

КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

Физические свойства графена

Научная сессия Отделения физических наук
Российской академии наук, 28 марта 2012 г.

PACS number: 01.10.Fv

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201211h.1223

28 марта 2012 г. в конференц-зале Физического института им. П.Н. Лебедева Российской академии наук (РАН) состоялась научная сессия Отделения физических наук РАН "Физические свойства графена".

Объявленная на web-сайте ОФН РАН www.gpad.ac.ru повестка заседания содержала следующие доклады:

1. **Фальковский Л.А.** (Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Москва, Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН, Москва). *Магнитооптика графена.*

2. **Варламов А.А.** (University of Rome "Tor Vergata", Italy). *Термоэлектрические свойства графена.*

Статьи, написанные на основе докладов, публикуются ниже.

PACS numbers: 68.65.Pq, 78.67.Wj, 81.05.ue

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201211i.1223

Магнитооптика графеновых слоёв

Л.А. Фальковский

1. Введение

Большая часть обширной информации о графене хорошо укладывается в картину "бесщелевых дираковских фермионов". Согласно этой картине, в точках К зоны Бриллюэна (вершины шестиугольника) имеются две зоны без щели между ними и электронный спектр в достаточно широкой окрестности волновых векторов можно считать линейным. Очевидно, что для линейности спектра размер рассматриваемой окрестности должен быть мал по сравнению с размером зоны Бриллюэна, т.е. менее 10^8 см^{-1} , что предполагает не слишком большие концентрации n носителей заряда, $n \ll 10^{16} \text{ см}^{-2}$. Идеально чистый графен при нулевой температуре вообще не должен содержать носителей и уровень Ферми должен разделять зону проводимости и валентную зону. Однако чистый графен приготовить очень трудно, и минимальная концентрация, которую удалось получить на сегодня, составляет $n \sim 10^9 \text{ см}^{-2}$.

Л.А. Фальковский. Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Москва, РФ; Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН, Москва, РФ
E-mail: falk@itp.ac.ru

Здесь возникает следующий принципиальный вопрос: в какой мере кулоновское межэлектронное взаимодействие перенормирует исходный линейный спектр и не переходит ли графен в состояние диэлектрика со щелью?

Существует и практическая необходимость в щелевом материале для целей электроники. Поэтому популярными являются исследования графенового бислоя, к которому можно прикладывать постоянное напряжение, как к конденсатору, создавая тем самым энергетическую щель в спектре. Таким образом, физика в своём развитии за полвека совершила круг и вернулась к исследованию графита. Здесь должны быть названы имена Слончевского и Вейса, которые сформулировали [1] принцип описания слоистого вещества с сильным взаимодействием в слоях и слабым — между ними.

Пожалуй, основными методами изучения металлического состояния являются магнитотранспортные и магнитооптические исследования. В магнитном поле наблюдают эффекты Холла — классический и квантовый, а также поворот плоскости поляризации — эффект Фарадея (при прохождении света) и эффект Керра (при отражении). При описании графеновых слоёв, несмотря на относительную простоту представленной картины, возникают свои трудности, которые, как и достижения, являются предметом настоящей статьи.

2. Электронный спектр графена

Точки К зоны Бриллюэна обладают симметрией C_{3v} с осью третьего порядка и плоскостью симметрии. У этой группы имеется двумерное представление, базисом которого являются две функции, переходящие друг в друга при отражении, а при повороте приобретающие множители $\exp(\pm 2\pi i/3)$ соответственно. Из компонент отклонения импульса от точек К можно составить линейные комбинации $k_{\pm} = \mp i k_x - k_y$, преобразующиеся так же, как и функции базиса. Эффективный гамильтониан должен быть инвариантен относительно преобразования этой малой группы, и вблизи точки К мы имеем единственную возможность представить гамильтониан в линейном приближении:

$$H(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} 0 & vk_+ \\ vk_- & 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где v — константа с размерностью скорости. Этот же гамильтониан возникает, естественно, и в приближении сильной связи.

Собственные значения матрицы в правой части (1) дают двухзонный бесщелевой спектр:

$$\varepsilon_{1,2} = \mp v \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \mp v k.$$

Таким образом, бесщелевой характер спектра является следствием симметрии, а тот факт, что уровень Ферми должен проходить через коническую точку К, вытекает просто из валентности углерода. Циклотронная масса для такого спектра имеет вид

$$m(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \frac{dS(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{v^2}$$

