

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Угловая ширина луча при дифракции на щели волны с неколлинеарными групповой и фазовой скоростями

Э.Г. Локк

На примере дифракции поверхностной магнитостатической волны теоретически исследована двумерная дифракционная картина, возникающая в дальней зоне ферритовой пластины при падении плоской волны с неколлинеарными групповой и фазовой скоростями на широкую, произвольно ориентированную щель в непрозрачном экране. Получена универсальная аналитическая формула для угловой ширины дифракционного луча, которая применима для вычисления угловой ширины луча как для магнитостатических волн, так и для волн другой природы в различных анизотропных средах и структурах (включая метаматериалы) для двумерных геометрий. Показано, что угловая ширина дифракционного луча в анизотропных средах может не только быть больше или меньше величины λ_0/D (где λ_0 — длина исходной плоской волны, D — ширина щели), но и при определённых условиях быть равной нулю.

PACS numbers: 41.20.Gz, 41.20.Jb, 42.25.Fx, 75.70. — i

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201212e.1327

Содержание

1. Введение (1327).
 2. Основные соотношения, описывающие распространение магнитостатической волны в ферритовой пластине (1328).
 3. Постановка дифракционной задачи (1329).
 4. Выражение для суммарного магнитного потенциала, возникающего при падении на щель плоской магнитостатической волны (1330).
 5. Дифракционные картины, возникающие в ферритовой пластине (1332).
 6. О физическом смысле фазовой функции Φ с точки зрения закона сохранения импульса (1334).
 7. Об особенностях дифракции на щели магнитостатической волны с изочастотной зависимостью произвольного вида (1335).
 8. Формула для угловой ширины дифракционных лучей (1336).
 9. Изменение угловой ширины основного дифракционного луча при различных геометриях падения (1337).
 10. Обсуждение результатов и выводы (1341).
 11. Заключение (1342).
- Список литературы (1342).

1. Введение

Волны разной физической природы, распространяющиеся в различных средах и структурах, как известно, характеризуются общими физическими закономерностями (см., например, [1–4]). Так, применение законов сохранения импульса и энергии при описании в первом

приближении распространения, отражения и преломления волн в однородных изотропных и анизотропных средах позволило выявить ряд общих закономерностей: для изотропных сред — это законы геометрической оптики (см., например, [5]), а для анизотропных сред — это закономерности, определяемые математическими свойствами изочастотной зависимости¹ волны, т.е. наличием у зависимости таких математических признаков, как оси симметрии, асимптоты, точки перегиба, точки экстремума и т.п. (см. подробнее [5]).

При описании ограниченных в пространстве волновых процессов и дифракционных явлений в однородных изотропных средах выявлен также ряд закономерностей, общих для волн разной физической природы. К наиболее известным результатам, безусловно, относится формула, описывающая угловую ширину дифракционного луча при падении плоской волны на щель в непрозрачном экране как отношение длины исходной волны λ_0 к ширине щели D . Отношение λ_0/D , как известно, определяет критерий разрешимости Рэлея, играющий важную роль в оценочных расчётах и интерпретации физических явлений в изотропных средах (см., например, [1]). Естественно, возникает вопрос: можно ли получить подобную универсальную формулу для описания угловой ширины дифракционного луча хотя бы для двумерных геометрий² анизотропных сред?

Э.Г. Локк, Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского 1, 141190 Фрязино, Московская обл., Российская Федерация. Тел. (496) 565-25-62. Факс (495) 702-95-72. E-mail: edwin@ms.ire.rssi.ru

Статья поступила 4 апреля 2011 г., после доработки 5 сентября 2011 г.

¹ Отметим, что в ряде работ для обозначения изочастотной зависимости используются также термины "изочастота", "сечение изоэнергетической поверхности", "эквивалентная линия", "сечение поверхности волновых векторов" и др. (см. подробнее [5, раздел 4]).

² Двумерными геометриями будем называть различные анизотропные плоскопараллельные структуры и те частные случаи геометрий, реализующиеся в трёхмерных анизотропных средах, в которых плоскость падения совпадает с одной из плоскостей симметрии изочастотной поверхности среды (см. подробнее [5]).

Дифракционные явления в анизотропных средах исследовались в основном на примере электромагнитных волн в плазме (см. [2, гл. 7, 8] и приведённые там ссылки), света в оптических кристаллах [2, 6, 7], акустических волн [8–10] и дипольных спиновых волн (см. [11–13] и приведённые там ссылки), называемых обычно магнитостатическими волнами (МСВ) [14]. Однако к настоящему времени ни для одной из волн указанных типов аналитическая формула для угловой ширины дифракционного луча в дальней зоне не получена.

В данной статье предпринята попытка устранить этот пробел. В частности, в разделах 2–9 на примере МСВ, распространяющейся в ферритовой пластине, теоретически исследована двумерная дифракционная картина, возникающая в дальней зоне при падении плоской МСВ на широкую щель в непрозрачном экране для наиболее общего случая, когда групповая и фазовая скорости исходной волны неколлинеарны, а ориентация экрана произвольна.

МСВ, эффективно возбуждающиеся и распространяющиеся в различных ферритовых структурах, являются достаточно удобным объектом как для теоретического, так и для экспериментального исследования дифракционных явлений в анизотропных средах. Благодаря малой фазовой скорости МСВ имеют величину волнового числа k на сверхвысоких частотах (СВЧ) порядка $10\text{--}10^4\text{ см}^{-1}$ (длина волны $\sim 10\text{--}10^4\text{ мкм}$), что во много раз превышает волновое число k_0 электромагнитной волны на СВЧ в вакууме ($k \gg k_0 \equiv \omega/c \sim 1\text{ см}^{-1}$). Это обстоятельство позволяет описывать характеристики МСВ в магнитостатическом приближении [14] (пренебрегая в уравнениях Максвелла членами $\sim \partial/\partial t$ и используя уравнения магнитостатики), что даёт возможность аналитически исследовать свойства и дисперсию этих волн в различных структурах при произвольном направлении распространения волны с неколлинеарной ориентацией групповой и фазовой скоростей.

Исторически исследования дифракционных явлений при распространении МСВ берут начало от ряда экспериментальных и теоретических работ, в которых изучалось распространение МСВ через периодические неоднородности, создаваемые в ферритовой пластине разными способами (см., например, [12, 13, 15–21])³. Впоследствии появились работы, в которых дана постановка дифракционных задач для МСВ [25, 26], работы, посвящённые методам решения параболического уравнения [27–30], а также работы по исследованию дифракции ограниченного по ширине волнового пучка МСВ, возбуждаемого излучателем с конечной апертурой [11, 12, 31–36], причём в последних работах в основном исследовался случай, в котором возбуждающий линейный преобразователь конечной длины ориентирован параллельно одной из осей симметрии изочастотной зависимости МСВ⁴.

Таким образом, как видно из анализа литературы, до сих пор остаются неисследованными параметры дифракционного луча в дальней зоне при дифракции плоской МСВ с неколлинеарными групповой и фазовой скоростями на широкой щели в непрозрачном экране.

2. Основные соотношения, описывающие распространение магнитостатической волны в ферритовой пластине

Рассмотрим бесконечную плоскопараллельную ферритовую пластину (или плёнку) 2 (рис. 1) толщиной s , намагниченную до насыщения касательным однородным магнитным полем $\mathbf{H}_0$ и окружённую полупространствами вакуума 1 и 3. Поля в средах 1–3 или их параметры будем помечать соответствующими индексами $j = 1, 2, 3$. Введём декартову систему координат $\Sigma_D = \{x, y, z\}$ с осью z , параллельной вектору $\mathbf{H}_0$, и осью x , перпендикулярной поверхности пластины. Как известно, при описании волновых процессов, зависящих от времени по закону $\sim \exp(i\omega t)$, ферритовую пластину в выбранной системе координат характеризуют тензором магнитной проницаемости $\vec{\mu}_2$ с диагональной и недиагональной компонентами μ и ν , зависимости которых от частоты электромагнитных колебаний $\omega = 2\pi f$, величины H_0 и намагниченности насыщения ферритовой пластины $4\pi M_0$ можно найти в [12, 14, 37]. Будем считать, что полупространства 1 и 3 имеют магнитные проницаемости $\mu_{1,3} = 1$.

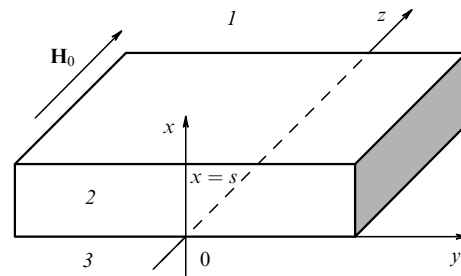


Рис. 1. Расположение ферритовой пластины в декартовой системе координат Σ_D , связанной с полем $\mathbf{H}_0$: 1 и 3 — полупространства вакуума, 2 — ферритовая пластина.

Поскольку задача о распространении МСВ в ферритовой пластине решалась неоднократно [12, 14], ниже лишь кратко приведём те сведения и соотношения, которые необходимы для дальнейшего изложения.

При решении данной задачи будем использовать уравнения Максвелла в магнитостатическом приближении: $\text{rot } \mathbf{h} = 0$ и $\text{div } \mathbf{b} = 0$. Вводя магнитный потенциал Ψ_j для каждой из сред ($j = 1, 2, 3$) в соответствии с соотношением $\mathbf{h}_j = \text{grad } \Psi_j$ и исходя из условия непрерывности магнитного потенциала и нормальной компоненты магнитной индукции $\mathbf{b}$ на границах сред, можно получить дифференциальные уравнения для потенциала внутри и вне ферритовой пластины, найти зависимость потенциала от координат:

$$\Psi_1 = C \exp(-k_{1x}x - ik_y y - ik_z z),$$

$$\Psi_2 = [G \exp(k_{2x}x) + B \exp(-k_{2x}x)] \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (1)$$

$$\Psi_3 = F \exp(k_{3x}x - ik_y y - ik_z z),$$

³ Сравнительно недавно в связи с возникновением интереса к свойствам метаматериалов исследования МСВ в пространственно-периодических структурах, называемых магнотонными или фотонными кристаллами, получили новый импульс развития [13, 22–24].

⁴ Исключение составляют работы [31, 33], в которых в ближней зоне измерялись профили волнового пучка МСВ, возбуждаемого произвольно ориентированным (к внешнему магнитному полю) излучателем ограниченной длины.

и получить дисперсионное уравнение⁵, описывающее распространение поверхностной МСВ (ПМСВ) в плоскости ферритовой пластины:

$$\mu^2 k_{2x}^2 - v^2 k_y^2 + k_{1x}^2 + 2\mu k_{1x} k_{2x} \coth(k_{2x} s) = 0, \quad (2)$$

где k_{1x} , k_{2x} , k_{3x} , k_y и k_z — компоненты волнового вектора вдоль осей координат (причём k_{1x} , k_{2x} и k_{3x} — положительные числа), связанные между собой соотношениями:

$$\begin{aligned} k_{1x} &= \sqrt{k_y^2 + k_z^2}, \\ k_{2x} &= \sqrt{k_y^2 + \frac{k_z^2}{\mu}}, \\ k_{3x} &= k_{1x}. \end{aligned} \quad (3)$$

Введём также в плоскости ферритовой пластины полярную систему координат $\Sigma_p = \{x, r, \varphi\}$, соответствующую декартовой системе Σ_D , так чтобы отсчёт углов φ производился от оси y , являющейся осью коллинеарного распространения для ПМСВ, причём за положительное направление отсчёта углов примем направление против часовой стрелки. Координаты систем Σ_p и Σ_D связаны соотношениями $y = r \cos \varphi$, $z = r \sin \varphi$. Волновые числа k_{1x} , k_{2x} , k_y и k_z , используемые в системе Σ_D , связаны с модулем волнового вектора $\mathbf{k}$, используемым в системе Σ_p , следующим образом:

$$k_y = k \cos \varphi, \quad (4)$$

$$k_z = k \sin \varphi, \quad (5)$$

$$k_{2x} = \alpha k, \quad (5)$$

$$k_{1x} = k, \quad (5)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{\sin^2 \varphi}{\mu}} = \sqrt{\frac{(\mu - 1) \cos^2 \varphi + 1}{\mu}}. \quad (6)$$

Подставляя соотношения (4), (5) в (1), выражения для магнитного потенциала Ψ_j внутри и вне плёнки в системе Σ_p с учётом зависимости от времени $\sim \exp(i\omega t)$ можно записать в виде

$$\Psi_j = \Psi_{jx} \exp(i\omega t - ikr), \quad (7)$$

где Ψ_{jx} — зависящие от x амплитуды потенциала в j -й среде.

С учётом соотношений (4)–(6) дисперсионное уравнение (2) в полярной системе координат принимает вид (см. [37])

$$\frac{1}{\mu} + \mu_{\perp} \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi + 2\alpha \coth(\alpha ks) = 0, \quad (8)$$

где $\mu_{\perp} = (\mu^2 - v^2)/\mu$.

Кроме полярного угла φ , описывающего ориентацию волнового вектора ПМСВ $\mathbf{k}$, введём ещё один полярный

угол в плоскости ферритовой пластины — угол ψ , описывающий ориентацию вектора групповой (лучевой) скорости ПМСВ $\mathbf{V}$. Вектор $\mathbf{V}$, как известно, перпендикулярен изочастотной кривой в точке, соответствующей волновому вектору $\mathbf{k}$ (см., например, [5, 12]). Нахождение угла ψ по известному дисперсионному уравнению — несложная, но громоздкая процедура⁶, которую мы здесь не проводим, считая зависимость $\psi(\varphi)$ известной.

3. Постановка дифракционной задачи

Приступим теперь к исследованию дифракционных явлений.

Найдём дифракционную картину для случая, когда плоская МСВ падает на щель шириной D в бесконечно тонком и непроницаемом для МСВ экране. Пусть падающая волна имеет частоту $\omega_0 = 2\pi f_0$, волновой вектор $\mathbf{k}_0$ и вектор групповой скорости $\mathbf{V}_0$, причём $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$ неколлинеарны (ниже будем называть такую волну неколлинеарной) и произвольно ориентированы относительно линии щели (рис. 2).

