волн находится в центре внимания ряда проектов. Сахаровские осцилляции являются элементом всей картины квантово-механической генерации первичных космологических возмущений, поэтому обнаружение реликтовых гравитационных волн стало бы мощной экспериментальной поддержкой всей теории.

5. Ожидаемые результаты современных наблюдений. Заключение

Представляется, что существует хорошая перспектива обнаружения реликтовых гравитационных волн по данным наблюдений действующей в настоящее время миссии Planck. На рисунке 6 из работы [20] приводится отношение сигнала к шуму (S/N), которое ожидается получить из анализа новых данных наблюдений в предположении, что оценки r , выведенные по данным WMAP-7, соответствуют реальному сигналу. Серьёзным препятствием в анализе данных являются различные фоновые помехи, которые требуют очень тщательной "чистки". Степень избавления от фона, оцениваемая по порядку от превосходной до нулевой, параметризуется величиной $\sigma^{fg} = 10^{-2}, 10^{-1}, 10^0$. Мы рассматриваем также пессимистический случай, в котором $\sigma^{fg} = 1$ и номинальный инструментальный шум для ВВ-поляризационного канала на каждой частоте увеличен в 4 раза. Как видно из рис. 6, отношение сигнала к шуму может достигать значения $S/N \approx 6$, и даже в пессимистическом сценарии оно остаётся на интересном уровне $S/N > 2$.

Как упоминалось выше, будущие целенаправленные наблюдения [10], возможно, смогут даже выделить первый цикл осцилляций в спектре реликтового гравитационно-волнового фона при η_{dec} .

Таким образом, наше общее заключение состоит в том, что сахаровские осцилляции в спектре мощности

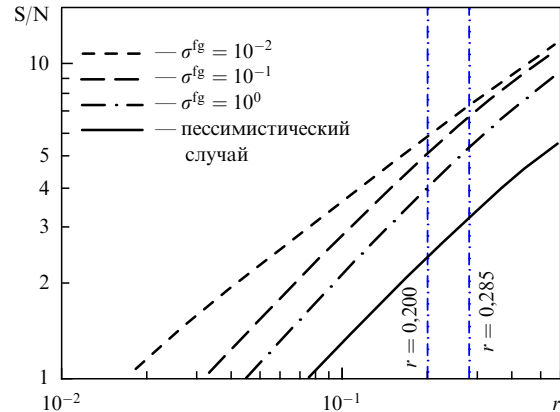


Рис. 6. Ожидаемое отношение сигнала к шуму (S/N) в детектировании реликтовых гравитационных волн по данным эксперимента Planck.

возмущений плотности, а также другие подобные явления, истоки которых можно отнести к самым ранним моментам существования Вселенной, находятся в настоящее время в самом центре фундаментальных исследований.

Автор благодарен Вен Жао за помощь в подготовке данной статьи.

Список литературы

- Сахаров А Д *ЖЭТФ* **49** 345 (1965) [Sakharov A D *Sov. Phys. JETP* **22** 241 (1966)]
- Sunyaev R A, Zeldovich Ya B *Astrophys. Space Sci.* **7** 3 (1970)
- Зельдович Я Б, Новиков И Д *Релятивистская астрофизика* (М.: Наука, 1967) [Zeldovich Ya B, Novikov I D *Relativistic Astrophysics* Vol. II (Chicago: Univ. of Chicago Press, 1983)]
- Peebles P J E, Yu J T *Astrophys. J.* **162** 815 (1970)
- Peebles P J E, Letter of May 30, 1990
- Grishchuk L P, in *General Relativity and John Archibald Wheeler* (Astrophysics and Space Science Library, Vol. 367, Eds I Ciufolini, R Matzner) (New York: Springer, 2010) pp. 151–199; arXiv:0707.3319
- Grishchuk L P, arXiv:1012.0743
- Bose S, Grishchuk L P *Phys. Rev. D* **66** 043529 (2002)
- Baskaran D, Grishchuk L P, Polnarev A G *Phys. Rev. D* **74** 083008 (2006)
- Fraisse A A et al., arXiv:1106.3087
- Cole S et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **362** 505 (2005)
- Eisenstein D J et al. *Astrophys. J.* **633** 560 (2005)
- Percival W J et al. *Astrophys. J.* **657** 645 (2007)
- Beutler F et al., arXiv:1106.3366
- Hlozek R et al., arXiv:1105.4887
- Jorgensen H E et al. *Astron. Astrophys.* **294** 639 (1995)
- Challinor A *Lect. Notes Phys.* **653** 71 (2004); astro-ph/0403344
- Grishchuk L P, in *Quantum Fluctuations: Les Houches Session LXIII, June 27–July 28, 1995* (Eds S Reynaud, E Giacobino, J Zinn-Justin) (Amsterdam: Elsevier, 1997) pp. 541–561
- Гришук Л П *ЖЭТФ* **67** 825 (1974) [Grishchuk L P *Sov. Phys. JETP* **40** 409 (1975)]
- Zhao W, Grishchuk L P *Phys. Rev. D* **82** 123008 (2010)

Cosmological Sakharov oscillations and quantum mechanics of the early Universe

L.P. Grishchuk P.K. Sternberg *Astronomical Institute, M.V. Lomonosov Moscow State University, Universitetskii prosp. 13, 119991 Moscow, Russian Federation;*
School of Physics and Astronomy, Cardiff University, Cardiff, CF24 3YB, United Kingdom
 E-mail: Leonid.Grishchuk@astro.cf.ac.uk

In this paper, presented at the A.D. Sakharov 90-th anniversary session of the Physical Sciences Division of the Russian Academy of Sciences on 25 May 2011, the standing-wave pattern of quantum-mechanically generated metric (gravitational field) perturbations is discussed as the origin of subsequent Sakharov oscillations in the matter power spectrum. Other related phenomena, particularly those involving gravitational waves, are also discussed and their observational significance is examined.