(где S — площадь поперечного сечения изоэнергетической поверхности), а концентрация носителей заряда при нулевой температуре выражается через химический потенциал μ :

$$n(\mu) = \frac{\mu^2}{\pi \hbar^2 v^2}.$$

Самый простой способ экспериментально проверить вид спектра заключается в использовании соотношения

$$m(\mu) \frac{v}{\hbar} = \mp \sqrt{\pi n(\mu)},$$

например, посредством измерения эффекта Шубникова — де Гааза, в котором циклотронная масса на уровне Ферми находится по температурной зависимости амплитуды осцилляций, а концентрация носителей — по их частоте. Обе эти величины измеряются при разной концентрации носителей, которая изменяется посредством вариации напряжения на "затворе". Такая проверка была произведена в работе [2], когда удалось получить очень чистые образцы с концентрацией носителей до 10^9 см^{-2} . Оказалось, что "постоянный" параметр v не является постоянным, а возрастает при малых концентрациях в три раза по сравнению со своим "нормальным" значением 10^8 см^{-1} при концентрациях, больших 10^{11} см^{-2} . Это результат межелектронного кулоновского взаимодействия, которое оказывается более эффективным, как и следовало ожидать, при малых концентрациях, когда экранирование отсутствует. Логарифмическая перенормировка скорости вследствие кулоновского взаимодействия для трёхмерного случая впервые была найдена Абрикосовым и Бенеславским [3], а для двумерного графена — Мищенко [4]. Интересно, что даже при самых малых концентрациях никаких признаков какого-либо фазового перехода не обнаружено. В соответствии с теорией кулоновское взаимодействие не нарушает обусловленного симметрией бесщелевого характера спектра.

3. Динамическая проводимость графена

Пожалуй, одним из наиболее ярких проявлений особого характера спектра графена является поведение его динамической, т.е. зависящей от частоты, проводимости (кондактанса). При больших частотах в оптической области пространственная дисперсия проводимости, а также частота столкновения носителей не существенны. Суммируя вклады конических точек (их две на элементарную ячейку), интегрируя по углу двумерного вектора $\mathbf{k}$ и переходя к переменной $\varepsilon = vk$, находим проводи-

мость [5–7]

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 \omega}{i\pi \hbar} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon \frac{|\varepsilon|}{\omega^2} \frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} - \int_0^{+\infty} d\varepsilon \frac{f(-\varepsilon) - f(\varepsilon)}{(\omega + i\delta)^2 - 4\varepsilon^2} \right], \quad (2)$$

где $f(\varepsilon)$ — функция распределения, δ — малый параметр. Первое слагаемое в правой части (2), которое представляет собой внутризонный вклад, можно ещё раз проинтегрировать:

$$\sigma^{\text{intra}}(\omega) = \frac{2ie^2 T}{\pi \hbar (\omega + i\tau^{-1})} \ln \left(2 \cosh \frac{\mu}{2T} \right), \quad (3)$$

где ω мы заменили величиной $\omega + i\tau^{-1}$, для того чтобы учесть электронное затухание τ . В таком виде внутризонное слагаемое совпадает с классическим выражением Друде — Больцмана для проводимости. При низкой температуре, $\mu \gg T$, когда носители вырождены, внутризонное слагаемое приобретает "металлический" вид:

$$\sigma^{\text{intra}}(\omega) = \frac{ie^2 |\mu|}{\pi \hbar (\omega + i\tau^{-1})}. \quad (4)$$

Для чистого графена химический потенциал $\mu = 0$ (бесщелевой диэлектрик) и проводимость (3) пропорциональна температуре. Концентрацию носителей можно изменять либо допированием, либо с помощью постоянного электрического поля ("эффект поля").

Второе слагаемое в правой части (2), где δ — бесконечно малая величина, описывающее межзонные переходы, содержит как вещественную часть, которая возникает в результате обхода полюса и соответствует поглощению, так и мнимую. При нулевой температуре второй интеграл в правой части (2) может быть вычислен аналитически:

$$\sigma^{\text{inter}}(\omega) = \frac{e^2}{4\hbar} \left[\theta(\omega - 2\mu) - \frac{i}{2\pi} \ln \frac{(\omega + 2\mu)^2}{(\omega - 2\mu)^2} \right], \quad (5)$$

где θ — функция, которая выражает условие межзонных электронных переходов с порогом $\omega = 2\mu$. Логарифмическая особенность устраняется обрезанием температуры (или релаксацией носителей), и при конечной, но малой по сравнению с химическим потенциалом температуре в (5) следует сделать замену

$$\begin{aligned} \theta(\omega - 2\mu) &\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \left(\frac{\omega - 2\mu}{2T} \right), \\ (\omega - 2\mu)^2 &\rightarrow (\omega - 2\mu)^2 + (2T)^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Из приведённых результатов можно сделать два основных вывода. Во-первых, на высоких частотах, $\omega \gg (T, \mu)$, проводимость оказывается в основном вещественной и независимой от каких-либо параметров:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2}{4\hbar}.$$

В этой области частот, ограниченной сверху шириной зоны, порядка 3 эВ, проводимость, как мы видим, не зависит от материальных параметров, например от скорости v , и носит универсальный характер. Во-вто-

рых, в случае, когда в графене имеются вырожденные носители, при достаточно низких температурах, мнимая часть проводимости содержит логарифмическую сингулярность на пороге межзонного поглощения $\omega = 2\mu$, где вещественная часть испытывает конечный скачок. Эта особенность сглаживается при повышении температуры, а также вследствие конечности длины свободного пробега носителей. Для наблюдения особенности частота столкновений не должна превышать температуру, т.е. должна составлять величину 10–40 К в энергетических единицах. Эти выводы подтверждены экспериментами [8].