Типичная изочастотная зависимость ПМСВ с частотой f_0 в плоскости волновых чисел приведена на рис. 3 (кривые 1 и 2), где также отмечена точка S, соответ-

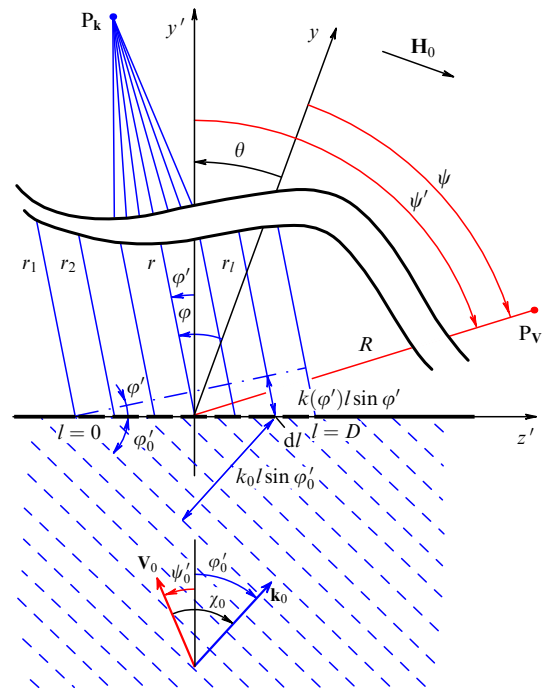


Рис. 2. Общая геометрия падения плоской ПМСВ на щель в непрозрачном экране. Штриховыми линиями показаны волновые фронты исходной волны. Для произвольного элементарного участка щели dl с координатой l отмечены фазовый набег $k(\varphi')l \sin \varphi'$, обусловленный различием расстояний r_l и r_1 , и разность фаз $k_0 l \sin \varphi'_0$, обусловленная тем, что исходная волна не одновременно достигает элементарных возбудителей с координатами 0 и l . Соответствующая геометрия в плоскости волновых чисел показана на рис. 3, из которого видно, что изображённому направлению $\varphi' = 12^\circ$ ($\varphi = 32^\circ$) на точку P_k соответствует направление $\psi' = -72^\circ$ ($\psi = -52^\circ$) на точку P_v (если построить на изочастотной зависимости соответствующие векторы $\mathbf{k}$ и $\mathbf{V}$).

⁵ Более подробный вывод дисперсионного уравнения для ПМСВ можно найти в [12, 14, 37], причём в [37] использованы те же обозначения, что и в настоящей статье, и приведена таблица с дисперсионными уравнениями для различных структур.

⁶ Подробно эта процедура описана, например, в [12, 38].

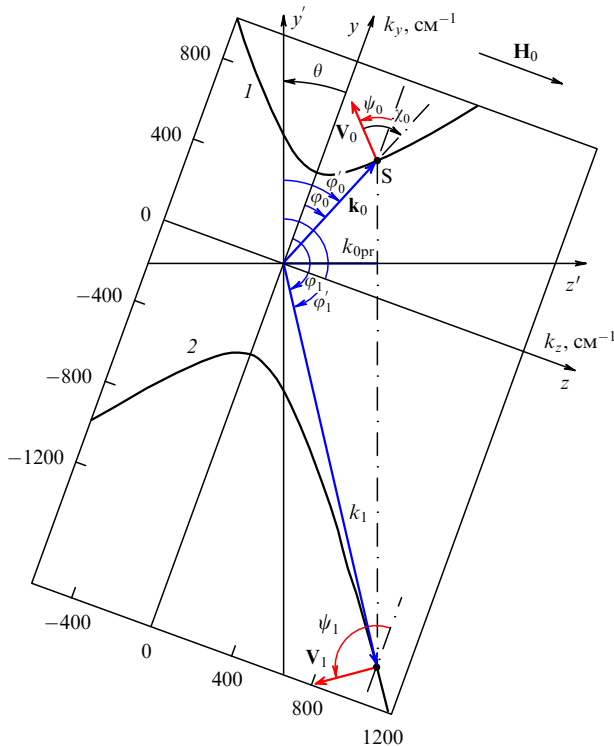


Рис. 3. Общая геометрия падения неколлинеарной ПМСВ на экран в плоскости волновых чисел.

ствующая исходной неколлинеарной ПМСВ, показаны векторы $\mathbf{k}_0$, $\mathbf{V}_0$ и соответствующие углы φ_0 и ψ_0 , описывающие ориентацию этих векторов в системе координат Σ_D . Вектор $\mathbf{k}_0$ наклонён к вектору $\mathbf{V}_0$ под углом χ_0 , определяемым формулой

$$\chi_0 = \varphi_0 - \psi_0. \quad (9)$$

Ниже будем использовать также декартову $\Sigma'_D = \{x, y', z'\}$ и полярную $\Sigma'_p = \{x, r, \varphi'\}$ системы координат, повёрнутые относительно систем Σ_D и Σ_p вокруг оси x на угол θ (см. рис. 2 и 3), так что ось y' перпендикулярна линии щели. Углы φ' и ψ' , задающие ориентацию произвольных волнового вектора $\mathbf{k}$ и вектора групповой скорости $\mathbf{V}$ в системе Σ'_p , связаны с аналогичными углами φ и ψ системы Σ_p соотношениями $\varphi' = \varphi - \theta$ и $\psi' = \psi - \theta$. В соответствии с принципом Гюйгенса будем считать, что при падении на щель неколлинеарной плоской МСВ вдоль линии щели возникают точечные вторичные источники МСВ, для оценки действия которых в далёкой точке необходимо проинтегрировать (т.е. вычислить суперпозицию) вклады всех бесконечно малых элементов (вторичных источников МСВ) на щель.

Поскольку магнитный потенциал МСВ Ψ является скалярной величиной и все кривые изочастотной зависимости МСВ описывают волны с одинаковой поляризацией, для вычисления суммарного поля вторичных источников в далёкой точке наблюдения надо просто сложить в этой точке магнитные потенциалы возмущений от всех вторичных источников МСВ, расположенных вдоль линии щели.

Отметим, что мы всегда будем иметь дело с двумя направлениями, φ и ψ (или φ' и ψ' в системах координат Σ'_D и Σ'_p), определяющими соответственно ориентацию

волнового вектора $\mathbf{k}$ и вектора групповой скорости $\mathbf{V}$ волны, что отличает рассматриваемую нами задачу от аналогичной дифракционной задачи для изотропных сред. Причём условия, определяющие конструктивную интерференцию вторичных источников МСВ, будут записаны для их волновых векторов, т.е. для направления φ (или φ'), но перенос энергии волны при возникновении указанной конструктивной интерференции будет осуществляться не в направлении φ (или φ'), а в направлении соответствующего вектора групповой скорости ψ (или ψ'). Поэтому для описания исследуемой дифракционной задачи введём две достаточно удалённые от щели точки: P_k и P_v , такие, что направление на точку P_k будет совпадать с ориентацией φ волновых векторов вторичных источников МСВ, а направление на точку P_v — с ориентацией ψ соответствующих групповых скоростей вторичных источников МСВ.

Для упрощения рассмотрения будем считать, что зависимости $k(\varphi)$ и $\psi(\varphi)$ являются однозначными (т.е. каждому значению аргумента соответствует одно значение ординаты). Волна, на примере которой мы будем проводить рассмотрение, — ПМСВ в свободной ферритовой пластине — всегда характеризуется однозначными зависимостями $k(\varphi)$ и $\psi(\varphi)$, причём зависимость $k(\varphi)$ для этой волны можно выразить в явном виде из дисперсионного уравнения (8), записанного в полярной системе координат. Из однозначности зависимости $\psi(\varphi)$ следует, что каждой точке P_k будет соответствовать единственная точка P_v . Ради простоты рассмотрения предположим также, что обратная зависимость $\varphi(\psi)$ тоже однозначна, т.е. каждой точке P_v соответствует единственная точка P_k . Отметим, что в дальнейшем можно будет отказаться от предположения об однозначности как зависимостей $k(\varphi)$ и $\psi(\varphi)$, так и зависимостей $\varphi(\psi)$ и рассмотреть, к чему приводит неоднозначность указанных зависимостей (см. раздел 7).

Как известно, для точного расчёта направления переноса энергии электромагнитной волны необходимо найти вектор Пойнтинга. Однако в тех случаях, когда вычисление вектора Пойнтинга является очень сложной задачей (как в случае неколлинеарной МСВ), для такого расчёта с достаточной точностью можно использовать и вектор групповой скорости. Понятие групповой скорости вполне применимо для МСВ в свободной ферритовой пластине, так как для этих волн выполняются условия малости затухания и достаточно слабой дисперсии (подробнее об этом см. *Лекции по некоторым вопросам теории колебаний* Мандельштама в [39]). Более того, в ряде работ подтверждено, что рассчитываемое направление групповой скорости соответствует измеряемому направлению распространения энергии МСВ [31, 40–47]. Отметим, что аналогичное соответствие установлено также при исследовании распространения неколлинеарных акустических волн (см., например, [48, 49]). Поэтому можно считать, что направление вектора групповой скорости адекватно описывает направление распространения потока мощности волны.

4. Выражение для суммарного магнитного потенциала, возникающего при падении на щель плоской магнитостатической волны

Ради простоты рассуждений зафиксируем временно координату x , рассматривая двумерную задачу в плос-

кости ($y'z'$) на той поверхности ферритовой пластины, вблизи которой локализована исходная ПМСВ.

Введём вдоль линии щели вспомогательную координату l так, что у левого края щели $l = 0$, а у правого — $l = D$, где D — длина щели. Разобьём линию щели на множество *одинаковых элементарных* участков длиной dl , каждый из которых может рассматриваться как источник вторичных волн, создающий элементарный магнитный потенциал $d\Psi_j$. Все элементарные источники излучают с разными фазами, поскольку исходная ПМСВ имеет неколлинеарный характер и её фазовые фронты, показанные на рис. 2 штриховыми линиями, не параллельны линии щели. Кроме того, так как среда анизотропна, каждому направлению φ' будет соответствовать своё волновое число k , т.е. k является функцией угла φ' , $k = k(\varphi')$.

Итак, найдём суммарный магнитный потенциал Ψ_j в далёкой произвольной⁷ точке P_V , которой соответствует полярный угол ψ' . Этот потенциал является результатом интерференции всех вторичных волн, волновые векторы которых ориентированы в направлении φ' на далёкую точку P_K (соответствующую точке P_V и углу ψ'), и представляет собой сумму вторичных потенциалов $d\Psi_j$, причём каждый элемент щели dl возбуждает потенциал $d\Psi_j$ с амплитудой $\Psi(r, \varphi')/D = \Psi(r)\Psi(\varphi')/D = \Psi_r\Psi_\varphi/D$. Для расчёта зависимости $\Psi_j(\psi')$ надо вначале найти зависимость $\Psi_j(\varphi')$, а затем поставить в соответствие каждому значению φ' значение ψ' . Такой порядок вычислений представляется удобным, поскольку величина ψ' не входит непосредственно в дисперсионное уравнение (8) и не является независимой переменной, при этом зависимость $\psi'(\varphi')$ представляет собой, как правило, функцию неявного вида, которую также предстоит рассчитать. Считая изложенные рассуждения справедливыми для любого значения x , суммарный потенциал Ψ_j в j -й среде ($j = 1, 2, 3$), в соответствии с (7), можно записать в виде

$$\Psi_j = \int_0^D d\Psi_j = \int_0^D \frac{1}{D} \Psi_{jx} \Psi_r \Psi_\varphi \times \\ \times \exp(i\omega_0 t + i\beta_1 + ik_0 l \sin \varphi'_0 - ik(\varphi')r_1 - ik(\varphi')l \sin \varphi') dl. \quad (10)$$

Здесь в показателе экспоненты все слагаемые (кроме $i\omega_0 t$) описывают фазовые набеги, возникающие по мере распространения ПМСВ (см. рис. 2): β_1 характеризует фазу, с которой исходная волна приходит к первому элементарному источнику вторичных волн на щели, имеющему координату $l = 0$; величина $k_0 l \sin \varphi'_0$ описывает разность между фазами элементарного вторичного источника с произвольной координатой l и элементарного вторичного источника с координатой $l = 0$ (эта разность фаз возникает из-за того, что исходная ПМСВ не одновременно достигает всех элементов щели); величина

$-k(\varphi')r_1 - k(\varphi')l \sin \varphi'$ описывает фазовый набег, возникающий на расстоянии r_1 между точкой P_K и произвольным элементарным вторичным источником на щели dl с координатой l , причём первое слагаемое, $-k(\varphi')r_1$, описывает фазовый набег между точкой P_K и элементарным вторичным источником с координатой $l = 0$, а второе — фазовый набег, обусловленный различием расстояний r_l и r_1 . Перечисленные фазовые набеги следует вычислять с учётом знаков углов φ'_0 и φ' .

Введя обозначение

$$\xi = k_0 \sin \varphi'_0 - k(\varphi') \sin \varphi', \quad (11)$$

выражение (10) можно представить в виде

$$\Psi_j = \frac{1}{D} \Psi_{jx} \Psi_r \Psi_\varphi \exp(i\omega_0 t + i\beta_1 - ik(\varphi')r_1) \int_0^D \exp(i\xi l) dl. \quad (12)$$

Вычислим интеграл в правой части (12):

$$\int_0^D \exp(i\xi l) dl = \frac{1}{i\xi} \exp(i\xi l) \Big|_0^D = -\frac{i}{\xi} [\exp(i\xi D) - 1] = \\ = -\frac{i}{\xi} \exp\left(\frac{i\xi D}{2}\right) 2i \sin\left(\frac{\xi D}{2}\right) = \exp\left(\frac{i\xi D}{2}\right) \frac{\sin(\xi D/2)}{\xi/2} = \\ = D \exp\left(\frac{i\xi D}{2}\right) \frac{\sin \Phi}{\Phi}, \quad (13)$$

где через Φ обозначена величина (с учётом соотношения $k_0 = 2\pi/\lambda_0$):

$$\Phi = \frac{1}{2} D \xi = \frac{1}{2} D (k_0 \sin \varphi'_0 - k(\varphi') \sin \varphi') = \\ = \pi \frac{D}{\lambda_0} \left[\sin \varphi'_0 - \frac{k(\varphi')}{k_0} \sin \varphi' \right] = \\ = \pi \frac{D}{\lambda_0} \left[\sin(\varphi_0 - \theta) - \frac{k(\varphi)}{k_0} \sin(\varphi - \theta) \right]. \quad (14)$$

Подставляя (13) в (12) и учитывая (11), для Ψ_j получим:

$$\Psi_j = \Psi_{jx} \Psi_r \Psi_\varphi \frac{\sin \Phi}{\Phi} \exp(i\omega_0 t + i\beta_1 - ik(\varphi')r_1) \exp\left(i\xi \frac{D}{2}\right) = \\ = \Psi_{jx} \Psi_r \Psi_\varphi A \exp(i\omega_0 t + i\beta - ik(\varphi)r), \quad (15)$$

где A — модулированная амплитуда суммарного потенциала Ψ_j ,

$$A = \frac{\sin \Phi}{\Phi}, \quad (16)$$

r — расстояние от точки P_K до центра щели,

$$r = r_1 + \frac{1}{2} D \sin \varphi', \quad (17)$$

величина

$$\beta = \beta_1 + \frac{1}{2} D k_0 \sin \varphi'_0 \quad (18)$$

представляет собой фазу центра щели длиной D , или фазу центрального элементарного возбудителя щели (см. рис. 2).

Итак, окончательное выражение (15) описывает зависимость $\Psi_j(\varphi)$ (или $\Psi_j(\varphi')$), и теперь для нахождения зависимости $\Psi_j(\psi)$ (или $\Psi_j(\psi')$) необходимо каждому значению φ (или φ') поставить в соответствие значение

⁷ Отметим, что произвольность выбора точки P_V или направлений ψ и ψ' в рассматриваемом случае (когда изочастотная зависимость волны имеет углы отсечки) ограничена: направление ψ (или ψ') должно быть таким, чтобы вдоль него мог быть ориентирован вектор групповой скорости хотя бы для одной точки S , лежащей на изочастотных кривых, поскольку в остальных направлениях ψ , очевидно, перенос энергии невозможен и для них следует полагать $\Psi_j \equiv 0$.