Универсальная проводимость приводит к любопытному следствию. Используя её значение, можно получить коэффициент прохождения T электромагнитной волны сквозь графен [9, 10]:

$$T = 1 - \frac{4\pi}{c} \operatorname{Re} \sigma(\omega) \cos \theta = 1 - \pi \frac{e^2}{\hbar c} \cos \theta, \quad (7)$$

где θ — угол падения света. Видим, что коэффициент прохождения света сквозь графеновый слой выражается через постоянную тонкой структуры квантовой электродинамики, к которой графен не имеет никакого отношения. Несколько экспериментальных групп [11, 12] подтвердили вычисленное значение коэффициента прохождения в широкой частотной области видимого спектра и для графена, и для бислоя, в котором отличие этого коэффициента от единицы вдвое больше (рис. 1).

4. Спектр графеновых слоёв в магнитном поле

Для графенового бислоя и графита в окрестности линии КН зоны Бриллюэна гамильтониан Слончевского – Вейса имеет вид

$$H(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_5 + U & vk_+ & \tilde{\gamma}_1 & \frac{\tilde{\gamma}_4 vk_-}{\gamma_0} \\ vk_- & \tilde{\gamma}_2 + U & \frac{\tilde{\gamma}_4 vk_-}{\gamma_0} & \frac{\tilde{\gamma}_3 vk_+}{\gamma_0} \\ \tilde{\gamma}_1 & \frac{\tilde{\gamma}_4 vk_+}{\gamma_0} & \tilde{\gamma}_5 - U & vk_- \\ \frac{\tilde{\gamma}_4 vk_+}{\gamma_0} & \frac{\tilde{\gamma}_3 vk_-}{\gamma_0} & vk_+ & \tilde{\gamma}_2 - U \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $k_{\pm} = \mp ik_x - k_y$ — проекции квазиимпульса, v — параметр скорости в направлении графитовых слоёв, $\tilde{\gamma}_j$ — функции проекции k_z в направлении главной оси,

$$\tilde{\gamma}_2 = 2\gamma_2 \cos(2k_z d_0), \quad \tilde{\gamma}_5 = 2\gamma_5 \cos(2k_z d_0) + \Delta,$$

$$\tilde{\gamma}_i = 2\gamma_i \cos(k_z d_0), \quad i = 1, 3, 4,$$

$d_0 = 3,35 \text{ \AA}$ — расстояние между слоями в графите. Параметр скорости $v = 1,5a_0\gamma_0 = 10^8 \text{ см с}^{-1}$ связан с перекрытием $\gamma_0 \approx 3 \text{ эВ}$ волновых функций ближайших соседей, находящихся в одном слое на расстоянии $a_0 = 1,415 \text{ \AA}$. Параметры с $i = 1, 3, 4$, возникающие из-за перекрытия волновых функций ближайших соседей в направлении главной оси, на порядок меньше, чем γ_0 . В бислое в направлении главной оси имеется только один соседний слой, поэтому $\tilde{\gamma}_i = \gamma_i$ для $i = 1, 3, 4$, а поскольку следующий слой отсутствует, межслоевые интегралы

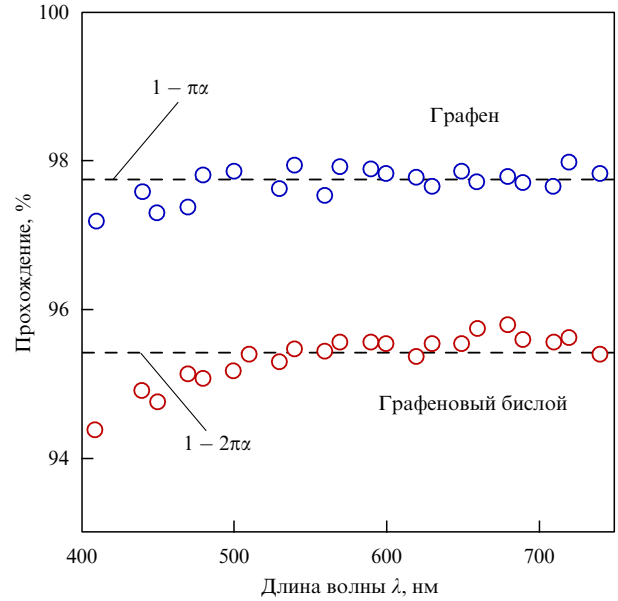


Рис. 1. Коэффициент прохождения света сквозь графен и графеновый бислой [11].

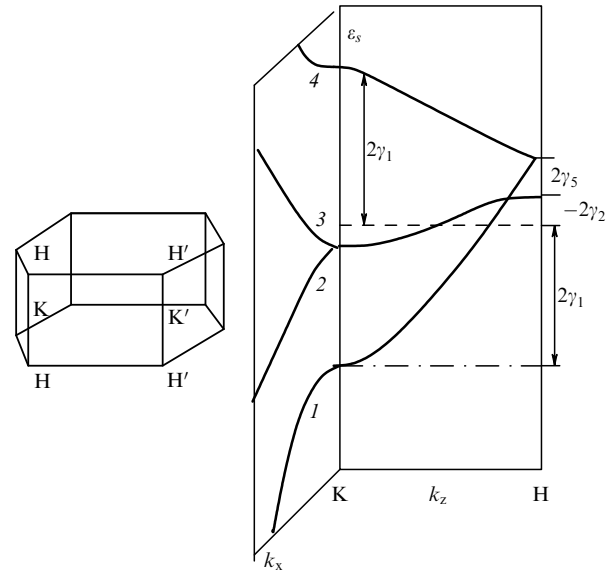


Рис. 2. Зона Бриллюэна и электронный спектр графита.

перекрытия с третьей сферой $\tilde{\gamma}_i = 0$ для $i = 2, 5$, но их приходится учитывать в графите.

В отсутствие магнитного поля спектр можно найти численно с помощью компьютера (рис. 2) и исследовать аналитически [13], а также изучить экспериментально особенности проводимости, связанные с переходами между зонами. В гамильтониане (8) имеется также параметр U , который важен в случае бислоя, когда к нему приложено постоянное напряжение в направлении главной оси. При любом значении квазиимпульса находим четыре собственных значения энергии, которые будем нумеровать нижним индексом $s = 1, 2, 3, 4$. При $k_x = k_y = 0$, т.е. на самой линии КН, и $U = 0$ имеется двукратное вырождение, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$, что является следствием симметрии. Во внешнем электрическом поле U в спектре появляется щель, с чем и связан в основном интерес к бислою. Кроме того, простое квадратичное поведение в

зонах, касающихся друг друга, приобретает форму "мексиканской шляпы". Есть ещё одна деталь, которую надо иметь в виду. Дело в том, что две точки, К и К', которые переходят одна в другую при поворотах и отражении $x \rightarrow -x$, не являются эквивалентными в бислюе: отражение соответствует перестановке $k_+ \leftrightarrow k_-$ в гамильтониане (1). Чтобы не заниматься перебором очевидных возможностей, ограничимся описанием спектра графита при $U = 0$ и в конце обратимся к бислюю.

Задача усложняется и становится гораздо более интересной при наличии магнитного поля. В магнитном поле B , параллельном главной оси, проекции квазиимпульса $k_{x,y}$ являются операторами с перестановочным соотношением $\{\hat{k}_+, \hat{k}_-\} = -2e\hbar B/c$, поэтому удобно ввести операторы рождения и уничтожения a^+ , a , изменяющие индекс Ландау на единицу:

$$\hat{k}_+ = \sqrt{\frac{2|e|\hbar B}{c}} a, \quad \hat{k}_- = \sqrt{\frac{2|e|\hbar B}{c}} a^+.$$

Для графена с помощью (1) находится явное выражение для спектра:

$$\varepsilon_{1,2} = \mp v \sqrt{\frac{2|e|\hbar B n}{c}},$$

где $n = 0, 1, \dots$

Собственные решения для матричного гамильтониана (8) будем искать в виде столбца

$$\psi_{sn}^\alpha(x) = \begin{Bmatrix} C_{sn}^1 \varphi_{n-1}(x) \\ C_{sn}^2 \varphi_n(x) \\ C_{sn}^3 \varphi_{n+1}(x) \\ C_{sn}^4 \varphi_{n+2}(x) \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

где $\varphi_n(x)$ — ортогональные функции Эрмита с собственным числом Ландау $n \geq 0$. При заданном n состояния нумеруются зонным индексом $s = 1, 2, 3, 4$; мы используем обозначение $|sn\rangle$ для состояний, отсчитывая s по-прежнему снизу. Для краткости мы опускаем стандартные экспоненты, появляющиеся в калибровке Ландау, и будем учитывать вырождение по соответствующей компоненте квазиимпульса лишь в конечных результатах.