ψ (или ψ'), т.е. представить угол φ в формулах (14) и (15) как зависимость $\varphi(\psi)$. Кроме того, при переходе от условной точки наблюдения P_k к реальной точке наблюдения P_v в итоговой формуле (15) необходимо заменить расстояние r (от центра щели до точки P_k) соответствующим расстоянием R (от центра щели до соответствующей точки P_v) по формуле⁸ $r = R \cos \chi$, так что множитель $\exp(-ik(\varphi)R \cos \chi)$ будет описывать фазу волнового пучка, возбуждаемого щелью, в точке P_v . В выражениях (14)–(16) функция $k(\varphi)$ определяется дисперсионным уравнением (8), $\Psi_{jx} = \Psi_{jx}(x)$ описывает, согласно соотношениям (1), зависимость магнитного потенциала Ψ_j от координаты x внутри и вне ферритовой пластины ($j = 1, 2, 3$), $\Psi_r = \Psi_r(r)$ — зависимость потенциала Ψ_j от координаты r , а множитель Ψ_φ и модулированная амплитуда A определяют зависимость потенциала Ψ_j от полярных углов φ и ψ (или φ' и ψ').

Поскольку далее нас будет интересовать лишь зависимость потенциала от полярных углов, следует сказать несколько слов о множителе Ψ_φ в (15). Эта величина, в физическом смысле аналогичная фактору Кирхгофа для изотропных сред (см., например, [6, § 38]), описывает зависимость амплитуды, обусловленной каждым вспомогательным источником, от полярных углов φ и ψ . Очевидно, что для ПМСВ эта зависимость будет более сложной⁹, чем фактор Кирхгофа, но, как и в изотропных средах, множитель Ψ_φ по сравнению с быстро осциллирующей модулированной амплитудой $A = \sin \Phi / \Phi$ можно считать практически постоянным в малом интервале значений угла φ между двумя ближайшими к основному максимуму нулями функции $\sin \Phi / \Phi$ (этот интервал очень мал в случае $D/\lambda_0 \gg 1$, для которого и получены выражения (14)–(16)). Поэтому при расчётах ширины дифракционного луча можно полагать $\Psi_\varphi = \text{const}$ и анализировать лишь зависимости $A(\varphi(\psi))$ или $A(\varphi'(\psi'))$.

Следует отметить, что всё изложенное в этом разделе и разделе 3 справедливо не только для ПМСВ в свободной ферритовой пластине, но и для МСВ других типов в различных структурах, поскольку характеристика волн входит в итоговые выражения (14)–(16) лишь в самом общем виде — в виде зависимостей $k(\varphi)$ и $\psi(\varphi)$ (или $\varphi(\psi)$).

5. Дифракционные картины, возникающие в ферритовой пластине

Рассмотрим типичные дифракционные картины, возникающие в результате падения ПМСВ на широкую щель в непрозрачном экране.

⁸ Величины r и R на рис. 2 и приведённом в разделе 5 рис. 4 не удовлетворяют соотношению $r = R \cos \chi$ ввиду ограниченности размера рисунков.

⁹ Вычисление фактора Кирхгофа для конкретной анизотропной среды выходит за рамки данной статьи. Очевидно, что для анизотропных сред зависимость амплитуд вспомогательных источников от полярного угла будет сложнее, чем функция $\sim (1 + \cos \varphi')/(2\lambda)$, описывающая фактор Кирхгофа в изотропных средах (см., например, [6, § 38]). Однако ясно, что, поскольку волновой вектор ПМСВ $\mathbf{k}$ не может быть ориентирован под углами φ , лежащими в интервалах $\varphi_{\text{cut}1} < \varphi < \varphi_{\text{cut}2}$ и $\varphi_{\text{cut}3} < \varphi < \varphi_{\text{cut}4}$ (где $\varphi_{\text{cut}1}, \varphi_{\text{cut}2}, \varphi_{\text{cut}3}, \varphi_{\text{cut}4}$ — углы отсечки волнового вектора, направленные вдоль асимптот изочастотных кривых 1 и 2 на рис. 3), для этих интервалов угла φ (и соответствующих интервалов угла ψ) Ψ_φ , а значит, и Ψ_j будут равны нулю.

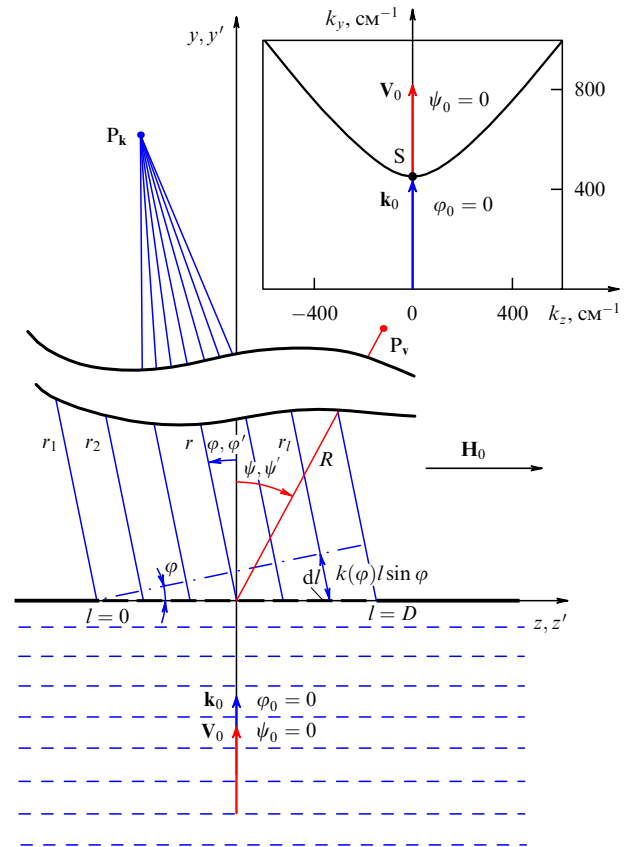


Рис. 4. Геометрия падения ПМСВ на экран, в которой $\theta = \varphi_0 = \psi_0 = 0$, т.е. волновой вектор $\mathbf{k}_0$ и вектор групповой скорости $\mathbf{V}_0$ исходной ПМСВ нормальны экрану (при этом $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$ коллинеарны). Штриховыми линиями показаны волновые фронты исходной волны. По изочастотной кривой исходной ПМСВ с $f_0 = 2900$ МГц, показанной на вставке, можно определить, что, например, направлению $\varphi = 12^\circ$ на точку P_k соответствует направление $\psi = -30^\circ$ на точку P_v .

Для геометрии, в которой волновой вектор $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ ориентирован нормально к линии щели¹⁰, выражение (14) для фазовой функции Φ упрощается. В этом случае угол $\varphi'_0 = \varphi_0 - \theta = 0$ и, следовательно, $\theta = \varphi_0$, а выражение (14) принимает вид¹¹

$$\Phi = \frac{1}{2} D k(\varphi') \sin \varphi' = \frac{1}{2} D k(\varphi) \sin (\varphi - \theta), \quad (19)$$

где φ' и φ представляют собой зависимости $\varphi'(\psi')$ и $\varphi(\psi)$.

Геометрия, в которой волновой вектор $\mathbf{k}_0$ и вектор групповой скорости $\mathbf{V}_0$ исходной волны коллинеарны и перпендикулярны линии щели (рис. 4), является наиболее простой, поскольку в этом случае $\varphi_0 = \psi_0 = \chi_0 = 0$, сис-

¹⁰ Описываемую геометрию легко представить, если повернуть рис. 3 и векторы $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$ на рис. 2 против часовой стрелки в плоскости рисунка так, чтобы вектор $\mathbf{k}_0$ оказался ориентированным вертикально и стал перпендикулярным линии экрана.

¹¹ Перед выражениями (19) и (20) опущен знак минус, так как отношение $\sin \Phi / \Phi$ при замене $\Phi \rightarrow -\Phi$ не меняется. Отметим, что минус перед $k(\varphi')$ в (14) возник из-за описания бегущей МСВ в виде $\exp(i\omega t - ikr)$ (см. (7)), тогда как, например, в [1] описание бегущих волн дано в виде $\exp(ikr - i\omega t)$. Оба эти описания, как известно, эквивалентны.

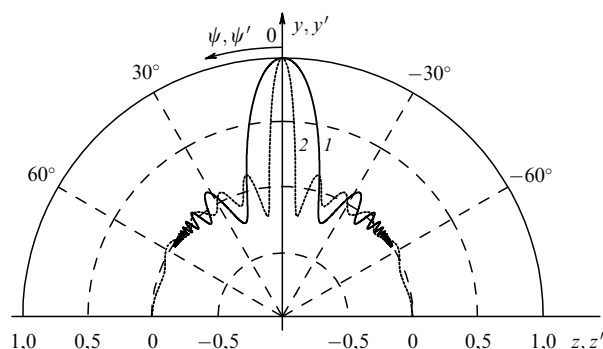


Рис. 5. Дифракционная картина в дальней зоне при нормальном падении на щель ПМСВ с коллинеарной ориентацией векторов $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$ (кривая 1). Параметры исходной ПМСВ и геометрии: $f_0 = 2900$ МГц, $\lambda_0 = 138,9$ мкм ($k_0 = 452,5$ см $^{-1}$), $\theta = \psi_0 = \varphi_0 = 0$, $\lambda_0/D = 0,1$ (приведена лишь дифракционная картина за экраном, т.е. для углов $|\psi'| \leq 90^\circ$). Для сравнения показана дифракционная картина, возникающая в изотропных средах при нормальном падении волны на щель (кривая 2).

темы координат Σ_p и Σ'_p совпадают (т.е. $\varphi' = \varphi$ и $\theta = 0$) и Φ выражается как

$$\Phi = \frac{1}{2} Dk(\varphi') \sin \varphi' = \frac{1}{2} Dk(\varphi) \sin \varphi. \quad (20)$$

Легко увидеть, что в этом случае при $k(\varphi) \equiv \text{const} = k_0 = 2\pi/\lambda_0$ формула (20) совпадает с известной аналогичной формулой для изотропных сред¹² (см., например, [1, § 9.6; 6, § 39]).

Результаты численных расчётов модулированной амплитуды A в геометрии, изображённой на рис. 4, представлены в полярной системе координат на рис. 5 (кривая 1)¹³. При проведении расчётов считалось, что величина внешнего однородного магнитного поля $H_0 = 300$ Э, ферритовая пластина имеет наиболее часто используемые параметры: толщину $s = 10$ мкм и намагниченность насыщения $4\pi M_0 = 1750$ Гс; частота исходной ПМСВ $f_0 = 2900$ МГц, $\lambda_0/D = 0,1$.

Для сравнения на рис. 5 приведена аналогичная зависимость модулированной амплитуды для изотропной среды при таком же отношении $\lambda_0/D = 0,1$ (кривая 2). Как видно из сравнения кривых 1 и 2 на рис. 5, ширина основного максимума для кривой 1, описывающей дифракцию ПМСВ, примерно в три раза больше¹⁴ соответствующей ширины максимума кривой 2.

Выполним теперь расчёт модулированной амплитуды A по формулам (16) и (14) в представленной на рис. 2 и 3 наиболее общей геометрии, когда векторы $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$ исходной волны неколлинеарны и ориентированы произвольно по отношению к экрану. Зависимость $A(\psi')$ для такой геометрии показана на рис. 6а, причём системы координат на рис. 2, 3 и 6а ориентированы одинаково. На рисунке 6б приведена зависимость $A(\psi')$ для геометрии, в которой исходная неколлинеарная волна с теми же

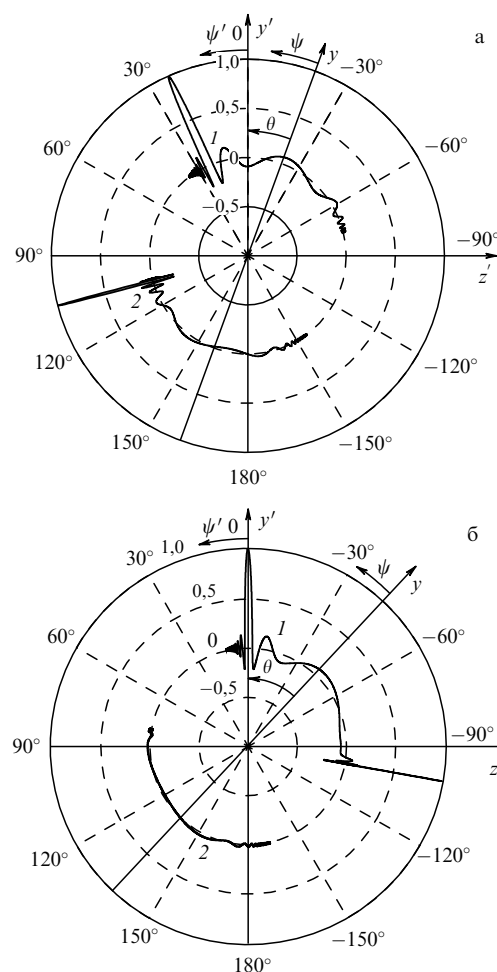


Рис. 6. Дифракционная картина в дальней зоне для случая $\lambda_0/D = 0,1$ при произвольном (а) и нормальном (б) падении на щель ПМСВ с неколлинеарной ориентацией векторов $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$ при следующих параметрах: $f_0 = 2900$ МГц, $\psi_0 = 43,7^\circ$, $\varphi_0 = -22,6^\circ$, $\lambda_0 = 96,3$ мкм, $k_0 = 652,7$ см $^{-1}$ (параметры волны соответствуют точке S на изочастотной кривой 1 рис. 3). Указаны значения полярного угла ψ' , отсчитываемого от нормали к экрану. Значения ориентации нормали экрана $\theta = 20^\circ$ на рис. а и $\theta = 43,7^\circ$ на рис. б. Геометрия падения, соответствующая рис. а, показана на рис. 2.

параметрами падает нормально на экран (вектор $\mathbf{V}_0$ перпендикулярен экрану)¹⁵. Верхние полуплоскости на рис. 6, на которых $|\psi'| < 90^\circ$, соответствуют дифракционной картине, возникающей за экраном, а нижние полуплоскости, $|\psi'| > 90^\circ$, — дифракционной картине, возникающей перед экраном (что соответствует отражению от щели).

Отметим ниже ряд различий и общих признаков, характерных для зависимостей $A(\psi')$ или $A(\psi)$ на рис. 5 и 6.

1. Все зависимости $A(\psi)$ на рис. 5 и 6, так же как и изочастотная зависимость ПМСВ на рис. 3, не определены в одних и тех же интервалах полярных углов $\psi_{\text{cut}2} < \psi < \psi_{\text{cut}1}$ и $\psi_{\text{cut}4} < \psi < \psi_{\text{cut}3}$ системы координат Σ_p . Такая ситуация возникает из-за того, что изочастотная зависимость ПМСВ похожа на гиперболу и,

¹² Отметим, что в [1] в формуле для Φ вместо множителя π стоит множитель 2π , поскольку в [1] использовано отношение $\sin(\Phi/2)/(\Phi/2)$, а не $\sin \Phi/\Phi$.