Легко увидеть, что если пренебречь членами с γ_3 , приводящими к тригональному искажению спектра, то каждая строка гамильтониана (8) оказывается пропорциональной определённой функции Эрмита, которую таким образом можно сократить. Приходим к задаче для собственных векторов C_{sn} и собственных значений:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_5 - \varepsilon & \omega_c \sqrt{n} & \tilde{\gamma}_1 & \omega_4 \sqrt{n-1} \\ \omega_c \sqrt{n} & \tilde{\gamma}_2 - \varepsilon & \omega_4 \sqrt{n} & 0 \\ \tilde{\gamma}_1 & \omega_4 \sqrt{n} & \tilde{\gamma}_5 - \varepsilon & \omega_c \sqrt{n-1} \\ \omega_4 \sqrt{n-1} & 0 & \omega_c \sqrt{n-1} & \tilde{\gamma}_2 - \varepsilon \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} C_{sn}^1 \\ C_{sn}^2 \\ C_{sn}^3 \\ C_{sn}^4 \end{Bmatrix} = 0, \quad (10)$$

где $\omega_c = v\sqrt{2|e|\hbar B}/c$, $\omega_4 = \tilde{\gamma}_4 \omega_c / \gamma_0$.

При $n = 0$, как видно из (9), собственный вектор имеет одну ненулевую компоненту, $C_0 = (0, 1, 0, 0)$, и только одно (а не четыре) значение энергии

$$\varepsilon(n=0) = \tilde{\gamma}_2, \quad (11)$$

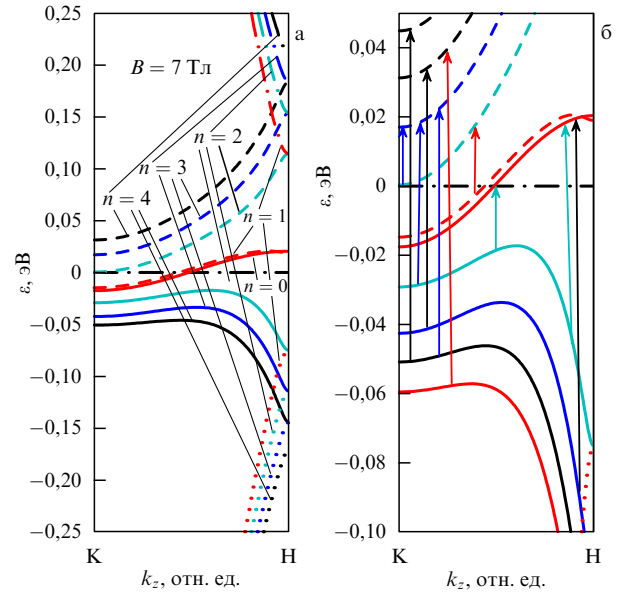


Рис. 3. (См. в цвете онлайн.) (а) Уровни Ландау ε_{sn} от $n = 0$ до $n = 4$ в четырёх зонах, $s = 1, 2, 3, 4$ (пунктирные сплошные, штриховые и штрихпунктирные кривые соответственно) в зависимости от проекции импульса k_z вдоль линии КН зоны Бриллюэна графита ($K = 0$, $N = \pi/2d_0$) для магнитного поля $B = 7$ Тл; зонные параметры приведены в таблице. (б) Увеличенный фрагмент рис. а для зон $s = 2, 3$.

зависящее от k_z и пересекающее уровень Ферми так, что электроны появляются в окрестности точки К (вплоть до уровня Ферми), а дырки — в окрестности точки Н (рис. 3).

При $n = 1$ из уравнений (9) видим, что четвёртую компоненту надо положить равной нулю, $C_{s1}^4 = 0$, и из первых трёх уравнений можно определить три уровня (а не четыре). Средний из них уровень $|21\rangle$ очень близок к $|10\rangle$, и в области k_z , где выполняется условие $\gamma_1/\cos z \gg \gamma_2$ и где находятся электроны, этот уровень имеет энергию

$$\varepsilon_2(n=1) = \tilde{\gamma}_2 - 2 \frac{\omega_c^2 \tilde{\gamma}_4}{\tilde{\gamma}_1 \gamma_0}. \quad (12)$$

Для $n \geq 2$ имеются четыре собственных значения при любом k_z . Энергии двух близких уровней с $s = 2, 3$ в той области, $\gamma_1/\cos z \gg \gamma_2$, где находятся электроны, выражаются как

$$\varepsilon_{2,3}(n) = \tilde{\gamma}_2 - \frac{\omega_c^2 \tilde{\gamma}_4}{\tilde{\gamma}_1 \gamma_0} (2n-1) \mp \frac{\omega_c^2}{\tilde{\gamma}_1} \sqrt{n(n-1)}. \quad (13)$$

4.1. Влияние тригонального искажения на спектр в магнитном поле

Несмотря на малость отношения γ_3/γ_0 , влияние тригонального искажения является существенным из-за вырождения, которое имеется на линиях КН. К настоящему времени предложено несколько способов учёта тригонального искажения. Среди них — два аналитических: теория возмущений [14] и квазиклассическое квантование [15]. Теорию возмущений для матричного гамильтониана удобно строить, рассматривая его функцию Грина

$$G_0^{\alpha\beta}(\varepsilon, x, x') = \sum_{sn} \frac{\psi_{sn}^\alpha(x) \psi_{sn}^{*\beta}(x')}{\varepsilon - \varepsilon_{sn}}, \quad (14)$$

где верхние индексы принимают четыре значения в соответствии с матрицей гамильтониана, x и x' — координатные переменные.