¹³ На рисунке 5 показана лишь та часть возникающей за экраном дифракционной картины, которая соответствует интервалу углов $-56,5^\circ < \psi < 56,5^\circ$.

¹⁴ Физическое объяснение данного факта приводится в разделе 9 при обсуждении соответствующей геометрии.

¹⁵ Эта геометрия не приведена на рисунках, однако её легко представить, если, не меняя ориентации экрана, повернуть весь рис. 3 и векторы $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$ на рис. 2 на угол $23,7^\circ$ по часовой стрелке (чтобы $\mathbf{V}_0$ оказался ориентированным вертикально, нормально к экрану).

следовательно, угол φ , описывающий направление волнового вектора $\mathbf{k}$, не может принадлежать интервалам $\varphi_{\text{cut1}} < \varphi < \varphi_{\text{cut2}}$ и $\varphi_{\text{cut3}} < \varphi < \varphi_{\text{cut4}}$, а вектор групповой скорости $\mathbf{V}$ не может иметь направление, соответствующее приведённым выше интервалам значений угла ψ (для изочастотной зависимости ПМСВ с частотой $f_0 = 2900$ МГц (см. рис. 3) углы отсечки вектора $\mathbf{k}$, определяемые направлениями асимптот, составляют: $\varphi_{\text{cut1}} = 33,5^\circ$, $\varphi_{\text{cut2}} = 146,5^\circ$, $\varphi_{\text{cut3}} = -146,5^\circ$ и $\varphi_{\text{cut4}} = -33,5^\circ$, а соответствующие углы отсечки вектора $\mathbf{V}$ — $\psi_{\text{cut1}} = -56,5^\circ$, $\psi_{\text{cut2}} = -123,5^\circ$, $\psi_{\text{cut3}} = 123,5^\circ$ и $\psi_{\text{cut4}} = 56,5^\circ$).

2. Как видно по изменению зависимостей $A(\psi)$, показанных на рис. 6, в данном примере дифракции на щели плоской ПМСВ всегда возникают два луча¹⁶. *Прошедший* луч, возникающий за экраном, всегда имеет максимальную амплитуду при $\varphi = \varphi_0$ и $\psi = \psi_0 = 43,7^\circ$, причём поскольку геометрии падения на рис. 6а и б различны, значения угла ψ' , соответствующие максимальной амплитуде луча, также различны: $\psi' = 23,7^\circ$ на рис. 6а и $\psi' = 0$ на рис. 6б. *Отражённый* луч возникает перед экраном, при этом максимум, соответствующий отражённому лучу на зависимости $A(\psi)$, может находиться как на кривой 2 (рис. 6а), так и на кривой 1 (рис. 6б).

3. Оба максимума зависимости $A(\psi)$ на рис. 6 имеют одинаковую амплитуду из-за того, что в рамках проводимого рассмотрения не учитывается фактор, аналогичный фактору Кирхгофа (см. раздел 4). Мы условились, что этот фактор можно считать постоянной величиной в малом интервале значений угла ψ' (или ψ) между двумя нулями, ближайшими к какому-либо максимуму зависимости $A(\psi) = \sin \Phi(\psi)/\Phi(\psi)$. Таким образом, сделанное предположение позволяет нам найти местоположение и угловую ширину каждого из максимумов зависимости $A(\psi)$, но не позволяет сравнивать между собой амплитуды различных максимумов зависимости $A(\psi)$ (что и не ставилось целью в данной статье).

4. Дифракционные картины, описываемые кривыми 1 и 2 на рис. 6, соответствуют возбуждению вторичными источниками волн, локализованных соответственно вблизи верхней и нижней (на рис. 1) поверхностей ферритовой пластины (кривые 1 и 2 на рис. 3 тоже соответствуют волнам, локализованным вблизи верхней и нижней поверхностей ферритовой пластины). Очевидно, что поскольку сама исходная ПМСВ локализована у верхней поверхности пластины (исходной ПМСВ соответствует точка S на кривой 1 рис. 3), возбуждение вторичными источниками волн, локализованных у противоположной поверхности (волновые векторы таких волн оканчиваются на кривой 2 рис. 3), будет весьма неэффективным. Таким образом, часть зависимости $A(\psi)$, описываемая кривыми 2 на рис. 6, должна иметь амплитуды, которые будут на один-два порядка меньше амплитуд другой части зависимости $A(\psi)$, описываемой кривыми 1 на рис. 6. Однако в целях наглядности мы изобразили кривые 2 на рис. 6 без учёта

этого фактора (т.е. в действительности в представленном на рис. 6 масштабе кривая 2, в отличие от кривой 1, практически должна совпадать с окружностью, соответствующей нулевой амплитуде).

6. О физическом смысле фазовой функции Φ с точки зрения закона сохранения импульса

При анализе зависимостей $A(\psi)$, приведённых на рис. 5 и 6, естественно возникает вопрос: чем определяются направления, в которых амплитуда дифракционных лучей максимальна, и сколько дифракционных лучей может появиться в результате дифракции определённой волны на щели?

Для ответа на эти вопросы обратимся к анализу выражений (14) и (16), описывающих величины Φ и A . Как видно из (14), Φ — это, по размерности и по сути, фазовая функция, а значения угла φ , при которых $\Phi = 0$ и $A = \sin \Phi/\Phi \rightarrow 1$, имеют следующий физический смысл: *это направления ориентации волновых векторов вторичных МСВ, при которых возникает конструктивная интерференция волн всех вторичных источников*. При других направлениях φ волновых векторов вторичные источники МСВ также интерферируют, но в этих направлениях интерференция не является конструктивной и всегда справедливо неравенство $A < 1$.

Полагая в (14) $\Phi = 0$, можно получить следующее уравнение:

$$k(\varphi') \sin \varphi' = k_0 \sin \varphi'_0, \text{ или } k(\varphi) \sin (\varphi - \theta) = k_0 \sin (\varphi_0 - \theta). \quad (21)$$

Очевидно, что $\varphi' = \varphi'_0$ (или $\varphi = \varphi_0$) всегда является решением этого уравнения. Поскольку $k(\varphi'_0) = k(\varphi_0) \equiv k_0$, уравнение (21) при $\varphi' = \varphi'_0$ (или $\varphi = \varphi_0$) превращается в тождество. Луч, который возникает при ориентации $\varphi = \varphi_0$ волновых векторов вторичных источников и имеет максимальную амплитуду в направлении $\psi = \psi_0$ (в направлении вектора $\mathbf{V}_0$ исходной волны), будем называть *основным*, поскольку он возникает всегда (если, конечно, вектор $\mathbf{V}_0$ направлен на экран) и характеризуется значениями φ и ψ , соответствующими параметрам исходной волны.

Сколько же ещё возникает направлений φ' или φ , удовлетворяющих (21), при некоторой заданной геометрии?

Как видно из рис. 3, соответствующего общей геометрии падения ПМСВ на щель, произведение $k_0 \sin \varphi'_0$ в правой части (21) представляет собой проекцию $k_{0\text{пр}}$ волнового вектора $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ на линию щели или экрана (на ось z'). Поэтому левой части уравнения (21) будут удовлетворять такие значения φ' (или φ), которым соответствуют волновые векторы $\mathbf{k}$, также имеющие проекцию $k_{0\text{пр}}$ (с учётом знака) на линию щели.

Очевидно, что для нахождения всех векторов $\mathbf{k}$, имеющих проекцию $k_{0\text{пр}}$ на линию щели, необходимо через конец вектора $\mathbf{k}_0$ провести нормаль к оси z' и найти все точки пересечения этой нормали с изочастотными кривыми. Проведя такие построения, мы найдём, кроме точки S_0 , ещё одну, лежащую на изочастотной кривой 2, точку пересечения, S_1 , которой соответствуют волновой вектор $\mathbf{k}_1$, направленный под углом $\varphi_1 = -147^\circ$, и вектор групповой скорости $\mathbf{V}_1$, направленный под углом $\psi_1 = 125^\circ$ (см. рис. 3 и 6а). Итак, в рассмат-

¹⁶ Зависимость $A(\psi)$ на рис. 5, соответствующая геометрии на рис. 4, тоже, строго говоря, имеет два максимума (максимум, соответствующий отражённому лучу, возникает при $\varphi = \psi = 180^\circ$). Однако если, как и для изотропных сред, полагать, что вторичные волны с ориентацией волновых векторов в направлении $\varphi = \varphi_0 + 180^\circ$ (противоположном ориентации вектора $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ) не возбуждаются, то этот максимум можно не учитывать.

риваемой на рис. 3 геометрии возникают два дифракционных луча — основной прошедший луч и отражённый луч, имеющий максимальную амплитуду в направлении ψ_1 .

Очевидно, что параметры отражённого луча существенно зависят от геометрии падения исходной ПМСВ. Так, например, если выполнить аналогичные построения для геометрии, в которой исходная ПМСВ с теми же параметрами падает нормально на экран (вектор $\mathbf{V}_0$ ориентирован нормально к экрану), то точка S_1 , соответствующая отражённому лучу, будет лежать на левом конце изочастотной кривой 1 и будет иметь параметры $\varphi = 32^\circ$ и $\psi = -56,5^\circ$ (что видно из рис. 6б, на котором приведена зависимость $A(\psi)$ для данной геометрии).

Таким образом, в поисках ответа на вопрос о направлениях дифракционных лучей мы приходим к следующему выводу.

Уравнение $\Phi = 0$ или уравнения (21), по сути, представляют собой одну из форм записи закона сохранения импульса, которая констатирует равенство между проекцией волнового вектора исходной волны $k_0 \sin \varphi'_0$ и проекциями волновых векторов вторичных источников на линию щели при возникновении конструктивной интерференции (например, для геометрии на рис. 3 это равенство имеет вид $k_1 \sin \varphi'_1 = k_0 \sin \varphi'_0$). Таким образом, ориентацию φ волновых векторов вторичных источников, при которой возникает конструктивная интерференция, и направление ψ , в котором амплитуда дифракционного луча максимальна, можно рассчитать на основе закона сохранения импульса в рамках геометрической оптики.

7. Об особенностях дифракции на щели магнитостатической волны с изочастотной зависимостью произвольного вида

Опираясь на выводы, сделанные в разделе 6, можно найти ответ и на вопрос о количестве возникающих дифракционных лучей.

Поскольку условие возникновения дифракционных лучей $\Phi = 0$ эквивалентно закону сохранения импульса, очевидно, что для нахождения всех дифракционных лучей в общем случае — при произвольной изочастотной зависимости $k(\varphi)$ и произвольной геометрии падения — удобно использовать известные методы и правила геометрической оптики для двумерных анизотропных геометрий, подробно описанные в [5].

Пользуясь этими правилами, легко установить, что в рассматриваемом примере дифракции ПМСВ на щели всегда будут возникать два дифракционных луча, за исключением геометрий, в которых нормаль к экрану направлена вдоль одной из асимптот изочастотной зависимости — в таких геометриях возникает лишь основной дифракционный луч, а отражённый дифракционный луч отсутствует. Очевидно, что геометрии, в которых отражённый дифракционный луч не возникает, могут быть реализованы при дифракции МСВ и в других анизотропных структурах, изочастотные зависимости которых удовлетворяют требованиям, изложенным в [5, раздел 8.5].

Рассмотрим, к каким последствиям приводит отказ от условия однозначности зависимости $\varphi(\psi)$, введённого в разделе 3. Пусть зависимость $\psi(\varphi)$, соответствующая исходной ПМСВ, является однозначной, а обратная

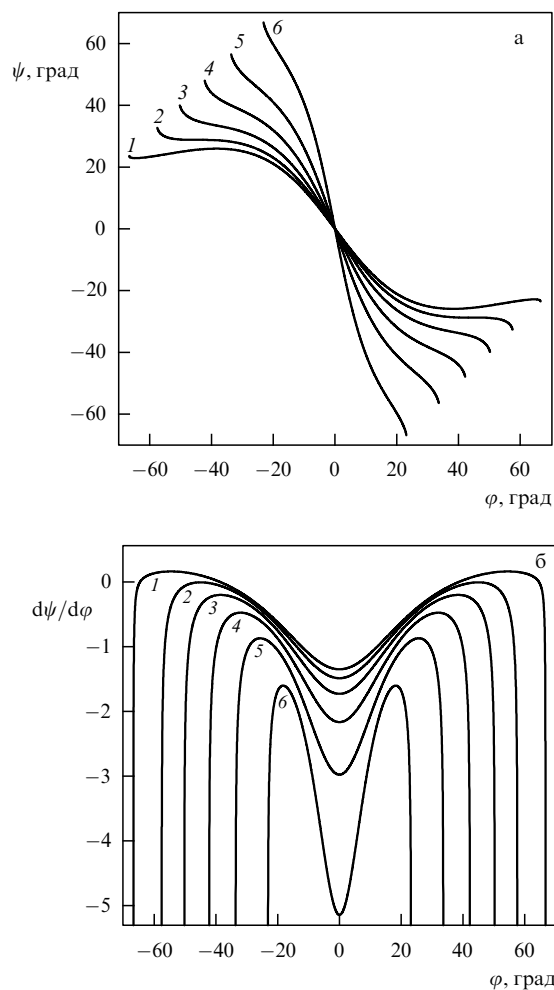


Рис. 7. Зависимости $\psi(\varphi)$ (а) и $d\psi(\varphi)/d\varphi$ (б), рассчитанные при $H_0 = 300$ Э, $4\pi M_0 = 1750$ Гс, $s = 10$ мкм. Кривые 1–6 соответствуют ПМСВ с частотой f : 2200, 2330, 2500, 2700, 2900, 3100 МГц.

зависимость $\varphi(\psi)$ неоднозначна. Как показали расчёты, такая ситуация характерна для ПМСВ с относительно низкими частотами, лежащими вблизи начальной частоты спектра, например для ПМСВ с частотой $f_0 = 2200$ МГц, для которой зависимость $\psi(\varphi)$ описывается кривой 1 на рис. 7а. Как видно, для этой кривой существует такой интервал значений $\psi_{a1} < \psi < \psi_{a2}$, в котором каждому значению ψ соответствует одно значение φ' , лежащее в интервале $\varphi_{a1} < \varphi' < \varphi_{a2}$, и ещё одно значение φ'' , лежащее в интервале $\varphi_{a2} < \varphi'' < \varphi_{a3}$.