Во втором приближении получаем поправку

$$\int dx_1 dx_2 G_0^{24}(x, x_1) V^{42}(x_1) G_0^{22}(x_1, x_2) V^{24}(x_2) G_0^{4\beta}(x_2, x')$$

и такое же слагаемое с перестановкой индексов $2 \leftrightarrow 4$. Матричные элементы возмущения V , нумеруемые верхними индексами, легко вычисляются с помощью функций (9), и для поправки к функции Грина (14) получаем выражение

$$\left(\frac{\omega_c \tilde{\gamma}_3}{\gamma_0} \right)^2 \sum_{s'sn} \frac{(n-2) |C_{sn}^4 C_{s',n-3}^2|^2 \psi_{sn}^\alpha(x) \psi_{sn}^{*\beta}(x')}{(\varepsilon - \varepsilon_{sn})(\varepsilon - \varepsilon_{s',n-3})(\varepsilon - \varepsilon_{sn})}. \quad (15)$$

Поправка (15) велика вблизи полюсов функции Грина. Поэтому для ε , близкого к ε_{sn} , мы можем во второй множитель знаменателя в (15) подставить ε_{sn} вместо ε . Таким образом, функция Грина вместе с поправкой имеет структуру

$$\frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_{sn}} + \frac{\delta}{(\varepsilon - \varepsilon_{sn})^2},$$

что с точностью до членов второго порядка по δ можно представить как

$$\frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_{sn} - \delta}.$$

Получившееся из (15) выражение позволяет записать поправку к собственному значению:

$$\delta \varepsilon_s(n) = \left(\frac{\omega_c \tilde{\gamma}_3}{\gamma_0} \right)^2 \sum_{s'} \left[\frac{(n-2) |C_{sn}^4 C_{s',n-3}^2|^2}{\varepsilon_s(n) - \varepsilon_{s'}(n-3)} + \frac{(n+1) |C_{sn}^2 C_{s',n+3}^4|^2}{\varepsilon_s(n) - \varepsilon_{s'}(n+3)} \right], \quad (16)$$

где члены с $n-3 < 0$ должны быть опущены.

Формула (16) содержит параметр данной теории возмущений. Заметим, что расстояние между невозмущёнными уровнями можно оценить, например, с помощью (13). Таким образом находим этот безразмерный параметр:

$$\left(\frac{\tilde{\gamma}_3 \tilde{\gamma}_1}{\gamma_0 \omega_c} \right)^2,$$

который оказывается меньше единицы в полях $B \gg 1$ Тл. Выпишем также уровень $|10\rangle$ вместе с поправкой:

$$\varepsilon_1(n=0) = \tilde{\gamma}_2 + \left(\frac{\omega_c \tilde{\gamma}_3}{\gamma_0} \right)^2 \sum_{s'} \frac{|C_{s'3}^4|^2}{\tilde{\gamma}_2 - \varepsilon_{s'}(3)}. \quad (17)$$

Зонная структура в магнитном поле представлена на рис. 3. Сравнение показывает, что наши выражения (16) и (17) для уровней дают те же результаты, что и численный метод обрезания матрицы бесконечного ранга [16]. Заметим, что полученные выражения применимы и к графеновому бислою, надо лишь положить $\gamma_2 = \gamma_5 = 0$ и $\tilde{\gamma}_i = \gamma_i$ для $i = 1, 3, 4$ и учесть поле U .

Квазиклассическое квантование, которое мы не будем здесь описывать, удобно в случае слабых магнитных полей и относительно чистых материалов с малой частотой столкновений, когда возможно наблюдение квантовых осцилляций.

5. Коэффициент прохождения и магнитооптические эффекты в графеновых слоях

При наличии магнитного поля принципиально новым является возникновение холловской компоненты проводимости, которую принято обозначать $\sigma_{xy}(\omega)$. Холловская проводимость нарушает вращательную симметрию вокруг главной оси, что приводит к эффектам Фарадея и Керра — повороту плоскости поляризации света при его прохождении и отражении. Электронные переходы теперь возможны как между зонными состояниями s , так и между различными уровнями Ландау n , поэтому появляются резонансные знаменатели $\Delta_{ss'n} = \varepsilon_{sn} - \varepsilon_{s',n+1}$. Техника вычислений коррелятора, определяющего ток и выражающегося через произведение двух функций Грина, остаётся в принципе такой же, как и в отсутствие магнитного поля.