Рассмотрим пример геометрии, в которой исходная ПМСВ, падающая на щель, имеет такие параметры φ_0 и ψ_0 , что значение угла φ_0 , задающего ориентацию вектора $\mathbf{k}_0$, лежит в интервале $\varphi_{a1} < \varphi_0 < \varphi_{a2}$ и, следовательно, значение угла ψ_0 , задающего ориентацию вектора $\mathbf{V}_0$, находится в интервале $\psi_{a1} < \psi_0 < \psi_{a2}$. Легко увидеть, что в данном случае, например, в направлении ψ_0 будет осуществляться не только перенос энергии конструктивно интерферирующих вторичных волн с волновыми векторами $\mathbf{k}_0$, ориентированными под углом φ_0 , но и перенос энергии других вторичных волн с волновыми векторами $\mathbf{k}''$, ориентированными под некоторым углом φ'' (принадлежащим интервалу $\varphi_{a2} < \varphi'' < \varphi_{a3}$), которому значение ψ_0 тоже соответствует. Если результат интерференции указанных вторичных волн не является

нулевым, то в направлении ψ_0 будут распространяться две волны с одинаковой частотой, но с разными амплитудами и длинами волн. Очевидно, что обе эти волны будут интерферировать на всём пути своего распространения, складываясь где-то в фазе, а где-то в противофазе, причём похожая картина интерференции двух волн будет наблюдаться не только в направлении $\psi = \psi_0$, но и в других направлениях ψ из интервала $\psi_{a1} < \psi < \psi_{a2}$. Таким образом, в секторе углов $\psi_{a1} < \psi < \psi_{a2}$ будет наблюдаться *пространственно неоднородная дифракционная картина*, в которой в каждом направлении ψ из данного интервала результирующая амплитуда $A(\psi)$ не просто монотонно убывает по мере возрастания расстояния R между точкой наблюдения P_V и щелью, а зависит от R сложным образом (периодически то увеличиваясь, то уменьшаясь).

Рассмотрим теперь кратко некоторые особенности дифракции МСВ, возникающие при произвольном характере зависимостей $k(\varphi)$ и $\psi(\varphi)$. В этом случае при определённой геометрии падения исходной волны на щель может возникать не только один или два, но и несколько прошедших или отражённых дифракционных лучей (см. [5, раздел 8.6]). Так, например, если изочастотная зависимость имеет *точки перегиба*, как в структуре феррит – диэлектрик – металл (см., например, кривую 2 на рис. 10 в [5]), то при некоторой ориентации щели и определённом выборе параметров исходной МСВ¹⁷, в соответствии с законом сохранения импульса, возникнут один отражённый и два прошедших луча. Точно так же несколько прошедших или отражённых дифракционных лучей будет возникать, если отказаться от условия однозначности зависимостей $k(\varphi)$ и $\psi(\varphi)$, введённого в разделе 3 ради простоты рассмотрения. Очевидно, что в этом случае зависимости $k(\varphi)$ и $\psi(\varphi)$ могут состоять, например, из нескольких кривых¹⁸ $k_1(\varphi)$, $k_2(\varphi), \dots, k_m(\varphi) \dots$, причём при определённой геометрии в результате дифракции каждая m -я мода, описываемая кривой $k_m(\varphi)$, будет давать отражённый и прошедший дифракционные лучи, максимумы которых ориентированы в направлениях, определяемых законом сохранения импульса. Кроме того, поскольку при многозначном характере зависимостей $k(\varphi)$ и $\psi(\varphi)$ диапазоны углов ψ , соответствующие каждой изочастотной кривой, как правило, перекрываются, то в интервалах перекрытия значений ψ также возникает *пространственно неоднородная дифракционная картина* (см. выше), когда в каждом направлении ψ может складываться множество волн с одинаковой частотой и разными амплитудами и волновыми числами.

8. Формула для угловой ширины дифракционных лучей

Как видно из рис. 5 и 6, ширина $\Delta\psi$ максимумов зависимости $A(\psi)$ (или угловая ширина дифракционных

лучей) может сильно изменяться в зависимости от геометрии падения и параметров исходной ПМСВ. Представляет интерес выяснить, при каких параметрах среды и геометрии величина $\Delta\psi$ окажется больше соответствующей угловой ширины луча в изотропных средах, а при каких — меньше. Для этого получим выражение, описывающее угловую ширину дифракционного луча $\Delta\psi$.

Пусть имеется некоторая структура, в которой МСВ характеризуется изочастотной зависимостью $k(\varphi)$, и пусть плоская исходная МСВ с параметрами $\mathbf{k}_0$, φ_0 , V_0 , ψ_0 и f_0 падает на произвольно ориентированную щель (см. рис. 2). Предположим, что в результате дифракции возникло некоторое число отражённых и прошедших дифракционных лучей, причём ни один из них не лежит в секторе углов, где может существовать неоднородная дифракционная картина (см. раздел 7). Каждый n -й дифракционный луч возникает при ориентации волновых векторов вторичных источников в направлении $\varphi = \varphi_n$ и имеет максимальную амплитуду в направлении $\psi = \psi_n$ ($n = 0, 1, \dots, N$), причём направления $\varphi = \varphi_0$ и $\psi = \psi_0$ ($n = 0$) соответствуют *основному* прошедшему дифракционному лучу.

Как указывалось в разделе 6, возникновение n -го дифракционного луча в математическом отношении означает, что при $\varphi = \varphi_n$ фазовая функция равна нулю, $\Phi = 0$, т.е. φ_n удовлетворяют уравнению (21) и, следовательно, справедливо равенство

$$k_0 \sin(\varphi_0 - \theta) = k(\varphi_n) \sin(\varphi_n - \theta). \quad (22)$$

Как известно из математики, для любой функции $\psi(\varphi)$, дифференцируемой в окрестности некоторой точки $\varphi = \varphi_n$, приращение аргумента $\Delta\varphi$ и приращение самой функции $\Delta\psi$ связаны приближённым соотношением

$$\Delta\psi = \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi = \varphi_n) \Delta\varphi. \quad (23)$$

Выберем величину $\Delta\varphi$ такой, чтобы при значении аргумента $\varphi = \varphi_n + \Delta\varphi$ фазовая функция Φ была равна π , т.е. чтобы значение $\varphi = \varphi_n + \Delta\varphi$ соответствовало одному из двух ближайших к основному максимуму нулей модулированной амплитуды: $A(\varphi_n + \Delta\varphi) = \sin \pi / \pi = 0$. Таким образом, можно считать, что приращение аргумента $\Delta\varphi$ соответствует примерно половине углового расстояния между двумя ближайшими к основному максимуму нулями или угловой ширине дифракционного луча $\Delta\psi$ по уровню 0,5. Исходя из этого и формулы (14) можно записать соотношение

$$\pi = \pi \frac{D}{\lambda_0} \left[\frac{k(\varphi_n + \Delta\varphi)}{k_0} \sin(\varphi_n + \Delta\varphi - \theta) - \sin(\varphi_0 - \theta) \right]. \quad (24)$$

Как видно из (24), чем больше отношение D/λ_0 , тем меньшее приращение $\Delta\varphi$ потребуется для того, чтобы значение фазовой функции $\Phi = 0$ поменялось на $\Phi = \pi$ (напомним, что при $\varphi = \varphi_n$ выражение в скобках в правой части (24) равно нулю). Поэтому при $D/\lambda_0 \gg 1$ можно считать, что $\Delta\varphi$ достаточно мало. Разлагая синус суммы углов $\varphi_n - \theta$ и $\Delta\varphi$ и считая, что ввиду малости $\Delta\varphi$ $\cos \Delta\varphi \approx 1$ и $\sin \Delta\varphi \approx \Delta\varphi$, выражение (24) можно пред-

¹⁷ В частности, при горизонтальной ориентации линии щели на рис. 10 в [5] и при выборе исходной МСВ с такими параметрами, чтобы проекция её волнового вектора на ось абсцисс k_x лежала между значениями k_{b1} и k_{b2} .

¹⁸ Что имеет место, например, для обратной объёмной МСВ (ООМСВ), представляющей собой набор бесконечного количества мод [14]. Изочастотные кривые и зависимости $\psi(\varphi)$ для мод ООМСВ можно найти, например, в [5; 12, § 5.3].

ставить в виде

$$\frac{2\pi}{D} = k(\varphi_n + \Delta\varphi) [\sin(\varphi_n - \theta) + \Delta\varphi \cos(\varphi_n - \theta)] - k_0 \sin(\varphi_0 - \theta). \quad (25)$$

Заменив в (25) последнее слагаемое в соответствии с равенством (22) и поделив обе части (25) на $\Delta\varphi$, получим

$$\frac{2\pi}{\Delta\varphi D} = \frac{k(\varphi_n + \Delta\varphi) - k(\varphi_n)}{\Delta\varphi} \sin(\varphi_n - \theta) + k(\varphi_n + \Delta\varphi) \cos(\varphi_n - \theta). \quad (26)$$

Поскольку при $D/\lambda_0 \gg 1$ величина $\Delta\varphi$ мала, отношение $[k(\varphi_n + \Delta\varphi) - k(\varphi_n)]/\Delta\varphi$ представляет собой значение производной $dk/d\varphi$ в точке $\varphi = \varphi_n$, а во втором слагаемом в правой части (26) можно считать, что $k(\varphi_n + \Delta\varphi) = k(\varphi_n)$. В итоге выражение для $\Delta\varphi$ примет вид¹⁹

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{D} \left[\frac{dk}{d\varphi}(\varphi_n) \sin(\varphi_n - \theta) + k(\varphi_n) \cos(\varphi_n - \theta) \right]^{-1}. \quad (27)$$

Подставляя (27) в (23), получим, что угловая ширина $\Delta\psi$ n -го (возникающего при $\varphi = \varphi_n$ и $\psi = \psi_n$) дифракционного луча по уровню 0,5 выражается в виде²⁰

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \left| \frac{2\pi}{D} \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi_n) \left[\frac{dk}{d\varphi}(\varphi_n) \sin(\varphi_n - \theta) + k(\varphi_n) \cos(\varphi_n - \theta) \right]^{-1} \right| = \\ &= \frac{\lambda_n}{D} \left| \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi_n) \left[\frac{1}{k(\varphi_n)} \frac{dk}{d\varphi}(\varphi_n) \sin(\varphi_n - \theta) + \cos(\varphi_n - \theta) \right]^{-1} \right|, \end{aligned} \quad (28)$$

где через λ_n обозначена длина волны при $\varphi = \varphi_n$, т.е. $\lambda_n = 2\pi/k(\varphi_n)$.

Для *основного прошедшего* дифракционного луча (которому соответствует $n = 0$, и поэтому справедливы соотношения $\varphi_n = \varphi_0$, $k(\varphi_n) = k(\varphi_0) \equiv k_0$, $\lambda_n = \lambda_0$) формулы (27) и (28) приобретают вид

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{\lambda_0}{D} \left[\frac{1}{k_0} \frac{dk}{d\varphi}(\varphi_0) \sin(\varphi_0 - \theta) + \cos(\varphi_0 - \theta) \right]^{-1} = \\ &= \frac{\lambda_0}{D} \left[\frac{1}{k_0} \frac{dk}{d\varphi}(\varphi_0) \sin \varphi'_0 + \cos \varphi'_0 \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \frac{\lambda_0}{D} \left| \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi_0) \left[\frac{1}{k_0} \frac{dk}{d\varphi}(\varphi_0) \sin(\varphi_0 - \theta) + \cos(\varphi_0 - \theta) \right]^{-1} \right| = \\ &= \frac{\lambda_0}{D} \left| \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi_0) \left[\frac{1}{k_0} \frac{dk}{d\varphi}(\varphi_0) \sin \varphi'_0 + \cos \varphi'_0 \right]^{-1} \right|, \end{aligned} \quad (30)$$

где, напомним, угол $\varphi'_0 = \varphi_0 - \theta$ описывает ориентацию вектора $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ относительно нормали к экрану в системе координат Σ'_p .

Отметим кратко, что если отказаться от сделанного в начале раздела предположения и рассмотреть случай, в

котором какой-нибудь дифракционный луч лежит в секторе углов, где существует пространственно неоднородная дифракционная картина (причём если возникает множество дифракционных лучей, то интервалы углов, в которых находятся другие дифракционные лучи, не перекрываются с интервалом углов, в котором лежит исследуемый дифракционный луч), то тогда можно говорить лишь о средней угловой ширине $\Delta\psi_{av}$ данного луча на некотором протяжённом участке его траектории. Очевидно, что вычислить среднюю угловую ширину $\Delta\psi_{av}$ можно также с помощью формулы (28).

9. Изменение угловой ширины основного дифракционного луча при различных геометриях падения

Рассмотрим, как трансформируются формулы (29) и (30), описывающие параметры основного дифракционного луча, для наиболее распространённых геометрий падения исходной МСВ.

Когда волновой вектор $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ ориентирован нормально линии щели (при произвольной ориентации $\mathbf{V}_0$), т.е. при $\varphi'_0 = \varphi_0 - \theta = 0$, формулы (29) и (30) принимают вид

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda_0}{D}, \quad (31)$$

$$\Delta\psi = \frac{\lambda_0}{D} \left| \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi_0) \right|. \quad (32)$$

Отметим, что как с математической, так и с физической точек зрения эта геометрия эквивалентна геометрии возбуждения МСВ с помощью линейного преобразователя²¹ длиной D , если на частоте возбуждения МСВ одновременно выполняются два условия: 1) длина преобразователя намного больше длины МСВ, $D/\lambda_0 \gg 1$; 2) длина преобразователя намного меньше длины электромагнитной волны на соответствующей частоте, $D/\lambda_{EMW} \ll 1$, так как лишь в этом случае всю апертуру преобразователя можно считать синфазной. Легко увидеть, что на СВЧ, где $\lambda_{EMW} \sim 3-30$ см, а $\lambda_0 \sim 0,05-1$ мм, почти всегда можно удовлетворить обоим этим условиям²², выбирая $D \sim 2-10$ мм.

Для наиболее простой геометрии, в которой волна с *коллинеарной ориентацией* векторов $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$ падает на щель нормально (см. рис. 4), величина $\Delta\varphi$ по-прежнему описывается формулой (31), а выражение для $\Delta\psi$ можно получить из (32), полагая φ_0 равным нулю²³,

$$\Delta\psi = \frac{\lambda_0}{D} \left| \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi = 0) \right|. \quad (33)$$

В изотропных средах, где изочастотная зависимость волны представляет собой окружность, а вектор $\mathbf{k}$ и

¹⁹ Если непосредственно в (24) положить $k(\varphi_n + \Delta\varphi) = k(\varphi_n)$, то выражение для $\Delta\varphi$ будет давать существенные ошибки при расчётах.

²⁰ Угловая ширина луча $\Delta\psi$ может быть как положительной, так и отрицательной, поскольку определяющие её величины $d\psi/d\varphi$, $dk/d\varphi$, $\sin(\varphi_n - \theta)$ и $\cos(\varphi_n - \theta)$ могут иметь любые знаки. Однако $\Delta\psi$, как и расстояния, удобно описывать положительными числами, поэтому в формулах для $\Delta\psi$ вводится знак модуля.

²¹ При пренебрежении эффектами возбуждения на концах преобразователя.

²² Для исследования случая, в котором апертуру преобразователя нельзя считать синфазной, можно использовать геометрию, в которой вектор $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ наклонён под некоторым углом к линии щели.

²³ В рассматриваемом примере с ПМСВ в ферритовой пластине, как и при описании волн в большинстве других анизотропных структур, отсчёт углов φ выбран так, чтобы волне с коллинеарным характером соответствовало значение $\varphi = 0$.