Вычисления [13] приводят к следующему выражению для двух компонент проводимости графита в бесстолкновительном случае (когда частота столкновений Γ много меньше расстояния между уровнями):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx}(\omega) \\ i\sigma_{xy}(\omega) \end{array} \right\} = i\sigma_0 \frac{4\omega_c^2}{\pi^2} \sum_{n,s,s'} \int_0^{\pi/2} dz \frac{\Delta f_{ss'n}}{\Delta_{ss'n}} |d_{ss'n}|^2 \times \\ \times [(\omega + i\Gamma + \Delta_{ss'n})^{-1} \pm (\omega + i\Gamma - \Delta_{ss'n})^{-1}], \quad (18)$$

где интегрирование проводится по половине зоны Бриллюэна, $0 < z < \pi/2$; в случае графена и бислоя оно отсутствует. Здесь $\Delta f_{ss'n} = f(\varepsilon_{s',n+1}) - f(\varepsilon_{sn})$ — разность функций распределения с учётом сдвига уровней из-за тригонального искажения, а матричный элемент дипольного момента

$$d_{ss'n} = C_{sn}^2 C_{s'n+1}^1 + C_{sn}^3 C_{s'n+1}^4 + \frac{\tilde{\gamma}_4}{\gamma_0} (C_{sn}^1 C_{s'n+1}^4 + C_{sn}^2 C_{s'n+1}^3)$$

выражается через компоненты волновой функции (9). Учтённые наиболее интенсивные электронные переходы удовлетворяют правилу отбора $\Delta n = 1$.

Кроме того, следует принять во внимание перенормировку дипольного момента, иначе говоря электрон-фотонной вершины, из-за тригонального искажения. Эта перенормировка приводит к дополнительным слабым линиям, получаемым заменой в (18) матричного элемента величиной

$$d_{ss'n} = \frac{\tilde{\gamma}_3}{\gamma_0} C_{sn}^2 C_{s'n+2}^4$$

и заменой $n+1 \rightarrow n+2$ с новым правилом отбора $\Delta n = 2$.

Результаты вычислений показаны на рис. 4, 5. Угол Керра достигает гигантской величины, более чем на порядок превышающей типичные для полупроводников значения. Осцилляции угла связаны с определёнными электронными переходами, и положение его максимумов (так же как и минимумов отражения) определяется либо границами уровней Ландау в точках К и Н, либо

Таблица. Параметры гамильтониана (8), связь их с обозначениями Слончевского–Вейса (SW) и числовые значения в [мэВ], полученные в экспериментальных работах [17, 18]

Гамильтониан (8)	γ_0 3050	γ_1 360	γ_2 –10,2	γ_3 270	γ_4 –150	γ_5 –1,5	Δ 16	ε_F –4,1
SW [1]	γ_0	γ_1	$2\gamma_2$	γ_3	$-\gamma_4$	$2\gamma_5$	$\Delta + 2(\gamma_2 - \gamma_5)$	$2\gamma_2 + \varepsilon_F$
Mendez et al. [17]	3160	390	–20	276	44	38	8	–24
Doezema et al. [18]	3120	380	–21	315	120	–3	–2	—

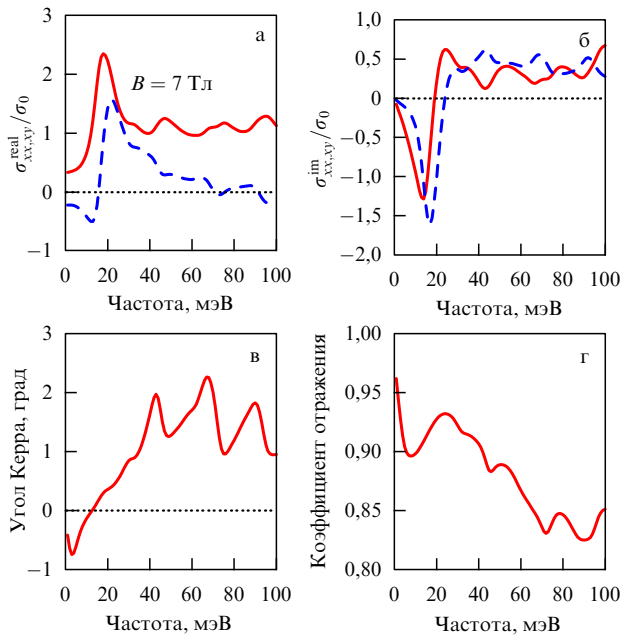


Рис. 4. Вещественная (а) и мнимая (б) части продольной (σ_{xx}) (сплошная кривая) и холловской (σ_{xy}) (штриховая кривая) динамической проводимости графита. Угол Керра (в) и коэффициент отражения (г) в магнитном поле $B = 7$ Тл при температуре $T = 0,1$ мэВ; электронная частота релаксации $\Gamma = 3,5$ мэВ.

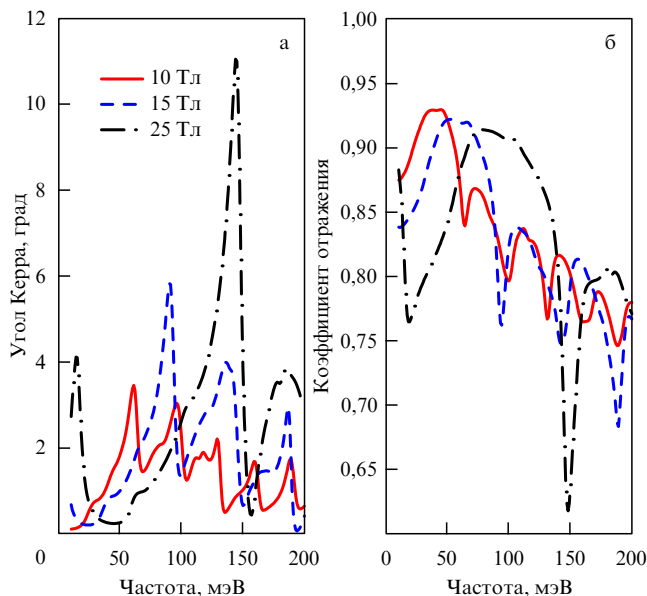


Рис. 5. Угол Керра (а) и коэффициент отражения от графита (б) в сильных магнитных полях 10, 15 и 25 Тл в зависимости от частоты электромагнитной волны.

пересечением этих уровней с уровнем Ферми (рис. 3б). Следует отметить, что дисперсия уровней влияет на положение оптических особенностей. Мы использовали параметры гамильтониана (8), приведённые в таблице. Их значения (см. также [19, 20]) отличаются от полученных в различных экспериментальных работах лишь потому, что нами принята иная форма записи гамильтониана, чем у Слончевского–Вейса (3-я строка таблицы). В экспериментальных значениях параметров γ_4 , γ_5 и Δ имеется значительный разброс — наши значения близки к полученным в работе [17]. Заметим, что в сильных магнитных полях ферми-уровень повышается до $\varepsilon_F \approx -1$ мэВ от значения, приведённого в таблице для слабых полей.

6. Заключение

Насколько нам известно, измерения углов Керра и Фарадея на графеновых слоях [21] проводились до настоящего времени лишь в Университете Женевы, и мы признательны А. Кузменко и J. Levallois за полезные дискуссии и предоставленную возможность ознакомиться с экспериментальными результатами до их опубликования.

Работа поддержана РФФИ (грант 10-02-00193-а), а также грантом SCOPES IZ73Z0_128026 Национального научного фонда Швеции и грантом 246937 программы SIMTECH (New Century of Superconductivity: Ideas, Materials and Technologies).

Список литературы

- Slonczewski J C, Weiss P R *Phys. Rev.* **109** 272 (1958)
- Elias D C et al. *Nature Phys.* **7** 701 (2011)
- Абрикосов А А, Бенеславский С Д *ЖЭТФ* **59** 1280 (1970) [Abrikosov A A, Beneslavskii S D *Sov. Phys. JETP* **32** 699 (1971)]
- Mishchenko E G *Phys. Rev. Lett.* **98** 216801 (2007)
- Falkovsky L A, Varlamov A A *Eur. Phys. J. B* **56** 281 (2007)
- Gusynin V P, Sharapov S G, Carbotte J P *Phys. Rev. Lett.* **96** 256802 (2006)
- Gusynin V P, Sharapov S G, Carbotte J P *Phys. Rev. B* **75** 165407 (2007)
- Li Z Q et al. *Nature Phys.* **4** 532 (2008)
- Falkovsky L A, Pershoguba S S *Phys. Rev. B* **76** 153410 (2007)
- Kuzmenko A B et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 117401 (2008)
- Nair R R et al. *Science* **320** 1308 (2008)
- Mak K F et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 196405 (2008)
- Falkovsky L A *Phys. Rev. B* **82** 073103 (2010)
- Фальковский Л А *Письма в ЖЭТФ* **94** 783 (2011) [Falkovsky L A *JETP Lett.* **94** 723 (2011)]
- Ozerin A Yu, Falkovsky L A, arXiv:1203.0157
- Nakao K J. *Phys. Soc. Jpn.* **40** 761 (1976)
- Doezema R E et al. *Phys. Rev. B* **19** 4224 (1979)
- Mendez E, Misu A, Dresselhaus M S *Phys. Rev. B* **21** 827 (1980)
- Kuzmenko A B et al. *Phys. Rev. B* **80** 165406 (2009)
- Brandt N B, Chudinov S M, Ponomarev Ya G *Semimetals I. Graphite and its Compounds* (Amsterdam: Elsevier, 1988)
- Crassee I et al. *Nature Phys.* **7** 48 (2011)