соответствующий вектор групповой скорости $\mathbf{V}$ всегда коллинеарны, зависимость $\psi(\varphi)$ имеет вид $\psi = \varphi$ и, следовательно, *всегда* $d\psi/d\varphi \equiv 1$. Таким образом, для изотропных сред выражение (33) преобразуется в известную формулу

$$\Delta\psi = \frac{\lambda_0}{D}. \quad (34)$$

Теперь, опираясь на формулы (33) и (34), можно дать физическое объяснение результатам численного расчёта, представленным в разделе 5. В частности, из формулы (33) видно, что при одинаковом отношении λ_0/D фактором, определяющим угловую ширину луча $\Delta\psi$, является величина производной $d\psi/d\varphi$ при $\varphi = 0$. Таким образом, обсуждая дифракционную картину, возникающую при нормальном падении на щель коллинеарной ПМСВ с частотой $f_0 = 2900$ МГц (см. рис. 4, 5), легко увидеть, что для данной геометрии при $\varphi = 0$ величина $d\psi/d\varphi = -3$ (см. кривую 5 на рис. 7б), тогда как для изотропной среды всегда $d\psi/d\varphi \equiv 1$. Поэтому при одинаковом отношении λ_0/D угловая ширина основного максимума ПМСВ с частотой $f_0 = 2900$ МГц оказывается в три раза больше, чем угловая ширина основного максимума для волн в изотропных средах.

При значениях разности $\varphi_0 - \theta = \varphi'_0 = \pm\pi/2$, т.е. для геометрии, в которой волновой вектор $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ параллелен линии щели (в изотропных средах этот случай дифракции реализовать невозможно), формулы (29) и (30) также упрощаются, приобретая вид

$$\Delta\varphi = \pm \frac{2\pi}{D} \left(\frac{dk}{d\varphi}(\varphi_0) \right)^{-1}, \quad (35)$$

$$\Delta\psi = \frac{2\pi}{D} \left| \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi_0) \left(\frac{dk}{d\varphi}(\varphi_0) \right)^{-1} \right| = \frac{2\pi}{D} \left| \frac{d\psi}{dk}(\varphi_0) \right|. \quad (36)$$

Как видно из формул (28), (30), (32), (33) и (36), в анизотропных средах угловую ширину $\Delta\psi$ n -го дифракционного луча ($n = 0, 1, \dots, N$) определяет не только отношение λ_n/D (или λ_0/D для основного луча), но и величина производной $d\psi/d\varphi$ при значении $\varphi = \varphi_n$, описывающем ориентацию волновых векторов вторичных источников, при которой возникает конструктивная интерференция, порождающая n -й луч. Поэтому кратко рассмотрим, как изменяются зависимость $\psi(\varphi)$ и производная $d\psi/d\varphi$ для ПМСВ²⁴ в ферритовой пластине, расположенной в свободном пространстве (см. рис. 7).

Поскольку для изотропных сред $d\psi/d\varphi \equiv 1$, величину производной $d\psi/d\varphi$ удобно сравнивать с единицей. Как видно из рис. 7б, для ПМСВ с частотами, лежащими в верхней части спектра (кривая б), всегда выполняется соотношение $|d\psi/d\varphi| > 1$. С уменьшением частоты ПМСВ (кривые 3–5) возникает всё увеличивающийся интервал значений φ , в котором $|d\psi/d\varphi| < 1$, а для частот, лежащих в начальной части спектра ПМСВ (кривые 1 и 2), появляются даже такие значения φ , при которых $d\psi/d\varphi = 0$. Как видно из формул (28) и (30), если φ_n или φ_0 окажутся равными такому значению φ , при котором $d\psi/d\varphi = 0$, то угловая ширина $\Delta\psi$ соответствующего n -го дифракционного луча тоже будет равна нулю!

В анизотропных средах удобно рассчитывать не саму величину $\Delta\psi$ в градусах, а отношение σ угловой ширины $\Delta\psi$ (в радианах) к λ_0/D (угловой ширине дифракционного луча в изотропной среде в радианах):

$$\sigma = \frac{\Delta\psi}{\lambda_0/D}. \quad (37)$$

По физическому смыслу σ можно назвать *относительной угловой шириной основного дифракционного луча*: если σ окажется меньше (больше) единицы, то это будет означать, что $\Delta\psi$ меньше (больше), чем в изотропных средах.

Приступим теперь к расчётам относительной угловой ширины σ основного дифракционного луча. Будем проводить эти расчёты двумя способами: непосредственно по формуле (37) и численными методами, определяя зависимость $A(\psi)$ по формулам (16) и (14), а затем находя по этой зависимости угловую ширину $\Delta\psi$ по уровню 0,5 и соответствующее значение σ . Сравнение результатов расчётов, выполненных обоими способами, позволяет выяснить, насколько точно описывают величины $\Delta\psi$ и σ формулы (30) и (37) (которые получены при определённых приближениях).

На рисунке 8 представлены результаты расчёта зависимостей σ от χ_0 (угла между $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$) для двух случаев: 1) волновой вектор $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ ориентирован нормально экрану (рис. 8а); 2) вектор групповой скорости $\mathbf{V}_0$ исходной ПМСВ ориентирован нормально экрану (рис. 8б). Изменение угла χ_0 исходной ПМСВ от -90° до 90° соответствует перемещению точки S от одного конца изочастотной кривой 1 до другого, причём одновременно ориентация экрана меняется так, что в первом случае нормаль к экрану (ось y') всегда остаётся сонаправленной с вектором $\mathbf{k}_0$, а во втором — с вектором $\mathbf{V}_0$. Зависимости $\sigma(\chi_0)$ на рис. 8 рассчитаны для двух частот исходной ПМСВ: $f_0 = 2900$ МГц и $f_0 = 2330$ МГц, причём для последней²⁵, как видно из рис. 7б, при $|\chi_0| = 73^\circ$ (при $|\varphi_0| = 45^\circ$) реализуется ситуация, в которой производная $d\psi/d\varphi = 0$ (!).

Обсуждая зависимости $\sigma(\chi_0)$, представленные на рис. 8, прежде всего отметим, что уже при $\lambda_0/D = 0,01$ наблюдается очень хорошее совпадение кривых 1 и 4, рассчитанных по формуле (37), соответственно с кривыми 2 и 5, рассчитанными численными методами по зависимости $A(\psi)$, в то время как при $\lambda_0/D = 0,1$ наблюдается лишь приближённое соответствие аналогичных кривых (кривых 1, 4 и кривых 3, 6).

Легко также увидеть, что зависимость $\sigma(\chi_0)$, приведённая на рис. 8а, фактически представляет собой перевёрнутую зависимость $d\psi/d\varphi$, изображённую на рис. 7б, для соответствующих частот: поскольку в случае, когда

²⁴ Подробнее зависимости $\psi(\varphi)$ для ПМСВ и других волн обсуждаются, например, в [5, 12, 38].

²⁵ Чтобы рассеять сомнения в справедливости расчётов на частоте $f_0 = 2330$ МГц, лежащей вблизи начала спектра ПМСВ (связанные с тем, что магнитостатическое приближение может не выполняться), приведём дополнительно рассчитанные параметры ПМСВ на этой частоте: $k_0 = \omega/c = 0,488$ см⁻¹, минимальное значение модуля волнового вектора $k_{\min} = k(\varphi = 0^\circ) = 52,47$ см⁻¹, а при $|\varphi| = 45^\circ$ величина $k \approx 140$ см⁻¹. То есть соотношение $k \gg k_0$ для ПМСВ с $f_0 = 2330$ МГц выполняется при всех ориентациях волнового вектора. Кроме того, ранее было показано, что характеристики ПМСВ, рассчитанные на основе полной системы уравнений Максвелла и в магнитостатическом приближении, практически совпадают уже при $k \gtrsim 3$ см⁻¹ (см. кривые 1 и 2 на рис. 1 в работе [50]).

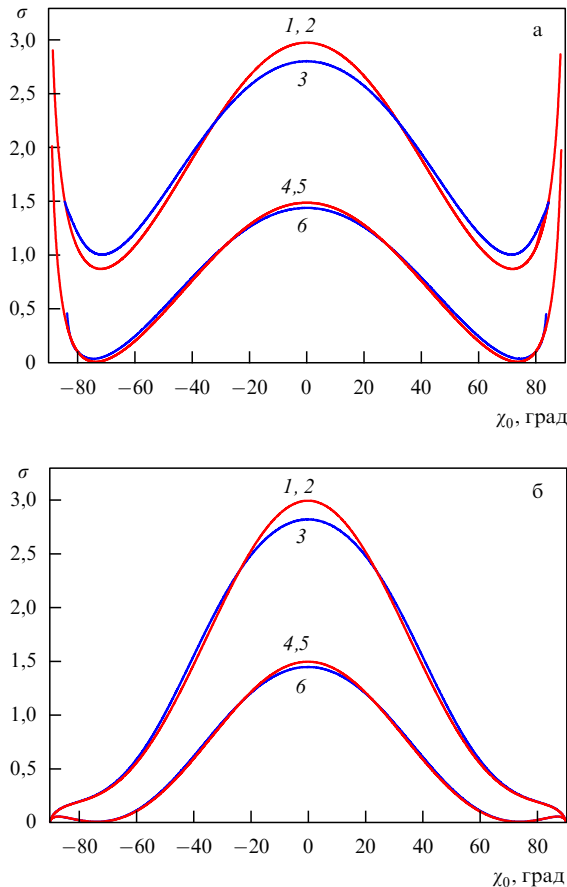


Рис. 8. Изменение относительной угловой ширины основного дифракционного луча σ в зависимости от χ_0 (угла между векторами $\mathbf{V}_0$ и $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ): нормаль к экрану (ось y') совпадает (а) с вектором $\mathbf{k}_0$ и (б) с вектором $\mathbf{V}_0$. Кривые 1–3 получены при $f_0 = 2900$ МГц, 4–6 — при $f_0 = 2330$ МГц; кривые 1, 4 — результаты расчёта по формуле (37), 2, 5 — результаты численного расчёта при $\lambda_0/D = 0,01$, 3, 6 — результаты численного расчёта при $\lambda_0/D = 0,1$.

волновой вектор $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ ориентирован нормально экрану, $\Delta\psi$ описывается формулой (32), из которой следует соотношение

$$\sigma = \left| \frac{d\psi}{d\varphi}(\varphi_0) \right|. \quad (38)$$

В случае, когда вектор групповой скорости $\mathbf{V}_0$ исходной ПМСВ ориентирован нормально экрану (рис. 8б) и зависимость $\sigma(\chi_0)$ определяется общей формулой (37), заметное влияние на величину σ оказывает также производная $dk/d\varphi$: вблизи коллинеарной оси y (см. рис. 3), где k изменяется мало, производная $dk/d\varphi$ мала, но вблизи асимптот²⁶ изочастотных кривых (при $|\chi_0| \rightarrow$

$\rightarrow 90^\circ$) эта производная, стоящая в знаменателе (37), становится довольно большой, что и объясняет стремление к нулю всех кривых на рис. 8б при $|\chi_0| \rightarrow 90^\circ$.

Как показали расчёты, при $\varphi_0 = 0$, $\psi_0 = 0$ и $\chi_0 = 0$, т.е. при нормальном падении на щель ПМСВ с коллинеарной ориентацией векторов $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$, угловая ширина луча всегда оказывается больше, чем в изотропных средах (см. рис. 8), причём величина σ , хотя она и убывает с уменьшением частоты, всегда остаётся большей единицы (при $\varphi_0 = 0$ и $\chi_0 = 0$ величина σ описывается формулой (38) и, как видно из рис. 7б, при $\varphi = 0$ для всех кривых $|d\psi/d\varphi| > 1,3$, т.е. всегда больше единицы). Отметим, что из этого факта не следует вывод, что при нормальном падении МСВ с коллинеарным характером на щель основной дифракционный луч всегда обладает большей угловой шириной, чем аналогичный луч в изотропных средах: такая ситуация имеет место для ПМСВ в свободной ферритовой плёнке, однако для МСВ в других структурах или МСВ другого типа ситуация может быть и иной²⁷ — всё зависит от величины $|d\psi/d\varphi|$ при значении φ , соответствующем коллинеарному характеру волны.

Как видно на рис. 8, по мере увеличения абсолютных значений χ_0 угловая ширина луча постепенно уменьшается, причём для частот, лежащих в начальной части спектра, угловая ширина луча уменьшается до нуля. Так, например, для $f_0 = 2330$ МГц величина $\sigma = 0$ при $|\varphi_0| = 45^\circ$ и $|\chi_0| = 73^\circ$, поскольку $d\psi/d\varphi = 0$ при $|\varphi_0| = 45^\circ$ (см. кривую 2 на рис. 7). Физически это означает, что при данных параметрах исходной ПМСВ луч, прошедший через щель, не расширяется, сохраняя постоянной свою абсолютную ширину²⁸.

На рисунке 9 представлены результаты расчёта σ для случая, когда волновой вектор $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ ориентирован параллельно линии щели и экрану. Для определённости при расчётах считалось, что вектор $\mathbf{k}_0$ направлен от левого края щели к правому. Очевидно, что тогда вектор групповой скорости исходной ПМСВ $\mathbf{V}_0$ будет направлен на щель лишь для тех волн, для которых угол χ_0 между векторами $\mathbf{V}_0$ и $\mathbf{k}_0$ имеет отрицательные значения из интервала $-90^\circ < \chi_0 < 0$ (для волн с положительными χ_0 вектор $\mathbf{V}_0$ не будет направлен на щель). Зависимости $\sigma(\chi_0)$ на рис. 9 рассчитаны для тех же двух частот исходной ПМСВ, что и на рис. 8.

Как видно, на рис. 9 также наблюдается практически точное совпадение кривых 1 и 4, рассчитанных по формуле (37), с соответствующими кривыми 2 и 5, рассчитанными численными методами по зависимости

²⁷ Очевидно, что для МСВ другого типа или в других структурах зависимости ψ и $d\psi/d\varphi$ от φ будут изменяться не так, как на рис. 7, и для коллинеарной МСВ будут возможны случаи, когда $d\psi/d\varphi < 1$ или даже $d\psi/d\varphi \ll 1$. Например, изочастотные зависимости МСВ для структуры металл–феррит–магнитная стенка в окрестности $\varphi_0 = 0$ очень близки к прямой (см. рис. 6 в [37]), т.е. для коллинеарной МСВ в этой структуре $d\psi/d\varphi \ll 1$ и в случае нормального падения на щель коллинеарной МСВ в такой структуре $\sigma \ll 1$.

²⁸ По-видимому, в эксперименте угловая ширина луча ПМСВ может оказаться и не точно равной нулю при $d\psi/d\varphi = 0$, так как в реальной ферритовой пластине на угловую ширину луча могут влиять различные факторы (например, недостаточно малое отношение λ_0/D либо некоторая неоднородность внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$ или намагниченности феррита $4\pi M_0$ в области распространения луча). Тем не менее очевидно, что в реальной среде σ и $\Delta\psi$ при $d\psi/d\varphi = 0$ будут принимать минимальные из возможных значений.

²⁶ Строго говоря, вблизи асимптот изочастотных кривых представленные результаты расчётов не точны из-за того, что для этой области необходимо более точное вычисление самой изочастотной зависимости. Действительно, только для МСВ (иначе говоря, для волн с волновыми числами $k \approx 10 - 10^4 \text{ см}^{-1}$) изочастотная зависимость описывается кривыми 1 и 2 на рис. 3. Однако вблизи асимптот изочастотной зависимости МСВ (где $k \rightarrow \infty$ и значения k не лежат в указанных пределах) уже при $k \sim 10^5$ при расчёте дисперсионных зависимостей необходимо учитывать обменное взаимодействие, т.е. изочастотная зависимость начнёт отходить от асимптот, переходя в изочастотную зависимость обменных спиновых волн.

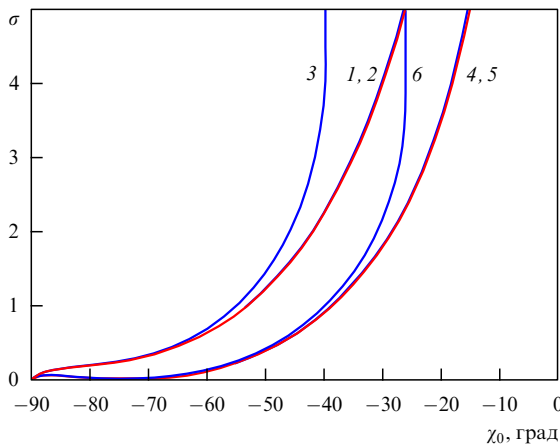


Рис. 9. Изменение относительной угловой ширины основного дифракционного луча σ в зависимости от угла χ_0 между векторами $\mathbf{V}_0$ и $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ в случае, когда волновой вектор $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ параллелен линии щели (экрану). Кривые 1–3 получены при $f_0 = 2900$ МГц, 4–6 — при $f_0 = 2330$ МГц. Кривые 1, 4 — результаты расчёта по формуле (37), 2, 5 — результаты численного расчёта при $\lambda_0/D = 0,01$, 3, 6 — результаты численного расчёта при $\lambda_0/D = 0,1$.

$A(\psi)$ для $\lambda_0/D = 0,01$, а совпадение кривых 1 и 4 с кривыми 3 и 6, рассчитанными численными методами для $\lambda_0/D = 0,1$, является менее точным. При углах χ_0 , близких к -90° , поведение зависимостей $\sigma(\chi_0)$ на рис. 9 и 8б идентично, так как в обоих случаях геометрия падения такова, что вектор $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ ориентирован параллельно или почти параллельно линии щели, а вектор $\mathbf{V}_0$ — нормально или почти нормально линии щели. Однако с уменьшением χ_0 величина σ на рис. 9 существенно возрастает, причём при $\chi_0 = 0$ зависимость $\sigma(\chi_0)$ не имеет смысла, поскольку при этом векторы $\mathbf{V}_0$ и $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ коллинеарны ($\chi_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$ и $\psi_0 = 0$) и волна уже не падает на щель, а распространяется параллельно экрану. Возрастание σ при χ_0 , близких к нулю, легко объяснить из формулы (36), которая описывает угловую ширину луча при ориентации вектора $\mathbf{k}_0$ вдоль линии щели: чем ближе значения χ_0 и φ_0 к нулю, тем меньше величина $dk/d\varphi$, стоящая в знаменателе формулы (36). Отметим также, что на рис. 9 значения σ для частоты $f_0 = 2330$ МГц, как и на рис. 8, достигают нуля при $|\chi_0| = 73^\circ$ (см. кривые 4–6 на рис. 9).

На рисунке 10 показаны результаты расчётов σ для случая, в котором параметры φ_0 , ψ_0 и χ_0 исходной ПМСВ фиксированы, а ориентация нормали экрана θ изменяется относительно вектора $\mathbf{V}_0$ исходной ПМСВ так, чтобы величина θ отличалась от ψ_0 не более чем на 90° (т.е. разность углов $\theta - \psi_0$, отложенная по оси абсцисс, изменяется от -90° до 90°). Кривые 1 и 2 на рис. 10 иллюстрируют зависимость $\sigma(\theta - \psi_0)$ для исходной ПМСВ с коллинеарными векторами $\mathbf{V}_0$ и $\mathbf{k}_0$ ($\chi_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$ и $\psi_0 = 0$), поэтому при $\theta - \psi_0 = \theta = 0$ значение σ совпадает с соответствующими значениями σ для аналогичных геометрий падения на рис. 8 (при $\chi_0 = 0$), а при возрастании абсолютных величин $|\theta - \psi_0| = |\theta|$ значения σ существенно увеличиваются, примерно так же, как и в правой части рис. 9 (поскольку предельные случаи $\chi_0 \rightarrow 0$ на рис. 9 и $|\theta| \rightarrow 90^\circ$ для кривых 1 и 2 на рис. 10 соответствуют одинаковым геометриям падения). Как видно из рис. 10, чем больше абсолютная величина угла $|\chi_0|$ между векторами $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{V}_0$ исходной ПМСВ, тем ниже

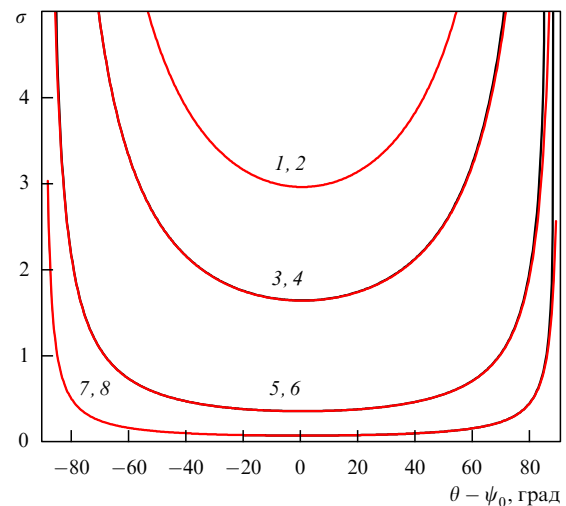


Рис. 10. Изменение относительной угловой ширины основного дифракционного луча σ при фиксированных параметрах исходной ПМСВ с $f_0 = 2900$ МГц и различной ориентации щели θ относительно ориентации ψ_0 вектора $\mathbf{V}_0$ исходной ПМСВ (разность углов $\theta - \psi_0$ на оси абсцисс изменяется в интервале $-90^\circ < \theta - \psi_0 < 90^\circ$). Кривые 1, 2 получены при $\varphi_0 = 0$ ($\psi_0 = 0$, $\chi_0 = 0$); 3, 4 — при $\varphi_0 = -10^\circ$ ($\psi_0 = 26,3^\circ$, $\chi_0 = -36,3^\circ$); 5, 6 — при $\varphi_0 = -22,6^\circ$ ($\psi_0 = 43,7^\circ$, $\chi_0 = -66,3^\circ$); 7, 8 — при $\varphi_0 = -33^\circ$ ($\psi_0 = 54,9^\circ$, $\chi_0 = -87,9^\circ$). Кривые 1, 3, 5, 7 рассчитаны по формуле (37), кривые 2, 4, 6, 8 — численными методами при $\lambda_0/D = 0,01$.

лежат соответствующие зависимости $\sigma(\theta - \psi_0)$: так, для кривых 7 и 8, которым соответствует $\chi_0 = -87,9^\circ$, почти при любой ориентации экрана $\sigma < 1$ (т.е. угловая ширина луча меньше, чем в изотропных средах). Отметим, однако, что положение кривых $\sigma(\theta - \psi_0)$ может изменяться и немонотонно с изменением параметра χ_0 , поскольку в целом σ определяется значениями $d\psi/d\varphi$ и $dk/d\varphi$ при $\varphi = \varphi_0$. Например, зависимости $\sigma(\theta - \psi_0)$ для $f_0 = 2330$ МГц (на рисунке не показаны) будут изменяться следующим образом: вначале с увеличением $|\chi_0|$ зависимости $\sigma(\theta - \psi_0)$, как и на рис. 10, смещаются всё ближе к оси абсцисс, но уже при $\varphi_0 = -45^\circ$, $\psi_0 = 28^\circ$ и $\chi_0 = -73^\circ$ зависимость $\sigma(\theta - \psi_0)$ практически совпадает с осью абсцисс (поскольку $d\psi/d\varphi = 0$ при $\varphi = \varphi_0 = -45^\circ$ (см. кривую 2 на рис. 7б)), а затем при дальнейшем увеличении $|\chi_0|$ зависимости $\sigma(\theta - \psi_0)$ будут смещаться вверх, а потом снова вниз.

На рисунке 11 представлены результаты расчётов σ в случае, когда ориентация экрана фиксирована, а параметры φ_0 , ψ_0 и χ_0 исходной ПМСВ (с частотой $f_0 = 2900$ МГц) изменяются (положение точки S, определяющее параметры φ_0 , ψ_0 и χ_0 исходной ПМСВ, изменяется от одного конца изочастотной кривой 1 на рис. 3 до другого). Поскольку при таком изменении положения точки S направление ψ_0 групповой скорости исходной волны будет изменяться в интервале $-56,53^\circ < \psi_0 < 56,53^\circ$, при $|\theta| > 90^\circ - 56,53^\circ = 33,47^\circ$ (т.е. когда наклон ориентации экрана θ к оси y больше $33,47^\circ$) вектор $\mathbf{V}_0$ исходной волны при некоторых значениях ψ_0 может оказаться направленным не на экран, а от экрана. Поэтому зависимости $\sigma(\chi_0)$, которым соответствуют значения $|\theta| < 33,47^\circ$ (кривые 1–6), располагаются во всём интервале возможных значений χ_0 на рис. 11, а зависимости $\sigma(\chi_0)$, которым соответствуют $|\theta| > 33,47^\circ$ (кривые 7–14), располагаются лишь в части интервала

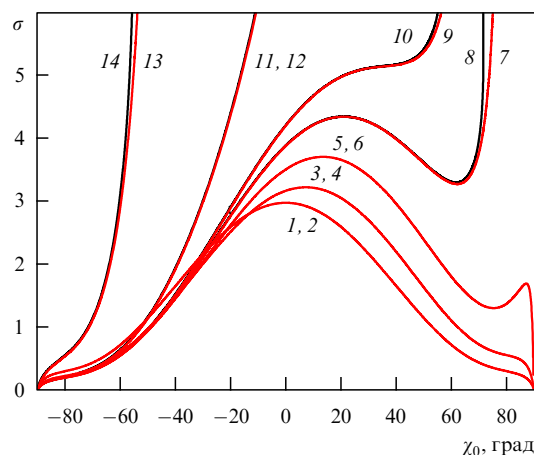


Рис. 11. Зависимость относительной угловой ширины основного дифракционного луча σ от χ_0 (угол между векторами $\mathbf{V}_0$ и $\mathbf{k}_0$ исходной ПМСВ) при различных параметрах φ_0 , ψ_0 и χ_0 исходной ПМСВ с $f_0 = 2900$ МГц и фиксированной ориентации экрана θ . Кривые 1, 2 получены при $\theta = 0^\circ$; 3, 4 — при $\theta = 20^\circ$; 5, 6 — при $\theta = 32^\circ$; 7, 8 — при $\theta = 40^\circ$; 9, 10 — при $\theta = 45^\circ$; 11, 12 — при $\theta = 70^\circ$; 13, 14 — при $\theta = 120^\circ$. Кривые 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 рассчитаны по формуле (37), кривые 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 — численными методами при $\lambda_0/D = 0,01$.

возможных значений χ_0 , причём чем больше $|\theta|$, тем шире интервал значений χ_0 , в котором дифракция не возникает (просто потому, что вектор $\mathbf{V}_0$ исходной волны не направлен на экран). Аналогичные зависимости для исходной ПМСВ с частотой $f_0 = 2330$ МГц (на рисунке не показаны) в целом изменяются так же, как и зависимости $\sigma(\chi_0)$ на рис. 11; различие состоит лишь в том, что для $f_0 = 2330$ МГц величина σ становится равной нулю при $|\varphi_0| = 45^\circ$, $|\psi_0| = 28^\circ$ и $|\chi_0| = 73^\circ$ (т.е. когда $d\psi/d\varphi = 0$).

10. Обсуждение результатов и выводы

Очевидно, что, по аналогии с описанными выше расчётами угловой ширины основного дифракционного луча ПМСВ для различных геометрий, можно рассчитать угловую ширину и других дифракционных лучей МСВ для различных ферритовых структур (содержащих, например, слои феррита, диэлектрика, металла и магнитной стенки).

Можно также надеяться, что, как и другие общие для волн в целом закономерности, результаты данного рассмотрения, выполненного на примере ПМСВ в ферритовой пластине, позволят проводить расчёты угловой ширины дифракционного луча не только для случаев дифракции на щели других типов МСВ в различных структурах, но и для случаев дифракции на щели волн иной природы, распространяющихся в разных анизотропных средах и структурах (для двумерных геометрий). В частности, поскольку результаты, полученные в данной статье, основаны на использовании: 1) закона сохранения импульса; 2) принципа Гюйгенса; 3) положения, что направление вектора групповой скорости адекватно описывает направление распространения потока мощности волны, эти результаты могут быть использованы и для определения угловой ширины дифракционного луча других волн (иной природы), для которых справедливы перечисленные физические закономерности.

Рассмотрим, например, двумерный случай дифракции плоской световой волны на щели в среде, которая характеризуется изочастотной зависимостью типа эллипса. Очевидно, что, как и в случае с МСВ, направление на максимум основного дифракционного луча будет определять закон сохранения импульса, т.е. это направление будет совпадать с ориентацией вектора групповой скорости исходной волны. В отличие от поля МСВ, поле световой волны нельзя описать скалярной функцией, причём вследствие анизотропии среды векторы электрического поля света будут иметь различную ориентацию в разных направлениях. Однако если абсолютная угловая ширина дифракционного луча достаточно мала (этого всегда можно достичь, выбирая величину λ_0/D достаточно малой), то в очень узком интервале углов, лежащем между двумя ближайшими к дифракционному максимуму нулями, векторы электрического поля света будут практически коллинеарными и, следовательно, их величины можно суммировать. Таким образом, мы можем найти распределение амплитуды света (дифракционную картину) для некоторого малого интервала углов, чего вполне достаточно для последующего нахождения угловой ширины дифракционного луча тем же способом, который применялся для изотропных сред и МСВ.

Фактически для использования полученных формул при исследовании дифракции волны другого типа (другой природы) необходимо на основе дисперсионного уравнения, описывающего распространение данной волны, рассчитать зависимости $k(\varphi)$ и $\psi(\varphi)$ и вычислить их производные $dk/d\varphi$ и $d\psi/d\varphi$ при $\varphi = \varphi_n$ — значениях φ , соответствующем n -му дифракционному лучу (или при $\varphi = \varphi_0$, если исследуются параметры основного дифракционного луча).

Например, применяя результаты проведённого исследования для анализа возможной угловой ширины луча в двумерных геометриях одноосных оптических кристаллов (в которых изочастотная зависимость для необыкновенной волны представляет собой эллипс), можно по виду зависимости $\psi(\varphi)$ для эллипса (см. кривую 2 на рис. 3а в [5]) заключить, что производная $d\psi/d\varphi$ не может равняться нулю и, кроме того, несложно также установить, что в случае эллипса производная $dk/d\varphi$ никогда не может стремиться к бесконечности. Следовательно, угловая ширина луча в двумерных геометриях одноосных оптических кристаллов никогда не может оказаться равной нулю. В то же время, анализируя изочастотные зависимости акустических волн, например, в кристаллах парателлурита и рутила (общий вид этих "четырёхлепестковых" зависимостей можно найти в [51]), легко увидеть, что на этих зависимостях существуют точки, в которых $d\psi/d\varphi = 0$ и, следовательно, для акустических волн, распространяющихся в таких кристаллах, возможна ситуация, при которой угловая ширина луча будет равна нулю.

Полученная формула для угловой ширины дифракционного луча, по-видимому, может быть использована и при исследовании метаматериалов, поскольку метаматериалы (представляющие собой различные периодические структуры) тоже можно охарактеризовать изочастотной зависимостью (см. [52–54]).

Важное значение для подтверждения полученных выше теоретических результатов приобретают экспериментальные исследования дифракции МСВ и других

волн в различных анизотропных средах и структурах (для двумерных геометрий).

11. Заключение

На примере ПМСВ теоретически исследована двумерная дифракционная картина, возникающая в дальней зоне ферритовой пластины при падении плоской волны на широкую щель в непрозрачном экране, для наиболее общего случая, в котором групповая и фазовая скорости исходной ПМСВ не коллинеарны, а ориентация экрана произвольна (см. рис. 2). Задача о дифракции МСВ решена аналитически в магнитоэлектростатическом приближении с помощью метода, аналогичного методам, используемым для изотропных сред, причём под полем вторичных источников в дальней зоне понимался суммарный магнитный потенциал совокупности элементарных вторичных источников МСВ, расположенных вдоль линии щели.

Установлено, что действие совокупности вторичных источников МСВ в дальней зоне описывается, как и для изотропных сред, функцией вида $\sin \Phi / \Phi$. Однако фазовая функция Φ , в отличие от таковой в изотропных средах, определяется более сложным выражением (14), в которое входят не только параметры исходной МСВ и щели, но и изочастотная зависимость волны в полярной системе координат $k(\varphi)$.

Найдено, что в ферритовой пластине, находящейся в свободном пространстве, в результате дифракции на щели плоской ПМСВ возникает один (прошедший) или два (прошедший и отражённый) дифракционных луча. Показано, что в общем случае число отражённых и прошедших лучей зависит от геометрии падения, параметров исходной волны и математических свойств изочастотной зависимости $k(\varphi)$ (многозначности, наличия у неё точек перегиба и др.).

В математическом отношении возникновение каждого n -го дифракционного луча означает, что при ориентации волновых векторов вторичных источников в направлении $\varphi = \varphi_n$ ($n = 0, 1, \dots, N$) фазовая функция равна нулю, $\Phi(\varphi = \varphi_n) = 0$, а модулированная амплитуда максимальна, $A = \sin \Phi / \Phi \rightarrow 1$. Уравнение $\Phi = 0$, по сути, представляет собой одну из форм записи закона сохранения импульса, которая констатирует равенство между проекцией волнового вектора исходной волны и проекциями волновых векторов вторичных источников на линию щели при возникновении конструктивной интерференции. Таким образом, φ_n можно рассчитать на основе закона сохранения импульса в рамках геометрической оптики. Однако вследствие анизотропии среды каждый n -й луч имеет максимальную амплитуду не в направлении $\varphi = \varphi_n$, а в направлении $\psi = \psi_n$, определяемом ориентацией групповой скорости, причём зависимость $\psi(\varphi)$ может быть рассчитана по известной изочастотной зависимости волны $k(\varphi)$. Основным прошедшим луч (которому соответствует $n = 0$) характеризуется значениями $\varphi = \varphi_0$ и $\psi = \psi_0$, соответствующими параметрам исходной волны.

Получена универсальная аналитическая формула для вычисления угловой ширины $\Delta\psi$ каждого дифракционного луча МСВ. Установлено, что угловая ширина $\Delta\psi$ n -го дифракционного луча, описываемого формулой (28), определяется шириной D и ориентацией θ щели, а также параметрами изочастотной зависимости волны

(λ_n , $d\psi/d\varphi$ и $dk/d\varphi$) в точке, соответствующей значению $\varphi = \varphi_n$. Результаты расчётов угловой ширины $\Delta\psi$ на основе полученной формулы с высокой точностью согласуются с результатами численных расчётов $\Delta\psi$ по дифракционным картинам при $\lambda_0/D = 0,01$. Найдено, что угловая ширина $\Delta\psi$ n -го дифракционного луча МСВ может быть не только больше или меньше соответствующей ширины луча в изотропных средах, но и при определённых условиях может оказаться равной нулю. Физически это означает, что возникший луч по мере распространения сохраняет постоянной свою абсолютную ширину. Такая ситуация имеет место, когда данному n -му лучу соответствует такое значение $\varphi = \varphi_n$, при котором $d\psi/d\varphi = 0$. Для геометрии, в которой волновой вектор $\mathbf{k}_0$ исходной МСВ ориентирован нормально линии щели, формула для угловой ширины $\Delta\psi$ основного дифракционного луча принимает наиболее простой вид и состоит из двух сомножителей: λ_0/D и значения $d\psi/d\varphi$ при $\varphi = \varphi_0$. Таким образом, во сколько раз $d\psi/d\varphi$ больше или меньше единицы, во столько раз и ширина основного луча $\Delta\psi$ больше или меньше аналогичной ширины луча в изотропных средах. Полученные формулы можно использовать при вычислении угловой ширины дифракционных лучей не только для МСВ различных типов, но для волн другой природы в различных анизотропных средах и структурах (включая метаматериалы).

Показано, что если зависимость $\psi(\varphi)$, соответствующая исходной волне, однозначна, а обратная зависимость $\varphi(\psi)$ неоднозначна, то в среде (структуре) возникает такой интервал значений полярного угла, в котором в каждом направлении ψ распространяются две или несколько волн с одинаковой частотой, но разными амплитудами и волновыми числами, т.е. в этом интервале наблюдается пространственно неоднородная дифракционная картина, в которой угловое распределение амплитуды $A(\psi)$ зависит от расстояния между точкой наблюдения и щелью.

Автор благодарит за полезное обсуждение результатов, представленных в статье, А.В. Вашковского, В.Г. Веселаго, С.В. Геруса и А.Ю. Анненкова.

Список литературы

1. Crawford F S (Jr.) *Berkeley Physics Course* Vol. 3 *Waves* (New York: McGraw-Hill, 1968) [Крауфорд Ф Берклевский курс физики Т. 3 Волны (М.: Наука, 1974)]
2. Felsen L B, Marcuvitz N *Radiation and Scattering of Waves* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1973) [Фелсен Л, Маркувич Н *Излучение и рассеяние волн* Т. 1, 2 (М.: Мир, 1978)]
3. Виноградова М Б, Руденко О В, Сухоруков А П *Теория волн* (М.: Наука, 1990)
4. Прохоров А М (Гл. ред.) *Физическая энциклопедия* Т. 1 (М.: Большая Российская энциклопедия, 1988)
5. Локк Э Г *УФН* **178** 397 (2008) [Lock E H *Phys. Usp.* **51** 375 (2008)]
6. Ландсберг Г С *Оптика* (М.: Наука, 1976)
7. Born M, Wolf E *Principles of Optics* (Oxford: Pergamon Press, 1969) [Борн М, Вольф Э *Основы оптики* (М.: Мир, 1970)]
8. Kharusi M S, Farnell G W *Proc. IEEE* **60** 945 (1972) [Харузи М С, Фарнелл Г У *ТНЭЭР* **60** (8) 28 (1972)]
9. Szabo T L, Slobodnik A J (Jr.) *IEEE Trans. Sonics Ultrasonics* **20** 240 (1973)
10. Oliner A A (Ed.) *Acoustic Surface Waves* (Berlin: Springer-Verlag, 1978) [Олинер А (Ред.) *Поверхностные акустические волны* (М.: Мир, 1981)]
11. Стальмахов А В, Дисс. ... докт. физ.-мат. наук (М.: ИРЭ РАН, 1992)

12. Вашковский А В, Стальмахов В С, Шараевский Ю П *Магнито-статические волны в электронике сверхвысоких частот* (Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1993)
13. Герус С В, Дисс. ... докт. физ.-мат. наук (М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 2010)
14. Damon R W, Eshbach J R *J. Phys. Chem. Solids* **19** 308 (1961)
15. Sykes C G, Adam J D, Collins J H *Appl. Phys. Lett.* **29** 388 (1976)
16. Tsutsumi M, Sakaguchi Y, Kumagai N *Appl. Phys. Lett.* **31** 779 (1977)
17. Owens J M et al. *Appl. Phys. Lett.* **31** 781 (1977)
18. Parekh J P, Tuan H-S *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **26** 1039 (1978)
19. Гуляев Ю В, Никитов С А, Плесский В П *ФТТ* **22** 2831 (1980)
20. Герус С В, Харитонов В Д *ФММ* **58** 1069 (1984)
21. Вороненко А В, Герус С В, Харитонов В Д *Изв. вузов. Физика* (11) 76 (1988) [Voronenko A V, Gerus S V, Kharitonov V D *Sov. Phys. J.* **31** 915 (1988)]
22. Гуляев Ю В и др. *Письма в ЖЭТФ* **77** 670 (2003) [Gulyaev Yu V et al. *JETP Lett.* **77** 567 (2003)]
23. Гуляев Ю В, Никитов С А, Волков А И *Радиотехника и электроника* **50** 1107 (2005) [Gulyaev Yu V, Nikitov S A, Volkov A I *J. Commun. Technol. Electron.* **50** 1024 (2005)]
24. Анненков А Ю и др. *Изв. РАН. Сер. физ.* **71** 1612 (2007) [Annenkov A Yu et al. *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **71** 1569 (2007)]
25. Tuan H S, Parekh J P *1980 Ultrasonics Symp.* 543 (1980)
26. Parekh J P, Tuan H S *J. Appl. Phys.* **52** 2279 (1981)
27. Лукомский В П, Седлецкий Ю В *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **30** 654 (1987) [Lukomskii V P, Sedletskii Yu V *Radiophys. Quantum Electron.* **30** 500 (1987)]
28. Седлецкий Ю В *Укр. физ. журн.* **33** 53 (1988)
29. Вугальтер Г А, Коровин А Г *Изв. вузов. Сер. Радиофизика* **31** 1126 (1988) [Vugal'ter G A, Korovin A G *Radiophys. Quantum Electron.* **31** 804 (1988)]
30. Берегов А С, в сб. *Функциональная СВЧ электроника* (Киев: Киевский политехн. ин-т, 1984) с. 56
31. Вашковский А В, Гречушкин К В, Стальмахов А В *Радиотехника и электроника* **30** 2422 (1985)
32. Вашковский А В и др. *Радиотехника и электроника* **32** 2295 (1987)
33. Вашковский А В и др. *Радиотехника и электроника* **33** 876 (1988)
34. Валяевский А Б и др. *Радиотехника и электроника* **33** 1820 (1988)
35. Валяевский А Б и др. *Радиотехника и электроника* **33** 1830 (1988)
36. Валяевский А Б и др. *ЖТФ* **59** (6) 51 (1989) [Valyavskii A B et al. *Sov. Phys. Tech. Phys.* **34** 616 (1989)]
37. Локк Э Г *Радиотехника и электроника* **52** 202 (2007) [Lokk E G *J. Commun. Technol. Electron.* **52** 189 (2007)]
38. Вашковский А В, Локк Э Г *УФН* **176** 403 (2006) [Vashkovsky A V, Lock E H *Phys. Usp.* **49** 389 (2006)]
39. Мандельштам Л И *Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике* (М.: Наука, 1972)
40. Вашковский А В, Шахназарян Д Г *Письма в ЖТФ* **12** 908 (1986)
41. Вашковский А В, Шахназарян Д Г *Радиотехника и электроника* **32** 719 (1987)
42. Вашковский А В, Зубков В И, Локк Э Г, Щеглов В И *Радиотехника и электроника* **36** 1959 (1991)
43. Вашковский А В, Зубков В И, Локк Э Г, Щеглов В И *Радиотехника и электроника* **36** 2345 (1991)
44. Вашковский А В, Локк Э Г *УФН* **174** 657 (2004) [Vashkovskii A V, Lokk E H *Phys. Usp.* **47** 601 (2004)]
45. Вашковский А В и др. *Радиотехника и электроника* **31** 837 (1986)
46. Vashkovsky A V, Zubkov V I, Lock E H, Shcheglov V I *IEEE Trans. Magn.* **26** 1480 (1990)
47. Зубков В И, Локк Э Г, Щеглов В И *Радиотехника и электроника* **35** 1617 (1990)
48. Волошинов В Б, Макаров О Ю, Поликарпова Н В *Письма в ЖТФ* **31** (8) 79 (2005) [Voloshinov V B, Makarov O Yu, Polikarpova N V *Tech. Phys. Lett.* **31** 352 (2005)]
49. Поликарпова Н В, Дисс. ... к-та физ.-мат. наук (М.: МГУ, 2007)
50. Вашковский А В, Локк Э Г *УФН* **176** 557 (2006) [Vashkovsky A V, Lokk E H *Phys. Usp.* **49** 537 (2006)]
51. Сиротин Ю И, Шаскольская М П *Основы кристаллофизики* (М.: Наука, 1979) [Sirotnin Yu I, Shaskolskaya M P *Fundamentals of Crystal Physics* (Moscow: Mir Publ., 1982)]
52. Brillouin L, Parodi M *Propagation des ondes d'ans les Milieux Périodiques* (Paris: Masson-Dunod, 1956) [Бриллюэн Л, Пароди М *Распространение волн в периодических структурах* (М.: ИЛ, 1959)]
53. Силян Р А *Вопросы радиоэлектроники. Сер. I. Электроника* (4) 3 (1959)
54. Силян Р А *Необычные законы преломления и отражения* (М.: ФАЗИС, 1999)

Angular beam width of a slit-diffracted wave with noncollinear group and phase velocities

E.H. Lock*

V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, Fryazino branch
pl. Vvedenskogo 1, 141190 Fryazino, Moscow region, Russian Federation
Tel. +7 (496) 565 25 62. Fax +7 (495) 702 95 72
E-mail: edwin@ms.ire.rssi.ru

Taking magnetostatic surface wave diffraction as an example, this paper theoretically investigates the 2D diffraction pattern arising in the far-field region of a ferrite slab in the case of a plane wave with noncollinear group and phase velocities incident on a wide arbitrarily oriented slit in an opaque screen. A universal analytical formula for the angular width of a diffractive beam is derived which is valid for magnetostatic and other types of waves in anisotropic media and structures (including metamaterials) in 2D geometries. It is shown that the angular width of a diffractive beam in an anisotropic medium can not only take values greater or less than λ_0/D (where λ_0 is the incident wavelength and D is the slit width), but can also may be zero under certain conditions.

* Also translated as E.G. Lokk or E.G. Lock in some sources.

PACS numbers: 41.20.Gz, 41.20.Jb, 42.25.Fx, **75.70.-i**

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201212e.1327

Bibliography — 54 references

Received 4 April 2011, revised 5 September 2011

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **182** (12) 1327–1343 (2012)

Physics – Uspekhi **55** (12) (2012)